IN GEOMETRIA MALE RESTAVRATA AB AVTHORE A. S. L. RIMÆ DETECTÆ

A

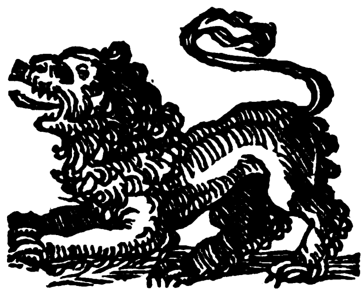
PETRO PAVLO CARAVAGIO MEDIOLANENSI.

ACCESSIT INDEX ERRORVM

ANTONII SANCTINII

IN APPENDICE INCLINATIONVM.

CVM PRIVILEGIO.



MEDIOLANI, MDCL.

Ex Typographia Ludouici Montiæ ad Plateam Mercatorum.

De consensu Superiorum.

ILLVSTRISSIMO DOMINO

COM. BARTHOLOMÆO

ARESIO

A secretiori Cõsilio Philippi IV. Maximi Hispaniarum Regis, & in Mediolanensi Ducatu Reddituum Ordinar. Præsidi.

Se se, atque ista dedicat, & consecrat

PETRVS PAVLVS CARAVAGIVS.

TIBI, cuius amplissimis consilijs, cogitationibusq; quidquid ad publicam nostram vtilitatem spectat creditum est, hęc, quæ publicæ vtilitati scribo; dono, & dico; non vt celeberrimi nominis tui splendori aliquid addam; neq; vt nomini meo famã pariam, sed ne illibato Geometriæ candori officeretur, cum nihil sit perniciosius, quàm ſi ea, quę pro publica vtilitate inſtituta ſunt, nonnullorum malitia, aut ignorantia corrumpantur. Vix enim quidquã reperiri poteſt Geometria conducibilius, ſiue pacem ſpectes, ſiue bellum. Hæc cæteras moderatur artes, ab hac terreſtris, & naualis Architectura dirigitur; ab hac pendet omnis menſuræ ponderumque ratio, & cum pondere, & menſura omnis commutatiua, & diſtributiua iuſtitia. In bello verò quis ſine Geometria poſſet tormenta inuenire, fabricare, ac dirigere, exercitus ducere, & ordinare, caſtrametari, oppugnare, propugnareue arces, ac vim hoſtium, impetumque propulſare? Geometria corrupta, cætera, quæ inde oriuntur corrumpi neceſſe eſt. Hinc eſt, vt cum ipſam nonnullorum ignorantia male acceptam, & fœdatam viderim, priſtino illam candori reſtituere, maculas abſtergendo neceſſarium duxerim, & ſub

nobi-

nobilissimæ familię tuæ stemmate, alarum scilicet tuarum vmbra, collocare, non, vt ab imperitorum contumelijs secura quiescat, sed vt auspicijs tuis nutrita magis crescat in dies, & ob Musarum cultum pristinum redeat Italię decus cæteris Nationibus demandatum. Quod non minus Vniuersis maximè vtile, quam nomini tuo gloriosissimum, ac celeberrimũ futurum esse existimo. Et certus, me non surdo numini vota mea nuncupare, te primum inter Mortales elegi, quem nostra Mathesis salutaret, quia non alium agnoui, qui adeò nobilis, adeò vtilis scientię promouendę Arbiter esse possit; nec alium, quem ego colam impensius. Atque sanè spero me, qui ad Mathesim promouendam te nunc inuito, semel futurũ eiusdem à te promotę Præconem, si mens mea, domesticis curis aliquantisper explicita, proprio poterit genio indulgere.

Interim

Interim faue ſtudio, & conatui meo, & hoc munus, leuidenſe quidem illud, ſed tamen debitum tibi accipe ea fronte, qua ſoles ea, quæ publico bono nata ſunt, accipere. Sic enim ſpero, hoc meæ erga te obſeruantiæ teſtimonium non futurum eſſe contemptui. Vale.

Die 26. Nouembris 1649.

SUprascriptum Opus, cui titulus est. In Geometria male restaurata &c. Reuerendissimus P. Inquisitor Mediolani curauit esse reuidendum, vt si quid in eo, quod Catholicæ Fidei aduersetur, repertum fuerit, omnino ab eo dematur.

Franciscus Cuccinus Magist. & Inquisitor Generalis Mediolani &c.

IVssu Reuerendiss. Patris Inquisitoris Generalis Mediolani, præsens Opus vidit, & approbauit Fr. Cabrius Zacchæus Sacræ Theologiæ Magister, & eiusdem Reuerendiss. Patris Inquisitoris Modoetiæ Vicarius. Cum nihil in eo repererit, nec contra Fidem, nec contra bonos mores.

Imprimatur.

Fr. Franciscus Cuccinus Magister, & Inquisitor Generalis Mediolani &c.

Io. Paulus Mazuchellus pro Eminentiss. D. Cardinali Archiep.

Comes Maioragius pro Excellentiss. Senatu &c.

IN GEOMETRIA Malè Restaurata

AB AUTHORE A. S. L.

RIMÆ DETECTÆ A PETRO PAVLO CARAVAGIO MEDIOLANENSI.

SCire omnibus vtile est, tàm priuatis Hominibus, quàm publicis: publicis verò etiàm necessarium, cum ipsis non sibi tantùm, sed publicæ vtilitati sit sciendum. Quare, quicunq; publicas res aliqua ex parte administrant, non eo suspiciendi sunt nomine, quòd opulentis stipendijs conducti, summis fungantur muneribus; sed, quòd ità scientijs sint instructi, vt constituta stipendia promereri, & suo possint muneri satisfacere. At quorsum hæc? exaggerata fama de Alexandri Campioni in Mathematicis doctrina, sinuosis Insubrici Cæli anfractibus repercussa, auribus meis insonuit. Audiui de illo prædicari, quòd in Hispanorum Exercitu maioris Mathematici nomen gereret, & munus; quòd primum inter militares Architectos gradum teneret; quòd singulis mensibus centum quinquaginta coronatis mercedis loco donaretur. Hinc ingens tàm celebris Viri conueniendi, & arctam cum eo amicitiam iungendi, ac colendi, desiderium animo meo incessit. Ansam quæsiui, inueni, & arripui, videndi chorographicam quandam descriptionem oppugnatæ à Gallis Cremonæ, & ab Inuictissimo Duce Marchione de Caracena defensæ. Virum conueni, qui cognito desiderio meo, volumen explicauit, mihiq; tabulam videndam exhibuit, in qua, tùm Gallica Cremonæ oppugnatio, tùm Hispanica repugnatio omnibus numeris ichnographicè depicta conspiciebatur; laudaui accuratam Viri diligentiam, colorum varietatem, oculis illecebras facientem: Dein ad geometricas speculationes sermones flexi (quod vnicum obiectum ad tantum Virum inuisendum me mouerat) incidère in fabulam recentiores Mathematici, nominibus potiùs, quàm doctrinis, inter quos verè nostri sæculi Archimedes Franciscus Vieta. Ex huius nomine occasionem sumpsit interrogandi, quid mihi de quodam libello videretur, cui titulus.

Supplementi Francisci Vietæ, ac Geometriæ totius instauratio Authore
A. S. L.

IMpresso Parisijs anno 1644. in quo Deliaci Problematis de cubi duplicatione Geometrica solutio exhibetur, cum propositione 21. problemate 17. doceat.

Duas Medias inter extremas lineas in serie quatuor proportionalium Geometricè reperire.

REspondi maximum esse promissum, & vniuerso Mathematicorum cœtui exoptatum, cum in hoc problemate hucusq; tot præclarissima Eruditissimorum Virorum ingenia desudarint, & frustra, quotiescunq; à mechanicis organis, solidis, aut linearibus demonstrationibus, hoc est conicis sectionibus, ellipticis, hyperbolicis, parabolicis, spiralibus, quadratricibus, & similibus lineis discesserunt: Sed huiusce libelli Auctorem in hac propositione, non demonstrationem construere, sed in paralogismum incidere, dum sumit pro medio id, quod est probandum, & non probat, nec axioma est ita patens lumine naturæ, vt non egeat probatione. Hæc mihi asserenti graui supercilio obiecit auctoris sibi amicissimi nomen, mihi iam cognitum (quod, cum auctor ipse suppresserit, & ego nunc supprimo) & cum nomine, quasi meam temeritatem exprobrans, auctoritatem, & munus, quo, magno ære conductus, in Amplissima Orbis Terrarum Vrbe nunc fungitur. Indicaui paralogismum, qui consistit in quadam linea, quam dicit alteri lineæ esse parallelam, sed non probat; adiunxi, hoc idem me per intimum mihi, & amicitia, & beneuolentia Equestrem Virum, ipsimet auctori tribus abhinc annis indicasse, cum imperfectam demonstrationem perfici exoptarem potius, quàm Auctorem

rem conuincere paralogismi. Sed præter dilationes, donec nouum quoddam ab ipso ederetur opusculum, aliud obtinere non potui. His dictis aliò verba contorsi, paucisq; sermonibus habitis salutato tàm celebri, tàm erudito Viro, tandem discessi.

Sequentibus diebus, cum mihi animus, ac mens tota extrà geometricas contemplationes, quantitatis mensuras, proportionesq; vagaretur, occurrunt vndique Campioni, & Amici, & Alumni, significantes, illum hanc in arenam descendisse, vt, aut me de calumnia argueret, aut laboranti demonstrationi succurreret. Quibus ego, Campionum, ea si præstaret, optimè de vniuersa Geometria, ac de vniuerso Mathematicorum cœtu meriturum; neque mihi fore diuidiæ, publicum ob bonum calumniæ conuinci; nàm quæ calumniæ meæ debebitur pæna, erit doceri (quod vnum exopto) vt vtar animo perfectiore; neque ignorantiam meam confiteri erubesco; nam quod scio, mihi scio, quod ignoro, mihi ignoro, & eodem tempore, quo ignoro, insipientiæ meæ pœnas luo; & scientiæ, aut ignorantiæ meæ soli Deo, & mihi sunt rationes reddendæ: publicis autem Viris, non solum Deo, & sibi, sed etiam hominibus, reddendæ sunt, maximè si discere erubescant. Interea Mediolanum se contulit Doctissimus Vir Ioannes Baptista Drusianus publicus in Ticinensi Gymnasio Mathematicæ professor, à quo in nonnullis congressibus cum ipso habitis, dùm Mediolani versaretur, iterum, atque iterum accepi, Campionum firmissimis, vallidissimisq; demonstrationibus ex Euclidis Officina desumptis armatum, prædictæ demonstrationis tutelam suscipere,& gloriari se posse facile à paralogismo vindicare Auctorem, cum id, quod probandum restat, tàm facilè ex primis Euclidis elementis exurgat, vt non sit demonstrationis, sed ignorantiæ defectus, Subieci, iam iam videbimus Campionum in Nundinis spatiantem, vt Pythagorico exemplo centum boues mercetur, quos immolet pro tanto inuento; addens, quid sibi de hac re videretur, tùm ille, se cursim cognouisse, Campioni argumenta inniti Euclidis demonstrationibus; vtatur verò illis, an abutatur, se non posse tàm temerè dijudicare. Hæc dicta me ad reuisendas libelli propositiones excitarunt, non vtique, vt, Alexandri Campioni Mathematici Maioris exemplo. laboranti problemati succurrerem; fateor enim meas vires tanto operi pares non esse, cum ego potiùs, quàm oleum, & operam perdere, satius ducam, assentiri carminibus celeberrimi Viri Francisci Vietæ canentis.

Lege Geometrica quisquis duce construit, vnum
Ad duo, quæ data sunt puncta, capit medium.
Sed medium duplex illum reperire necesse est,
Quem mouet augendi fabrica iussa Cubi.
Tu numerare potes, numerosq; resoluere? binis
Soluere de medijs arte Problema potes.
Septa Geometræ non egressurus, id ipsum
Tentas? in vanum te, miser, excrucias.
Quæ caussa? an illa hæc ars est præstantior arte?
Quodq; potest numerus, linea nonne potest?
Est data principium numeri monas, illius omnes
Ad numeros ratio est nota subinde datos.
Sed nulla est ex se data linea, quæque relata est,
Quod punctum sola mente subest minimum.
Sic, cum principium mensuræ circulus extet,
Ponitur ad radium quemlibet ille datum.
Qui verò exercet numeros, malè collocat horas,
Si rectum curuo conciliare studet.
Nempe est ad minimam cycloides linea rectam,
Ad monadem sicut maximus est numerus.
Infinita Dei vis non datur, vt datur vnus,
Nec punctum est Cœli terra quod omnis habet.
Hæc ego perpendens mysteria Numinis alti,
In Scirpo nodum quærere non statuo.

Sed potiùs, vt viderem: si quid esset in dicto libello, quod venustate, quod nouitate, quod vtilitate sua prædictæ propositionis notam tegeret, locumq; permitteret excusationi illi, Quandoque Bonus dormitat Homerus; sed quot vidi propositiones, tot inueni paralogismos: sunt enim viginti quinque propositiones, & non plures, vigintiquinque paralogismis, immò multò pluribus, innixæ. Quod omnibus manifestum fieri è re publica esse censui, ne cæcutientes Geometræ, ob typorum auctoritatem, in eundem errorem traherentur; quod de peritis Geometris non est dubitandum, quibus iam cognitos esse huiusce libelli paralogismos scio; cum quilibet, qui animaduertere velit, licet non nisi mediocriter in Mathematicis versatus, cognoscere possit; Sed ne imperitorum turba laberetur, maximè cum viderim oculis Campioni à propositionibus illis obiectam glaucomam, vt cæco monstrante viam cum ductore licet admonitus videatur velle in foueam cadere.

Sed

Sed ad rem, libellumq; redeamus. Qui nuncio omnibus machinamentis Antiquorum remisso, ac simul Vietæo Postulato expulso (ò audax dictum) aggreditur illa construere ijs tantum, quæ communis Euclidea Schola amplectitur, admissis principijs, quæ hucusq; vndecim Summi illi Artifices, Eudoxus, Plato, Hero, Apollonius, Diocles, Pappus, Sporus, Menechmus, Archytas, Eratosthenes, ac denique Nicomedes, vt videre est apud Eutocium in Commentarijs ad Archimedem de sphæra, & Cylindro, non ratione, sed instrumento tantùm constituerunt. Cuius libelli ordo est qualis ab Auctore in sua præfatione describitur, in hæc verba.

Opusculi itaque huius Ordo erit,

Vt per aliquot Problemata doceatur, quo pacto legitimè data recta linea inter connexum peripheria, & eiusdem circuli eductam diametrum, aptari possit, vt ad datum pertineat punctum.

Deinde breuiter construentur duo problemata à Marino Ghetaldo insoluta, in suo Variorum relicta.

Postea Diuisio tripartita anguli cuiuslibet succedet plani.

Istis adnectentur aliqua problemata Vieta in supplemento, & restituta per germanam constructionem dabuntur. Et ita totum illud supplementum intra leges Geometricas transferemus,

Heptagonum postea efformare monstrabimus, non vnica Methodo. Similiter, & Enneagonus delineabitur.

Vlterius noua, ac generali forma, non tantum angulus rectilineus tripartito, sed quintù, & septufariam; imò in quauis alia ratione, in qua circulum diuisisse constabit, dirimetur geometricè.

Præterea duas medias inter extremas in serie quatuor linearum, inuenire docebimus per plana geometricè: Vnde resultabit ipsamet efformatio Cubi in quacunq; ratione proponatur; Quod erit verè per Plana Antiquum illud, ac famosum Problema absoluere.

Et paucis additis finem Opusculi faciemus.

In septem igitur partes ab ipso auctore diuiditur opusculum, quarum prima, secunda, tertia, quarta, & quinta ferè tota, vnica tantum parte includi possunt, cum ad primam reducantur, in qua per aliquot problemata docet, *Quo pacto legitimè data recta linea, inter connexum peripheria, & eiusdem circuli eductam diametrum aptari possit, vt ad datum pertineat punctum.*

Hanc partem Auctor per sex problemata absoluit, quorum quodlibet nititur argumentis, in quibus est fallacia petitionis principij: Quarè

Quare non per syllogismos, sed paralogismos argumentatur, sed non probat.

Hæc pars, quam absoluit Vieta postulans ad supplendum Geometriç defectum sibi concedi A quouis puncto ad duas quasuis lineas, rectam ducere interceptam ab ijs præfinito possibili quocunq; intersegmento, absoluitur à Vitellione in sua Optica lib. 1. duabus propositionibus, quarum altera, quæ est centesima, & vigesima octaua, Geometricè, & per plana demonstratur; altera verò per Conica expeditur, quam effectionem esse geometricam minori cum culpa credit Bartholomæus Souerus lib. 5. proportionis curui, & recti, à Pappo dissentiens quàm hic noster Auctor, qui illam paralogizans ad geometricam formam reducere conatur. Et sanè vsque adeò para'ogismis indulget, vt ne quid esset in toto opusculo rectè demonstratum, illud ipsum, quod Vitellio geometricè ostendit, assumpto diuerso medio à Vitellione, non solum non probat, sed fallaciam construit, qua & ipse decipitur, & imperitos in sequentibus propositionibus decipit, quod, vt innotescat, Auctoris textum fidissimè ad verbum reddam diuerso charactere, vt distinguatur. Sit igitur.

Propositio Prima. *Problema primum.*

DAto in semicirculi peripheria, puncto, & linea externa; Hanc aptare inter eductam diametrum, & circuli connexum oporteat, vt ad punctum in peripheria datum pertineat.

Generale problema hoc illud est, ad quod synceriores Geometræ, alterius problematis solutionem de plani cuiuslibet anguli trisectione, in æquas referunt partes, vt à generibus longè extraneis permixtam expurgarent Geometriam.

Generale problema ad trisectionem anguli rectilinei cuiuscunq; in æquas partes, non hoc est, sed aliud generalius, nempe Vietæum postulatum, à quouis puncto ad duas quasuis lineas, rectam ducere interceptam ab ijs prẹfinito possibili quocunq; intersegmento. Nam illa angularis trisectio obtinetur etiam aptando lineam ęqualem semidiametro circuli dati, quæ intercipiatur inter concauam circuli peripheriam, & lineam à centro semicirculi eductam in duos quadrantes semicirculum diuidentem, vt ad datum in semicirculo punctum perueniat. Item aptando æqualem datæ inter duas rectas concurrentes, & indefinitè continuatas, vt demonstrabimus ad propositionem nonam huiusce libelli. *HA-*

Habet itaq; Symptomata non pauca, quorum opportuna magis, vt perspicacius concipiantur per distincta nos afferemus problemata. Cæterum deinceps methodo prorsus diuersa anguli plani trisectionem, & vlterius demonstraturi. Problema itaq; vt proponitur, diuersificari ex datis potest: vel quia externa linea maior, minor; aut æqualis exponatur semediametro circuli, & assignatum in peripheria punctum, in vertice quadrantis citra, vel vltra cadere potest.

Quod vniuersaliter proponit, determinat; & quot facit casus, tot constituit propositiones. Et cum faciat casus sex; tres respectu situs puncti in semicirculo, seu sit in quadrantis vertice, seu citra, seu vltra verticem; & tres respectu lineæ comparatæ cum circuli semidiametro, prout habeat proportionem, vel æqualitatis, vel maioris, vel minoris inæqualitatis, constituit demonstrandum in hac propositione, quando punctum est in quadrantis vertice, & data linea habet ad semidiametrum quamcunq; proportionem inæqualitatis, seu maioris, seu minoris: Nam ita format hypothesim. *Sit primo loco in dato semicirculo A B D punctum in quadrantis vertice D, & linea externa G, maior, aut minor semidiametro.* Fig. 3.

Quam hypothesim præcedere debuisset propositio hoc modo, quotiescunque tot propositiones faciendæ fuissent, quot facit casus, quod est frustratorium.

Dato in semicirculo puncto in quadrantis vertice, & linea externa hanc aptare inter eductam diametrum, & circuli conuexum, vt ad punctum datum pertineat, vel potius Vitellionis verbis vtendo propositione 128. lib. 1. suæ Opticæ.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto æqualiter distante à terminis diametri: possibile est ab eodem puncto ad diametrum eductam extra circulum ducere lineam rectam, quæ à circumferentia circuli extra circulum vsq; ad concursum cum diametro sit datæ lineæ æqualis.

Quod sequenti demonstratione docet, & addo demonstrationem, vt auctoris nostri paralogismi magis elucescant.

Esto data linea QE, & datus circulus B A G, cuius diameter GB, & punctum datum in circuli circumferentia æqualiter distans ab extremis terminis diametri sit A. Dico, quòd possibile est ab A puncto duci lineam vsque ad eductam diametrum G B, cuius pars à circumferentia circuli extra circulum, vsque ad concursum cum diametro, sit æqualis datæ lineæ QE. Ducantur rectæ AB & AG, quæ Fig. 1.

erunt

erunt æquales ex hypotheſi, & addatur lineæ QE linea talis, vt id, quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam, æquale ſit quadrato lineæ AG per præcedentem, & ſit adiuncta EZ. Quare QZ erit maior, quàm AG; & EZ minor. Producatur ergo linea AG, donec fiat æqualis QZ, & ſit AGC, & centro A diſtantia AGC fiat circulus, qui ſecabit diametrum BG productam, & ſecet in puncto D, & ducatur linea AD, quæ neceſſariò ſecabit circulum. Si enim non ſecaret, cum AG, & AB ſint æquales, eſſet parallela diametro. Secet ergo in puncto H, & ducatur linea GH, erunt quadranguli BAHG in circulo deſcripti anguli oppoſiti ABG, & GHA æquales duobus rectis. Sed angulo ABG æqualis eſt angulus AGB. Ergo angulus AGB cum angulo GHA æquabit duos rectos. Sed angulus AGB cum angulo AGD eſt æqualis duobus rectis: Angulus igitur AGD eſt æqualis angulo AHG, & erunt duo triangula AHG, & AGD ſimilia, cum angulus AHG ſit æqualis angulo AGD, & angulus HAG communis, reliquus HGA erit æqualis reliquo ADG, & conſequenter, vt DA ad AG, ità eſt AG ad AH; & rectangulum, quod fit ab extremis DAH erit æquale quadrato mediæ AG. Sed DA eſt æqualis AC, & AC æqualis QZ. Ergo DA eſt æqualis QZ. Sed quod fit ex QZ, in ZE æquale eſt quadrato AG per conſtructionem; & quod fit ex DA in AH eidem quadrato AG æquale, erit linea AH æqualis lineæ ZE, & linea HD æqualis lineæ QE, quæ eſt linea data à dato puncto ad concurſum diametri BG ſic producta, vt à diametro, & conuexa circuli peripheria intercipiatur. Quod faciendum erat.

Quæ demonſtratio tota germana eſt, & vera, geometricíſq; cancellis terminata: quia tamen longior videri poteſt, aliam faciliorem ſubdemus, quæ, vt pote recta, erit iuxta Ariſtotelem non ſolum menſura ſui, ſed etiã obliqui: ex illa enim fallaciæ auctoris detegentur.

Fig. 2. Sit data recta GH, & ſemicirculus ACB, cuius diameter AB, & centrum D, à quo perpendicularis erigatur DC diuidens ſemicirculum in duos quadrantes AC, & CB. Oportet inter eductam diametrum, & circuli conuexum aptare lineam æqualem datæ GH, itaut pertineat ad punctum C. Ducatur linea AC, quæ media proportionalis ponatur inter duas, quarum differentia ſit linea data GH, & ſit maius extremum inuentum GI, & minus extremum IH. Quare quod fit ſub GI, in IH erit æquale quadrato rectæ

AC

A C, & G I erit maior, quàm A C, & H I minor. Quare si interuallo G I, & centro C describatur circulus, secabit diametrum productam; & secet in F, ducta C F erit æqualis rectæ G I, quæ semicirculum secabit, nam aliter esset parallela rectæ A B. secet in E. Dico rectam F E esse æqualem rectæ datæ G H, & E C rectæ A I. Quia quadratum rectæ F C æquatur quadratis rectarum F A, & A C, vna cum duplici rectangulo sub F A in A D. idest rectangulo sub F A in A B. Sed rectangulum sub F A in A B vnà cum quadrato rectæ F A æquatur rectangulo sub F B in F A, erit rectangulum sub F B in F A, vnà cum quadrato rectæ A C æquale quadrato rectæ F C; idest rectangulo sub F C in C E, & rectangulo sub C F in F E. Sed rectangulo sub C F in F E æquale est rectangulum sub F B in F A. Ergo rectangulum sub F C in C E erit æquale quadrato rectæ A C; idest rectangulo sub G I in A I. Sed F C æquatur G I: ergo etiam E C æquabitur rectæ H I, & F E datæ G H. Quod erat demonstrandum.

Similiter construit auctor, sed ad demonstrandum diuerso, & duplici modo se præparat. Sequitur primus modus.

Sit primo loco in dato semicirculo A B D, punctum in quadrantis vertice D, & linea externa G maior, aut minor semidiametro. Oporteatq; à puncto D lineam ducere; itaut conueniens cum B A educta diametro, pars illa, quæ erit à conuexo circuli intercepta, fiat æqualis datæ lineæ externæ G. Ducatur linea A D; & hæc ponatur, vt media inter duas extremas, quarum differentia statuatur linea data G; & per lemma præmissum inueniantur extremæ, sitq; maior D F minor D E; & à puncto D ducatur linea D F, donec concurrat cum B A; sit concursus in F (quod autem conueniant necesse est: nam angulus F C D rectus est, F D C recto minor) & super D F scribatur semicirculus, in quo ponatur F H linea æqualis lineæ tangenti à puncto F circulũ A D B, & iunctis H E, D H. Dico, quod F E linea est æqualis datæ externæ G: In semicirculo namque F H D angulus H rectus est; & duo rectangula D F E, & F D E æquantur D F quadrato, sed rectangulum D F E æquatur quadrato lineæ F H. Ergo reliquum quadratum D H æquale remanet reliquo rectangulo F D E; & idem rectangulum F D E æquale fuerat quadrato lineæ A D. Ergo & lineæ A D, D H sunt æquales; & tres lineæ proportionales F D, D H, D E. Quare duo triangula, quæ habent circa eundem angulum F D H latera proportionalia; nempe triangulum F D H, & triangulum D H E, erunt æquiangula, & simi- Fig. 3.

 lia;

lia; & cum in triangulo F D H angulus F H D sit rectus; & alter angulus in triangulo D H E huic relatiuus, rectus erit; scilicet angulus D E H. Ergo trium proportionalium extrema sunt F D, D E; & illarum differentia fit F E. At earundem extremarum differentia in constructione fuerat linea G: ideò F E, & G erunt aequales. At F E pertinet ad datum punctum in circumferentia D; & factum erit, quod oportuit.

Hic demonstratur conclusio per propositiones, quæ non monstrantur, nisi cum hæc conclusio facta fuerit: vna enim ex propositionibus, quæ assumuntur, est rectangulum F D E, æquale esse quadrato lineæ A D, quod esse non potest, nisi quotiescunque factum sit, quod est faciendum; hoc est, nisi linea F E sit æqualis lineæ datæ G, quod, quando factum non sit, non amplius vera erit assumpta propositio, vt patet, si ponatur F E maior, vel minor data linea G.

Sit primo F E maior, quam G; erit D E plus F E maior, quam D E plus G; & idcircò rectangulum factum sub D E plus F E in D E maius rectangulo facto sub D E plus G in D E; Sed D E plus G in D E per constructionem æquale est quadrato lineæ A D. Ergo rectangulum sub D E plus F E in D E erit maius quadrato lineæ A D, & non æquale.

Sit secundo F E minor, quàm G, erit D E plus F E minor, quàm D E plus G; & idcircò rectangulum factum sub D E plus F E in D E erit minus rectangulo facto sub D E plus G in D E. Sed D E plus G in D E per constructionem æquale est quadrato lineæ A D. Ergo rectangulum sub D E plus F E in D E erit minus quadrato lineæ A D, & non æquale.

Hinc patet, vt rectangulum F D E æquale sit quadrato lineæ A D necesse esse lineam F E æqualem esse lineæ G, quod faciendum. Quare assumptæ propositiones probantur per conclusionem faciendam, quæ facta sit; & hoc argumentum est ex genere eorum, quæ non demonstrant propositum, & vt Aristotelis verbis loquar lib. 2. Prior. cap. 21.; & dicitur peti, quod in principio, cum demonstret per ea quæ nata sunt monstrari per id, quod demonstrandum. Veluti si A monstraretur per B, B autem per C, C autem natum esset monstrari per A. Accidit enim ita ratiocinantes ipsum A, per se ipsum monstrare, dicentes vnumquodque esse, si est vnumquodq; & ita omne erit per se ipsum cognoscibile, quod impossibile.

Neque vero defendere se potest auctor dicendo, iam ex constru-

ctione

ctione patere lineam FE esse æqualem datæ G. Nam licet sit verum, quod prius posuerit lineam FE æqualem datæ G; & ex illa, tanquàm ex differentia extremarum; atque ex AD, tanquam media, inuenerit extremas FD maiorem; & DE minorem: tamen, quando postea à puncto D applicatur DF, vt conueniat cum diametro producta, non patet, quòd ista DF secet peripheriam in puncto E antea inuento; & si hoc pateret, superflua esset tota posterior demonstratio: nam pateret propositum ex constructione; nec sufficit punctum illud, in quo DF secat peripheriam signare in carta per literam E: Nam hoc non ostendit tale punctum esse illud idem punctum E antea positum. Isti enim characteres, sicut & nomina, sunt ad placitum. Debuisset igitur auctor, aut maiorem extremam inuentam per præcedens lemma ponere separatim, & illi æqualem applicare à puncto A, vt conueniret &c. (Quemadmodum superius nos cum Vitellione fecimus) & postea probare segmentum huius lineæ applicatæ interceptum inter diametrum, & peripheriam esse æquale datæ G: Vel certè, si volebat illam eandem maiorem extremam inuentam applicare à puncto A, debuisset punctum illud, in quo DF secat peripheriam, signare alia litera v. g. K, & postea probare FK esse æqualem FE; ac proinde punctum K, & E esse vnum, & idem. Sed videamus, an eodem modo Auctor seipsum fallat in hac secunda demonstratione.

Aliter.

In consimili schemate, & ijsdem suppositis pro constructione; Quoniam rectangulum BFA vna cum quadrato AC est æquale quadrato FC, si vtrisq; addatur DC quadratum, erit rectangulum BFA cum duobus quadratis AC, CD, hoc est quadrato AD æquale quadratis FC, CD; id est quadrato FD, aut per interpretationem duobus rectangulis DFE, FDE. Sed rectangulum FDE æquale ex constructione est quadratis duobus AC, CD, siue vni quadrato AD. Ergo rectangulum FDE constabit ex extremis proportionalibus, quarum DA media est. Ideo FD, DA, DE, proportionales, & extremarum differentia fit FE, quæ intercipitur à conuexa peripheria, & diametro educta. Sed earundem extremarum differentia fuerat ex constructione extrema data G. Ergo FE, & ipsa G æquales sunt. Conueniunt namq; ambo ad integrandam analogiam trium proportionalium stante media eadem. Sed pertinet FE ad punctum in peripheria D datum. Ergo factum est, quod oportuit. Fig. 4.

 Hic

Hic variatur demonstratio, sed non fallacia: nam assumit rectangulum F D E æquale esse ex constructione quadratis duobus A C, C D, siue vni quadrato A D, quod monstrari non potest, nisi prius linea F E facta sit æqualis lineæ datæ G (Quod est faciendum) & est petitio principij, & si ab Aduersario dicatur F E maior, vel minor data G eodem modo, vt ostendimus superius, procedet argumentum: scilicet rectangulum F D E maius, vel minus fore quadrato A D, & non æquale. Sed ad Auctoris propositionem secundam, & tertiã.

Propositio secunda. *Problema secundum.*

Dato puncto in peripheria vltra quadrantis verticem, & linea externa, quæ iterum sit semidiametro maior: illud idem efficere.

Fig. 5. *Sit semicirculus A D B, in eo punctum D linea externa G maior semidiametro A C. Accipiatur in quadrantis vertice punctum H, & ducatur A H; eiusq; quadratum, à quadrato iuncta A D auferatur, vt sit illorum differentia, quod possit linea D I, quæ ad rectos angulos ponenda est super A D, & iuncta A I, hac media fiat inter extremas, quarum differentia sit linea externa data G, inuentisq; extremis maior sit D F minor D E. A puncto deinde D linea ducatur D F, donec in diametrum B A productam occurrat, & sit concursus in F. Circa D F diametrum descriptus eat circulus D K F; Postea à puncto F intelligatur ad semicirculum ducta linea tangens, quæ sit æqualis F K. Ducantur deinceps K E, D K. Dico quòd portio lineæ D F, scilicet F E, quæ cadit inter peripheriæ A D B conuexum, & eiusdem circuli diametrum æqualis erit datæ lineæ G externa. Quoniam F K æqualis est tangenti circulum A D à puncto F eius quadratum æquale erit rectangulo D F E. Sed hoc rectangulum vnà cum altero F D E rectangulo sunt quadratum D F, & hoc æquatur duobus quadratis F K, D K: Igitur quadratum D K æquale fiet rectangulo F D E; & rectangulum F D E æquale fuit factum quadrato A I. Ergo A I quadratum æquale fit quadrato D K, & linea lineæ. Vnde tot erunt lineæ proportionales F D, D K, D E, quæ in duobus triangulis D F K, D E K, circa eundem angulum F D K consistunt. Ergo triangula illa sunt similia, & æquiangula. In triangulo verò F D K angulus in semicirculo rectus est: Ideo in altero triangulo D K E eius correlatiuus D E K rectus erit: Linea igitur K E perpendiculariter super D F in puncto E cadit. Et linea F E sit differentia extremarum F D, D E, quarum*

media

media est D K, siuè A I; At in constructione linea G differentia illarum assumebatur. Igitur G, & F E aquales sunt. Pertinet vero F E ad punctum in peripheria D datum. Et hoc erat faciendum.

Propositio tertia. *Problema tertium.*

D*Ato puncto in peripheria circuli citra quadrantis verticem, & linea externa, qua sit adhuc semidiametro maior: illud idem efficere.*

Sit semicirculus, in eo punctum D citra verticem quadrantis, & linea externa G maior semidiametro A C. Ducatur A D, & in H bifariam semicirculus diuidatur, iunctaq; linea B H, sumatur differentia quadratorum B H, A D, & sit, quod potest linea D K, qua media accipiatur trium proportionalium, quarum differentia extremarum sit G externa data, inuentisq; extremis ex lemmate sit maior D F, minor D E; & à puncto D in semicirculo dato, ducatur D F, vt concurrat cum protracta diametro B A, & in F puncto sit concursus. Fig. 6.

Dico, quòd F E eius pars inter conuexum peripheria, & diametrum eductam, aqualis est data externa G. Demonstratio prorsus fiet vt supra, quam etiam repetere non piget. Circa D F, semicirculus eat, & F K aquetur linea tangenti à puncto F circulum A D B: Ideo tres sunt proportionales D F, F K, F E; & rectangulum F D E potest etiam quadratum D K. Sic iterum in analogia sunt F D, D K, D E. Quare in triangulis F D K, D K E, cum proportionales sint circa eundem angulum F D K, sunt similia, & aquiangula triangula; & idcirco angulus D E K rectus, & trium proportionalium F D, D K, D E, differentia extremarum est F E externa, & pertinens ad punctum datum D. sed eadem differentia erat in constructione linea G. Ergo aquales euadunt linea F E, & G. & factum erit, quod oportuit.

Hæ duæ propositiones differunt à prima tantum per constructionem; Nam in prima media proportionalis inter extremas, quarum differentia est linea data, ponitur subtensa quadranti. In secunda ponitur linea potens quadratum subtensæ arcui quadrante maiori inter diametrum, & punctum datum, intercepto; & id, quo hæc subtensa plus potest, quam subtensa quadranti. In tertia vero linea potens differentiam quadratorum subtensæ quadranti, & subtensæ arcui quadrante minori inter diametrum, & datum punctum intercepto. Sed quocumq; modo mutet constructionem, eodem semper modo in suis

argu-

argumentationibus præmittit propositiones, quę non demonstrantur, nisi sit factum, quod faciendum, vt in secunda, si quadratum rectæ A I, & in tertia quadratum rectæ D K æquari debeat rectangulo F D E, oportet, vt F E sit æqualis datæ G, quod faciendum, & sumitur factum; & quotiescunque sit maior, vel minor, quam data G, argumentum procedet eo modo, quo ostendimus procedere ad primam propositionem. Neque ex eodem puteo aqua aquæ similior sumi potest, quam huic argumento, argumentum, quo Aristoteles hanc
Fig. 7. fallaciam explicat: vt, si quis velit demonstrare lineas A B, & C D esse parallelas, assumat ad id demonstrandum, quod linea E F incidens faciat angulos alternos A E F, & E F D æquales per 27. lib. pr. Euclidis; cupiens verò probare angulos A E F, & E F D esse æquales, probet, eò quòd sint parallelæ per 29. lib. pr. Euclidis. Quare petit, quod in initio probandum erat, idest lineas A B, & C D esse parallelas. Eodem modo argumentatur in quarta, quinta, & in quolibet symptomate propositionis sextæ, seruata semper eadem fallacia petitionis principij; quod, cum satis superq; pateat ex præmissis, non erimus longiores reassumendo singulas propositiones, sed hoc addā, hasce demonstrationes, seu potius hanc demonstrationem, cum eadem sit in omnibus, theorematicam, non problematicam esse. Nam, cum problema sit propositio, quæ proponit aliquid ad faciendum, Theorema vero aliquid ad demonstrandum; vnde problematis finis est constructio, vel inuentio: Theorematis verò cognitio causæ proprietatis, quæ inest propositæ quantitati; Et partes problematis sunt explicatio hypotheseos, si datum fuerit aliquid: constructio, siue inuentio quæsiti, nonnunquam etiam preparatio ad demonstrandum; deinde demonstratio, qua ostenditur exhibita methodo necessariò quæsitum inueniri. Theorematis verò partes sunt explicatio hypotheseos, siue Datorum, explicatio quæsiti, præparatio ad demonstrandum, quæ non semper est necessaria; deinde demonstratio, qua perspicuum fit, passionem, proprietatemq; de qua quæritur, inesse ijs, quę proponuntur. Hic proponit aliquid facere, sed non docet; explicat hypothesim, quæ pars communis est problemati, & theoremati; non construit, neque inuenit quæsitum, quæ pars propria problematis: nam constructio, qua data media, & extremarum differentia inuenit extremas, non est quæsitum in hoc problemate, sed in præcedenti lemmate; cum quæsitum in hoc problemate sit linea, quæ æqualis datæ lineæ aptetur inter eductam diametrum, & circuli conuexum,

& ad

& ad datum in peripheria punctum pertineat: hoc autem nec construit, nec inuenit, sed tantùm ait, fit concursus in F, neque docet, quo modo F E sit æqualis datæ lineæ. Præparatio verò ad demonstrandum est communis, tam problemati, quam theoremati; & demonstratio tantùm theorematis est: nam non demonstrat exhibita methodo necessariò quæsitum inueniri, sed passionem, proprietatemq; quæ inest, hoc est rectangulum F D E esse æquale quadrato lineæ potentis differentiam quadratorum totius F D, & tangentis circulum à puncto F ductæ. Quare proponi potest, vt theorema hoc modo.

THEOREMA.

SI à dato in semicirculi peripheria puncto ducatur recta linea, quæ concurrat cum educta diametro. Rectangulum, quod describitur à tota, & ea parte lineæ, quæ circuli peripheria continetur, æquale est quadrato totius lineæ, minus quadrato rectæ lineæ, quæ à puncto concursus cum diametro ducta sit circulum tangens. Vel vniuersalius.

Si ab aliquo puncto extra datum circulum cadat in circulum recta linea tangens; & altera, quæ ipsum secet, rectangulum, quod fit sub tota secante, & ea parte, quæ interius circuli peripheria comprehenditur, æquale est differentiæ quadratorũ totius secantis, & tangentis.

Sit datum extra circulum D E G punctum F, à quo ducantur duæ rectæ lineæ; altera scilicet F D secans, & tangens altera F G. Dico rectangulum F D E, quod fit sub tota secante, & ea parte, quæ interius circuli peripheria comprehenditur, æquale esse quadrato rectæ F D minus quadrato rectæ F G, hoc est differentiæ quadratorum totius secantis, & tangentis; Quia quadratum rectæ F D, æquatur rectangulo D F E, & rectangulo F D E per propositionem secundam libri secundi Euclidis, erit quadratum rectæ F D minus rectangulo D F E æquale rectangulo F D E. Sed rectangulum D F E æquatur quadrato rectæ F G per præpositionem 36. lib. 3. Euclidis. Ergo quadratum rectæ F D minus quadrato rectæ F G æquatur rectangulo F D E; hoc est quadratum totius secantis minus quadrato tangentis æquatur rectangulo, quod fit sub tota secante, & ea parte, quæ interius circuli peripheria comprehenditur. Quod demonstrandũ erat. Fig. 8.

Potest etiam elici hoc aliud Theorema.

THEO-

THEOREMA.

SI à puncto extra circulum datum ducatur recta linea circulum secans; & super tota secante describatur semicirculus, in quo à dato puncto aptetur recta linea æqualis rectæ lineæ tangenti à dato puncto circulum. Ab altero verò extremo aptatæ lineæ cadat recta linea super secantem in puncto, in quo secat circulum. Linea cadens ad secantem erit perpendicularis.

Fig. 9. Sit datum extra circulum A D E punctum F, à quo ducatur recta linea F D secans circulum in puncto E, super qua describatur semicirculus F G D, in quo aptetur à puncto F linea recta F G æqualis rectæ lineæ tangenti circulum ab eodem puncto F ductæ (quod autem possit aptari, patet: Nam cum rectangulum totius secantis in sui partem, quæ est extra circulum, sit æquale quadrato tangentis, erit tota secans maior, quam tangens: & ideo æqualis tangenti poterit aptari in semicirculo super tota secante descripto) Deinde à puncto G ducatur linea G E. Dico angulum G E F esse rectum. Ducatur recta G D erit angulus F G D in semicirculo rectus; & quia rectangulum D F E æquatur quadrato rectæ F G, erit, vt D F ad F G, ità F G ad F E. Considerentur iam duo triangula F G D, & F G E, quorum angulus ad F est communis, & circa communem angulum habent latera proportionalia F D ad F G, vt F G ad F E, erunt æquiangula per 6. lib. 6. Euclidis, & anguli erunt æquales, sub quibus homologa latera subtenduntur. Angulus igitur F E G erit æqualis angulo F G D, & consequenter rectus. Quod probandum erat. Hinc patet hisce propositionibus, non rectè paratum esse iter (vt auctor animosè promittit in sua adnotatione post tertium symptoma propositionis sextæ) ad geometricam constructionem illorum duorum problematum Marini Ghetaldi. Quorum Primum.

Dato vno ex lateribus trianguli datum angulum verticis ambientibus, dataque differentia segmentorum basis inuenire triangulum. Alterum. Dato vno ex lateribus trianguli datum angulum verticis ambientibus, datoq; alterno basis segmento, inuenire triangulum.

Quando angulus verticis datus non est rectus: Imo, si quid prius erat Geometris laboriosum ob Vietæum postulatum, vel ob mechanicas effectiones, nunc factum est omnino inuium: Nam a mechanicis recedens, geometricas affectiones non docet. Sic ad Æthiopas pergentem, ad Sauromatas dirigit, & glacialem Oceanum.

Quan-

Quando verò angulus datus est rectus, ea geometricè absolui possunt; sicuti etiam, vt auctor adnotat, ab ipso Ghetaldo fœliciter absoluuntur, cuius opera, cum mihi hucusq; videre non contigerit, idcircò ipsorum solutionem addere non pigebit.

PROBLEMA.

DAto vno ex lateribus trianguli rectanguli circa angulum rectum; & data differentia segmentorum hypotenusæ, quæ fiunt à perpendiculari, quæ in hypotenusam cadit ab angulo recto inuenire triangulum.

Sit latus datum B circa angulum rectum differentia segmentorum C. Oportet inuenire triangulum. Duplicem casum habet hoc problema: nam, vel latus datum est latus maius, vel minus, cum necesse sit, vt latera sint inæqualia, aliter nulla esset segmentorum differentia. Fig. 10.

Placet in vtroq; casu prius per zeteticen æquationem inuenire, quàm per exegeteticen problema efficere, vt postea facilius demonstretur, quando datus angulus non sit rectus, problema absolui non posse geometricè: Nam analysis semper in solidas æquationes incidit; & anguli trisectionem esse ex genere solidorum.

Sit igitur primo B latus maius datum, cuius quadratum erit æquale rectangulo sub maiori segmento, & tota hypotenusa. Sit maius segmentum A, cum segmentorum differentia data sit C, erit minus segmentum A minus C, & tota hypotenusa æqualis duplici A minus C, quæ ducta in maius segmentum erit id, quod fit sub duplici A minus C in A: Ideſt duplex quadratum A minus rectangulo sub A, & C æquale quadrato lateris B dati; & cum per communem diuisorem non immutetur æqualitas, erit quadratum A minus rectangulo sub semisse C in A æquale semissi quadrati lateris dati.

Sit secundo B latus minus datum, erit eius quadratum æquale rectangulo sub minori segmento, & tota hypotenusa. Sit minus segmentum A, cui si addatur data segmentorum differentia C, erit maius segmentum A plus C; & tota hypotenusa erit æqualis duplici A plus C, qua ducta in minus segmentum, erit id, quod fit sub duplici A, plus C in A. Ideſt duplum quadratum A plus rectangulo C in A æquale quadrato dati minoris lateris B; Et, si omnia diuidantur bifariam, erit quadratum A plus rectangulo, quod fit ex Fig. 11.

C semisse

ſemiſſe C in A æquale ſemiſſi quadrati lateris dati. Ex duplici igitur poſitione lateris duplex inuenitur æquatio, quarum prima eſt quadrati adfecti multa plani ſub latere: Secunda quadrati adfecti adiunctione plani ſub latere, & vtraq; expeditur inueniendo extremas trium proportionalium, quarum data ſit media, potens ſemiſſem quadrati lateris dati, & extremarum differentia eſt ſemiſſis differentiæ datæ. nunc ad ſyntheſim.

Fig. 10. Sit datum B latus maius trianguli rectanguli circa angulum rectum, & C differentia ſegmentorum. Oportet inuenire triangu lum.

Fiat D potens dimidium quadrati dati lateris B, quæ ponatur media in ſerie trium proportionalium, quarum differentia extremarum ſit ſemiſſis differentiæ datæ, & per lemma ab auctore præmiſſum ſit inuentum maius extremum linea F I, à qua ſubtrahatur F H æqualis differentiæ datæ, & producatur in K, itaut H I ſit æqualis I K: tum diuiſa F K bifariam in M, interuallo F M deſcribatur ſemicirculus F L K, in quo à puncto F aptetur F L æqualis datæ B, & connectatur L K. Dico triangulum F L K eſſe triangulum quæſitum, & perpendicularem à puncto L in baſim demiſſam cadere in puncto I; & ſegmenta F I, & I K differre per differentiam datam. Diuidatur F H in G erit F G æqualis ſemiſſi differentiæ datæ; & cum D ſit media proportionalis inter extremas, quarum maior extrema inuenta eſt F I, & extremarum differentia eſt F G, erit G I minor extrema. Quare quod ſit ſub G I, & F I, erit æquale quadrato rectæ D; Sed F K eſt dupla rectæ G I: Nam F G eſt æqualis G H, & H I æqualis I K. Quod igitur ſit ex F K in F I erit duplum quadrati rectæ D, & conſequenter æquale quadrato lateris dati B; Sed F K eſt hypothenuſa, F I eſt maius ſegmentum, quod differt à minori I K per F H, quæ eſt æqualis C differentiæ datæ. Quia igitur ſuper F K hypotenuſa factum eſt triangulum rectangulum F L K, cuius alterum latus circa rectum eſt F L æquale dato lateri B cum rectangulum F K in F I æquale ſit quadrato datæ B, ſeu æqualis F L, perpendicularis cadens à puncto L in baſim F K cadet in puncto I, & ſegmenta habebunt differentiam æqualem differentiæ datæ C. Quod faciendum erat.

Fig. 11. Sit ſecundo B latus datum minus laterum trianguli rectanguli, circa angulum rectum, & C ſit differentia ſegmentorum. Oportet inuenire triangulum. Fiat D potens dimidium quadrati dati lateris

B, &

B, & ponatur media in ferie trium proportionalium, quarum extremæ differant per femiffem differentiæ datæ C; Sitq; minus extremum inuentum per lemma ab auctore præmiffum linea F I, & I K maius, à quo fubtrahatur I A æqualis minori extremo inuento F I, & A K prorogetur in M, itaut K M fit æqualis ipfi A K, & diuifa tota F M bifariam in O interuallo F O defcribatur femicircu'us F L M, in quo a puncto F aptetur linea F L æqualis date B, & ducatur linea L M. Dico triangulum F L M effe triangulum quæfitum, à cuius angulo recto L linea perpendicularis in hypotenufam demiffa cadet in puncto I, & fecabit hypotenufam in duo fegmenta, quorum erit differentia data. Quia F I eft minus extremum, & I K maius trium proportionalium, quarum media eft D, & differentia extremarum femiffis differentiæ datæ, & I A æquatur F I, erit A K differentia extremarum æqualis femiffi differentiæ datæ; & cum F I æquetur rectæ I A, & A K rectæ K M, erit tota F M dupla rectæ I K; & rectangulum, quod fit ex F M in F I, erit duplum rectanguli, quod fit ex K I in F I; Sed rectangulum, quod fit ex K I in F I eft æquale quadrato rectæ D. Ergo rectangulum, quod fit ex F M in F I erit duplum quadrati rectæ D, & confequenter æquale quadrato rectæ B, feu F L. Cum igitur fuper F M hypotenufa factum fit triangulum rectangulum F L M, cuius alterum latus datum circa rectum eft F L æquale dato lateri B, & rectangulum F M in F I æquale fit quadrato rectæ F L; perpendicularis cadens à puncto L in bafim F M cadet in puncto I, & fecabit bafim in duo fegmenta habentia differentiam datam: nam F I eft æqualis I A, & A L M æqualis differentiæ datæ, eft enim dupla ipfius femiffis A K. Quod faciendum erat.

Ex his elicitur, quando datum latus eft maius latus, circa angulum rectum, oportere differentiam poffe fubtrahi ex maiori trium proportionalium, quarum media fit linea potens dimidium quadrati lateris dati, & extremarum differentia fit femiffis differentiæ datæ.

PROBLEMA ALTERVM.

DAto vno ex lateribus trianguli rectanguli datum angulum rectum ambientibus; datoq; alterno hypotenufæ fegmento, quod fit à perpendiculari in hypotenufam ab angulo recto cadente: inuenire triangulum.

Sit datum latus B circa rectum, & alternum hypotenusæ segmentum C. Oportet inuenire triangulum, quia rectangulum, quod fit à tota hypotenusa in illud segmentum, quod lateri dato adiacet, æquale est quadrato lateris dati. Sit A segmentum inueniendum, quod adiacet lateri dato, erit C plus A hypotenusa; & quod fit sub C plus A in A; idest rectangulum C in A plus A quadratum, æquabitur quadrato lateris dati B, & inuenta est æquatio Quadrati adfecti adiunctione plani sub latere. Quare ad synthesim.

Fig. 12. Sit B latus datum circa angulum rectum, & C alternum hypotenusæ segmentum. Oportet inuenire triangulum. Ponatur B media in serie trium continuè proportionalium, quarum extremarum differentia sit data recta C. Sitq; minus extremum inuentum recta D A, quæ prorogetur ad F, itaut D F sit æqualis dato segmento C: tum F A bifariam diuisa in H interuallo F H, describatur semicirculus F G A, in quo à puncto A aptetur recta A G æqualis dato lateri B, & ducta G F compleatur triangulum. Dico A G F esse triangulum quæsitum. Quia D A est minus extremum trium proportionalium, quarum media est B; & C, cui posita est æqualis D F, est differentia extremarum, erit F A maius extremum; & quod fit à tota F A in A D, erit æquale quadrato datæ rectæ B, seu æqualis A G: à puncto igitur G demissa perpendicularis in hypotenusam cadet in puncto D, & factum erit triangulum, cuius vnum latus circa rectum erit A G æquale dato lateri B, & alternum hypotenusæ segmentum erit F D æquale C. Quod faciendum.

Si vero angulus datus verticis non determinetur, vt sit rectus, sed arbitrariò detur, vel acutus, vel obtusus, tunc deficit Geometria, supplendumq; est ipsius defectui. Neq; hucusq; suppletum est, licet hic noster nouus Archimedes, in sua adnotatione post sextam propositionem in hæc verba prorumpat.

Libet attamen antequam principale illud problema de anguli trisectione à nobis proponatur, solutionem adferre ad duo quæsita, & insoluta problemata à Marino Ghetaldo in suo variorum relicta, quæ quidem, nec ipse, qui post eadem euulgata superfuit ad quadrantem sæculi, nec quisquam aliorum soluit: Et sanè ex tunc datis construi non poterant. Nunc verò ex superius à nobis deductis nullo negotio perficiuntur. Diceres Virum hunc habere anulum Gygis, cum adeo mirabilia operetur, sed quam fideliter hæc prolata sint, nunc videbimus. Sit igitur.

Pro-

Propositio septima. Problema septimum.
Ideſt primum duorum Ghetaldi.

SIT ſemicirculus A D B, in quo centrum C, & angulus datus ſit, vel fiat A C D. Linea vero data ſit C D ad angulum verticis, & differentia ſegmentorum baſis G. Vt triangulum igitur ex hiſce datis conſtruatur. A puncto in peripheria D dato, & linea externa G ducatur D F ex aliquo ex ſupra expoſitis congruo problemate, adeo vt externa linea F E æquetur G datæ. Dico triangulum quæſitum eſſe conſtructum: Nam, ſi ducatur perpendicularis C H ſuper D F, differentia ſegmentorum. baſis D F ſit F E, hoc eſt G. Quod erat intentum. Fig. 13.

In conſtructione huius demonſtrationis applicat à puncto in peripheria dato, inter eductam diametrum,& circuli conuexum lineam F E æqualem datæ differentiæ ſegmentorum G per aliquod congruum problema ex ſupra ab ipſo expoſitis, de quorum problematum incongruentia, cum iam ſatis ſimus edocti, patet in hac demonſtratione falli ob fallacem conſtructionem. Sed ad octauam.

Propoſitio Octaua. Problema octauum.
Ideſt ſecundum duorum Ghetaldi.

SIT ſemicirculus A D B, & in eiuſdem centro C, datus ponatur angulus A C D: Latus verò illud conſtituens fiat ſemicirculi ſemidiameter, & linea G alternum ſegmentum baſeos: pariter ex aliqua ex noſtris propoſitionibus vt ſupra congrua ipſi puncto in peripheria D ducatur linea D F, vt conueniens cum protracta B A in F, pars intercepta F E æqualis fiat expoſita G; & triangulum quæſitum erit conſtructum, cum ſegmenta baſeos ſint D E, F E, & alternum æquatur G. Vt oportuit. Fig. 14.

Tanta eſt congruentia problematum ab hoc auctore inuentorum, vt problemata iſta dici poſſint cothurno verſatiliora. Nàm omnibus geometricis propoſitionibus aptantur, quod in hac propoſitione perſpicuum fit, cuius ſolutioni aptat problemata à ſe inuenta, ſed non demonſtrata,licet problematibus illis,& huic propoſitioni nihil ſit commune: linea enim F E, quæ aptatur intra conuexum peripheriæ ſemicirculi A D B, & eductam diametrum, non eſt alternum ſegmentum baſis, quæ ſecetur à perpendiculari, quæ cadit ab angulo dato in

baſim

basim (de quibus segmentis intelligenda est Ghetaldi propositio, non de quibuscunq; absque vlla data ratione arbitrariò vtcunque factis. Nam tunc problema esset nugatorium, cum qualibet basi solueretur, dummodo dato segmento maior esset). Deficit enim à segmento facto à perpendiculari per semissem residui basis. Nam linea, quæ à centro circuli ducta super aliam rectam lineam, quæ in circulo sit, sed non per centrum extensa, perpendiculariter cadit, non cadit in alterum ipsius lineæ extremum, sed lineam bifariam diuidit (vt in tertia propositione lib. 3. in suis elementis docet Euclides). Quare linea F E hoc modo aptata est differentia segmentorum, non alterum segmentum; & hæc demonstratio eadem est cum antecedente, à qua tantum diagrammate distinguitur, cum hic non duxerit lineas C E, & C H, vt in superiori. Hæc sunt admiranda Auctoris nostri inuenta, qui nuncium omnibus machinamentis antiquorum remittit, Vietæum postulatum expellit, atq; ea tantum admittit, quæ communis Euclidea schola amplectitur. Nos vero clementiores indulgebimus Vietæo postulato, illudq; ab exilio reuocantes videbimus, an eius opera hoc problema solui possit.

PROPOSITIO.

DAto altero ex lateribus trianguli datum angulum verticis ambientibus; datoq; alterno basis segmento inuenire triangulum.

Sit B latus datum circa angulum datum C; & alternum segmentum sit D. Oportet inuenire triangulum. Alternum segmentum est illud segmentum, quod intercipitur à perpendiculari, quæ cadit in basim; & alterum latus non datum circa angulum datum. Quare quadruplicem casum habet hæc propositio: vel enim angulus datus est obtusus, vel acutus: si acutus, vel perpendicularis cadens ab angulo dato in basim, cadit intra triangulum, vel extra; Et quando cadit extra triangulum, vel cadit ad partes lateris dati, vel ad partes lateris non dati. Cadet autem intra triangulum, quando reliqui ad basim anguli sunt acuti; & cadet extra triangulum, quando alter angulorum ad basim sit obtusus. Ideo non satis est, vt detur hoc segmentum, sed etiam necesse est, vt cæterorum angulorum species detur, vel quod sint ambo acuti, vel quod alter sit obtusus; & hic, vel sit adiacens dato lateri, vel subtensus.

Fig. 15. Sit primo angulus C datus obtusus, fiat A E æqualis lateri dato B; & ad

& ad punctum E construatur angulus A E F æqualis dato angulo C, & linea E F ducatur infinita: tùm diuisa A E bifariam in G; & interuallo G A describatur semicirculus A H E ad partes lineę E F; & à puncto A ducatur linea A I per Vietæum postulatum, itaut linea H I intercepta inter conuexum semicirculi A H E, & lineam F E sit æqualis segmento D dato. Dico triangulum A E I esse triangulum quæsitum: nam ducta E H ab angulo A E I æquali angulo C dato, erit perpendicularis basi, cum angulus in semicirculo sit rectus, E A æquatur dato lateri B, & H I est alternum basis segmentum æquale segmento D dato. Quod faciendum erat.

Sit secundo C angulus datus acutus, & reliqui ad basim anguli ambo acuti eàdem constructione, & demonstratione vtendum, qua vsi sumus dato angulo obtuso. Fig. 16.

Sit tertio angulus C datus acutus, & reliquorum angulorum alter angulus obtusus; Sitq; angulus oppositus lateri dato B, eodem modo, vt superius fiat A E æqualis lateri dato B; & ad punctum E construatur angulus A E F æqualis dato angulo C; & linea E F ducatur infinita, & diuisa A E bifariam in G, interuallo G A describatur semicirculus A H E ad partes lineæ E F; & à puncto A per Vietæum postulatum ducatur A H, itaut linea, quæ intercipitur inter concauum peripheriæ semicirculi, & lineam infinitam E F, sit æqualis dato segmento (debet autem posse intercipi, aliter impossibilis solutio) & sit H I. Dico triangulum E I A esse triangulum quęsitum: Nam ducta E H ab angulo dato A E I, erit perpendicularis basi, cum angulus in semicirculo sit rectus, & E A est æqualis lateri dato, & H I alterno basis segmento dato D, Quod faciendum erat. Fig. 17.

Sit quarto angulus C datus acutus, & reliquorum angulorum obtusus ille, qui adiacet lateri dato; eodem modo vt supra ponatur A E æqualis lateri dato B; & ad punctum E constituatur angulus A E F æqualis dato angulo C; & linea E F ducatur infinita, & diuisa A E bifariam in G interuallo G A describatur semicirculus A H E, sed non ad partes lineæ E F; & per Vietæum postulatum ducatur linea transiens per punctum A, quæ intercipiatur à concaua semicirculi A H E peripheria, & linea E F, ita tamen, vt sit æqualis dato segmento D; Sitq; linea H I. Dico triangulum E A I esse triangulum quæsitum: nam angulus A E F æquatur angulo dato C, à quo in basim cadit perpendicularis E H constituens alternum segmentum H I æquale segmento dato D; & linea E A posita est æqualis lateri dato B. Quod faciendum erat. Fig. 18.

CO-

COROLLARIVM.

EX his colligitur, quando angulus verticis datus ſit acutus, non ſufficere data in hac propoſitione, ſed requiri etiam ſpeciem angulorum ad baſim. Hoc autem elicitur ex natura triangulorum. Nam triangulum rectilineum datur, vel magnitudine, vel ſpecie: datur magnitudine, quando ipſi aliud æquale poſſumus exhibere, non tantum, quo ad aream, ſed etiam quo ad angulos, & latera: datur ſpecie, cui poſſumus exhibere proportionale. Triangulo poſſumus exhibere æquale, cum ipſius dantur duo latera cum angulo comprehenſo per quartam propoſitionem libri primi Euclidis, vel tria latera per octauam eiuſdem; vel duo anguli, & vnum latus ſiue quod æqualibus angulis adiacet, ſiue quod vni æqualium angulorum opponitur per 26. eiuſdem, vel angulus vnus, & duo latera circa alterum angulum, cum ſpecie alterius anguli, niſi angulus datus ſit obtuſus, vel rectus ex ſeptima lib. 6. Euclidis. Ex hoc genere datorum eſt triangulum datum in hac propoſitione. Sed differt, cum non dentur duo latera, ſed ſegmentum alterius lateris factum à perpendiculari, quæ cadit ab angulo dato in baſim, quod ſegmentum exhibet diuerſam ſpeciem trianguli, prout perpendicularis; vel cadit in triangulo, vel extra ad partes, vel lateris dati, vel lateris quæſiti; & ſic demonſtrat, quis angulorum ſit obtuſus, vel adiacens lateri dato, vel quæſito, cum perpendicularis ſemper cadat ad partes anguli acuti.

Poſtquam tam facili negotio hic auctor non ſoluit, ſed magis implicuit; &, ſi conatus eſt ſoluere, abrupit hæc duo Ghetaldi problemata, addit ſequentem adnotationem.

ADNOTATIO.

AD Authoris mentem fuerat hæc primum quærenda constructio, vt anguli plani deinceps haberetur triſectio, nec data tunc erant ſufficientia. quia vere prius methodus præcedere debuerat, qua aptaretur data qualibet linea inter peripheria conuexum, & eductam diametrum, quod nos ſupra præſtitimus, Vieta ſcilicet ſupplementi propoſitione nona, & Snellus cyclometrici propoſitione 25, id apertiſſime indicarunt. Et quod omnino ad triſectionem anguli per effectionem planorum (de quorum familia propriè eſt) deeſſe videbatur, abundè ſupplctum ſit, ad problema deuenimus.

Hucuſq;

Hucusq; ostendimus præmissam ab auctore methodum aptandi quamlibet lineam inter peripheriæ conuexum, & eductam diametrum, quæ ad datum in peripheria punctum perueniat, demonstratam non esse, & falli dum argumentationibus suis petit principium, qua fallaci forma argumentandi vsus est etiam, quando punctum datum est in vertice quadrantis, licet tunc propositio vi materiæ demonstrabilis esset, vt cum Vitellione demonstrauimus, Nunc, cum tam iactabundè efferat sua inuenta, affirmetq; anguli trisectionem esse de familia planarum effectionum, antequam progrediar, libet demonstrare per methodum ab hoc auctore inuentam non rectè aptari datam lineam inter conuexũ peripheriæ, & eductam diametrũ, vt ad datum in circumferentia punctum perueniat, quando datum punctũ nõ est in quadrantis vertice, quod ex sequentibus abunde innotescet.

Sit datus semicirculus C A B D, cuius diameter sit C D, & punctum vltra quadrantis verticem A datum, itaut qualium partium totus semicirculus est trium, talium portio A D sit duarum; & aptentur inter ipsius semicirculi conuexam peripheriam, & eductam diametrum duæ rectæ B E, & I H non minores semidiametro semicirculi dati, itaut ad datum punctum A pertineant. Huius problematis conficiendi methodus præbetur ab auctore propositione secunda, & symptomate primo propositionis sextæ, inueniendo duas extremas in serie trium continuè proportionalium, quarum differentia sit linea data, & media sit linea illa, quæ potest quadratum subtensæ arcui dato, & differentiam quadratorum subtensæ arcui dato, & subtensæ quadranti, & ipsarum maius extremum vult esse lineam quæsitam, quæ pertineat ad punctum datum. Vt igitur propositionum illarum fallacia melius innotescat, supponamus lineas E B, & I H esse aptatas iuxta methodum illarum propositionum, vt sint rectæ E A, & H A, quæ pertineant ad punctum A. Ducantur rectæ A D, & A C; & à puncto A in diametrum perpendicularis cadat A F. Tum sic argumentor. Quia qualium partium semicirculus datus est trium, talium, A D est duarum, erit linea A D latus trigoni circulo inscripti, & A C latus hexagoni, & idcirco æqualis semidiametro C G, quam perpendicularis C F diuidet bifariam in F. Quia vero per 12. libri 13. Euclidis latus trigoni circulo inscripti potentia triplum est semidiametri; & latus quadrati circulo inscripti potentia duplum est semidiametri, erit differentia quadratorum subtensæ arcui dato, & quadranti, quod potest semidiameter; Fig. 19.

 meter;

meter; & id, quod poterit quadratum subtensæ arcui dato, & differentiam quadratorum subtensæ quadranti, & subtensæ arcui dato, erit potentia quadruplum semidiametri. Sed tota diameter est potentia quadrupla semidiametri. Diameter igitur erit media proportionalis constituenda inter totam E A, & A B, & inter totam H A, & A I. Quare rectangulum, quo fit sub E A, & A B erit æquale quadrato rectæ C D: id est per 4. secundi Euclidis quadratis rectarum C F, & F D, & ei quod bis sub C F, & F D continetur rectangulo. Sed quadratum rectæ E A æquatur rectangulo sub E A, & A B vna cum rectangulo sub E A, & E B. Rectangulum vero sub E A, & E B æquatur rectangulo rectæ C E in D E: id est rectangulo sub C F in D E; & rectangulo sub F D in D E, vna cum quadrato rectæ D E. Erit quadratum rectæ E A æquale quadratis rectarum C F, & F D, & D E, vna cum eo, quod bis sub C F, & F D continetur rectangulo plus rectangulo sub C F, & D E, & rectangulo sub F D, & D E. Sed rectangulo sub C F, & F D æquale est quadratum rectæ A F, & quadrato rectæ A F vna cum quadrato rectæ C F æquale est quadratum rectæ A C, erit quadratum rectæ E A æquale quadratis rectarum A C, & F D, & D E, vna cum rectangulis sub C F, & F D; sub C F, & D E; sub F D, & D E. Sed propter angulum rectum ad F, quadratum rectæ E A æquale est quadratis rectarum A F, & F E; & quadratum rectæ F E est æquale quadratis rectarum F D, & D E vna cum rectangulo, quod bis sub F D, & D E continetur. Quadratum verò rectæ A F est æquale rectangulo sub C F, & F D, erit quadratum rectæ E A, id est quadrata rectarum A C, & F D, & D E vna cum rectangulo sub C F, in F D, sub C F in D E, & sub F D in D E æqualia quadratis rectarum F D, & D E, vna cum rectangulo sub C F in F D, & eo quod bis sub F D in D E continetur. Si auferantur ab vtrisq; quadrata rectarum F D, & D E cum rectangulo sub C F in F D, & rectangulo sub F D in D E, quæ sunt communia, erit quadratum rectæ A C vna cum rectangulo sub C F in D E æquale rectangulo sub F D in D E, hoc est rectangulis sub F G in D E, & G D in D E. Sed rectangulo sub F G in D E æquale est rectangulum sub C F in D E. Quadratum igitur rectæ A C erit æquale rectangulo sub G D in D E. Sed cum G D sit æqualis rectæ A C, erit, & D E æqualis rectæ A C, seu semidiametro G D. Eodem modo demonstrabitur rectam D H esse æqualem rectæ A C. Quare rectæ

D E,

DE, & DH erunt inter se æquales, quod impossibile. Non recta igitur est methodus ab hoc auctore inuenta aptandi datas lineas non minores diametro, inter conuexum peripheriæ, & eductam diametrum, vt pertineant ad datum punctum vltra quadrantis verticem, prout iactat se præstitisse: Vnica enim tantum linea in infinita linearum serie inuenitur, quæ præsenti methodo aptari possit, idest linea, quæ intercipi possit inter conuexum peripheriæ, & punctum E diametri productæ, itaut DE sit æqualis semidiametro, vt ex demonstratione colligitur. Quare maius extremum hac methodo inuentum necesse est, vt possit quadrata rectarum AF, & FE; & in hoc casu, quando linea AD est latus trigoni, debet esse linea, quæ possit septem quadrata semidiametri circuli dati: nam AC æqualis semidiametro, potest quadruplum lineæ CF, & AF triplum. Linea vero FE, cum sit quintupla lineæ CF, poterit viginti quinque quadrata lineæ CF, quibus, si addantur tria quadrata, quæ potest linea AF, linea AE poterit viginti, & octo quadrata lineæ CF, idest septem quadrata lineæ AC, seu CG semidiametri.

Nunc idem experiamur, quando punctum datum est citra quadrantis verticem. Sit semicirculus datus DBCG, cuius diameter DG punctum datum sit C, itaut DC sit tertia pars totius semicirculi. Quare, si ducatur recta DC erit latus hexagoni circulo inscripti. Sit inter diametrum DG eductam, & conuexum semicirculi aptanda linea AB, non minor semidiametro, itaut ad datum punctum C pertineat. Methodus hoc conficiendi præbetur ab auctore propositione tertia, & symptomate secundo propositionis sextæ, inueniendo duas extremas in serie trium proportionalium, quarum differentia sit linea data, & media linea illa, quæ potest differentiam quadratorum subtensæ arcui dato, & subtensæ quadranti; & ipsarum maius extremum dicit esse lineam quæsitam, quæ pertineat ad punctum datum. Hic ante omnia aduertendum, si linea data sit maior, vel æqualis illi lineæ, quæ ab educta diametro ducitur, vt tangat circulum in puncto dato, hanc methodum inutilem omnino esse: Nam residuum lineæ datæ, & maioris extremi hac methodo inuenti inter punctum datum, & concauam circumferentiam recipi non potest, vt patet, sed necesse est, vt data linea sit minor tangente, & non minor semidiametro. Sed supponamus lineam AB, quæ pertinet ad punctum C esse aptatam methodo prædicta, & ducatur linea CE perpendicularis in diametrum DG, quæ cum latus DC sit latus Fig. 20.

 hexa-

hexagoni, & æquale semidiametro DF, secabit DF æqualiter in E. Et quia latus hexagoni circulo inscripti est longitudine, & potentia æquale semidiametro; & latus quadrati est potentia duplum semidiametri, erit differentia quadratorum lateris hexagoni, & lateris quadrati circulo eidem inscripti, id quod potest semidiameter circuli, hoc est linea DF, quæ erit per constructionem auctoris media proportionalis inter totam AC, & BC. Rectangulum igitur sub AC, & BC erit æquale quadrato rectæ DF. Sed quadratum rectæ AC æquatur rectangulo sub AC, & BC vna cum rectangulo sub AC, & AB; Et rectangulum sub AC, & AB æquatur rectangulo sub GA, & AD, idest, cum DE sit quarta pars diametri DG, rectangulo, quod quater sub DE in AD continetur vnà cum quadrato rectæ AD, erit quadratum rectæ AC æquale quadratis rectarum DF, & AD; Et ei, quod quater sub DE in AD continetur rectangulo; Cum angulus verò ad E sit rectus, quadratum rectæ AC æquatur quadratis rectarum AE, & CE. Ergo quadrata rectarum FD, & DA, vnà cum eo, quod quater sub ED in DA continetur rectangulo, æquantur quadratis rectarum CE, & EA. Sed quadratum rectæ EA æquatur quadratis rectarum ED, & DA, vnà cum duplici rectangulo sub ED in DA. Ergo quadratum rectæ FD vnà cum duplici rectangulo sub ED in DA, æquatur quadratis rectarum CE, & ED. Sed quadratis rectarum CE, & ED æquatur quadratum rectæ DC, seu DF, erit quadratum rectæ AC æquale quadratis rectarum DF, & AD plus eo, quod bis sub DE, & AD continetur rectangulo. Sed supra demonstratum est quadratum rectæ AC æquari quadratis rectarum DF, & AD; Et ei, quod quater sub DE, & AD continetur rectangulo; erunt quadrata rectarum DF, & AD, vna cum eo, quod bis sub DE, & AD continetur rectangulo, æqualia quadratis rectarum DF, & AD, vna cum eo, quod quater sub DE, & AD continetur rectangulo; Et, si demantur communia quadrata rectarum DF, & AD, erit rectangulum, quod bis sub DE, & AD continetur, æquale rectangulo, quod quater sub DE, & AD continetur, quod impossibile. Non igitur rectè aptata est linea data, vt promissum; neque suppletum Geometriæ defectui.

Sed examinemus etiam methodum, quam auctor propositione quarta, & quinta docet aptandi lineam minorem semidiametro semicirculi dati, vt perueniat ad punctum datum, vltra, vel citra quadrandrantem, & quando punctum datur vltra quadrantem, sit punctum, ad quod peruenit subtensa trigono; quando vero datur citra quadrantem, sit punctum, ad quod peruenit subtensa hexagono. Cęterum omnino vtemur ipsius auctoris non tantum constructione, sed verbis, quibus vtitur in exponenda constructione, cum demonstratio sit eadem semper petitio principij. Reasumatur propositio quarta, in qua sequenti modo construit.

Sit semicirculus A D B, punctum in peripheria datum D, & externa linea semidiametro minor G; sumatur quadrati semidiametri super quadrato lineæ G differentia, & sit quadratum, quod possit linea I, quæ ad angulos rectos super diametro in A puncto ponatur. Sitq; A K, iunctaq; K B diuidatur in L bifariam, & duo quadrata K L, vel B L à quadrato lineæ A D prius ducta auferantur, vt differentia quadratorum fiat, id quod potest linea D O, & hæc ad rectos angulos ponatur super A D, si opus fuerit D B producetur. Postea iungatur A O, quæ quidem, vt media accipiatur inter extremas in ordine trium proportionalium, quarum extremarum differentia sit G data, inuentisq; extremis maior sit D F; minor verò D E, & à puncto in peripheria dato D ducatur D F, vt cum diametro educta concurrat, & sit in puncto F. Fig. 21.

Hoc modo construit auctor; cæteris se præparat, vt aptet demonstrationis suæ circulatorium pharmacum, quo omnibus Geometriæ morbis medeatur, qua constructione supposita, item supposito lineam A D esse latus trigoni circulo inscripti, & lineam G, vel F E hoc modo aptatam esse æqualem, vel minorem semisse semidiametri dati, ducta D P perpendiculari ad diametrum, sic argumentabimur. Quia quadratum rectæ A C minus quadrato rectæ F E æquatur quadrato rectæ A K; & quadrato rectæ A K vnà cum quadrato rectæ A B, idest quatuor quadratis rectæ A C, æquatur quadratum rectæ K B, erit quadratum rectæ K B æquale quinque quadratis rectæ A C minus quadrato rectæ F E; & quadratum lineæ K L erit æquale quadrato lineæ A C; & insuper quartæ parti ipsius quadrati lineæ A C, minus quarta parte quadrati lineæ F E, & duo quadrata lineæ K L æquabuntur duobus quadratis lineæ A C, vnà cum semisse eiusdem quadrati minus semisse quadrati lineæ F E. Quadratum vero rectæ A D æquatur tribus quadratis rectæ A C. Quare erit quadratum rectæ A D minus duobus quadratis rectæ K L, hoc est per constructionem quadratum rectæ D O æquale semissi quadrati

drati rectæ A C vnà cum semisse quadrati rectæ F E; & quadratum rectæ A O æquatur triplo cum dimidio quadrato rectæ A C vnà cum semisse quadrati rectæ F E. Sed per constructionem facta est, vt F D ad A O, ita A O ad D E erit rectangulum sub F D in D E æquale quadrato rectæ A O, & consequenter tribus quadratis cum dimidio rectæ A C, vnà cum semisse quadrati rectæ F E. Sed quadratum rectæ F D æquatur rectangulis sub F D in D E, & sub F D in F E, idest rectangulo sub B F in F A. Quare erit quadratum rectę F D æquale tribus quadratis cum dimidio rectę A C vnà cum semisse quadrati rectæ F E; & rectangulo sub B F in F A. Sed ob angulum rectum ad P quadratum rectæ F D æquatur quadratis rectarum F P, & D P; & quadratum rectæ D P talium est trium partium, qualium quadratum A C est quatuor. Erit igitur quadratum rectæ F P ęquale duplo super tripartienti quartas quadrati rectæ A C plus semissi quadrati rectæ F E plus rectangulo sub B A, in F A, vel duobus rectangulis sub A C in F A plus quadrato rectæ F A. Quadratum igitur rectæ F P æquatur duplo super tripartienti quartas quadrati rectæ A C plus semissi quadrati rectæ F E plus quadrato rectæ F A plus eo, quod bis sub A C, & F A continetur rectangulo. Sed eidē quadrato rectæ F P æquantur quadrata rectarum F A, & A P, vnà cum duobus rectangulis sub F A in P A, idest tribus rectangulis sub A C in F A. Duplum igitur super tripartiens quartas quadrati rectę A C vnà cum semisse quadrati rectæ F E, & duobus rectangulis sub A C in F A plus quadrato rectæ F A, æquatur quadratis rectarum F A, & A P vnà cum triplici rectangulo sub A C in F A; si subtrahantur communia, erit quadratum rectæ A P vnà cum rectangulo sub A C in F A æquale duplo super tripartienti quartas quadrati rectæ A C, plus semissi quadrati rectæ F E. Sed quadratum rectæ A P est duplum sesquiquartum quadrati rectæ A C. Ergo duplum sesquiquartum quadrati rectæ A C vnà cum rectangulo sub A C in F A æquatur duplo super tripartienti quartas quadrati rectę A C, vnà cum semisse quadrati rectæ F E; & subtracto duplo sesquiquarto quadrati rectæ A C, quod est commune, erit rectangulum sub F A in A C æquale semissi quadrati rectæ A C, vnà cum semisse quadrati rectæ F E. Linea igitur F A maior est, quam semissis semidiametri A C. Sed F E posita est, vel æqualis, vel minor semisse semidiametri A C. Ergo recta F E erit minor, quam recta F A, quod impossibile, & contra propos. 8. lib. 3. Euclidis.

Nunc

Nunc idem experiamur, quando datum punctum est citra quadrantis verticem; & linea data semidiametro minor; & supposito punctum datum esse illud, ad quod peruenit linea subtensa hexagono, reassumemus ipsius auctoris constructionem, & verba constructionis, quibus vtitur propositione quinta.

Sit semicirculus A D B, in eo datum punctum D, externaq; linea G minor semidiametro. Accipiatur differentia quadratorum semidiametri A C, & datæ lineæ G; sitq; quod potest linea L quadratum, & in circulo ex A puncto ponatur A I æqualis L, iunctaque B I bifariam in M diuidatur, & duplum quadrati B M, aut M I auferatur à quadrato B D, vt differentia fiat quadratorum, quod linea N possit, & hac linea N ponatur media trium proportionalium, quarum differentia extremarum fiat data G, inuentisq; extremis maior sit D F, minor vero D E, & à puncto D ducatur D F in concursum eductæ diametri B A, & in puncto conueniant F. Fig. 22.

Supposita hac constructione, & arcum A D esse sextam partem circuli, erit D B tertia, & recta D B latus trigoni circulo inscripti, & ducta in diametrum perpendiculari D P, diuidet semidiametrum A C bifariam in P: tum sic, quia quadratum rectæ A C minus quadrato rectæ G, seu F E æquatur quadrato rectæ A I, erit quadratum rectæ E B quadruplum quadrati rectæ A C minus quadrato rectæ A I, & quadratum rectæ E M æquale quadrato rectæ A C minus quarta parte quadrati rectæ A I; &, si quadratum rectæ A C minus quarta parte quadrati rectæ A I, auferatur ex quadrato rectæ D B, idest à triplo rectæ A C, erit duplum quadrati rectæ A C vna cum quarta parte quadrati rectæ A I æquale quadrato rectæ N, quæ, cum posita sit media proportionalis inter F D, & D E, erit rectangulum sub F D in D E æquale duplo quadrati rectæ A C, vel octo quadratis rectæ A P plus quarta parte quadrati rectæ A I; Sed quadratum rectæ F D æquatur rectangulis sub F D in D E, & sub F D in F E; rectangulum vero sub F D in F E rectangulo sub B F in F A, idest ei, quod quater sub A P in F A continetur rectangulo, vnà cum quadrato rectæ F A. Ergo quadratum rectæ F D æquatur octuplo quadrati rectæ A P, vnà cum quadrato rectæ F A, & quarta parte quadrati rectæ A I; & ei, quod quater sub A P in F A continetur rectangulo. Sed ob angulum rectum ad P, quadratum rectæ F D, æquatur quadratis rectarum F P, & D P. Sed quadratum rectæ F P æquatur quadratis rectarum F A, & A P vnà cum eo, quod bis sub

F A in

FA in AP continetur rectangulo; & quadratum rectæ DP æquatur triplo quadrati rectæ AP, erit quadratum rectæ FD æquale quadruplo quadrati rectæ AP plus quadrato rectæ FA, & ei, quod bis sub FA in AP continetur rectangulo. Sed quadratum rectæ FD erat æquale octuplo quadrati rectę AP plus quadrato rectæ FA plus quarta parte quadrati rectæ AI plus eo, quod quater sub FA in AP continetur rectangulo: Erunt igitur quadruplum quadrati rectæ AP cum quadrato rectę FA vnà cum duplo rectangulo sub FA in AP ęqualia octuplo quadrati rectę AP plus quadrato rectę FA plus quarta parte quadrati rectę AI plus eo, quod quater sub FA in AP continetur rectangulo, quod impossibile: nam differunt per quadruplum quadrati rectę AP plus quarta parte quadrati rectę AI plus eo, quod bis sub AP in FA continetur rectangulo.

Sed iam satis, superq; ostendimus auctorem non tantum methodum suam aptandi quamlibet lineam datam intra eductam diametrũ, & conuexum circuli, vt ad datum in peripheria punctum perueniat, non demonstrasse, sed in paralogismos incidisse (quod satis erat) sed etiam methodum illam à vero multum aberrare. Quare ad sequentes propositiones transitum faciemus, quas methodo illi innixas, paralogisticas esse per se patebit. Sit igitur auctoris.

Propositio nona. *Problema nonum.*

Fig. 23. *Angulum quemcumq; rectilineum trifariam secare geometricè.*

Datus sit angulus B C D æqualiter trisecandus facto centro in C ad quamlibuerit distantiam C D, semicirculus fiat A D B, in cuius peripheriam cum cadat punctum D, ab eodem ducatur linea D F, vt intercepta pars à conuexo peripheriæ, & diametro producta, nimirum F E fiat ipsi semidiametro A C æqualis. Et hoc habetur supra in congruo problematis sexti symptomate demonstratum. Dico; quòd arcus D B, siue angulus B C D trifariam æqualiter sectus erit; & eius pars tertia erit arcus A E, siue ducta C E angulus A C E: nam constructi trianguli C D F angulus externus B C D valet duos C D F, C F D internos, & oppositos. Sed C E D æqualis est angulo C D E. Sed angulus C E D duplus est anguli C F E, aut F C E: sunt enim anguli ad F, & C æquales, quia æqualia sunt latera E F, E C. Ergo angulus C D E duplus est vtriuslibet C F D, E C F angulorũ. Sed angulus externus B C D potest duos internos, & oppositos

ad D,

ad D, & F. Ergo B C D angulus poterit tres angulos æquales ipsi F siue E C A; & ideo angulus B C D trisectus erit, & pars tertia fiet, aut angulus F, aut angulus A C E, siue arcus D B triplus erit arcus A E. Quod est faciendum.

Modus, quo aptat lineam F E est paralogismus huius demonstrationis, ex qua elicit sequens consectarium.

CONSECTARIUM.

MAnifestum igitur erit, quotiescunque linea comprehensa externa ab educta diametro, & conuexo peripheriæ, æqualis fuerit semidiametro eiusdem circuli pertinens ad datum in circumferentia punctum, angulum in concursu æqualem fieri tertiæ parti anguli externi in centro, vt hic angulus C F D pars tertia anguli B C D, seu arcus B D triplus fiat obuersi arcus A E, & optime licebit argumentari. Angulus in centro trifariam sectus est. Ergo linea externa pertingens ad punctum in peripheria datum semidiametro est æqualis, vel è conuerso; ex eo, quod linea externa pertingens ad punctum in peripheria datum semidiametro æqualis est. Ergo angulus in centro æqualiter trifariam sectus est, vel arcus illi obuersus.

Non semper licet hoc modo argumentari: nam hoc argumentum elici non potest, quando angulus trisecandus ad angulum rectum habet maiorem proportionem, quàm sesquialteram. Si enim datus esset angulus E C B maior, quam rectus cum semisse; & ipsius tertia pars esset angulus A C G; & aptata esset linea F E æqualis semidiametro A C pertinens ad punctum E, & duceretur linea G D, non liceret argumentari ab angulo A C G trifariam secante angulum datum E C B, arguendo lineam E D, quæ pertinet ad punctum datum E, esse æqualem semidiametro A C: neque à linea F E æquali semidiametro A C, arguere angulum A C E esse subtriplum anguli dati E C B. Quomodo autem angulus A C E esset trisecandus, per præcedens problema, præmissa sequenti propositione, docebimus. Fig. 24.

PROPOSITIO.

OMnis angulus rectus; & omnis angulus recto minor, ad quem angulus rectus habeat proportionem multiplicem in aliquo gradu proportionis continuæ à dupla proportione ascendentis; &

E omnis

omnis angulus super particularis, vel super partiens rectum per partem, vel partes, quæ denominentur ab aliquo gradu proportionis à dupla proportione ascendentis, potest secari trifariam geometricè. Item latus hexagoni à vertice quadrantis semicirculo inscripti, si producatur, vt concurrat cum diametro producta, segmentum interceptum inter conuexum peripheriæ, & diametrum productam æquari semidiametro circuli. Item lineam, quæ tangit circulum in puncto diuidente quadrantem bifariam, & terminatur à diametro producta, æquari eidem semidiametro.

Fig. 25. Sit semicirculus A B C, ex cuius centro I erigatur perpendicularis I B, & angulus A I B rectus diuidatur bifariam in E; angulus vero A I E bifariam in F, & angulus A I F, bifariam in G, & sic in infinitum. Dico hos omnes angulos, & quemlibet angulum compositum ex recto, & quolibet, aut quibuslibet istorum posse trifariam diuidi geometricè. Inscribatur à puncto B latus hexagoni B D. Quia semicirculi A B C arcus A B est semissis, & B D tertia pars, erit A B sesquialter ipsius B D: Igitur D A erit tertia pars ipsius A B; & semissis arcus D A erit tertia pars arcus A E, qui est semissis quadrantis A B; & quarta pars arcus A D erit tertia pars arcus F A, qui est quarta pars quadrantis A B; & sic in infinitum: nam partes æque multiplicium eodem modo inter se comparatæ eandem semper seruant proportionem; vel quia F A est quarta pars quadrantis A B, & D A tertia, erit proportio D A ad F A sesquitertia. Quare D F erit tertia pars ipsius F A; & dimidium ipsius D F, idest D H erit tertia pars ipsius A G semissis arcus F A; & D A cum sui semisse erit tertia arcus sesquialteri quadrantis; & D A cum sui quarta parte erit tertia pars sesquiquarti quadrantis; & D A super tripartiens suas quartas erit tertia pars super tripartientis quartas quadrantis, & sic in infinitum. Dico etiam, si recta D B producatur, vt concurrat cum diametro producta in K, fore lineam D K æqualem semidiametro D I; & si à puncto E ducatur linea tangens circulum, quæ concurrat cum diametro producta in L (concurrent enim, cum angulus ad E sit rectus, & angulus E I L minor recto). Dico lineam E L fore æqualem semidiametro E I. Quia anguli I D B, & I D K sunt æquales duobus rectis; & tres anguli I D K, & D K I, & D I K sunt etiam æquales duobus rectis, erunt anguli D K I, & D I K æquales angulo I D B, seu D I B. Sed angulus D I A est semissis anguli D I B: erit igitur, & angulus D K I semissis anguli D I B, & conse-

quenter

quenter æqualis angulo D I K. Quare recta D K erit æqualis rectę D I. Quod probandum. Item quia trianguli I E L tres anguli sunt æquales duobus rectis; & angulus ad E est rectus, erunt reliqui vni recto æquales. Sed angulus L E I per constructionem est semissis vnius recti. Ergo angulus E L I, erit etiam semissis vnius recti, & ob æquales angulos ad L, & I latera, E L, & E I, erunt æqualia.

His præmissis angulum quemcunq; rectilineum, qui habeat ad rectum maiorem proportionem, quam sesquialteram, trifariam secabimus, admisso Vietæo postulato (angulus enim, qui habet ad rectum proportionem sesquialteram trifariam sectus est, cum ipsius tertia pars sit semissis quadrantis, in quo puncto recta tangens circulum, & intercepta à diametro educta est circuli semidiametro æqualis). Sit datus angulus rectilineus A B C, qui habeat ad rectum maiorem proportionem, quam sesquialteram, & sit trifariam secandus. Centro B, & interuallo B C describatur semicirculus D A E C, qui secet latus A B in A; & ad punctum B excitetur perpendicularis B E; & angulus rectus A B E trifariam secetur in H; descripto hexagoni latere H E, & anguli E B C per præcedens problema sit tertia pars D G aptata linea F G æquali semidiametro D B, quæ perueniat ad punctum E, erit arcus A H vna cum arcu G D tertia pars anguli A B C. Si igitur arcui G D ponatur æqualis arcus H I, angulus A B C trifariam sectus erit in I; Quod faciendum. Fig. 26.

Post consectarium addit sequentem adnotationem.

ADNOTATIO.

Credebant antiqui trisectionis anguli cuiuslibet plani effectionem ad solidum pertinere genus. Vndè Pappus lib. 4. propos. 35. sic ait: Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito secare solidum est, vt ante ostendimus, sed datum angulum, vel circumferentiam secare in datam proportionem lineare est &c. Sic ille. At non antiqui tantum, sed omnes quotquot fuere Mathematici hactenus in eandem iuerunt sententiam, & vt alios pertranseam, Albertus Girard Geometra, & in algebricis versatissimus in opusculo illo gallico idiomate conscripto. Inuention nouelle en l'Algebre. Edito 1629. in 4. capite de æquationibus ordinatis, in hac prorumpit verba, pagina 32. (il est impossible de couper tout Arc proposè en 3. sans vser d'autres lignes que de la Droicte, & circulaire). In hoc quam longè à vero absit iam patet,

 & am-

& amplius patebit infra, vbi sumus ostensuri aduersùs Pappum etiam in analogica sectione anguli, genus planorum non immutari, & per illud omnia absolui legitimè.

O infelicem Pappum, ô infelicem Girardum, ô infelices omnes, qui hucusq; fuerunt Mathematici, quibus non contigit tam pulchra, tam sublimia à tam insigni Mathematico discere: Quàm enim erronea sit hæc adnotatio, iam satis patet, & amplius semper patebit, quando conabitur aduersus Pappum ostendere etiam in analogica sectione anguli, genus planorum non immutari. Sed quoniam superius promisi demonstrare generale problema ad trisectionem anguli rectilinei non esse illud, quo aptatur recta æqualis datæ inter conuexum circuli, & diametrum productam, vt ad datum in semicirculo punctum pertineat, sed esse generalius, hoc est Vietæum postulatum, quo à quouis puncto ad duas quasuis lineas recta ducitur intercepta ab ijs præfinito quocunq; possibili intersegmento, subdam Pappi methodum trisecandi angulum, & alteram methodum, quæ à Campano adijcitur ad finem quarti libri Euclidis, idq; in eo casu, quando angulus datus est acutus; quando enim est rectus geometricè trisecatur, vt superius ostendimus; & quando est maior recto, satis est, si complementum anguli trisecetur. Quare.

Fig. 27. Sit angulus acutus A B C, & ab aliquo puncto ducatur perpendicularis A C, completoq; parallelogrammo C F producatur F A vsque ad E: cum igitur parallelogrammum rectangulum sit, ponatur inter E A, A C recta linea E D tendens in B, quæ duplæ ipsius A B sit æqualis; hoc enim fieri posse iam demonstratum est, ita inquit Pappus: Itaq; dati anguli A B C. Dico tertiam partem esse E B C. Secetur E D bifariam in G, & A G iungatur. Tres igitur rectæ lineæ D G, G A, G E, æquales sunt; & D E dupla ipsius A G, sed & ipsius A B est dupla. Ergo B A est æqualis A G, & A B D angulus angulo A G D æqualis: angulus autem A G D est duplus anguli A E D, hoc est ipsius D B C: Quod si angulum A B D bifariam secemus, erit angulus A B C tripartito sectus. Est Pappi propos. 32. lib. 4. Mathematicarum collectionum.

Fig. 28. Sit iterum angulus acutus B C A datus trifariam secandus posito C centro describo circulum, cuius peripheria secet latera C B, & C A in punctis A, & B; & à puncto C excito lineam C D perpendicularem lineæ C B; & inter rectam C D, & conuexam D F I G duco lineam E F æqualem semidiametro circuli, itaut perueniat ad

pun-

punctum A, & sit A F; cui per C duco lineam H G parallelam. Dico angulum H C B esse tertiam partem anguli B C A. Quia recta C G est parallela, & æqualis rectæ E F, erit E C parallela, & æqualis rectæ F G, & angulus E C O erit æqualis angulo C O F, idest vterque rectus. Quare recta F O erit æqualis rectæ O G; & arcus G I, arcui I F. Sed arcui G I est æqualis arcus H B: tres igitur arcus H B, G I, I F sunt æquales inter se. Sed simul sumpti sunt æquales arcui A B, cum F G sit æqualis arcui A H ob parallelas A F, & H G: arcus igitur B H erit tertia pars arcus B A; & angulus B C H erit tertia pars anguli B C A. Quod faciendum &c. Est Campani adijcienda ad finem quarti libri Euclidis.

Hinc patet angulum trisecari aptando lineam datam inter duas rectas, & inter rectam, & curuam, & non generale problema ad trisectionem anguli esse illud, quo aptatur linea inter conuexam peripheriam, & eductam diametrum, vt ad datum punctum pertineat.

COROLLARIVM.

EX præmissis facile colligi potest tria illa problemata, nempe Vietæum postulatum, trisectio anguli, & primum Ghetaldi ita esse inter se connexa, vt Vietæum postulatum, ac primum Ghetaldi conuertantur; & vnumquodq; ex illis inferat trisectionem anguli: trisectio vero anguli non infert vniuersaliter Vietæum postulatum, nec problema Ghetaldi, quia trisectio anguli postulat solum aptari æqualem semidiametro: reliqua problemata vero sunt vniuersaliora. Hæc tamen debent intelligi quo ad Vietæum postulatum solum, quatenus restringitur ad illam partem aptandi lineam inter conuexum circuli, & diametrum eductam: nam, si in tota sua vniuersalitate accipiatur, magis late patet, quam reliqua duo problemata: si enim in semicirculo A E D B, cuius centrum C ducatur recta C D; & inter eductam diametrum B F, & conuexam peripheriam aptetur recta F E æqualis rectæ C D, angulus D C B secatur trifariam, & constituitur triangulum, cuius sit datus angulus verticis A C D, idest complementum ad semicirculũ anguli D C B latus adiacens D C, & differentia segmentorum æqualis eidem D C. Fig. 29.

Si vero repetatur constructio Pappi; Quia angulus A B C datus est æqualis angulo B A F; & angulus D B C æqualis angulo B E A: lineæ vero A B, G A, G D, G E sunt æquales, si centro A inter- Fig. 30.

uallo

uallo A B intelligatur describi circulus transibit per puncta B, & G; linea E G æqualis datæ A B erit aptata inter conuexum, & eductam diametrum, vt ad datum punctum in circulo pertineat; & angulus G B C erit tertia pars anguli B A F: item angulus B A E erit datus, cum sit complementum ad duos rectos pro angulo verticis, & latus adiacens erit A B, & differentia segmentorum eadem A B. Quare construetur triangulum B A E, vt superius. Item erit recta D G æqualis rectæ A B aptata inter concauum circuli, & rectam A C perpendicularem rectæ A F, vt ad punctum B perueniat, quę est constructio Campani, ex quibus patet horum problematum connexio.

Nunc restat ostendendum has propositiones solidas esse, quod Pappus ostendit propos. 32. & 33. libri quarti, assumens in construc- Fig. 30. tione hyperbolicam coni sectionem: nam producit rectam B C in H, ita vt C H æquetur rectæ datæ, & per punctum C inter asymptotos B F, & F E describit hyperbolem C I, quam secat in puncto I circulus, cuius centrum sit C, & descriptus sit interuallo C H, & ducta recta C I, à puncto I ducit I K parallelam rectæ C B, seu F A; & rectam I E parallelam rectæ C A, seu B F, donec concurrat cum F A producta in E; & ducta recta B E, dicit rectam D E, quæ intercipitur recta A C, & F A producta esse æqualem rectæ datæ C H. Quia enim à puncto in hyperbole C ductæ sunt ad asymptotos B F, & F A, duæ rectæ C B, & C A; & ab altero puncto I ductæ sunt ipsis ęquidistantes I K, & I E, erit per duodecimam lib. 2. Apollonij Conicorum, quod fit sub F E in I E æquale rectangulo, quod fit sub C B in C A. Quare, vt F E ad C B, ita C A, seu B F ad I E. Sed vt F E ad C B, ita est B F ad D C ob similitudinem triangulorum. Ergo D C æquatur rectæ I E, & parallelogrammum erit D C I E. Quare D E erit æqualis rectæ I C, seu C H. Quod probandum.

Simili modo, licet aliter angulum datum rectilineum trifariam secet, tamen semper sumit in constructione hyperbolem: Ideo dicit problema solidum esse, cum tria sint problematum genera. Problema planum, quod per rectas lineas, & circulum expeditur. Problema solidum in cuius constructione assumuntur conicæ sectiones. Problema lineare, in quo assumuntur lineæ, quæ habent diuersum, & varium ortum, quales sunt helices, quadratrices, conchoides, & cissoides, & similes. Nos vero tam methodum auctoris trisecandi angulum, quam Pappi per analysim resoluentes, ex resultante æquatione manifestum reddemus problema solidum esse, cum semper analy-

sis

sis incidat in solidam æquationem, ex quibus emerget recte credidisse antiquos, recte locutum esse Pappum, & Albertum Girardum, quos à vero aberrasse non dixisset hic auctor, si ipsorum opera intellexisset, quorum nomina sat erat nouisse, ne tam turpiter laberetur. Quare reassumpto diagrammate constructo methodo tradita ab auctore hac propos. 9.

Quia datus est semicirculus A E D B datus angulus D C B trisecandus: Ideò datum punctum D, dabitur etiam magnitudine linea D G à puncto D super diametrum A B perpendiculariter cadens, & supponantur omnia esse facta, vt dicta propositione docetur, hoc est lineam F E esse æqualem rectæ A C; & ideo datam, quæ perueniat ad punctum datum D. Qnia quod fit sub D F in F E æquatur rectangulo sub B F in F A, erit, vt D F ad F A, ita B F ad F E; & vt quadratum rectæ D F ad quadratum rectæ F A, ita quadratum rectæ B F ad quadratum rectæ F E. Quare quod fit sub quadrato rectæ D F in quadratum rectæ F E, æquale erit ei, quod fit sub quadrato rectæ F A in quadratum rectæ B F. Sed quadratum, rectæ D F æquatur quadratis rectarum D G, F A, A G; & ei, quod bis sub F A in A G continetur rectangulo. Quod igitur fit sub D G quadrato in F E quadratum, sub F A quadrato in F E quadratum, sub A G quadrato in F E quadratum, & sub duplici quadrato rectæ F E in F A in A G, æquabitur ei, quod fit sub quadrato rectæ F A, in quadratum rectæ B F. Sed quadratum rectæ B F æquatur quadratis rectarum F A, & A B, vna cum eo, quod bis sub F A in A B continetur rectangulo. Quare id, quod fit sub quadrato rectæ B F in quadratũ rectæ F A, æquabitur quadrato rectæ F A plus quadrato quadrato rectæ F A in quadratum rectę A B, & duplici cubo rectę F A in rectam A B. Quod igitur fit sub D G quadrato in F E quadratum, plus sub F A quadrato in F E quadratum, plus sub A G quadrato in F E quadratũ, & sub duplici quadrato rectæ F E in F A in A G, æquale erit quadrato quadrato rectæ F A plus quadrato rectæ F A in quadratũ rectæ A B, & duplici cubo rectæ F A in rectam A B. Quæ æquatio solida est; est enim quadrato quadrati adfecti adiunctione quadrati in quadratum, & cubi in latus si enim per antithesim fiat transpositio, erit quadratum rectæ D G ductum in quadratum rectæ F E minus id, quod fit sub quadrato rectæ F A, in quadratum rectæ A B, plus quadrato rectæ F A, in quadratum rectæ F E minus duplici cubo rectæ F A, in rectam A B plus quadrato rectæ A G, in quadratum rectæ F E plus duplici quadrato rectæ

F E, in

Fig. 31.

FE, in rectam FA in AG æquale quadrato quadrato rectæ FA, quæ æquatio solui non potest geometricè.

Reassumatur nunc diagramma constructum methodo Pappi, in quo datæ sunt magnitudine, & positione recta BF æqualis, & parallela rectæ CA, recta FA æqualis, & parallela rectç BC, & BA, DG, GE, GA æquales inter se. Quia, vt FB ad DA, ita FE ad AE, erit quadratum rectæ FB ad quadratum rectæ DA, sicut quadratum rectæ FE ad quadratum rectæ AE; & quod fit sub quadrato rectæ FB in quadratum rectæ AE, æquabitur plano plano, quod fit sub quadrato rectæ DA in quadratum rectæ FE, & quia quadratum rectæ BE æquatur quadratis rectarum FB, & FE, si omnia ducantur in quadratum rectæ AE, erit quadratum rectæ BE in quadratum rectæ AE æquale quadrato rectæ FB in quadratum rectæ AE, idest quadrato rectæ DA in quadratum rectæ FE plus quadrato rectæ FE in quadratum rectæ AE. Sed quadrato rectæ DA vna cum quadrato rectæ AE æquatur quadratum rectæ DE. Ergo quadratum rectæ DE in quadratum rectæ FE æquatur quadrato rectæ BE in quadratum rectæ AE, idest quadrato rectæ BD in quadratum rectæ AE plus quadrato rectæ DE in quadratum rectæ AE plus duplici quadrato rectæ AE in BD in DE; & quia quadratum rectæ DE æquatur quatuor quadratis rectæ BA, idest quatuor quadratis rectæ FB, vnà cum quatuor quadratis rectæ FA; & quadratum rectæ FE æquatur quadratis rectarum FA, & AE, vnà cum eo, quod bis sub FA in AE continetur rectangulo, erit quadruplum quadrati rectæ FB, in quadratum rectæ FE, plus quadruplum quadrato quadrati rectæ FA, plus quadruplum quadrati rectæ FA, in quadratum rectæ AE, plus octuplum cubi rectæ FA, in AE æquale quadrato rectæ BE, in quadratum rectæ AE, idest quadrato rectæ, BD, in quadratum rectæ AE, plus quadruplo quadrato rectæ FA in quadratum rectæ AE plus quadruplo quadrato rectæ FB in quadratum rectæ AE, plus duplici quadrato rectæ AE, in BD, in DE, à quibus, si dematur commune quadruplum quadrati rectæ FA, in quadratum rectæ AE, erit quadruplum quadrati rectæ FB, in quadratum rectæ FE, plus quadruplum quadrato quadrati rectæ FA plus octuplum cubi rectæ FA, in AE æquale quadrato rectæ BD in quadratum rectæ AE, plus quadruplo quadrato rectæ FB, in quadratum rectæ AE plus duplici quadrato rectæ AE, in BD, in AE, & per antithesin transponendo, erit quadratum rectæ BD, in quadratum

Fig. 30.

tum rectæ A E, minus quadruplum quadrati rectæ F B, in quadratum rectæ F E, plus quadruplum quadrati rectæ F B, in quadratum rectæ A E, plus duplum quadrati rectæ A E, in B D, in D E, minus octuplum cubi rectæ F A, in A E æquale quadruplo quadrato quadrati rectæ F A, quæ æquatio solida est, vt superior. Ex quibus satis constat trisectionem anguli rectilinei ad solidum genus spectare.

Sequentes propositiones vsque ad decimam quintam inclusiuè sunt Francisci Vietæ in Supplemento Geometriæ. Sed suas facit, dum Vietæum Postulatum propria methodo absoluit, sic honestimas Matronas vitiat; nec mirum, si suppresso nomine odit lucem, & in tenebris ambulat, nam factus est mathematicarum propositionum Adulter, imo penè dixerim leno, cum ad easdem vitiandas iactet se posse allicere pudicissimum Virum Ioannem Kepplerum, si superesset: nam ad finem decimæ quintæ propositionis addit sequentem adnotationem.

ADNOTATIO.

PRamissas continuauimus propositiones, vt vnà intelligatur ab auctore sic ordinatas fuisse, vt in circulo inscriberetur heptagonum. Quamuis perfecta descriptio ab eodem non tradatur, propterea quòd eius postulatum claudicet. Modo verò, cum ex nostris superius deductis, recta incedere geometria videatur, legitima etiam habetur heptagoni descriptio contra Ioannem Kepplerum Virum doctissimum, qui libro Harmonicorum primo ad propos. 45. hisce insurgebat verbis pag. 32. Heptagonus, & figuræ ab eo omnes, quæ numerum laterum ex primis (sic dictis) vnum habent, earumq; stella, totaq; adeò classes ab ÿs deriuata extra circulum descriptione geometrica carent. In circulo, etsi laterum quantitas est necessaria, illa tamen ignorari æquè necesse est &c. Et deinceps in corpore propositionis pag. 34. addit. Itaq; nullum vnquam regulare septangulum à quoquam constructum est, sciente, & volente, & ex proposito agente: nec construi potest ex proposito, sed benè fortuito construi potest; & tamen ignorari necesse est, sit ne constructum, an non. Hæc ille. Crediderat fortasse Kepplerus ex eo, quod sublime illud Vieta ingenium ad perfectam heptagoni delineationem non peruenerat, non esse in gradu possibilium, aut ex arte exhibendorum. At pro eius in philosophando libertate, si adhuc superesset, quin sententiam retractaret, non ambigimus. Quod autem non ad solam in circulo inscrip-

tionem coarctemur, alia perficiemus via, priùs hoc præmisso lemmate.

Cum hæc adnotatio tota insistat geometricæ constructioni Vietæi postulati, quæ iuxta auctoris huius methodum, claudicantem geometriam omnino iugulauit. Si superesset Kepplerus, & methodos istas vidisset, non tantum non retractasset sententiam, imò confirmasset magis: nam quæ ab hoc auctore construuntur, fortasse à volente fiunt, sed non à sciente, & ex proposito agente; & non tantum ignorari necesse est, sit ne constructum, an non, sed superius demonstratum est constructum non esse. Quod etiam cum Clauio docebimus accidere in sequenti propositione, in qua aliam viam describendi heptagonum ostendit præmisso hoc lemmate.

LEMMA II.

SI à puncto extra circulum dato per extrema chordæ ducantur secantes lineæ circulum, partes intra, & extra inter se comparatæ æquales erunt, quum ab eodem puncto ad centrum linea chordam ad rectos angulos, aut bifariam dividet.

Cuius lemmatis demonstrationem non subdimus: nam, cum geometrica sit, & rectè concludens, lemmate admisso, ad propositionem 16. transitum faciemus, in qua præmisso lemmate non rectè vtitur. Sit igitur.

Propositio decima sexta. Problema decimum tertium.

Fig. 32 *HEptagonum regulare geometricè describere super datam lineam. Sit linea A B, & ex eius distantia à punctis A B duæ circuli portiones A C, B C, scribantur se mutuo secantes in C, à quo puncto demittatur perpendicularis C D, & bifariam diuidatur in E, per quod punctum ipsi A B parallela fiat F G, quæ portiones circulorum in F G secabit, & ducta A F, siue B G se secantes in I. Dico triangula A B G A B F esse isosceliæ; & illorum angulos supra basim B F, aut A G (alter sufficit ad intentum ostendendum) esse ad angulum verticis in ratione tripla. Facto igitur in A centro interuallo A B scribatur circulus, in cuius peripheria ponatur F M æqualis B F, erit B M latus quæsiti heptagoni. Iterum scribatur alter circulus circa triangulum A I B, cuius centrum Z, producatur F B in Y; & ad centrum ab eodem puncto F sit alia F Z, sicut ex G, alia G Z; & cum triangula G E Z,*

F E Z

F E Z æqualia sint. Quod facilè probari potest, & eorum dupla, nimirum quadrilatera B F I Z, A G I Z; & cum A I, I B æquales sint, earum semisses æquales erunt. Ergo linea F V diuidit bifariam I B. Ergo ex lemmate lineæ F A, F Y, & partes earum tum intra, tum extra circulum, æquales fiunt. Sed in triangulo A B I isoscele angulus B I F externus duplus est vtriuslibet interni, & oppositi I A B, aut I B A. Ergo angulus F B I erit etiam duplus eiusdem I B A. Totus igitur F B A angulus triplus fit anguli I B A, siue I A B: at in isoscele, anguli supra basim æquantur: Igitur in A facto centro, & interuallo A B, si scribatur circulus, chorda B F, quæ angulo in centro A opponitur, erit pars decima quarta circumferentiæ, & eius dupla B M septima circuli pars. Circumducatur, & B M septies, habebitur heptagonum legitimè, geometricè, ac regulariter scriptum. Quod erat faciendum.

Hæc constructio est Francisci Flussati Candalæ, quam Clauius lib. 8. suæ geometriæ practicæ propos. 30. non rectam esse demonstrat hoc modo. Demissa perpendiculari F H pro sinu arcus F B, vel anguli F A B posito sinu toto A F, vel A B 10000000. Quoniam A B potentia sesquitertium est perpendicularis C D, si fiat, vt 4 ad 3, ita 100000000000000 quadratum lateris A B ad aliud, reperietur quadratum C D 75000000000000; quod cum sit quadruplum quadrati E D, seu F H, erit quadratum F H 18750000000000, ipsumque latus F H erit 4330127 vero minus, & 4330128 vero maius, cui in tabula sinuum (adhibita parte proportionali) respondent grad. 25. min. 39. sec. 32. pro arcu F B, vel angulo F A B, quo ablato ex gradibus 180, reliqua summa angulorum æqualium ad basim F B est gr. 154. min. 20. sec. 28; atque idcirco vterq; complectetur grad. 77. min. 10. sec. 14, qui maior est, quam triplus anguli F A B gr. 25. min. 39. sec. 32. cum hic triplicatus efficiat tantummodo grad. 76. min. 58. & sec. 36. Sed cum Clauius subdat eius loci non esse paralogismum indicare, nos indicabimus, qui consistit in præmissa, quam assumit, vt veram, sed non probat, hoc est lineas B I, & A I bifariam secari in V, & X per rectas Z F, & Z G, ex quo sequeretur per præmissum lemma, lineas F B, & F I inter se æquales esse; & æquales angulos F I B, & F B I, Sed, cum non probetur lineas B I, & A I bifariam secari in V, & X, tota corruit demonstratio, & præmisso lemmate abutitur. Adnotandum est etiam in hac propositione, quod assumit quadrilatera B F I Z, A G I Z, vt dupla triangulorum G E Z, F E Z, quod si verum esset, eo minus posset argui æqualitas rectarum I V, & B V, I X, &

 A X.

A X. Sed hoc potius tribuendum est menti, quæ ob tam pulchra inuenta, vsque ad ebrietatem exhilarata oblita est pro triangulis G E Z, & F E Z ponere triangula F I Z, & G I Z, quæ esse subdupla quadrilaterarum B F I Z, & A G I Z, non mirum est asseri ab eo, qui in geometricis vtitur sensu duce, non ratione ad iudicandum, quæ sensuum fallacia, licet in omnibus, in geometricis vero vitiosissima. Sed ad decimam septimam propositionem: nam huiusce propositionis consectarium cum ipsa propositione corruit.

Propositio decima septima. Problema decimum quartum.

Enneagonum regulare geometricè conscribere ex supra à nobis demonstratis hoc adeo facilè efficietur, vt vix, quod reliquum est, inter problemata, locum habere debeat.

Descripto circulo, statim habetur hexagoni latus. Deinde arcus, siue angulus A C D secetur trifariam, vt pars tertia sit A F, quæ erit enneagoni vnum latus, & cum id clarissimè pateat, noua non eget demonstratione.

Cum trisectio anguli ab hoc hucusq; tradita auctore demonstrata sit fallax, non insistendum amplius erit fallaciæ huius demonstrationis, sed transitum faciemus ad sequentem demonstrationem, in qua promittit nouam methodum trisecandi angulum rectilineum geometricè, in qua fortasse absurdiora præteritis reperiemus.

Propositio decima octaua. Problema decimum quintum.

Angulum rectilineum trifariam noua methodo geometricè secare. Sit angulus quilibet planus A C B, quem oporteat in æquas
Fig. 33. *partes trifariam secare. Iungatur A B, quæ in E bifariam diuidatur. Scribatur semicirculus centro E, & interuallo A E, & E B, & in peripheria ponatur B I pars tertia, quod vnica fiet apertura circini geometricè. Ducta vero altera diametro C E in G, producatur etiam in oppositam partem, ita vt E H æquetur E G; à puncto H iungatur H I secans partem peripheriæ A D B, siue anguli C dati in N. Dico, quod angulus A C B erit sectus trifariam à linea C N, vt angulus B C N tertia*
A *fiat pars anguli A C B. Iungantur lineæ E N, C N. Quoniam igitur lineæ E I, E H æquales sunt, anguli supra basim H, & I æquantur, quos externus G E I adæquat, si apponatur angulus N E I, erit totus angulus*

DEN

DEN æqualis tribus EHI, EIN, NEI; at duobus hisce postremis est æqualis angulus ENH. In triangulo igitur ENH, anguli ENC, CNH, EHN, æquales sunt externo angulo DEN. At duos posteriores CNH, EHN adæquat externus angulus ECN. Igitur externus angulus DEN æqualis est duobus internis, & oppositis ECN, ENC. Ergo angulus DCN ad N punctum cum linea HI conuenit. B
Ideo quæ pars est angulus GEI semicirculi AGB, eadem pars erit angulus DCN peripheriæ ADB, siue anguli ACD, & quæ pars IEB semicirculi, eadem pars NCB peripheriæ ADB. Sed IEB pars est tertia semicirculi. Ergo, & arcus NB, siue angulus NCB peripheriæ ADB, siue anguli ACB est pars tertia. Igitur à linea HNI tertia pars anguli dati secatur. Et factum est, quod oportuit.

Miror Virum, qui videtur prima geometriæ elementa non ignorare, tam absurdè argumentari: nam quidquid in hac argumentatione intercipitur inter lineam illam, cui in margine adscripsimus characterem A, vsque ad illam, cui adscripsimus characterem B, assumit, vt probet angulum DCN ad punctum N cum linea HI conuenire, quod sequitur ex ipsa constructione: ait enim iungantur lineæ EN, CN, deinde concludit angulum DCN eandem partem esse peripheriæ ADB, quæ pars est angulus GEI semicirculi AGB, nihil omnino præmittendo, ex quo hæc conclusio erui possit; itaque quod probandum erat, non probat, quod non probandum, probat, vt temerè prolatis verbis adeo sua crescat oratio, vt tantæ magnitudinis videatur, quanta verisimiliter sufficeret ad probandum propositũ, si probari posset; non secus, ac si quis data longitudine carmina metiretur: Sed, vt hanc methodum non veram esse ostendamus, ipsam examinabimus canone trigonometrico in angulo dato acuto, recto, & obtuso; & vt acuti, & obtusi sit determinata quantitas, sumemus arcum hexagoni pro acuto, & trigoni pro obtuso, & ex calculo, qui verè lapis est lydius pro hisce inuentis examinandis, apparebit tantùm in recto hanc methodum veram esse, quem etiam aliter trifariam secari ostendimus.

Sit datus angulus ACB, cuius arcus ADB subtendatur chorda AB, quæ bifariam secetur in E. à perpendiculari CD à centro C Fig. 34.
demissa, & centro E interuallo AE, seu EB describatur circulus Fig. 35.
AGBH. Dico, quòd hic circulus diuersimodè secabit perpendicu- Fig. 36.
larem CD, prout angulus datus fuerit minor, vel maior, vel æqualis recto. Nam si fuerit minor recto, secabit citra centrum C: si maior

ior recto, vltra centrum C; si æqualis recto, in ipso centro C.

Fig. 34. Sit primò angulus A C B datus minor recto, erit eius semissis A C E minor semisse vnius recti, & consequenter minor angulo E A C complemento ad rectum. Quare latus oppositum A E erit minus latere E C. Ergo E H minor, quam E C, & consequenter D C secatur citra centrum.

Fig. 35. Sit secundò angulus datus A C B maior recto, erit eius semissis A C E maior semisse vnius recti, & consequenter maior angulo E A C complemento ad rectum. Quare latus oppositum A E, erit maius latere E C, Ergo E H maior, quam E C, & consequenter D C secatur vltra centrum.

Fig. 36. Sit tertiò angulus A C B rectus, erit eius semissis A C E æqualis angulo E A C complemento ad rectum. Quare latera E A, & E C æqualia erunt. Sed lateri E A æquatur latus E H: punctum igitur H cadet in centro. Quod probandum.

Fig. 37. Dico secundò hanc methodum trifariam secandi angulum quemcunq; rectilineum, falsam esse, & tantum verificari in angulo recto. Sit enim datus angulus acutus A C B graduum sexaginta, & reassumpta auctoris constructione. Dico arcum N B non esse eam partẽ arcus A D B, quæ pars est arcus I B semicirculi A G B: nam si N B est tertia pars arcus A D B graduum sexaginta, erit N B graduum 20, & cum arcus A D B bisecitur in D, erit D N graduum 10, & B I tertia pars semicirculi erit graduum 60, & G I complementum ad rectum graduum 30. A punctis I, & N cadant perpendiculares ad C G, rectæ I M, N O, & iungatur E I. Quia D C est æqualis A B, & A B dupla G E, erit D C dupla ipsius G E. Igitur posita D C, tanquam sinu toto partium 100000, erit G E talium partium 50000. Quare I M, qui est sinus rectus anguli G E I graduum 30, erit talium partium 25000, qualium in triangulo rectangulo I M E sinus totus E I, idest G F est 50000, & qualium D C est 100000. Sinus autem complementi, idest recta M E erit 43301, & tota M H erit 93301. Quia verò arcus D N supponitur graduum 10, etiam angulus D C N erit graduum 10. Ergo N O eius sinus rectus erit partium 17365, qualium C D est 100000, & I M 25000, & M H 93301. Cum autem sit, vt I M ad M H, ita N O ad O H, si multiplicentur 93301 per 17365, & productum diuidatur per 25000, prodibit in quotiente 64806 $\frac{21865}{25000}$ pro linea H O, à qua si subtrahatur E H, idest 50000, erit residuum 14806 $\frac{21865}{25000}$ æquale rectæ E O. Sed E O est minor, quàm D E, & D B

sinus

finus verfus graduum triginta eft 13397. Ergo 14806 [illegible] erit minus quam 13397. Quod abfurdum nam eft maius.

Sit fecundo datus angulus A C B graduum 120 obtufus, & reaffumpta auctoris conftructione. Dico arcum N B non effe eam partẽ arcus A D B, quæ pars eft I B femicirculi A G B: nam fi N B eft tertia pars arcus A D B graduum 120; cum arcus A D B bifecetur in D, erit D B grad. 60, & D N grad. 20; et, vt fuperius, à punctis I, & M cadant perpendiculares ad C G rectæ I M, N O, & iungatur E I. Pofito D C, tanquam finu toto partium 100000, erit B E finus grad. 60, ideft 86603, cui æquabitur G E, feu E I. Quare I M finus graduũ 30 erit taliũ partium 43301 $\frac{1}{2}$ qualium D C eft 100000, & B E 86603, & M E finus complementi erit earumdem partium 75000 $\frac{79602}{100000}$, cui fi addatur E H æqualis G E 86603, erit tota fumma 161603 $\frac{79602}{100000}$ æqualis rectæ M H, & O N finus graduum 20 erit earumdem partiũ 34202. Sed cum fit, vt I M ad M H, ità O N ad O H, fi multiplicetur 161603 $\frac{79602}{100000}$ per 34202, & productum diuidatur per 43301 $\frac{1}{2}$, prodibunt in quotiente 127643 $\frac{22903}{25000}$ pro linea O H, à quo fi dematur 86603, finus graduum 60 æqualis E B, feu E H, erit refiduum 41040 $\frac{22903}{25000}$ æquale E O, cui fi addatur O D finus verfus graduum 20, ideft 6031, erit tota fumma 47071 $\frac{22903}{25000}$ æqualis E D finui verfo grad. 60, ideft 50000. Quod impoffibile, ergo &c. Fig. 38.

Sit tertiò angulus A C B datus rectus, reaffumpta eadem conftructione, punctum H cadet in C, & in circulo A G I B H erit angulus I C B ad circumferentiam femiffis anguli ad centrum I E B. Sed angulus I C B eft ad centrum quadrantis A D B. Ergo N C B erit femiffis anguli I E B: cum ergo femicirculus ad quadrantem habeat proportionem duplam, quæ pars erit B E I femicirculi B I G A eadem erit, & B C N quadrantis B N D A. Quare in hoc cafu rectè angulus trifariam fecatur. Fig 39.

Eodem modo fallitur in decima nona, & vigefima propofitione: nam eadem eft conftructio, & methodus; & propofitiones illæ verificantur tantum in angulo recto. Eodem modo corruunt omnes adnotationes fequentes vfque ad vigeffimam primam, ad quam tranfitum faciemus: illa enim eft, quæ materiam, & occafionem præbuit fcribendi, & quam rectam, & genuinam effe Campionus fe tutari poffe gloriatur.

Propofitio

Propositio vigesima prima. Problema decimum septimum.

DVas medias inter extremas lineas in serie quatuor proportionalium geometricè inuenire.

Antiqui Sapientes ad hoc problema referebant, & meritò, illud famosum de cubi duplicatione, quod quidem à nemine hactenus geometricè absolutum fuerat: quamquam per genera diuersa, quæ omnia, vt à legibus exuberantia facultatis non admiserunt synceriores Geometræ, & nos simul cum Vietao postulato reiecimus, ostensuri per germana principia, & facilè perfici posse, vt sequitur.

Si Geometriæ synceritas in fallacijs consisteret, ac paralogismis, hic esset syncerissimus Geometra, vt pote fallaciarum, ac paralogismorum plenus, sed cum consistat in demonstrationibus, quæ pariant certam scientiam, hic autem illas parum nouerit, vtique dicendus erit mendax Geometra, nec video quomodo possit asciscere sibi sinceri nomen: Sed venio ad eius argumentationes.

Sint itaq; extremæ datæ Z & X lineæ, inter quas oporteat medias inuenire in analogia continua.

Fig. 40. *Ex semisse Z tanquam semidiametro circulus sit B C L, in quo posita B C æqualis X minori exposita, & duplicetur in D C, ita vt B D dupla sit B C. Deinde per centrum ex D puncto ducatur D A E, cui à puncto B fiat parallela B G. Vsque adhuc constructio Vieta, cuius est eadem propositio quinta supplementi. Herigonius in Algebræ supplemento propos. 1. etiam transfert illam, & alij alibi, qui in constructione bene se habent. Deinde mechanicè procedunt, cum in A puncto fixam ponant regulam, vt pars eiusdem inter B G, & C B eductam colligatur H I æqualis semidiametro A B, quæ quidem effectio reijcienda prorsùs est: at nostra intra geometricos consistit confines. Nimirum.*

Hic opus est adesse animis: sed forte. Parturient montes, & nascetur ridiculus mus.

A puncto B per centrum A altera ducatur diameter B A F, cui ex E puncto æquidistans fiat E G occurrens B G in puncto G. Postea ex F per G punctum altera agatur linea F G H conueniens cum C B educta in H puncto (quod conuenire sit necesse, facilè probari potest) & tandem ex H puncto per centrum circuli A agatur H A L secans B G in I, & circulum in K punctis. Dico quod H I erit æqualis semidiametro K A; & quod proportionales erunt K L, H K, B C.

Constructio itaq; hac prorsus Euclidea est, & demonstratio sic procedit.

dit. Ducatur B M parallela H L; & à puncto K altera K P parallela D A. Deinde à puncto P adhuc P O æquidistans H L. Facta hac præparatione triangula B I H, P O D sunt inter se, & toti triangulo A H D æquiangula, & similia ex vi parallelarum, quod facile euinci potest. Si verò iungatur K M, fiat æquidistans D H; & iterum triangulum A K M tribus illis iam dictis simile fiet. Sed in parallelogrammo D M K P latera ex aduerso æqualia sunt, pariter & in altero parallelogrammo B M K H. Igitur latus H B æquale euadit lateri D P, vtrumque enim lateri K M æquale est; & cum tria triangula H B I, D P O, K M A sint similia, latera eorum erunt homologa, & æqualia, scilicet H B, P D, K M. Ergo & reliqua homologa erunt æqualia latera, idest H I, P O, K A. Sed K A est semidiameter circuli. Ergo H I ipsi semidiametro K A, vel B A æqualis. Quare à puncto A extra ducta est linea A H, & pars eius H I intercepta à duabus lineis B G, B H, æquatur semidiametro. Et hoc geometricè instauratum erat demonstrandum, quod Vieta, Herigonius, & alij per postulatum, siue mechanicè deducebant.

Hoc non tantum erat demonstrandum, sed etiam nunc est demonstrandum: assumit enim lineam K M, vti æquidistantem lineæ D H, sed non probat, neque per se patet; &, si ipse auctor, vel alter mihi probauerit, erit mihi magnus Apollo. Qualis esset Campionus, cuius fides ad hæc tuenda est interposita, sed præter vocem, aliud nihil hucusq; ad aures meas peruenit. Quotiescunq; enim K M non sit æquidistans D H latera H B, D P, & K M æqualia non erunt, neque H I, P O, & K A. Sic reliquum, quod subdit ad complementum demonstrationis, ex Vieta, seruata auctoris huiusce constructione, consentaneum non esse per se patet. Quare prætermisso etiam sequenti lemmate, est enim Vietæ, ad vigesimam secundam propositionem transitum faciemus.

Propositio vigesima secunda. Problema decimum octauum.

Cvbum duplicare, aut in alia quauis data ratione exhibere.

Dentur duæ extremæ lineæ A B in dupla ratione, & ex præmissis duæ mediæ in analogia continua reperiantur C, D; & cum ex elementis habeatur, quæ ratio extremarum quatuor proportionalium in geometrica analogia eadem est solidi super primam ad simile solidum super secundam. Si igitur A, & B extremæ sint in dupla, aut alia quacunq; Fig. 41.

 ratione,

ratione, etiam cubus super primam, ad cubum super secundam sit in eadem ratione dupla, vel alia data. Cubi nàmq; sunt prorsus similes solidi. Igitur factum erit, quod oportuit, & si extreme in diuersa exponantur ratione pariter solida super primam, ac secundam in eademmet resultabunt.

ADNOTATIO.

PRoblema hoc illud est toties à multis decantatum, vel pro Glauci sepulchro, vel pro ara Regis, aut Deliaci Oraculi iussu duplicandis propositum: ambo enim erant figura cubica, & illa eadem seruata, nesciuerant Artifices duplum exhibere: à Geometria namq; inuentio duarum mediarum petenda erat, & quidem geometricè. Quod ante nostra hac pauca, à nemine prastitum fuerat.

Hisce itàq; expositis perfecimus ea, qua initio eramus polliciti, vt patet. Interim vnum, vel alterum subnectemus problema emendatum, vt deinceps, qui nostro fruuntur otio, maiorem ad plura emendanda facilitatem consequantur.

Ergo adhuc etiam tot malis vexabitur Europa, in qua natus est ille, qui cubum geometricè duplicaret? quò tuum Apollo euadit oraculum, quo Delijs, ac cœteris Græcis malorum finis promittebatur, si aram, quæ formæ erat cubicæ, duplicassent. Sed si oraculo illo, vt interpretatus est Plato, neglectæ geometriæ Græci accusabantur; quid mirum, si vndique Europa tot vastata bellis, tot diruta cladibus tot laniata rapinis, omnibus malis vexatur, cum in ipsa geometria tàm malè, tam fœdè habeatur. Quod, vt in cæteris, magis etiam in hac methodo inueniendi inter duas datas rectas lineas duas medias in serie quatuor continuè proportionalium elucescat, experiemur, an possit cubus duplicari, ita datis duabus lineis in proportione dupla, vtar auctoris constructione, quam falsam esse, examen per trigonometricum canonem demonstrabit.

Fig. 42. Sit E O dúpla rectæ B C, & inter E O, & B C sint inueniendæ duæ mediæ proportionales in continua analogia iuxta methodum auctoris; duplicetur B C in D, & cætera, vt in sua constructione, secundũ quam necesse esset rectam H I æquari rectæ K A, seu B C, vt sint quatuor continuò proportionales E O, H B, H K, B C. Dico H I non esse æqualem rectæ B C; Quia, vt B F ad A F, ità B G ad R A erit B G dupla R A. Item, quia anguli H B F, F B C sunt æquales duobus rectis

ctis, dempto recto G B A, erit G B H complementum ad rectum anguli A B C, qui, cum sit grad. 60, erit anglus G B H graduum triginta. Ponatur pro sinu toto F G partium 100000 eius quadratum 10000000000 erit æquale quadratis rectarum G B, & B F, idest (cum B F sit quadruplum quadrati rectæ G B) erit quadratum rectæ F G quintuplum quadrati rectæ G B, & sesquiquartum quadrati rectæ F B. Quare 2000000000 erit quadratum rectæ G B,. & eius radix quadrata 44721 vera minor, & 44722 vera maior erit æqualis rectæ G B, & radix quadrata 8000000000, idest 89442. vera minor, & 89443. vera maior erit æqualis rectę F B, quibus in tabula sinuum reperientur correspondentes anguli scilicet angulus G F B graduum 26. 33. 53, & angulus B G F grad. 63. 26. 7. Quare angulus B G H erit grad. 116. 33. 53., & eius sinus erit 89443. Angulus G B H est graduum 30, cuius sinus 50000, angulus G H B graduum 33. 26. 7., cuius sinus 55099. Si igitur sinus anguli G B H 5000. ducatur in rectam B G, idest 44721, & productū diuidatur per sinum anguli G H B, idest 55099, reperietur 40582 $\frac{22382}{55099}$ pro recta G H, cui si addatur dimidium totius F G, idest 50000 erit 90582 $\frac{22382}{55099}$ æqualis R H, per quem numerum, si diuidatur id, quod fit sub semisse G B, seù R A in G H producetur 10017. [illegible] cui numero æqualis erit G I. Cognita ergo sunt latera G H, & G I, & angulus comprehensus H G I grad 116. 33. 53. Quare summa reliquorum angulorum G H I, & G I H, erit grad. 63. 26. 7. & eius semissis grad. 31. 43. 3. 30. cuius tangens erit 61803, quæ multiplicata per G H minus G I, & diuisa per G H plus G I producet 37332, qui erit tangens grad 20, 28, 18, semissis differentiæ angulorum G H I, & G I H, quæ detracta ex semisse aggregati, relinquet grad. 11, 14, 45, pro angulo G H I, & grad. 52. 11. 22. pro angulo G I H. Si igitur fiat, vt sinus anguli G H I grad. 11. 14. 45, idest 19490. ad G I, quæ inuenta est partium 10017 [illegible], ita sinus anguli H G I grad. 116. 33. 53, idest 89443. ad alium numerum inuenietur 45973. pro linea H I, qui numerus maior est, quàm 44721, cui æqualis posita est G B, & G B æqualis K A. Ergò H I maior est, quàm K A, & non æqualis, vt supponitur ab auctore. Ex quibus huiusce methodi falsitas abunde apparet.

Sed ad vigesimam tertiam, & vigesimam quartam propositionem, in quarum prima emendatur propositio trigesima prima Pappi lib. 4. Mathematicarum collectionum: in altera verò generalior eiusdem effectio promittitur.

Propositio vigesima tertia. Problema decimum nonum.

Dato parallelogrammo rectangulo A B C D, & externa linea G: oporteat ex angulo A rectam ducere lineam in oppositum latus D C, vt producta occurrens B C externa portio E F fiat æqualis G datæ est Pappi lib. 4. Mathematicarum collectionum propos. 31.

Fig. 43.

Ducatur diameter A C, & angulus A C B secetur trifariam linea M C, vt pars tertia fiat A C M; & à puncto M ducatur M H æquidistans A D siue B C; & in producta A D sumatur D K data linea G æqualis. Facto deinde centro D interuallo G, portio circuli H K scribatur occurrens linea M H in puncto H, & ab eodem ducatur F H N parallela lateribus A B, D C, quã cum B C producta conuenire manifestum est, concursus sit in F puncto, & iuncta A F secans D C in E. Dico, quòd E F æqualis est G, & efficit problema. Compleatur figura A B F N, cuius diameter A F, & æqualis illi altera B N, triangula C E F, D L H sunt æquiangula. Quod quidem ratione parallelarum facilè probabitur. At in quadrilatero D E F H, duo latera D E, H F æqualia sunt, sicut & in altero C F H L duo F H, C L. Igitur & D E & C L æqualia erunt: Ideòq; in iisdemmet triangulis C E F, L D H latera erunt omnia sibi inuicem respondentia æqualia; & E F ipsi G æqualis fiet. Quod erat demonstrandum.

Si aliquid vnquam fuit emendandum, emendanda profectò erat Pappi propositio, vt ad huiusce auctoris geometricam synceritatem reduceretur, quæ cum in paralogismis consistat, quatuor turpissimis maculis fœdanda erat Pappi demonstratio, vt iuxta methodum suam quatuor paralogismis deturparetur, quorum primus est trisectio anguli per methodum auctoris. Secundus paralogismus est, quod illa trisectione non vtitur ad demonstrandum. Tertius est in constructione, cum datæ cuicunq; lineæ G posita sit æqualis D K, cuius interuallo, & centro D, si describatur portio circuli H K, vult occurrere lineæ M H in H, quod tunc tantum accidere potest, quando linea data G, cui posita est æqualis D K maior est linea D L, quod non accidet, quando data sit æqualis, vel minor linea D L. Quartus paralogismus est, dum assumit lineam E F, vt parallelam lineæ D H, sed non probat, neque ex constructione resultat. Primus paralogismus patet ex præmissis. Secundus etiam patet: nam, si angulus B C A non solum in tres partes, sed etiam in quinq;, septem, & quomodolibet secaretur, eodem semper modo ipsius argumentatio procederet: ex

angulo

angulo enim A C B trisecto non amplius innuit rectam E F æquari datæ G. Tertius etiam paralogismus non eget difficili ostensione: nam, si data G sit æqualis D L, cadet arcus K H in puncto L; & si minor inter L, & D, per quæ puncta ducta parallela lineæ A B, erit ipsa D C, & methodus auctoris omnino corruet. Quartus paralogismus, hoc est non probari lineam E F esse parallelam lineæ D H, patet etiã, quia ex vi parallelarũ deducit triangula C E F, & D L H esse æquiangula; Sed, si E F non sit parallela ipsi D H, non amplius angulus C E F est æqualis angulo L D H, imo, si essent parallelæ rectæ E F, & D H, non opus esset maiori demonstratione ad probandum, quod sint æquales, cum ex constructione parallelæ sint ipsæ D E, & F H. Sed vt huiusce quartij paralogismi fallacia melius elucescat. Dico vnicam tantum esse lineam in infinita serie omnium linearum, quæ hac methodo aptari possit, quæ, si supponatur aptata, altera minor, aut maior aptari non poterit.

Sit datum parallelogrammum rectangulum A B C D, & externa linea G, quæ inter D C, & B C productam sit aptata iuxta methodum auctoris, vt perueniat ad punctum A, & sit E F, quæ necessariò etiam erit parallela, & æqualis rectæ D H. Dico, quòd si detur altera linea minor, vel maior data G, non poterit iuxta methodum eiusdem auctoris inter easdem lineas aptari, vt ad idem datum punctum perueniat. Retenta eàdem auctoris constructione, sit data recta X minor, quàm G, sed maior, quàm D L, cui ponatur æqualis D T, cuius interuallo, & centro D describatur arcus S T secans M H in S, & ducta D S per punctum S agatur P V parallela C D, & A B secans B C productam in P, & ducta recta A P secet D C in R. Dico, quòd si E F est æqualis, & parallela rectæ D H, R P non erit æqualis, nec parallela rectæ D S: & e contra, si R P sit æqualis, & parallela rectæ D S, E F non erit æqualis, & parallela rectæ D H. Quia E F ex suppositione est æqualis rectæ D H, & ex constructione D E, & F H sunt parallelæ, erit D E æqualis F H. Sed F H æquatur P S ob parallelogrammum P F H S. erit igitur E D æqualis rectæ P S. Sed R D est maior, quàm E D. Ergo R D est maior, quàm P S. Quare R P, & D S non erunt æquales, & parallelæ: Si enim æquales essent aut parallelæ, cum per constructionem P S sit parallela R D, esset R D æqualis P S, & non maior. Sit e contra R P æqualis D S, erit R D æqualis P S, & consequenter F H. Quare E D minor erit, quàm F H: non igitur E F æqualis est D H. Ex quibus patet vnicam tantùm lineam posse

Fig. 44.

aptari

aptari hac methodo in serie infinita linearum.

His quatuor paralogismis vtitur etiam in sequēti vigesima quarta propositione, quæ, cum satis superq; pateant ex dictis, eam missam faciemus. Et hæc pro vtràq; propositione dicta sufficient.

Vigesima quinta propositio est Archimedis libro de spiralibus propositione quinta, in qua propria methodo aptat æqualem datæ lineæ inter conuexum circuli, & diametrum eductam, vt ad datum in vertice quadrantis punctum pertineat, quæ methodus per se considerata recta est, vt cum Vitellione & nos supra demonstrauimus, & hoc modo hæc propositio à fallaciæ reatu absoluitur. Si verò consideretur, vt ab hoc auctore demonstratur, à fallacia vindicari nullo modo potest, vt patet ex dictis.

Post hanc propositionem subdit adnotationem, de cuius fidelitate patet ex dictis, quæ hic (ne eadem repetenda toties sint) iterum subdere piget. Sicuti neque ipsam subdimus adnotationem, post quam generali consectario, quo Vieta suum geometriæ supplementum claudit, ipsissimis Vietæ verbis concepto, claudit opusculum, ex quo tot fallaciarum flosculos excerpsimus, licet minuta magis neglexerimus, ex quibus non honoris, sed dedecoris corona Auctori necteretur &c.

APPEN-

APPENDIX RIMARVM,

QVAS DVCIT

GEOMETRIA

Malè Reſtaurata

AB EODEM AVCTORE A. S. L.

EXiſtimabam me omnes Geometricæ fabricæ rimas detexiſſe, poſtquam malè reſtauratam in hoc libello oſtendi; ſed altera ſuperuenit reſtauratio in libello, cui titulus.

De Reflexionis puncto ad Opticen Geometrica Inſtauratio Authore A. S. L.

IN quo, & ſua ſupplementi Vietæ inſtauratio vocatur, & omnia paralogiſmis cumulantur, quos leuiter, & curſim indicabo, cum non ſit operæ pretium illis multum inſiſtere. Quare prætermiſſis nonnullis ab ipſo perperam prolatis, ad primam problematis ſolutionem me transferam.

SOLVTIO PROBLEMATIS PRIMA.

CIrculus datus circa centrum A, & duo puncta B C, ſiuè linea externa B C inæqualiter à centro remota, oporteat ab iiſdem ad eamdem peripheriam duas inflectere ad angulum lineas, quæ portiones de circulo abſcindant æquales, aut quod eodem recidit, diametro angulus ille biſecetur æqualiter. Fig. 45.

Sit circulus, & per eius centrum ducatur B A D, C A E, & linea B C, ita in F diuidatur, vt ſe habet B D ad C E, deinde ex F per centrum agatur linea F A G. Dico punctum G in peripheria eſſe illud problema

blema absoluens, scilicet si ducantur B G, C G lineæ; auferre de circulo G M, G N, portiones æquales, aut à diametro G A O angulū B G C æqualiter diuidi in B G A, C G A; & hoc illud est, quod problema requirit, & Optici dicunt, quod angulus, quem cum tangente facit plano in puncto G, linea B G incidentiæ æquetur angulo à linea reflexionis in eodē puncto G: Igitur vnica constructione, & vnica demonstratione pariter fiet satis. Considerentur in schemate duo triangula B A H, C A K ad angulum composita communem B A C. & sint latera triangulorum vicissim producta. Ergo idem angulus æquiualet tàm angulis internis oppositis H & B, quàm in altero triangulo reliquis ad C & K: Igitur quantum angulus H ab angulo K differt, tantum vicissim angulus C ab angulo B distat, hoc est interpretando pro angulis arcus obuersos accipientes, scilicet quantum arcus G E, G D differunt, tantum N I ab ipsis M L: nam pro angulis H, & K, arcubus N L, & M I acceptis, & qui communis habetur I L ablato, eadem differentia inuenitur inter N I, & M L, quæ erat inter N L, & M I: Igitur eadem reperitur differentia.

Nescio, ex quibus principijs didicerit hic auctor mensurare angulos arcubus circulorum, quibus anguli neque ad centrum, neque ad peripheriam insistant, vt arcus N L, & M I velit esse mensuras angulorum H, & K, cum anguli H, & K neque ad centrum, neque ad circumferentiam dictis arcubus insistant. Non quidem ex Euclide, quod & ipse auctor post paucas lineolas asserit.

At quia nonnulli sunt magis ad Criticem, quam ad Zetesim; seu ad assequendum porisma procliues, ne videamur noua hac demonstrandi ratione sponte voluisse ab Euclidea discedere &c.

Fateor me ex ijs esse, qui in huiusmodi rebus ad Criticem, quam ad Zetesim sunt procliuiores; & cum ipse auctor se ab Euclidea ratione discedere fateatur, velim mihi indicaretur, quisnam iste est ita ad zetesim instructus, qui hoc modo posse angulos mensurari inuenit. & docuit. Sed videamus quomodo id Euclidea ratione demonstret.

Ducatur linea C P R, & sint assumpta G C, G R æquales (at in hoc liberum erit quoduis aliud sumere punctum) & in duobus triangulis C P G, R P G, duo latera vnius G C, G P sunt æqualia lateribus duobus alterius G R, G P, & angulus vnius G C P æquatur angulo alterius G R P (nam supra basim sunt in vno isosceles G C R) eidem lateri oppositus: quum verò constet de specie anguli oppositi reliquo lateri in vtroq; triangulo (vt præcipitur communiter in doctrina planorum triangulorū discrepante nullo) sequitur, quod triangula C G P, R G P æqualia, & æquian-

æquiangula sint, & anguli deinceps ad P recti, & lineæ C P, P R æquales. Ergo, vt prius lineæ B G, C G sunt à centro æqualiter remotæ. Quod erat ostendendum.

Ex communi doctrina planorum triangulorum discrepante nullo habetur, quando alicuius trianguli datur vnus angulus, & duo latera circa alterum angulum cum specie alterius anguli, dari triangulum magnitudine. Species verò alterius anguli debet esse illius, qui alteri datorum laterum opponitur, sed hic non video, quomodo detur huiusce anguli species: nam species anguli, quæ dari deberet, esset species anguli G P R oppositi alteri laterum datorum G R, cum alteri lateri dato G P oppositus angulus sit datus G R P, sed hæc species nō datur, neq; ex suppositione, neq; ex constructione, aut demostratione antecedenti, & etiam si daretur posset dari alter in specie acuti, & alter in specie obtusi, & inde erui non posset similitudo triangulorum quæ tamen est necessaria ad probandum angulos illos esse rectos. Vnde tota corruit demonstratio, & illatio, qua infert lineas B G, G C esse à centro æqualiter remotas, quod tantū verum est, quando anguli ad P sunt recti. Hoc problema vndecim modis diuersimodè soluit, seruata semper eadem paralogistica argumentatione, vsque ad decimam solutionem, sed tantum constructionem auget, minuit, variat, vt malè, & inutiliter construendo leuiorum errorum vmbris suum omnium errorum simulachrum expoliretur. Sed ad solutionem decimam.

SOLVTIO DECIMA.

SIT circulus, & puncta B C; ducantur, vt prius tangentes B D, C E, & ad centrum aliæ B A. C A. Arcus deinde F G à lineis ad centrum comprehensus secetur geometricè in puncto H, vt fiat F H ad H G vt se habent D G ad E F. A puncto posteà H per A centrum linea ad peripheriam producta secet in K. *Dico punctum* K *efficere, vt supra in alijs problema: nam præter communem vt supra demonstrationem, sunt arcus D G ad E F. vt F H ad H G, ita & chorda, & arcus extremi, si iungantur, hoc est D H, & medij hoc est H E, ita postea arithmeticè se habent in ratione, vt quantum D H excedet arcum H E, vicissim* K E *excedet D* K: *compositi iterum extremi H D, & D* K *æqualitatem constituunt cum compositis ex medijs H E.* K E: *sed dirimuntur à linea per centrum* K *A H, sunt itaq; semicirculi: linea igitur B* K *ad C* K *ad pla-* Fig. 46.

H num

unam tangentem in puncto K, *angulos conficiunt incidentia, & reflexionis pares. Quod volebamus: Ideoq;*

Tantæ molis erat probare, compositum ex arcubus H D, & D K esse semicirculum, & æqualem composito ex arcubus H E, & K E? Si hoc patet ex ipsa constructione, cum dicat *A puncto postea K per A centrum linea ad peripheriam perducta secet in K*. Quis enim nescit lineam rectam per centrum circuli ductam, & peripheria terminatam, esse eiusdem circuli diametrum, & figuram illam, quæ sub diametro continetur; & sub ea linea, quæ de circuli peripheria aufertur esse semicirculum? Crederem hoc à nemine ignorari, qui primas viderit Euclidis definitiones. Post tantum posteà apparatum, æqualitas angulorum ad punctum *K* nullo modo probatur, & illata conclusio nihil cũ præmissis commune habet, Sed ad sequens Lemma.

LEMMA II.

Dicitur in præmisso problemate, vt arcus F G diuidatur in ratione arcuum D G ad E F, quod facile fiet; & pro minus exercitatis apponere Lemma hoc placuit.

Fig.47. *Sit arcus D E diuidendus in ratione arcus B C, ad C D. Ducatur chorda B D. & ex C per A centrum A C secans B D in G. Iunctis D E, B E ducatur ex G parallela G H ipsi B E, secans D E in H, ex quo, & centro A sit diameter A F, erit diuisus D E arcus in F, vt diuisus supponebatur B D in C. Chorda, & arcus in doctrina sinuum veniunt in eadẽ inter se ratione: Ideo linea B G ad G D, vt E H, ad H D, & sic se habent etiam arcus B C ad C D, vt arcus E F ad F D. Quod faciendum sumpsimus.*

In hisce effectionibus, neque exercitatus sum, neque exercitari exopto: nam chordas, & arcus in doctrina sinuum venire in eadem inter se ratione, hoc nunquam inueni; sed inueni maiorem arcum ad minorem arcum eiusdem circuli habere maiorem proportionem, quam chorda maioris arcus ad chordam minoris; Et quando etiam hoc verum esset, quod falsissimum est, non sequitur conclusio: nam B G non est chorda arcus B C, neq; G D arcus D C, & sic de cęteris.

Sed ad vndecimam solutionem, cuius paralogismus indicari potest absque eo quod tota constructio, & argumentatio subdatur: nam ait, *& permutando fiet B K ad B L, vt A I ad L I, hoc est* C K *ad* C L, *vt A H ad L H, & conuertendo, permutandoq; vt I L ad L H, ita A I ad* *ad AH*. Quod verum non est: nam si est, vt BK ad BL, ita AI ad LI erit conuertendo BL ad BK, vt LI ad AI; & permutando BL ad LI, vt BK ad AI, eodem modo, quia est CK ad CL, vt AH ad LH erit conuertendo CL ad CK, vt LH ad AH; & permutando CL ad LH, vt CK ad AH, & nunquam inuenitur esse IL ad LH, vt AI ad AH. Sed simul miscuit conuertendo, & permutando, vt decipulam faceret, eorum exemplo, qui grauiora peccata leuioribus cursim inuoluentes, Confessarium se posse decipere existimant.

Secundum problema eodem paralogismo peccat, quo peccat prima solutio primi problematis, quando id Euclidea ratione demonstrandum promittit, hoc est arguendo æqualitatem triangulorum ex æqualitate duorum laterum, & anguli alteri datorum laterum oppositi cum specie alterius anguli, quam dari falsò asserit; & si daretur, frustratoria esset longior demonstratio, vt superius ostendimus.

Secundo problemati subdit Lemma tertium, quartum, & quintum; quintum autem non demonstratur, & paralogisticum est. Licet tamen rectè à Comandino demonstretur ad propositionem 52. libri 6. Pappi.

LEMMA V.

IN linea BD si fuerit, vt BD ad DC, ita BA ad AC; & angulus DEA sit rectus. Iunctis lineis BE, CE. Fig. 48.

Dico angulos BEA, CEA æquales esse. Fiat ex puncto A linea HAF æquidistans DE, & producta EC in F, duo erunt triangula HEA, FEA rectangula in A: nam rectus est angulus DEA ex hypothesi. Igitur duo quadrata HA, AE æqualia duobus quadratis FA, AE: ablato igitur, quod commune est AE, relinquuntur duo quadrata HA, AF æqualia, & latera eorumdem. Ideo totus triangulus toti triangulo, ergo anguli BEA, CEA æquales fient. Patet ergo, quod ex dato angulo recto DEA, & linea partes se habent, vt BD ad DC, ita BA ad AC anguli duo, ab iisdem punctis scilicet BEA, AEC sunt pares. Quod erat demonstrandum.

In hoc Lemmate ait; *Igitur duo quadrata HA, AE æqualia duobus quadratis FA, AE;* Sed nullo modo probat, & nihil præmittit, ex quo id erui possit. Quare, quidquid reliquum est demonstrationis, corruit. Sed cum à Comandino rectè demonstretur, & huic Lemmati nitatur problema tertium, quod est Vitellionis, & Comandini: Ideo ad problema quartum.

PROBLEMA IIII.

Dato circulo, & duobus punctis: altero intra: altero extra in diuersis diametris: illud idem efficere.

Fig. 49. *Sint puncta B, C, & circulus circa A iuncta linea B C, portio qua in circulo cadit bifariam in E secetur; & per lemma quintum reperiatur punctum D taliter, vt sit B D ad D C, vt B E ad E C, & quum sit D G E angulus rectus, erunt iuncta linea C G, G E, B G, anguli B G E, E G C aquales, & etiam linea G I, G H, & aquantur, quum transeat G A per centrum dati circuli. Et factum erit quod opportuit.*

Hic non probatur G A transire per centrum circuli, quo non probato, non amplius factum erit quod opportuit, quod magis patet per suum subsequens scholium, in quo probat. *Punctum haberi posse aliquando, & angulum bifariam sectum per lineam non diametrum, & tunc in circulo constituentes angulum lineas inaquales esse.*

Problema quintum, & sextum eodem paralogismo peccant, quo secundum, & quo prima solutio primi problematis, quando ait ab Euclidea ratione se nolle discedere.

In problemate septimo non fideliter vtitur Lemmate quinto: Nã faciendum erat, vt B A ad A C, ita B D ad D C; & non vt differentia B A supra A C, ad ipsam A C, ita B D, ad D C.

Problema octauum eodem modo peccat, quo sextum, quintum, secundum, & prima solutio primi. Sed ad Problema IX.

PROBLEMA IX.

Circulo vt supra dato, & duobus punctis in diametro vna ambobus extra inaqualiter à centro distantibus: oporteat illud idẽ efficere.

Fig. 50. *Sint puncta B, C extra, linea tamen iungens per A centrum transeat, ducantur circulum tangentes ad eandem partem B D, & C E, qua producta concurrant in puncto F, à quo per centrum A ducatur F A G, & arcus H G, tranrferatur in R L; Dico punctum L esse, quod quaritur: nimirum ductis B L, C L, relinquere aquales arcus in circulo L M, L N; & angulum B L C à diametro per punctum L ducta diuidi bifariam. Iungatur C O, & à puncto I parallela I P fiat ipsi B L. Quoniam in triangulis C A O, C A L, duo latera vnius C A, A O aqualia sunt duobus lateribus alterius C A, A L, & anguli comprehensi C A O, C A L pares ex aqualitate oppositorum arcuũ L R, R O, ergo bases C O,*

C L

C L æquales ſunt, & triangula prorſus æqualia: Ideo anguli C L A C O A æquales ſunt. Sed angulus C O A æquatur angulo L I P, quia arcus L G, & O I pares ſunt, & communis L S ſi apponatur, erunt arcus compoſiti G S & L P æquales, & anguli ipſis inſiſtentes erunt æquales G O P, L I P. Sed angulus L I P æquatur ſuo coalterno B L I. Ergo angulus B L I æqualis fit angulo C O G, hoc eſt C L A. Sed L A I linea per centrum dirimi per æqualem angulum: Igitur arcus M I, N I æquales ſunt, & reſſidui ad ſemicirculum L M, L N æquales. Vnde conſtat propoſitum.

Poſtquam oſtendit arcum L G eſſe æqualem arcui O I, quibus ſi addatur communis L S concludit arcus G S, & L P eſſe æquales, quæ concluſio ſequi non poteſt, niſi prius probatum ſit arcum S P æquari arcui O I, ſiue L G, quod non probatur, ex quo ſequitur totius demonſtrationis falſitas.

Decimi problematis infirmitas, cum & ipſi auctori ſit cognita: (nam ſubdit in ſcholio) *ne alicui videatur infirma ratio præmiſſa, & ſponte ab Euclidea me diſceſſiſſe forma, Ducatur &c.* Idcirco ipſam breuitatis cauſa oſtendere prætermittimus, hoc tantùm adnotamus, demonſtrationem, quam ſubdit in ſcholio, vt ſuccurrat laboranti problemati, eodem modo peccare, quo peccat problema octauum, ſextũ, quintum, ſecundum, & prima ſolutio primi.

Problema Vndecimum corruit cum problemate nono cui innititur. Sed ad problema Duodecimum.

PROBLEMA XII.

Datis circulo, & duobus punctis inæqualiter à centro diſtantibus, oportet ab ipſis ducere in peripheria conuexa lineas ad angulum, vt protracta in circulo, relinquant duas æquales chordas, & erit etiam illud reflexionis punctum in conuexo.

Sit circulus circa centrum A, duo puncta B, C, à quibus fiant tãgentes B D, C E, & inclinentur ſimul ad angulũ, vt B F C, quem bifaciam ſecet deinde linea F I G, & circulum in I puncto. Dico hoc punctũ efficere problema: nimirum iunctis lineis B I M, C I K portiones in circulo L M, L K fieri æquales. Secetur bifariam angulus B I C linea N I A L, & æqualis C I ponatur O I, & iungatur C O in duobus triangulis C N I, O N I, latera duo C I, I N paria duobus alijs I O, I N ſunt; & de ſpecie anguli oppoſiti tertio lateri conſtat: Ideo ſunt triangula, æquiangula, & Fig. 51.

æqua-

æqualia, & anguli deinceps ad N æquales, ideo recti. Ductis deinde LM, LK, in alijs duobus triangulis LMI, NIO sunt duo anguli vnius duobus angulis alterius æquales, scilicet NIO ad vertices MIL, & anguli ad MN recti: Igitur reliquus MLI erit NOI reliquo æqualis. Idem in duobus triangulis LKI, & CNI ostendetur, & cum CNI, ONI sint æquales, & æquales sint LMI, LKI, vnde anguli MIL, KIL, & eis verticales CIN, OIN æquales. Ideo IM, IK in circulo pares fiunt, & punctum I respectu punctorum B, C, fit punctum reflexionis. Quod erat demonstrandum.

Hìc in primis non determinatur species anguli BFC, ad quem inclinandæ sunt rectæ BD, CE. Deinde, quando comparat inter se triangula CNI, ONI, vt anguli deinceps ad N probentur recti, nō necessè est, vt constet de specie anguli oppositi tertio lateri, sed satis arguitur æqualitas per quartam primi Euclidis: nam duo latera CI, CN sunt æqualia duobus lateribus OI, ON; & anguli æqualibus lateribus contenti CIN, NIO per constructionem æquales, cum bifariam secuerit angulū BIC linea NIAL, vnde sequitur triangulū triangulo æquale esse,& angulos ad N deinceps inter se esse æquales, & consequenter rectos. Tandem assumit angulos ad M, & N vti rectos, sed non probat. Vnde tota corruit demonstratio.

In problemate decimo tertio, decimo quarto, & decimo quinto ineptius tantum variatur, & confunditur constructio, reseruata duodecimi problematis eadem paralogistica argumentandi ratione.

Post decimum quintum problema affert nescio cuius Algebricę disputationis inuolucrum; in quo quid sibi velit ignoro: hoc tantùm scio, non esse dubitandi locum, quando radix aliqua surda, seu irrationalis alicuius potestatis ducenda est in radicē rationalem, oportere rationalem radicem ad eundem gradum scalarem eleuari, in quo reperitur potestas illius radicis surdæ, quæ est multiplicanda, & potestatum inter se multiplicatarum radix erit productum. Quod quæritur. In cœteris Dauus sum, non Oedipus vsque ad problema decimumsextum.

PROBLEMA XVI.

Datis duobus punctis: vno in circulo, alio extra circulum, vel vtroque extra circulum, possibile est inuenire punctum in circumferentia dati circuli ita vt angulum contentum à lineis à prædictis punctis

ad

ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia linea per centrum in illo puncto circulũ contingẽti occurrens. Est Vitellionis prop. CXXXV. libri primi, & Alhazeni propositio XXXVI. lib. quinti.

Sit circulus circa centrum C, & duo puncta positione A B (nec aliter fieri oportet, si alterum in peripheria sisteret) problema construere, vt imperatum est. Ducantur lineæ A B, & A C, portionis autem interceptæ D E sit semissis D F. Dico punctum F esse illud in peripheria quæsitum. Erigatur F K super C F in F puncto ad angulos rectos, & in producta B F assumatur F G æqualis ductæ A F: anguli igitur in triangulo A F G (iuncta nimirum A G) sunt F A G, F G A suprà basim isosceles. Ergo æquales, & cum duo latera A F, F H (educta scilicet C F in H) duobus lateribus F G, F H, angulique duo oppositi duorũ triangulorũ A F H, G F H æquales: Ideo prorsus æqualia sunt duo illa triãgula, & anguli deinceps H æquales, hoc est recti: Ideo A G æquidistãs ipsi K F. Ergo anguli A G F, & B F K interni, et externi sunt pares, nec nõ & coalterni G A F, A F K. At duo anguli F A G, F G A erant æquales: Ideò angulus B F A diuisus est bifariam linea K F, quæ ad extremum diametri super F puncto erecta est: Ideo ad angulos rectos. Igitur factum est quod oportuit. Fig. 52.

Hic restat probandum angulos A F H, G F H esse æquales, quos ipse vocat oppositos non ex communi geometricè loquendi modo, sed ex proprijs principijs à se fictis, & sibi tantùm cognitis: Nam à cœteris Geometris vocarentur contenti æqualibus lateribus A F, F H, & F G, F H. Hoc non probato, quidquid reliquum est, sunt verba mera. Opusculum clauditur sequenti adnotatione.

ADNOTATIO.

Methodo tunc breuissima quæstiones absoluuntur, quotiescunque ipsius naturæ semitam ingredi contingat, à qua longius digredientes difficiliorem inueniunt solutionem, & tunc sæpius ab alijs carpi solent, si forma efficiendi elegantior detegatur. Præstaret fortasse hic exscribi tria illa Vitellionis, & Alhazeni problemata, à nobis emendata, & ab ipsis tantum à recta digressis methodo, vt ignorarent ex inuoluto discursu sese expeditius liberare, quam ab opere ipso mechanico subsidia implorando, quod est nimium à præceptis geometriæ declinasse. At illa hic refferentes, esset citra opportunitatem studiosos onerare. & aduersus eorum genium, qui medullas inquirentes rerum propria augeri in volumen opuscula refugiunt. Mirum sane esse debet, quod extot,

tot, qui de Opticis scripserunt auctoribus, ad reformandum tam nobile, & classicum argumentum, supplendaq; quae illi deesse videntur, studiũ hactenus applicuisset nemo. Caeterum de puncto reflexionis libantes cum Opticis egimus physicè, namq; differentes de eodem cum motu, ac quiete illud contemplentur.

Hæc sola deerat adnotatio, vt omnibus numeris absolutum esset opusculum. A recta via digressi sunt Vitellio, & Albazenus, non hic auctor, hic', inquam, cuius genius est medullas rerum inquirere. Quid igitur mirum, si intestina penetrans, sordibus, fœdetur? Vides Lector, hac de re qui sit sensus Auctoris, quidem certè non nimis verecundi.

Atq; hîc ipse meam claudo Appendicem.

IN-

INDEX ERRORVM ANTONII SANCTINII IN Appendice Inclinationum.

VIx dederam Opusculum Prælo subijciendum cum ad manus meas peruenit libellus, cum inscriptione tali,

Inclinationum Appendix
Seù το *Geometriæ* ΠΛΗΡΩΜΑ
Per Antonium Sanctinium Lucensem
C. R. S., ac in Almo Urbis Gymnasio Professorem.
Impressum Maceratæ ex Typographia
Philippi Camaccij MDCXLVIII.

HVic autem libello rectè inditus est Titulus, ΤΟ ΠΛΗΡΩΜΑ, hoc est, replementum, quòd scilicet errorum sit plenus.

Porro ex Auctoris nomine ad hunc libellum apposito, cognoui tandem, cæteros etiam libellos ex eodem fonte manasse. Quid enim aliud sonant literæ illæ in fronte vtriusque libelli inscriptæ, A. S. L. quam, Antonium Sactinium Lucensem? (Quamquam, vt verum fatear, credideram initio id vnum ijs exprimi, Asinum Sonantem Lyra.) Idipsum autem ex ijs etiam, quæ mox subijciam, planè omnino patebit. Etenim in omnibus hisce libellis idem est dicendi modus, eadem constructionum inutilitas, eadem paralogizandi forma; probantur quæ probanda non sunt, non probantur quæ probanda, præmittuntur propositiones falsæ, eliciuntur conclusiones nullam habentes cum præmissis connexionem, inseruntur demum eædem adnotationes ijsdem omnino verbis, vt facile quiuis intelliget, qui ipsos legerit libellos, vnumq; cum alijs contulerit. Sed quoniam velle singillatim ex vnoquoque libello errores omnes decerpere, patefacere, & redarguere, laboriosum nimis esset, & vtilitas labore non

com-

compensaretur, satis erit, oratiorem tantum per Indicem innuere; atq; ita publicæ vtilitati abunde satisfactum erit. Illud tamen silentio prætermittendum sine scelere non puto, quod ille, vtinam non impudenter, certè quidem non satis verecundè, in Dedicatoria sua scriptū reliquit, Naturam scilicet subduxisse influxum cæteris sublimioribus ingenijs, sibi autem vni sinum explicasse. Sed venio ad errorum Indicem.

Pagina quinta ponitur.

PROBLEMA I.

DVabus datis rectis lineis angulum quemcumq; efficientibus dato extra puncto, & adhuc alia præfinita linea, hanc inter illas positione datas aptare, vt ad datum pertineat punctum.

In hoc problemate primo pagina septima, longiore vtitur demonstratione, vt probet N C esse æqualem rectæ A I, quod ex vi parallelarum facile elici poterat. Sed hæc sunt ea errata, quæ nostræ humanitati indiuidua benignè indulgenda confidit, vt ipse ait in Epistola ad Lectorem.

Pag. 8. Cum punctum C quæratur in problemate, & non sit datum, angulus L C D non potest dici datus. Quare non sequitur lineā A I esse datam positione, eo quod constituat angulum A I L æqualem angulo L C D; & quando etiam data esset positione, non video, quomodo inde erui possit esse æqualem lineæ A F. Neque lemma ex trigesimo datorum Euclidis desumptum confert ad dictam conclusionem eliciendam.

Pag. decima, postquam conclusit A F L 2 - F L Q. idest duo rectangula sub A F in F L minus quadrato rectæ F L esse æqualia A L F 2 + F L Q, idest duobus rectangulis sub A L in L F, vna cum quadrato rectæ F L, vult lineam L I posse alteram partem dictarum æqualitatum, sed non probat. Et si ex constructione id resultare vellet, constituenda erat altera linea, quæ posset alteram dictarum partium; & demonstrandum erat esse æqualem rectæ L I. Et hæc est prima fallacia, qua Auctor ille A. S. L. vsus est in sua supplementi Francisci Vietæ, & Geometriæ instauratione; de qua nos plura superius.

In eadem pag. à linea 15. vsque ad 24., vt reuocet ab otio lineam H M, ait. Si colligantur spatia E D Q + A E Q + M A F, nihil aliud

esse

esse, quam A D Q + A C Q, idest quadrata rectarum E D, & A E, vnà cum rectangulo sub M A in A F, æquari quadratis rectarũ A D, & A C, quod non probatur (aduertat hic Lector me obseruasse Typorum correctionem.) Et deinde post nonnulla triangulorum amblygoniorum, & quadratorũ inuolucra, concludit lineam D C posse quadratum rectæ H F, seu D L, vnà cum quadrato rectæ H M, seu C L. Quod absque tot inuolucris patet ex constructione, cum D L facta sit æqualis interuallo H F, & C L ad angulos rectos insistat ipsi C L; & D C sit basis trianguli rectanguli D L C.

Pag. 11. incipiendo à linea 25. paginæ decimæ vsque ad 24. vndecimæ, longam texit constructionem, non docendo qua ratione ductus id faciat; & vni, vel alteri ex superioribus methodis demonstrandi se remittit, quæ præterquam quod fallaces demonstratæ sunt, huic certè constructioni aptari minimè possunt.

A linea vero 25. pag. vndecimæ vsque ad 7. pag. duodecimæ vtitur compendiosiori methodo; atque vt compendiosior appareat, non vtitur ad demonstrandum ijs, quibus vsus est ad construendum, & arte mira elicit quam vult conclusionem, cum ea non præmiserit, ex quibus elici possit.

Quidquid reliquum est paginæ duodecimæ, & pag. 13. totum paralogisticum est, cum constructio expediatur per ea, quorum constructio ignoratur: hoc est, vt linea L V intercepta inter A H, & H C, quæ pertineat ad punctum D, æquetur externæ G. Quod hucusque non esse demonstratum ostendimus. Deinde non assignatur punctũ N, ex quo cadat N I perpendicularis super H V: tandem aucto, vel diminuto quadrato H V differentia quadratorum H L, N I, non demonstratur lineam N C pertinere ad punctum D. Tot simul paucissimis lineis cumulandi erant errores, vt tres subderet deridendas adnotationes.

A pag. 14. vsque ad 19., transcribit tertiam, quartam, & quintam propositionem supplementi Francisci Vietæ, vt, pag. 18. quintam Vietæ propositionem sua pseudographica constructione deturpet.

Pagina 19. proponit.

PROBLEMA II.

INter duas rectas lineas ad angulum recto minorem inclinatas præfinitam ponere, quæ ad datum pertineat punctum.

Quod in primo problemate in quolibet angulo generaliter proposuerat, in hoc determinat, ad angulum minorem recto, & per totã paginam 20. tripliciter. variè, & inutiliter construens.

Pag. 21. linea 4. ait. *Repetatur schema primum cum lineis opportunis*, ex quo patet inutilitas constructionis. Et linea 12. ait. *Et tota F H secetur bifariam ostendetur esse in E puncto.* Sed nunquam ostenditur.

Pag, 22. addit adnotationem, in qua ait. *Si D H fiat aqualis duobus B C, erit ducta A H relinquens interceptam G H aqualem B C.* Sed non probat.

Pag. 23, nihil probat eorum, quæ asserit.

Pag. 24. proponit,

PROBLEMA III.

D*Atis duabus rectis lineis, totidem medias inter eas collocare lineas in analogia continua.*

In quo pergit per eandem semitam, per quam pergit Nicomedes. Sed id, quod ille expedit linea conchoide, hic auctor expedit altera ex præmissis methodo: nam pag. 25. linea secunda ait. *Igitur ex altera ex pramissis methodo à puncto H ponatur I K aqualis A E, sine H C*, cum qua fallaci methodo huiusce etiam problematis constructio corruit.

Pag. 27 vsque ad 30 inclusiue proponit querelas Andersoni, ob defectum geometriæ, cui ait ex supra inductis satis esse suppletum; & audacter planè nimis scripsisse alios, qui suppleri non posse affirmarunt. Et certè ex aliorum audacia huiusce Auctoris modestia magis elucescit, quæ maxima est, præcipue in sequenti lemmate.

Pag. 31. proponit.

PROBLEMA IIII.

D*Ata circuli peripheria, & in ea puncto; dataq; linea præfinita: illam inter connexum, & eductam chordam inclinare, vt ad punctum pertineat datum.*

Quod vniuersaliter proponit, determinat; & quando data peripheria est semicirculus, punctum in illa datum in quadrantis vertice, & linea data est æqualis semidiametro, rectè construit problema; &

respectu

respectu cæterorum non male demonstrat, Sed

Pag. 34, & 35 in sua adnotatione secunda, quando data est maior, vel minor semidiametro non assumit subtensam quadranti, vti mediam in serie trium proportionalium, quarum differentia sit linea data, sed assumit quandam lineam, vt ipse ait, temperatam maiorem, vel minorem subtensa quadranti, prout linea data maior est, vel minor semidiametro. Quod falsum esse patet, tum ex superiori huiusce auctoris demonstratione, tum ex ijs, quæ nos superius cum Vitellione demonstrauimus, detegentes rimas Geometriæ restauratæ ab Auctore illo incognito A. S. L.

Pag. 36. proponit.

PROBLEMA V.

Dato semicirculo, & puncto in eius peripheria vltra verticem; lineaq; semidiametro æquali: illam inter conuexum, & eductam diametrum ponere, vt ad datum pertineat punctum.

In hoc problemate præter constructionis ineptiam: nam ea assumit in constructione, quibus non vtitur in demonstratione; quo circa pagina 37 linea secunda ait. *Quod, vt sine confusione linearum ostendi queat*. In ipsa etiam constructione in fine paginæ 36 ait. *Distantia vero semidiametri signetur punctum E; vtroq; enim modo haberi licebit*. Quod non probat.

Pagina 37, & 38. tantùm concludit rectangulum E D F excedere quadratum rectæ A D duplici rectangulo sub F A in C G, & æquari quadrato rectæ A I. Sed non probat F E esse æqualem semidiametro; Quod erat probandum. Neque A I assumpta est media trium proportionalium, quarum differentia sit æqualis semidiametro: Nam A I inuenta est tantum, postquam facta est tota constructio.

Pagina 38. & 39. est insulsa adnotatio: nam vt limitet rectã F A, à quadrato A I subtrahit quadratum A D oblitus in sua constructione, necesse esse prius dari rectam F A, quam quadratum A I.

Quod vero pagina 39. ex analogismo Algebristarum eruit, cuius addit ratiocinationem speciosam, locum non habet, nisi sit factum quod in problemate faciendum erat; hoc est, vt F E sit æqualis semidiametro A C, cognitum punctum E, & cognita linea A I. Sed ad demonstrandum id factum esse nihil omnino confert.

Pagina 40. ponit secundam adnotationem, in qua non probatur

lineam

lineam E L, quæ ponitur æqualis F E habere extremum L cadens in linea C H; quæ à centro semicirculi ducitur diuidens semicirculum in duas partes æquales: nam quotiescunque punctum L non caderet in linea C H, non amplius F E esset æqualis semidiametro A C. Sed ex hac adnotatione colligi potest, Quod si inter concauam semicirculi peripheriam, & lineam, quæ à centro semicirculi ducta diuidit bifariam semicirculum, aptetur linea æqualis semidiametro, itaut ad datum in semicirculo punctum perueniat; si hæc linea producatur, itaut concurrat cum educta diametro, lineam illam quæ inter conuexum semicirculi, & diametrum eductam intercipitur, semidiametro semicirculi æqualem fore.

Pagina 41. attemperat (vt ipse ait) lineam pro qualitate datæ, seu sit maior, seu minor semidiametro, sed non docet, quare eo modo attemperet, & interceptam esse æqualem datæ, vt supra ostendendum dicit, hoc est seruata semper ratiocinandi ineptia.

A pagina 42. vsque ad paginam 56. eodem modo progreditur, ac in superiori problemate, retenta eâdem construendi ineptia, ratiocinandi fatuitate, & inscitia in probando, & faciendo ea per ea, quæ esse non possunt, nisi factum sit, quod faciendum.

A pagina 56. vsque ad paginam 63. emendat Francisci Vietæ, & Archimedis propositiones, adhibendo suas methodos. Infelices Archimedem, & Vietam, quibus contigit sua scripta à tanto homine non corrigi, sed deprauari,

Pagina 63. proponit.

PROBLEMA XVI.

In vno, eodemque circulo similes, ac inæquales duas portiones suscipere.

Miror, quod in hoc problemate non asserat, se emendare Euclidis elementa, cum huius problematis effectio ipsis elementis contraria sit: nam lib. 3. defin. decima ait Euclides, Similia circuli segmenta sunt, quæ angulos capiunt æquales, aut in quibus anguli inter se sunt æquales. Et propos. 26. eiusdem libri demonstrat, in æqualibus circulis æquales angulos æqualibus peripherijs insistere, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant. Quod in eodem circulo magis semper verificatur. Quare in eodem circulo similes portiones æquales esse necesse est. Vt autem probet hæc absurda, in absurdiora ibi necesse est. nam.

Pa-

Pagina 64. linea 5. probat B D C, E H G esse inæquales ex euidentia, cum in geometricis sensu probare sit vitiosissimum, & linea 26. nescio ex qua vi præmissarum absurdissimè concludit. *Ideo ratio eadem fit arcus B D ad D C, quæ G H ad H E; siue alternè B D ad G H, vt D C ad H E; siue componendo, & per conuersionem; siue diuidendo. Igitur nihil officit ad argumentandum de angulis, vt factum est de peripherijs simul congruè ad centrum postea relatis. Quare in circulo eodem duæ sumptæ fuerunt portiones similes, & inæquales. Quod erat faciendum.* Et hæc omnia, quæ in geometria sunt absurdissima, vt conclusiones elicit ex ijs, quæ cum hisce ineptijs nihil commune habent; non secus ac siquis diceret hoc ita esse, quia ita est.

Pagina 65., & 66. subdit adnotationem primam, quam sequentibus verbis, quæ fidelissimè reddo, exorditur.

ADNOTATIO PRIMA.

V*Erum, quæ recenter inducuntur, nisi ad vltimū principiorum fuerint resoluta, agnouimus frequenter ingerere scrupula, præsertim ijs, qui non admodum sunt prouecti, & ad Criticen fiunt procliniores.* Et fateor hæc mihi non tantum ingerere *scrupula*, (vt iuxta Sanctij Grammaticam loquar, qui Musas omnes pessimis habet despectas modis, non tantum enim Geometricas, sed Grammaticas etiam leges omnes peruertit) imò maximos ingerere scrupulos, & me non solum in huiusmodi rebus non esse prouectum, sed nunquam potuisse induci ad credendum, tantam vel ineptiam, vel audaciam posse reperiri in Viro, qui publicè mathesim profiteretur, vt similia typis ederet; nam postquā ostendit portiones comprehensas angulis æqualibus B K F, & G L F esse similes in diuersis circulis, sed non probauit, esse æquales, vel inæquales: non enim respexit ad æqualitatem, vel inæqualitatem circulorū. Pagina 66. linea 8. ait *Et quod in diuersis circulis contingit, in uno, & eodem fieri circa illo assumi posse ostendit problema præmissū.* Ad quod ostendendum addita est hæc adnotatio. Quare ad sumpta in hac adnotatione probandum supponit ea, quæ erant in hac adnotatione probanda. Miror, quod hic non dicat se emendare Logicam Aristotelis: vt autem euidentius id confirmet à linea decima eiusdem paginæ 66. vsque ad finem dictæ adnotationis adeo, & toties in geometriam peccat, vt non sit necesse adnotare.

Pagina 67., & 68., vt tollat omnem scrupulum, ponit secundam adnotationem: nam in fine paginæ 68. ait. *Et hæc addere sustinuimus ad omnem tollendum scrupulum in sequentibus præter familiarem nobis stilum*. In qua adnotatione adeo tollit scrupulos, vt à geometriæ legibus eam omnino liberet. Quod faciendum erat, vt, quod contra Euclidis elementa proposuerat, problema absolueret.

Pagina 69. proponit.

PROBLEMA XVII.

A*Ngulum planum quemcumque secare tripartitò, & in alia qualibet analogia per solas quinque lineas*, & iactans à se inuenta per synthesim paginæ 70.

Pagina 71., & 72. constructionem suam demonstrat per problema primum, quod fallax ostendimus.

Pagina 73. sibi familiares adnotationes subdit.

Pagina 74. proponit.

PROBLEMA XVIII.

A*Ngulum datum planum secare trifariam per circuli peripherias. Expedire sectiones omnes poteramus vno actu generali; at iubet incitati rei pulchritudine per nonnullos excurrere, & vt ijs, qui hoc fieri posse inficias iuere directè opponemus factum, scilicet pro heptagono, ac nonagono &c.*

In hoc problemate, sicuti in cæteris omnibus vsque ad paginam 100; suas fallacias adstruit ex demonstratione superioris problematis, quod directè contra Euclidis elementa esse ostendimus, & infinita fallaciarum, & mendacium propositionum copia suffultum: cùm verò eodem modo procedat in cæteris propositionibus, quæ sunt excursus huiusce propositionis vniuersaliter propositæ, & particularissime, ineptè tamen semper expeditæ, in quibus assumit in eodem circulo portiones inæquales, asserens esse similes, mensurat angulos arcubus circulorum, quibus dicti anguli neque ad centrum, neque ad circumferentiam insistunt; confundit conuersionem, permutationem, compositionem, diuisionemq; rationis; nulla necessitate conclusiones ineptas elicit. Tandem nulla est pagina, quæ erroribus non scateat; atque hi quidem legentibus omnibus, etiam imperitis, se se statim obijciunt.

Pagina 104. vsque ad paginam 106. inclusiuè, post tot fallacias ineptias, ac fatuitates, selegit Kepplerum, cum quo velitet, eo quod heptagoni geometricam descriptionem ex numero impossibilium asseruerit. Atque hanc ad rem animum reflectere curiosum duximus, non solum propter summam Viri audaciam, sed etiam quia pulcherrimum est theatrale spectaculum, Asinum cum Leone dimicantem aspicere.

Pagina 107. vsque ad pag. 114. proponit alteram heptagoni delineationem, vt ipse ait Analystis fortasse opportunam, cum tribus adnotationibus. Quam vt demonstret, ait in fine pag. 107. *Si igitur initio facto à puncto C septies circumducatur amplitudo ipsius C G, vt G H, H I, I K, K L, L M, M C; in secunda cirtulatione regredietur ad idem C punctum*. Sed non probat; cui subdit tres adnotationes, quarum secunda ab ipso Heraclito posset risum excutere: Nam in ipsa non probatur, arcum C D esse septimam partem circuli, quod esset probandum, sed supposito, quod sit, perquirit chordam arcus dupli. Adnotatio vero tertia, quotiescunque non sit inuentum latus heptagoni, omnino corruit.

Pag. 114. proponit nouam methodum inueniendi duas medias proportionales inter duas rectas datas, & vltra ineptam constructionem.

Pag. 115. linea 17. ait *à quibus sublati aquales F B I, G F L, C G T erunt residui A B I, X F L, H G T aquales;* sed nunquam probauit angulos F B I, G F L, C G T esse inter se æquales.

Pag. 116., & pag. 117. subduntur duæ adnotationes suis figmentis innixæ.

Pag. 119. proponitur problema, quod per suas methodos cōstruit.

Pag. 129. proponit.

PROBLEMA XXX.

ARcus Pentagoni congruus habetur determinatus ante isoscelis trianguli conditionarij constructionem, scilicet, in quo angulus vternis ad basim est ad reliquum verticis in ratione dupla. Quod vt probet.

Pag. 130. linea 4. ait. *Et si quidem ab aqualibus B A G, B I A angulis aquales anguli B A I, B G A subtrahi concipiuntur, relinquentur aquales G A I, G I A anguli supra basim A I*. Quæ conclusio quomodo elici possit non video: Nam angulo B G A nihil commune est cũ angulo G I A. Sed ob facilitatem non pigebit demonstrare, non tantum arcum C G non probari ab Auctore esse arcum pentagoni, sed non esse, examinata per canonem trigonometricum ipsius Auctoris constructione: Nam per ipsius constructionem posito sinu toto C B partium 100000. erit eius tertia pars 33333 ⅓ tangens anguli E C B, qui semissis est anguli E A B; & angulus E A B est semissis anguli G A C. Quare angulus E C B erit quarta pars anguli G A C, qui ponitur ab Auctore angulus ad centrum pentagoni, qui esse deberet graduum 72. Sed posita tangente 33333 ⅓ habetur in tabula correspondens arcus graduum 18, 26, 6, cuius quadruplum est arcus gr. 73. 44. 24 maior; quam arcus pentagoni.

Paginam 131. complet duabus suis adnotationibus, quæ problemati innixæ, cum ipso problemate corruunt.

Pagina 132. vsque ad paginam 135. versatur in expositione sequentis problematis cum duabus etiam adnotationibus.

PROBLEMA XXXI.

ARcus heptagoni congruus habetur determinatus ante isosceles conditionarij constructionem, nempe in quo angulus verticis est ad reliquos in ratione subtripla. Quod vt probet,

Pagina 133. linea 4. ait. *Cum sint anguli A L B, A B L æquales, sicuti angulus L A E in centro æquatur angulo G B E, quia iste super duplam insistit peripheriam.* Et his præmissis statim eruit hanc conclusionem. *Ergo duo anguli A B L, G B E euadunt æquales.* Cum non probauerit angulum A B L esse æqualem angulo, qui sit æqualis angulo G B E.

Sed vt in superiori hæc methodus facillime falsa ostenditur; cum posito sinu toto 100000. ipsius quarta pars 25000. euadat tangens graduum 14. 2. 10, cuius quadruplum deberet æquari arcui heptagoni, quod verum non est: nam quadruplum gr. 14. 2. 10. est gr. 56. 8. 40, & arcus heptagoni est gr. 51 ³⁄₇.

Pag. 135. proponit.

PROBLEMA XXXII.

ARcus in circulo congruus enneagono, habetur ante inuentionem sui trianguli conditionarij. Quod vt probet,

Pa-

Pagina 136. linea 7. ait *Igitur anguli N A M, A M B alterni sunt æquales; & A N B, N B M æquales, vt æquales C A N, C B M in centro, & ad arcum.* Deinde elicit conclusionem sequentem. *Quare tres C A N, N A M, M A L æquantur.* Quæ conclusio ex vi præmissarum nullo modo elici potest: nam neuter angulorum N A M, M A L ostensus est æqualis angulo C A N, aut angulo C B M, cui ostensus est æqualis C A N, neque inter se ostensi sunt æquales.

Pagina 137. sibi familiari adnotatione claudit hanc suam Inclinationum Geometriæ Appendicem, cuius corrupta, & adulterina merce, si magni Geometræ nauis oneraretur (vt vtar ioco, quo Auctor suam adnotationem claudit,) vniuersa profecto geometria miserrimum naufragium faceret.

Pagina 139. alterius opusculi titulus subditur

Inclinationum.
Geometriæ.
Parergon.
Eodem Auctore.

Pagina 140. in epistola ad Lectorem videtur agnoscere suum partum, idest opusculum de reflexionis puncto, cuius rimas superius deteximus; & fatetur industria obstetrice caruisse: & meritò postulare sibi reflecti. Quare ait, se fungi officio Criticis sublato, sed melius dixisset, se Vrsarum more Catulos suos lambere, infœliciori tamen exitu: nam vt ex sequentibus apparebit, nullam meliorem formam tribuit.

Pagina 141. proponit.

PROBLEMA I.

Dato circulo, & duobus punctis inæqualiter à centro remotis, duas inclinare lineas ad angulum in peripheria, quem bifariam diameter dirimat.

Hoc est idem problema primum ipsius opusculi de Reflexionis puncto, & eodem modo construitur, & eâdem fallacia demonstratur, qua vsus est in eodem opusculo, mensurando angulos arcubus circulorum, quibus dicti anguli neque ad centrum, neque ad peripheriam insistunt.

Pagina 144. proponit.

PROBLEMA II.

D*Atis iisdem circulo, & duobus punctis: illud idem praestare.*

Quae est solutio vndecima primi problematis eiusdem opusculi, & ab ipsa differt tantum, quòd in diagrammate punctum, quod in opusculo notatur charactere L, hic notatur charactere H; & quod in opusculo notatur charactere H, hic notatur charactere L. Sed eâdem fallacia vtitur.

Pagina 145. proponit.

PROBLEMA III.

D*Atis circulo, & duobus punctis intra ambitum in situ, vbi linea connectens per centrum non transeat; idem efficere.*

Hoc est problema secundum opusculi, sed diuersimodè construitur, & demonstratur, seruata tamen inter caeteras fallacias fallacia demonstrandi per angulos, qui mensurantur arcubus circuli, quibus neque ad centrum, neque ad peripheriam insistunt.

Pagina 149. proponit problema quartum, quod est idem cum problemate quarto opusculi, & eodem modo construitur, & demonstratur, & tantum differt, quòd

Pagina 150. linea 8. ait. *Et angulus BGH reflexus bisecatur à diametro*. Sed non probat GK esse diametrum, & in opusculo ait lineam GK transire per centrum circuli. Sed non probat.

Pagina 152. proponit problema quintum, in quo rectè corrigit problema septimum opusculi.

Pagina 153. proponit problema sextum, quod idem est, ac problema quintum opusculi, & eodem modo construitur: demonstratur autem diuersa fallacia: nam linea 22. ait. *Ideo homologa latera erunt in eadem ratione, nempe HO ad OD, vt OC ad OG; & iterum HO ad OC, vt DO ad OG, & permutando HO ad DO, vt OC ad OG.* Ex quibus praemissis elicit hanc conclusionem. *Ergo aequales erunt DO, & OC*, quae nullo modo erui potest.

Pagina 154. proponit problema septimum, quod est octauum opusculi, quod eâdem fallacia demonstrat, ac superius.

Pagina 155. proponit problema octauum, quod coincidit cum sexto opusculi; & sicuti in opusculo construxit, vt problema primum, ita construit hoc problema, vt problema primum, sed demonstrat alia methodo, non minus fallaci, quam prima: nam ait. *Et connectatur CK fieri ad diametrum perpendicularis, progressu ostendetur.* Sed nunquam ostenditur. Vt fideliter redderem verba Auctoris, solœcismum reddidi; & licet plures, & plures sint in vniuerso opere, tamen, cum res, non verba concordare intendam, & Mathematici, non Grammatici fungar offitio, eos omnes missos facio.

Pagina 156. addit scholium, in quo approbat constructionem problematis sexti opusculi, quam falsam docuimus.

Pagina 157. proponit problema nonum, quod coincidit cum nono opusculi, sed diuersimodè construitur; & probatur, semper tamen paralogisticè: nam assumitur IK, vt semissis excessus anguli BLI supra angulum CLI. Sed non probatur.

Pagina 158. proponit problema decimum, quod coincidit cum decimo opusculi, & sicuti in decimo opusculi eâdem fallacia procedit, qua vsus est in nono, ita in hoc decimo problemate eâdem vtitur fallacia, qua vsus est in superiori.

Pagina 159. proponit problema vndecimum, quod coincidit cum vndecimo opusculi, & eodem modo construitur, & penè demonstratur; tantum differt, quòd in hoc problemate, vt probet arcum SP esse æqualem arcui OI, quod restabat demonstrandum in opusculo.

Pagina 160. linea 14. ait. *A semicirculo HSO, LPI, si communis arcus LS subducatur, erunt relicti arcus SO, PI æquales.* Quod non probat, nisi quotiescunq; sint æquales arcus SP, & OI. Quod probandum.

Pagina 161. proponit scholium, quod coincidit cum scholio vndecimi problematis opusculi, & rectè procedit.

Pagina 162. proponit.

PROBLEMA XII.

D*Ata linea pro base, ratione laterum, & magnitudine lineæ bisecante angulum verticis, inuenire triangulum.*

In hoc problemate linea G bisecans angulum verticis datur indeterminata, quæ tamen determinanda erat, vt esset minor, quam duplũ minoris segmenti basis BC.

Pagina 163. proponit problema decimum tertium, quod coincidit cum duodecimo opusculi, & eodem modo construitur; & licet tantisper differat in demonstratione, tamen est eadem fallacia: nam assumitur

mitur A I N, vt perpendicularis lineæ C O. Quod non probatur.

Pagina 165. proponit problema decimum quartum, quo aliter soluit problema decimum tertium. Sed eodem paralogismo vtitur ad demonstrandum.

Pagina 167. proponit problema decimum quintum, quod coincidit cum decimo sexto opusculi, & diuersimodè construitur, sed eâdem fallacia demonstratur, licet hic malitiosius se gesserit: Nam

Pag. 168. linea 9. ait. *Ergo duo triangula B I L, L I K duo latera B I, I L, & I K, I L æqualia habentia, & eidem lateri opposita, ergo similia, & æqualia erunt.* Sed non ait, quæ sint hæc opposita eidem lateri, vt inde colligi possit esse triangula similia: at quidem patet non esse demonstratum triangula illa habere eas qualitates, ex quibus colligi possit, quod sint similia.

Pagina 169, 170, & 171. pro varia positione datorum punctorum, variè construit, sed eâdem vtitur paralogistica demonstratione.

Pagina 172. consueta sibi adnotatione claudit opusculum sperans, se abunde deficientem Geometriam suppleuisse; & certè, si quid deerat Geometriæ, vt radicitus extirparetur, abunde ab hoc auctore suppletum est. Sed postquam opus suum clausit, nescio quod adhuc erectum videns Geometriæ fundamentum, reassumit ligonem, vt omnino extirpet, & addit.

PROBLEMA VINDICATUM.

OPortet nescio quid grande sub hoc titulo contineri, & certè continetur: est enim tripartitum hoc problema, cuius prima pars tantum ab Auctore, secunda à Legentibus, tertia neque à Legentibus, neque ab Auctore intelligitur. Huius enim problematis pars quę tantum ab Auctore intelligitur, est illa, qua putat suis hisce figmentis, & delirijs se posse vniuersis imponere, & Mathematici nomen acquirere: altera, quæ tantum à Legentibus, & non ab Auctore, est, omnia esse errorum, & paralogismorum plena, & crassam vndequaque ignorantiam redolere: variè enim, & inutiliter construit, & ijs, quibus vtitur ad construendum, non vtitur ad demonstrandum: nam pro tàm varia constructionum forma, quæ nuncupla est, vnica tantùm vtitur demonstratione, in qua non tantùm non docet, quare eo modo construxerit, sed pulcherrimum paralogismum construit: Nam pagina 10. eiusdem Problematis Vindicati linea tertia ait. *Ergo per secundam,*

dam, & tertiam lib. 6. H E est ad H G vt eadem H E, seu B F ad B A. Quod non est verum: nam ex secunda lib. 6. Euclidis erit quidem, vt H G ad G A, ita H E, seu F B ad B A; & per sextam lib. 6. Euclidis erit, vt H E ad H G, ita B A ad G A. Sed nunquàm erui poterit esse, vt H E ad H G, ita H E, seu B F ad B A. Pars verò, quæ neque ab Auctore, neque à Legentibus intelligitur, est festiuum illud, quo claudit suum Problema Vindicatum, quod temulentam hilaritatem rectius, quàm festiuum, quid nuncupasset: Nam à sobrio Viro talia fuisse edita, ebrij esset affirmare.

FINIS.

Errata. Corrigenda.

Pag.	Lin.	Errata	Corrige
4	30	immò	imò
5	vltima	quibns	quibus
19	7	date	datæ
39	12	Qnia	Quia
48	10	eonſiſteret	conſiſteret
50	19	cœteris	cæteris
50	29	eanonem	canonem
56	5	*augnlo*	*angulo*
56	21	*qnod*	*quod*
56	24	*bac*	*hac*
56	26	Criticẽu	Criticem
57	12	demoſtratione	demonſtratione
57	14	poſſct	poſſet
60	29	*tranrferatur*	*transferatur*
62	31	cœteris	cæteris
63	15	*uõ*	*nõ*
63	30	*ndbis*	*nobis*
69	prima	cœterorum	cæterorum
72	21	cœteris	cæteris
72	25	cœteris	cæteris

AD COMPACTOREM.

Tabula Diagrammatum in fine ponenda eſt, & ita componenda, vt tota poſſit extra libellum explicari.