

# LETTERA

DEL PADRE

D. GIAMFRANCESCO BALDINI

C. R. S.

Ora Consultore delle sacre Congregazioni  
dell'Indice e de' Riti

*Scritta a S. Eccell. il Sign.*

D. FILIPPO CARAFA

DE' DUCHI DI MATTALONA

S O P R A

LE FORZE MOVENTI.

LETTERA

DEL PADRE

GIAMIBRANCESCO BALDINI

G. R. S.

Conduttore delle opere Congregazioni  
dell'Indice e del Riti

Scritta a S. Eustachio il 25/11/1711

FILIPPO CARAFFA

DE' DUCHI DI MANTOVA

RODOLFO

DE' TORRE MOVENTI



*Illustriss. ed Eccellentiss. Sig.  
Sig. e Padr. Colendiss.*

**N**E I nostri frequenti filosofici ragionari per tutto quel tempo, in cui ho avuto il grande onore di coltivare in parte, e più di ammirare gli scelti doni di accorgimento, di penetrazione, di vivacità, di chiarezza, e discernimento, de' quali ha Dio liberalmente l'anima di lei arricchita, si ricorderà V. E. troppo bene, che d'una in un'altra materia passando, cadde più d'una volta il discorso sopra le FORZE MOVENTI, faticosi a difaminare le ragioni dei due opposti pareri intorno a regolarne la stima loro; e nulla per avventura fu allora da noi deciso. In oggi, che dura ancora la lite, e come che sembri più forte piede pigliare il sentimento del celebre Leibnizio, per quanto scorgefi dalla introduzione, che fa il Signore di Gravesande alle Istituzioni della filosofia

losofia Newtoniana (a); non pertanto sostenendo il contrario parere, nuova scrittura (b) alle stampe si è ultimamente veduta: a me pure è venuto talento di ripigliar per le mani la famosa quistione, e ritentarne l'intero scioglimento, per recar fine e silenzio, se possibil sia, alla lunga e intricata contesa. Il che se sia per venirmi fatto, V. E. ne sarà giudice, alla di cui chiarissima e penetrantissima mente presento questa mia scrittura, la quale non conterrà altro forse, che quel medesimo, che fu da V. E. inteso, e interamente ragionato, ma ora con più ordine facilmente, e con più chiarezza.

Si cerca, se l'idea giusta della *Forza movente* si abbia nel fatto della massa nella velocità, o nel fatto della massa nel quadrato della velocità; cioè a dire, se le *Forze moventi* stieno tra loro in ragione com-

---

(a) G. I. 's *Gravesande Philosophia Newtoniana* Lugduni Bat. 1723. in prof.

(b) Gran Giornale d'Europa tomo II. parte I. Delle forze motrici Diss. del P. D. Francesco Cribelli R. A. S.

*D. Gianfranc. Baldini. 445*

composta della semplice delle masse; e della semplice delle velocità, o pure della semplice della masse, e della duplicata delle velocità. Ecco lo stato della quistione.

Il Cavaliere Isacco Newtono (cui nomino senza elogio, essendo ad ogni elogio superiore il suo gran nome) ha giudicato (a) non esser altro l'idea della *Forza movente*, o vogliam dire *impeto*, che quella, che si ha nel fatto dalla massa nella velocità. Così prima di lui il Cartesio e dopo Papin, Clarke, Keill, ed altri.

Il dottissimo Gottifredo Guglielmo Leibnizio (b) ha sostenuto in opposto, stare le *Forze moventi* tra loro in ragione composta della semplice delle masse, e della duplicata delle velocità; cioè averli la stima della forza nel fatto della massa nel quadrato della velocità. Così Hermano, Wolffio, Bernoulli e Gravesande.

DE-

(a) *Philosophia Naturalis Principia Mathematica*

Def. II.

(b) *Act. Lips. anno 1686.*

## DEFINIZIONI.

1. **F**orza movente io chiamo l'azione, che esercita un corpo, o per via di percossa, o per via di pressione, in muovere un altro corpo.
2. Forza altra è viva, altra è morta. Forza morta dico quella, che per se stessa muoverebbe un corpo, se non fosse impedita. Forza viva dico quella, che attualmente muove quel corpo, a cui è applicata. Una palla di ferro, pendente da un filo retto da forte chiodo, ci esprime la forza morta. L'istessa palla, liberamente cadendo dal filo reciso, ci rappresenta la forza viva.
3. Velocità è quell' affezione del mobile, per cui scorre in un tempo determinato uno spazio determinato. Che però entrando nell' idea della velocità, e spazio, e tempo, sogliamo giustamente stimarla dal quoziente, che risulta dallo spazio diviso pel tempo.
4. Velocità o è uniforme, o variabile. Uniforme è quella, che si man-

*D. Gianfran. Baldini.* 447

mantiene la medesima, dal principio fino al fine del moto. Variabile è quella, che cresce o scema; ed uniformemente variabile, che in tempi uguali piglia uguale aumento, ovvero uguale scemamento.

### P O S I Z I O N I.

1. **P**Ongo per certo, dopo Galileo, che un corpo partendo dal punto della quiete, nella sua discesa o perpendicolare o inclinata, vada successivamente acquistando quella velocità, che risponda ai tempi; cosicchè diviso il tempo in parti uguali, ed in parti pure uguali lo spazio, se al fine del primo tempo acquista il corpo scendente un grado di velocità, al fine del secondo ne abbia acquistati due, al fine del terzo tre, del quarto quattro; e se nel primo tempo ha scorsa una parte di spazio, nel secondo venga a scorrerne tre, nel terzo cinque, nel quarto sette, proseguendo nella serie de' numeri dispari, e facendo che gli spazj scorsi sieno

no

448      *Lettera del P.*

ou i quadrati, i tempi, le radici e le velocità nella ragione de' tempi.

2. Pongo pure per certo, che se il corpo continuasse a muoversi con quella velocità, che ha acquistata dopo certo tempo, scorrendo uno spazio determinato, e quella uniforme durasse, entro l'istessa misura di tempo scorrerebbe uno spazio doppio del primo. In quattro tempi uguali ha scorse scendendo sedici parti uguali di spazio, ed ha acquistati quattro gradi di velocità; continuando a muoversi con que' quattro gradi in quattro parti di tempo uguali alle prime, scorrerà trentadue parti uguali di spazio.

3. Pongo per fine per certissimo la legge generale degli equilibrij, due corpi, alle estremità d'una verga inflessibile applicati, essere allora in perfetto equilibrio tra loro, quando di massa uguale si trovano dal punto fisso, da cui dipendono, ugualmente distanti, ovvero quando di massa disuguale anno le loro distanze in ragione reciproca delle masse.

PRO-



*D. Gianfran. Baldini.* 449

PROPOSIZIONE I.

*Le Forze morte stanno in ragione composta della semplice delle velocità, e della semplice delle masse.*

**S**E pigliamo un corpo da un filo pendente, con tanta forza distende il filo, con quanta pesa, cioè con quella forza di gravità, la quale darebbe il primo moto al corpo, se non fosse impedita dal filo; e che per altro imprime nel corpo quella infinitamente piccola velocità, la quale sensibilmente non si distingue dalla quiete. Che se pigliamo due corpi, che postati alle due estremità della bilancia, stieno in equilibrio tra loro, il primo niso o sia tendenza al moto dell'uno è uguale al primo niso o tendenza al moto dell'altro, se le masse sono uguali; o è proporzionale alle distanze, se le masse sono disuguali. E  
gli

gli archi, che si scorrerebbono in tempi uguali, se i corpi attualmente si movessero, o sono uguali, le masse essendo uguali; o sono in ragione delle distanze, sendo le masse disuguali. Che però un corpo A 4 starà in equilibrio con un corpo B 4, posto in ugual distanza dal punto di sospensione; perchè moltiplicando A 4 pel seno al moto, cioè per la velocità, che avrebbe, movendosi per descrivere certa porzione di periferia di cerchio, si ha un prodotto uguale al prodotto di B 4 nella velocità, con cui movendosi descriverebbe nell'istesso tempo porzione di periferia uguale alla prima. Così un corpo A 8 starà in equilibrio con un corpo B 4, posto in distanza dal punto di sospensione doppia della distanza dal medesimo punto del corpo A; perchè il prodotto di A 8 nella velocità, farà uguale al prodotto di B 4 nella velocità 2. Dunque le forze morte stanno in ragione composta della semplice delle masse e della semplice delle velocità: ciò che ben volentieri accordano anche

*D. Gianfran. Baldini. 451*

che gli oppositori, per avviso di Cristiano Wolffio. (a)

## PROPOSIZIONE II.

*Le Forze vive stanno in ragione composta della semplice delle velocità uniformi, e della semplice delle masse.*

**S**E la massa nulla contribuiffe alla forza, con cui un corpo debbe muovere un altro corpo, o esser mosso, noi avremmo l'idea della forza motiva nella sola e semplice idea della velocità. E come tutta la resistenza de' corpi in esser mossi nascerrebbe da quella ragione di velocità, che si volesse in quegli imprimere, qualunque fosse la di loro massa, noi diremmo la loro forza motiva essere uguale, quando nell'istesso tempo scorressero spazj uguali: e se entro l'istesso tempo uno scorresse  
spa-

---

(a) *Elementa Matheseos Univerſa t. 1. pag. 584. theor. 29.*

452 Lettera del P.

spazio doppio dello scorso dall'altro; noi diremmo la sua forza motiva essere doppia della forza dell'altro; se triplo, tripla, e seguitando. Nè potrebbe cader mai ad alcuno in pensiero di pigliar l'idea di tal forza motiva dai quadrati della loro velocità, e dire, che le forze, che non ritrovano altra resistenza da vincere, che la nascente dalle velocità, che in quegli vogliansi imprimere, non abbiano da stimarsi dalle velocità, che stanno come 1, 2, 3, ma dai quadrati delle medesime 1, 4, 9.

Medesimamente se la velocità nulla contribuiffe alla forza motiva, noi non piglieremmo la stima delle forze motive, che dalla sola e semplice ragione delle masse. Qualunque fosse la velocità da imprimerfi, diremmo, che per muovere un corpo di massa 1, ci vorrebbe forza 1, di massa 2, forza doppia della prima, e non mai quadrupla; di massa 3, forza tripla, e non mai noncupla. Ma contribuendo alla forza movente ugualmente la velocità, che la massa, cioè tanto i gradi di velocità, che

*D. Gianfran. Baldini:* 453

vogliansi imprimere, quanto al numero delle parti, alle quali i detti gradi s'anno da imprimere; noi non possiamo avere altra idea della forza movente, che quella, la qual nasce dalla ragione composta dell'una, e dell'altra, cioè della semplice delle velocità, e della semplice delle masse. Dunque le forze vive stanno in ragione composta della semplice delle velocità, e della semplice delle masse.

In oltre egli è certo, e per esperienza, e per quella legge di natura, che *la reazione sia sempre uguale all'azione*; che la forza, che era prima dell'urto, resta invariata dopo l'urto: o se ne pigli la somma, se la direzione dei moti de' corpi è l'istessa; o la differenza, se le direzioni sono contrarie. Che però se il corpo urtante è eguale in massa all'urtato, che è in riposo, perde la metà della sua velocità, passando nell'altro l'altra metà. Se è maggiore, tanta solo ne perde, quanta ne dona; e tanta ne dona, quanta basti a trar l'altro in sua compagnia. Se  
è mi-

454 *Lettera del P.*

è minore, è maggiore ancora la sua perdita; e se è troppo minore, quando c'entri elasticità, la quale raddoppia il guadagno nell' uno, e la perdita nell' altro, non solo tutta la perde, perchè tutta la dona, ma di più gli è necessario passare dallo stato positivo al negativo, cioè invece di progredire, tornare addietro. Ne' quali tutti e quattro casi, e in ogni altro immaginabile ancora sempre sussiste la legge, ogni qual volta che si misuri la forza dalla sola velocità, e non dal suo quadrato, nel qual caso non sempre sussisterebbe. Ed ecco il caso:

Sia il corpo di massa  $1$ , di velocità  $1$ , che vada ad urtare nel corpo di massa  $1$ , di velocità  $0$ . La forza prima dell'urto (detta la massa del primo  $M$ , e del secondo  $m$ , la velocità del primo  $V$ , del secondo  $v$ ) farà  $MV=I$ . Dopo l'urto ho la velocità nei due corpi distribuita nel quoziente, che risulta dividendo la forza per le due masse, la quale farà  $MV : (M + m) = 1 : 2$ . Questa velocità moltiplicata

*D. Gianfran. Baldini:* 455

ta per la massa del primo mi dà la sua forza =  $(M V : (M \dagger m)) M = (1 : 2) 1 = 1 : 2$ , la quale è la metà della prima forza, e moltiplicata per la massa del secondo mi dà medesimamente  $(M V : (M \dagger m)) m = 1 = 1 : 2$ ; le quali due metà sommate  $1 : 2 \dagger 1 : 2$  mi restituiscono dopo l'urto la forza prima dell'urto, che era  $M V = 1$ . Ma pigliando i quadrati delle velocità verrei ad aver dopo l'urto la metà della forza prima dell'urto, perchè  $(M V : (M \dagger m)) M = (1 : 4) 1 = 1 : 4$ ; ed  $(M V : (M \dagger m)) m = (1 : 4) 1 = 1 : 4$ . Ma  $1 : 4 \dagger 1 : 4 = 1 : 2$ . Dunque ec. Dunque la forza non debbe stimarsi dal quadrato della velocità, ma dalla sola velocità.

Che se pur torna l'istessa forza dopo l'urto, che prima, pigliandone la stima dal quadrato della velocità, questo non nasce, perchè la forza consista in un tal quadrato; ma perchè dovendo necessariamente in vigor della legge essere la medesima la forza e prima dell'urto, e dopo, se per aver la prima si pigliò  
il

456 *Lettera del P.*

il quadrato della velocità, fa di mestieri pur pigliarlo per aver la seconda uguale alla prima. Per l'istessa ragione se si misura, come ad altri piace, la forza prima dell'urto dalla discesa del comun centro di gravità dei due corpi, che anno da urtarsi, val a dire dal quadrato della velocità, essendo la discesa regola della salita, s'avrà pure nella salita del medesimo centro la misura della forza dei medesimi dopo l'urto.

Ma trattandosi di velocità uniforme, veggio parimenti gli oppositori accordarsi nella verità della Proposizione. E di fatto il chiarissimo Wolfio (a) dimostrando nella Meccanica il teorema 72., che la percossa perpendicolare sta all'obliqua, come il seno totale al seno dell'angolo dell'incidenza, per necessità misurar debbe la forza dalla sola e semplice velocità, e non mai dal suo quadrato.

PRO-

( a ) *Elementa Mathes. Univ. t. 1. pag. 675.*



*D. Gianfranc. Baldini.* 457

PROPOSIZIONE III.

*Le Forze vive stanno in ragione composta della semplice della masse, e della semplice delle velocità, comunque piglinsi o variabili, o uniformi.*

**T**utta la difficoltà batte la forza di que' corpi, che si muovono con velocità, che non si mantiene uniforme. Ma a mio avviso la difficoltà si dilegua, tostochè si rifletta, che è sempre uniforme la velocità, da cui piglia sua stima la forza. La forza movente si debbe stimare nell'atto della percossa, cioè in quel punto indivisibile di tempo, in cui la velocità non è capace di più o meno. Io cerco con qual forza un corpo ne urta un altro, ovvero giunto al termine della sua discesa ha da salire. Non ho io da far caso della velocità, che ha quel corpo prima dell'urto, la quale per avventura sarà in sempre ricevere nuovi aumenti, come se il corpo si mova

*Opuscoli Tom. IV. V dall'*

458 *Lettera del P.*

dall'alto al basso; nè meno della velocità, che avrà dopo l'urto, la quale andrà rallentando, massimamente esercitandosi dal basso all'alto; ma puramente di quella, che ha il corpo nel momento dell'urto, o nell'ultimo punto della sua discesa, la quale per conseguenza è tale e tanta, e non più, nè meno, tutta unita e raccolta con la massa del corpo, per rispignere quel corpo, che alla sua direzione si opponga; o per far salire il suo, fin dove lo porti l'impeto acquistato nella discesa. Dunque dalla velocità costante, e non dalla variabile si debbe stimare la forza. Dunque l'idea della forza non consiste, che nel fatto della velocità nella massa.

Il che più evidentemente, che dalla ragione, refterà dall'esperienza provato; conciossiacosa che in linea fisica assai miglior giudice sia il senso, che la ragione.

Sia la bilancia *AB* (*Fig. 1.*) sostenuta dal piedestallo *P*, e sia l'estremità *B* caricata del peso *p*, d'una libbra, impedito il suo discendere dal  
so-

*D. Gianfran. Baldini.* 459

sostegno S guernito della lamina e-  
 lastica L, la quale forzatamente te-  
 nuta tesa dal bottoncino b al m eno-  
 mo scotimento del braccio B scocchi,  
 ed al primo stato ritorni. Penda dall'  
 anello a un filo di ferro, e stia a  
 piombo applicato, e teso contra il  
 terreno t, in parti uguali diviso,  
 che passi per l'estremità forata A,  
 e per cui liberamente scorra il peso  
 M, acciocchè cadendo eserciti la  
 sua percossa sempre contra l'istessa  
 parte dell'impedimento A. Egli è  
 certo, che se il corpo M cadendo  
 dall'altezza, alza il peso p, d'una  
 libbra; per alzare il peso di due  
 libbre, bisogna che cada dall'altez-  
 za 4, quadrupla della prima; e per  
 alzare il peso di tre libbre, che ca-  
 da dall'altezza 9, noncupla della  
 prima. Ma come stanno le resisten-  
 ze, così stanno le forze necessarie  
 per superarle. E le resistenze stan-  
 no, come i pesi 1, 2, 3; dunque  
 anche le forze staranno come 1, 2,  
 3. Ma le altezze stanno come 1,  
 4, 9, e le velocità come le radici  
 delle altezze 1, 2, 3. Dunque le

460 *Lettera del P.*  
 forze non si misurano dai quadrati  
 delle velocità, ma dalle sole e sem-  
 plici velocità.

Si piglino in secondo luogo le al-  
 tezze 1, 4, 9 ec. quadrati dei nu-  
 meri 1, 2, 3 ec., e da quelle si  
 lasci cadere un corpo sferico molle,  
 onde si ammocchi per la percossa,  
 o rigido ed elastico, che si unga  
 di sevo, o di alcun colore si tinga,  
 perchè lasci il suo vestigio impron-  
 tato sopra il piano d'un bianco mar-  
 mo, o d'un'ancudine di ferro. I  
 vestigi e le ammaccature corrispon-  
 deranno certamente ai numeri 1, 2,  
 3, e non mai ai loro quadrati 1,  
 4, 9. Poichè cadendo il globo AB  
 (*Fig. 2.*) dall'altezza 1, la porzione  
 sferica CAC si schiaccierà, formando  
 il piano circolare C1C, ed il pun-  
 to A retrocederà in 1. Cadendo  
 dall'altezza 4, si formerà della por-  
 zione sferica DAD il primo circola-  
 re D2D, il punto A rientrando in  
 2. E cadendo dall'altezza 9, s'averà  
 della porzione sferica EAE il cer-  
 chio E3E, ed A passerà in 3.  
 Dunque schiacciandosi la porzione  
 sfe-

*D. Gianfran. Baldini.* 461

sferica  $CAC$ , e formandosene il cerchio  $C_1C$ , la corda  $CA$ , la quale, trattandosi di differenza appena sensibile, si può pigliare per l'arco sotteso  $CA$ , diventerà raggio del cerchio  $C_1C$ .

Ma i cerchi stanno come i quadrati dei loro raggi: dunque il cerchio  $C_1C$ , che ha per raggio la corda  $CA$ , abbassatosi il punto  $A$  in  $1$ , sta al cerchio  $D_2D$ , che ha per raggio la corda  $DA$ , abbassatosi il punto  $A$  in  $2$ , come il quadrato della corda  $CA$  al quadrato della corda  $DA$ . Ma ancora la parte  $A_1$  del diametro  $AB$  sta alla parte  $A_2$  del medesimo diametro, come il quadrato della corda  $CA$  al quadrato della corda  $DA$  per la proprietà del cerchio, per cui la  $CA$  è mezzana proporzionale tra la parte del diametro  $A_1$ , e tutto il diametro  $AB$ . Dunque li cerchi  $C_1C$ ,  $D_2D$ ,  $E_3E$  delle ammaccature, o dei vestigi stanno precisamente come  $1, 2, 3$ , cioè come la velocità  $1, 2, 3$ , che sono le radici delle altezze  $1, 4, 9$ , e non mai come le

altezze, che sono i quadrati delle velocità.

Ma nulla avrei finora ottenuto, se non rispondesti alle ragioni, colle quali il lor parere difendono gli oppositori.

1. I corpi, che discendono, acquistano forza tale, per cui giungono a misurare con la salita la lor discesa. Dunque non si può meglio pigliar la stima della lor forza, che dalle altezze, alle quali salgono, spedendosi la salita sotto il tempo medesimo della discesa. Sicchè le forze di due corpi scendenti da differenti altezze, ed ascendenti pure ad altezze differenti, ma alle prime rispettivamente uguali, staranno tra loro in ragione composta della semplice delle masse, e della duplicata delle velocità.

2. Si lasci cadere una palla di piombo da varie altezze entro un vaso ripieno o di creta molle da vasi, o di sevo soffreddo, o di checchè altro morbido e cedente. Le immersioni della palla corrisponderanno precisamente nelle loro differenti profon-

*D. Gianfran. Baldini.* 463

fondità alla differenza delle altezze, da cui discende. Dunque le forze cagioni delle immersioni debbono stimarsi dalle altezze, cioè a dire dai quadrati delle velocità.

3. Si mova il globo C (*Fig. 3.*) obliquamente contra la molla L con la velocità  $CL = 2$  sotto l'angolo CLP di 30. gradi, di cui seno è  $CP = \frac{1}{2} CL = 1$ . Basti la velocità 1 a piegare la molla L. Il moto per CL si risolve ne' due collaterali CP, PL. Piegata la molla L, e spenta la velocità CP resterà la velocità  $PL = V_3$ . Prolungata PL in M fatta  $LM = PL$ , ed immaginata in M altra simile molla postata sotto l'angolo MQL, di cui seno sia  $LQ = CP = 1$ , piegherà il globo la molla M, perduta la velocità LQ, e conservata la velocità QM. Prolungata QM in N, e fatta  $MN = QM = V_2$ , e immaginata in N altra simile molla sotto l'angolo MNR semiretto, onde MR sia  $= CP = 1$ , s'impiegherà la velocità MR nel piegare la terza molla N, e rimarrà la velocità e direzione  $RN = 1$ , con cui piegata con ur-

V 4 to

464 Lettera del P.

to perpendicolare la molla O, refterà eftinto ogni moto. Dunque la forza del globo c fu tale, che potè piegar quattro molle, per piegar una delle quali richiedeafi velocità 1 metà della prima, che era 2. Dunque effendo il numero delle molle piegate quadrato del numero de' gradi della velocità, fegue, le forze de' corpi uguali effere in duplicata ragione delle velocità. Difcorfo ingegnoso del Bernoulli appreffo il Wolffio. (a)

4. Ne' fluidi la forza fi ftima non dalla velocità, ma dal fuo quadrato: dunque ancora ne' solidi.

Rifpondo al primo argomento, e dico: Egli è vero per la pofizione 1, che fe il corpo ha fcorfo lo spazio 1, fcendendo nel tempo 1 con la velocità 1, scorrerà pure lo spazio 1 falendo, nel tempo 1 con la velocità 1. E divifo il tempo in due parti uguali, e lo spazio in quattro, nel primo tempo scorrerà fcendendo lo spazio 1, nel fecondo lo spazio 3, cioè.

(a) Elementa Math. Univerfa tom. 2. num. 275.  
Pag. 594.



*D. Gianfran. Baldini.* 465

cioè nel tempo 2 lo spazio 4, acquistata la velocità 2; e risalendo nel primo tempo, camminerà lo spazio 3, e nel secondo lo spazio 1. Ma non è già, che la forza non sia proporzionale alla velocità. La velocità acquistata nello scendere scorrendo lo spazio 1 nel tempo 1, non porta il corpo a salire nel tempo 1 lo spazio 1, ma lo spazio 2 per la posizione seconda. E la velocità acquistata nello scendere scorrendo lo spazio 4 nel tempo 2, non lo riporta a salire entro l'istesso tempo lo spazio 4, ma lo spazio 8. Dunque la forza è proporzionale alla velocità. Che se nel tempo 1 non si sale lo spazio 2 con la velocità 1, e nel tempo 2 con la velocità 2 non si risale lo spazio 8, non è questo difetto della forza, ma effetto del contraniso della gravità del corpo a salire, a debellare il quale debbe una parte della forza impiegarsi. Onde le altezze de' corpi risalenti non esprimono le forze intere, nè sono gli effetti totali delle medesime, ma sono gli effetti di quel, che resta di forza nel corpo dopo l'a-

V 5

per.

## 466 Lettera del P.

perdita fattane nel vincere la gravità del medesimo; la qual gravità sempre operando, nel primo tempo allo spazio 4 toglie 1, e nel secondo toglie 3. Ma da quest' azione della gravità prescindendo, noi vediamo bene, e spazj e velocità essere nella medesima ragione. Nel tempo 1 con velocità 1 si scorre spazio 2, e nel tempo 1 con velocità 2 si scorre spazio 4. E non è che mettere la quistione nel suo vero stato, cercar la stima delle forze semplici, non delle complicate, come sono le accelerate, o ritardate; come a questo intendimento saggiamente avvertiscono gli Accademici delle Scienze di Parigi (a) all'anno 1721.

Che però scendendo un grave pel piano inclinato AC (*Fig. 4.*) giunto al piano orizzontale, e per quello continuando a moversi con la velocità acquistata nella caduta, camminerà entro tempo uguale a quello della caduta lo spazio CD doppio di BC seno dell'angolo dell'inclinazio-

ne,

( a ) *Histoire de l'Academie Royale des Sciences annuée MDCXXI. pag. 106. Amsterdam 1725.*

*D. Gianfran. Baldini.* 467

ne, dal qual seno, come insegna il dottissimo P. Abbate Grandi (a) piglia sua misura la velocità finale della discesa. Perchè risolvendosi la velocità AC nelle due collaterali AB, BC, viene a spegnersi la AB perpendicolare al piano BD, impiegandosi tutta nell'urto, e sola resta la BC al detto piano non opposta, con la quale continua il grave la sua direzione, e il suo moto.

E qui è da notarsi l'errore, e la cagione dell'errore del per altro avvedutissimo Leibnizio. Prese egli a distinguere tra forza e quantità di moto, per forza pigliando il fatto del corpo nell'altezza, da cui discende, e per quantità di moto il fatto del corpo nella velocità, che acquista scendendo, ragionando in questa guisa. Ugual forza, per Cartesio, richiedesi a sollevare il corpo 1 all'altezza 4, che il corpo 4 all'altezza 1; dunque le forze stanno in

V 6 ra-

---

(a) Note al trattato del Galileo del moto naturale accelerato. Opere di Galileo. Firenze 1718 t. 3 pag. 409.

468 *Lettera del P.*

ragione composta delle altezze , e delle masse . All' incontro , per Galileo , il corpo 1 scendendo da altezza 4 acquista velocità doppia dal corpo 4 scendente da altezza 1 , essendo le velocità acquistate le radici delle altezze scorse . Io moltiplico 1 per 2 , e 4 per 1 , ed ho i prodotti differenti 1 , e 4 . Ma i prodotti delle masse nelle altezze , i quali mi esprimevano le forze , erano uguali , e i prodotti delle masse nelle velocità sono disuguali . Dunque questi non esprimono le forze , ma la quantità del moto .

Egli è verissimo , quanto si espone nel primo e secondo caso ; ma non è vero indi inferirsi diversità tra forza , e quantità di moto , bensì inferirsi diversità tra la forza movente del primo caso , e quella del secondo . Nel primo le forze sono uguali , perchè si tratta di forze equilibrate , cioè di forze morte di due corpi applicati alla estremità della libbra , le distanze de' quali dal punto di sospensione sono proporzionali alle masse . Che però dovendo il corpo 1  
de

*D. Gianfran. Baldini.* 469

descrivere l'altezza 4 sotto il medesimo tempo, in cui il corpo 4 descriva l'altezza 1, vengono ad avere in ambedue i corpi forze uguali espresse ne' prodotti uguali; e di tal principio si valse Cartesio per istabilire la legge generale di tutte le macchine. Ma nel secondo caso le forze sono affatto differenti da quelle del primo, essendo forze vive, le quali si esercitano, l'una indipendentemente dall'altra, e delle quali si debbe far il confronto appunto, come insegna Galileo, moltiplicando le masse nelle velocità, che stanno in ragione sottoduplicata delle altezze. Che però stando nel caso, la forza del corpo 1 scendente dall'altezza 4 non è uguale alla forza del corpo 4 scendente dall'altezza 1, ma sottodoppia, impiegando il primo doppio tempo del secondo ad acquistare la sua velocità: che se ambedue spedissero la loro discesa sotto il medesimo tempo 1, la forza del corpo, farebbe sottoquadrupla della forza del corpo 4; e perchè il corpo 1 giugneste ad uguagliare la forza del

cor-

## 470 Lettera del P.

corpo 4 scendente dall' altezza 1, farebbe d' uopo, ch' esso scendesse dall' altezza 16, impiegando il tempo 4; come abbiám veduto nell' esperimento primo, in cui il corpo che vince la resistenza del peso 1, cadendo dall' altezza 1, fa di mestieri, che cada dall' altezza 16, per vincere la resistenza del peso 4.

Al secondo la risposta è la medesima, che al primo; col solo divario, che nel primo caso l' impedimento, o scemamento della forza nasce dalla gravità del corpo, che ripugna a salire, e nel secondo dalla resistenza, che oppone il mezzo molle a ritirarsi da quel luogo, ond' è scacciato.

Al terzo io dico, che se il corpo supposto moverfi per la CL (Fig. 3.) con 2 gradi di velocità urtasse perpendicolarmente la molla, per cui piegare basta un grado solo, la piegherebbe, nè a lui rimarrebbe, che un altro grado per piegare un' altra molla simile alla prima, e similmente postata. E così due gradi di velocità arebbono forza di piegar due mol-

*D. Gianfran. Baldini.* 471

molle, ognuna delle quali con un sol grado si piega. Ma trattandosi di urto obliquo, la velocità CL risolta nelle due collaterali non è più di 2 gradi, come si suppone, ma altra è CP d'un grado, ed altra PL di  $V_3$ . Onde spenta la CP d'un grado, resta la PL tanto maggiore della CP quanto  $V_3$  è maggiore di 1. Medesimamente la velocità LM perpendicolare sarebbe solo  $V_3$ , ma risolta nelle velocità collaterali altra è  $LQ = CP = 1$ , che resta estinta nel piegare la seconda molla, ed altra è  $QM = V_2$ , la quale parimenti risolta nelle collaterali  $MR = 1$ ,  $RN = 1$ , ed elisa nella MR in piegare la terza molla, è sufficiente colla RN perpendicolare a piegare la quarta in O.

Nè è da maravigliare, che la somma delle forze o velocità componenti sia sempre maggiore della forza o velocità composta; poichè le componenti venendo rappresentate dai due lati del parallelogrammo, e la composta dalla diagonale, troppo è evidente, i due lati piglia-

ti

ti insieme essere maggiori della diagonale. Ben'è maraviglia recar dovrebbe, che chi trovò l'argomento, a questo non riflettesse, e facesse la velocità 2 capace di sforzare la resistenza 4, quando nel risolvere la velocità ne' suoi componenti non si ha più velocità 2, ma velocità 4, poichè  $CP + LQ + MR + NO = 4$ .

La quarta ragione è da me posta per fortificare la mia proposizione, non per indebolirla. Appunto ne' fluidi la forza è il prodotto della velocità nella massa, per questo stesso, che misurar si debbe dal quadrato della velocità. Poichè crescendo la massa del fluido a misura, che cresce la velocità, come primo di tutti osservò il P. D. Benedetto Castelli (a) non ultimo onore della mia patria, si de' pigliare la misura della sua forza non dalla semplice ragione della velocità, ma dalla duplicata; non perchè in tal ragione crescano i gradi della velocità nell'istessa massa

(a) Della misura dell'acque correnti. Bologna  
MDCCLX.



*D. Gianfran. Baldini.* 473

di fluido, ma perchè nella massa crescono nuove parti di fluido nella ragione, in cui crescono i gradi della velocità. Onde se il fluido di massa 1, velocità 1 rompe la resistenza 1, con la velocità 2 cresciuto alla massa 2 romperà la resistenza 4; tornando sempre il medesimo, che l'idea della forza si abbia nel fatto della velocità nella massa. Il che fu mio intendimento di provare.

A me pare, che nulla più resti da replicare nella presente causa. L'approvazione di V. E. darà peso di decisione al mio parere; e finiranno di tenersi più divisi i sentimenti di coloro, i quali per altro sono perfettamente d'accordo nel giusto ed onorato fine di rintracciare la verità. Questo certamente esser l'unico fine, come di tutti i miei studj, così di questa mia scrittura, a V. E. è ben noto, la quale per tanto tempo mi ha tollerato direttore delle virtuose sue applicazioni, come in oggi il motivo di pubblicarla è stato in gran parte quello di fare pubblicamente conoscere la venera-

zio-

474 *Let. del P. D. Gianf. Bald.*  
zione e la stima, che a V. E. pro-  
fesso, e la passione e zelo, con cui  
sono

Di V. E.

Roma l. Aprile 1728.

*Devotifs. ed Oblig. Servidore*  
D. Gianfran. Baldini C. R. S.

LET-