ELEMENTI DI FISICA ESPOSTI DAL P. D. GIOVANNI CRIVELLI CHERICO REGOLARE SOMASCO IN...

ELEMENTI
DI FISICA

ESPOSTI DAL P. D.

GIOVANNI CRIVELLI

CHERICO REGOLARE SOMASCO

In questa seconda edizione accresciuti e migliorati

S'aggiungono dell'istesso autore due Dissertazioni

SULLE LEGGI DEL MOTO,

E DELL'ESTIMAZIONE DELLE FORZE VIVE,

Ed i Problemi aritmetici

DI DIOFANTO ALESSANDRINO

ANALITICAMENTE DIMOSTRATI.

PARTE SECONDA.

IN VENEZIA, MDCCXLIV.

PRESSO SIMONE OCCHI.

CON LICENZA DE' SUPERIORI, E PRIVILEGIO.

TAVOLA
DELLE MATERIE,

Che in questa Seconda Parte si contengono.

LIBRO SESTO.
SEZIONE PRIMA.

SEZIONE SECONDA.

LIBRO SETTIMO.
SEZIONE PRIMA.

a 2 Cap.

SEZIONE SECONDA.

SEZIONE TERZA.

SEZIONE QUARTA.

LIBRO OTTAVO.

SEZIONE PRIMA.

SE-

SEZIONE SECONDA.

SEZIONE TERZA.

SEZIONE QUARTA.

LIBRO NONO.

SEZIONE PRIMA.

SEZIONE SECONDA.

SEZIONE TERZA.

Delle ragioni Fisiche per lo Sistema Copernico - Kepleriano.

SEZIONE QUARTA.

Delle Stelle fisse.

SEZIONE QUINTA.

Delle Comete.

APPENDICE.

Del Flusso, e Riflesso dell' Oceano.

LIBRO

LIBRO SESTO

Delle Immaginazioni, e Passioni.

SEZIONE PRIMA

Della Immaginazione.

Della Natura della Immaginazione. Cap. I.

Per intendere le dottrine della Immaginazione secondo il più facile, e più conveniente sistema, bisogna ridursi a memoria ciò che abbiamo detto intorno delle Sensazioni, ed in qual modo, e con qual legge esse si facciano, e come gli organi loro in tanti piccioli filetti, o nervi consistano, che dal cerebro, dove hanno l'origine, alle parti esteriori del corpo spandendosi, e diramandosi sono continuamente esposti all'azione de' corpi esterni, dalle quali azioni facendosi in essi varie, e diverse impressioni, avviene che l'Anima venga a diverse passioni, o percezioni determinata, che *Sensazioni* si chiamano, le quali seguono sempre la condizione di tali impressioni. Imperocchè tale è la legge della Natura. Così quando per mezzo degli occhi noi concepiamo, cioè a dire quando veggiamo un albero, intanto lo veggiamo, in quanto che per mezzo dei raggi di luce, che dalla superficie dell'albero si riflettono, ed entrano per la pupilla, si fa l'impressione, cioè a dire si forma l'immagine di tale albero sulla retina. Tale impressione dalla retina, che è uno degli organi esterni, si comunica al cerebro organo interno, e comune, dove restando affette in quel preciso modo, che all'azione di tale agente conviene, le fibre, e gli spiriti forniti, che dentro di esse quasi per tanti piccioli canali, o tubi vi scorrono, viene determinata l'Anima a concepire ciò, che poi ella col nome d'*albero* appella. Il concepimento, che abbiamo nell'atto stesso, che dall'esterno agente fassi nel cerebro la prima volta tale impressione, dicesi *Sensazione*. Ma se dopo che l'impressione

sione fu fatta, si rinnovella negli spiriti sottili quella stessa affezione, ch'ebbero la prima volta, cioè a dire se nelle fibre in cui l'esterno agente fece la sua impressione si muovono come la prima volta si mossero, il concepimento dell'Anima, che a tale moto si congiugne, chiamasi *Immaginazione*. Dalle quali cose si conosce essere all'Immaginazione, ed alla Sensazione comune il Principio. Imperocchè quella stessa impressione, che fa che sentiamo, fa ancora che c'immaginiamo. Ma vi ha questo di vario, che la sensazione si fa nello stesso tempo, che l'esterno agente forma la sua impressione nel cerebro, ma l'immaginazione dopo che già l'impression fu formata. In quella l'Oggetto è sempre presente: in questa è sempre lontano. In quella il pensiere si dirige al di fuori, e verso l'Oggetto, in questa si contiene al di dentro, e ci rappresenta le cose quasi nel cerebro stesso circonscritte. E perchè le impressioni che fanno gli Oggetti esterni nel nostro organo, sono assai più vive, ed efficaci che quelle, che vi fanno gli spiriti dentro delle fatte tracce scorrendo, per questo l'Anima è assai più tocca nel senso di quello che nell'immaginazione. Ma perchè possono talvolta gli spiriti essere così agitati, e violenti, che nel passar per le tracce muovano le fibre presso che con quella forza, con cui furono mosse dagli esterni muoventi, per questo può darsi una immaginazione così stranamente vivace, che ci faccia vedere le cose come presenti, e sia in certo modo emulatrice del Senso.

Una delle prime Leggi dell'Immaginazione è la corrispondenza reciproca dei concepimenti colle tracce impresse, e delle tracce co' concepimenti. Come le diverse tracce impresse nel cerebro dagli oggetti eccitano diverse passioni, o affezioni, o idee nella nostr' Anima, così le diverse idee dell'Anima imprimono nuove diverse tracce nel cerebro. La causa di tale reciproca corrispondenza non è che la volontà dell'Autore. Come alla traccia di un albero risponde l'immaginazione d'un albero, così all'immaginazione di un albero si forma la traccia di un albero. Su questa naturale corrispondenza sta fondata, come osserva il P. Malebranche, (1) la corrispondenza artificiale introdotta dagli Uomini sicchè a tali tracce di suoni, o di caratteri rispondano tali concepimenti, ed idee, nel che consiste il commercio delle Lingue, e l'universale società de' Popoli. Alla voce per esempio di *Soldato* hanno gl' Italiani congiunta l'idea di un Uomo, che fa guerra, la quale idea hanno gli antichi Latini congiunta alla voce *Miles*, ed ora quelli di Fran-

(1) *Ricerca della verità*.

Francia alla voce *un soldat*. Così di tutte le altre. Il che non può farsi senza un accordo, o tacita convenzione. Imperocchè quando si vede un quadrato, si eccita in tutti l'idea d'un quadrato; ma non così quando si sente la voce *quadrato*: perchè il primo modo è naturale, il secondo artificiale. E ciò si dee applicare a tutte le idee spirituali, che artificialmente sono annesse a tracce naturali. Ove però è da osservarsi esserci molta differenza in questi due modi d'immaginazione. Imperocchè le tracce, che naturalmente vengono dagli Oggetti, toccano, e rendono attenta l'anima; onde avviene che la maggior parte degli Uomini ha facilità di comprendere e ritenere le verità sensibili, cioè le proprietà de' corpi; ma le tracce, che non hanno altr' alleanza coll' idee che quella che vi ha posto la volontà degli uomini, sono meno forti; e perciò abbiamo maggior pena di ritenerle.

Una seconda legge principale è il legamento scambievole di una traccia coll'altra, in che consiste il legamento de' pensieri tra se. La cagione di tal legamento è l'*identità* del tempo, in cui molte diverse tracce sono state dagli oggetti nel cerebro impresse. Imperocchè, come nota il sopraddetto Autore, basta che molte tracce sieno state nel medesimo tempo prodotte, a fine che non possano più risvegliarsi se non tutte insieme, perchè gli spiriti animali trovando aperto il cammino in tutte le tracce, che si sono fatte nel medesimo tempo, continuano in esse il loro cammino per causa che vi passano più facilmente che in qualunque altra parte. E da tali legamenti prende origine la Memoria, e le Abitudini corporee degli Uomini, che sono comuni a molti altri animali. Imperocchè la memoria non in altro consiste, che in una serie di concepimenti procedente da una serie di tracce, nelle quali una dopo l'altra scorrono gli spiriti. E perchè tali tracce ora sono più profonde, ed ora meno, e perciò in esse ora con maggiore, ora con minore facilità vi scorrono gli spiriti, per questo alcune cose più facilmente, alcune meno si tengono a memoria. E perchè le replicate sensazioni fanno più profonde le tracce, perciò si tiene a memoria più facilmente ciò, che spesso si è veduto, o udito, e più facilmente ciò che si è veduto, essendo generalmente più forti le impressioni, che vengono per mezzo degli occhi, di quelle che vengono per mezzo degli orecchi. Dallo stesso principio dipendono le abitudini. Imperocchè le abitudini non in altro consistono, che in un corso facile degli spiriti di nervo in nervo secondo quelle vie, che a poco a poco si hanno aperte, e si hanno in certa maniera rendute familiari.

Per questo nel principio sono difficili l'esecuzioni, perchè gli spiriti non trovano le vie, per cui deono passare, assai aperte, e libere; come veggiamo ne' principianti della Musica, o d'una Lingua straniera. E spesso quelli, che avevano acquistata un'abitudine, la perdono per lo lungo disuso, perchè ritornano a strignersi ed a serrarsi quelle vie, per cui prima gli spiriti liberamente passavano. Per questo in fine i fanciulli sono capaci di acquistar nuove abitudini più che gli Uomini, per la mobilità de' loro spiriti, e delicatezza delle loro fibre, ed è difficile di perdere gli antichi abiti, ed a forza di parlare si acquista tanta facilità.

Come allor che noi vegliamo, stanno gli spiriti divisi in molte tracce, ed occupati in diversi sensi; ma nella quiete del sonno stanno più raccolti, e ridotti nel cerebro; accade per questo, che nel tempo del sonno possono talvolta entrare con maggior copia, ed energia in una traccia di quello, che in tempo di veglia, e farci perciò immaginar più vivamente un oggetto dormendo di quello che siamo soliti d'immaginarlo vegliando. Così può crescere l'intension dell' immaginazione sicchè equivaglia ad un senso; onde sentiamo talvolta tanto vivamente la puntura di un ago dormendo, quanto la sentiremmo vegliando; e così dell' altre immaginazioni.

Il passare di pensiero in pensiero, e d'immaginazione in immaginazione senza riflesso, e senz'alcuna previa meditazione, come talvolta veggiamo accadere, non altronde nasce che dal corso vago, ed irregolare, che prendono gli spiriti dentro le tracce, che trovano più aperte, e più facili. Che se sono questi per qualche causa fisica troppo agitati, allora movendo essi con troppa forza le fibre, per cui passano, con varie violente illusioni c' inquietano, e ci perturbano, e cagionano in Noi ciò, che diciamo l' *Insonnia*.

Se i medesimi spiriti dopo di essere entrati nelle tracce dell' immaginazione di un uomo che dorme, passano per la facilità che ritrovano dentro di quei nervi, che servono al movimento del corpo, allora faranno nascere diversi moti, e principalmente quelli, a cui tale uomo ha la sua maggiore abitudine. E da ciò nasce, perchè alcuni benchè addormentati, escono talvolta, come veggiamo dal letto, aprono le finestre, passeggiano, e fanno simili azioni, quali sono i *Nottambuli*. E come in tal sorta d'Uomini appena gli spiriti entrano nelle tracce, che scorrono a dar movimento al corpo, per questo avviene per l'ordinario, ch' essendo svegliati non si ricordano più di quello, che hanno fatto dormendo. Il contrario accade in quelli, i cui spiriti dalle tracce dell' im immaginazione non escono, e principalmente se si sono in quelle mossi con forza, perchè allora ritengono essi a memoria tutto ciò, che si sono immaginati dormendo, e dopo di essersi risvegliati, ne fanno lunghe, ed esatte descrizioni.

Dalla forza dell' immaginazione nasce talvolta, che imitiamo le altrui azioni senza alcuna deliberazione, e meccanicamente. Quando ci fissiamo in qualche azione, che veggiamo farsi, che per la sua novità ci rapisce, e ci occupa, si forma una profonda traccia nel cerebro, ove molta copia di spiriti concorre, e talvolta move quelle medesime fibre, e quei medesimi nervi, che sono mossi in quello, di cui veggiamo l'azione, e nel modo medesimo; onde nasce, che siamo all' improvviso veduti a far le medesime cose.

Nella stessa maniera nasce la compassione. Quando, per esempio, veggiamo una piaga, corrono gli spiriti a quella parte, che corrisponde a quella, che veggiamo impiagata, e si muovono in maniera simile a quella di colui che patisce. E come in tale moto di spiriti, e di nervi consiste il dolore di chi patisce, così anche il dolor di chi compatisce. Questo sol vi ha di vario, che in quello il moto è primario ed originale, in questo è secondario e derivativo; in quello nasce dall' azion d'un agente, in questo dalla passion del paziente.

Nasce per questo, che la compassione è minor della passione. Ma essendo il resto pari, ella è più viva in quelli, che hanno gli spiriti più vivaci e le fibre più delicate. Perciò gli Uomini giunti all' età virile meno compassionano delle femmine, e dei fanciulli. E più compassiona quello, che sta più fisso nello spettacolo doloroso e funesto, ed in cui le tracce dell' immaginazione si fanno più profonde.

Dei cangiamenti della Immaginazione Cap. II.

Più chè i vestigj, o le immagini impresse nel cerebro saranno grandi, e distinte, più l' Anima s' immaginerà vivamente. E come nota il sovrallodato P. Malebranche [1] in quella guisa che la larghezza, e la profondità, e nettezza dei tratti di qualche intaglio dipende dalla forza, con cui si tratta il bolino, e dalla ubbidienza del rame, così la profondità, e la nettezza dei vestigj dell' immaginazione dalla forza degli *Spiriti animali*, e dalla costituzione delle *fibre del cerebro* dipende.

Gli spiriti, continua il suddetto Autore, sono la parte più

pura

[1] *Ricerca della Verità L. 2.*

pura del sangue. Se il sangue è crasso, pochi spiriti vi sono; se è facile al moto, gli spiriti sono caldi ed agitati; se troppo non si fermenta, sono languidi. Infine la solidità, e forza di questi è in proporzione della solidità, e forza di quello. Nasce per questo, che tutte le cause che possono cangiar affezione nel sangue, la cangeranno ancora negli spiriti, ed in conseguenza nella immaginazione.

Una delle cause, che cangiano affezione nel sangue, sono i nutrimenti. Il sangue mescolato col chilo è assai differente dal sangue che ha fatte già molte circolazioni pel cuore. E perciò gli spiriti animali, che non ne sono che la più sottile porzione, sono assai differenti nelle persone a digiuno, e in quelle che hanno preso il cibo. E perchè i cibi, e le bevande variano in infinito, e i corpi che le ricevono variano ancor'essi infinitamente, così senza termine debbono variarsi le immaginazioni per tale causa; nè due persone, ch'escono dalla medesima mensa debbono aver la medesima precisa mutazione. I sani e robusti meno restano alterati, ma non così i vecchi e deboli, che perciò si assopiscono quasi tutti, ed illanguiditi nell'immaginazione non possono più dopo il cibo distintamente applicare. Ma il vino secondo il moto, ch'egli apporta al sangue, ed in conseguenza agli spiriti, rallegra, commuove, trasporta, ed in fine istupidisce.

Un'altra cagione di cangiamento di spiriti è l'aria. Entra questa dalla trachea nell'arteria venosa, onde passa a fermentarsi col sangue nel cuore, e perciò se non apporta una pronta mutazion, come il cibo, lo fa però a poco a poco. La differenza dell'aria, che si respira, si dee considerare come un principio della varietà degli animi nelle Nazioni. Per questo Cicerone [1] attribuisce agli Ateniesi l'ingegno acuto, ai Tebani il crasso.

Una terza cagione son le Passioni dell'animo. Egli è da osservare che molti rami de'nervi dell'ottavo pari si legano colle fibre del cuore, e circondano le sue aperture, le sue auricole, e le sue arterie, spandendosi ancora nella sostanza del polmone. Essi col loro moto cagionano molte mutazioni al sangue. Imperocchè quelli, che si legano alle fibre del cuore, facendolo qualche volta accorciare con troppa forza, spingono con maggior empito, che conviene il sangue alla testa, ed alle parti esteriori del corpo, e talvolta fanno un effetto contrario. Quelli che circondano le aperture, e le auricole del cuore, ora le allargano, ora le stringono, ed in tal modo accelerano, o ritardano il moto

[1] *Del Fato.*

to al sangue. Tale uso hanno ancora i nervi, che sono sparsi nel polmone; perchè il polmone non essendo che un composto dei rami della trachea, della vena arteriosa, e dell'arteria venosa, nasce talvolta che i nervi sparsi nella sua sostanza impediscono colla loro contrazione, che l'aria con l'ordinario corso non passi per gli rami della trachea, ed il sangue da quelli della vena arteriosa in quelli dell'arteria venosa, che portano al cuore; ed in tal modo viene talvolta alterato il moto e la costituzione del sangue; onde resta cangiata la Forza immaginatrice. Così i rami che vanno al fegato, se talvolta lo stringono, fanno entrare gran copia di bile per lo suo canale nel cuore, e di là nel sangue; onde nasce un gran moto negli spiriti, ed in conseguenza un'immaginazione agitata e violenta. Per lo contrario quelli, che vanno alla milza, impediscono il moto colle loro contrazioni, e col succo melancolico, che vi spremono, assopiscono il sangue, e rendono perciò l'immaginazione languida, e stupida.

L'altro principio, da cui, come abbiamo detto, dipendono le qualità diverse dell'immaginazione, sono le *fibre del cerebro*. Dal variamento perciò che si farà in esse, nascerà ancora il variamento della forza immaginatrice. Ne' giovani sono molli, flessibili, e delicate, coll'età divengono più secche, più dure, e più forti, nella vecchiaja sono inflessibili, o difficili al corso degli spiriti, parte per essere crasse, parte per essere riempiute di umori superflui. Nasce per questo, che i giovani facilmente ricevono le tracce, ma se non le profondano colle replicate impressioni, facilmente le perdono; quelli, che sono arrivati all'età virile, hanno le tracce più consistenti, e per la forza degli spiriti ne fanno un perfetto uso. Ma i vecchi poco le nuove tracce ricevono, ed i loro spiriti per lo più versano in quelle già fatte, e da molto tempo scolpite, e perciò come si suol dire, vivono di memoria.

La delicatezza delle fibre è cagione d'una vivace immaginazione per tutte le cose sensibili. Per questo le femmine da tali cose grandemente si muovono, e troppo occupate dal sensibile non sono atte alle astrazioni. Elle versano sulla corteccia delle cose, ma non hanno forza di penetrare. V'è una quantità d'uomini, che nella costituzione delle loro fibre sono poco, o nulla dissimili dalle femmine, e perciò hanno essi uno spirito molle, e capace solo di cose leggiere. Altri per lo contrario l'hanno penetrante, robusto, e capace d'ogni meditazione.

Del

Del potere, che hanno le immaginazioni delle Madri sopra i loro Figliuoli. Cap III.

Benchè l'anima dell'infante, che sta nel seno della Madre sia separata da quella della Madre, è però talmente il suo corpo unito, che le sensazioni e le passioni della Madre si rendono sempre comuni anche al figliuolo. Così l'infante vede ciò, che vede la Madre, ode lo stesso suono, si risente al di lei amore, all'odio, e allo sdegno: e sono come due cetre accordate all'unisono, a' suoni d' una delle quali corrispondono i suoni dall'altra. Imperocchè se un uomo appassionato imprime una passione simile in quelli, che lo riguardano, molto più la Madre la dovrà imprimere nell'infante, non essendo il corpo dell' infante, che una parte di quello della Madre, ed essendo gli spiriti comuni. Per questo se alla vista di qualche animale improvvisamente veduto nacque una forte passione di spavento nell'animo della Madre, il moto, ch'ebbero allora i di lei spiriti si comunica anche agli spiriti dell'infante, e resta impresso in quello un vestigio profondo di spavento, che non può non risvegliarsi allora ch'egli vede il medesimo animale.

Da tale principio dipende una quantità di strani fenomeni in tale materia. Per tale cagione, per esempio, si viddero nascere alcuni stupidi, e senza senso, e colle membra spezzate. Del che la causa fu la immaginazion delle loro Madri, ch'essendo di loro gravide vollero essere presenti allora che da' carnefici si rompevano l'ossa a'rei. Quanti colpi dà il carnefice al reo, tante scosse si fanno nel cerebro della Madre, e nello stesso tempo in quello del Figlio, che per essere troppo delicato si fiacca, e si sfibra, e perde il senso. Così parimente alla vista dell'orribile esecuzione, corrono gli spiriti della Madre verso quelle stesse parti, dove il reo riceve i colpi, il che si fa ancora nel Figlio, e quel moto, che nei nervi della Madre non lascia sensibile vestigio per la grande tenerezza, e mollezza, lo lascia nei nervi, e nelle ossa del Figlio, e perciò nasce spezzato. Per questo le femmine imprimono ne'fanciulli quelle strane forme, dalle quali esse restarono commosse nel vederle negli altri. Per questo nascono alcuni con deformi, ed estraordinarie figure. Per questo in fine coll'impressioni di diverse frutta, ed altri cibi formate in diverse parti del corpo. Imperocchè quando la Madre vede il frutto, e lo appetisce si forma una forte immagine di quel frutto nel di lei cerebro, e si mettono in agitazione gli spiriti, il che si fa ancor nell' infanfante. Quando ella si tocca in qualche parte del corpo scorrono gli spiriti verso quella parte, che tocca, con quella determinazione di moto, ch'è cagionata in loro dall'impressione fatta nel cerebro, e colà fissati stampano questi in quella medesima parte un'impressione simile a quella del cerebro, il che si fa ancor nell'infante; ma evvi questo di vario, ch'essendo le fibre della Madre consistenti, e forti, non si fa in esse mutazione sensibile per l'impressione degli spiriti; ma non così nel fanciullo, in cui le fibre essendo assai delicate, e tenere molta mutazione patiscono, che spesse volte lascia in esse un indelebile vestigio; onde segue che li veggiamo talvolta con simili note, le quali alla vista delle frutta, che rappresentano, si gonfiano, e crescono per lo concorso degli umori, e del sangue, che si fa in esse per quelle vie più facili, ed aperte, che corrispondono all'antica impressione.

Altri effetti di non minore importanza cagionano le immaginazioni delle Madri, e sono le inclinazioni, e le passioni, e quelle che chiamano le antipatie, e le simpatie. Imperocchè se gl'infanti portano sul volto le immagini di ciò, che ha mosso la Madre, benchè le fibre della cute siano più dure di quelle del cerebro, e benchè gli spiriti si muovano più vivamente nel cerebro, che nella cute, non si dee perciò dubitare, che gli spiriti della Madre non producano molte tracce forti nel cerebro de' loro infanti. E come alle tracce dell' immaginazione s' accompagnano spesso nella Madre i moti delle passioni, così non dee dubitarsi che ne' loro infanti co' vestigj delle immaginazioni non si accompagnino ancora quelle delle passioni. Che se tali vestigj sono fortemente impressi, è facile il conoscere come essi possono essere tutta la causa, per cui cotanti stravaganti affetti si veggano, e come tante avversioni, o desiderj, o amori, o inclinazioni veementi, il regolare i quali non è in nostra balia.

Tale per esempio, era lo spavento, in cui tosto si poneva Giacomo Terzo Re d' Inghilterra alla vista d'una spada ignuda, di cui ne parla il Cavaliere d'Igby. Nè altronde ebbe questo l'origine che dallo spavento, ch'ebbe la di lui Madre allora che essendo d'esso gravida si vidde entrare in Camera i congiurati colle spade ignude, ed ammazzare i suoi sotto gli occhi propri.

Nè giova il dire, che se ciò fosse vero, dovrebbono sempre le Madri comunicare a' loro figliuoli le stesse inclinazioni, e le stesse affezioni, che hanno. Imperocchè si dee considerare esservi due

due forte di tracce, altre naturali, ed altre accidentali. Quelle sono più profonde, ed immutabili, e si diramano per tutto il corpo; queste sono meno forti, e si cangiano, e ad alcuni nervi solamente si stendono. Le prime si trasmettono con tutta la forza. Così i Papagalli formano i figli disposti ad aver il medesimo canto, e il medesimo grido. Ma perchè le tracce accidentali sono di minor forza, nè all'organo intiero si estendono, per questo non molto si trasmettono. Così un Papagallo, che saluta il suo Padrone, non imprime la stessa virtù ne' suoi parti. Egli è vero, che non vengono eccitate tali idee passaggere nella Madre se non sono ancora nel Figlio, ma quando nasce il Figlio, facilmente si cancellano, e gli oggetti sensibili ne producano di nuove, come veggiamo che ad un nuovo efficace dolore si obblia il precedente. Che se le accidentali sono assai violente, allora sono emule delle naturali, come nell'esempio di Giacomo Terzo. Ma i figliuoli di quello non ebbero la stessa debolezza, parte perchè tali impressioni vanno sempre scemandosi ne' Figli; parte perchè la Madre colla buona costituzione del corpo le impedisce.

Dell' Immaginazione forte Cap. IV.

PER *Immaginazione forte* intendesi quella costituzion di cervello, che ci rende capaci di vestigj, e di tracce estremamente profonde, per le quali si riempie talmente la capacità dell'anima, ch'ella è impedita di prestar attenzione a qualunque altra cosa. Vi sono due sorte di persone, che hanno l'immaginazion forte. I primi ricevono queste tracce per l'impressione involontaria, e sregolata degli spiriti, i secondi per la costituzione del loro cerebro. Del primo genere sono quei *Pazzi*, che sono costretti a pensar sempre intorno una cosa sola, e quando incominciano il discorso intorno di un'altra, tosto lo troncano per versare su quella. Della qual sorta ve ne sono molti, ed a questa classe appartengono tutti gli *Appassionati*. I secondi sono tali per la natura delle loro fibre, e sono esposti a due difetti, il primo d'essere difficili nel maneggio de' discorsi, perchè difficilmente si flettono le loro fibre, e si mutano in essi le tracce; il secondo è che sono per lo più visionarj, non come i Pazzi, ma prossimamente. Tale sorta di genj eccede in tutto, e nel timore, e nella speranza, ingrandiscono tutto, e di tutto si fanno maraviglia.

Uno de' più grandi effetti dell'Immaginazion forte è uno irregogolato timore delle apparizioni degli spiriti, de' sortilegj, e magie. Niente vi è di più terribile, e che imprima più profonde tracca, che l'idea di qualche potenza invisibile, che non pensa, che a nuocerci, ed a cui non possiamo resistere. All'immaginazione di questa molti perciò si credono d'essere invasi, e fissamente lo pensano. All'aspetto, o alla descrizione d'una malia, molte volte si stimano ammaliati.

Nasce per l'immaginazion forte, che alcuni talvolta credonsi diventar Lupi, e vanno per le strade correndo in tempo di notte; altri si credono animali, altri si stimano Monarchi. Nè da altra origine nascono i Sogni, o le illusioni de' Nottambuli.

E tali cose bastino intorno della Immaginazione.

SEZIONE SECONDA

Delle Passioni dell' Anima.

Delle Passioni in Genere. Cap I.

Dietro alle sensazioni, ed immaginazioni vengono le *Passioni*, delle quali ora diremo, incominciando prima dai Platonici, e dai Pitagorici, che, come nota ancor Cicerone nelle sue questioni Tusculane [1], consideravano nell'Anima due parti, l'una *partecipe della ragione*, e l'altra della *ragione incapace*. Nella prima ponevano la *tranquillità*, cioè uno stato placido e quieto, proprio dell'Uomo saggio; nell'altra i movimenti torbidi dell'ira, delle cupidigie, e degli altri affetti, i quali tutti da Zenone, e dagli Stoici erano tenuti per contrarj, ed inimici della ragione. Tale dottrina fu abbracciata ancora dagli Aristotalici, i quali considerarono ancor essi nell'Anima due parti, l'una *Ragionevole*, che chiamarono ancora *Superiore*, e l'altra *Irragionevole*, ovvero *Inferiore*. Nella ragionevole due facoltà distinsero, e due parimente nella irragionevole; quelle sono l'*Intelletto*, e la *Volontà*, queste la *Immaginazione*, e l'*Appetito sensitivo*, che poi dietro l'orme di Platone in *Concupiscibile*, ed *Irascibile* divisero. E siccome nella parte tranquilla dell'Anima la Volontà con moto placido ed ordinato seguita ciò, che le viene dall'Intelletto proposto e rappresentato per bene, e fugge, ciò che le viene rappresentato per male; così nella parte torbida l'Appetito sensitivo seguita, e fugge quel bene, o male sensibile, che gli viene dalla Fantasia, o Forza immaginatrice rappresentato, il che non

(1) *Lib.* 4.

non si fa senza molte, e varie mutazioni, e perturbazioni corporee. Che se tal bene, o male sensibile viene rappresentato come difficile ed arduo da conseguire, o da fuggire, egli appartiene all'Appetito irascibile; ma se viene rappresentato come facile, egli appartiene al concupiscibile, di cui certamente i moti sono violenti, ed agitati; ma meno però degl'irascibili. E secondo tali dottrine furono comunemente definite le Passioni: *Movimenti dell' Appetito sensitivo nati dalla immaginazione di un bene, o di un male sensibile: onde accade insolita mutazione nel corpo.*

Aristotele nel Libro 2. dell' Etica Cap. 4. a due specie riduce tutte le passioni, cioè al *Piacere*, e al *Dolore*.

Dalla qual opinione non è diversa quella dei Democritici, e degli Epicurei. Ma presso gli Stoici quattro sono gli Affetti primarj, due riguardo al bene, e due riguardo al male. Imperocchè in ordine al bene considerato come conveniente, e facile da acquistarsi, nasce il *Desiderio*, e in ordine al bene acquistato, e posseduto nasce il *Gaudio*. Ma in ordine al male conceputo come già vicino, ed imminente nasce il *Timore*; e in ordine al male, che già ci ha giunto, e ci aggrava, il *Dolore*. La qual divisione segue Virgilio [1] allora quando parlando dell'Anima del Mondo secondo le dottrine de' Platonici, afferma da essa trarre origine le Anime umane, e le Passioni, ch'esse dentro i corpi imprigionate esperimentano.

Hinc cupiunt, metuuntque, dolent, gaudentque, nec auras
Respiciunt clausæ tenebris, & carcere cæco.

E quinci ancora

Avvien, che Tema, e Speme, e Duolo, e Gioja
Vivendo le conturba, e che rinchiuse
Nel tenebroso carcere, e nell' ombra
Del mortal velo, alle bellezze eterne
Non ergan gli occhi.

S. Tommaso [2] nella sua Somma undici passioni distingue, sei delle quali appartengono alla Concupiscibile, e sono l' *Amore*, l'*Odio*, il *Desiderio*, la *Fuga*, il *Gaudio*, e la *Tristezza*; e cinque all'Irascibile, e sono la *Speranza*, e la *Disperazione*, l' *Audacia*, e il *Timore*, e finalmente l' *Ira*, cui non si dà contrario.

Per render ragione della qual divisione egli vuole, che si consideri, che qualunque immaginazione di bene, o di male sensibile, che non importa la circostanza dell' arduo appartiene all' Ap-

(1) *Eneide Lib. 6.* (2) 1, 2, *quest.* 23 *art.* 3.

Appetito di cupidigia, e perciò o che l'Anima versa intorno di tale oggetto, astraendo che sia presente, o lontano, e nasce in essa l'*Amore* per riguardo al bene, e l'*Odio* per riguardo al male; ovvero lo considera lontano, e nasce il *Desiderio* per riguardo al bene, e la *Fuga* per riguardo al male. O finalmente lo concepisce presente, e per lo bene ha il *Gaudio*, per lo male la *Tristezza*.

Ma quando il male, o bene sensibile è conceputo come arduo allora nascono gli Affetti dell'Irascibile. Ed in tal modo se si concepisce il bene arduo, ma però possibile da ottenere, nasce la *Speranza*, e se si concepisce impossibile la *Disperazione*. Se si apprende il male imminente; ma nello stesso tempo si concepisce una forza di ribatterlo, e superarlo; nasce l'*Ardimento*; ma se si apprende maggior della nostra forza, il *Timore*. Finalmente se il male ci aggrava, e circonda, e tendiamo a respignerlo, e discacciarlo, insorge l'*Ira*, cui non v'è Affetto contrario; imperocchè se vi fosse dovrebbe egli versare intorno il bene presente, ed arduo, il che non può darsi, non potendo concepirsi per arduo il ben, ch'è presente.

Altra divisione stabilì il Cartesio, il quale di tal materia ci lasciò un eccellente Trattato, ed accuratamente i moti corporei, che alle Passioni vanno congiunti, e o le precedono, o le conseguono, ci descrisse, del che ora diremo; imperocchè l'esaminarle in tal modo alla Fisica principalmente appartiene.

E prima di tutto allora che concepiamo gli oggetti, secondo che gli concepiamo o giocondi, o molesti, ed uno in una maniera, uno in un'altra, nascono in Noi diverse mutazioni, che *Passioni* dell'*Anima* si appellano, le quali sono differenti dalle semplici Sensazioni; perchè le Sensazioni si riferiscono agli oggetti stessi, e le passioni a Noi. E perchè tra il Corpo e lo Spirito v'è tale unione, che ogni volta, che nasce mutazione nel Corpo, nascer debba mutazione ancor nello Spirito, e reciprocamente alle mutazioni dello Spirito debbano accompagnarsi le mutazioni del Corpo; perciò a qualunque Passione dell'Anima corrisponde una precisa Passione del Corpo, e a qualunque Passione del Corpo corrisponde una precisa Passione dell'Anima, così che in qualunque affezione dell'Anima con tale e tal modo viene costituito l'organo, e le parti dell'organo, ed in altra affezione con altro modo, e reciprocamente; i quali modi per verità non possono precisamente determinarsi; ma possono però molte circostanze o esterne, o interne non difficilmente

 osser-

osservarsi, e notarsi, che sono come le note, ed i caratteri sensibili di ciascuna Passione.

Diconsi poi Passioni, perchè nascono in Noi per l'azione degli oggetti, che concepiamo. E perciò l'oggetto è quello che agisce, lo Spirito quel che patisce. Non però gli oggetti esterni eccitano in Noi le passioni secondo ciò, che essi sono, ma secondo ciò, che vengono da Noi conceputi. Così un oggetto, sebbene non è pericoloso in se stesso, conceputo però sotto l' immagine di pericoloso, muove il *Terrore*, e così degli altri.

Per altro quantunque innumerabili Passioni distinguer si possano, altre delle quali hanno il nome, ed altre sono senza nome, ottimamente sembra avere considerato il Cattesio, esservene alcune *Originarie*, e *Primitive*, che quasi fonti di tutte l' altre possono con ragione chiamarsi; essendo tutte l'altre *Secondarie*, e *Derivate*. Della prima sorta lei ne distingue il suddetto Autore, e sono l' *Ammirazione*, l' *Amore*, e l' *Odio*, il *Desiderio*, l' *Allegrezza*, e la *Tristezza*, delle quali ora singolarmente tratteremo per parlare poi delle Secondarie.

Delle Passioni Primarie. Cap. II.

La Passione, che sentiamo prima di tutte è l' *Ammirazione*. Imperocchè come tutte l'altre vengono in Noi eccitate dopo che già è stato da Noi conceputo l'oggetto, questa si eccita nella prima impressione di quello. Ella è un ordinario effetto della novità. Imperocchè suole occuparsi l'Anima, e tenersi attenta alla considerazion di un oggetto, che all'improvviso se le rappresenta come estraordinario, e nuovo; nel che consiste l'Ammirazione. Così quando concepiamo una cosa insolitamente grande, o una rara virtù, nasce in Noi maraviglia. La novità dell' oggetto di piacere all'Anima, e perciò si fissa ella nella contemplazione di quello. Tale fissamento nasce per la stessa fissazione degli spiriti occupati nella nuova traccia, che il nuovo oggetto nel cerebro imprese; il che talvolta in tal maniera si fa, che dall'azione degli altri oggetti vengono appena gli spiriti richiamati, e lasciano senza moto, e senza funzioni le parti esteriori del corpo; onde seguono molti segni e caratteri propri di quelli che in tal Passione sono costituiti. Per questo sogliono essi talvolta tenere gli occhi fissi nell'oggetto, stare colle ciglia inarcate, colla bocca aperta, e restarsi immobili, e simili talora ad una statua, il quale grado di maraviglia dicesi *Stupore*.

Dalle quali cose s'intende primamente, perchè nel primo asperspetto nasce sempre maggiore ammirazione, che nel secondo, e nel secondo più che nel terzo, sicchè sempre vada diminuendosi. Imperocchè men nuovo comparisce l'oggetto nella seconda comparsa di quello che nella prima; e meno ancora nella terza di quello che nella seconda. Il che sembra essere una legge generale della natura, imperocchè qualunque sensaziona, o passione è più forte, ed occupa più lo spirito nel tempo, in cui s'imprime, che per lo tempo, in cui si conserva. Così un lungo dolore si fa minore col sopportarlo, e la causa forse principale, per cui il solletico fa tanta impressione nel nostro spirito, è perch' egli è un movimento insolito.

Intendesi in secondo luogo, perchè quelli, che hanno l'ingegno pigro, e tardo, non sono disposti all' ammirazione, imperocchè manca in essi la forza immaginatrice, che è necessaria per concepire distintamente gli oggetti, e conoscerne in conseguanza la loro novità. Dall'altra parte sogliono più facilmente maravigliarsi quelli, che sono più rozzi, ed incolti, perchè gli oggetti a questi appariscono più nuovi di quello che agli uomini eruditi, ed istruiti. Il cha tanto più spesso succede in quelli, che dopo molti atti di ammirazione hanno contratta una certa facilità di ammirare, onde restano fissi, ed attoniti anche per quegli oggetti, che appena hanno faccia di novità, come è proprio di quelli, che si chiamano *Leggieri*.

Dopo che l'oggetto ha impressa la traccia di se medesimo nel nostro celebro, se viene da Noi conceputo come un bene, allora nasce in Noi una commozione interiore, che ci porta verso di quello, e si chiama *Amore*. Ma per lo contrario se l'oggetto viene da Noi conceputo coma un male, nasce in Noi un movimento contrario, che ci ritira, e ci allontana da quello, ed *Odio* si appella. Ed in tal modo, nella passioo dell'Amore consideriamo la cosa amata come a Noi congiunta, sicchè di quella, e di Noi stessi c'immaginiamo farsi una cosa sola. Ma per lo contrario nell'Odio consideriamo la cosa odiata come disgiunta, sicchè quella come un tutto, e noi come un altro tutto interamente diverso ci concepiamo.

Il Bene, come lo definisce ancora Aristotele [1] è ciò, che biamiamo, o ciò, al di cui possesso siamo portati, perchè il possederlo ci arreca piacere. E perchè a questo una cosa, a quello un'altra è di piacere, per questo vario è l'Amore. Perciò altri amano gli onori, altri le ricchezze, perchè ritrovano in esse il loro bene, e il loro piacere, altri i beni del corpo, come la

(1) *Etic. L. 1.*

la robustezza, la forza d'ingegno, la gioventù, la bellezza, altri le virtù dell'intelletto, o del costume.

Se l'oggetto si concepisce come un bene a Noi proporzionato, e facile ad acquistarsi, nasce un movimento di spiriti verso di quello, e nello stesso tempo una tendenza dell'anima, ed una volontà di acquistarlo, e di possederlo, la qual Passione chiamasi *Desiderio*. Che se si concepisce l'oggetto come un male, da cui possiamo sottrarci, allora si fa un movimento contrario di spiriti, e nello stesso tempo nasce una Passione nell'anima, con cui vogliamo sottrarci dal male che ci sovrasta, e dicesi *Fuga*. Nè solo il Desiderio tende ad acquistare il bene, che non si ha, ma a conservare ancora quello che si possede; e così la Fuga tende non solo a tener lontano il mal, che sovrasta, ma a discacciare ancora quel, che ci aggrava. Quanto è maggiore il bene, che si concepisce, tanto maggiore, essendo il resto pari, si fa il Desiderio; e così parimente quanto è maggiore il male, tanto è maggiore la Fuga. Per un'altra parte tanto più cresce il Desiderio, quanto più conveniente a Noi concepiamo il bene, e tanto più cresce la Fuga, quanto più inconveniente giudichiamo il male. Per questo con molto ardore il soldato desidera la vittoria, e il mercatante il lucro, e l'uomo nobile gli onori.

Quando concepiamo il Bene già in nostro possesso, nasce in Noi una gioconda Passione, che dicesi *Allegrezza*, cui si oppone la *Tristezza*, che nasce in Noi, quando ci consideriamo aggravati da un male. Quanto maggiore, o minore si concepisce il bene, che si ha in possesso, tanto maggiore, o minore è l'Allegrezza, che si sperimenta; e perciò maggior è l'Allegrezza allora quando acquistiamo di nuovo un bene, che dopo di averlo acquistato. Imperocchè i beni che si posseggono, tengono men occupato lo spirito, che tende sempre all'acquisto di nuovi beni. Così maggiore è la Tristezza nel primo aggravamento del male, che dopo molto tempo che si sopporta, facendosi minore col lungo uso il dolore. Talvolta molti oggetti tristi non senza qualche giocondità d'animo si rappresentano. La ragion è che il male non sovrasta a Noi, ed è cosa per Noi gioconda il concepire i mali, da'quali siamo liberi. Così è cosa gioconda il veder le Tragedie, e le fere, che sogliono a Noi essere di pericolo, senza temer danno da esse; e molte altre cose orribili, le quali sono rappresentate da' Poeti, e da' Favoleggiatori. Talvolta è cosa lieta il ricordarsi le disgrazie, che abbiamo patite; perchè alla memoria de'passati mali si unisce la considerazione del bene, che

ora

ora godiamo. Ed è cosa lieta al giovane magnanimo la presenza del pericolo, perchè insieme col pericolo, che per altro dovrebbe eccitare tristezza, si eccita l'idea della virtù, e del valore, con cui egli considera di poter acquistar la vittoria.

De' moti organici, che nascono nelle suddette Passioni. Cap. III.

NEll'Ammirazione non si fa alcuna mutazione di cuore, o di sangue; ma solamente si fa un trattenimento di spiriti, che ci rende fissi, ed attenti nella considerazion dell'oggetto. Ma non così nell'altre Passioni. E primamente nell'Amore osserva il Cartesio, e con esso gli altri Fisici, che subito che all'Anima l'oggetto amabile si rappresenta, gli spiriti animali della traccia, che fece l'oggetto nel cerebro, prendono un moto vivace per gli nervi della sesta, e della ottava conjugazione verso del cuore, e verso i muscoli, che stanno intorno allo stomaco, ed agl'intestini; onde un soave calore si sente, ed un grato movimento, e il sangue più si depura, e fa una circolazione più liscia; onde nasce nell'animale un sentimento soave, ed una aura serena di gioja. Ma nell'Odio gli spiriti si muovono in una maniera tutta contraria, parte nei muscoli degl'intestini, e dello stomaco impedendo che il nutrimento entri liberamente nel Sangue, parte nei piccioli nervi, che chiudono le vene, sicchè facciano opposizione al moto del sangue; parte in fine spremendo i succhi della melancolia, e della bile, onde nascono molte ineguaglianze nei movimenti del sangue, e molte gravi, e maligne affezioni, che tengono l'Anima in un continuo senso d'acrimonia, e di amarezza.

Nel Desiderio sono posti in agitazione tutti gli spiriti, ed il cuore è con violenza agitato; i moti della Fuga sono poco diversi da quei dell'Odio. Ma nell'Allegrezza sbocca il sangue con celerità fuori del cuore, ed alle parti esteriori del corpo si porta; onde vivacità in volto, e forza, e colore nasce, e luce negli occhi. Per lo contrario nella Tristezza ristretti gli orifici del cuore, il moto del sangue si fa più debole, e tardo; onde il cuore da certo peso ci sentiamo aggravato, e le parti esterne languide, e senza forza, e senza colore si veggono. Imperocchè come qualunque Passione ha il suo particolare organico movimento, così ancora ha il suo estrinseco particolare carattere, e i segni proprj; come sono le azioni degli occhi, e del volto, le mutazioni del colore, i tremori, il languore, il deliquio, il riso, le lagrime, i gemiti, ed i so-i sospiri. Ed altro è l'aspetto di quello che ama, altro di quello che odia, altro di uno che brama, e di chi si rallegra, e di chi si rattrista. In alcune Passioni si cangia il colore, il che proviene dal cuore; imperocchè se il sangue esce dalle vene, e dalle bocche del cuore con empito, ed in copia, allora correndo alle parti esteriori del corpo, le rende rosse. Ma se si ristringono le vene, e le bocche del cuore, allora minor copia di sangue concorre alle parti esteriori, onde nasce il Pallore. Così nell'Allegrezza diventa rosso il volto; perchè in tal Passione si aprono le cataratte del cuore, e il sangue scorre veloce per tutte le vene, ed entra nella faccia più caldo, e più copioso, onde la rende più lieta, e più serena. Per lo contrario nella Tristezza strignendosi le bocche del cuore, avviene che il sangue corre più lento per le vene, ed in minor copia, e più freddo giunga alle parti esteriori; onde nasce il Pallore. Per questo se è smoderata l'Allegrezza si rilasciano talvolta le picciole bocche del cuore in tal maniera, che con troppo empito sgorgando il sangue per gli polmoni, resta impedita la respirazione, onde ne segue morte, come narrano [1] di Filemone Filosofo.

I *Tremori* hanno due diverse cagioni, l'una perchè talora troppo pochi spiriti scendono dal cerebro nei nervi, e l'altra perchè talvolta ve ne scendono troppi, che in conseguenza li vanno agitando. La prima causa apparisce nella tristezza, e nel timore, e nel freddo. La seconda apparisce nell'allegrezza, nell'ira, e nell'abbriacchezza.

Il *Languore* è una certa disposizione alla mancanza del moto, che si sente per tutte le membra. E la cagione è la scarsezza degli spiriti, che dal cerebro scendono ne' muscoli a dar movimento, il che in due maniere può farsi, o perchè troppo dispendio siasi fatto di essi, o perchè una gran porzione di essi in qualche parte sia determinata sicchè le altre vengano abbandonate. Ciò talvolta accade nella passion dell'Amore; imperocchè talvolta tanto s'occupa l'Anima nell'oggetto amato, che la maggior parte degli spiriti sta continuamente impiegata nella traccia di quello. Lo stesso talvolta accade nel Desiderio, e principalmente quando è veemente, e quando le difficoltà di ottenere la cosa desiderata occupano l'Anima, e la fissano nel pensier di ottenerla. Spesso nella Tristezza si sente, ed ancora nell'Allegrezza; in quelle per una fissa considerazione de' proprj mali, in questa per un grave dispendio di spiriti.

Il *Deliquio* è una perdita di moto maggior del languore, sicchè

(1) *Val. Mass. Lib. 9.*

chè i sensi vengano del tutto abbandonati, e noi siamo posti in uno stato simile a quello di morte. Egli suole accadere in una estrema Allegrezza allora quando aprendosi estraordinariamente le bocche del cuore, il sangue in tal maniera accelera, che s' ingorga, nè prontamente passa per le vene; onde resta quasi estinto il suo movimento. Il che talvolta, sebbene più di rado, accade in una grande Tristezza, in cui troppo si ristringono le bocche del cuore, onde nè il sangue liberamente può moversi, nè colla ordinaria misura entra nel cuore.

Il *Riso* si fa, perchè il sangue ch'entra dalla vena cava nei polmoni, gonfiando i medesimi più del solito, obbliga l'aria, che sta dentro d'essi rinchiusa ad uscire con empito per l'aspera arteria, nel cui movimento restano scossi i muscoli del diaframma, e del petto, e della gola, e nasce quell'agitazione, e mutazione di volto, che veggiamo in quelli, che ridono non senza un suono inarticolato, di cui è cagione l'aria, ch' esce rapidamente, e copiosamente dall'aspera arteria. Suole essere il riso compagno dell'Allegrezza, mentre in tale passione il sangue entra nel cuore con maggior forza, ed in maggiore abbondanza. Sebbene in una estrema Allegrezza può mancare il riso a cagione che il sangue per la troppa copia s'ingorga, e resta impedito il suo moto. E perchè la novità degli oggetti cagiona l'ammirazione, e con l'ammirazione talora si unisce l'Allegrezza, per questo talora alla vista di nuove cose nasce il riso, il quale è maggiore se veggiamo nell'oggetto una certa deformità, ed inconvenienza; onde nasce, che spesso ridiamo in vedere un uomo deforme, come un ch'è gobbo, o pigmeo, e simili. Talvolta possono i succhi della bile cagionare una specie di riso, entrando nel sangue, ed aumentando il suo empito, onde nasce talvolta, che nell'odio, e nell'ira si veggono alcuni a ridere, ma con una specie di riso amaro, il quale si fa parte per una certa allegrezza che nasce mentre si concepiscono superiori al loro nemico, e parte per la mistion della bile, che pone il sangue in fervore.

Le *Lagrime* allora stillano, quando sono premute, e strette le glandule lagrimali, che contengono codesto umore, e stanno nell' angolo interno dell'occhio. Si spremono esse tanto nella tristezza, quanto nell'allegrezza, ma con diversa maniera; nell' allegrezza perchè in tal passione il sangue e gli umori vengono posti in agitazione, e si fa una universale dilatazione dei vasi; ma nella tristezza perchè in essa si stringono le vene, e quasi tutti i vasi, dentro di cui stanno rinchiusi gli umori. Ma nella somma allegrezza, e nella

nella somma tristezza non cadono lagrime; perchè nel primo caso i moti del sangue restano, come abbiamo detto, impediti; e nel secondo i moti sono così lenti, e tardi, che non v'è bastante impulso per far uscire l'umore dalle glandule, che lo contengono.

Che se talvolta avvenga, che il sangue, il quale per la passione della tristezza già si era allentato, e stava premendo il cuore, o per la sua forza, o per la forza di qualche speranza, in cui si dilati il cuore, e si aprano le sue bocche, sgorgi con empito, sicchè resti sollevato il cuore, allora nasce ciò, che chiamiamo il *Respiro*, cui sta sempre congiunto un senso di piacere, e di gioja, e questo non si fa senza una dilatazione del petto, e senza un suono di voce, le quali cose nascono dalla dilatazione del cuore, e dalla copia dell'aria, che all'improvviso esce fuori dell'aspera arteria.

Delle Passioni secondarie, e prima di quelle che sono una specie di Ammirazione, o di Amore. Cap. IV.

Dalle Passioni primarie, che abbiamo descritto, molte altre ne nascono, che sono come rami, ch'escon da' tronchi. E primamente dall'Ammirazione nasce la *Estimazione*, o il *Dispregio*. Imperocchè quando ci si presenta un nuovo oggetto, o concepiamo esservi in quello valore, e qualità pregevoli, e ci sentiamo portati verso di esso con un affetto di *Stima*, o lo concepiamo tenue, e vile, e nasce in noi una passion di *Dispregio*. E perchè tra gli altri oggetti possiamo considerare ancora noi stessi, per questo può insorgere una stima, o un dispregio ancora di noi stessi; onde dipendono varj effetti. Imperocchè se conosciamo essere in noi buone qualità, ed eccellenti, nasce la *Generosità* d'animo; le quali però paragonate da noi ad altre più grandi ci cagionano un affetto di *Umiltà*, e di *Modestia*, e se le stimiamo più di quel che si dee, nasce *Superbia*. Ma se ci concepiamo imperfetti, e vili, nasce *Bassezza*. Nelle quali Passioni tutte come v'è il suo particolare moto di spiriti, così v'è il suo particolar esterno carattere; onde veggiamo, per esempio, il *Superbo* camminare col capo alto, guardare con occhi audaci, parlar con impeto, e mostrar di ogni cosa dispregio; ma per lo contrario l'*Umile* ha un portamento modesto, abbassa gli occhi, parla con rispetto, e dimostra stima. Che se si presenta una nuova persona, e s'imprima in noi concetto ch'ella ci sia superiore di molto, e sia capace di giovarci, o di farci danno, ci sentiamo insorgere verso d'essa un affetto misto di ammimirazione, e di amore, ma di timore insieme, che *Venerazione* si chiama, ma per lo contrario un affetto di *Dispregio*, o di *Sdegno* se la concepiamo vile, e di noi molto inferiore.

Intorno all'Amore tre specie rettamente ne distingue il Cartesio Imperocchè o stimiamo la cosa meno di noi, cioè a dire l'amiamo solo per riguardo di noi; ovvero la stimiamo quanto noi; o infin più di noi. Nel primo caso l'Amore si chiama *Benevolenza*; nel secondo *Amicizia*, nel terzo *Divozione*. Coll'amor della prima sorta amiamo un cavallo, un cane, un fiore, un servo, e molti, che servono ai nostri comodi, ovvero piaceri. Il secondo modo è tra gli amici propriamente detti, cioè tra quelli, che si amano per onestà, tra il marito e la moglie, il padre e i figliuoli. Nel terzo modo amiamo il principe, la patria, e Dio, per gli quali molti non hanno dubitato di morire.

Un'altra specie di Amore è la *Compiacenza*, cui direttamente si oppone l'*Aborrimento*. E' la Compiacenza una passione, che ci porta verso un oggetto, che ci si presenta sotto il sembiante di *Bellezza*. Per lo contrario l'Aborrimento è una specie d'odio contro un oggetto, che ci comparisce *Deforme*. Le quali due passioni sono fortissime, e delicatissime; imperocchè il bello, e il deforme cadono sotto i sensi, e le azioni delle cose sensibili sono più efficaci di quelle che all'immaginazione, o all'opinione appartengono.

Una specie d'amore ancora è il *Favore*, e la *Gratitudine*. Favore dicesi una inclinazione di volontà, che abbiamo verso di alcuno, per cui lo preferiamo agli altri, e bramiamo il suo bene; la qual passione per l'ordinario è in noi eccitata per qualche buona azione di quello, a cui siamo favorevoli, essendo noi naturalmente portati ad amar quelli, che fanno cose da noi concepute per buone; perchè sebbene non ce ne risulta alcun bene presente, speriamo sempre, che col tempo ne possiamo conseguire.

La Gratitudine è una specie d'amore, che abbiamo verso di alcuno per cagione di qualche beneficio ricevuto; la qual è una passione propria degli uomini generosi ed onesti, che cercano di rendere bene per bene; e non sopportano d'essere inferiori. Si oppone ad essa l'*Ingratitudine*, la quale però non è una passione; perchè non l'accompagna alcuna mutazione di sangue, o di spiriti; ma è una sola privazion di passione. Ella è propria degli uomini brutali, stupidi, e deboli. Dei brutali, perchè pensano, che tutte le cose siano loro dovute; degli stupidi, perchè non sono commossi dai beneficj, che ricevono; e finalmente dei deboli, parte perchè pensano doversi dare soccorso alla loro miseria, parte perchè amano il beneficio, ma odiano, ed invidiano quelli, che loro son superiori.

Delle Passioni secondarie, che derivano dal Desiderio.
Cap. V.

QUando conceptiamo l'oggetto come un bene, e come a noi conveniente, insorge, come abbiamo detto, la passione del Desiderio. Ma l'aspetto della facilità per ottenere il bene desiderato fa nascere ciò che si chiama *Speranza*; e per lo contrario l'aspetto della difficoltà fa nascere il *Timore*. Alla Speranza sta sempre congiunta una specie di giocondità prodotta dalla rappresentazione dell'acquisto di quel bene, che bramiamo, il qual pensiero è lieto. Ma per lo contrario col Timore va unita la Tristezza, perchè l'immaginarsi un bene contrastato è dispiacere. Quanto maggior è il bene, che si concepisce facile ad acquistarsi, tanto maggiore, essendo il resto pari, è il diletto della Speranza; e per lo contrario tanto più grave è il Timore. E quanto maggiore si apprende la facilità d'acquistare il bene, tanto maggior parimente è la Speranza, e per lo contrario quanto più difficile comparisce l'acquisto, tanto più cresce il Timore. Ma perchè per lo più non così facile comparisce l'acquisto di un bene, che molte difficoltà non si presentino nello stesso tempo alla mente, per le quali può essere reso vano il desiderio di avere il medesimo bene, perciò non suole concepirsi Speranza, che non sia con qualche Timore commista. Che se i casi di conseguire il bene si concepiscano assai superiori ai casi di perderlo, allora muta nome codesto affetto, e chiamasi *Confidenza*, siccome quando i casi di perderlo si concepiscono assai superiori a quelli di acquistarlo, muta nome il Timore, e *Disperazione* si chiama. Tanto nella Confidenza, quanto nella Disperazione cessa il Desiderio. Imperocchè non bramiamo ciò, che già concepiamo acquistato, come nella Confidenza; nè parimente bramiamo ciò che concepiamo impossibile da acquistarsi, come nella Disperazione.

Una specie di Timore è la *Gelosia*, in cui temiamo più di quello, che si dee, la perdita di un bene, che molto amiamo, e già possediamo. Nasce codesto affetto dall'amore stesso, che abbiamo al bene posseduto; per cui ordinariamente si fa, che tutto ci spaventi, e c'ingombri, ed i minimi motivi di temere si prendono per massimi, e quanto tale affetto ingrandisce il ben posseduto, tan-

tanto diminuisce l'opinione di se stesso, ed imprime uno spirito di *Bassezza*.

Quando l'anima è agitata dalla considerazione dei mezzi, che per acquistare un bene che brama, o per evitar un male che odia, le si presentano all' immaginazione in maniera che sta tra la speranza e il timore, ed or da una parte ora dall'altra pende quasi in dubbiosa lance, allora dicesi essere in *Fluttuazione*. Ma quando si risolve ad intraprendere virilmente ciò che la conduce all'acquisto del bene, o al discacciamento del male, allora insorge in essa l'Affetto dell' *Ardimento*, il qual cangiato nome *Audacia* si appella, quando s'intraprende di superare una forza maggiore, e per ribattere un male si va incontro senza ragione a mali maggiori. Che se tendiamo all'acquisto di un bene per quella ragione precisamente, che altri da noi stimati nostri pari lo hanno acquistato, dicesi *Emulazione*. E tali affetti tutti dal Desiderio sembrano avere origine, ed hanno la speranza per loro compagna. Imperocchè sebbene ciò che intraprende l' ardito e l' audace è difficile, concepisce però l' uno e l' altro aver una forza maggiore della difficoltà, e sempre si rappresenta un felice successo. Ma quando per acquistare un bene o per evitare un male, ci sentiamo aver poca forza, allora è in noi l' affetto di *Pusillanimità*, il quale se all'improvviso ci vediamo oppressi da un male, che concepiamo grande, e superiore molto alle nostre forze, diventa *Costernazione*.

Delle Passioni secondarie, che hanno origine dalla Allegrezza, e dalla Tristezza. Cap. VI

Se concepiamo aver fatta qualche azione o ingiusta, o imprudente nasce una specie di Tristezza, che dicesi *Pentimento*. Ma se siamo dubbiosi se ciò che abbiamo fatto sia giusto, o ingiusto, nasce la Passion detta *Scrupolo*, la quale talvolta è un grande tormento dell'anima, che l'agita di continuo tra la speranza e il timore. La mancanza dei beni, che ardentemente desideriamo, ci cagiona, come abbiamo detto, tristezza. Ma se veggiamo anche agli altri mancar quei beni, che mancano a noi, nasce una specie di allegrezza, ed una consolazione. Per lo contrario se veggiamo negli altri un bene, che non abbiamo noi, e che bramiamo, nasce una specie di tristezza, che *Invidia* si chiama, la qual passione prende la sua misura dal desiderio, che abbiamo del bene, che veggiamo in altri; e perciò talvolta è violentissima; passione sempre tormentosa, e mordace: imperocchè va sempre coll'odio, e col-e colla tristezza congiunta, che sono affetti infelici. Perciò a quelli, che da tal passione sono afflitti, si fa per l'ordinario livido il volto, cioè a dire d'un color pallido misto di giallo, ed atro, il che nasce dalla tristezza, e dall'odio, per cui i succhi dell'atra, e della flava bile sono spremuti fuori de' vasi, e mescolati col sangue.

Che se ad alcuno, di cui abbiamo dispregio, veggiamo accader qualche lieve male, o lo veggiamo nelle sue speranze deluso, insorge allora in noi lo spirito dell'*Irrisione*, ch'è una certa specie di allegrezza mista di odio. Ma se veggiamo accader male ad alcuno, che di tal male noi conceplamo immeritevole, ci sentiamo una specie di tristezza mista di amore, che dicesi *Commiserazione* o *Compassione*. Quanto è più grande il male, che veggiamo patire, tanto maggior, essendo il resto pari, nasce in noi la compassione; e tanto più grande ancora, quanto men degno di patire giudichiamo quel che patisce. Ma principalmente se è simile a noi quello, che patisce, onde lo stesso male facilmente possiamo immaginarci, che sia per cadere ancor sopra di noi. E perciò i Poeti Tragici, che hanno per fine il movere ad una grande compassione gli animi di quelli, che concorrono a udire le loro tragedie, sogliono inventare gravissime disgrazie in persone innocentissime, e totalmente di tanti mali indegne, e tali disgrazie rappresentano, a cui noi siamo facilmente esposti. Quelli, che hanno più vigore per sopportare le proprie sciagure si movono ancora meno alla compassione, e quelli che sono più deboli sono ancora più facili alla misericordia. Ma nulla sentono tale passione quelli, che sono così infelici, che odiano tutti, e solo si rallegrano di aver compagni ne' loro mali, o quelli che sono in tal maniera favoriti dalla fortuna, che non istiamo poter cadere in simili disavventure.

Quando l'anima si rivolge ai beni, ch'ella possede, e s'occupa nel diletto di possederli senza che alcuna sensibile cupidigia la tormenti, o la tocchi, quella interiore tranquillità, ch'ella sente, mista con qualche movimento di allegrezza, dicesi *Contentezza*; la qual è di due sorte, l'una che nasce dall'ignoranza, per cui pensiamo di possedere gran beni, perchè non ne abbiamo idea di maggiori, e l'altra procede dal vero possesso dei beni, che massimamente rendono lieti gli Uomini, ed a' quali naturalmente siamo determinati. La contentezza del primo genere suol essere nelle persone vili, ed ignobili; quella del secondo nei grandi.

Ma quando ci rivolgiamo ai beni, che posseggono gli altri, e li giudichiamo indegni di possederli, insorge una commozione d'odio, e da e di avversione, che dicesi *Sdegno*. Tale Passione è triste; imperocchè sentiamo dolore di veder bene in un indegno; nè suole eccitarsi senza la Compassione; perchè nello stesso tempo che veggiamo il bene in un indegno, condanniamo anche il male nell' innocente. La qual Passione da un certo amore di giustizia e di onestà deriva, e non è propria che degli uomini onesti.

Dell'Ira, e di altre Passioni, che nascono dalla Tristizza. Cap. VII.

Quando ci veggiamo fare ostacolo a un nostro bene, o sia che ci venga impedito l'acquisto, o ci sia conteso il possesso; allora nasce in noi un moto, con cui tendiamo a superar ciò, che osta, il quale dicesi *Ira*. Come il bene per diverse persone è diverso, così l'uno si adira per un onor contrastato, l'altro per un piacere, l'altro per un guadagno. Ma quanto più amiamo il bene, che ci viene contrastato, tanto più grande è l'Ira. Per questo gravemente ci adiriamo contro di quelli, che ci dispregiano; imperocchè siamo soliti a stimar molto la dignità. Se l'ingiuria però ci viene fatta da quello, la cui forza non concepiamo noi poter ribattere, allora non v'è moto d'ira, ma sol tristezza, come quando riceviamo un'ingiuria da un superiore. Il carattere esterno di tal Passione è massimamente manifesto. Imperocchè il sangue corre all'esterno con un empito, gli occhi ardono, fremono spesso i denti, spumano le labbra, e tremano le ginocchia. Ma tali affezioni variano secondo il vario temperamento delle persone, e secondo le varie passioni, che insieme coll'ira si muovono. Perciò altri impallidiscono nell'ira, e tremano, altri s'infiammano il volto, e cadono loro lagrime dagli occhi; altri più, altri meno si adirano, altri più presto, altri più tardi si placano.

Così parimente secondo la diversità delle persone, dalle quali ci viene fatta l'ingiuria, sono diversi gli accidenti dell'Ira. Imperocchè se siamo offesi da quelli, cui abbiamo fatto benefizio, maggiormente ci adiriamo, e contro quelli, che non vogliamo superiori. Ma contro gente vile talvolta non abbiamo ira, e meno con quelli, che temiamo: ed allora, come abbiamo detto, invece dell'ira, sorge il dolore, e diventiamo pallidi, e freddi, e ci cadono le lagrime dagli occhi. Per altro due specie d'ira ponno distinguersi, l'una ch'è prontissima, e tosto si manifesta; ma presto ancora si acquieta; l'altra ch'è meda, e senon dopo molto tempo si dimostra, e difficilmente si placa. Il primo mo-

modo di adirarsi conviene a quelli, che sono vivaci, e abbondano di spiriti; l'altra a quelli, che sono in tristezza, ed hanno il sangue più crasso.

Una specie di tristezza è la *Vergogna*, e nasce per lo timore di aver vitupeio nell'occasione di qualche fallo in faccia di quelli, che stimiamo, e veneriamo. Avviene per questo, che ha sempre congiunto seco un affetto di modestia, ed è propria di quelli, che si tengono in opinion d'inferiori. In tale passione, per l'opinione del fallo si perturbano gli spiriti, onde segue e pallore, e rossore, ed altri segni esterni, che dinotano il dolore dell anima, ed una specie di pentimento. Essa conviene a quelli, che amano la lode, e per l'ordinario, e principalmente ai giovani, ne' quali arde l'animo d'acquistar gloria, e che per la inesperienza, e per la età sono massimamente esposti ai falli. Quanto più stimiamo l'onore, tanto più ci moviamo a vergogna, e quanto più ancora stimiamo quelli, appresso de' quali sta scoperto il nostro fallo. E da ciò nasce che non si vergognano quelli, che o non istiman l'onore, o non istimano le persone, che veggono il loro fallo. L'*Inverecondia* non è passione, ma è una privazion di passione, e suol regnare in quelli, che sono dati alle volutà, ed ai vizj; e si contrae per gradi, ed a poco a poco. Imperocchè dal principio nessuno suol essere così abbandonato, che qualche amor di onestà non lo tocchi, e non si dolga se cada in qualche ignominia. Ma se ignominia si aggiugne a ignominia, allora scemandosi a poco a poco l'onor del nome, veniamo in fine a non curarci più di quel ben, che abbiamo già perduto, e nasce l'*Impudenza*, che è propria degli Uomini massimamente dissoluti.

Un'altra specie è la *Noja*, e nasce dal desiderio di mutazione; perchè in tale maniera siamo costituiti, che i beni stessi, i quali abbiamo bramato, e ci hanno arrecato molto piacere, col lungo possesso molte volte c'infastidiscono, principalmente quando siamo di essi satolli, e non ne abbiamo più indigenza. Ciò che principalmente comparisce nei cibi, e nelle bevande, che non ci piacciono se non fino che dura il vigore dell'appetenza. Tale è la musica, che durando lungo tempo rende fastidio, e tal è qualunque altro bene, se occupa lo spirito più tempo di quel che conviene.

Un'altra specie in fine è il *Cordoglio*, che nasce per la perdita di quei beni, che una volta erano in nostro possesso, i quali abbiamo in tal maniera perduto, che nessuna speme ci resta di ricuperarli; la qual passione è amara, ed ha congiuntij seco i

mo.

movimenti della disperazione, e tanto più ci rattrista, quanto che ci fa presente sempre l'immagine di quel bene, il cui possedimento ci arrecava sommo piacere.

Ma il ricordarsi de' passati mali, dai quali noi ci sentiamo sollevati, come da un grave peso, produce una certa specie di allegrezza, che dicesi *Ilarità*, la quale è una dolcissima passione.

Fine del Libro Sesto.

LIBRO SETTIMO

Delle Meteore.

IL nome di Meteora è Greco, e significa lo stesso che *Sublime*, cioè a dire Fenomeno nelle regioni sublimi apparente. Sono le Meteore comunemente definite *un Misto imperfetto di aliti, e di vapori composto, che nelle regioni dell'aria si forma, e poi si scioglie*. La qual definizione però ad ogni sorta di Meteora in rigor non conviene, non potendo le Meteore Enfatiche dirsi in rigor corpi misti, essendo piuttosto semplici affezioni, o modificazioni della luce. Comunque la cosa sia, a quattro specie possono ridursi, alle *Umide*, come sono le Pioggie e le Nevi, alle *Spiranti*, come sono i Venti, alle *Ignite*, come il *Tuono*, il *Fulmine*, il *Lampo*, e finalmente all'Enfatiche, come l'*Arco Celeste*, i *Pareli*, le *Paraselene* ec. delle quali ad una ad una noi tratteremo proccurando d'esplicarne le cagioni, e primamente

SEZIONE PRIMA.

Delle Meteore Umide.

Dell'innalzamento dei vapori, e degli aliti, e della loro sospensione nell'Atmosfera. Cap. I.

BEnchè il nome di Vapore, e di Alito dagli Autori per lo più si confonda, propriamente però per nome di *Vapore* intendesi una particella d'acqua esaltata nell'aria, e per nome di *Alito* una particella minerale terrestre, come di zolfo, nitro, bitume ec.

Se un vaso ripieno d'acqua sia posto al fuoco, si osserva coll'esperienza, attenuarsi l'acqua in picciole parti, ed esaltarsi in vapori, i quali sono in maggiore, o minor copia secondo la maggiore, o minor forza del fuoco, che la riscalda. Non è da dubitare, che questo sia un effetto dello stesso fuoco, le cui parti entrando dentro i pori del vaso comunicano moto alle parti dell'acqua, e diversamente agitandole le distaccano, ed una dall'altra le dividono finochè ad una somma sottigliezza le riducono. In tal modo ascendendo le parti del fuoco seco traggono le picciole parti dell'acqua, che fatte già di minutissima mole, e di minimo peso, non

non più resistono all'azione di quelle, al che concorre la pressione della stessa aria esteriore, ch'essendo assai più dense di quella, che fu rarefatta dal fuoco, obbliga col proprio peso i vapori a salire dove vi ha minor resistenza.

Poste le quali cose, se si considera essere i Mari, e i Fiumi esposti di continuo all'azione del Sole, non sarà difficile il conoscere la cagione, per cui di continuo venga da essi una gran quantità di vapori esaltata, sicchè tratto tratto ne ingombrino l'Atmosfera, e di fumose caligini le riempiano. Nello stesso modo s'intenderà come deggiano sublimarsi gli Aliti. Il che facilmente intendono i Fisici, ma non è facile loro il discernere, come dappoichè tali parti furono nell'aria esaltate, possano per molto tempo restar in essa a diversa regione sospese. Imperocchè essendo la gravità specifica dell'acqua a quella dell'aria in ragione di 1000: 1. in circa, e facendosi sempre per le Leggi dell'Idrostatica il bilanciamento tra due moli eguali antagoniste, non si vede come una massa pesante mille possa essere bilanciata da una massa eguale pesante uno. Imperocchè può ben concepirsi, che un corpo grave possa ascendere in alto quando è spinto da una forza motrice, che colà lo dirigga; ma dopo che ha perduto il suo movimento, è necessario, che per la sua gravità cominci a discendere, nè può farsi, che resti egli sospeso per qualunque minimo tempo in quiete.

Per tal ragione adunque bisognerà, che quando per la resistenza dell'aria avrà il vapore perduto il suo moto, discenda tosto per la sua gravità, e non resti sospeso, come veggiamo. Per tali cose giudica il Signor Hallejo non doversi considerar il vapore come una massa tutta solida e piena, ma a guisa di una picciola sfera al di dentro incavata e vuota. Potersi una particella di acqua in tale maniera dal calore rarefarsi e gonfiarsi, che il suo diametro divenga dieci volte maggiore, nel quel caso, essendo le sfere come i cubi de' loro diametri, ella diventa mille volte più grande in estensione di quello che era prima, non essendo mutato il suo peso. Seguita da tali cose, ch'ella secondo le Leggi dell'Idrostatica per tutto il tempo, in cui resta in questo grado di rarefazione, o dee continuar ad ascendere, o dee nelle ragioni sublimi equilibrarsi, come appunto un pezzetto di vetro solido, che in questo stato discende al fondo, ma di cui si può formare soffiando dentro un cannello un picciolo globo di dentro incavato, il quale occupando uno spazio maggiore nell'acqua senza cangiar il suo peso, sarà obbligato di ascendere dal fondo del vaso fino che equilibrato nuoterà in questo liquido.

Non è troppo diverso da questo il pensamento de' Cartesiani, tra' quali il Bayle [1] crede potersi rendere conveniente ragione di tal fenomeno, se si considera il Vapore non come una materia *semplice* e *solitaria*, ma *composta*, e con *materia esterna commista*. Ciò essere una necessaria conseguenza della diversa tessitura di parti, e della disconvenienza de' pori, che v' è nell' acqua, e nell'aria. Imperocchè suppongasi, che le parti dell' aria, e dell' acqua abbiano costituzione diversa, e positure varie, ed ineguali de' pori; Non entrando in questa supposizione facilmente il Fluido etereo dall' aria nell' acqua, e reciprocamente dall' acqua nell' aria, è necessario, che quella parte di effluvj, che dall' una e l' altra massa uscendo s' incontra, l' una coll'altra si opponga, e s' impedisca, onde segue, che tanto una particella d' acqua in mezzo dell'aria, quanto una particella d'aria in mezzo dell' acqua vengano da una tenue superficie di materia eterea circondate. E questa stessa pare, che sia la cagione, per cui una gocciola di liquore immersa in un altro liquore eterogeneo si forma in figura sferica. Così veggiamo farsi sferiche le gocciole d' olio nell' acqua, e quando dal recipiente pneumatico si cava l' aria veggiamo uscire dall' acqua che dentro il recipiente è posta, l' aria figurata in picciole sferiche bolle. Da tal superficie, o zona poter nascere tutta la differenza di questa rispettiva leggerezza. Imperocchè essendo sempr' eguale la grossezza di questa zona, avrà essa tanto maggiore, o minor ragione alla massa del vapore secondo che sarà minore, o maggiore il vapore. Il che per intendere suppongasi il diametro del Vapor *semplice* essere di una linea geometrica, e quello del Vapore *composto* di due. Essendo le sfere in ragione triplicata de' loro diametri, sarà il Vapor semplice al Vapore composto come 1: 8. ed in conseguenza la parte acquea del Vapore composto alla parte eterea, che lo circonda come 1: 7. Se il diametro del Vapor semplice al diametro del Vapore composto fosse solo come 1: 10. sarebbono le loro masse come 1: 1000. ed in conseguenza l' acqua al fluido etereo si avrebbe come 1: 999. ed essendo l' Etere senza peso seguirà che il Vapore composto sebbene è di grandezza 1000. non avrà però maggior peso di 1. E perciò essendo il peso dell' acqua a quello dell' aria meno che 1000: 1. potrà in tal modo un Vapor acqueo essere fatto più leggiero dell' aria, ed ascendere nell' alte regioni. Ma perchè per cagione della sua elasticità in tal modo è costruita l' Atmosfera, che quanto più si ascende, tanto minor gravità si ritrova, per questo non può il Va-

(1) *Differtazioni intorno i Vapori*.

Vapore se non a determinate altezze elevarsi, giunto alle quali è necessario ch' egli resti sospeso. Ed in tal modo i vapori, che sono più tenui, più in alto ascendono, e quelli che sono più crassi, si equilibrano nelle più basse regioni, e perchè non indefinitamente possono dal Sole essere attenuati, non possono perciò ancora indefinitamente ascendere. Dal che seguita essere le più alte regioni dell'aria sempre pure e serene, ed essere le cime di alcuni alti monti liberi dalle nevi, e dalle piogge, come Aristotele afferma del Monte Olimpo. Ciò che si è detto del Vapore, si dee intendere ancora dell'Alito.

Anche il Nievventyt [1] considera il Vapore come una massa composta, e crede essere il Vapore una picciola massa di acqua, entro i cui pori stanno rinchiuse alcune particelle di fuoco, o di luce solare nell' agitazione del Mare, e de'Fiumi entro di quelli penetrate. Entrare il fuoco ne'corpi gravi, e pesanti, come lo manifesta il Boyle nel Trattato del peso della fiamma. Così unirsi il fuoco con l'acqua, ed essendo egli più leggero dell'aria formarsi una massa per mezzo d'esso, che può innalzarsi, e starsi sospesa nell'aria.

Crede però il dottissimo Montanari, [2] che i vapori conservino sempre la loro specifica gravità, e perciò siano sempre più pesanti dell'aria, ma se non discendono, ciò nascere dalla loro picciolezza, e dal moto intestino, con cui vengono del continuo agitati. In quella maniera che se un vaso ripieno d'acqua, nel cui fondo stanno molte particelle terrestri, e polveri varie, si agita, e scuote, veggiamo alzarsi dal fondo le polveri, e lungo tempo starsi natanti, e sospese, le quali poi cessando il moto a poco a poco discendono prima le più crasse, indi le più sottili fino che ridotta l' acqua totalmente alla quiete resta ancora presso che depurata, e limpida, come prima, salvo che da quelle minuzie, che o dalla sua viscosità restano impedite a discendere, o dentro de' suoi pori stanno rinchiuse. E così dee circa i Vapori, ed aliti ragionarsi. Le quali cose non senza probabilità sono dette, ed in tal modo dappoi spiegò tale Fenomeno il Signor le Grand nella sua Filosofia Cartesiana, e il P. de Chales nel suo Mondo Matematico.

Osserva il Nievventyt [3] anche nel tempo più freddo farsi l' esaltazion de' vapori. Per vedere se ciò nasceva dal calor sotterraneo, come alcuni pensano, egli prese un catino di terra, in cui versò 40. once d' acqua in un giorno di freddo violento, ed estraordinario, dopo di che lo pose in una bilancia dentro una camera, do-

(1) *Esist. L. 2. Cap. 4.* (2) *Lettera all' Abate Sampieri.* (3) *Esist. di Dio. L. 2.*

dove non v'era fuoco, e trovò che l'acqua nel congelarsi aveva perduto in 17. ore in circa un quarto di oncia del suo peso. Egli ebbe cura di prevenir la rottura del vaso durante la congelazione dell' acqua facendo una picciola apertura, ch' egli tenne sempre aperta in mezzo del ghiaccio, e vide come l'acqua, ch'era costretta di uscire continuamente di sotto del ghiaccio, formò una gran de convessità, o eminenza sulla superficie del ghiaccio, segno evidente, che il freddo mette in moto, e rarefà l' acqua.

Della quantità dell' evaporazioni. Cap. II.

CErcò il celebre Hallejo con ingegnosa sperienza di ridurre a calcolo l'evaporazioni dell' acqua esaltate dal calore del Sole, la cui Dissertazione inserita già nelle Transazioni Anglicane fu poi dal Sig. Tommaso Derham tradotta in Toscana favella, e pubblicata dal Signor Georgi nella sua lettera intorno la vera, ed antica origine delle fontane, la quale per essere di molto ingegno, e di molto uso, non avremo difficoltà di ripetere ne' nostri Elementi.

Prese egli dunque, come egli stesso lo espone, un vaso d'acqua salata al grado stesso della comune acqua marina per mezzo della soluzione in essa di circa la quarantesima parte di sale intorno a 4 dita fondo, e di 7 dita, e $\frac{9}{10}$ di diametro, nel quale pose un termometro, e per mezzo d'un braciere di carbone ridusse l'acqua allo stesso grado di calore, ch' egli osservò essere nell' aria di Londra nella più fervida state, così esattamente il termometro stesso misurando. Ciò fatto appese il vaso d'acqua con entrovi il termometro all' estremità di un raggio della bilancia; contrapponendo a questo un esattamente uguale peso dall' altra banda, e quindi dall'approssimazione, o rimovimento del braciere suddetto, trovò facilissimo il modo di mantener l' acqua nel medesimo grado di calore precisamente. Così facendo trovò sensibilmente il peso dell' acqua scemare, ed in capo di due ore osservò mancarvi una mezz'oncia di Troja, meno grani 7, cioè 233 grani di acqua, che in detto tempo era esalata in vapori, tutto che difficilmente il fumo osservare se ne potesse, nè fosse l'acqua sensibilmente incalorita. Una tal quantità in così breve tempo parve assai considerabile, essendo poco meno di 6 once in 24 ore da una così picciola superficie, quale si è quella di un cerchio di 8 dita di diametro.

Per ridurre questo sperimento ad un esatto calcolo, e determinanare l' altezza dell'acqua svaporatane in cotal guisa, si servì dello sperimento allegato dal Dottor Odoardo Bernard, stato fatto nella Società di Oxford, cioè che il piede cubo Inglese di acqua pesa esattamente 76 libbre di Troja [1]. Questo poi diviso per 1728 numero delle dita contenute in un piede darà grani 253 $\frac{1}{3}$, ovvero once $\frac{1}{2}$, grani 13 $\frac{1}{3}$ di peso per ciascun dito cubo d' acqua. Perlochè il peso di 233 grani sarà $\frac{233}{253}$, ovvero $\frac{35}{38}$ di un dito cubo d'acqua. Ora l' area del circolo, il cui diametro è dita 7 $\frac{9}{10}$ sarà 49 dita quadre, per cui dividendo la quantità dell' acqua svaporata, cioè $\frac{35}{38}$ di un dito, la quota di $\frac{35}{1062}$, cioè $\frac{1}{57}$ dimostra, che l'altezza dell'acqua svaporata rileva la trentesimaquinia parte di un dito. Ma supponendo per comodo del calcolo essere solo la sessantesima parte, se dunque l' acqua così calda, come l' aria nella state, esala l' altezza della sessantesima parte di un dito in due ore da tutta la superficie, in 12 ore n'esalerà la 10 di un dito suddetto. La quale quantità troverassi di soverchio bastevole per l' uso di tutte le piogge, fonti, e ruggiade . . .

Per computare dunque la quantità dell' acqua sollevantesi dal mare in vapori, pensò egli di doverla solo computare nel tempo che sta il Sole sopra dell' orizzonte ; poichè la notte ritornano le guazze in copia eguale, se non forse di più a' vapori , che sono allora innalzati, e nella state essendo i giorni più lunghi di 12 ore, questo eccesso viene compensato dalla più debol forza del Sole , specialmente nella sua levata prima che l' acqua riscaldata ne venga, di modo che se si deduce $\frac{1}{10}$ di un dito dalla superficie del mare essere in un giorno sollevato in vapori , non sarà niente improbabile la conghiettura.

In tale supposizione ogni 10. dita quadre della superficie dell' acqua rende in un giorno in vapori un dito cubo di acqua , e ciaschedun piede quadro una mezza Pinta, [2] quattro piedi un Gallon, [3] un miglio quadro 6914 Tun, [4] un Grado quadrato supposto di 69 miglia Inglesi svaporerà 33 milioni di Tun. E se il Mediterraneo sia giudicato 40 gradi lungo , e 4 largo , fatto

[1] *Una libbra di Troja, che è la usata in Londra è di once Italiane* 13. 14. 6. [2] *Misura di vino, ch'equivale alla libbra di Troja.* [3] *Un Gallon è* 8. *Pinte.* [4] *Un Tun contiene* 252. *Gallon.*

fatto il ragguaglio de' luoghi, dov' egli è più largo, e dove più stretto, ne risultano 160 gradi quadrati di mare, e conseguentemente tutto il Mediterraneo trasmetterà in vapori in un giorno estivo almeno 5280 milioni di Tun di acqua. E questa quantità di vapori, benchè sì grande, è la minima che si possa dalle addotte sperienze determinare. Restandovi in oltre un' altra cagione, la quale non può fermamente ridursi a calcolo, voglio dire i Venti, per mezzo de' quali viene la superficie del mare tolta in aria più prestamente di quello esali per mezzo del calor solare, conforme è ben noto a coloro, che hanno bene considerato que' disseccanti venti, che spirano alcuna fiata.

Il Mediterraneo riceve questi ragguardevoli fiumi. L' Ebro, il Rodano, il Tevere, il Pò, il Danubio, il Nistro, il Boristene, il Tanai, e il Nilo, tutti gli altri essendo di poca considerazione, e la quantità dell' acqua loro di poco conto. Egli suppone ciascuno di questi fiumi portare dieci volte tant' acqua, quanta ne porta il Tamigi, non che ognuno di loro sia in realtà così grande, ma per comprendere in essi tutti i piccioli fiumicattoli che sboccano nel mare, che non sa in altra forma come computare.

Per calcolare l' acque del Tamigi egli prende quella al Ponte Kingstom, dove la piena mai non ascende, e l' acqua sempre entro vi scorre, essendo la larghezza del canale 100. Yard, [1] e 3 la profondità, prendendo di ciascheduna la media egualianza, in amendue delle quali supposizioni egli è certo di prendere il più. Quindi il profilo dell' acqua in detto luogo è 300 Yard quadri. Questo moltiplicato per 48 miglia, (che l'acqua scorre in circa in 24 ore, computando 2 miglia l' ora) ovvero 84480 Yard darà 25344000 Yard cubici d' acqua, che vengono evacuati ogni giorno, cioè 20300000 Tun il giorno...

Ora se ciascheduno de' sopramentovati Fiumi rende dieci volte più di acqua, che non fa il Tamigi, ne seguirà che ciascuno di questi porti fino a 203 milioni di Tun per giorno, e tutti e nove 1827 milioni di Tun in un dì. Il che è poco più d' un terzo di ciò, che provossi essere sollevato in vapori su dal Mediterraneo in in 12 ore di spazio.

Delle

[1] *Un Yard, contiene tre piedi d' Inghilterra.*

Delle Nubi, e Nebbie. Cap. III

Quando i vapori, che sono innalzati, ingombrano in molta copia l'Atmosfera, sicchè impediscano la direzione de' raggi del Sole, ed offuschino sensibilmente il giorno, formano le *Nubi*, e le *Nebbie*, le Nubi quando sono più tenui, e stanno nelle più alte regioni sospesi, le Nebbie quando sono più crassi, e stanno nelle più basse regioni nuotando. Un vapore crasso vibrato nell' alte regioni dell' Atmosfera difficilmente in essa si equilibra, perchè il suo peso lo costrigne a discendere, ma un vapor tenue vi sta facilmente sospeso, o sia l'agitazione stessa dell' aria, che lo sostenga, o sia la gravità dell' aria stessa, che al vapore egualmente resista. Per le quali cose può stabilirsi, ch' essendo il resto pari, la differenza delle altezze, a cui stanno sospesi i vapori, sia cagionata dalla differenza della loro tenuità. Per questo a diverse altezze si osservano star sospese le Nubi, ed in tal modo tra gli altri le osservò David Frelichio sovra i monti Carpazj dell' Ungaria, al riferir del Varenio [1]. Quanto alta sia una Nube sull' orizzonte può non difficilmente conoscersi col calcolo trigonometrico, quando essa sia in quiete. Imperocchè se vi siano due osservatori, che dai due diversi luoghi A, e B nello stesso tempo riguardino col quadrante il punto stesso della Nube C, nel triangolo ABC conosciuti tutti gli angoli, e la base AB, si conosceranno ancora i lati AC, e BC, e le porzioni AD, DB determinate dal perpendicolo CD; e perciò ancora nel triangolo CDB si conoscerà il perpendicolo cercato CD.

Poichè quando è maggiore l' azione del Sole, allora restano più assottigliate le parti, per questo in tempo di state s'innalzano per l' ordinario maggiormente i vapori di quello che in tempo d' inverno. Imperocchè in tempo d' inverno, come poco si assottiglia il vapore, così poco ascende, e forma o Nubi in regioni basse, o Nebbie in regioni ancora più basse. Che se il raggio del Sole soverchiamente i vapori assottiglia, allora questi per gli spazj delle altissime regioni dissipati, e dispersi, non formano nubi prima che o perduto il loro moto, o per la molta loro copia ammassati alle più basse regioni non scendano.

Un modo di produrre le Nebbie, e le Nubi osserva il Nieuveatyt [2] essere l' esaltazion di copiosi vapori, come veggiamo farsi dall' acqua bollente nelle caldaje. Un altro modo è la rarefazione dell' aria, che diventando più leggiera non fa più

F equili-

[1] *Fig. 1. T. 14.* [2] *Esist. di Dio L. 2 C. 2.*

equilibrio co' vapori che in essa erano esaltati, e dispersi; e perciò essi nelle regioni più basse discendono, e si affollano, come se ne vede l' esempio nella Figura, [1] in cui ANOP rappresenta un globo di vetro, che dopo di essere stato d'aria vuotato si riempie d' acqua. Lo spazio NAP contiene quella poca quantità d'aria, che vi resta nel globo, ed il restante NOP è riempiuto di acqua. Se il collo OD di questo globo si unisce per mezzo del tubo DK al recipiente d' una macchina pneumatica, e dopo che si estrasse l'aria dal recipiente si aprano le chiavette E, e K, allora non ritrovando l' acqua alcuna resistenza sarà obbligata a discendere, a lo spazio ANP si farà maggiore, dove l' aria rinchiusa sarà più sparsa, e più rara. Allora si osserva, che i vapori dell' acqua dentro lo spazio ANP rinchiusi discendono, e formano una specie di nebbia bianchiccia, e simila a quella che veggiamo nell' Atmosfera formarsi.

Osservò in tale sperienza il Nievventyt, Primo che tal nebbia alla prima estrazioae dell' aria non si vedeva, quando l' aria era troppo pesante sul barometro, ma v' erano molt' estrazioni necessarie per ben rarefare l' aria dentro lo spazio ANP rinchiusa. Secondo che in tempo di freddo non si vedeva la Nebbia, la quale essendo poi l' aria riscaldata, compariva. Terzo che il vetro diveniva più chiaro per gradi senza introduzione di aria nuova. Quarto subito che s' introduceva nuov' aria, codesta nebbia dal moto della nuov' aria agitata si rappresentava con tutte quelle irregolarità, che hanno le nuvole nell'aria in tempesta.

Unaltro modo è la fermentazione de' minerali, unaltro la precipitazione, un altro i venti opposti, che ammassano insieme i vapori, che stavano dispersi.

Delle Piogge. Cap. IV.

QUando i vapori, che nell' Atmosfera stavano sospesi discendono in copia sensibile, allora diciamo farsi la *Pioggia*.

Tale discesa da molte cause può essere originata. E Primo per la loro copia, per cui ammassandosi insieme, e formandosi in grosse masse, non possono più dall' aria essere sostenuti, ma sono obbligati a discendere, come veggiamo farsi de' vapori, i quali dopo di essere stati in molta copia sotto la volta delle ritorte innalzati, per lo proprio peso giù pel lungo collo discendono in grosse stille. Secondo possono a questo effetto concorrere ancora i venti, o sia che due venti s' incontrino insieme, ed ammassino i vapori, che

[1] *Fig. 2. Tav. 14.*

che stavano dispersi, o sia che un vento solo spirando da basso in alro spinga nelle più leggiere regioni i vapori, onde poi per lo proprio peso, e per l' empiro impeto sieno obbligati a cadere. Terzo, una terza cagione è la rarefazione dell' aria, per cui l' aria facendosi più leggiera non ha più forza di sostentare i vapori, il qual modo d' ordinario accade allora quando spirano venti caldi, e si fermentano nell' aria i minerali, nel qual tempo principalmente veggiamo discendere l' aria nel barometro. Quarto, una quarta cagione può essere il raffreddamento dell' aria stessa, la quale agguando i vapori li teneva sospesi, ed impediva loro il discendere, come pensò il Montanari. Un esempio di ciò si vede nelle distillazioni che fannosi col serpentino, e parimente nelle cristallizzazioni chimiche, nelle quali veggiamo, i sali, che prima nuotavano nell' acqua disciolti, e sparsi, discendere tosto che l' acqua si raffredda, ed ammassarsi al fondo.

Come le Montagne danno occasione nell' ammassamento de' vapori, così ancora ivi veggiamo frequenti le piogge, dove sono frequenti le Montagne. Così nota il Mercatore nel suo Atlante, esservi nell' Isola di S. Tommaso molte piogge, perchè nel mezzo d' essa evvi un' alta Montagna tutta selvosa, dove incontrandosi i vapori, che dall' Oceano vengono sollevati, si fermano, e si ammassano, indi in molta copia ridotti si rinversano in pioggia. Lo stesso osserva il Robbe [1] farsi nel Madagascar. Ed osserva il Varenio, [2] sopra Pico di Tenariffa piovere copiosamente, e giammai sull' Isola. Lo stesso in fine affermano i Viaggiatori accadere nell' Asia, nel Perù, e sulle frontiere della Cina, ed in altri luoghi. *Il soggiorno*, dice il Signor Hallei, *che io feci nell' Isola di S. Elena*, (*ch' è situata sotto la Zona torrida, ed è un luogo de' più caldi della terra*) *mi ha data l' occasione di fare quest' esperienza. Io era sulla cima d' una montagna elevata sopra il mare 2400. piedi, ove ho osservato, che i vapori, e le ruggiade, anche in tempo sereno, cadevano in tanta quantità, e così veloci, che di quarto d' ora in quarto d' ora era obbligato d' asciugare il vetro del mio telescopio, e la mia carta si trovava in un istante sì umida, che mi era impossibile lo scrivere. Di là si può conciudere, che la quantità dell' acqua, che si ammassa sugli altri monti più grandi, e più alti di questo, dee farsi molto grande in molto picciolo tempo, e sovra tutto su quelli, che formano lunghe catene, de' quali l' estensione occupa intieri paesi*, *per esempio su Pirenei, le*

F 3 Alpi

[1] Geog. L. 2. [2] Geog. L. 2.

Alpi, l' Apennino, e il monte Carpazio in Europa, il Tauro, e il Caucaso, l' Iman ec. nell' Asia, l' Atlante, i monti della Luna, e molti altri nell' Affrica, onde nascono il Nilo, il Negro, il Zairo; e nell' America, dove si ritrovano le Ande, e i monti di Apalacha, ciascuno de' quali eccede molto l' altezza ordinaria, a cui ascendono da se stessi i vapori, e sulle cime de' quali l' aria è sì fredda, e sì rarefatta, che non può sostener che pochissima i vapori, che sonovi portati dai venti.

Dalla mancanza de' monti nasce, che nell' Egitto non piove se non assai di rado, e perciò egli sarebbe una regione tutta secca, ed estremamente arida, se non la rendesse feconda l' acqua del Nilo, che tutto in tempo di state lo inonda, allora che per la troppa copia delle piogge, e delle nevi dell' Etiopia soverchiamente gonfio esce dall' alveo, e per tutto l' Egitto tranquillamente si sparge, di pingue limo tutti i campi riempiendo, onde nasce la loro abbondantissima feracità.

Per sapere quanta pioggia ne' Territorj presso poco cada in un anno fecero diversi Filosofi le osservazioni. Il Signor Mariotte notò, che le piogge cadute a Dijon ascendevano presso che a 18 pollici, ed altri nel medesimo sito osservarono ascendere a *19*. Il Signor de Vauban [1] trovò che in sei anni a Lilla era caduta una pioggia di 133 pollici in circa, e nello stesso tempo de la Hire a Parigi essere caduti 122 pollici in circa.

Osservazioni di M. Vauban a Lilla			di M. de la Hire a Parigi	
Anni	Pollici Parigini	Linee	Pollici	Linee
1689	18	9	18	$11\frac{1}{2}$
1690	24	$8\frac{1}{2}$	23	$3\frac{1}{4}$
1691	16	2	14	$5\frac{1}{4}$
1692	25	$4\frac{1}{2}$	22	$7\frac{1}{2}$
1693	30	$3\frac{1}{2}$	22	8
1694	19	3	19	9

Osser-

[1] *Mem. dell' Accad. de Parigi 1699.*

Osservazioni del dottissimo Corradi d'Austria intorno la pioggia caduta in Modena.

Anni	Pollici Parigini	Linee	Anni	Pollici	Linee
1715	36	$10\frac{1}{2}$	1720	40	$2\frac{1}{2}$
1716	49	6	1721	69	$4\frac{1}{4}$
1717	41	11	1722	40	6
1718	36	3	1723	58	9
1719	54	1	1724	51	$3\frac{1}{2}$

Per l'osservazioni del Sig. Tilli fatte in Pisa in anni 17 l'acque un anno per l'altro cadute furono di 33 pollici in circa.

Quanto è maggior l'altezza, da cui discendono i vapori, tanto più s'ingrossano nel cadere. Per questo in tempo di state, in cui le nuvole sono assai alte, si veggono spesso cader grosse piogge principalmente se calde esalazioni disgelino in un stratto le nubi, le quali nell'alte regioni di loro natura fredde stanno di vapori agghiacciati composte.

E perchè principalmente in tempo di state insieme coi vapori vengono molti minerali innalzati, che diverse qualità hanno, e facoltà diverse; per questo spesso in tempo di state cadono piogge di qualità diverse; e stravaganti; onde talvolta giovano, talvolta nuocono, talvolta abbruciano le foglie, e frutti, sopra i quali esse cadono. Per questo talvolta ancora di color giallo, e sanguigno discender si veggono, il che apportò talora terrore agli Uomini, i quali le hanno credute piogge di sangue. Tali colori noi veggiamo farsi nell'acqua se v'infondiamo in essa o spiriti acidi, o sali alkalici, o solfi ec.

Dell'origine de' Fonti, e de' Fiumi. Cap. V.

Varie furono tra gli antichi le opinioni intorno l'origine de' Fonti, e de' Fiumi. Aristotele nel Lib. 1. delle Meteore al Cap. 13. vuole che i Fonti, e Fiumi si formino dall'aria stipata in acqua dal freddo delle caverne. Epicuro nella sua Pistola a Pitoclo crede, che l'acque, di cui sono composti, sieno generate nelle viscere della Terra, le quali colando, e a poco a poco ammassandosi formino i fonti, da' quali già si formano i fiumi.

mi. Seneca nel Libro 3. delle Questioni non è diverso da Aristotele, e crede generarsi i fonti dall'aria entro le caverne dei monti rinchiusa. Imperocchè essere convertibili gli elementi, la terra cangiarsi in acqua, l'acqua in aria, e l'aria in fuoco, e così farsi ancora per lo contrario. Non persuaso però Plinio, che tali cangiamenti si facciano crede che dopoche l'acque si ammassarono al centro, e formarono una specie di *Baratro*, nel modo che pensava Platone, come si legge nel Fedone, fossero da uno Spirito agitate, e gonfiate, da cui fossero in alto spinte, ed obbligate ad ascendere sulle cime de' monti sprizzando fuori de' buchi, come fuori di tanti piccoli sifoni.

Ma tra' più recenti tre sono le opinioni, ch'ebbero il maggior seguito, come nota l'accuratissimo Vallisneri nella sua gentil Lezione Accademica, che sta inserita nella *Raccolta* intorno l'Origine delle Fontane.

L'una è che non altronde nascano i fonti, che dal Mare come dai Libri sacri ancor si conosce, ne' quali chiaramente si dice, che *tutti i fiumi entrano nel mare, e il mare non trabocca: al luogo, dond'escono i fiumi, ritornano per fluire di nuovo*. Penetrar l'acque per gli occulti meati della Terra per gli quali *feltrandosi* i loro sali depongono, e pure, e dolci dalla pressione dello stesso mare fino alle cime de' monti esaltate, pel proprio peso di nuovo discendono, e gocciolando formano prima piccoli rivi, ed in progresso i fiumi. La qual opinione prende qualche apparenza di vero da questo, che non in un solo luogo si osservano molte acque dolci native vicino ai lidi, le quali crescono, e decrescono secondo il flusso, e riflusso del mare, il che non potrebbe darsi, come i difensori di tal opinione affermano, se quelle non fossero acque provenienti dal mare. Di tali fontane molte ne rammemora Plinio, Onorato Fabri, e il Varenio. Tale ancora riferisce il Dodart, come nota il du Hamel, esserne sopra il lido di Risban vicino a Caleto, e tale se ne osserva nel lido di S. Niccolò di Venezia. Questa opinione valse appresso di molti sino il decimosettimo secolo, e fu poi ne' nostri tempi da alcuni risvegliata principalmente dopo che parve che le desse peso il nome del Signor Giovanni Bernulli nell' Appendice alla Dissertazione *dell' effervescenza, e fermentazione*. *Notum est aquam in qua multum salis est dissolutum, graviorem esse eadem dulci, verum aqua marina, ut patet ex sapore, multas particulas salinas in se continet, proinde erit gravior, quam aqua fontana, vel fluvialis. Credibile itaque est quod cum terra vicem gerat filtri, per cujus poros aqua solum dulcis transire potest, relictis salinis particulis,* *oulis, quæ gravitatem aquæ augent, aqua dulcis longè altius per terram ascendere debeat ob immensam Oceani profunditatem, ita ut ad altissima quoque montium fastigia per pressionem aquæ marinæ protrudatur, ex quibus dein, cum ultrà ascendere nequeat, rivulorum instar emanet.* E' cosa nota, che l'acqua in cui molto sale è stato disciolto, è più grave dell'acqua dolce, ma l'acqua marina, come si conosce dal sapore, contiene in se molte particelle saline, e perciò è più grave dell'acqua fontana, o di fiume. Perciò è cosa credibile, che la Terra faccia le veci di *Feltro*, per gli cui pori passi sol l'acqua, onde lasciate le parti saline, che accrescono la gravità all'acqua, l'acqua dolce altamente ascenda dentro la terra per l'immensa profondità dell' Oceano, in guisa che alle cime de' più alti sia spinta dalla pressione dell'acqua marina, dalle quali poi, non potendo più ascendere, discenda, e formi i piccoli rivi.

Ma contra tale sentenza stanno prima gli sperimenti, per cui si osserva non potersi mai raddolcir l'acque salse per mezzo della *Feltrazione*. Ciò tutti quelli, che l' hanno tentato, affermano, tra' quali Lucantonio Porzio nelle sue Lettere, e Discorsi Accademici, il Redi, e principalmente il sovracitato Vallisneri, il quale dopo di aver fatto passare cento volte, come egli dice, l' acqua salata per arene, per feltri, per ispugne, e per terre di varie maniere, non potè mai ottenere di farla dolce. Per secondo se l'acque marine allora quando passano per gli pori terrestri divenissero dolci, non si osserverebbono forse tante vene salse vicino al mare, come se ne osservano tra le altre nell'Isola di S. Vincenzo, e nel Perù, e nell'Affrica, e nell'India appresso Coromandel, e sopra ogni lido nell'Inghilterra.

Che se si considerano le Leggi dell' Idrostatica, non può intendersi come dal basso mare alle alte cime de' Monti possano innalzarsi le acque. Imperocchè ne' tubi comunicanti, come abbiamo insegnato, non ponno inalzarsi i Fluidi omogenei, se non a *livello*, o a *parallela altezza*. E quando i tubi terrestri fossero vacui di aria, non potrebbono innalzarsi le acque più che a trentadue piedi sopra il livello del mare per la pressione dell'Atmosfera, ed infine se fossero ancora *capillari* potrebbe accrescersi quest'altezza, ma non mai pervenire alle cime de' monti. Egli è vero, che come nota il dottissimo Bernulli essendo l'acqua salsa più grave della dolce, le acque marine, che dopo di essere passate per lo feltro terrestre deposero i sali, e si addolcirono, potranno ancora in tale supposizione essere sopra il livello del mare innalzate. Ma non mai all'altezza de' monti. Imperocchè essendo seconte in vapori ascendono, e sfuggono, immaginossi non altro artificio esser adoperato dalla Natura per fare stillar da' monti le acque dolci, che questo. Imperocchè penetrar l'acque del mare dentro le occulte vie della Terra, e quivi per tortuosi canali serpendo sempre internarsi finochè giungano fino sotto la vasta moli de' monti, Ivi dal *Fuoco sotterraneo* disciolte, ed esaltate agli archi, ed alle volte cavernose de' monti si attaccano, come veggiamo attaccarsi le acque distillate ai lambicchi: nel qual modo aggiugnendosi vapore a vapore diventano in fine grosse goccie, che per lo proprio peso si staccano, e scorrono lubriche per lo pendio del monte ammonticellandosi, ed ammassandosi in picciole fila d'acqua, le quali l'una coll'altra congiunta fanno i ruscelli, e rivoli, da' quali in fine sono formati i Fiumi.

Ma tale ingegnosa opinione per quanto abbia apparenza di vero, e per quanto abbia una gran parte di Filosofi seco rapito, non resta però che posta all' esame da molti de' più maturi, e principalmente dagli Accademici di Parigi non sia stata giudicata incerta.

Imperocchè primamente per la esplicazion di un Fenomeno non doversi ricorrere a incerte congetture, quando con principj certi, e manifesti possa quello esplicarsi. Non esservi apparenze, che il Cartesio siasi immaginato codesto *sotterraneo fuoco discioglitore*, se non perchè giudicava essere troppo scarse le acque, che discendono dal Cielo per formare tanti, e così vasti fiumi; essere perciò necessario il ricorrere alla Terra, la quale a guisa d'inesauribile miniera somministri di continuo la materia a' fiumi, e sempre stillando acque dalle sue volte li mantenga vivi, e perenni, il che non era necessario, come diremo in appresso.

Se vi fosse questo sotterraneo fuoco, che fino alle più alte cime getta le acque, discendendo nelle profonde cave, che stanno al piè del monte, dovressimo sentirne gli effetti, e ritrovar per tutto acque calde, ciò ch' è contrario alla sperienza. Ne esservi maggior ragione, che si ammettano tali distillazioni dentro la cavità de' monti di quello che in tutte le altre cavità della Terra, ed allora è difficile a provare, che tutta la terra non dovessa sempre essere coperta di Nuvole, e Nebbie.

Per le quali ed altre ragioni addotte quei dottissimi Uomini incominciarono a dubitare della Cartesiana sentenza, ed altra cagione investigare, la quale dopo molte ricerche non altra si persuasero doversi ammettere, che le *Pioggie*, e le *Nevi*, che ne' monti come in tanti conservatoj si mantengono, e che colando, e a mano a mano sdrucciolando per gli buchi, e per le scannel-

 lature

latute somministrano di continuo le aeqne a rivi, e sempre perenni le conservano. La qual opinione ebbero già molti Antichi, come ne parla Aristotile al Cap. 13. delle Meteore, dove esservi *Autori* afferma, che credono essere l' acque inalzate dal Sole, indi rinversate in pioggia raccogliersi sotterra, e quasi da un ampio seno fluire, sicchè o tutti i fiumi avessero origine da un solo seno, o ciascuno dal suo; ne generarsi alcun' acqua, ma della confluenza fatta in tempo d' inverno rinversarsi i fiumi ec. Nel qual sentimento furono tra' primi il Signor Perault, il Mariotte, il Sedilau, e de la Hite, tra' quali il dottissimo Mariotte [1] per riconoscere se le Pioggie possano essere bastanti per lo mantenimento de' fonti, e fiumi del Territorio di Parigi, compuiò primamente quanta pioggia presso poco cadesse in un' anno sovra tutto il terreno, che per lungo dalla sorgente della Senna fino al Ponte rosso di Parigi si stende, e per largo abbraccia tutti quegli altri minori fiumi, che alla medesima dentro tale tratto somministrano l' acqua, colla qual quantità poi la portata di quel gran fiume comparando ritrovò esser l' acqua che cade in terra assai maggiore di quella, che scorre nel fiume, e più che il sestuplo.

Calcolo del Mariotte intorno la Senna.

Posto che in un' anno nel Territorio di Parigi discenda tanta pioggia, quanta si ricerca per inalzarsi a 15 pollici, una pertica dunque di terreno riceverebbe 45 piedi cubi di acqua, e supponendo che una lega contenga di lunghezza 2300 pertiche, una lega quadrata conterrà 5290000 pertiche superficiali, che moltiplicate per 15 danno 238050000 piedi cubi. Ed essendo il suddetto terreno 60 leghe di lunghezza, e 50 di larghezza, che fanno leghe 3000 superficiali, se si moltiplica questo spazio per 238050000, averassi la pioggia che in un' anno cade nel suddetto terreno, che sarà piedi cubi 714150000000 La Senna al di sopra del Ponte rosso nella sua mezzana altezza, ha di larghezza 400 piedi, e 5 di profondità media; e la sua velocità è tale, che scorre 150 piedi in un minuto. Ma poichè l' acqua nel fondo non va così presto come nel mezzo, ne quivi come nella superficie, si può prendere una velocità media, che sia di 100 piedi in un minuto: Il prodotto di 400 piedi di larghezza per 5 piedi di altezza media è 2000, che moltiplicato per la velocità 100 darà 200000 piedi cubi d' acqua, che scorre per la Senna in un minuto, e 12000000 in un' ora, e 288000000 in un giorno, e 105120000000

[1] *Trattato del moto d' acque. P. 1. Disc. 11.*

10512000000 in un' anno, che non è la sesta parte dell' acque, che cadono in un' anno in pioggia.

Se invece di 15 pollici, si prendano 18 come conviene all'osservazioni, si trova la quantità della pioggia essere assai maggiore, cioè 85698000000 piedi cubi.

Tale opinione fu poi confermata in Inghilterra, e stabilita principalmente dall' ingegnosissimo Hallejo col calcolo da noi di sopra riferito intorno l' evaporazion del Mediterraneo; e nello stesso tempo passata in Italia, fu da' più Saggi abbracciata, e posta poi ultimamente nella sua luce dal Vallisneri, dal Conte Riccato, dal dottissimo Cottadi, e da altri molti.

Calcolo intorno il Pò dell' Annotatore. [1]

Essendo stata la sua larghezza intorno il Ponte di Lago-scuro fissata a 500 piedi di Bologna, e la sua profondità ragguagliata nello stato di mezzo a piedi 20, farà la sua sezione piedi quadrati 10000. La velocità del Filone si è scoperta con un galleggiante essere di 2600 piedi in un' ora, la quale per maggior avvantaggio di calcolo si riduca a 3000. Assumendo la velocità media eguale a quella del Filone, e moltiplicandola per la sezione del fiume avrassi la portata del Pò

In un ora piedi cubi	30000000
In un giorno	720000000
In un anno	264800000000

Se si considera l' estensione di tutta l' Italia a guisa di un rettangolo, di cui la lunghezza è 600 miglia, e la larghezza 120 (il che però è assai minore del vero) farà la superficie di Italia di miglia quadrate 720000, e prendendo conforme alle sperienze di Pisa, che tra le altre stanno di mezzo, 33 pollici di Parigi per l'altezza della pioggia, che è caduta in un'anno in Italia, averannosi pollici cubi d' acqua caduta in pioggia in un' anno 420000000000, la quale quantità è sedici volte maggiore di quella, che scarica il Pò nel mare.

Posto però che gli altri Fiumi portino tant'acqua al mare, quanta tre volte il Pò, resteranno altri dodici Pò per l' alimento delle piante, e per gli altri usi.

[1] *Libro citato Annot.* 13.

Calcolo dello stesso [1] *intorno il Danubio.*

La sezione del Fiume è di piedi quadrati 75000 e moltiplicata per la velocità media, ch' è di piedi 10000 all' ora, avrassi la portata del Danubio al mare

In un ora piedi cubi	750000000
In un giorno	18000000000
In un anno	16570000000000

La distanza tra le fonti, e le foci del Danubio è di gradi 25, ovvero di miglia Italiane 1500. La latitudine del terreno, in cui stanno i fiumi, che a sinistra, e a destra mettono capo nel Danubio, è di miglia 500, e perciò l' estension del terreno è di miglia quadrate 75000, ovvero piedi quadrati 1875000000000. Dividendo dunque per quest' area la portata del Danubio, ne risulta l' altezza dell' acqua, che basterebbe per alimentarlo cioè $\frac{657}{1875}$ di un piede, ovvero once 4 di Bologna prossimamente. Supposto dunque, che in quel tratto piova quanto a Parigi, cioè un' anno per l' altro sedici once Bolognesi, quattro s' impiegheranno per conservar il vasto Fiume, e dodici, cioè di tre Danubj, avanzeranno per gli altri usi.

Conferma il Vallisneri tale sentimento colla struttura stessa de' monti formati tutti di varj strati l' uno sovra l' altro, altri di pura terra, altri di sabbia, e di piccioli sassolini, altri di densa argilla, altri di un misto d' arene, e di pietre varie, altri di sola pietra, o di tufo, o di marmo, o di gesso, o di calce, o di tartaro, o di varie materie metalliche, di varia grossezza, ed in diversa maniera posti, la descrizione de' quali si può vedere, o appresso il lodato Autore, [2] o appresso il Derham, [3] e principalmente appresso l' accuratissimo Scheuchzero, dove descrive esattamente i monti del *Lago Uriense*. [4]

Se si misura l' altezza de' monti di Modona, per riguardo del Mare Adriatico, si troveranno ascender essi sopra il mare più di piedi mille, e mille, onde si spaventa l' immaginazione a pensare, come i vapori dall' imo fondo sollevantisi possano mai trapassare per tanti diversi strati di tanta fissezza, grossezza, e tutti irregolari, e giugnere alle cime, o anche alla metà de' monti, e in tanta copia onde siano bastanti a far fluire perennemente tante fontane. E ciò che vale di tali monti rispetto all' Adriatico,

[1] *L. c.* [2] *Ann. 19.* [3] *Esist. di Dio L. 3.* [4] *Discorso dell' origine de' Monti.*

tico, dee valere degli altri rispetto agli altri mali. Quando mancano le pioggie non dovrebbono per questo seccarsi gli alberi, ed inaridirsi l' erbe, non mancando ad esse il sussidio di continue acque, che dall' imo fondo sono esaltate per inaffiarle.

I vapori, che vanno penetrando la terra all' insù di poro in poro, sono necessariamente in qualche urto sfuggevole, che i Meccanici chiamano *frottamento*, colle pareti de' pori stessi, e per non essere la terra perfettamente elastica la re-azione non riesce eguale all' azione, e per conseguenza bisogna, che i vapori tanto vadano sempre perdendo di moto, quanto il moto reimpresso dalle pareti de' pori è minore di quello, che i vapori avevano impresso alle pareti medesime, e bisogna in oltre che sieno sempre sforzati a mutar direzione difficultandosi con ciò l'ascesa, dalle quali cose nasce, che non possono molto salire.

Entrando egli nelle caverne de' monti non vide mai alcun indizio di tali distillazioni, ne addossarsi i soli vapori così copiosi negli archi loro, che ricadendo formassero ruscelli, e rivoli; ma se qualche gocciola si rammassava, cadeva a piombo sul fondo della caverna. Generarsi spesso in quelle volte alcune croste di tartaro, e piramidi alla rovescia, che si chiamano *stalagmites*, e altre bizzarre figure per mezzo delle cadenti gocciole: segno evidente, che non erano sempre da puri vapori formate, ma da acque, che venivano dal di sopra, le quali in passando per la terra, o per certe piante dette *calcarie*, o per altre dell' indole *del gesso*, o simili, strascinavano seco sali, e particelle, che combaciantisi insieme formavano quei tartari, o quelle stalagmiti, dette volgarmente *acque impietrite*.

Dalle quali cose si conferma, non esser le acque del mare, che vadano ai monti; ma bensì quelle de' monti, che vadano al mare. Per questo i gran fiumi non nascono se non da gran monti, il che riconobbe ancora Aristotele. [1] *I massimi fiumi nascono, come abbiamo insegnato, dai massimi monti, si che può essere manifesto a quelli che girano per la Terra.* Per questo i paesi, dove poco piove sono scarsi di fiumi, come nella Libia, come nota Giorgio Agricola. [2] Ciò si conferma dalle inondazioni di molti fiumi, e principalmente del Nilo. Imperocchè nasce questo appresso degli Abissini nel Regno di Goyam, ed in tempo di state dallo solstizio estivo fino all' equinozio di Autunno riempie d'acque tutto l' Egitto. Ma di tale inondazione sono causa le immense pioggie, e nevi, che in quel tempo cadono sulle montagne Abissine. Tali inondazioni si veggono ancora

[1] *Met. L.* 3. [2] *De ortu, & causis subter.*

cora in molti altri fiumi come nel Gange, e nell' Indo, le quali non è da dubitarsi, che dalle nevi, e pioggie siano cagionare, mentre quelle crescono, o decrescono al crescere, o decrescer di queste, e mancano quelle, quando mancano queste.

Fanno difficoltà alcuni, fra' quali Seneca, affermando non internarsi le pioggie sotterra se non a tre, o quattro piedi di profondità. Si fondano poi sopra una sperienza del Signor de la Hire il vecchio. Imperocchè avendo egli posto sotto terra in profondità d' otto piedi un vaso di piombo, non potè mai osservare, che le pioggie, e le nevi sciolte penetrassero in quella altezza una terra leggera, e poco fa smossa. Avverte però il Mariotte, come nelle terre non coltivate, e nei boschi stannovi molti piccioli canali prossimi alla superficie, ne' quali entra l' acqua piovana, e continuarsi questi fino ad una grande profondità, come apparisce ne' pozzi profondamente escavati. Che dopo replicate pioggie anche la crosta delle terre lavorate al fine interamente s' inzuppa, e permette l' ingresso all' acqua, che poi scorre, e si dirama per i piccoli canali, che stanno sotterra.

ANNOTAZIONE.

E' da osservare, che non sempre i fonti dalle pioggie nel loro terreno cadute si formano, e non pochi ve ne sono, l' origine de' quali ad acque lontane dee riferirsi. Tali sono le acque nascenti nel territorio di Modona, e di Bologna, le quali osservò il diligentissimo Cassini scaturite dal fondo dei pozzi, quando siano stati fino ad una certa profondità escavati, e si traforino gli strati dell' argille, o del tufo, sotto di cui stanno le acque. Tali acque non dal fuoco sotterraneo sono esaltate, ma giù dagli Apennini calando, che non sono che poche miglia lontani, per occulte vie dentro della Terra si perdono, e tendendo continuamente ad inalzarsi ed equilibrarsi col loro principio secondo le leggi della Idrostatica, aperto l' adito sbucano, e con forza all' alto si portano.

Delle diverse specie de' Fonti. Cap VI.

UNa delle specie più insigni de' Fonti sono i *Fonti Calidi*. Di questi ve ne sono varj in varj luoghi sparsi. Tali sono quelli di Napoli descritti da Strabone, quelli di Padova descritti dal Graziano, di Aix la Chapelle da Blondel, i fonti di Borbon dal Pascale. Tal è quello, che descrive Varenio,

renio, [1] nell' Islanda, il bollore delle cui acque non è minore di quello che induffe nell' acqua un fuoco di fommo grado.

Tali qualità non altronde fi deggiono derivare, che dalla copia delle parti fulfuree, e bituminofe, dai carboni foffili, e da altri minerali inflammabili, che con queft' acque fi mefchiano allora quando effe per gli occulti canali nelle loro regioni fcorrono. Ciò fi manifefta dalle offervazioni. Imperocchè in qualunque luogo tali Fonti fcorrono, in molta copia ancora tali materie fi veggono. Così in Aix dove tra gli altri molte di queft' acque vi fono, fi vede ancora il terreno ripieno di folfi, così nell' Ifole Azoridi, nell' Ifole di S. Criftoforo, e negli altri luoghi. Il che maggiormente fi fa manifefto fe fi facciano fvaporare codefte acque, offervandofi reftar le fuddette materie in fondo de' vafi.

Tali minerali, che fono con queft'acque mefchiati non apportano talvolta alcun calore alle acque, benchè in mezzo ad effe alle foci s'infiammino. Della qual forta evvi un fonte nel Palatinato della Cracovia.

Altri per lo contrario fono *freddiffimi*, in guifa che non può il loro freddo fopportarfi, della qual forta molti ve ne fono nell'Etiopia, nel Delfinato, nella Sitia, come nota Varenio. Altri ve ne fono di *falfi*, altri di *acidi*, le quali cofe dai varj minerali, che in effi ftanno commifti, derivano.

Altri infine putrificano i corpi, della qual forta uno ne deferive Giovanni Bodino *nel Teatro della univerfale Natura* nell'Alvetnia. Molti di quefti ne riferifce il Varenio, il Tollio, e l' Henninio. Alcuni ancor ve ne fono, che cangiano il ferro in rame; della qual forta due ne afferma effere Eduardo Brovvnio non lungi dalla Città di Neufolo.

Della Ruggiada, Aura vefpertina, ed altre Meteore acquofe. Cap VII

OLtre le Nubi, e le Pioggie, di cui abbiamo detto, fonovi altre Meteore, che di vapori fi formano, come la *Ruggiada*, l' *Aura vefpertina*, la *Brina*, la *Neve*, e la *Grandine*, delle quali ora diremo.

E primamente diconfi *Ruggiada* quei vapori, che a Ciel fereno nella ftate fogliono la mattina cadere, i quali poi alle foglie delle piante attaccandofi, e l'uno coll'altro giugnendofi, in gocciole vifibili fi conformano, le quali, quando fono minute, ferbano la figu-

[1] *Geog. L. 2.*

gura di sfera, ma se sono più grandi, per lo proprio peso si riducono ad una specie di sferoidi allungate. Cadono tali vapori in tempo di state sul fare del giorno, e sono quelli, ch'essendo stati dal calore del Sole nel giorno suscitati, raffreddandosi l'aria col venir della notte perdono a poco a poco il loro moto, sicchè estinta del tutto ogni loro agitazione finalmente cadono a terra.

Quei vapori più grossi, che al primo freddo, che si fa sulla sera, scendono dall'aria, diconsi l'*Aura vespertina*, i quali di rado essendo sciolti da terrestri esalazioni possono talvolta essere nocivi, quando siano con materie malvagie commisti.

Quando l'Atmosfera è riempiuta di nitri, e dal rigor dell'inverno l'aria è soverchiamente fredda, allora i vapori, che stanno in essa esaltati, si gelano, i quali se sono obbligati a cadere, l'uno coll'altro giugnendosi formano alcune rare, e tenui masse gelato a guisa di filamenti, o di fiocchi, che diciamo la *Neve*.

Ma se i vapori sieno alle regioni più alte dalla forza del Sole elevati, dove per lo molto freddo fortemente si addensano, e nello stesso tempo molta copia di aliti, e minerali sieno con essi portati, come accade per l'ordinario in tempo di state, può farsi allora, che trasportati da un rapido vento per l'aria l'uno coll'altro si affollino, e restino in tal maniera compressi sicchè di essi una sensibile massa di duro, e rigido gelo si formi. Tali masse poi dall' alto per l' aria cadendo, e con altre nel cadere successivamente incontrandosi, che loro si attaccano, e dalla pressione dell' Atmosfera, e dalla forza del ghiaccio restando con quelle compresse, crescono a poco a poco, fino che a guisa di grosse sfere rigide, e dure diventano, le quali da alto con somma velocità cadendo gravemente le piante, e i seminati percuotono, e a gli animali apportano terrore, le quali noi chiamiamo la *Grandine*. Tali globi sono per l' ordinario tanto maggiori, quanto da più alto discendono, o quanto maggiore copia di sali in aria si contiene. E perchè è necessaria una copiosa esaltazione di minerali pe formarli, per questo ordinariamente non cadono se non in tempo di state.

Mentre essi cadono, l'aria estiva col suo calore liquefa le parti esteriori, lasciando le interiori agghiacciate; e questa è la ragione, per cui nella superficie esteriore hanno una certa lucidità, ma nell' interior sono opachi. Spesse volte cadono in forma d' una rosa di sei foglie composta, o di una stella di sei raggi. Se un globo, come vagamente osserva il Cartesio, sia circondato da altri globi eguali, sei e non più nello stesso piano lo toccano d' intorno. Così se un globo di grandine è circondato da altri globi di grandine eguali,

eguali, non potrà essere toccato che da sei. Allora se questi si attaccano a quello, e vengano quelli dal calore dell' aria in parte liquefatti, restando l' interior congelato, averannosi le sopradette figure, e caderà la grandine in forma di una stella di sei raggi, o d' una rosa di sei foglie. Molte altre figure possono formarsi secondo le unioni sortoite de' globi, o le diverse loro liquefazioni, il descrivere le quali non abbiamo ora nell' animo.

Degl' Igrometri. Cap VIII.

COme allora quando l' aria è di vapori ingombrata, bagna i corpi, e l' inzuppa di acqua, il che cagiona varie mutazioni, ed accidenti, che non si veggono allora, quando l' aria è asciutta, così anno i Filosofi diversi stromenti inventato per discernere i differenti gradi della umidità, che è nell' aria, i quali furono chiamati *Igrometri*. Tale per esempio è quello, che si costruisce per mezzo della *Festuca*, o *Fuscello*, il quale sorge dalla semenza dell' *Avena Silvestre*, di cui fa menzione il P. Magnano nella sua *Prospettiva Oraria*. Egli costa di due fibre lignose tra se spiralmente attortigliate, le quali di vapori inzuppate si rilassano, e si sciolgono; ma aride, e secche a' loro archi e spire ritornano, dal che ne seguono due contrarj moti. Però se ad una estremità [1] F del Fuscello EF sia adattato un Indice ED, e fatta centro l' altra estremità F si descrive il cerchio ABC si divida in parti eguali, dai diversi moti dell' Indice potrannosi dedurre i diversi gradi dell' umidità dell' Atmosfera.

Altri in una Lance pongono una secca spugna; e nell' altra Lance pongono un peso, che fa con quella equilibrio. Applicando poi alla linguetta una tavola graduata secondo che pende la Lance, e dalla parte della spugna, e dalla parte del peso discernono i diversi gradi dell' umido, ch' è nell' aria.

Il più semplice, e più comune Igrometro si fa per mezzo di un nervo musicale ACB, [2] le cui estremità A, e B sono fermamente legate a due chiodi. Dal punto di mezzo C pende il peso P, il quale trae la corda, e la piega nell' angolo AcB. Essendo tale la proprietà di queste corde, che quando il Cielo è sereno si allunghino, e quando è umido si contraggano, e si ristringano, seguita che in Ciel sereno il peso P maggiormente discende, e quando è umido, ascende, i quali moti sono l' indicio della maggior, o minore copia de' vapori che ingombrano l' At-

[1] *Fig.* 3. *Tav.* 14. [2] *Fig.* 4. *Tav.* 14.

mosfera. Ciò nasce perchè i vapori penetrando a guisa di cunei nelle fibre spirali della corda, e non senza qualche forza di percossa, come crede il Borelli, gonfiano la corda, e l'allargano in conseguenza per latitudine, ristringendola per lunghezza. Per misurar poi li diversi gradi di umidità sogliono dividere la saetta, o la linea retta DC, che il peso P in discendendo percorre in molte parti eguali, giudicando essere le forze de' vapori proporzionali alle discendenze del peso. Ma avverte il dottissimo Lodovico Riva nell' ingegnosa sua Dissertazion intorno gl' Igiometri non ben rispondere codesta proporzione, e dimostra qual sia la relazione delle saette corrispondenti alle azioni diverse de' vapori, e ciò non solo se il peso penda dal punto di mezzo C; ma da qualunque altro punto, le quali cose da quelli che sono bramosi, ponno vedersi nella suddetta Dissertazione. Annoteremo solo, ciò che serve per lo caso più semplice, cioè per lo peso pendente dal punto di mezzo, che se la saetta si dica x, la forza dei vapori z, la lunghezza della corda 2 a, il peso pendente b, la relazione delle saetta colla forza de' vapori si esprime con questa equazione b.

$$\frac{\sqrt{aa+xx}}{2x} + a - \sqrt{aa+xx} = z$$

SEZIONE SECONDA.

Delle Meteore Spiranti, e de' Venti.

V*Ento* dicesi una flussione, o corrente d' aria, che va da una piaggia all' altra per qualche continuato tempo. Così Seneca nel Libro 5. delle naturali questioni quella differenza dice esservi tra l' aria, e il vento, che vi è tra il lago, e il fiume. *Hoc interest inter aera, & ventum, quod inter lacum, & flumen.*

Per distinguere le differenti direzione de' venti divisero l' orizzonte i Filosofi in molte parti eguali, e secondo le diverse parti, dalle quali codesti moti d' aria spirano, diversi nomi gl' imposero. Secondo Aristotele nel Lib. 2. delle Meteore sono divisi i venti in *Cardinali*, e *Collaterali*. I Cardinali sono quattro secondo i quattro principali punti dell' orizzonte, e sono il *Solano* all' oriente, il *Favonio* all' occidente, il *Settentrione* al Polo artico, e l' *Austro* all' antartico. Dei collaterali il numero è diverso appresso i Greci. Ora per maggior comodo de' naviganti sono stabiliti trentadue [1] venti corrispondenti a trentadue divisioni eguali dell' oriz-

[1] *Fig.* 5. *Tav.* 14.

orizzonte, de' quali i quattro Cardinali si dicono in Italia la *Tramontana*, l' *Austro*, il *Levante*, il *Ponente*. Gl' intermedj fra questi sono il *Greco*, il *Sirocco*, il *Lebeccio*, il *Maestro*. In mezzo a questi, che si possono dire i primarj, ve ne sono altri otto, de' quali il nome è composto dai nomi degli due, nel mezzo de' quali stanno. Così quello, che sta di mezzo tra il Greco, e la Tramontana diccsi Greco Tramontana, e così gli altri. Infine tra questi ve ne sono altri sedici col nome di *Quarta*, de' quali ciascuno dicesi Quarta del Primario, cui sta vicino verso l' altro primario che lo rinchiude. Così per esempio quello, che sta tra Tramontana, e Greco, e vicino a Tramontana dicesi Quarta di Tramontana per Greco; ma se è vicino a Greco dicesi Quarta di Greco per Tramontana. Fuori d' Italia i quattro Cardinali si dicono il *Nord*, il *Sud*, l' *Est*, l' *Ovest*. I quattro intermedj equidistanti tra questi si chiamano col nome composto Nord-est, Sud-est, Sud-ovest, Nord-ovest. Gli altri otto intermedj si compongono parimente dal nome de' suoi Laterali: così quello ch' è tra il Nord, e il Nord-est si dice Nord-Nord-est, e così degli altri. Finalmente tra questi sonovi le sedici Quarte nominate colla stessa regola, che si osserva in Italia. Così quello che è vicino al Nord, ma sta rinchiuso da Nord-est, si dice Nord quart de Nord-est, e quello che sta vicino a Nordest verso Nord si dice Nordest quart de Nord, e così degl' altri.

Per altro tutti i venti, che spirano, a tre specie possono ridursi. Imperocchè o spirano sempre, come il vento, che sotto la linea equinozziale sempre spira da oriente in occidente, e si dicono *Perpetui*, o spirano solo in determinate stagioni, come sono quelli, che dai Greci furono chiamati *Etesie*, i quali dopo lo solstizio estivo incominciano a spirare nella Grecia, e durano fino a Settembre, e chiamansi questi venti *Anniversarj*, o *Periodici*. Altri finalmente sono quelli, che spirano senz' alcuna legge determinata di tempo, o con una legge a noi sconosciuta, come sono quelli, che ora in un giorno, ora in un' altro veggiamo spirar nelle nostre regioni, e diconsi *Irregolari*, e *Variabili*, de' quali tutti ora parleremo, e primamente.

Delle cagioni generali de' Venti. Cap. I.

Tutte quelle cose, che possono introdurre *flussione*, o *corrente* nell' aria, possono tutte essere cagione di *Vento*. Una delle cagioni più universali sono gli *aliti stessi*, e le *parti ignise*, che con empito per l' Atmosfera scorrendo seco portano, e rapiscono l'aria. Il che per dimostrare come si faccia, sia il vaso rotondo A di rame, o di bronzo con un lungo collo BC. [1] Quando esso si riscaldi sicchè l'aria nel suo seno rinchiusa si rarefaccia, immergendosi il collo BC nell' acqua, potrassi introdurre l'acqua nel vaso per la bocca C fino che buona parte se ne riempia. Allora se il detto vaso sia posto al fuoco in guisa che l'acqua sia molto riscaldata, disciolta essa in vapori uscirà con grandissimo empito fuori del vaso per lo collo BC, e per un tempo proporzionato alla sua massa, ed alla forza del fuoco discioglitore produrrassi un forte, e rapido vento. Tale vaso gli antichi anno chiamato l'*Eolipila*, cioè il vaso del vento.

Innumerabili Eolipile possono osservarsi in natura, le quali in una maniera simile alla suddetta producono un qualche vento. Tale, per esempio, è un umido legno, il quale se si ponga tra le fiamme appena conceputo il calore veggiamo come spesso produce vento, di cui altra cagione non sono, che le parti acquose, che dalle fibre di quello escono rapidamente, dalle parti del fuoco fuori de' loro ricettacoli con empito suscitate. Così se un pomo, o se un altro umido frutto sia posto al fuoco, veggiamo spesso nascere lo stesso fenomeno. E questo essere un modo, con cui vengono generati molti venti può stabilirsi. Imperocchè può, per esempio, considerarsi un monte a guisa di una Eolipila naturale, fuori da' cui spiragli, quasi da tanti lunghi, ed angusti colli escono con empito i *vapori*, e gli *aliti* o dal raggio del Sole, o dall'ignee interne sostanze agitati, e vibrati, i quali per l'aria velocemente l'uno dopo l'altro in molta copia scorrendo formano il Vento.

Un simile effetto veggiamo farsi nelle chimiche fermentazioni. Così se gettiamo la limatura di Marte nell'acqua forte, e se mescoliamo lo spirito di solfo col sale ammoniaco, veggiamo uscire un torrente d'aria, e di vapori dal vaso. Molto più impetuoso moto si genera, mescolando sal di tartaro pesto con una quantità eguale di nitro, e dipoi tale mistura infiammando con un carbone ardente, o con un ferro infuocato, principalmente se tali materie si rinchiudano dentro di un vaso sicchè dopo che sono state infiammate siano costrette ad uscire fuori di un lungo, ed angusto collo.

Un'altra cagione universale è il Sole, il quale agitando l'aria con molta forza la discioglie, e la rende più rara, ed in tal modo la obbliga a moversi verso dove si oppone minor resistenza.

(1) *Fig.6.T.14.*

za. er avere ſotto gli occhi codeſto effetto, baſta prendere come vuole il Nievventyt [1] un fiaſco di vetro, dove non ſi contenga altro, che aria, e rinverſarlo colla gola in giù ſopra un piatto, in cui biſogna verſar dell'acqua ſino che aſcenda ſopra l'orificio del fiaſco per impedire la comunicazione dell'aria eſteriore coll'interiore. Dopo di che, ſe ſi riſcalda il vaſo, vedeſi l'aria interna rarefatta produrre un piccolo vento dolce, ch'eſce in piccole bolle fuori del vaſo.

Una terza cagione è il peſo ſteſſo dell'aria, per cui ella ſecondo le leggi dell'Idroſtatica rende ſempre ad equilibrarſi in ciaſcuna ſua parte, e ridurſi eſattamente *al livello*. Tale cauſa agiſce allora quando eſſendo ſtata dal calore del Sole, o dalle fermentazioni rarefatta una qualche porzione di aria, ceſſa poi l'azion del calore. Imperocchè allora l'aria eſterna, che fu già caricata da quella, che il Sole ha diſſipato, eſſendo reſa più grave tende verſo quegli ſpazj dove non più ritrova equilibrio, ed in tal modo ſcorrendo produce il vento. In tal modo veggiamo entrar con empito l'aria eſterna nel recipiente della macchina dopo che fu lo ſteſſo recipiente dell'aria eſterna vuotato.

Il soverchio raffreddamento ancora può eſſere cagione di vento. Imperocchè può egli molto riſtrignere, e condenſare una porzione di aria, ed in tal modo dar occaſione a quella, che la circonda di ſpanderſi, e dilatarſi.

Un'altra cauſa de'Venti ſoſpetta il Signor Mariotte eſſere le vicende delle elevazioni della Luna nel ſuo Apogeo, e delle ſue diſcendenze nel Perigeo, oſſervando che per lo più ſpiri un vento di Nord alla nuova Luna, che paſſa all'Eſt in tre, o quattro giorni, indi al Sud, ed indi all'Oveſt, e ſi rimetta al Nord alla Luna piena; da dove ripaſſa ſucceſſivamente verſo l'Eſt, e il Sud, e l'Oveſt per ritornare al Nord nella nuova Luna.

Dei venti variabili. Cap. II.

I Venti variabili, come abbiamo detto, ſono quelli, che irregolarmente, o almeno con una legge a noi ſconoſciuta ſpirano.

Ciò che di tali venti principalmente ſi oſſerva è, che in ogni terra, ed in ogni mare ſpirano, ma in ogni regione diverſi, ora in un tempo, ora in un'altro, ora molto, ed ora poco durevoli, altri dal mare, altri da'monti, ed altri dalle nubi uſcendo, altri ſpirando dal baſſo in alto, altri per lo contrario dall'alto al

(1) *Eſiſt. di Dio L. 2 C. 8.*

al basso, ed altri orizzontalmente. Tali venti non si estendono troppo lungi, come è noto a' naviganti, che ne' nostri mari dopo piccioli tratti per l'ordinario cangiano i rombi. Lo stesso notò il Mariotte paragonando i venti, che avevano spirato a Parigi con quelli che in Polonia aveva osservato nello stesso tempo il Signor Desnojers nella città di Varsavia, e quelli, che in Edemburgo di Scozia erano stati dal Signor Gregory osservati, trovando che i venti di Parigi da quelli di Edemburgo erano diversi l'ottava parte della bussola, e quelli di Varsavia loro erano opposti.

Ne ascendono questi a troppa altezza. Così notò Aristotele[1] non essere mai arrivati i venti, sulle cime del monte Olimpo, e lo stesso notarono i viaggiatori de' monti del Perù, e David Frelichio dei monti Carpazj.

Così parimente il loro movimento di rado è uniforme, ed ora maggiore, ora minore; e così la loro forza, onde ora dolci, e soavi spirano, ora impetuosi, e rapidi, ponendo tutto sossopra.

Variano ancora per le loro qualità; perchè altri umidi sono, altri secchi, altri freddi, altri caldi, altri salubri, ed altri insalubri ec.

I quali fenomeni facilmente si intendono, se si considera essere tali venti un' aggregato di *aliti*, e di vapori, o dal calore del Sole, o dalle loro fermentazioni esaltati, i quali escono con empito o dalla terra, o dal mare, o dalle nubi, dove stanno sublimati, come veggiamo uscire le particelle aquee-ignee dalli lunghi colli delle Eolipile. Per questo in ogni luogo spirar tali venti veggiamo, perchè in ogni luogo si fermentano tali spiriti; ma sono in ogni luogo diversi, perchè diversi sono i spiriti, che si fermentano, e diverse le loro fermentazioni. Ed ora più, ora meno durano secondo la copia de' minerali, ed or dal mare, or dalla terra, or dai monti secondo che ora in questi, ora in quelli tali spiriti dal calor agitati si sviluppano, e si vibrano. Quando spirano dal mare, la direzione del vento è dal basso all' alto. Quando da' monti dall' alto al basso, e talvolta orizzontalmente. Tali venti non si estendono troppo lungi, perch' è limitata l' Atmosfera delle fermentazioni, e per la stessa ragione non ascendono a grande altezza. Il loro moto di rado è uniforme, ed equabile, parte perchè non equabilmente si sviluppano i spiriti nel fermentarsi, e parte perchè l' onde dell' aria dai diversi ostacoli, in cui s' incontrano, sono alterate, e rotte, coma veggiamo farsi delle correnti di um

[1] *Met. L.* 2.

un fiume, che dai sassi, e dalle rive diversamente poste, nelle quali s' incontrano, vengono di tratto in tratto impedite, ed obbligate a girare circolarmente. E come i spiriti minerali principalmente nelle loro copiose fermentazioni, non si lanciano, che interrottamente, e per intervalli, per questo interrotti tali venti spirano, e per ripresa principalmente quando sono dei più forti.

Per la forza, con cui si muovono, ella dipende dalla quantità dell' aria, che si muove, e dalla velocità con cui si muove. Per ridurla a calcolo osserva il Mariotta quanto peso è capace d' inalzare la corrente d' aria urtando in una tavoletta di determinata superficie. Ed essendo la forza viva de' corpi come la massa nel quadrato della velocità, se si determina la velocità del vento, e la superficie dell' ostacolo, contra cui urta, si conoscerà ancora qual peso egli sia capace d' inalzare, cioè a dire quanta sia la sua forza. E' notabile che il più rapido vento non arriva a percorrere 32. piedi in un secondo, come lo stesso autore esperimenta, gettando una piuma, o altro corpo per l' aria, allorachè spira il vento.

Quanto alle diverse loro qualità nota il dottissimo du Hamel contrarre i venti quella natura, che conviene alla materia, di cui sono composti, ed al luogo, per cui essi passando diverse affezioni acquistano. Perciò siccome il vento fuori dell' Eolipile spinto sparge un odore grato, e molesto secondo la natura del liquore, che vi sta rinchiuso, e come l' aria fuori di un lungo tubo coperto di neve, e ghiaccio uscita si sente fredda, così la qualità de' venti, e dalle parti, che li compongono, e da' luoghi, per li quali passano, hanno l' origine. Per questo il vento d' Oriente, che alla Grecia secondo Aristotele è caldo, alla Francia, Inghilterra, ed Olanda è freddo, perchè passa per i luoghi nevosi della Germania, e della Polonia. Nell' Italia per l' ordinario è umido, perchè passa per l' Adriatico. Nell' India occidentale è freddo, ma nell' Arabia, ed Affrica scorrendo per arene infuocate è caldo. Il Nord è freddo, e secco riguardo a noi forse perchè è un aggregato di altri dalle montagne nevose spiranti. Ma il Sud è umido, e caldo, perchè egli è ripieno dei vapori del mare, dal qual spira. Per lo contrario il Nord è per Costantinopoli piovoso, spirando dal mare, e il Sud nell' Affrica è secco.

Dagli altri de' quali costano, nasce parimente, che altri sieno salubri, ed altri nocivi, intorno alle quali cose molte notizie possono aversi o da Bacone di Verulamio nella Storia de' venti, o dal Varenio nella sua Geografia, e da altri molti.

Del

Del Turbine. Cap. III.

IL *Turbine*, detto ancor da noi *Bifcabova*, da'Greci chiamavasi *Typhon*, e da Anassagora, a dagli Stoici *Prester* quasi *vento di fuoco*. Plinio nel Libro 2. in tal maniera lo descrive. *Sin vero depresso sinu arctius rotati effregerint nubem sine igne, hoc est sine fulmine, verticem faciunt, qui Typhon vocatur, id est vibratus Ecnephias. Defert hic secum aliquid abreptum è nube gelida convolvens, versansque, & ruinam suam illo pondere aggravans, & locum ex loco mutans rapida vertigine. Præcipua navigantium pestis non antennas modo, verum ipsa navigia contorta frangens*. Ma se gli spiriti troppo compressi, ed imprigionati rompano la nube, non atta a produrre il fulmine, fanno un Vortice, che dicesi il *Tifone*, ovvero il nembo vibrato. Egli trae seco una massa della gelata nube, e la rigira, e volve, aumentando con quel peso le sue ruine, e girando con rapido turbine. Eccidio principale de' naviganti, da cui non solo le antenne, ma le navi stessa rapite in giro si fraagono.

Per esporlo sotto gli occhi noi ci serviremo della figura stessa, di cui si è servito il Moataari, [1] cioè di quella, che è rappresentata da Giovanni Majova Inglese, che di tal vento accuratamente ne parla. Tutto il contenuto del Turbine, che dal detto Autor fu osservato, è a guisa di un cilindro tra gli due estremi [2] GG, e II, nel centro di cui vedesi a guisa di nuvola più oscura il tubo piramidale FF, EE, sotto a cui si vede l' acque del mare elevarsi a guisa di un monticello AA or più, or meno acuto. La parte CC, che è segnata in forma piramidale, e sembra andarsi ad unire verso EE, al tubo di mezzo, esprime il moto dell' acque, che mediante la forza del turbine si levano in alto dalla base, e si veggono in ispecie di nebbia salire in alto, e particolarmente si vanno staccando dalla massa maggiore, o sia monticello d' acqua, che sorge nel mezzo. Il tubo di mezzo diventa assai denso, ed oscuro, ed ha l' origine dalla nuvola superiore, e sembra a principio quasi fumo, e lascia qualche spazio tra la sua estremità inferiore, e l' acqua, che sotto di lui s' innalza, ma dopo breve tempo si riempie così bene di vapori, o sia di particole d' acqua, che d' ogni intorno verso di lui non senza orrendo mormorio concorrono, che ne divien totalmente denso, ed oscuro, dopo di che vedesi spezzare il tubo, e cadere a basso precipitosamente le acque.

Tal vento non altronde si può stabilire che nasca, che dalla immensa

[1] *Forza d' Eolo*. [2] *Fig. 7. Tav. 14.*

mensa copia de' minerali, de' quali la nube DD è riempiuta. Nell' atto di cui questi si fermentano, e si sviluppano, sono essi parte dalla resistenza delle parti più crasse, che compongono la nube, parte da quella che l' uno coll' altro si fanno, obbligati a deviare continuamente dalla retta, per cui si lanciano, e sono costretti a moversi velocemente in giro, nel qual moto squarciando la nube in FF, escono affollati, e sempre vorticosamente girando formano la Piramide FF, EE, da cui continuamente per la loro forza centrifuga allontanandosi, si spandono per tutto il il cilindro GG, & II. In tal modo tutta l'aria che riempie tutto il cilindro, essendo con somma velocità circolarmente rapita, formasi un rapidissimo e violentissimo vortice, come veggiamo farsi nell' acque de' torrenti, benchè con assai minore velocità, allora che cadendo a precipizio dai monti s' incontrano in duri sassi, e rive, che resistono al loro movimento. Se cotesto Vortice si divida con il pensiero in tanti piani circolari, e paralleli all' orizzonte, è facile il conoscere, come in ciascun circolo girando rapidamente gli spiriti, e con essi l' aria, deggiono per la loro forza centrifuga abbandonare il centro, ed alla circonferenza portarsi; onde seguita dover restar vuoti di tali materie gli spazj che stanno al centro vicini; come veggiamo negli stessi Vortici aquei. Ed in tal modo la concavità della Piramide EE, & FF è tutta vacua; la qual vacuità in FF è più ampia, dove è vicina alla nube, e in conseguenza dove sono gli spiriti più affollati, e la forza centrifuga è maggiore; ma piucchè si allontana dalla nube più si va ristrignendo, perchè gli spiriti sono in minor quantità, e perciò è minor la forza centrifuga. Fatto tale spazio vacuo resta allora obbligato il mare, che gli sta sotto, ad ascendere per lo peso dell' Atmosfera, come per le leggi dell' Idrostatica veggiamo ascendere dentro i canali vuoti l' acqua, e il mercurio; il che si fa fino all' altezza di 32. piedi; nè cessa egli di star sospeso finochè dura il rapido vorticoso moto de' spiriti, cessando il quale egli col proprio peso trabocca, una grande quantità d' acque versando con gran pericolo de' naviganti.

Quanta sia la forza di elevazione di questo Vento può facilmente computarsi, quando si determini il diametro della sua Tromba elevattice. Quando non vi siano per esempio che 6. piedi di diametro, agirà allora una forza capace di elevare un cilindro d' acqua, la cui altezza è 32. piedi, e il cui diametro è di piedi 6. la quale, come computa il Montanari, [1] equivale a 83. mila libre di peso. Ma se il diametro è di 92. piedi, come talvolta se ne osservano,

[1] *L. c.*

no, la forza elevatrice farà di 8500000 libre, alla cui enorme forza non è da maravigliarsi, che non possano resistere le più grosse, e pesanti navi.

Una specie di Turbine è quello, che chiamano il *Vento dell' Occhio di Bue*. Di questi se ne veggono spesso nel mar' etiopico, l' empito de' quali con molta loro ruina furono i primi a provare i Portughesi l' anno 1500, e li chiamano nella loro lingua *Travados*, come nota il Kirker. Spesso ancora se ne veggono al Promontorio di Bona-speranza. Imperocchè evvi non lungi dal lido un' alto monte, la cui sommità si distende in un' ampia pianura. Essendo il Cielo sereno, e placido il mare, scorgesi di tempo in tempo sovra cotesta pianura star una picciola Nube, che per la somiglianza chiamasi da' Naviganti *Occhio di Bue*. Questa all' improviso si stende, e copre tutto il monte; il che fatto, esce da quella una procella sì grande, ed un così impetuoso vento, che meschia, e confonde il mare, ed apporta sommo pericolo a' Naviganti.

Un' altra specie è il *Vento di fuoco*, o il *Vento avvelenato*, il quale principalmente nell' Arabia, e nell' Etiopia dopo l' estivo solstizio si vede. Sorge prima una densa, ed atra nube mista di lampi, dal cui seno esce un fortissimo vento detto dagli abitatori *Samiel*, cioè Vento avvelenato, da cui escono di continuo agitate faville, che soffocano, se talun le respira. Allora che tal vento s' infiamma un diluvio di rossa arena s' innalza, la quale cadendo opprime talvolta, ed uccide quantità di peregrini, che per tali regioni viaggiano raccolti in schiere, che dagli Arabi si dicono *Caravane*.

Di alcuni Venti Periodici. Cap. IV.

TRa i venti Periodici, o Anniversarj, celebri sono quelli che da' Greci furono chiamati l' *Etesie*, e le *Ornitie*.

L' Etesie spirano per la Macedonia, la Grecia, l' Egitto, ed altre vicine regioni. Incominciano secondo Plinio adì 15. di Luglio, e durano fino a Settembre. Spirano dal Settentrione, incominciando nella terza ora del giorno, e la notte quasi cessando.

L' origine di tali venti hanno alcuni attribuito agl' influssi della Canicola. Ma con più ragione Aristotele [1] la prende dalle nevi, che in quel tempo ne' monti Settentrionali sono liquefatte dal Sole; alla cui opinione, sebbene con poco forti ragioni

[1] Met. L. 2

gioni si oppone Seneca [1], si conforma però il Varenio [2], e il Kirker [3].

Le Ornitie spirano nella Grecia dall' Austro settanta giorni dopo l' equinozio di Primavera, secondo Aristotele [4], con minor vigore dell' Etesie, e durano fino all' estivo solstizio, sebbene con qualche interruzione.

Varenio [5] trae la loro origine dalle nevi, che in quel tempo il Sole scioglie ne' monti della Luna, che sono nel Regno di Monomotapa.

Simili venti spirano in molti tratti del mare, altri per più tempo, altri per meno durevoli, de' quali il suddetto Autore ragiona.

Di tal sorta sono parimente quelli, che in determinate ore del giorno spirano, altri dalle terre mediterranee verso il mare, altri dal mare verso le suddette terre. Tal è il Sud, che generalmente ne' luoghi nostri marittimi domina in tempo di state, il quale incomincia una o due ore dopo il mezzo giorno, il che nasce parte dalla rarefazione dell' aria, che cagiona il fervido raggio del Sole, parte dallo riscaldamento dell' acque marine, le quali insieme coll' aria dissipate spirano, e verso di noi si portano, nè cessano di spirare, se non cessa sopra di esse l' azione del Sole. Tal è il Nord-ovest, che domina in Francia nel principio di Aprile, il quale probabilmente altro non è che un vento composto da un Nord, che allora nasce per la liquefazione delle nevi settentrionali, e dall' Ovest perpetuo, che spira di qua dai Tropici, ed allora per l' accesso del Sole all' equatore è rinforzato.

Del Vento perpetuo di Oriente, che soffia tra i Tropici. Cap V.

QUelli, che navigano sotto la Linea equinoziale, esperimentano un continuo vento, che dall' oriente in occidente equabilmente spira, e si distende fino alla latitudine di venti gradi in circa di qua, e di là dell' equatore. Spira tal vento costante in quella parte principalmente del Mar Pacifico, che sta dentro i Tropici, sicchè quelli, che dalla *nuova Spagna* all' *Isole Filippine* dirigono il corso, lo hanno sempre in poppa, e senza cangiar di vela terminano il loro viaggio in sessanta giorni. Lo stesso esperimentano quelli, che nel Mar' Etiopico si portano al Brasile, non mancando mai ad essi tal vento, per la cui rapi-

I 11 dità

(1) *Quest. Nat. L.* 5 (2) *Geog. L.* 1. (3) *Mund. Sott. L.* 4 (4) *L. c.* (5) *L. c.*

dità nello ſpazio al più di ſedici giorni arrivano dal Promontorio di *Buona-ſperanza* all' Iſola di S. Elena, diſtante 350. miglia.

Credono i Copernicani, tra' quali il Galileo nel Siſtema del Mondo, non altronde tal vento avere l' origine, che dal moto diurno della terra intorno il ſuo aſſe. Eſſere ciò facile coſa da conoſcerſi, ſe ſi concepiſcano nella sfera terreſtre diverſi circoli all' equator paralleli, i quali girando tutti nel medeſimo tempo, è coſa evidente, che quelli, che abitano ſulla circonferenza di queſti circoli, gireranno tutti con diverſa velocità, e la maſſima ſarà di quelli, che abitano ſotto l' equatore, la quale andrà ſempre degradando ſino che al Polo diventa nulla. In tal modo eſſendo maggiore la reſiſtenza, che incontra un mobile, che ſi muove in un fluido, quando è maggiore la velocità, con cui egli ſi muove; ſeguita ancora che quelli, che abitano ſotto l' equatore terreſtre, maggior reſiſtenza incontreranno nell' aria di quelli, che abitano vicino ai Poli, la quale andrà ſempre diminuendoſi finochè diventerà nulla ai Poli. E come quello, che velocemente corre a cavallo per la reſiſtenza, che incontra nell' aria, ſente un rapido vento, che gli da nel petto; così quelli che ſtanno ſull' equatore girando velocemente dall' occidente all' oriente ſentiranno un continuo vento ſpirar loro in contrario, cioè dall' oriente all' occidente, il quale ſarà maſſimamente ſenſibile ſotto la Linea, e andrà ſempre degradando ſino che diventa inſenſibile verſo venti gradi di latitudine, e ſarà continuo, ed equabile, perchè continuo, ed equabile è il moto, con cui ſi gira la terra. Perchè poi obiettano alcuni, che dato ancora il moto diurno, non dee ſentirſi alcuna reſiſtenza di aria, eſſendochè l' aria nello ſteſſo modo colla terra ſi muove, e gira ancor eſſa nello ſpazio di ventiquattr' ore, a queſto riſpondono, ch' eſſendo l' aria un fluido dalla terra diviſo, eſſa non del tutto ſeconda i moti terreſtri; e che quando ancora li ſecondaſſe, è a tante agitazioni, e tanti moti ſoggetta, che non può principalmente ſotto l' equatore non farne qualche ſenſibile reſiſtenza, e farci ſentire il vento dalle piagge di oriente. Ciò che i Copernicani prendono dal moto della terra, lo prendono i Tolemaici, tra' quali il Riccioli, [1] dal movimento dal primo mobile.

Non è però da mettere in dubbio, come ora penſano i Fiſici più accurati, che, ſe non la ſola, almeno la principale cauſa di tale fenomeno ſia l' azione del Sole, dai cui fervidi raggi ſollevate le parti dell' aria, e dell' acqua a lui ſottopoſte ſi ſpandano, e ſi dilatino

(1) *Almag. Nov. L. 9.*

tino là dove le porta il moto del suo movente. Lo stesso veggiamo accadere, se sopra di un vaso d' acqua lentamente muoviamo un ferro insuocato; imperocchè una aura tenue veggiamo tosto nascere, la quale spira secondo il moto del ferro, come si conosce da qualche piuma, o altro leggiero corpo, che si sospenda. Ciò maggiormente si conferma dall' osservazione, per cui discopriamo anche ne' nostri mari, allora quando sono affatto liberi dagli altri venti, spirare tal' aura, e seguitare il moto del Sole.

Ma perchè non può di continuo portarsi l' aria all' occidente senz' aumentare e la massa, e il peso di quelle regioni d' aria, nelle quali si porta, sarà ancor necessario, per le leggi dell' Idrostatica, che l' aria occidentale per lo soverchio peso refluisca, e quasi circolarmente ritorni, restituendosi in tal modo alle regioni, ch' ella aveva lasciato; ciò che si conferma dalla sperienza per cui si vede, che come dentro i Tropici spira un perpetuo vento dall' oriente all' occidente; così fuor de' Tropici spira un vento contrario, che di continuo dall' occidente all' oriente si porta. Tal vento è avvalorato dalle montagne dell' America, dalle quali spirano perpetui venti verso occidente, o sia per le loro frequenti fermentazioni, o perchè di continuo si riflettono in esse i venti orientali.

E perchè la massima rarefazione dell' aria è sotto la Linea, dove due volte all' anno il Sole è perpendicolare, e da cui meno si allontana nel suo annuo corso di quello, che da qualunque altro parallelo posto dentro dei Tropici, sarà ancor necessario, che l' aria dell' uno, e dell' altro Tropico ritrovando verso la Linea minor resistenza, colla sua elastica forza si dilati, e si porti verso di essa, il che dovrà far di continuo, essendo continua la rarefazione, che cagiona il Sole. Ed in tal modo dovranno prodursi due altri perpetui venti. Imperocchè tendendo l' aria del Tropico meridionale verso di settentrione con un perpetuo *Sud*, e nello stesso tempo essendo portata verso dell' occidente da un perpetuo *Est*; da queste due direzioni dovrassi comporre una direzione media, e dovrassi avere un perpetuo *Sud-est*. E per la stessa ragione tendendo sempre l' aria dal Tropico settentrionale verso il mezzogiorno con un perpetuo *Nord*, e nello stesso tempo essendo portata verso occidente da un perpetuo *Est*, dovrassi avere un vento perpetuo *Nord-est* dalle due suddette direzioni composto.

I quali due venti di fatto si sentirebbono sempre per tutta la zona torrida, se non fossero alterati principalmente dalle fermentaziorazioni, che continuamente nella terra si fanno, il che fa ch'essi non soffiano regolarmente se non ne' mari, e nelle terre soffrono una infinità di variazioni.

Osserva il dottissimo Halleyo nella sua celebre Storia [1] de' venti ch'essendo sulle costiere dell'Affrica subito che i naviganti hanno passato l'Isole Canarie non manca loro un *Nordest* verso la latitudine Boreale di 28 gradi. Questo accompagna quei che vanno al mezzo giorno fino a' 10 gradi di latitudine, e fino alla distanza di 100 miglia in circa dalla Guinea, dove regna una nojosa *Calma*, che fino a 4 gradi incirca di latitudine si estende, cagionata forse dall'ostacolo continuo, che fanno i monti al vento d'oriente. Per quelli poi, che vanno all'Isole Antille, il Nordest fa molti cangiamenti, diventando talvolta un vero *Est*, talvolta un *Est-quart de Sudest*, e talvolta piegando uno o due punti verso il Nord. Il che è verisimile, che non altronde nasca che da ciò, che a misura che il Nord, di cui il Nordest è composto, si avvicina alla Linea, sempre più s'indebolisce dall'opposto *Sud* fino che diventa affatto impercettibile; e perciò svanisce affatto il *Nordest*, nè fassi sentire altro che l'*Est*, i quali venti sempre più verso l'occidente si perdono per le montagne dell'America, che fanno ostacolo.

La diversità delle Stagioni apporta ancora qualche piccolo cangiamento a tali venti; perchè quando il Sole è verso il settentrione assai lontano dall'equatore, i venti di *Sudest* cangiano tra il Brasile, e la Guinea, e piegano verso il mezzo giorno, e i venti di *Nordest* divengono un poco più orientali. Per lo contrario quando il Sole è al Tropico del Capricorno, e i venti di *Sudest* diventano più orientali, e quei di Nordest pendono verso settentrione. Il che è verisimile che non altronde nascere, che dalla diversa azione del Sole, con cui egli rarefà l'aria. Imperocchè allora ch'egli è nel Tropico del Cancro riscaldando assai l'aria, non più tende questa come faceva verso l'equator col suo peso; ed a tal modo indebolita la tendenza del *Nord*, viene alterato ancora il vento composto *Nordest*, e piega verso l'*Est*. Per la stessa ragione, essendo allora l'inverno per quelli che abitano sotto il Tropico del Capricorno, l'aria, che allora è più condensata, tenderà con maggior forza verso la Linea; e perciò crescerà la tendenza del *Sud*; ed in conseguenza diventerà il *Sudest* un poco più meridionale di quello che era prima.

[1] *Atti d'Inghilterra 1686.*

SEZIONE TERZA.

Delle Meteore Ignite.

ALle *Meteore Ignite* riduconsi tutti quei fenomeni, che dalle infiammazioni de' Corpi, che si fanno nell' Atmosfera, dipendono, quali sono il *Lampo*, il *Tuono*, il *Fulmine*, i *Fuochi fatui*, ed altri molti, de' quali ora diremo; e prima

Del Lampo, del Tuono, e del Fulmine Cap. I.

IN quella guisa, che dai *Vapori*, che nell' aria sono stati dal Sole esaltati, formansi, come abbiamo detto, le *Meteore acquose*, così dagli *Spiriti infiammabili*, quali sono i *sulfurei*, e *nitrosi* non dubitano i Filosofi, che abbiano l' origine quante si voglia *Meteore Ignite*, che si veggono in Cielo. Come il servigio raggio del Sole agisce continuamente sull' acque, ed esalta i vapori; così agisce ancora sulle miniere terrestri, ed esalta ogni sorta di spiriti, che colà si contengono, tra i quali sono gl' *infiammabili*, che sono il fonte di tutti codesti fenomeni.

Fino che tali spiriti stanno per l' aria dispersi, e vanno liberamente vagando uno dall' altro disciolti, non si veggono certamente produrre alcun sensibile effetto. Ma se o per la loro copia, o per qualche rapido vento si ammassino, ed insieme cogli altri altri a formar le nubi concorrano, allora può farsi, che per l' urto continuato di altri corpi eterogenei sieno in diverse maniere spezzati, e rotti, ed in tal modo si sviluppi da essi la materia ignita nelle loro celle rinchiusa, da cui sieno con un rapidissimo moto vibrati, e vorticosamente rapiti, sicchè forza di *calore*, e di *luce* acquistino, ed insinedivengano *fiamma*. Allora se sono in poca copia, o sono dentro una rara nube, che faccia poca resistenza alle loro evoluzioni, sicchè possano liberamente spandersi in ogni parte, un semplice splendor noi veggiamo rapido, e fugace, il quale ferisce gli occhi per la velocità, e vivacità della luce, ma senza alcun sensibile strepito, come quando una poca polvere da fuoco in aperto campo s' infiamma, e tale splendore noi lo diciamo il *Lampo*. Ma se maggiore è la copia degli spiriti ignei, e se principalmente sono dentro di diverse nubi rinchiusi, che per la loro spessezza molto resistano alla loro espansione, allora dov' è più facile l' adito raccogliendosi tutto il loro moto, che per altro se non vi fosse stata resistenza si farebbe dissipato in giro, si vibrano

vibrano con rapidità, il che facendo con tutta la loro forza le parti dell' aria comprimono, che con le replicate, e violente loro vibrazioni eccitano poi un vaſto, e pieno rimbombo ſimile a quello, che fa la polvere da ſuoco, allora che dentro di un mortaro di guerra s' accende, il quale dicesi il *Tuono*. Tale ſtrepito principalmente ſi avvalora dalla natura delle ſteſſe parti infiammabili in quella maniera che nell' Oro fulminante ſi eſperimenta. Al che infine coſpira la cavità medeſima delle nubi, per cui ſpeſſo a cagione delle varie rifleſſioni può eſſere accreſciuto, e continuato lo ſtrepito, come accade dentro le trombe vocali, o dentro le concave valli de' Monti.

Ma ſe la copia de' medeſimi ſpiriti è ancor maggiore, e ſe nello ſteſſo tempo ſono più depurati, e dalle parti eterogenee diſciolti, ſicchè fuori dalle denſe nubi ſi vibri un'aſſai più grande, e più rapida fiamma con gran ruina, e portentoſo fragore, allora lo diciamo il *Fulmine*. Se ſi richiamano a memoria le leggi della Dinamica, e ſi conſideri, come la forza motrice de' corpi da due elementi dipende, cioè a dire e dalla maſſa, che ſi muove, e dalla velocità, con cui ſi muove, ſi può conoſcere, quanta ancora poſſa eſſere la forza dei ſpiriti fulminei.

Imperocchè quell' effetto, che fa una palla di cannone, lo potrebbe fare qualunque piccola palla, quando ella foſſe alla dovuta velocità ridotta: onde quell' effetto, per eſempio, che fa una palla di cento libre con velocità d' un grado, lo potrebbe fare una palla di una libra quando ella aveſſe una velocità di dieci gradi; potrà dunque un ſolo atomo fulmineo aver un' enorme forza, quando abbia un' enorme velocità, e molto più enorme potrà eſſere l' aggregato di tali forze corriſpondenti all' aggregato di tutti gli atomi, che la fulminea maſſa compongono.

Per le quali coſe non è difficile l' intendere, come talvolta poſſano eſſere fatti dal fulmine così violenti, e maraviglioſi effetti, onde riducanſi in polvere i corpi più duri, ne' pori de' quali egli penetra, ſi liqueſacciano i metalli, e talvolta le groſſe mura, e gli edificj ſi abbattano, come fa la polvere di ſuoco, che dentro i cunicoli, e le mine ſotterranee s' infiamma. Talvolta a guiſa di rapidiſſimo Turbine ſi gira, in cui ſe s' incontra allora una dura quercia, o altra qualunque robuſta pianta, può eſſere, come veggiamo, dalla violenta vertigine o sfibrata, o in due, e più parti diviſa, o ſe l' impeto è maggiore, ſino dalle più profonde radici divelta. Le quali coſe egli fa principalmente quando è nell' efficacia della ſua evoluzione, dopo di cui per la reſiſtenza dell' aria, e degli altri corpi, che gli ſi fanno incontro, perdendo a poco a poco

il

il vigore, e la forza quello, che in molti luoghi fece una quantità di ruine, in qualche luogo dopo molti giri, e rigiri è innocente, e non lascia per suo effetto, che il solo odore dei solfi, che lo compongono.

Onde poi nascano tanti altri così varj, e così stupendi effetti, che dei fulmini si producono, pare cosa più malagevole da intendere. Imperocchè altri, come nota Plutarco [1], si videro abbruciare le case, e le vesti degli uomini lasciando illesi i loro corpi. Altri per lo contrario, come sta registrato nelle Memorie [2] Inglesi, uccisero gli uomini lasciando intatte le loro vesti. Altri, come nota il Baile [3], hanno liquefatto il piombo nelle finestre senza offesa dei vetri, o di altre supellettili della camera. Altri hanno incenerite le mani, lasciando intatti i guanti. [4] Altri infine lasciarono intatte le viscere de' fulminati, vuotando di sangue i vasi, ed altri innumerabili effetti di tal sorta. Le quali cose sotto nome di *Antipatie*, e *Simpatie* sono state dagli antichi Filosofi ridotte, ma colla diversa disposizione, e relazione delle parti che compongono il fulmine, e di quelle che compongono i corpi, che son fulminati, non difficilmente si spiegano dai più recenti. Imperocchè essere varj gli effetti secondo i varj minerali, de' quali la fiamma fulminea è composta. Così se per esempio di pingue zolfo abbonda, non ha forza, principalmente nel fine della sua evoluzione, di offendere i densi corpi, ma solo il lino, e le paglie, e simili corpi abbrucia. Ma se spiriti nitrosi, e vitriolici in molta copia contiene, facilmente scioglie i metalli, l' argento per esempio se di spirito di nitro abbonda, come l' acqua forte, l' oro se contiene molti sali ammoniaci, come l' acqua regale, ed altri metalli secondo i loro dissolventi, ch' ella contiene. Imperocchè quanto sieno maravigliose le virtù dei minerali, de' sali, e dei zolfi, potersi conoscere nelle misture, che compongono i Chimici, e principalmente ne' Fosfori. Se si fanno tra gli altri gli sperimenti con il celebre Fosforo del Kunkelio, non si veggono che maraviglie. Imperocchè primamente ciò che gl' altri fuochi abbruciano, tale Fosforo lascia intatto, e ciò che agli altri fuochi resiste, egli abbrucia. Alcune materie, che estinguono gli altri fuochi, servono ad esso per maggiormente accenderlo, e reciprocamente quelle, che gli altri accendono, servono a questo per estinguerlo. Quando si mette vicino allo spirito di vino, lo infiamma, quando però lo tocca non lo infiamma. Egli con somma celerità si

[1] *Simp. l. 4.* [2] *Anno 1666.* [3] *Oper. var. T. 2.* [4] *Mem. Ingl. l. c.* [5] *Du Hamel Stor. Accad. l. 4.*

ta si muove all' alto, lambe i corpi duri, e penetra i rari in guisa che sebbene sono massimamente infiammabili, li lascia intatti. Se un pezzetto di questo Fosforo si frange vicino a un globo di zolfo, non lo accende, ma vicino alla polvere di zolfo l' accende. La carta nello stato suo naturale è dalle sue fiamme penetrata, e resta illesa, ma quando è tritata, o pesta, si abbrucia. Nello stesso modo passano esse per i pori di una tela nuova senza offenderla, ma se si strofigna, l' abbruciano. Tali, ed altri innumerabili effetti osservansi in tale Fosforo, da' quali viene diminuita la maraviglia, che apportano simili effetti, che si veggono farsi da' fulmini. Nè doversi dubitare, che di tutti i varj effetti del fulmine sieno cagione i solfi, i nitri, i sali volatili varj, gli spiriti acidi, ed altri minerali effluvj, che nell' Atmosfera principalmente in tempo di state esaltarsi è manifesto come tra gli altri intorno le miniere d' Inghilterra ne fanno testimonio il quinto, e sesto volume dell' Effemeridi di Francia.

Alcuni corpi sono dai fulmini incendiati, alcuni non lo sono; ciò che è verisimile non altronde nascere, come ingegnosamente osserva il P. Lozeran della Compagnia di Gesù, che dal tempo in cui sta la forza del fulmine al corpo infiammabile applicata. *La Foudre brule, & enflamme les corps inflammables, quand la matiere, dont elle est composée, sejourne assez long-tems dans les pores de ces corps pour ébranler separement, & desunir leurs parties. Mais si elle ne sejourne pas assez dans les pores de ces corps, elle ne les enflamme point, elle peut même y demeurer si peu de tems, qu' il n' y paroîtra aucun vestige de feu.* Il fulmine abbrucia, ed infiamma i corpi infiammabili, quando la materia, di cui egli è composto, soggiorna molto tempo nei pori di questi corpi per iscuotere separatamente, e disunire le loro parti. Ma s' ella non soggiorna abbastanza ne' pori di questi corpi, ella non gl' infiamma, e può ella restarvi sì poco tempo, che non vi comparisca alcun vestigio di fuoco.

E perchè quanto più sottili sono le parti, che compongono il fulmine, per questo tanto più facilmente passano a traverso de' corpi, ne' quali esse s' incontrano, nasce dalla loro sottigliezza, che talvolta non cagionano offesa. Da questo nasce, che talvolta restano uccisi dal fulmine gli Uomini senza sensibile offesa del loro corpo. Imperocchè i solfi sottili, di cui è composto il fulmine, misti forse di sali acidi, e di parti arsenicali, penetrano con somma rapidità per li pori esterni, e s' introducono nel sangue o a perturbar la sua crasi, o a impedire il suo movimento sicfìcchè apportino morte. Ma quando le parti fulminee sono più grosse, e più acri, allora abbruciano la cute, e divorano e corrompono le carni.

Tale diversa relazione di parti dee a tutti gli altri fenomeni applicarsi. Che talvolta abbiano i fulmini liquefatta una spada senza offesa della vagina, lo narra Plinio, e Seneca. Così parimente Varrone assicura, che il fulmine fondesse l'oro di Lucio Scipione in una borsa lasciando intatta la borsa. Ma di tali fatti non senza ragione dubitano molti, non essendo difficile, che il fulmine possa fondare l'oro, e non la borsa, ma essendo assai difficile, che la bosa non sia offesa dall'oro liquefatto. Così non è cosa strana, che la fiamma fulminea passi per la vagina, e liquefaccia la spada, ma che il ferro liquefatto non rompa, e sfibri la vagina è cosa assai stravagante.

Che la miniera de' fulmini non fossero altro che le nubi, dove i minerali dal calor del Sole esaltati si fermentano, e s'infiammano, non venne giammai neppure in mente di porlo in dubbio ai Filosofi. Imperocchè essere il fulmine differente solo di grado dal Lampo, e Tuono, e come è suori d'ogni dubbio, che il Lampo, e Tuono nel seno delle nubi si formino, così ancora il fulmine. Nè per altro quelli, che sono fulminati dal Cielo, *toccati dal Cielo* chiamaronsi, e non per altro scagliar Giove dall' alto i fulmini hanno inventato i Poeti. Ma che ciò non sempre si faccia, lo manifestano moltissime osservazioni, tra le quali è insigne quella, che l'eruditissimo Sig. Marchese Maffei scrisse al Sig. Vallisneri. Imperocchè essendosi egli ricoverato di passaggio in un antico tetto di Fiordinuovo in Lunigiana gli accade di vedere in una stanza non già entrat d'altronde, e scorrere precipitosa, ma avvampar d'improvviso nel mezzo d'essa, una massa di fuoco, e dopo d'essere stata ferma alcuni istanti indi prender corso, e sublimarsi, facendo cadere alcuni pezzi della volta, e trapassando alle stanze superiori. Onde dedusse il suddetto Autore essersi là sul basso terreno formato codesto fulmine.

Lo che si stabilisce maggiormente con ciò che afferma il Sig. Baile [1] essersi qualche volta veduti negli appartamenti dei globi di fuoco, che avevano prima un movimento retto, e molto tardo sul pavimento, e talvolta ancora comparivano immobili, dopo di che s'infiammarono, e qua e là con sommo fragore, e ruina si sparsero. E ciò parimente dalla Storia dell'Accademia delle Scienze nel 1704, dove descrivesi il fulmine, che scoppiò in Govesnon Città lontana una lega, e mezza da Brest. Dalle quali cose si conosce

K 2 non

[1] *Fis.p.* 2.

non formarsi sempre nell'alte nubi i fulmini, ed alcuni se non forse la maggior parte scoppiare dal basso non lungi dalla congerie degli effluvj sulfurei, che agitati dal calore sfumano, e si esalano. Per questo vicino ai Vulcani spesso i fulmini scoppiano, e per questo, come osserva il sovralodato Maffei, sonovi alcuni luoghi particolari assai più degli altri sottoposti a saette, nel qual numero era lo stesso palagio, in cui egli s'era ricoverato.

Sonovi molti Autori, che de' *Cunei Ceraunj*, ovvero *Fulminarj* fanno menzione, i quali nello scoppiare del fulmine cadono in terra. Fu il primo, che di ciò ne diede testimonio Avicenna [1], ed averne veduto uno in Corduba afferma, il cui odore era di solfo. Così il Fromondo [2] narra essere leggeri, e simillissimi a quelle pomici aduste, che talvolta dall'Etna, o dal Vesuvio son vomitate. Ma il P. Cabeo [3] afferma essere durissimi, e di ferrea natura, uno de' quali dice il P. Scoto [4] conservarsene nella Città di Erbipoli. [5] Gassendo ancora descrive una lunga Storia d'una pietra, che fu creduta un fulmine, il cui peso era 38 libre di Parigi di gravità specifica maggiore del marmo, e di color di metallo. Sospettano però i Fisici più accurati di coteste asserzioni, le quali pare non altronde aver avuto l'origine, che da una falsa persuasione fissa nell'animo di alcuni appresso il volgo autorevoli, i quali non potendo essere persuasi, che da una fiamma fluida possano prodursi effetti così stupendi e violenti, quali sono quelli, che veggiamo farsi dai fulmini, giudicarono essere necessario, che si vibrasse qualche solido, e duro globo per distruggere, ed abbattere i corpi, come sono le palle di ferro dalla polvere pirla fuori dei Cannoni vibrare. Il qual'errore facilmente si toglie, se si considera che tutta la forza, ch'è nella palla di ferro, non altronde che dalla fiamma della polvere pirla proviene, dal cui elaterio si rompono talvolta i più grossi mortari di guerra, e restano le più grosse mura abbattute. Non che non si possa, come nota il diligentissimo Rohault [6], formarsi qualche dura pietra nell'aria allora che scoppia il fulmine, veggendo per l'esperienza, come il solfo, e il sal nitro mescolati con la materia limosa, che depone l'acqua piovana in un vaso, se sono riscaldati dal fuoco, in un momento s'indurano, e s'impietriscono. Ma se ciò accadesse, non è verisimile, che nelle Città più spaziose non abbiano i più curiosi osservatori della Natura potuto giammai ritrovare ne' luoghi dal fulmine percossi alcuna di queste Pietre, e solo le ritrovino altri in mano di semplici, e troppo creduli.

A N-

(1) *Averroe lib.* 2. *Met.* (2) *Met. l.* 2. (3) *Met. l.* 3. (4) *Magia.* (5) *Diog. Laer. l.* 10. (6) *Fis. P.* 2.

ANNOTAZIONE.

Si confermano le sopraddette dottrine colle sperienze del Signor Lemery, che stanno registrate nelle Memorie dell' Accademia Reale delle Scienze del 1700. Imperocchè avendo egli primamente impastata coll'acqua una massa di parti eguali di solfo polverizzato, e di limatura di ferro, e lasciatala in digestione senza fuoco due, o tre ore, si vide prima nascere una forte fermentazione, ed un gonfiamento con calore considerabile, e farsi dapoi alcune crepature in più parti, per le quali uscirono aliti puramente caldi, quando la materia non era che in poca quantità, ma che si cangiavano in fiamme, quando la materia era di trenta, o quaranta libre. Avendo in secondo luogo posta insieme la stessa limatura di ferro col zolfo in differenti proporzioni, ed avendo in lunghi e stretti vasi collocata tale mistione, e bene compressa, si videro le stesse fermentazioni. Poste in terzo luogo in tempo di state cinquanta libre della stessa mistione dentro un gran vaso, e messo il vaso sotterra alla profondità di un piede incirca, dopo otto, o nove ore incominciò la terra a gonfiarsi, e scaldarsi ed infine aprirsi, dopo di che uscirono aliti caldi, ed indi fiamme, e levato in fine il vaso dalla terra altro non vi si ritrovò, che una polvere nera, e pesante, ch'era la limatura di ferro del suo zolfo spogliata.

Da tali, ed altre molte sperienze, ch'egli fece, non dubita il lodato Autore, che debba dedursi l'origine di quasi tutti i fenomeni ignei, che o nella Terra, o nell'Aria si osservano. Così le infiammazioni che nel Vesuvio, o nell'Etna si veggono, non in altra forma può credersi, che si facciano. Il che tanto più si conferma, perchè dopo che sono finite le fiamme, trovasi molto zolfo sulla superficie della Terra; e nelle crepature, per dove il fuoco è passato, vedesi una polvere nera simile a quella, che nella terza sperienza si ritrovò nel vaso. Così i *Terremoti* formarsi, nè da altro cagionarsi, che da un'alito nella fermentazione de'zolfi eccitato, che diviene un rapido vento, che si fa passaggio con forza per dove può, e per la resistenza che trova scuote le terre per dove passa. Se tal vento sulfureo sta lungo tempo rinchiuso senza poter uscire, fa orribili, e lunghi scuotimenti fino che si discioglie e svapora, ma se trova aperture facili, vibrasi con molto empito, e forma una specie di *Turbine*, da cui sono divelti gli alberi, e gli edificj, quando è sulla Terra, o sono innalzate, e arruotate l'acque, quando è sul Mare. Anche l'*acque Minerali calde* da tali punprincipj prendono il loro calore riempiendosi di zolfi nelle miniere, per le quali passano; il che si conferma colla sperienza, per cui si vede deporsi da esse in abbondanza il zolfo, allora che sono in quiete.

Quando il zolfo assottigliato si sublima nell'aria, può fare il Lampo, il Tuono, ed il Fulmine. Quando tale materia si fermenta, ella s'infiamma, e per la copia maggiore, o minore si fa che ora un semplice Lampo, ora il Tuono, ora il Fulmine si produca. Egli è però credibile, che il Nitro sottile, ch'è sempre sparso nell'aria, si leghi al zolfo fulmineo, ed accresca la forza del suo movimento in quella maniera che il Salpetra mescolato col zolfo comune cagiona un effetto assai più violento. Ma perchè potrebbe parer difficile, che possano tali materie accendersi dentro le Nubi, che la maggior parte sono di acqua composte, vuole il suddetto Autore, che si osservi, non essere il zolfo impedito dall'acqua ad accendersi, come si vede nella Canfora, ed altre materie esaltatissime sulfuree.

Delle Stelle striscianti, Faci, Fuochi fatui, Aurore Boreali, e Lume Zodiacale. Cap. II.

COme le materie infiammabili più pure, e più sublimate producono Lampi, e Tuoni, e Fulmini, così quelle, che sono più crasse, e pingui, e per l'ordinario nella bassa regione sparse, producono molte altre Meteore ignite, delle quali ora diremo.

Di tal numero sono quelle infiammazioni, che spesso in tempo di notte principalmente nelle stagioni calde si veggono, dette *Stelle striscianti*; nè sono queste altro che una piccola massa viscosa, e pingue, che il Sole sublimò da Terra, ma per la sua grassezza non troppo alto è salita, la quale mista di qualche spirito salino, che la fermenta, s'infiamma, e nell'infiammarsi ci comparisce a guisa di una *Stella, che scorre*, seguendo la vena dell'altro, che la nutre, dopo di che si dilegua talvolta con qualche sensibile fischio.

Tali sono parimente quelle picciole fiamme, che da umore oleoso prodotte si veggono ardere talvolta per qualche tempo fino ch'è sciolta la materia, di cui si formano, le quali per essere simili alla fiamma d'una face si dicono *Faci*, o *Lampade*.

Secondo la diversa maniera, con cui si dispongono tali materie infiammabili, e tra di loro si accozzano, diverse *Meteore*, e di figure diverse si formano, onde ora a guisa di *Travi di Fuoco* paralralleli all' orizzonte, quale fu quello osservato dal Gassendo in Aix, e nello stesso tempo per tutta la Guascogna veduto nel 1637. ora a guisa di *Colonne ardenti*, come principalmente sta registrato nelle Miscellanee di Berlino, ora infine a guisa di *Piramidi*, or a guisa di *Scudi*, de' quali Seneca, e Plinio.

Talvolta veggonsi molte fiamme per vasto tratto sparse, simili a quelle, che negli incendj delle paglie ne' campi stese si veggono, e diconsi perciò *Paglie ardenti*, la qual Meteora fu tra gli altri in Olanda veduta l'anno 1721. al primo di Marzo quasi per mezz' ora.

Che se talvolta compariscono Fiamme gonfie nel mezzo, e nell' estremità alquanto gracili, diconsi allora *Draghi di Fuoco*. Ma se a guisa di globi, intorno cui pendono le fiamme simili ai fiocchi di lana, i quali globi vanno di quà, e di là disordinatamente saltando, diconsi allora *Capre saltanti*.

Di tal genere ancora sono quei fuochi, che spesso di notte si veggono starsi accesi sopra i paludi, e cimiterj, di fulgor tenue, e pallido, e simile a quello, che hanno le lucciole e i legni putridi. Sono questi composti di quei solfi pingui e crassi, che dai suddetti luoghi non troppo alti da terra si elevano, i quali si cangiano in fiamma tenue, e di poca forza, che dura fino che è sciolta, e dissipata la grossa materia, di cui sono formati. Essi per la loro leggerezza qualunque moto dell' aria secondano, ed ora in una parte, ora in un' altra si muovono; fuggono da chi li insegue, ed inseguono chi li sugge, detti perciò *Fuochi Fatui*.

Una specie di tali fuochi sono quelli, che talvolta si veggono sovrastar alle navi, e seguire il loro corso, o si formino dalla pece, e resina delle corde dal vento agitate, o si formino dalle parti disperse per l'aria. Se uno ne appariva, gli antichi lo chiamavano il *Fuoco d'Elena*; se due, di *Castore*, *e Polluce*. Ora diconsi i *Fuochi di S. Erasmo*, e corrottamente di *Ermo*, ed *Elmo*, sopra de' quali hanno varie superstizioni i naviganti, ora prendendoli per un presagio di tempesta, ed ora di tranquillità. E di tal sorta possono credersi quelle picciole fiammelle, che talvolta intorno i crini degli Uomini si sono vedute, come T. Livio narra di Servio Tullo.

Nell' anno 1676. adì 31. di Marzo quattr' ore, e mezza prima della mezza-notte osservò il Cassini un *Globo* di fuoco, che appariva poco presso eguale alla Luna, la di cui luce immitava quella del Sole allora, che dopo la pioggia nell' aria vaporosa risplende, e si traeva dietro una lunga Coda. Fu egli per lo spazio di 4. minuti da oriente in occidente celeremente rapito, dopo di che svafvanì con molto ſtrepito riempiendo l' aria di odore ſulfureo, e bituminoſo. La ſteſſa Meteora nella ſteſſa ora fu oſſervata in molti luoghi d' Italia, e principalmente in Firenze. Non fu troppo differente da queſto quel che oſſervò Paulo Battiſta Balbo nell'anno 1720. adì 22. di Febbrajo, la cui deſcrizione egli comunicò all' Accademia di Bologna, come ſta regiſtrato nelle memorie della medeſima.

Alle Meteore ignite appartengono le Aurore Boreali, ch' è il più ſorprendente Fenomeno, che forſe ſi veggia nell' Atmosfera.

Si ponno riportar a queſte quantità di Fenomeni Igniti, a' quali gli Antichi per la diverſa loro figura diedero differenti nomi, come il Trave, la Freccia, la Capra ſaltante, l' Antro, la Botte. E' probabile, che queſti provengano dalla materia ſteſſa, che forma l' Aurore, primo perchè hanno una luce ſimile ad eſſe, e com' eſſe danno l' adito alla luce delle Stelle, e perchè ſi veggiono al Nord, e perchè ſpeſſo vibrano dardi di luce, come le Aurore.

Si ponno diſtinguere in due ſpezie, altra che hanno un lume dolce, e tranquillo, altre aſſai riſplendente.

Alla prima ſi poſſono ridurre i Fenomeni ſoprammentovati, ed il Lume Settentrionale ſcoperto dal Sign. Faccio, ed oſſervato da Domenico Caſſini, e il Sign. Majran 1730. 9. Ottobre (Accad. Reale 1730) e tali Aurore poſſono dirſi tante nuvole luminoſe, che ſono ſparſe per l' aria.

Il ſecondo genere ſono le *riſplendenti*, della qual ſorta non è da dubitare, che ne abbiano oſſervato ancora gli Antichi; trovandoſi le lor deſcrizioni in Ariſtotile, Plinio, e Seneca, ed altri. Nel progreſſo o furono neglette le oſſervazioni, o di rado ſi viddero, almeno nell' Europa. Incominciarono a vederſi in Olanda l' anno 1716. dopo di che avendo incominciato il celebre Aſtronomo Celſices farne le oſſervazioni in Upſal, trovò memorie, che in Grecia s' era veduto queſto Lume 316. volte. In Alemagna, e in Inghilterra ſono ſtate ancora frequenti; ma in Italia non v' è memoria, che prima del 1727. (Accademia di Bologna) ve ne ſian comparſe: dunque tale Fenomeno non compariſce ſempre nella ſteſſa maniera. Per l' ordinario ſi vede verſo il Nord una nuvola Orizzontale, che ſi diſtende in lunghezza tal volta a 100. e più gradi. Il lembo ſuperiore ha di altezza tal volta 40 e il lembo inferiore ſi eleva dall' Orizzonte alcuni gradi; cangia ſovente di colore, or tutta bianca appariſce, or tutta nera, e parte bianca e parte nera. Al lembo ſuperiore è tutto luce tal volta con una lunghezza di 15.

come

come osservò il diligentissimo Muscembroechio nel 1737. dall' orlo superiore della Nube escono folti raggi ora in maggiore, ora in minor copia, che sono a guisa di *Getti* di luce vibrati con enorme velocità. Talvolta si è veduta alzarsi dal mezzo della Nube una Colonna luminosa a guisa di Rocchetta. Tale nuvolo per l' ordinario è accompagnato da molte colonne di sanguigno colore, che si destendono perpendicolari all' Orizzonte, che talvolta sono spinte con molta rapidità verso al Zenitte; dopo di che restano dissipate, ed alle prime succedono le seconde.

Questo Fenomeno dura qualche volta tutta la notte. Nel 1734. il Muscembroechio l' osservò per più di 10. giorni, e 10. notte, e nel 1735 dalli 22. Marzo fino alli 31. Tal volta non dura che pochi minuti. S' egli si vede in un sito, non si vede sempre in un altro poche miglia distante. Tal volta fu veduto per tutta l' Europa, come fu osservato li *6.* Marzo nel *1716.* ed in altri due, l' uno adì *19.* Ottobre *1726.* l' altro adì *16* Novembre *1729.* osservato dal Sign. Veidler.

Quando comparisce l' Aurora il resto del Cielo è sereno, e al dissolversi di quella si carica tutto di nubi oscure. Ella apparisce per l' ordinario in tempo di calma, o di placido vento. Ella comparisce ancora in tutte le stagioni, ma di rado in Estate, benchè il Signor Majian tre na abbia osservato in Luglio 1728.

Ve na sono molte, che non si possono vedere da due luoghi vicini. Molte per esempio si sono vedute a Leyden, che non si vedono in Utrecht. Molte in Utrecht, che non si vedono in Leyden. Molte in Ollanda, che non si vedono in Francia, e meno in Italia.

Tal volta da diversi luoghi lontani si osserva un' Aurora. Ma è cosa incerta se sia la medesima Aurora, o pure Aurore diverse. Così non si sa se l' Aurora, che si fece vedere per tutta quasi l' Europa negli anni *1716. 1726. 1729.* 1730. fosse la stessa, o pure fossero molte.

Egli è certo, che fu osservato a Tolosa un Lume Settentrionale nel Nord-Ovest li *7.* Ottobre 1730. da ore 7. $\frac{1}{2}$ di sera fino a 4. $\frac{1}{2}$ della mattina. Ed un' altra nel Nordest il medesimo giorno a Parigi da *9.* ore fino alle 11. $\frac{1}{2}$ e questo bisogna dire, che fossero due Aurore diverse, perchè quella, che si è veduta a

Tolosa nel Nordovest dovevasi vedere a Parigi nel Ovest, e non nel Nordest.

Per altro come molte compariscono con ogni sorta di venti, è necessario, che elle siano più alte degli stessi venti; e s' ella sono tal volta più basse potranno essere trasportate da' venti, e dissiparsi.

Per esplicare tale Fenomeno congettura, che la materia di tale Fenomeno è simile a quella de' nostri Fosfori. Ella è una materia, che spesso è così rara, e debole, che a traverso di essa sempre si ponno veder le Stelle, e a traverso delle Colonne, e della Nuvola bianca, e della nera. Le Colonne, che vibra la Nuvola luminosa hanno un certo folgore tenue simile a quello che ha la polvere de' Fosfori gettata nell' aria, che riluce, ma non è nè fiamma, nè fuoco.

E verisimile, che questa materia tiri la sua origine dalle Regioni Settentrionali, onde ella si eleva, e svapora per l' aria.

Tale materia secondo che più o meno abbonda può comunicarsi dal Settentrione alle nostre regioni, ora in maggiore, ora in minor copia; e perciò dal 1716. è nata la frequenza delle Aurore, che abbiamo veduto; e nella Svezia tante ne furono osservate, come nota il Celsio, e nel Cielo di Torne quasi ogni notte si veggiono, come osservò il dottissimo Signor de Mapertui cogli altri Accademici. E perchè tale materia non sempre abbonda, nè sempre si comunica fino a noi, per questo di rado furono tra noi vedute simili Meteore; ma a questo principio possono facilmente ridursi tante Meteore, delle quali Seneca, e Plinio fanno la Storia.

Tale materia che nel suo principio è una tenue luce venga da qualche vento di Nord portata nelle nostre regioni, ove s' incontra con altri aliti, con cui possa fermentarsi, allora può divenir fuoco, ed infiammarsi, e secondo le materie per cui s' infiamma produrrà quei Fenomeni stravaganti, che osserviamo, e le Colonne, che si vibrano or saranno bianche, ora rosse, ora sanguigne.

Se tra due venti contrarj di Nord, e Sud sia posta la Nuvola luminosa potrà lungo tempo fermarsi nello stesso sito, ma se il solo Nord la porta, in poco tempo potrà dissolversi principalmente se s' incontrano quantità di minerali, con cui ella si fermenta, e s' infiamma.

Se si riguarda la luce dell' Aurora, ella è similissima a quella d' un Fosforo, è diversa da quella del Nitro, e del Zolfo, che s' infiammano. Che se il Zolfo ne fosse il principio si vedrebbono

drebbono dunque in Italia, e spesso le Aurore Meridionali, perchè dalla parte del Meriggio v' è più abbondanza di Zolfo, che dalla parte del Nord.

Se nello stesso che spira un Nord spira un Sud, o un Est, o un Ovest, è chiaro, che l'Aurora non apparirà Boreale, ma in altra piaggia. Il Muscembrocchio crede d'averne vedute due Meridionali nel 1728. Due lumi simili Meridionali sono mentovati nella Storia dell' Accademia Reale delle Scienze 1705.

Queste nuvole sono tal volta sì rarefatte, che in pieno giorno di rado si veggiono.

L' Aurora comparisce per lo più in tempo di calma, o con vento placido, nè giammai alla sua comparsa il Cielo è oscuro; ma svanita l' Aurora il Cielo si oscura. Ma prima della sua comparsa per l' ordinario spirano venti o dolci, o forti, e tal volta tempestosi.

Del Lume Zodiacale.

Lume Zodiacale dicesi un Lume, che di tempo in tempo si fa vedere sul Zodiaco in certe stagioni dell' anno, o dopo il nascere, o prima del tramontare del Sole.

Le prime osservazioni su questo Lume furono fatte da Domenico Cassini a Parigi in tempo di Primavera nel 1683. e furono poi continuate dal Signor Faccio da Duillier in Ginevra nel 1684. 1685. fino alla metà del 1686. delle quali si ha un esatto racconto nelle lettere da lui dirette al Cassini, ed impresse in Amsterdam il medesimo anno.

Altre poi ne furono fatte in Alemagna dal Signor Kirchio, ed Eimart per continui quattr' anni registrare nelle *Miscellanee de' curiosi della Natura*. In fine con molta attenzione furono rinovate in Francia dal Signor de Majran, e furono poste in Sistema come si vede nel suo eccellente libro inserito nelle memorie dell' Accademia del 1731.

La figura, sotto cui si fa veder questo Lume, termina per lo più da entrambe le parti in acuto a guisa d' una *Lancia*, o d' un Fuso, colla base diretta sempre al corpo del Sole, e la punta verso di qualche Stella, che non esce mai dal Zodiaco. L' angolo di tale lancia ora è più acuto, ora più ottuso. Il Signor Faccio adì 6. Ottobre 1684. lo vidde di 26. gradi e $\frac{1}{2}$, e simile lo vidde Eimart lì 13. Genajo 1694. Il Signor Majran tal volta di 10. gradi. Le linee, che formano tale angolo per lo più com-

L ij pariscoparifcono due efattiffime rette, benchè qualche volta dimoftrarono d' incurvarfi, come al Signor Faccio, che tal volta le vidde a guifa di due Concoidi, e al Signor Caffini, cui comparve il Luma a guifa di Falce.

Se fi prende la diftanza di tali punti dal Sole, ella fi trova or maggiore, or minore. Così nel 1683. la trovò il Caffini a gradi 60. ma nello fpazio di 37. mefi trovò che erafi aumentata fino a gradi 93. dopo di che nuovamente nel 1687. fi era diminuita. Così varia ancora la fua larghezza full' Orizzonte, la quale, come trovò il Caffini adì 4. Febbrajo 1683. fu di 13. gradi in circa, e adì 5. Settembre 1685. fuperò 20. gradi.

Così parimente varia la di lui inclinazione, e fecondo le diverfe ftagioni, e i diverfi luoghi, da cui fi vede, ora più, ora meno inclinata apparifce.

Se fi offerva il fuo moto, egli non fi trova ufcir mai dall' Eclittica, ma avanza fempre da Occidente in Oriente immitando il moto del Sole.

Quanto al fuo colore, egli per lo più comparifce fimile alla Via Lattea, o ad una Coda di Cometa, la cui luce trafmette lo fplendore delle Stelle, nel qual modo lo vidde il Signor Caffini in Francia, benchè tal volta fiafi veduto con luce più denfa, e più forte, come fu offervato dal Signor Mapran, e tal volta di colore roffiiccio, come lo vidde il Signor Derham a Londra nel 1707.

Tal lume fu offervato ancora dal R. P. Francefco Noel l'anno 1684. intorno la linea equinozziale, dipoi nel Collegio di Racol in latitudine Boreale di 15.° 10. vicino a Goa, e negli anni feguenti in Maccao, e nella China. La fua luce, come il fuddetto Autore la defcrive è fimile alla Via Lattea, o ad una grande Coda di Cometa.

La fua figura più che dall'Orizzonte s'innalza più fi riftringe, fino che termina in una punta. Il fuo moto è fempre per l'Eclittica, e perciò fecondo il vario fito s'innalza full'Orizzonte ora 40., ora 60, e 70. gradi. La mattina incomincia a farfi vedere prima del nafcer del Sole, la fera dopo l'Occafo. In tali regioni comparifce la mattina, e la fera per tutto l'anno; ma l'Eftate è minore di quello che l'Inverno. Codefto Lume fu chiamato da Lui il *Secondo Crepufcolo*.

Per efplicare tali Fenomeni ftabilifce il Caffini non doverfi prendere altronde il principio, che dall'Atmosfera del Sole. E primamente, che tale Lume abbia il principio dal Sole, non poterfi dubitare, perchè fe ciò non foffe, non immiterebbe egli re-

go-

golarmente il moto del Sole, e non percorrerebbe con esso lui da Occidente in Oriente l'Eclittica, come veggiamo colla sperienza. Ma non essendo possibile, che il corpo del Sole produca tale aspetto, sarà dunque necessario, che lo produca qualche altra sostanza, che circonda il Sole. Tale sostanza, che noi diremo l'*Atmosfera del Sole*, si è resa già abbondantemente manifesta, e la riconobbe il Keplero nell'Eclissi totali del Sole. *Substantia crassa circa Solem, non hic in nostro aere, sed in ipsa sede Solis, apparetque etiam tecto Sole, ut flamma circulariter emicans.*

Dalla figura del Lume Zodiacale si può conoscere quale sia la figura di tale Atmosfera, e ch'ella è simile ad una *Sferoide piatta*, e di forma *Lenticulare*.

Imperocchè s'ella fosse sferica, la sua progezione sarebbe un Circolo, o pure un Ellissi, nè v'è che la Sferoide piatta, ch'essendo sempre veduta in profilo, possa sempre progettarsi in forma di Lancia, o di Palo.

La direzione delle sue punte ci dimostrerà ancora la positura di tale Sferoide, e secondo le osservazioni si troverà in tal maniera posta, che il piano massimo, che la divide per lungo in due parti eguali coinciderà coll'Equatore del Sole, ed in conseguenza taglierà l'Eclittica con un angolo di 7. 30.

Poste le quali cose facilmente s'intende, perchè il Lume Zodiacale in tal figura si vede, e perchè seguiti il moto del Sole, e perchè in uno stesso Orizzonte ora si veggia, ora no', essendo ora più, ora meno inclinato secondo i diversi gradi d'Eclittica, in cui si ritrova il Sole. Nelle regioni Polari non potrà di mezzo estate vedersi per la lunghezza delli crepuscoli, ma di mezzo Inverno potrà vedersi, e due volte in un giorno principalmente ne'silenzj della Luna. All'Equatore in qualunque tempo si vede, perchè è poco inclinato all'Orizzonte. Ma nelle Zone temperate per la sua inclinazione non è sempre visibile. Ma quando il crepuscolo è più breve, e l'arco dell'Eclittica, in cui si trova il Sole, sta massimamente diretto all'Orizzonte, allora facilmente si vede, come al fin di Settembre, ed al fin di Febbrajo.

Se a tali cagioni si aggiungano le mutazioni dell'Atmosfera, si potrà conoscere la causa di molti altri accidenti, che in questo lume si scuoprono. E perchè ora si allunga, ora si accorcia, ora è più vivace, ora meno, ora per lungo tempo si vede, ora svanisce.

Di

Di alcune maravigliose Meteore, che di tratto in tratto si fanno vedere nella Provincia Trivigiana, descritte, ed esplicate dal dottissimo Signor Lodovico Riva. Cap. III.

PER dar maggiore intelligenza alla gioventù di tale materia, utile abbiamo giudicato l'espotre quei famosi fenomeni, che da qualche tempo si fanno vedere in alcune Ville del Trivigiano. Per la qual cosa abbiamo inserito ne' nostri elementi tradotta in Lingua Italiana l'erudita Dissertazione del dottissimo Sig. Lodovico Riva, ch'egli pubblicò in Lingua Latina nelle sue miscellanee, in cui tali Meteore accuratamente descrive.

DISSERTAZIONE

Dell' Autore suddetto.

DI certi maravigliosi fenomeni della natura, che dalla straordinaria combinazione di varie cause vengono prodotti, e perciò sono rarissimi, ogni qual volta accadono, si dee tramandar a' Posteri una diligente, ed esatta notizia, accompagnata da tutte le più minute circostanze. Tali ponno dirsi quei fuochi che nati dalla terra, e seminati sopra la sua superficie, da parecchi anni in qua, in una parte della Provincia Trivigiana si fan vedere con universale spavento, e con danno di molti sentir si fanno. Io non ho trovato presso gli antichi Scrittori un caso più simile al nostro di quello rapportato da Cornelio Tacito nel fine del Libro decimoterzo degli Annali. *Sed Civitas Jubonum socia nobis* [questa Città secondo i Geografi moderni presentemente si chiama Huy, ed è situata tra Liegi, e Namur] *malo improviso afflicta est. Nam ignes terra editi villas, arva, vicos passim corripiebant, ferebanturque in ipsa conditæ nuper Coloniæ mœnia: neque extingui poterant; non si imbres caderent, non si fluvialibus aquis, aut quo alio humore niterentur: donec inopia remedii, & ira cladis agrestes quidam eminus saxa jacere, dein residentibus flammis propius suggressi ictu fustium, aliisque verberibus, ut feras absterrebant: postremo tegmina corpori directa injiciunt quanto magis profana, & usu polluta, tanto magis oppressura ignes.* E' cosa notabile, che i nostri Villani ammaestrati, cred' io dalla natura, e dalla disperazione, si sono serviti delle stesse arme, perseguitando le fiamme devastatrici con gridi, co' bastoni, co' sassi, e fino coll' arco bugiate; Leggesi un caso quasi simile in una Lettera di Alessandro il Grande ad Aristotele. *Visæque nubes aliæ de Cœlo ardentes, tanquam faces decidere, ut incendio earum totus campus arderet. Verebamur dicere, ne Deorum me premeret ira, quod homo Herculis, Liberique vestigia transgredi conatus essem. Jussi autem milites vestes suas opponere ignibus*. Di questo ne fa menzione Plutarco nella Vita di Alessandro.

Prima però d' internarsi nella Storia de' Fenomeni, non sarà fuori di proposito il dar se non altro un tocco intorno la qualità dei siti, e la costituzione delle stagioni. Il danno è successo nelle quattro Ville di Gotico, Ramone, Rossano, e Galliera. Le prime tre sono poste fra Castelfranco, e Bassano in poca distanza l' una dall' altra, e l' ultima nelle vicinanze di Cittadella poco lontana da Gotico. Le Campagne sono magre, ed asciutte, composte di terra mista ad una ghiara grossa, ed a sassi rotondi, che chiamano *Fbaitai*. Sono povere d' acque se non in quanto ci scorre per mezzo il picciolo fiume Musone, e vengono irrigate da' canali fatti a mano derivati dal fiume Brenta, poche miglia discosto, che servono però solamente ad adacquarne qualche picciola parte. All' uso degli abitanti suppliscono i pozzi quantunque rari, e profondi; mentre al terreno è sottoposto come un lago sotterraneo d' acqua viva, che da' vicini monti per istrade cieche, ed occulte discende. Ed in fatti in qualunque sito si cavi, l' acqua si scuopre, essendo le sorgenti prossimamente allo stesso livello, sebbene i pozzi sono più o meno cupi, secondo che lo chiede il pendio del piano, che dal monte verso le parti più basse si piega, e stende. Gli strati del terreno sono misti a' sassi di sabbia, di ghiara, di creta, e di bel nuovo di sabbia, e ghiara in vicinanza dell' acqua, senza che s' abbia alcun' indizio di miniere saline, o sulfuree.

Quanto alla stagione, non può negarsi, che dal principio di questo secolo non predomini un' ostinata siccità, la quale negli ultimi anni è giunta all' eccesso. Quindi non solo la faccia della terra è arida, ma basse oltre modo le sorgive, magri i fiumi, asciutti per la maggior parte i pozzi. Il vicino Mare Adriatico s' è osservato ne' suoi soliti flussi, e reflussi assai più depresso dell' ordinario; frequenti si sono vedute l' impressioni Meteorologiche dell' aria per tutta Europa, e fra queste la gran fiamma volante, che pochi anni fa passò sopra il nostro vertice; ed a questa cagione universale pare, che debba ascriversi l' Aurora boreale comparsa in Francia, in Germania, ed anche in Italia.

Ciò premesso, il primo caso successe l' anno 1706 nel mese d' Agosto in un sito particolare della Villa di Gotico dove quattro fiamme in quattro notti consecutive abbruciarono una gran

gran casa colonica divisa in più parti fra loro distinte; e l'ultimo, non avendo a che attaccarsi, diede fuoco al pagliajo. Fu questo osservato cadere a piombo per una linea verticale, e quello ch'è più notabile un mese in circa avanti la disgrazia tutti i buoi esistenti nelle stalle della casa suddetta caddero infermi, il che avvenne ad alcuni altri forastieri comprati dal colono per supplire al lavoro. Ma riposti in altre stalle, ricuperavano immediatamente la sanità, non così le pecore, che tutte in brevissimo spazio quasi appestate morirono.

Questa circostanza mi fece opinare, subito, ch'ebbi la contezza del fatto, che il sito, su cui erano fabbricate le Case incendiate, fosse come il Centro dell'esalazioni, le quali spandendosi all'intorno formassero una determinata sfera d'effluvj bituminosi e sulfurei più densa nel mezzo, e più rara verso la circonferenza; imperciocchè, dovendo sempre i già usciti dar luogo a quelli, che andavano uscendo dalla terra, era necessario, che si diffondessero per qualche spazio, in quella guisa che i vapori d'un picciola palude sogliono ingombrare un buon tratto di Paese aggiacente. Per restar persuasi della verisimilitudine dell'ipotesi, basta rifletrere alla malarria de' buoi, ed alla morte delle pecore, indizio degli altri a queste spezie nocivi, ed all'ultima delle nostre meteore, la quale essendo discesa per una linea perpendicolare mostra d'essersi generata in sito verticale alla miniera degli effluvj.

Ora insegnandoci i Chimici, che certi zolfi non solo uniti a particelle più grosse, sarebbe per esemplo come le metalliche, ma col solo tocco dell'aria s'accendono, come se ne ponno veder l'esperienze in molti Autori, e particolarmente nelle memorie della Reale Accademia di Francia, egli è fuor di dubbio, che se per avventura dentro la sfera de' nostri effluvj gli altri bituminosi con altre esalazioni in qualche sito particolare s'accoppiano, ponno accendersi, e generare o Fosfori, che risplendono ma non abbruciano, se la materia è rara, e delicata, e tali sarebbono i fuochi fatui, oppure s'è più densa, e più consistente, vere, e realissime fiamme, che oltre la propria luce, sieno dotate d'una più gagliarda attività, come sono stati i nostri fuochi. Accendendosi pertanto questi secondo le circostanze più in un luogo, che in un'altro, dentro però la sfera delle esalazioni, e non avendo in se stessi impeto valevole a produrre un moto impresso, non è difficile ad indovinarsi per quale strada sieno per camminare, e qual direzione abbiano a prendere; imperocchè a guisa delle stelle cadenti correranno dietro la vena del loro alimento;

to: e siccome l'esalazioni uscite dalla terra per dar luogo a quelle, ch'escono, sono spinte dal centro verso la circonferenza; così all'opposto accese che sieno, essendo il pabolo nelle parti più vicine alla miniera sempre più denso, e più atto a pigliar fuoco, doveranno con un moto contrario portarsi verso la loro origine, acquistando forza dagli aliti, che di passo in passo s'accendono, camminando dalla circonferenza verso del centro. Così veggiamo, che la fiamma d'una face, quasi direi, si stacca in parte, e va per linea retta a riaccendere un'altra face poc'anzi estinta; e lo stesso effetto s'osserva nella canfora, e nel petroleo materie composte di zolfi delicatissimi, che continuamente traspirano, e formano all'intorno una sfera d'esalazioni.

In tal maniera secondo il mio parere si spiega quella mirabile circostanza delle nostre Meteore, che tutte sono venute a terminare, quantunque per varie linee, al sito medesimo.

Per allora così si terminò la faccenda; ma alquanti anni dopo, cioè l'anno 1717. si fecero vedere i fuochi più furiosi nella Villa di Rossano, ed a forza di farsi vedere ci hanno dimostrate in parte le loro strane proprietà. Fu in quell'anno un'aridissima Primavera, verso il fine della quale, cioè nel Mese di Giugno, cominciarono ad ardere alcune casa di paglia poste tutte in poca distanza in una contrada separata dal corpo della Villa suddetta. Durò questo male senza abbandonar mai sito tutta la state, nè cessò mai se non dopo che restò ammorzato dalle dirotte piogge cadute nell'autunno. Sedeci, o diciotto furono le case abbruciate, e sarebbe stato maggiore il danno, se quegli abitanti contentandosi di dormire a Ciel sereno non avessero scoperti i loro tugurj, e lasciate nude le muraglie. S'osservò, che dopo la pioggia per alquanti dì non compariva il fuoco, nè ritornava se non dopo che la terra s'era ridotta ad un certo grado d'aridità. Non fu mai veduto a Cielo nuvoloso, non ha mai fatto danno di giorno, tempo in cui non si poteva vedere quand'anche ci fosse stato, e quello, ch'è più, non è mai stato osservato in quelle notti, in cui spirava vento; cosicchè erano da temersi le notti serene, e quiete, e lontane dalle piogge di quattro, o cinque giorni. Nel principio si facea vedere costantemente verso la due della notte, in progresso qualche cosa più tardi verso le tre, e di rado verso la mezza notte. I primi fenomeni erano di grandezza quanto il disco Lunare, s'impicciolirono poscia, sebbene in ciò non serbavano certa regola, somigliando i più piccioli ad una fiaccola accesa, ed i più grandi ad un doppiere. Venivano da tutte le parti, e da tutti i venti, il maggior numero però da Tramontana, e pochissimi da Mezzogiorno, ed andavano a finire nel medesimo sito. Tal' uno di essi fu osservato cader quasi a piombo per una linea poco inclinata all'orizzonte a similitudine d'una stella cadente. Non si sono mai veduti scintillare, ed il loro moto era regolato per una linea alquanto curva, ma con debole velocità.

L'anno 1720 comparvero più impetuosi nella Villa di Galliera in tempo d'autunno accompagnati dalle medesime circostanze. In poche notti con una straordinaria violenza, e celerità, abbruciate irreparabilmente alquante case prestamente cessarono.

Con maggiore apparato tornarono a farsi vedere l'anno 1722 nelle due Ville contigue di Ramone, e Gorico. Ad una state aridissima successo un'autunno egualmente asciutto, e sereno, che terminò verso il fine di Novembre con alcune picciole pioggie, uscirono in campo i nostri fenomeni, ma così spessi, e frequenti, che ne parevano seminate, per così dire, tutte le campagne all'intorno. S'osservavano in maggior numero in certe notti serene, tepide, e quiete, predominando massimamente l'ostro, ed in minor copia nelle notti più fredde. Le loro figure, i moti, i colori erano diversi. Alcuni s'ergevano in una striscia verticale, altri si stendevano in una fascia orizzontale. Tal' uno fu visto a dilatarsi a guisa d'un lampo, e svanire, ma la maggior parte erano poco meno che rotondi, e somigliavano ad una fiaccola più o meno grandi, a segno che i maggiori erano di grandezza quanto un pallone. Molti se ne vedevano immobili non partirsi mai da quel sito in cui erano nati. Parecchi s'univano in un solo, ed un solo qualche fiata si divideva in molti, s'appiattavano frequentemente al coperto di qualche siepe, o dietro gl'arbori, i muri, e cespugli. Alcuni si muovevano come a salti, altri con moto equabile radendo la superficie del terreno, ed altri a mezz'aria. La velocità non era eguale in tutti, essendo parte lenti, e parte più veloci, ma non già tanto che superassero la velocità d'un uomo in corso. S'è notata una curiosa particolarità, che avendo alcuni d'essi a passare un qualche fosso, s'era pieno d'acqua lo saltavano, s'era asciutto calando per una riva montavano per l'altra. Giunti in vicinanza del pabulo (mentre facevano impressione nelle sole case di paglia) accrescevano in maniera il loro moto, che pareva quasi infiammato; e quello ch'era più mirabile, non contenti di attaccar il fuoco in un solo sito, circondavano con indicibil prontezza tutto il tetto di paglia, ed appariva quasi nello stesso momento in tutte le parti l'incendio, senza

senza che ci si potesse porger rimadio. Non si aveva tempo di trasportare fuori di casa le masserizie, ed appena avevano tempo di salvarsi gli uomini, i quali vuotate le loro capanne vegliavano tutta la notte all'aperto. Cacciati questi fuochi da villani armati di bastoni, seguitando il moto irregolar dell'aria alzandosi, ed abbassandosi, sfuggivano loro, per così dire, di mano, ma spesso accadeva, che fugati da un sito portassero l'incendio in un'altro. Percossi con qualche bastonata si dividevano in due, ed ogn'una delle parti seguitava a correre con direzione diversa. Quanto al colore, se ne sono veduti d'ogni sorta, principiando nella serie dei colori dal rosso carico sino al turchino diluto. I più rossi, ch'erano certamente i più densi, ed i più attivi erano della spezie delle Capre saltanti; mentre gettavano scintille. Di giorno non hanno mai fatto danno, ma di notte in qualsivoglia ora, principalmente però verso le due, o le tre della notte, o poco prima dello spuntar dell'alba; indicio manifesto, che l'esalazioni perdevano la loro forza, se non venivano legate le parti bituminose, e ridotte in corpo dall'umidità notturna. In due siti determinati, uno appartenente alla Villa di Ramone, e l'altro quasi nel mezzo di quella di Gotico, sono successi tutti gl'incendj; nè si sa, che in altri luoghi, tutto che si vedessero i fuochi frequenti, altro danno sia accaduto fuori che l'abbruciamento d'un pagliajo, che può essere stato accidentale; e questa particolarità in tempo che tanti fuochi comparivano in tutti que' luoghi all'intorno ha un non so che del mirabile.

Sopraggiunta nel Mese di Dicembre una mediocre quantità di neve cessarono per alquante notti i danni, e pareva terminato affatto il pericolo: ma sciolte le nevi da una stagione dolce, e dalla forza del Sole, tornarono i fenomeni più feroci, e più frequenti di prima.

Obbligate la Ville a far la guardia nel più rigido della vernata con un gravissimo incomodo si temeva di qualche morbo epidemico. Finalmente tornate in Gennajo più copiose le nevi restarono per lungo spazio affatto sopiti: se non che ripullulando sul principio della Primavera si sono fatti di bel nuovo vedere, ma in minor copia, e privi affatto di forza in qualità di semplici Fosfori, e non più di fuochi; mentre se n'è veduto tal'uno nelle stalle, e ne' fenili con terrore bensì degl'abitanti, ma però senza danno; o che sia rimasa poco meno ch'esausta la miniera dell'esalazioni, o che queste sieno fatte più rare, e conseguentemente meno attive, o finalmente perchè manchi qualche circostanza necessaria a produrre un'effetto rarissimo, e straordinario.

Nel fine poi della Pimavera, e sul principio della state si cambiò il tempo, e frequenti furono le piogge, non però tali che facessero alzar le sorgive; anzi se mai quegl'abitanti hanno patito penuria d'acqua nei pozzi, è stato la passata state, con la qual occasione essi avendone cavati molti, s'è scoperto con chiarezza l'andamento delle acque sotterranee. Attorno il pozzo si osservano, e si distinguono le vene, che danno alimento ai pozzi, quantunque esauste dalla sabbia cavata. Queste vene sono disposte da tutte le parti, alcune più alte, ed altre più basse, ora più frequenti, ed ora più rare. Le prime a seccarsi sono le più vicine alla superficie della terra, indi vanno mancando di mano in mano le più profonde, in maniera che, seccato affatto il pozzo, per aver acqua bisogna di bel nuovo escavarlo, e così si scoprono altre vene più basse non affatto sterili, ma che in pochi giorni inaridiscono, mentre dalle superiori non viene loro somministrata acqua.

Da ciò ho presa conghiettura di credere, che servano anche per alimento de' pozzi le piogge, e le nevi cadute nella pianura, essendo il terreno estremamente bibace; ed ho poi osservato essere meco concorde in opinione il celebre Signor Mariotte nel suo trattato dei movimenti dell'acque. Non deono perciò restar escluse l'acque, che si derivano dai monti vicini per vene cieche; mentre le piogge sole della pianura non basterebbono a mantenere il Sile, ed altri fiumi, che nelle più basse pianure da innumerabili fontane scaturiscono.

Ritornando al nostro proposito, dico, che nel Mese di Luglio 1723 ritornarono i fuochi, e durarono fino che dalle piogge autunnali furono ammorzati. Tra le circostanze una merita qualche attenzione, ed è, che una sol volta arrivarono ad incendiare di giorno, da che si cava essere stati i più attivi di quanti fossero mai stati, stante che la densità di questi fenomeni resisteva all'azione del Sole, senz'essere dissipati, o rarefatti. E' successo pure l'incendio d'una casa coperta da coppi; ma il fuoco s'è introdotto per i buchi aperti d'una stalla, e s'è attaccato al fenile. Per altro la sola paglia era materia disposta a ricevere la loro impressione, non essendosi mai veduti ad attaccar fuoco alle siepi di canne, che d'ordinario circondano le corti, e gli orti de' contadini.

Finalmente l'ultimo sforzo è stato l'Inverno passato sul principio dell'anno 1724 nella Villa di Galliera, dove hanno consumati due casoni. Le stagioni, che presentemente corrono oltre ogni credere piovose, le sorgenti alzate oltre il loro livello medio,

dio, hanno estinto in maniera l'esalazioni, che non si vede più ne' luoghi solfiti alcuni de' nostri Fenomeni, nè penso, che se ne vederanno più, almeno sin'a tanto durerà la presente costituzione. E' da sapersi, che le sorgive sono così alte, che ne' luoghi più bassi inondano le strade, e sono accresciute l'acque ne' pozzi almeno dodici, o quattordici piedi.

Io non mi prenderò la briga d' oppormi alla credulità del Volgo, che attribuisce a cagioni sovrannaturali tutto ciò, che di rado succede: il popolo (dice saggiamente un celebre Autor Inglese) divinizza tutto quello, che non intende. I Filosofi, che sanno quante circostanze debbano assieme accoppiarsi, perchè si generino certi Fenomeni stravaganti, sanno altresì, che questa unione non può essere se non rarissima: Ma perchè una cosa sia rara, non per questo dobbiam conchiudere, che superi la forza della natura. Oltre di che osservandosi il Fenomeno accompagnato da certe condizioni, e leggi, che infallibilmente hanno luogo, alle quali non è certamente sottoposto l' agente sovrannaturale, ne siegue, che sarebbe un pessimo uso della sua ragione, chi s' ostinasse a negare per naturale un' effetto, che alle leggi della natura è sottoposto. Nel nostro caso, perchè quasi tutti gl' incendj succedevano di notte, e non di giorno, perchè dopo l' aridità, e non dopo le piogge, e le nevi? con quel di più che abbiamo notato. E tanto basti aver detto intorno la Storia de' nostri Fenomeni, lasciando quel di più che il popolo amante del mirabile, e superstizioso ci andava aggiugnendo, e narrando solamente i fatti bene avverati veduti con gli' occhj proprj, e da testimonj maggiori d' ogni eccezione.

Terminerò con due fatti successi nel tempo stesso, in cui i fuochi devastavano le mentovate Ville. E' stata veduta la Luna verso l' Orizzonte Occidentale a gettar lampi fuori del suo disco. Era essa parte illuminata dal Sole, e parte oscura, ma all' improvviso pareva, che tutta s' accendesse d'una fiamma viva, indi ammorzandosi, e riaccendendosi durò per una mezz' ora lo spettacolo. L' esalazioni erano certamente nell' aere, ma alla vista ingannata pareva, che il lume fosse nel disco lunare.

Due ore prima dello spuntare dell' alba nel Febbrajo dell' anno 1723. fu veduto l' aere talmente rischiarato, come se fosse di bel giorno; ed alcuni viandanti restarono storditi a questo Fenomeno, mentre discernevano, come se fosse stato di giorno, tutto il paese all' intorno. Anzi frequentemente da' primi monti oltre il fiume Piave situati a mattina del Paese, ove succedevano gl' incendj, in distanza di quindeci, o sedici miglia, si vedeva una luce, che pareva, che tutto ardesse. Queste circostanze fanno toccar con mano no la copia dell' esalazioni ignee, che ingombravano l' aria, e che sono state la materia de' nostri Fenomeni.

Molti casi simili di queste notturne illuminazioni cagionate dal moto degli aliti diffusi nell' aria leggiamo appresso gli Storici, e io altro credo, ch' essi intendano, quando asseriscono, che nel tale, e tale paese il Cielo si è acceso. (Livio lib. 2. dec. 3. *Cœlum in campanis arsit.*) A questo proposito dottamente scrive Seneca nel libro 1. delle Naturali Quistioni. *Inter hæc* (aveva enumerate le Meteore ignite) *ponas licet, & quod frequenter in historiis legimus, Cœlum ardere visum: cujus nonnunquam tam sublimis ardor est, ut inter ipsa sidera videatur: nonnunquam tam humilis, ut speciem longinqui incendii præbeat. Sub Tiberio Cæsare cohortes in auxilium ostiensis Coloniæ cucurrerunt tanquam conflagrantis: cum Cœli ardor fuisset per magnam partem noctis, parum lucidum crassi, fumidique ignis.*

Se poi avviene, che gli osservatori di questi Fenomeni abbiano l' imaginativa debole, timorosa, facile a fingersi delli mostri, e a prenderne augurio, come è quella del volgo, oh quante belle cose, e stupende che ci riferiscono! Il color rosso del Cielo lo credono sangue, il muovimento irregolare delle esalazioni fa parer loro di vedere degli eserciti nell' aria a combattere, e poco vi manca, dice il Gassendo, che non sentano lo strepito delle trombe.

Ecco diversi esempj di questo Fenomeno. Leggesi negli Annali Bertiniani all' anno 859. *Acies in Cœlo mense Augusto, Septembri, & Octobri nocturno tempore visuntur ita, ut diurna claritas ab Oriente usque ad Septentrionem continuè fulserit, & columnæ sanguineæ ex ea discurrentes processerint.*

Un Cronichista Sassone all' anno 993. fa menzione d' una simile inaspettata luce con queste parole. *In nocte Natali S. Stephani Protomartyris inauditum sæculis vidimus miraculum, tantam videlicet lucem circa primum gallicinium ab Aquilone effulsisse, ut plurimi dicerent diem oriri, stetit autem per unam plenitèr horam, & postea rubente aliquantulum Cœlo in solitum conversum est colorem.*

In questi ultimi secoli sono comparse molte di queste improvvise illuminazioni, che il registrarle tutte sarebbe troppo tedioso; onde ci contenteremo di riferire quella dell' anno 1621. descritta eloquentemente dall' insigne Gassendo nel Libro 3. della vita del Peireskio.

Laborabat Peireskius octavum jam diem dolore renum, ac stranguria, sub cujus initium non potuit id prodigium perspicere, quod

non

non in ipsis modo castris, sed Parisiis etiam, & per totam Galliam, alibique visum stuporem creavit. Claritas nempe insignis fuit, quæ nocte sequente diem duodecimam (Septembris anni 1621.) Borealem Cœli faciem ita occupavit, ut Auroram clarissimam per multas horas fuerit mentita, id sane mirum silente Luna, sed mirabilius visum est, vaporem ex regione fusum, & ad polum usque evectum, sic fuisse distinctum in quasdam veluti columnas albescentes, & subobscuras, alternatim sitas; ut cum horizonti ad amussim forent, promoverentur lentissime ab Oriente in Occidentem. Denique miraculo fuit ex albescentibus attolli brevi spatio ad verticem usque pyramides quasdam sive obeliscos valde candidos; ipsisque consistentibus, trajectos vapores, ut tenuissimos, ita candidissimos; motione adeo celeri, ut fulgetra imitarentur. Hæc attingo, quia Periesktus lætatus est rem fuisse nobis observatam, factusque exinde est certior nihil aliud fuisse, quam Naturæ lusum, quem apparatum bellicum, aut ideam exercitus multi fuerant interpretati. Addiderant sane non-nulli visas sibi instructas acies, incedentibus peditum equitumque ordinibus, ac postremo visum conflictum, cum explosione globulorum e tormentariis fistulis. Mirum quod non simul clangorem tubarum, clamoremque virum auditum deprædicavissent; quando eadem credulitas infirmitasque est, quæ his figmentis locum fecit. Credibile omnino est, si non omnia, at bene multa quæ in historiis similia extant, ex eadem esse origine, nec ampliorem fidem mereri.

SEZIONE QUARTA.

Delle Meteore Enfatiche.

Meteore *Enfatiche*, ovvero *Apparenti* si dicono quelle, che sono formate nell' Atmosfera dalla diversa riflessione, e rifrazione di luce. Tali sono le *Iridi*, gli *Halons*, e i *Parelj*, de' quali ora descriveremo la formazione, e prima.

Dell' Iride. Cap. I.

Iride fu detto da' Greci l' *Arco celeste*, o *baleno* dalla Dea Iride ministra di Giunone, che di tale arco fingevasi Presidente. Di tale maravigliosa Meteora, che fu anche chiamata la Meteora di *Taumanzia*, ovvero della *Maraviglia*, benchè Aristotele, e gli altri antichi ne abbiano parlato con molto ingegno per quello che portavano i loro tempi, non può dirsi però che fosse messa in chiaro, ed in tutta la sua luce la vera causa, se non negli ultimi tempi, ne' quali così vaga, e mirabile opra della natura è stata in tale maniera per la diligenza, e penetrazione di Uomini sapientissimi ai mortali disserrata, e manifestata, che nulla più pare, che possa desiderarsi. Il primo, che penetrò nella vera cagione di tal fenomeno fu Marcantonio de Dominis Arcivescovo di Spalatro, le cui dottrine si leggono nell' eccellente libretto, ch' egli diede alla luce dell' *Iride*. Ridusse poi le cose a maggior perfezione il Cartesio, e l' ultima mano vi diede in fine il Nevvton; il che ora andremo esponendo.

Sia perciò [1] BCDEF la sezione d'una sfera acquea, il cui centro sia P, la quale sia illuminata dal Sole. Se tra i molti raggi, ch'entrano in essa consideriamo il raggio AB è cosa evidente per le dottrine della Diottrica, che entrando egli dall'aria nell'acqua invece di andare diritto in C torcerà cammino, e si porterà in D, dove quella parte del raggio, che s'incontra ne' pori del vetro uscirà liberamente nell'aria, ed il resto incontrando nelle parti solide si rifletterà in E con un angolo di riflessione eguale a quello dell'incidenza. Giunto che sia in E, parte uscirà nell'aria in O, e il resto si rifletterà la seconda volta in F, nella quale maniera potremmo considerare la terza, indi la quarta riflessione, se non che come in ogni riflessione si perde una parte del raggio; così dopo molte riflessioni, finalmente si dilegua tutto, e riesce affatto insensibile.

L'angolo [2] AMO fatto dal raggio incidente AB, e dal raggio EO, che esce dopo una riflessione, dirassi l' *angolo del ritorno dopo una riflessione*; e l'angolo AVZ fatto dal raggio, che entra AB, e da quello che esce FU dopo due riflessioni dirassi l'*angolo del ritorno dopo due riflessioni*.

Siano ora considerati molti raggi, che dal centro del Sole entrano nella medesima sfera, i quali per la grande distanza saranno tra sè come paralleli. Se si fa primamente attenzione a quelli, che hanno una sola riflessione, come nella figura, è da osservarsi

I. Che il raggio [3] EE, che passa per lo centro C non torce cammino nè per riflessione, nè per rifrazione, ma tutti gli altri cangiano sentiero, come DD, che ritorna per dd, BB per bb, AA per aa, ed in tal modo ciascun incidente ha il suo particolar angolo di ritorno.

II. Tale angolo è zero nel punto E, ed a misura, che il raggio incomincia ad allontanarsi dal punto E, incomincia ancora a crescere l'angolo del ritorno fino ad un certo punto [che si supponga

[1] *Fig. I. Tavol.* 15. [2] *Fig.* 1. *Tavol.* 15. [3] *Fig.* 2. *Tavol* 15.

ga B) dove tale angolo si fa massimo, ed oltre di cui ricomincia nuovamente a decrescere fino che nuovamente diventa zero

Se si prenda qualsivoglia raggio di qua, e di là dal raggio BB, e si concepisca composto di molti piccioli raggi, ciascuno di questi raggi, che lo compongono, ha un diverso angolo di ritorno. Per questo se tale raggio era nella sua incidenza sensibile, non è più sensibile dopo il suo ritorno, disperdendosi in varj modi, e dissipandosi in piccioli raggj, che lo compongono, e perciò nessuna mozione nell'occhio di chi riguarda imprimendo. Quanto più sono i raggj lontani dal raggio BB tanto più tra loro difformi hanno gli angoli del ritorno, ed in conseguenza tanto meno sensibili; ma quanto più si avvicinano, tanto più i loro angoli si accostano all'uniforme, fino che al punto B sono perfettamente uniformi; onde come erano entrati paralleli, così ancora usciranno paralleli, ed in conseguenza ad eccitar la sensazione *efficaci*.

Le stesse osservazioni possono farsi allorchè vi sono due riflessioni se non che allora l'angolo del ritorno AMO è un minimo.

Data una riflessione, e due rifrazioni.
determinar l'angolo del ritorno [1] AMO

Lemma.

Siano due raggj [2] AB, ab infinitamente prossimi, che nella sfera BCDE entrino paralleli, e dopo una riflessione, e due rifrazioni escano di nuovo paralleli in OE, oe dico che dopo la prima rifrazione concorreranno amendue in uno stesso punto D.

Imperocchè se concorrono in D, per la legge della riflessione, e per la natura del circolo saranno le linee DE, De eguali, e similmente poste alle linee BD, bD. Dunque per la legge della rifrazione nello stesso modo si avranno i raggj, ch'entrano in B, b con quelli ch'escono in E, e; cioè a dire in amendue gli archi saranno tra sè paralleli. Ma se non concorrono in un solo punto, allora i raggj riflessi DE, De non sono loro eguali, nè similmente posti, e perciò nell'uscire avranno angoli disuguali, ed in conseguenza non saranno paralleli.

Tali cose poste, sia una sfera BCDE, in cui entrano i raggj AB, ab infinitamente prossimi, e paralleli, che dopo due rifrazioni, ed una riflessione escano paralleli in OE ed oe, e sia da determinarsi l'angolo efficace AMO.

Si tirino dal centro le perpendicolari PQ. Pq agli incidenti, e le PR, Pr a' rifratti.

Si tirino dal centro P le perpendicolari PQ, Pq agli incidenti
N AB,

[1] *Fig.4.T.15.* [2] *Fig 3 T.15.*

AB, ab, e PR, Pr ai rifratti BD, bD, e tirata Rr, dal centro P coll'intervallo Pr si descriva il picciolo arco rs. Finalmente si tirino le perpendicolari Bu, Bz all'incidente ab, ed al rifratto bD. E' facile il conoscere, che PQ, Pq sono i seni dell'incidenza; PR, Pr di rifrazione. Perciò Qq sarà il differenziale dei seni dell'incidenza, Rs quello di rifrazione, i quali perciò saranno in ragion data, che si dica m : n

Sarà dunque

I. $Qq : Rr :: m : n$

II. E perchè Rr divide egualmente i lati BD, b D del triangolo bDB, il triangolo rDR sarà simile al triangolo bDB.

Perciò $Rr = \frac{Bb}{2}$

III. Il triangolo Rsr è simile a Bbz

Perciò $Rs = \frac{Bz}{2}$

IV. Il triangolo BPQ è simile a Bbu; e BPR è simile a Bbz.

Dunque $BP : BQ :: Bb : Bu$

e $BP : BR :: Bb : Bz$

Perciò $BQ : BR :: Bu : Bz$

ovvero $BQ : BR :: Qq : 2Rs$

per la terza proporzione

cioè $BQ : BR :: m : 2n$

Posta dunque $BQ = y$, $BR = x$, $PQ = m$, $PR = n$, il raggio $= r$; si avrà

$$y : x :: m : 2n$$

e quadrando $yy : xx :: mm : 4nn$

e componendo $\overline{yy+mm} : yy : \overline{xx+4nn} : xx$

e per la 47.ª del 1.°

$$rr : yy = \overline{rr+3nn} : \overline{rr-nn}$$

ovvero $rr : yy :: \overline{rr+3nn} : \overline{yy+mm-nn}$

Onde si cava questa proporzione

$$rr : yy :: 3nn : \overline{mm-nn}$$

Data dunque la ragion della rifrazione m : n. si troverà la linea BQ, ch'è il seno della metà dell'arco BC, data la quale in tal modo si avrà l'angolo ricercato AMO, come ora anderemo esponendo.

Esempio pe' raggi rossi.

Il seno dell'incidenza al seno della rifrazione è secondo le osservazioni del Sig. Nevvton come 108 : 81. Posto

dun-

dunque m = 108, n = 81, sarà

$$mm = 11664,\ nn = 6561$$
$$3nn = 19683$$
$$mm - nn = 5103$$

Dunque posto il raggio 10000000 si avrà per lo Canone questa proporzione

$$19683 : 5103 :: 100000000000000 : yy$$

in cui per la regola aurea

$$yy = 25925925925925$$

E perciò y = 5091757, ch'è il seno di 30° 36' 3" di cui il duplo sarà l'arco BC = 61° 13' 4" E perchè nel calcolo si è trovato BQ a BR come m : 2n, se si faccia 108 : 162 :: 5091757 : BR

si troverà BR = 7637635 ch'è il seno di 49° 47' 49" e perciò l'arco BD, ch'è il suo duplo sarà 99° 35' 38" cui si agguaglia l'arco DE. L'arco adunque intiero BDE = 199° 11' 16" che sottratto da tutto il circolo, cioè da 360 lascia l'arco BE = 160° 48' 44" L'arco CG è 76° 45' 8" che sottratto da BE lascia 84° 3' 36" E perchè come costa dalle dottrine elementari la misura dell'angolo insistente AMO è la semidifferenza degli archi BECG, sopra de' quali insiste, sarà dunque l'angolo AMO = 42° 1' 48" per cui si può porre col Sign. Nevvton 42° 1' lo che dovea ritrovarsi,

La ragion della rifrazione per i raggi violetti essendo come 109 : 81, se si sostituiscono tali numeri invece di m, & n, collo stesso metodo si troverà l'angolo AMO = 40° 16' 8", per cui pone il Nevvton 40° 17. E tra questi angoli staranno di mezzo tutti gli altri appartenenti agli altri colori,

Tali dottrine si confermano colla sperienza. Imperciocchè se siavi una sfera acquea [1] BDE, in cui cadano i raggi del Sole AB, a b posto l'occhio in O, sicchè l'angolo AMO sia di 42° 2' vedransi in E i raggi rossi; ed in e i violetti, dove è di 40° 17', E dentro i limiti E, & e si vedranno tutti gli altri colori intermedj, fuori de' quali nessun colore si vede a cagione che i raggi uscendo divergenti, o convergenti si fanno per agire sull'occhio inefficaci

Date due riflessioni, e due rifrazioni
determinar l'angolo dell'efficacia
AMO.

In tale caso è da considerare, che allora i raggi [2] AB, ab usciranno paralleli, quando dopo la prima riflessione in D, d, anderanno paralleli in E, e. Imperocchè allora EG, eg saranno incli-

[1] *Fig.* 3. *T.* 15. [2] *Fig.* 4. *T.* 15

clinati come BD, bd, e però per le leggi della rifrazione come nell'entrare sono paralleli, così saranno ancor nell'uscire.

Lo che posto si tirino le stesse linee come nel primo caso, ed è da osservarsi

I. Che in tale supposizione l'arco Bb è triplo dell'arco Dd. Imperocchè de meno $DE = dD + cE = 2dD$

$$bd \text{ meno } BD = bB - dD$$

Le differenze di tali archi essendo eguali

Dunque $bB - dD = 2dD$

Perciò $bB = 3dD$

II. I triangoli bBT, dTD essendo simili, sarà

Dunque $dD : Bb :: DT : BT$

Perciò $BT = 3DT$.

III. Essendo BD egualmente divisa in R sarà

$$RT = DT = \frac{BT}{3}$$

IV. Essendo Rr parallela a Bb, RTr, sarà simile a BTd

Perciò $Bb = 3Rr$

V. Ed essendo simili Bbz, & Rrs

sarà $Bz = 3Rs$

VI. Bbu è simile a BPQ, e Bbz è simile a BPR

Dunque $BP : BQ :: Bb : Bu$

e $BP : BR :: Bb : Bz$

onde nasce $BQ : BR :: Bu : Bz$

ovvero $BQ : BR :: Qq : 3Rs$

in fine $BQ : BR :: m : 3n$

Sia ora il raggio del circolo $= r$, $BQ = y$, $BR = x$, e si avrà

$$y : x :: m : 3n$$

Dunque quadrando

$$yy : xx :: mm : ynn$$

e componendo $\overline{yy+mm} : yy :: \overline{xx+ynn} : xx$.

e per la 47.ª

$$rr : yy :: \overline{rr+8nn} : \overline{rr-nn}$$

ovvero $\overline{yy+mm-nn}$

Si avrà dunque tale equazione

$$mmrr - nnrr = 8nnyy$$

onde si cava

$$8nn : \overline{mm-nn} :: rr : yy$$

Esempio ne' raggi rossi.

Essendo nei raggi rossi la ragion della rifrazione

co-

come 108 : 81

farà $8nn = 52488$

$mm - nn = 5103$

perciò vi farà questa proporzione

$52488 : 5103 :: 10000000000000 : yy$

per cui $yy = 9722222222222222$

di cui la radice $= BQ = 3118047$

ch'è il seno di 18° 10' 4"

di cui il duplo farà l'arco BC = 36° 20' 8"

E perchè si è trovata che BQ è a BR come m : 3n

farà BR = 7015605, cui risponde un'arco di 44° 33' 8"

Dunque l'arco BD ch'è duplo farà 89° 6' 16", e BDEG triplo di BD = 267° 18' 48" che essendo sottratto da 360° darà per residuo l'arco BG 92° 41' 12". Se dall'arco BDEG si levano gli archi eguali BC, GF, che importano 72° 40' 16" resta FEDC di 194° 38' 32" da cui levando BG resta 101° 57' 20" di cui la metà è l'angolo BMG, ovvero AMO, che è il ricercato = 50° 58' 40' il qual angolo è quasi lo stesso, che quello che trova il Nevvton, per cui l'angolo de' raggi rossi di 50° 51', e de' violetti 54° 7'.

Applicazione delle suddette dottrine all' Iride.

Vi sieno dunque molte gocciole d'acqua cadenti nell'aria a dirimpetto del Sole, in figura di tante picciole sfere, quali sono quelle, che una nuvola ruggiadosa compongono, così forse ridotte dalla pressione del fluido, che le circonda, e stringe; e dal centro del Sole cadano in esse i raggi AB [1], ed *ab*; CD, ed *cd*, che per la somma distanza sono tra se fisicamente paralleli.

Posto l'occhio d'uno spettatore in E si concepisca la linea EF tirata dal centro del Sole per lo centro dell'occhio, la quale per la somma distanza sarà fisicamente parallela ai raggi incidenti, la quale chiameremo cogli altri Autori l'*Asse dell' Aspetto*, indi si tirino le linee E*d*, ED, E*b*, ED in guisa che l'angolo *d*EF sia di 40°, 17'; DEF 42°, 2'; *b*EF 50°, 57'; BEF 54°, 7': Essendo l'angolo, che fa il raggio di ritorno della gocciola *d* eguale all'angolo alterno *d*EF, ch'è per la costruzione di 40°, 17', per lo qual'angolo escono, come abbiamo detto, i raggi efficaci violetti dopo la prima riflessione, l'occhio dello spettatore posto in E vedrà nella sferetta *d* il colore *violetto*, e similmente nella D il *rosso*, e dentro i limiti di queste due picciole sfere vedrà per or-

(1) *Fig.* 5. *T.* 15.

ordine gli altri colori intermedj, come i *cerulei*, i *verdi*, i *dorati*, e i *gialli*. Ed essendo l'angolo E*ba* di 50°, 57, per lo qual' angolo escono dopo due riflessioni i rossi efficaci, vedrà nella gocciola *b* il color *rosso*, e nella B similmente il *violetto*, dentro i quai limiti con ordine inverso al primo si vedranno i raggi intermedj *gialli*, *dorati*, *verdi*, e *cerulei*.

Concepiscasi ora, che una delle linee visuali, come E *d*, si rivolga intorno la linea immobile EF, sicchè si mantenga sempre lo stesso angolo *d*EF, e si conoscerà come debbasi allora generare con questo moto una superficie conica, ed il punto estremo, che termina alla gocciola *d*, debba descrivere una porzione di cerchio. E perchè in qualunque punto visibile *d*EF sarà sempre di 40°, 17', tutte perciò le picciole sfere, che saranno in tale circonferenza feriranno l' occhio con i raggi violetti, e ciò essendo vero di tutte l' altre sfere intermedie fino all' ultima D, seguita, che si vedrà un' aggregato di archi circolari, cioè a dire una *fascia* tutta di colori varj dipinta, incominciando i *violetti* al concavo, e seguitando per ordine fino a i *rossi*, che son nel convesso, quale veggiamo l' *Iride Primaria*. Nello stesso modo tutte le sfere, che sono nella stessa positura, come *b* feriranno l' occhio coi raggi *rossi*, e quelle che sono come B coi *violetti*, e le intermedie con i colori *intermedj*, e vedrassi perciò una seconda *fascia* circolare tutt' ancor' essa di colori varj dipinta, ma posti in contrario ordine, cioè a dire con i *rossi* al concavo, e con i *violetti* al convesso, qual' è la *Iride Secondaria*.

C O R O L L A R J.

1. Dalla quantità degli angoli descritti si conosce, che la larghezza D*d* dell' Iride Primaria è di 1°, 45', la larghezza B*b* della Secondaria è di 3°, 10'; e la larghezza dell' intervallo *b*D, che passa tra le due Iridi è di 8°, 55'. Le quali misure però dovranno correggersi per riguardo della grandezza apparente del Sole. Imperocchè sarebbono certamente tali, se il Sole ci comparisse a guisa di un punto. Ma essendo il suo diametro apparente di 30. minuti in circa, tale spazio si dee aggiugnere alla larghezza dell' una, e dell' altra Iride, e dee sottrarsi dalla larghezza del loro intervallo. Tali angoli sono sempre costanti. Ma perchè quanto più si prolungano i lati, che formano gl' angoli, tanto più le sottotese agli angoli sono maggiori, per questo quanto più sarà lontana la nube, tanto più dovrà comparir grande la larghezza dell' Iridi, e del loro intervallo, la qual differenza però appena è discernibile.

2. Nè

2. Nè per veder l' Iride è necessario, che tutte le sfere d' acqua sieno nella stessa distanza; imperocchè basta che siano nella medesima positura.

3. La *Primaria* Iride è assai più efficace, perchè i raggi, co' quali ferisce, hanno una sola riflessione; ma perchè i raggi, co' quali si vede la *Secondaria*, hanno due riflessioni, per questo è meno forte, e non sempre si vede.

4. Come l' *Asse dell' aspetto* è ancora l' asse del cono, nella circonferenza della di cui base sta l' Iride; così dalla positura di quest' Asse riguardo all' orizzonte, dipende la positura dell' Iride. E perchè la positura dello stesso asse dipende dall' altezza del Sole sull' orizzonte; così varia la positura dell' Iride secondo che varia l' altezza del Sole. Quando il Sole spunta sull' Orizzonte, allora l' Asse dell' aspetto collo stesso orizzonte coincide, e perciò comparisce l' Iride perpendicolare all' orizzonte. E perchè allora la base del cono sta per metà sopra l' orizzonte, comparisce allora l' Iride come un'intiero semicircolo. Piucchè s' innalza il Sole più s' inclina l' Iride, e sempre più si fa minore di un semicircolo, fino che si toglie alla vista per l' ostacolo della terra, il che accade quando il Sole è sopra 41. grado, e 46. minuti di altezza. Più grande di un semicircolo ella non può comparire, nè mai verso lo spettatore può star inclinata all' orizzonte con angolo acuto; perchè non può questo farsi, se la base del cono non sta più della metà sopra dell' orizzonte; dal che ne seguita, che il Sole sarebbe sotto l' orizzonte, e perciò non si farebbe illuminazione. Ciò però in qualche modo potrà ottenersi quando spuntando il Sole sull' orizzonte lo spettatore sia sopra un' alta Torre, principalmente essendogli la nube vicina.

5. Talvolta, come ingegnosamente osserva il Rohault, [1] può vedersi maggiore di un semicircolo, e come un circolo anche intiero. Come se il Sole essendo più alto dell' orizzonte di 41. grado, e 46. minuti, egli riflettesse sulla superficie di un placido, ed ampio lago. Imperocchè allora sarebbe lo stesso, che egli fosse per tutta la sua altezza depresso sotto dell' orizzonte; nel qual caso l' asse dell' aspetto sarebbe in alto disteso, e tutta la base del cono, ed in conseguenza tutta l' Iride sarebbe sopra dell' orizzonte. Che se allora succeda, che nella maggior altezza vi manchino le stille cadenti, e sieno queste solo nella più bassa regione, allora vedrassi l' Iride colle corna in alto con maggior maraviglia de' riguardanti.

6. Co-

(1) *Fis. P.* 3.

6. Come l' Iride, secondo che abbiamo detto, dipende dagli angoli, che fanno i raggi *efficaci* coll' *Asse dell' aspetto*; e come ogni Riguardante ha il suo proprio Asse di aspetto, così ogni Riguardante avrà la sua Iride; ed ogni volta che il medesimo Riguardante cangierà di luogo, vedrà ancora un' Iride diversa. Nacque per questo il detto, come nota lo stesso Autore, che l' *Arco-baleno segue chi lo fugge, e fugge chi lo segue*.

7. Si confermano le cose dette colla sperienza, veggendo noi, come un Iride ci si rappresenta, quando colla faccia opposta al Sole volgiamo gl' occhi o verso quei spruzzi d' acqua, che nei giardini sogliono farsi per giuoco con i tubi idrostatici, o verso d' un prato erboso, su cui sieno cadute spesse stille di ruggiada, o in qualunque altro modo riguardiamo gocciole d' acqua in tale positura illuminate dal Sole.

8. Le quali cose deggiono tutte seguire posto che le stille della pioggia cadente sieno di figura esattamente sferica. Ma se tale figura in esse venga alterata o per lo vento che le comprima, o per la loro gravità che le allunga, è cosa evidente, che allora dovrà l' Iride deformarsi, ed uscire di tali regole, coma spesso osserviamo.

Degli Haloni. Cap. II.

Haloni, o *Corone* diconsi alcuni circoli di luce, che talvolta di giorno intorno il Sole, e di notte intorno la Luna appariscono, ora di bianca luce, ora come l' Iride di varj colori dipinti. Il loro diametro è per lo più di 45. gradi, ma talvolta si osservò passare i 90. Per lo più un solo se ne vede, ma talvolta due, e tre tutti concentrici al Sole. Quando si distinguono in essi i colori, si vede il color rosso al concavo, e il violetto al convesso, e lo spazio interiore è ombroso, e fosco.

Per esplicare tale Meteora l' Hugenio dopo molte osservazioni fatte nell' occasiona di cinque Soli, che si videro in Varsavia l' anno 1658. non persuaso che ciò nascesse per la rifrazione de' raggj solari in stellette piane di ghiaccio trasparente, come pensava il Cartesio, giudicò primamente, che tale Meteora dovesse formarsi di particelle, che fuori delle nubi vanno per l' aria volando; poichè sciolte le nuvole la corona resta nello stesso sito. Indi dalla oscurità del Cielo dalla corona compreso deducendo, che le particelle ivi poste non trasmettessero la luce tanto agevolmente, quanto lo faceano quelle fuori di tale spazio, giudicò, che le particelle componenti la corona fossero tante sferet-

te

te di ghiaccio, o di acqua, che nelle parti esteriori fossero trasparenti, e al di dentro contenessero un nocciolo di materia opaca, o meno trasparente. Che nell' Atmosfera tali particelle si formino non lo lascia dubitare il Cartesio, che nel trattato delle Meteore ne parla come di cosa sovente veduta, ed agevole da vedersi nella gragnuola, nei di cui centro spesso si trova qualche poco di neve. Le quali cose poste seguita l' apparenza di tal fenomeno.

Imperocchè sia una di queste goccie ABCD [1] con un granello di neve in mezzo, qual è EF, in cui entrando i raggi GA, HD dopo la rifrazione tocchino il granello in E, ed F, e nell' uscire di nuovo rifratti, concorrano in K, onde prolungati formino l' angolo LKM. Egli è da considerare, che per la sfera ABCD non passa raggio alcuno di luce entro l' angolo, o cono LKM, ma se l' occhio sta fuori di questo angolo ne riceve molti, per mezzo de' quali vede la goccia illuminata. E ciò si dee intendere di tutte l' altre. Se si metta l'occhio in N, e si tirino le rette NR, NX parallele ai lati del cono ombroso KL, KM, ed è facile il conoscere, come nessuna goccia simile alla ABCD, posta dentro il cono XNR, può mandare raggi all' occhio N. Così se dalla goccia S si tirano i raggi ST, SV paralleli ai raggi KL, KM, si vede che lo spettatore posto in N non riceve raggi d' illuminazione da questa goccia, essendo il suo occhio dentro il cono ombroso VST. Il che succede di tutte l' altre goccie poste nel cono XNR.

Ma qualunque goccia si prenda fuori di tale cono, qual' è la goccia X, possono i raggi, che passano a traverso di essa pervenire all' occhio, essendo questo fuori del cono ombroso di essa, e perciò potrà apparire illuminata; così dell' altre. Quindi si vede che intorno il Sole dee comparire uno spazio rotondo oscuro, ch'è la base del cono XNR, e intorno di tale spazio una *Corona* di luce, ch' è l' aggregato de' raggi, che dalle gocciole in tale maniera, come abbiamo supposto costruite, vengono all' occhio posto in N. E perchè dalle goccie più vicine all' ombra interiore vengono i raggi più folti, che da quelle, che sono lontane, per questo la maggiore lucidità è vicina all' ombra interiore, che sempre più si diminuisce fino che si dilegua. E perchè i raggi nel passare a traverso dell'Atmosfera diafana della goccia soffrono quelle stesse rifrazioni, che nel passare a traverso di un prisma, per questo si vedranno i colori dell' Iride, e comparirà la Coronacon il rosso vicino all' ombra, indi il giallo, il verde, il ceruleo, e il violetto.

[1] *Fig.* 1. *Tav.* 16.

Le quali cose confermò il suddetto Autore colla sperienza, prendendo una sottilissima sfera di vetro ripiena d'acqua con una sfera opaca sospesa nel mezzo, la quale avendola esposta al Sole, non vide alcuna luce in essa se non dopo che era uscita dal suo cono ombroso, dopo di che vide in essa l'immagine del Sole lucidissima con un color rosso vivace.

Il diametro della *Corona* dipende dalla grandezza del granello opaco EF. Imperocchè quanto a proporzione della goccia intiera AC egli è maggiore, tanto è maggiore l'angolo BKC, ovvero XNR, che determina il diametro della Corona. E perchè tal'angolo sia di 45. gradi, come per lo piu si ritrova, dimostra il sovralodato Autore, dover'essere il diametro della goccia al diametro del granello opaco, come 25 : 12 prossimamente.

E come diverse goccie con diversa ragione al granello opaco possono nello stesso tempo ritrovarsi in faccia del Sole, per questo si potranno vedere, come talvolta accade, due, o tre Haloni. Per altro quando se ne veggono più d'uno, può accadere, che sieno o contigui, o l'uno sopra l'altro in maniera, che non si distinguano più gli ordini de' colori, ma si vegga una larga Corona irregolarmente colorata.

Dei Parelj, e Paraselene Cap. III.

LA famosa Meteora osservata a Roma l'anno 1629 adì 20 di Marzo, e descritta dallo Scheinero, diede occasione ai Filosofi di quei tempi di parlar de' Parelj. Tale Meteora, come sta ne' libri del Cartesio, e del Gassendo, era questa. A [1] è l'osservatore Romano. B il Zenith dell'osservatore. C il Sol vero. AB il piano verticale tirato dal Sole, e dall'occhio per lo Zenith. Intorno il Sole C comparvero due Iridi tronche ad esso concentriche, di colore diverso, delle quali la interiore DEF era più piena, e perfetta, ma tronca, ed aperta da D in F, ed in perpetuo sforzo di chiudersi, e talvolta ancor si chiudeva, ma tosto di nuovo si apriva. L'esterior fu sempre debole, ed appena sensibile, variata però ancor'essa de' suoi colori, ma molto instabile. La terza KLMN fu un grande cerchio tutto bianco, de' quali se ne veggono spesso nelle Paraselene intorno la Luna. Questa fu un arco eccentrico, che passava per mezzo del Sole, parallelo all'orizzonte, da M a N debole, e lacero. Nelle comuni interfezioni di questo cerchio coll'Iride esteriore si videro due *Parelj*, ovvero due *apparenti Soli* N, e K non del tutto perfetti, de' quali questo era più debole, ma quello

(1) *Fig.* 2. *T.* 16.

quello più forte, e splendido. Il fulgor di amendue nel mezzo emulava quello del Sole, ma i lati erano con i varj colori dell' Iride dipinti, nè rotonde, e precise, ma ineguali e lagunose si veggevano le loro circonfereaze. N era uno spettro inquieto vibrante una densa coda NP di colore simile al fuoco con continue reciprocazioni. Oltre questi, altri due se ne videro a M, ed L, meno vivaci, ma però più rotondi, e bianchi come il cerchio, in cui stavano, e simili al latte, o all'argento puro ec.

Non pago l'Hugenio delle spiegazioni, che intorno tale Meteora, ed altre simili a questa erano state date dagli altri Filosofi, dopo lunghe ricerche stabilì, che tutti tali Fenomeni non altronde avessero l'origine, che dalle diverse riflessioni, e rifrazioni de' raggi del Sole fatte in piccioli cilindri intorno d'esse agghiacciati, e nell'esterior superficie dal calore disciolti, e a diversa positura nell' Atmosfera sospesi.

E primo di tutto il circolo bianco, che sta parallelo all'orizzonte, il di cui centro è il Zenith, e passa per lo Sole, qual'è KLMN, essere stato prodotto dalla riflessione dei raggi Solari incidenti nella esterna superficie di tali cilindri a perpendicolo posti, e riflettenti all'occhio. Imperocchè sia il picciolo cilindro agghiacciato ABC [1] perpendicolare all'orizzonte OR, nel di cui punto B cada dal punto lucido S il raggio SB, e dovrà per le leggi della Catottrica l'angolo della riflessione OBC esser eguale all'angolo dell' incidenza SBA. E perciò BOR complemento ad un retto di OBC sarà eguale a SBD complemento ad un retto di SBA. E perciò l'angolo che fa il raggio riflesso BO coll'orizzonte OR sarà eguale all'angelo, che fa il raggio diretto SB con DB, ovvero collo stesso orizzonte OR. Dunque se il punto S rappresenti il centro del Sole, e siavi l'occhio d'uno spettatore nella retta BO, ed in fine siavi un cilindro gelato, qual si suppone ABC elevato sull'orizzonte, quanto è elevato il Sole, vedrassi in B risplendere il centro del Sole. Ciò che si è detto di tal cilindro, applicandosi a tutti gli altri, che vi possono essere nell'Atmosfera similmente posta, cioè a perpendicolo, e colla stessa elevazione, e colla stessa distanza dall'occhio, è facile il conoscere, come in tal caso dello spettatore posto in O dovrassi vedere un'aggregato di punti lucidi egualmente alti, e disposti in giro; cioè a dire una lucida periferia di cerchio parallela all' orizzonte, il di cui Polo è l'occhio dello spettatore, e centro il Zenith dello medesimo spettatore. E ciò che si è detto del centro del Sole applicandosi agli altri punti del disco, dovrà da ciascun punto riflesso in simili cilindri prodursi una lucida

O ij circon-

(1) *Fig. 3. T. 16.*

circonferenza, e dovrà in tal modo formarsi una latitudine di cerchio corrispondente al disco del Sole, come nel fenomeno Romano si vide. Dalle quali cose seguita ancora, che dovrà tale cerchio ascendere, o discendere secondo che il Sole ascende, o discende sull' orizzonte, ed in tal modo apparirà ancora or maggiore, or minore. E qualunque spettatore vedrà il suo particolar cerchio bianco; siccome ognuno vede la sua *Iride*; il che non seguita dalla spiegazion del Cartesio, che suppone essere questo un grande anello di ghiaccio solido nell'aria sospeso. Che se di tali circoli alcune parti sono languide, ed alcune talvolta non appariscono, deesi ciò attribuire alla mancanza della materia.

Come tali cilindri riflettendo i raggi Solari, che in essi urtano, ci fanno vedere il *circolo bianco*, così gli stessi rifrangendo i raggi, che passano di traverso, ci fanno vedere i due Pareli K, ed N. E certamente essendo essi in tale maniera disposti, che la parte loro esteriore sia liquefatta, e contenga dentro di sè minori cilindri agghiacciati, non potranno per un determinato spazio, qual'è l'arco KN, vedersi i raggi rifratti del Sole in quel modo, che abbiamo detto disopra nelle *Corone*, e comincieranno solo a farsi vedere tosto ch'è terminato tal'arco. Per questo l'arco KN vedrassi di poca luce, perchè non agisce sull'occhio che con i raggi *riflessi*, anzi per lo più dilegueravssi per la troppa vicinanza del Sole. Ma negli spazj K, ed N venendo all'occhio i raggi *rifratti*, e i *riflessi*, vedrassi un forte splendore. Ma perchè quanto più sono i vicini i cilindri a codesti limiti, tanto più folti sono i raggi, con cui per le loro rifrazioni ci feriscono gl'occhi, e per lo contrario quanto più si allontanano, tanto più dispersi e languidi sono i raggi, che ci vengono all'occhio; per questo sarà massimo lo splendore vicino ai limiti, il quale andrà sempre scemando finochè diventa insensibile, il che è cagione, per cui si veggono le porzioni d'arco K, ed N assai vivaci e con i colori dell'Iride a cagion delle rifrazioni, il qual fulgore sempre scemandosi, e disperdendosi compone le Code, qual è la Coda NP del Parelio N.

Per dimostrare le quali cose sia ABCD [1] uno di quei cilindri, nella cui superficie acquosa cada il raggio Solare EF, che rifratto in F si dirigga per FG, e rifratto di nuovo in G esca nell'aria per GH. Dico, che il raggio GH farà col piano dell'orizzonte un'angolo eguale a quello del raggio EF, cioè all'altezza del Sole. Imperocchè si tiri il piano ABCD, che passi per li punti F, e G, e sia parallelo all'asse del cilindro. Ed essendo AB, DC parallele, l'angolo GFC sarà eguale all'angolo AGF; onde

(1) *Fig* 4. *Tav.* 16.

onde per le leggi della Diottrica la rifrazione GH del raggio GF discenderà tanto quanto ascenderà la rifrazione FE del raggio stesso, cioè a dire, saranno eguali gli angoli EFD, BGH. Che se per la retta DC, ed il raggio EF si conduca un piano, ed un'altro per AB, e per GH, saranno questi egualmento inclinati al piano ABCD. La misura delle quali, essendo gli angoli KCB, ed LBC fatti dalle comuni sezioni de' suddetti piani colla base, saranno dunque anche tali angoli eguali. Poichè dunque, come abbiamo detto, gli angoli EFD, BGH sono eguali, seguita che tanto il raggio incidente EF, quanto il raggio rifratto GH sono all'orizzonte egualmente inclinati. Per lo che la luce del Sole per simili cilindri trapassando non potrà venire all'occhio dello spettatore se non da quei cilindri, che hanno la stessa elevazione, che ha il Sole, cioè a dire da quei medesimi, che compongono il *bianco cerchio*; il che è cagione, che i *Parelj* non possano se non nel bianco cerchio vedersi.

Per esaminare in quale distanza dal Sole debbano tali Parelj vedersi, si consideri il raggio, che tocca il cilindro di neve, quale suppongasi essere il raggio FG, nel qual caso sarà toccante anche la retta BC. Se dunque nel medesimo piano della base si tiri per lo centro N la retta ONM parallela a KC, e si produca fino in M, sarà BMN l'angolo, che fanno i due piani verticali, de' quali l'uno passa pel Sole, e l'altro per lo Parelio, ed amendue per l'occhio spettatore. Dato il qual'angolo, si avrà per conseguenza l'arco CN, cioè a dire, la distanza del Parelio dal Sole. Tal'angolo è maggiore, o minore, secondo che è maggiore, o minore la ragione del cilindro di neve al cilindro totale, ed inoltre secondo che è maggior, o minore l'elevazione del Sole, come dal calcolo del suddetto autore si conosce esposto nelle seguenti Tavole.

Al-

Altezze del Sole	Distanze del Parelio posta la ragione di 1000 : 473		Distanze posta la ragione di 1000 : 480		Distanze posta la ragione di 1000 : 680	
Gradi	Gradi	Minuti	Gradi	Minuti	Gradi	Minuti
0	22	0	22	30	45	0
5	22	10	22	38	45	26
10	22	38	23	8	49	44
15	23	28	24	0	49	4
20	24	42	25	16	52	46
25	26	26	27	4	58	24
30	28	48	29	26	67	42
35	31	58	32	42	94	22
40	36	18	37	10		
45	42	18	43	14	Oltre tali limiti non si vede il Parelio.	
50	51	0	52	26		
55	64	48	66	54		
60	92	34	98	24		

Dalle quali Tavole si conosce, che se vi siano varj cilindri con diversa ragion liquefatti, oltre i due Parelj K, ed N se ne potranno vedere degli altri a diverse distanze. Si conosce inoltre, come restando i cilindri gli stessi, quanto più ascende il Sole sull'orizzonte, tanto più cresce la distanza de' due Parelj, e nel discendere del Sole si diminuisce; le quali cose sono conformi alle osservazioni. Che se si liquefacciano in breve momento i cilindri, allora si contrae ancora in breve la distanza de' Parelj, fino che si dilegua, come narra Giulio Obsequente essersi veduto al tempo di Augusto. *Augusti Cæsaris ætate M. Lepido, & Munatio Planco Coss. tres Soles visos, eosque fuisse mox in unum orbem contractos.*

Quanto alle *Code* l'Autore le stende fino al quadrante in circa del cerchio bianco incominciando dal vero Sole; ma per esser debole la loro luce, non se ne vede spesso, che una parte.

Ora le Corone, che passano sempre per i Parelj, deono spiegarsi. Imperocchè come si veggono talvolta Corone senza Parelj, non si veggono però giammai Parelj senza Corone. Tal sorta di Corone non giudica il suddetto Autore generarsi dalle sfere di acqua, come quelle che si veggono senza Parelj. Imperocchè supposto ancora, che queste sfere fossero liquefatte colla stessa proporzion dei cilindri, si vedrebbono però le loro Corone andar fuori dei Parelj, come me si conosce dalle suddette Tavole. Imperocchè essendo ne' cilindri il diametro totale al diametro di neve come 1000 : 473 secondo le varie elevazioni del Sole cangiano ancora le distanze de' Parelj; la qual proporzione essendovi nelle goccie sferiche, la Corona che si produce è sempre di 44. gradi. Perlochè doversi prendere l'origine di tali Corone dagli stessi cilindri, che ci fanno vedere i Parelj, i quali potremo intendere, che sieno idonei, quanto le sfere, a produr le Corone, quando li concepiamo, com'è necessario, liquefatti non solo ai lati, ma ancora nelle basi, e nelle sommità in guisa che siano per ogni parte convessi, e simili alle sferoidi.

Quanto poi alla Corona interiore DEF del Fenomeno Romano, com' essa fu accidentale, e di rado in altre simili Meteora si vede, così non deesi attribuire ad altro, che ad una causa accidentale, e non è incredibile, che da altri cilindri in diversa maniere per l' aria sparsi ella fosse prodotta.

Un' altro effetto degli stessi cilindri perpendicolari all' orizzonte sono i due Parelj L, ed M in tal maniera nel circolo bianco disposti, che rivolto lo spettatore al Sole, gli sono alle spalle. Siccome tali cilindri colla *luce riflessa* producono, come abbiamo detto, il circolo bianco, e colla *rifratta* i due Parelj K, ed N, e la Corona esterna KN; così colla luce *rifratta* insieme, e *riflessa* producono i due Parelj L, ed M. Ciò si fa nella stessa maniera, con cui si produce l' *Iride Primaria*; dove è da osservare, che quivi il cilindretto opaco, quantunque sia necessario, perchè il cilindro intero non si cangi in una goccia rotonda, come avverrebbe se fosse tutta liquefatta, nulla però contribuisce a tali Parelj, anzi talvolta ce ne impedisce la vista.

La ragione, per cui tali Parelj non si veggono fuori del circolo bianco, è quella stessa, per cui nel detto circolo si vedono i Parelj K, ed N. Imperocchè anche in questo caso i raggi, che escono fuori del cilindro, serbano lo stesso angolo, che hanno avuto in entrando. E perciò non potranno anche in questo caso agire sull'occhio dello spettatore se non quei cilindri, che hanno la stessa elevazione, che ha il Sole, cioè quegli stessi, che compongono il circolo bianco, ed in conseguenza non potranno tali Parelj comparire fuori del detto cerchio.

E perchè essi siano in certi luoghi determinati del circolo bianco ciò nasce per la stessa ragione, per cui in una sfera di acqua veggiamo i colori dell'Iride in un sito determinato. V' è però questa differenza, che nella sfera aquea l'angolo del ritorno *efficace* è costante, come abbiamo veduto; ma nei cilindri è va-

rio

rio secondo la varia altezza del Sole. E perciò la positura di questi due Parelj è diversa, ed in conseguenza la loro distanza, ovvero l'arco LVM secondo che è diversa la elevazione del Sole. Ridotta a calcolo la loro semidistanza, ovvero l'arco VM si ritrova dall'Autore, come nella seguente Tavola.

Altezza del Sole Gradi	Semidistanza de' Parelj secondarj Gradi	Minuti
0	41	30
5	41	8
10	40	14
15	38	36
20	36	16
25	33	18
30	29	36
35	25	16
40	20	12
45	14	40
50	8	44
55	3	6
58	0	32

Dalla qual Tavola deduce l'Autore, che nel fenomeno Romano doveva essere la distanza de'due Parelj secondarj di 60 gradi in circa, essendo nel tempo dell'osservazione elevato il Sole 30 gradi in circa. Egli è da notare, che tali Parelj non comparvero colorati, come la Teoria ricerca; ma egli è credibile, che ciò nascesse dalla debolezza del lume, come talvolta si veggono bianche ancor le Corone. Per altro quando il lume è forte, non mancano i colori, come si osservò nel fenomeno osservato in Inghilterra, e registrato nella Storia di Matteo Paris. Nasce per questa mancanza di luce, che non sempre ancora si vaggono, come si osservò dall'Hevelio nella Meteora del 1661 adì 20 Febbrajo, il che dipende dalla troppa grandezza del cilindro di neve.

Veggonsi spesso in simili Meteore alcuni archi di luce toccanti le Corone, che stanno intorno del Sole or nella parte superiore, or nella inferiore. Tali se ne videro nella Meteora osservata a Roma dallo Scheinero nell'anno 1630; e in tutte quelle, che descrisse l'Hevelio nel fine del libro, ch'egli chiamò *Mercurio nel Sole*; quali sono per esempio QGR [1], e THS in una del-

[1] *Fig.* 5 *Tavol.* 16.

delle Meteore Heveliane. Di codesti archi non altronde prende l' origine l' Hugenio, che da' raggi rifratti, che passano a traverso di varj cilindri posti coll' asse parallelo all' orizzonte, non però tra se paralleli. La loro figura esser varia secondo le varie altezze del Sole, e secondo che i diametri delle Corone sono maggiori, o minori. E perchè le parti, dove questi archi toccano le Corone sono più luminose, e vivaci degli altri, di là nasce che li crediamo Parelj, come in G. La ragione poi perchè toccano essi per lo più le Corone è perchè quegli stessi cilindri che ci fanno vedere quest' archi, ci fanno veder ancora la Corona.

Quanto agli *Antelj*, o *falsi Soli* diametralmente al Sole vero opposti, qual è l' Antelio F, egli li attribuisce a posizione fortuita de' cilindri all' orizzonte inclinati.

E tali sono le esplicazioni dell'Hugenio intorno i Parelj, le quali abbiamo riferito come le più approssimantisi al vero, e non è difficile il trasportarle alle *Paraselene*; ovvero alle *false Lune*, che talvolta a lato della Luna si veggono.

Altre Meteore Enfatiche, quali sono le *Travi di luce* notate dall' Hevelio, o le *Verghe*, o le *Apparenze speculari* descritte dal Kirker, e dallo Scotto deliberatamente omettiammo; imperocchè di tali cose abbiamo detto abbastanza.

Fine del Settimo Libro.

LIBRO OTTAVO

Del Cielo, ove si trattano gli Elementi della Astronomia Fisica.

DEFINIZIONI.

1. ASTRONOMIA *dicesi* quella Scienza, che versa intorno degli Astri, e contempla i loro moti, le loro grandezze, positure, distanze, e simili altre loro affezioni.

2. *Astro* dicesi qualunque corpo celeste, o sia *Pianeta*, o *Cometa*, o *Stella*, e significa ancora *Costellazione*, ovvero aggregato di alquante Stelle.

3. *Stella* dicesi un Corpo celeste, che di propria luce risplende.

4. *Pianeta* un Corpo celeste, che non ha altra luce, che quella che gli viene comunicata da qualche Stella, il quale se gira intorno di una Stella dicesi Pianeta *Primario*, se intorno di un altro Pianeta, dicesi *Secondario*, ovvero *Satellite*.

5. *Cometa* è un corpo celeste, che oltre il solito in mezzo agli altri corpi a noi visibili comparisce, e poi si dilegua, simile in tutto a un Pianeta, ma con questo di vario, che il Pianeta a guisa solo di un lucido disco risplende; ma tale corpo oltre il disco lucente ha una lunga coda di luce, che per lo più l'accompagna.

6. *Cielo* dicesi tutto quello spazio vasto, in cui tali corpi descrivono le loro orbite, o sia tutto di rara, e sottile materia riempiuto, o pure una mera capacità, ed estensione vacua di corpi a diverse distanze posti adornata.

SEZIONE PRIMA.

Della Sfera celeste, e de' principali cerchi stabiliti dagli Astronomi per determinare i moti degli Astri.

BEnchè negl' immensi spazj dell' Universo noi non conosciamo nè limite, nè figura, comparisce però egli a nostri occhi a guisa di una sfera, la cui concava superficie sta tutt' adornata di stelle. Il centro di essa è il nostr' occhio, ed i nostri raggi visuali per ogni parte egualmente prolungati sono i suoi semi-

semidiametri, all' estrema superficie della quale per la grande distanza riduciamo il Sole, e la Luna, e tutte le Stelle, che veggiamo, benchè disegualmente distanti. In questa sfera gli Astronomi hanno fissati i loro punti, tirate le loro linee, e disegnati i loro cerchi per ridurre a regola i moti degli astri, ed in qualunque caso calcolarne la situazione, il che non solo di qual dignità sia, ma di quanto uso ancora per le civili società, e quanto alle Arti giovi, e principalmente alla Geografia, ed alla Navigazione, è facile il conoscerlo anche da quelli, che di simile scienza non sono che leggiermente informati.

Di tale Sfera noi ora tratteremo, e de' principali punti, e cerchi, che dopo di essere stati dagli Astronomi antichi inventati, sono universalmente ancora ne' nostri tempi mantenuti, e stabiliti, come quelli, che vengono dalla stessa natura determinati, e sono il massimo fondamento di questa nobilissima scienza. E perchè tra i circoli, che vengono in considerazione della sfera, dieci sono i principali, a cui tutti gli altri si riferiscono, de' quali dieci compose perciò la sua sfera artificiale il sagacissimo Tolommeo, che giova per meglio intendere, il tenere sotto degli occhi, e sono l' *Equatore*, l' *Eclittica*, l' *Orizzonte*, il *Meridiano*, i due *Coluri*, i due *Tropici*, e i due *Polari*; perciò di questi distintamente tratteremo. E perchè tra questi i sei primi tagliano la sfera nel centro, e perciò si dicono *maggiori*, e gli altri quattro la tagliano fuori del centro, e perciò si dicono *minori*, diremo prima di quelli, ed indi di questi per passare in fine agli altri, che da questi dipendono.

De' Circoli maggiori, e prima dell' Equatore. Cap. I.

SE un abitatore terrestre fissa il guardo attentamente nelle Stelle vede, qualunque di essa descrivere perpetuamente con moto equabile un cerchio di oriente in occidente, il qual esse compiono nello spazio di ventiquattr' ore. Lo stesso vede prossimamente farsi da tutti gli altri corpi celesti. Per tale su considerata dagli Astronomi la sfera celeste, come con moto equabile perpetuamente girante, dal cui moto sono rapite non solo le Stelle, ma tutti gli altri corpi ancora, che sono parti della visibile sfera, ed alla sua estrema superficie da noi si riducono. Fu per questo conceputo un *Asse* [1] PP, che è quel diametro immobile, intorno a cui la sfera celeste fa le sue conversioni, e furono distinti i due Poli mondani P, e P, che sono i due punti estre-

P ij mi

[1] *Fig.* 1. *Tav.* 17.

mi dell' asse PP, de'quali quello ch' è vicino alla costellazione, che i Greci chiamano ἄρκτος, ovvero *Orsa*, si dice il *Polo Artico*, di cui l' opposto dicesi *Antartico*. Il primo dicesi parimente *Boreale* dal vento Borea, che da quella parte spira, e *Settentrionale* dalle sette stelle, che vicino ad esso rilucono, e sono dette *Trioni*, cioè *Bovi*. Il secondo dicesi ancora *Australe* dal vento Austro, che di là soffia, e *Meridionale*, perchè sta verso dove noi veggiamo il Sole, quando egli è sul meriggio.

Così fu distinto l' *Equatore* EE, ovvero *Equinoziale*, o *Equidiale*, così detto perchè quando il Sole si ritrova in esso, i giorni, e le notti per tutta la terra si agguagliano; il quale è un cerchio massimo, i cui poli sono lo stesso, che i poli mondani, che passando per lo centro C divide la sfera in due parti eguali, l' una Artica, e l' altra Antartica. Egli è diviso in 360 gradi, secondo i quali si determina, come diremo, il moto del primo mobile, e le longitudini de' luoghi.

Se per gli poli dell' Equatore, che sono lo stesso, che i poli mondani si descrivono quantisivoglia circoli POP [1], che conforme le dottrine di Teodosio saranno tutti perpendicolari all' Equatore, si dicono questi i suoi *Secondarj*. Per mezzo di questi misurasi la declinazione di un dato fenomeno dall' Equatore, e la misura di tale declinazione è l' arco SO del secondario, il qual arco è intercetto tra il centro del fenomeno S ed il punto dell' Equatore O, per cui passa il secondario PSO. Per questo si chiamano ancora i *circoli della declinazione*, la quale è Boreale, ovvero Australe secondo che il dato punto è verso questo, o quel polo. Per mezzo di tali secondarj si riduce ancora qualunque punto dato, o sia nella Terra, o nel Cielo, all' Equatore, ed in tal punto dell' Equatore s' intende ridotto per cui passa il secondario dal dato punto all' Equatore descritto. Così punto dell' Equatore, a cui si riduce il fenomeno S, è il punto O.

Dell' Ecclittica, e del Zodiaco.

Ma perchè intanto che tutta la sfera comparisce girar da occidente in oriente in tempo di ventiquattr' ore, comparisce in questo tempo il Sole muoversi con moto proprio da occidente in oriente per un altro circolo massimo, che taglia l' equatore con un angolo di ventitrè gradi e mezzo, il quale giro egli compie nello spazio di un anno, fu segnato, e determinato tale circolo dagli

[1] *Fig.* 2. *Tav.* 17.

dagli Astronami, qual è OO [1], i cui poli sono S, ed S; ed *Ecclittica* fu chiamato; perchè l' ecclissi del Sole, e della Luna in esso si fanno. Per tale moto il Sole comparisce descrivere ciascun giorno un cerchio diverso, sensibilmente parallelo all' equatore, e per l'obbliquità dell'Ecclittica regolarmente si accosta, o si discosta, ed ora è di qua, ora di là dall' equatore in maniera però, che non oltre passa certi determinati limiti, che corrispondono all' angolo, che fa l'Ecclittica coll'equatore, cioè a ventitrè gradi e mezzo, a' quai limiti quando è arrivato, ritorna verso l'equatore, e va da limite a limite senza mai mutar le sue leggi.

Ma perchè i pianeti ancora intanto che col moto della sfera sono da oriente in occidente portati, compariscono descrivere ciascheduno un cerchio con moto proprio da occidente in oriente all' Ecclittica diversamente inclinato, e si veggono compiere il loro giro ciascuno in tempo diverso, ed ora di qua, ora di là dall' Ecclittica compariscono, ma non oltrepassano il limite di dieci gradi, hanno per questo gli Astronomi segnato quel tratto di Cielo stellato, che appartiene al Sole, e alla Luna, e agli altri pianeti, il quale tratto concepirono a guisa di una Zona, o Fascia, la cui larghezza è di venti gradi, cioè a dire dieci per parte dell' Ecclittica, e in dodici parti lo divisero o per la comodità di tal numero, ch' è divisibile in due, tre, quattro, sei, e dodici senza che avanzi frazione alcuna, o perchè intanto che il Sole compie il suo giro, la Luna compie prossimamente dodici lunazioni. Tale tratto del Cielo chiamarono essi il *Zodiaco* dalla voce Greca ζωδίακος, che significa *animale*, essendo state denominate col nome di animali le costellazioni, che in esso si sono distinte, o perche se le immaginassero simili nella figura a quegli animali da' quali presero il nome, o perchè vollero dare loro tali nomi, e per maggiore facilità della fantasia, e per maggior ornamento. Le dodici parti, nelle quali fu egli diviso furono dette le *Dodecatemorie*, ed ancora i *Segni*, e furono denominate dalle costellazioni, che in esse si ritrovavano l' *Ariete*, il *Toro*, i *Gemelli*, il *Cancro*, il *Lione*, la *Vergine*, la *Libra*, lo *Scorpione*, il *Sagittario*, il *Capricorno*, l' *Acquario*, e i *Pesci*.

Ma perchè le Stelle compariscono con moto proprio avanzarsi, ed essere portate da occidente in oriente per una conversione che si fa intorno a' poli dell'ecclittica, la quale sebbene è così lenta, che in 72 anni appena le fa avanzare un grado, è da avvertire, che le costellazioni non sono già più nel sito, in cui erano al tempo d' Ipparco, da cui pare, che fosse inventato, o almeno

[1] *Fig.* 3. *Tav.* 17.

almeno denominato il Zodiaco; ma notabilmente sono verso l'oriente avanzate. Non resta però, che collo stesso nome non si chiamino ancora le Dodecatemorie, e non si chiami ancora Ariete il primo segno, sebbbene non vi è più in esso la costellazione dell'Ariete, ma quella del Toro.

I primi sei segni sono detti i *Settentrionali*, gli altri sei gli *Australi*. Sei parimente sono gli *Ascendenti*, e sei i *Discendenti*. Quelli sono il *Capricorno*, l'*Acquario*, i *Pesci*, l'*Ariete*, il *Toro*, i *Gemelli*, ne' quali il Sole dall'austro al settentrione ascende; gli altri sei sono quelli, ne' quali il Sole dal settentrione all'austro discende, cioè il *Cancro*, il *Leone*, la *Vergine*, la *Libra*, lo *Scorpione*, e il *Sagittario*. Ciascuna Dodecatemoria si divide in trenta gradi, la somma de' quali fa il numero di 360, ne' quali ogni circolo degli Astronomi si divide. Dove sta il primo grado dell'Ariete, che è uno de i due punti, dove l'ecclittica, e l'equatore si tagliano, in cui essendo il Sole si ha l'equinozio di Primavera, incominciano a numerare gli Astronomi, e la loro numerazione va da occidente in oriente, cioè dall'Ariete al Toro, indi ai Gemelli ec. e così seguitando secondo l'ordine sopramentovato de' Segni. E quando un corpo celeste si muove da occidente in oriente, dicesi muoversi secondo l'*ordine de' Segni*, ovvero *in conseguenza*, e quando si muove da occidente in oriente, dicesi muoversi contro l'ordine de' Segni, ovvero *in antecedenza*.

I circoli, che si descrivono per gli poli dell'ecclittica, e perciò la tagliano ancora ad angoli retti, sono i *secondarj dell'ecclittica*, e per mezzo di questi si riduce qualunque Fenomeno all'ecclittica, come per mezzo dei secondarj dell'equatore si riduce all'equatore. Così se l'ecclittica è OO [1], i di cui poli S ed S, il cerchio SS è uno de' suoi secondarj, il quale descritto per lo Fenomeno P determina il punto dell'ecclittica R, cui tale fenomeno si riduce. Dal che nascono diverse denominazioni; imperocchè se due corpi celesti si riducono allo stesso punto di ecclittica si dicono *Congionti*, e si dicono *Opposti*, quando si riducono a due punti opposti. Se i due punti, ai quali si riducono due Pianeti, sono distanti la quarta parte dell'ecclittica, tali Pianeti si dicono essere in *Aspetto Quadrato*, se la terza parte, in *Aspetto Trino*, se la sesta parte in *Sestile*, e tali Aspetti con nome generale chiamansi *Sizigie*, benchè per tal nome intendansi particolarmente la congiunzione, e l'opposizione. L'arco AR

[1] *Fig. 2. Tav. 17.*

AR dell'ecclittica numerato in conseguenza dal primo dell'ariete A sino al punto R, per cui passa il secondario del Fenomeno, misura la *longitudine celeste* dello stesso fenomeno, e l'arco PR del secondario preso dal centro del fenomeno al punto R dell'ecclittica, per cui passa, misura la sua *latitudine celeste*, la quale è *Boreale*, ovvero *Australe* secondo che il corpo celeste è di qua, o di là dell'ecclittica. Tali secondarj per questo diconsi ancora i circoli delle *latitudini celesti*.

Dell' Orizzonte.

Orizzonte dicesi quel circolo massimo che divide la sfera in due emisferi, l'uno visibile ed al dissopra di noi, l'altro invisibile, ed al dissotto. Se passa per l'occhio dello spettatore abitante sulla superficie della Terra, come *a b* [1] dicesi l'*orizzonte sensibile*; se per lo centro della Terra, come A B, dicesi orizzonte razionale. Quanto più è lontano un corpo celeste, che spunta sull'orizzonte, tanto meno sensibile apparisce la differenza di questi due orizzonti, in maniera che nell'enorme distanza, in cui sono le Stelle, si confonde un orizzonte con l'altro, cioè a dire, subito che spuntano sull'orizzonte razionale si veggono spuntare ancora sull' orizzonte sensibile. Ma non così se il corpo celeste è vicino, come per esempio la Luna, la quale quando incomincia a spuntare sull'orizzonte razionale, non ancora è spuntata sull'orizzonte sensibile. Dicesi orizzonte quasi *terminatore*, o *definitore*. Se dai poli Z ed N in questo circolo, si tira una linea, sarà questa, per la dottrina di Teodosio, perpendicolare al circolo, e passerà per lo centro, e come nel centro stesso dell'orizzonte sta lo spettatore terrestre, così passerà per questo per lo vertice stesso dello spettatore, per questo il polo Z è il punto stesso verticale allo spettatore, il quale si chiama il *Zenith*, a cui l'opposto ed egualmente distante N si chiama *Nadir*. Tutti i circoli, che si concepiscono descritti per questi due punti si dicono i *secondarj* dell'*Orizzonte*, i quali perchè passano per lo vertice dello spettatore si dicono *Verticali*, ed ancora *Azimuthi*. Tra' quali due se ne distinguono, il primo, che passa per gli poli mondani ed è perpendicolare all'equatore, e chiamasi il *meridiano*, e l'altro, che taglia il meridiano ad angoli retti, e dicesi il *Verticale primario*. Da questi due circoli sono determinati i quattro punti cardinali della sfera, che sono le quattro intersezioni fatte da essi nell'orizzonte, dal meridiano sono determinati i punti del Borea, e dell' Austro, dal Verticale primario i punti

(1) *Fig. 5. Tav. 17.* (2) *Fig. 6 Tav. 17.*

punti dell'oriente, e dell'occidente. Tutt'i circoli, che si concepiscono paralleli all'orizzonte, o verso il Zenith, o verso il Nadir, si dicono *Almuncantarathi*, come MM. Per mezzo de' circoli verticali si determina l'*altezza*, e la *depressione* di un fenomeno riguardo all'orizzonte, e la misura della sua altezza, ovvero della depressione è l'arco del Verticale intercetto tra il centro del dato fenomeno e l'orizzonte, come l'arco [1] PR. L'arco OR intercetto tra il punto cardinale O, ed il punto R dell'orizzonte, per cui passa il Verticale descritto per lo centro del corpo celeste, dicesi l'*azimutho* orizzontale del detto corpo. Come l'equatore, e l'ecclittica sono due cerchi immutabili, così l'orizzonte è mutabile, e vario, perchè dipende dallo spettatore in maniera, che tanti orizzonti debbano concepirsi, quanti spettatori si concepiscono. Quanti si voglia però sieno gli orizzonti, a tre sorte si riducono. Imperocchè o lo spettatore è sotto l'equatore, in maniera che l'equatore sia allora perpendicolare all'orizzonte di tale spettatore, e allora l'orizzonte chiamasi *Retto*, e lo spettatore dicesi essere nella *Sfera retta*; o che lo spettatore è fuori dell'equatore, in maniera che l'equatore sia inclinato al suo orizzonte, e allora l'orizzonte dicesi *Obliquo*, e la positura della sfera *obliqua*, o infine lo spettatore è sotto uno dei poli in maniera che l'equatore diventa il suo orizzonte, e allora l'orizzonte dicesi *Parallelo*; e la sfera è in positura *parallela*, dalle quali diverse positure nascono diverse variazioni per gli spettatori terrestri.

Imperocchè quelli che hanno l'orizzonte retto hanno il Zenith, e Nadir nello stesso equatore, e il loro orizzonte passa per gli poli mondani; ciascun punto della sfera ed in conseguenza ciascun corpo celeste comparisce ad essi ascendere perpendicolarmente all'orizzonte nella conversione diurna, e tutti i corpi che insieme nascono pervengono insieme al Meridiano, ed insieme tramontano. Vedono essi qualunque corpo celeste girare per egual tempo sopra dell'orizzonte, e disotto. Così delle conversioni diurne del Sole in qualunque giorno dell'anno la metà si fa sopra dell'orizzonte, e la metà disotto, onde nasce, che per tali spettatori i giorni in tutto l'anno sieno eguali alle notti, cioè a dire vi sia perpetuo equinozio. In tale positura parimente l'*ascensione*, e *discensione* delle Stelle, è *retta*, e la misura della ascensione retta è l'arco dell'equatore preso per l'ordine de' segni dal primo punto d'Ariete sino al punto, che insieme colla data Stella ascende sull'orizzonte, come l'arco AO [2] essendo A il

(1) *Fig* 6. *Tav* 17. (2) *Fig* 2 *T*. 17.

il primo d'Ariete, ed O il punto dell'equatore, che ascende insieme con la Stella S; l'arco poi preso dal primo punto d'Ariete A fino al punto dell'equatore, che colla data Stella tramonta, è la misura della discensione retta.

Quelli, che hanno la sfera obliqua, hanno il Zenith di qua dell'equatore, ed il Nadir di là. Uno dei poli mondani loro sempre apparisce, e l'altro sta sempre sempre loro nascosto, l'uno giammai non tramontando, e l'altro giammai non nascendo. In tale positura, essendo che ciaschedun punto della Sfera descrive con equabile moto o l'equatore o un cerchio parallelo ad esso, e di tutti questi cerchi essendo il solo equatore tagliato egualmente dall'orizzonte, e tutti gli altri essendo inegualmente tagliati, seguita che di tutte le conversioni del Sole, quella sola è bipartita egualmente che egli fa quando si ritrova nell'equatore, e allora si agguaglia il giorno alla notte, il che succede due volte all'anno, cioè a dire adì 21. di Marzo, e adì 21. di Settembre. Ma tutte l'altre conversioni sono inegualmente tagliate, ed allora i giorni non sono eguali alle notti, e sono maggiori i giorni quando il Sole è di qua dall'equatore, minori quando è di là, perchè nel primo caso del parallelo, che descrive il Sole la parte maggiore sta sopra l'orizzonte, e nel secondo sta di sotto. Se l'obliquità della sfera cresce in maniera, che tutto il parallelo descritto dal Sole, o da qualche Stella stia tutto sopra dell'orizzonte, allora per tali abitatori non tramonta per quel giorno il Sole, o la detta stella, ma se il parallelo sta tutto nascosto sotto l'orizzonte per questi abitatori non nasce allora il Sole, o la detta stella. Da tale sfera l'ascensione, o discensione delle stelle, è *obliqua*, e la sua misura è l'arco, che dal primo d'Ariete per l'ordine de' segni si numera fino al punto dell'equatore che insieme con la stella nasce, o tramonta. La differenza de' due archi che rispondono all' ascensione retta, ed obliqua si dice la *Differenza Ascensionale*. Quelli infin, che hanno la sfera parallela hanno per loro Zenith uno dei poli mondani, e per loro Nadir l'altro. Tutti i punti celesti fanno per essi una conversione parallela all'orizzonte; per essi nessun punto dato di sfera nasce, e nessuno tramonta; perchè quelli, che sono sopra dell'orizzonte stanno sempre sopra dell'orizzonte, e quelli, che sono dissotto non spuntano mai. Quando il Sole è nell' equatore apparisce ad essi mezzo sopra dell'orizzonte, e mezzo dissotto, e di tutte le sue annue conversioni la metà sta sopra dell'orizzonte, e la metà sta dissotto, cioè a dire vi sono per tali abitatori sei mesi di giorno, e sei di notte.

Del Meridiano.

Il *Meridiano* è il cerchio massimo, che passa per gli poli del Mondo, e per gli poli dell'orizzonte, cioè per lo Zenith, e Nadir dello spettatore, come AZBN [1]. Come a qualunque spettatore appartiene il suo orizzonte, così ancora il suo meridiano, e dicesi *Meridiano*, perchè per qualunque spettatore, quando il Sole è arrivato in questo cerchio nella diurna sua conversione, allora vi è il *Meriggio*. Imperocchè da tale cerchio tutti gli archi, che il Sole o sopra, o sotto l'orizzonte descrive sono tagliati in parti eguali. Esso determina il punto medio della dimora, che fa una stella, o il Sole o sopra, o sotto dell'orizzonte; imperocchè tal momento di tempo è quando la stella arriva al meridiano, nel qual tempo ancora vi è la sua massima elevazione. Per mezzo di tal cerchio si misura ancora la *Latitudine terrestre* di un dato luogo, la cui natura è l'arco del meridiano intercetto tra il dato luogo, e il punto dell'equatore, per cui il suddetto meridiano passa. Così parimente serve a misurare la *Longitudine terrestre*. Appresso gli antichi la longitudine di un dato luogo era determinata dall'arco dell'equatore intercetto tra il primo meridiano, e il meridiano del luogo dato, numerando da occidente in oriente, ed il primo meridiano era appresso di essi il meridiano del luogo riguardo ad essi più occidentale, cioè nell'Isole *Azzoridi*, o *Fortunate*. Ora il primo meridiano viene stabilito da ciascuno nella sua Città, e l'arco intercetto tra questo meridiano, e quello del luogo dato, è la misura della longitudine ricercata. Dal meridiano ancora si misura l'altezza del polo sull'orizzonte, e di tanti gradi si giudica essere elevato il polo sull'orizzonte, di quanti è l'arco del meridiano, che sta intercetto tra il polo e l'orizzonte.

Essendo il tempo che impiega il Sole nel girar da un meridiano all'altro, diviso in ventiquattro parti eguali, che *Ore* si appellano, nel qual tempo comparisce il Sole equabilmente descrivere tutto il suo parallelo, oltre il meridiano altri secondarj circoli sono conceputi, che passano per gli poli mondani, come PR [2] e sono detti *Circoli Orarj*, ed eguale intervallo posti in maniera che quindici gradi dell'equatore per ogni loro intervallo sono compresi. Si dicono circoli Orarj, perchè per mezzo d'essi può determinarsi qual ora sia avanti, e dopo il mezzo giorno. Così se nel second'Orario si ritrova il Sole, si conosce man-

(1) *Fig* 7. *T*. 17. *Fig* 8 *T* 17

mancar un'ora al mezzo giorno, se nell' undecimo vi ha un'ora di più. Di tali circoli quanti si voglia se ne possono concepire secondo che si divide il tempo in parti; nè sono differenti dagl' infiniti meridiani, che possono concepirsi secondo le infinite posizioni dell'abitatore dall'Oriente all'Occidente.

Dei due Coluri.

I Coluri sono due circoli massimi, che dai poli mondani sono tirati all'equatore, e passando per gli quattro punti cardinali del Zodiaco dividono la Sfera in quattro quadranti. Sono detti Coluri quasi *imperfetti*, perchè a quelli, che hanno la sfera obliqua non compariscono mai tutt' intieri sull'orizzonte. E sono due, l'uno si chiama il *Coluro degli Equinozj* che passa per gli due punti equinoziali, cioè per lo principio dell'Ariete, e della Libra, l'altro è il *Coluro de' Solstizj*, che passa per gli due punti solstiziali, cioè per lo principio del Cancro, e del Capricorno, dove arrivato il Sole, per qualche tempo comparisce restar nel medesimo parallelo senza accostarsi, nè discostarsi dall'equatore. Da' due Coluri è diviso il Zodiaco in quattro parti eguali, che rispondono alle quattro stagioni dell'anno. Il Coluro degli Equinozj divide l'ecclitica ne' segni *Australi*, e *Settentrionali*; quello dei Solstizj ne' segni *Ascendenti*, e *Discendenti*.

De' quattro cerchi minori, e prima de' due Tropici. Capitolo II.

I *Tropici* sono i due cerchi minori distanti dall'equatore ventitrè gradi e mezzo, come MM [1] l'uno de' quali a noi vicino si dice il *Tropico del Cancro*, l'altro che è verso Austro, si dice il *Tropico del Capricorno*. Sono detti ancora i circoli *Solstiziali*, perchè si fanno in essi i Solstizj, imperocchè il Sole non oltrepassa mai tali cerchi; ma quando è pervenuto ad uno, ritorna in dietro; dal che si chiamano Tropici.

Il Tropico del Cancro, che si dice ancora il *circolo estivo*, e il *circolo dell'alto solstizio* è il più vicino al Settentrione di tutti quelli, che il Sole descrive, cui essendo giunto il Sole non più verso il Settentrione si accosta, ma ritorna verso Austro. Quando il Sole è in questo Tropico, per noi il giorno è più lungo di tutti, e la notte è la più breve. Il Tropico del Capricorno, che si dice ancora l' *Invernale*, e del *basso Solstizio*, è il circolo

Q i di

(1) *Fig. 9. T. 17.*

di tutti quelli, che descrive il Sole, più remoto da noi, ove essendo giunto il Sole, non più da noi si allontana; ma ritorna ad avvicinarsi. Quando il Sole è in questo Tropico per noi v'è la notte più lunga, e il giorno più breve.

De i due Polari.

I due circoli paralleli all'equatore, e distanti ciascheduno dal suo polo ventitrè gradi e mezzo, sono detti i *Polari* come RR. E sono questi descritti da' poli dell'ecclittica giranti intorno i poli mundani nella conversion della sfera, perciò la loro positura è immutabile, e l'ecclittica giammai non si muta; ma se questa si muta, si mutano ancor'essi di sito. Quello che sta vicino al Polo Artico, si dice il *Polare Artico*, ovvero *Settentrionale*, e quello che sta vicino al Polo Antartico, si dice *Polare Antartico*, ovvero *Australe*.

Delle Zone. Cap. III.

DA' due Tropici, e da' due Polari considerati nella sfera terrestre viene tutta la superficie della Terra divisa in cinque spazj, che si chiamano *Zone*, e *Fasce*. Due di queste sono *Fredde*, due *Temperate*, ed una *Torrida*.

La Torrida è situata in mezzo dei Tropici MM, così detta dal calore del Sole, per cui appresso gli antichi era creduta inabitabile, e la sua larghezza è di gradi 47. Tre sorte di abitatori in essa si distinguono; altri sotto l'equatore, altri fra l'equatore e i Tropici, ed altri sotto i Tropici. Quelli, che sono sotto l'equatore, hanno un perpetuo equinozio, il Sole è loro verticale due volte all'anno, cioè a dire nel meriggio quando è nel primo grado dell'Ariete, e della Libra, nel qual tempo essi non fanno alcuna ombra, e perciò si dicono *Ascj*, cioè senza ombra.

Tutte le stelle per essi nascono, e tramontano, hanno quattro solstizj, cioè due alti, essendo il Sole ne' punti equinoziali, e due bassi, essendo egli ne' due tropici, hanno due state, e due inverni, e per sei mesi hanno le ombre all'Austro, e per gli altri sei al Settentrione; onde *Amfiscj* sono ancora chiamati, cioè di due ombre.

Quelli, che sono tra l'equatore e i tropici hanno parimente due ombre, onde anch'essi sono Amfiscj, hanno quattro solstizj, due alti, e due bassi, due stati, e due inverni, due volte l'anno ancor ad essi sta il Sole verticale al meriggio; onde *Ascj* sono chiamati.

Quelli

Quelli finalmente, che sono sotto i tropici hanno un' ombra sola, onde *Eteroscj*, ovvero di una sola ombra si chiamano. Hanno due solstizj uno alto, e uno basso, una sola state, ed un solo inverno, ed una volta all'anno il Sole verticale al meriggio, nel qual tempo sono *Ascj*.

Le due fredde sono verso i due poli mondani limitate da' circoli Polari R R, e perciò ciascheduna comprende ventitrè gradi e mezzo. Risplendendo a queste molt' obliquo il Sole credevano gli antichi, che fossero ancora queste inabitabili; ma si scopersero poi la maggior parte abitate.

In queste ancora si distinguono tre sorte di abitatori, imperocchè altri sono sotto i circoli polari, altri sotto i poli, altri tra i poli e i circoli polari. Quelli che sono sotto i circoli polari hanno dentro di un anno un giorno di ventiquattr' ore, ed una egual notte. Quelli che sono tra il polo e i polari hanno alcuni giorni maggiori di ventiquattr' ore; e così alcune notti; in tutto il restante essendo simili agli abitatori delle temperate. Quelli finalmente, che sono sotto i poli hanno sei mesi giorno, e sei mesi notte, hanno un solo solstizio, una sola state, un solo inverno; le ombre girano loro d' intorno, onde *Periscj* sono detti, ovvero coll' *Ombre intorno*.

Le altre due, che sono in mezzo tra il calore e il freddo, diconsi *Temperate*, l' una delle quali è limitata dal Polare Artico, e dal tropico del Cancro, l' altra dal Polare Antartico, e dal tropico del Capricorno, essendo ciascuna distesa per quarantatrè gradi. Gli abitatori di tali Zone hanno due solstizj un alto, e un basso, una sola state, ed un solo inverno, due equinozj. Ad essi il Sole non è mai verticale, alcune stelle giammai non nascono, alcune giammai non tramontano, ed hanno una sol' ombra; onde *Eteroscj* sono chiamati.

Dei Paralleli, e dei Climi.

La diversità dei giorni, e delle notti, che si ritrova secondo le diverse distanze dall' equatore, onde quanto più sta lontano da esso l' abitatore, tanto più cresce per esso il massimo giorno, e la massima notte, fu occasione a Tolommeo, ed agli antichi Cosmografi di dividere le Zone terrestri con *Cerchi Paralleli* all' equatore distanti l' uno dall' altro quanto importa di spazio l' accrescimento di un quarto d' ora per lo massimo giorno. In tal modo posto l' equatore per primo cerchio, il secondo è dove il massimo giorno è di ore 12, e $\frac{1}{4}$; il terzo dove è di ore 12, e $\frac{1}{2}$;

e così

e così seguitando. Due di tali spazj compresi tra i paralleli formano un *Clima*, e perciò i Climi vanno di mezz' ora in mezz' ora, che dall' equatore al Polare computati sono ventiquattro. I Climi computati dagli antichi sono solamente sette trascurando quei luoghi, che ad essi erano poco noti; e da qualche luogo insigne, che dentro del Clima si ritrovava, ad essi diedero il nome. Così il primo fu chiamato il Clima per Meroe Isola bagnata dal Nilo, il secondo per Siene Città dell' Egitto, il terzo per Alessandria, il quarto per Rodi, il quinto per Roma, il sesto per lo Ponto Eusino, il settimo per le Foci del Boristene. In quel modo che distinsero i climi verso l' Artico, li distinsero ancor nell' Antartico dando loro la denominazione contrapposta ai primi. In tal modo distinsero il clima *contra Meroe*, *contra Siene ec.*

Dei Perieci, *Anteci*, *ed Antipodi*. *Cap. IV.*

SEcondo la diversità dei cerchi, ne' quali sono gli abitatori terrestri, si distinguono in *Perieci*, *Anteci*, ed *Antipodi*. I *Perieci* quasi *abitatori d'intorno* sono quelli, che abitano sotto lo stesso parallelo, e meridiano nella medesima Zona, de' quali in conseguenza v'è la stessa latitudine verso il medesimo polo, e la differenza della longitudine è di 180. gradi. Questi hanno primamente la stessa Zona, la stessa state, e lo stesso inverno, e i giorni, e le notti simili; ma non lo stesso principio di giorno, o di notte. Quando è mezzo giorno per uno, è mezza notte per l'altro. Nel tempo degli equinozj il Sole nasce a un Perieco, mentre tramonta all' altro; ma nella primavera, e state prima nasce ad uno di quello, che tramonti all' altro; e nell' autunno, ed inverno prima tramonta ad uno di quello che nasca all' altro.

Gli *Anteci*, quasi abitatori all'incontro, sono quelli, che sono sotto un meridiano comune ad egual longitudine, e latitudine in due Zone diverse l' uno di qua, l'altro di là dell'equatore. Hanno questi insieme il mezzo giorno, e la mezza notte, e numerano insieme tutte le ore; ma la quantità del loro giorno è diversa. Perchè quando cresce appresso un Anteco Boreale il giorno, decresce presso l' Australe. Le stagioni dell' anno sono nello stesso tempo contrarie; cioè a dire quando uno ha la primavera, l' altro ha l' autunno, e quando l' uno la state, l' altro l' inverno. I giorni d' uno sono eguali alle notti dell' altro, nel tempo degli equinozj il Sole nasce ad essi insiame, e tramonta insieme; negli altri giorni all' uno tramonta più presto che all' altro.

Gli

Gli *Antipodi* sono quelli, che abitano in un punto a noi opposto sotto lo stesso meridiano, e diametralmente opposti, e distanti l'uno dall'altro 180. gradi. Hanno questi lo stesso orizzonte, ma Emisfero diverso, e per turro l'anno mentre il Sole, e le stelle ad uno nascono, all'altro tramontano. Il giorno più lungo per uno è il più breve per l'altro, e quando all'uno è il mezzo giorno, all'altro è la mezza notte. Mentre all'uno è primavera, all'altro è autunno, e mentre all'uno è state, all'altro inverno. Quanta elevazione uno ha di polo Boreale, tanta l'altro ha dell'Australe. Finalmente quelle stelle, che perpetuamente ad un Antipodo appariscono, all'altro stanno sempre nascoste.

Del nascere, e tramontar delle Stelle Cosmico, Acronico, ed Heliaco. Cap. V.

IL nascere, e il tramontar delle Stelle si può considerar assolutamente, e respettivamente. Nel primo modo allora si dice *nascere* una stella quando spunta sull'orizzonte, e *tramontare* quando si nasconde. Ma nel secondo modo, (ch'è assai usato da' Poeti) tre specie si distinguono. Il nascere, o tramontar *Cosmico*, l'*Acronico*, e l'*Heliaco*. Nasce *Cosmicamente* una stella, quando nasce nello stesso tempo, in cui nasce il Sole, e tramonta *Cosmicamente* quando tramonta nello stesso nascer del Sole. Nascere, e tramontare *Acronicamente* s'intendeva ordinariamente una stella, quando nasce, o tramonta nel tramontare del Sole; ma in altra maniera giudica il Keplero doversi prendere questa voce, e il nascer, e tramontare Acronico doversi intendere sempre in opposizione del Sole in maniera che nasca Acronicamente una stella, quando nasce nel tramontare del Sole, e tramonti Acronicamente, quando tramonta nel nascer del Sole.

Quando una stella, che nascendo col Sole era tolta alla nostra vista dai raggi stessi del Sole, incomincia a separarsi dal Sole, ed a farsi vedere o nascendo prima del Sole, o tramontando dopo del Sole, si dice *nascere Heliacamente*. Ma *tramonta Heliacamente* quando ci viene tolta di vista dai raggi del Sole. Non colla stessa misura di tempo tutte le stelle o s'immergono ne' raggi del Sole, o si manifestano quando prima erano immerse. Imperocchè ciò dipende dalla maggiore, o minor chiarezza delle stelle. Così perchè si scoprano le stelle della minima grandezza è necessario, che il Sole sia diciotto gradi depresso sotto l'orizzonte, perchè non vi sia alcun crepuscolo, che le offuschi; per quelle della stessa grandezza diciassette, e così seguitando fino che per quelle della prima

prima grandezza sono necessarj dodici gradi. I Pianeti ricercano minor depressione; così per Saturno, e Marte undici gradi si ricercano, per Giove, e Mercurio dieci, per Venere cinque, sebbene tali misure vengono alterate secondo la maggiore, o minore vicinanza dello stesso Pianeta.

Della Parallasse. Cap. VI.

Sia AB [1] la Terra, il di cui centro C, e sia un fenomeno in P, il quale se fosse guardato dal centro C sarebbe riferito al punto del Firmamento, ovvero alla stessa sfera N, ma riguardato dal luogo A è riferito al punto, ovvero alla sfera M. Il punto M chiamasi il *Luogo Apparente*, o *Sensibile*, e il punto N il luogo *Reale*, o *Razionale*, e la differenza di tali luoghi, cioè l'arco NM dicesi la *Parallasse di altezza* del suddetto fenomeno.

E perchè l'arco NM non è sensibilmente differente dall'angolo NPM, come se P fosse nello stesso centro C, per questo per la Parallasse del Pianeta prendesi ancora l'angolo NPM, ovvero il suo eguale APC.

Ivi è da osservare, che restando sempre il fenomeno nella stessa distanza dal centro C, secondo le diverse sue orizzontali altezze, sono diverse ancora le sue Parallassi. Quando è nel Zenith Z, allora coincidendo la retta tirata dal centro C, e dal punto A, l'angolo APC diventa zero, ed in conseguenza la parallasse è nulla. Ma più che il fenomeno si allontana dal Zenith, l'angolo APC [2] diviene più grande, e perciò cresce la parallasse, la quale diventa massima, quando il fenomeno sta sull'orizzonte, come si conosce calcolando per trigonometria il triangolo APC.

Ma essendo le altezze pari quanto più è distante il fenomeno, tanto minore è la sua parallasse. Così essendo posti nella medesima altezza i due fenomeni P [3], e p, la parallasse di trovasi minore di quella di P,

Tiran-

[1] *Fig.* 10. *Tav.* 17. [2] *Fig.* 11. *Tav.* 17. [3] *Fig.* 12 *Tav.* 17.

Teorema fondamentale.

La distanza di un fenomeno dal centro della Terra è al semidiametro della Terra come il seno della distanza apparente dal Zenith al seno della Parallasse.

Ciò si fa evidente dalle dottrine trigonometriche. Imperocchè nel triangolo APC [1] il lato CP è al lato AC come il seno dell' angolo CAP, ovvero ZAP, ch' è la distanza apparente del fenomeno P dal Zenith Z, al seno dell' angolo APC, ch' è la Parallasse.

Corollarj.

1. Dalla qual proposizione seguita primamente, che essendo pari le distanze dal Zenith, quanto maggiori saranno le distanze di un fenomeno della Terra, tanto minori saranno, come abbiamo detto, le sue parallassi in maniera che può crescere in tale maniera la sua distanza, che può svanire affatto, e rendersi insensibile la sua parallasse.

2. In quel modo, che conosciuta la distanza di un fenomeno dalla Terra si può conoscere per tale proposizione la sua parallasse, così ancora conosciuta la sua parallasse, potrà conoscersi la sua distanza.

3. Se vi siano due fenomeni egualmente dalla terra distanti, ma diversamente elevati sull' orizzonte, saranno i seni delle loro parallassi come i seni delle loro distanze dal vertice. Imperocchè la loro distanza dal centro della Terra dicasi A, e il raggio della Terra dicasi R; i seni delle loro distanze dal vertice si dicano S, ed s; e i seni delle loro parallassi P, e p; e si avrà per lo Teorema.

$$A : R = S : P$$

e parimente $A : R = s : p$

onde si deduce $S : s = P : p$, cioè a dire seno della distanza apparente dal Zenith in un fenomeno a quella di un altro, come seno della Parallasse del primo al seno della Parallasse del secondo.

4. Ma se i due fenomeni sono inegualmente rimoti dal centro della Terra, ed egualmente distanti dal vertice, i seni delle Parallassi sono reciprocamente, come le loro distanze dal centro. Imperocchè siano le loro distanze dal centro [2] A, ed a; i seni

[1] *Fig* 10. *Tav.* 17. [2] *Fig.* 12. *Tav.* 17.

seni delle loro distanze dal vertice B, e B, i seni delle loro parallassi, S, ed s, e si avrà per la stessa proposizione.

$$A : R = B : S$$

e parimente $a : R = B : s$

dunque $AS = as$; e perciò $A : a = s : S$, cioè a dire i seni delle parallassi in ragione reciproca delle distanze dal centro.

5. Onde nasce infine essere i seni delle parallassi in ragione composta diretta delle altezze del vertice, ed inversa della distanza dal centro della terra.

Delle parallassi di longitudine, e latitudine.

L'alterazione dell'altezza, che è cagionata dal sito dello spettatore fa che si alteri ancora la *Latitudine*, e *Longitudine*. Imperocchè sia OR [1] l'orizzonte, ZN il verticale, e CC l'ecclittica, e sia D il luogo razionale di un corpo celeste, d il luogo veduto. Se all'ecclittica si tirano i circoli di latitudine DE, de, è cosa chiara che riguardo al luogo vero D nel verticale il luogo nel ecclittica sarebbe in E, ma riguardo al luogo veduto d nel verticale il luogo nell'ecclittica sarebbe in e. Ed in tal modo posto A per lo principio dell'Ariete la longitudine razionale sarebbe AE, ma la sensibile Ae, e la differenza E e di tali due longitudini dicesi la *Parallasse di longitudine*. Tirato poi l'arco Dr parallelo all'ecclittica, sarà l'arco dr la differenza della latitudine razionale dalla veduta, e dicesi la *Parallasse di Latitudine*.

Dalle quali cose seguita, che se il verticale è parimente circolo di latitudine, cioè a dire, se è perpendicolare all'ecclittica, allora svanisce la parallasse di longitudine; ma se la stessa ecclittica è verticale, svanisce allora la parallasse di latitudine.

Della mutazione del sito per cagion della Refrazione.
Cap. VII.

NON è solo il sito dello spettatore terrestre, che faccia comparire in luogo diverso dal vero i corpi celesti; ma ciò nasce ancora dalla *Refrazione* de' loro raggi. Imperocchè sia un Pianeta in P [2], un raggio del quale intendasi cadere nel punto O dell'Atmosfera terrestre, e allora poich'egli passa dall'etere puro nell'aria, cioè dal raro al denso, invece di proseguire drittamente il suo

[1] *Fig.* 13 *Tav.* 17 [2] *Fig.* 14 *Tav.* 17.

suo cammino, sarà obbligato per le leggi della Diottrica ad infletterſi verſo la perpendicolare A C, e perciò agirà ſull'occhio dello ſpettatore poſto in A, come ſe provenisse dal punto *p*, e perciò il Pianeta, come abbiamo dimoſtrato nelle dottrine della viſione, sarà veduto in *p*. Dove ſi conoſce, che la Rifrazione fa un effetto tanto contrario alla Parallaſſe, cioè a dire che la Parallaſſe abbaſſa l' oggetto, e la rifrazione lo innalza.

Se l' Atmoſfera foſſe per tutto egualmente denſa, allora paſſando i raggi dall' etere puro nell' Atmoſfera, s' infletterebbono ſolamente in O andando per la retta A O. Ma ſe come è più probabile, i gradi della denſità vanno ſempre aumentando ſecondo che ſi diminuiſcono le diſtanze dal centro, allora il raggio patirà continuate infleſſioni, e la linea A O diventa una curva.

Ivi è da oſſervarſi, che la diverſità della diſtanza non cagiona diverſità di rifrazione, quando vi ſia la medeſima elevazione. Imperocchè o ſia il Pianeta in P, o ſia in R, eſſendo i ſuoi raggi egualmente incidenti ſaranno ancora per le leggi della Diottrica egualmente rifratti, e perciò nell' uno, e nell'altro caſo per la ſtella linea ſaranno riferiti il primo in *p*, ed il ſecondo in *r*.

Ma quando la elevazione è diverſa, è ancora diverſa la rifrazione; imperocchè eſſendo il ſeno della rifrazione in ragione ſempre coſtante col ſeno dell' incidenza, sarà l' infleſſione tanto maggiore quanto meno ſta elevato ſovra l' orizzonte il fenomeno, cioè a dire sarà maggiore la rifrazione, e la differenza del ſito reale dall' apparente comparirà più grande.

SEZIONE SECONDA.

Della diviſione de' tempi, e dell' Epoche più celebri ſtabilite dagli Aſtronomi nelle loro computazioni.

QUando una qualche *Coſa* dal primo punto, in cui ha incominciato ad eſiſtere, continua ad eſiſtere, ſi dice che *dura*, e la continuazione della ſua eſiſtenza ſi dice *durazione*. L' idea della durazione non importa in ſe ſteſſa alcun limite, ella è una *indefinita ſerie ſucceſſiva* di *parti fluenti*, ovvero *d' iſtanti*, l' *uno de' quali non v' è più, quando l' altro comincia*. Nell' idea infinita della durazione ſi contiene l' idea finita del tempo, in quella maniera che nell' idea indefinita dell' eſtenſione ſi contiene l' idea finita della figura, e il tempo altro non è, che un *aggregato finito di queg?' iſtanti*, o *termini*, o *punti di durazione*, de' *quali l' aggregato infinito forma* la *durazione*, cioè a dire egli è una *durazione determinata*.

Tra le parti del tempo dagli Astronomi stabilite le più comuni sono il *Giorno*, il *Mese*, e l' *Anno*, delle quali gli Astronomi con accuratezza trattano, dipendendo dall' esatta notizia, e misura di esse le dottrine più importanti de' tempi; e di tali parti ora diremo.

Del Giorno. Cap. I.

IL *Giorno* è di due sorte: *Naturale*, ed *Artificiale*. Il naturale è tutto il tempo, in cui veggiamo il Sole star sopra dell' orizzonte, a cui si oppone la *Notte*, nella quale il Sole sta sotto dell' orizzonte. Egli si divide in *Astronomico*, e *Civile*, la qual divisione non nasce dalla differenza del tempo, ma solo dal modo di computarlo. L' Astronomico incomincia del *Meriggio*, da cui lo incomincia la maggior parte degli Astronomi, benchè Copernico conformandosi ad Ipparco lo incominci dalla *Mezza notte*, secondo il qual modo sono costrutte le Tavole Pruteniche.

Il *Civile* ha varj principj secondo le varie Società civili. Imperocchè i Babilonj [1], e i Greci l' incominciavano dal nascer del Sole, i Giudei, e gli Ateniesi dall' Occaso, gli Egiziani dalla Mezza notte, il che per tutta l' Europa oggidì si osserva fuori che nell' Italia, dove incomincia dall' Occaso del Sole. Ov' è da osservare non essere i giorni naturali esattamente tutti eguali; ma uno più lungo, uno più breve, come si conosce, se le rivoluzioni del Sole, ed i suoi regressi ad un dato meridiano si misurano colle vibrazioni de' pendoli. Ciò nasce parte dalla obliquità dell' eclittica, parte perchè il moto, che veggiamo nel Sole, non è equabile, ma secondo la varia sua distanza dalla terra è più, o meno veloce.

Qualunque sia tal tempo, egli fu diviso in ventiquattro parti, che furono dette *Ore*, le quali sono di due sorte, cioè *Eguali*, ed *Ineguali*. L' ora eguale è una parte aliquota del giorno naturale, ventiquattro delle quali lo adeguano, e di tali ore si servono oggidì la maggior parte delle nazioni. Ciascuna di queste è divisa in 60. parti eguali, che si dicono *Minuti*, e ciascun minuto in 60. *Secondi*. L' ora *Ineguale* è *Diurna*, o *Notturna*. La prima è la duodecima parte del giorno Artificiale; l' altra è la parte duodecima della notte. Dalle quali cose seguita, ch' essendo ineguali i giorni artificiali, e così ancora le notti, saranno anche

[1] *Aulo Gellio lib. 3 notti Attiche, e Macrob l. 1. Satur.*

che le loro parti duodecime ineguali; e saranno più lunghe in tempo di state di quello, che in tempo d' inverno. Di tali ore se ne servirono i Giudei, i Greci, e i Romani; ed ora se ne servono i Maomettani.

Un aggregato di sette giorni fu detto dai Greci *Hebdomade*, e da noi *Settimana*. Tale istituzione sembra non aver avuto altra origine, che dagli Ebrei, indicando il tempo, in cui dal Sommo Autore, come si descrive nel Libro primo del Genesi, fu costituito il Mondo, che fu di sette giorni, sei de' quali furono dati da esso all' opra, e il settimo al riposo secondo il testo, in cui si dice *Septimo die requievit ab opere*, il qual giorno gli Ebrei riputarono santo, e lo dissero il *Sabbato*. Le denominazioni però, che noi adoperiamo nei giorni furono prese dai Gentili, i quali diedero il nome ai sette giorni, che compongono la Settimana secondo i sette pianeti, nominando ciascun giorno da quel pianeta, cui nella loro computazione veniva a consagrarsi la prima ora di quello. Imperocchè ciascuna ora del giorno appresso di essi era dedicata per ordine al suo pianeta.

In tal modo se si stabilisce, che la prima ora della Domenica, che presso di loro era il giorno del Sole, sia dedicata al Sole, sarà la seconda dedicata a Venere, la terza a Mercurio, la quarta alla Luna, la quinta a Saturno, la sesta a Giove, e la settima a Marte finochè si ritornerà al Sole nell' ottava, e così nella decimaquinta, indi nella vigesimaseconda. Sarà dunque la vigesimaterza consagrata a Venere, e la vigesimaquarta a Mercurio, ed in conseguenza la prima del giorno seguente sarà della Luna, il che è cagione, che il seguente giorno si dica il giorno della Luna. Con tal ordine procedendo si conosce perchè il terzo giorno sia dedicato a Marte, il quarto a Mercurio, e così seguitando.

Del Mese.

Per nome di *Mese* s' intende propriamente il tempo, in cui la Luna compie la sua rivoluzione da occidente in oriente nel Zodiaco.

Ma perchè intanto che il Sole compie la sua rivoluzione, la Luna ne percorre in circa dodici, fu ancora attribuito il nome di mese alla duodecima parte di un periodo Solare, che fu chiamata il *Mese Solare*, e come il periodo Solare fu computato di giorni 366 incirca; così il mese Solare fu computato di giorni 30, e $\frac{1}{2}$. I giorni del mese Solare presso i Romani erano deter-

minati

prossimamente $49\frac{1}{5}$. Il *Sidereo* è il tempo, in cui il Sole dalla congiunzione con una data stella ritorna alla medesima, il qual eccede l' anno Tropico di minuti 21 in circa; imperocchè intanto che il Sole si muove da occidente in oriente, e compie l'anno Tropico, le Stelle fisse si avanzano verso la medesima parte con un moto, cui corrisponde un grado in circa in 72 anni.

L' *Anno Civile* generalmente preso è di tre sorte. L' uno, in cui si considera solo la Luna, e si dice l' *Anno Lunare*, l'altro in cui si considera solamente il Sole, e si dice il *Solare*, e il terzo, in cui amendue si considerano, e si dice *Lunisolare*.

L' Anno Lunare fu introdotto appresso i Romani da Numa, e fu composto di dodici mesi corrispondenti a dodici Lunazioni, sei de' quali furono di 30 giorni, e gli altri sei di 24 in maniera che tutto l'anno fosse un aggregato di 354 giorni, finiti i quali di nuovo incominciava l' anno. Tale anno essendo minore dell'anno tropico undici giorni, seguita che se un dato anno incomincia nell'equinozio di Primavera dopo 8 anni cade nello solstizio invernale, e dopo altri 8 nell' equinozio autunnale, e infin nello solstizio estivo, nel qual modo dopo 32 anni ritorna alla primavera, e perciò chiamasi *Vago*, perchè il suo principio va vagando a memoria di un Uomo per tutte le stagioni, e dicesi ancora *Sciolto*, perchè non è attaccato al moto del Sole.

Di tal hanno servonsi oggidì i Maomettani.

Altri, come i Giudei, vollero servirsi delle Lunazioni, e nello stesso tempo fissare il principio dell'anno secondo il Sole, affinchè non vagasse per tutte le stagioni, e composero l'anno Lunisolare frapponendo tra gli anni Lunari i mesi *Embolismici*, ovvero *Intercalari*. Non però nello stesso modo tutti. Imperocchè alcuni degli undici giorni, che mancavano all' anno Vago per andar prossimamente col Sole composero un mese, che ad ogni terzo hanno aggiunsero. Altri intercalarono tre mesi di 30 giorni l' uno in 8 anni; altri 8 mesi in 19 anni; col qual modo si approssimarono all' anno Tropico, sempre però con difetto.

Tra gli anni Solari v' è l' *Egiziaco*, il *Giuliano*, e il *Gregoriano*. L' Egiziaco costa di 365 giorni, ed è diviso in dodici parti, o mesi Solari di 30 giorni l' uno, e 5 giorni di più. Tale anno è ancora mancante dal Tropico quasi 6 ore, e perciò ogni 4 anni manca in circa di un giorno, ed in conseguenza in 360 anni manca di 3 mesi, dal che seguita, che se in un dato tempo incominciò di Primavera, dopo 360 anni incominciar dee nella state, e dopo altrettanto tempo nell'Inverno, ond'è

nel

nel genere degli *Anni vaghi*, come il Lunare, sebbene più limitato.

Giulio Cesare veggendo, che la intiera rivoluzione del Sole non si compiva nell'anno di Numa, riformò l'anno, e vi aggiunse 12 giorni, e *6* ore, ed in tal modo compose l'anno di 365 giorni, e *6* ore, incominciandolo dal mese di Marzo. Ai mesi di Marzo, Maggio, e agli altri impari diede 31 giorno, all'Aprile, al Giugno, e agli altri pari ne diede 30. Ma non avendo di che compiere Gennajo, ch'è l'ultimo degl'impari tolse dal susseguente Febbrajo un giorno, che perciò restò di 29, e lo diede a Gennajo. Ma perchè le *6* ore non possono nell'uso civile considerarsi, computando, che ogni 4 anni compongano esse un giorno, volle che ogni quarto anno avesse un giorno di più, il qual pose tra li 23, e 24 di Febbrajo, nel qual tempo avanti codesta correzione eravi il costume di frapporre il Mese embolimico, di cui abbiamo dissopra parlato. E perchè per tal metodo seguiva, che per ogni quattro anno si scrivesse *bis*, cioè due volte, *Sexto Kalendas Martii*; perciò ogni quarto anno fu detto Bissestile.

Tale sistema durò comunemente per tutto l'Impero Romano fino al 1582, in cui fu riformato da Gregorio XIII. Imperocchè essendo l'anno Giuliano maggiore del Tropico 11 minuti in circa, come abbiamo notato, avveniva che di anno in anno anticipassero le stagioni 11 minuti. Così essendo nell'anno della correzione l'Equinozio di Primavera adì 21 di Marzo, l'anno seguente 11 minuti prima, il che in quattro anni importa 44 minuti ed in 130 anni un giorno, e infine in 400 anni 3 giorni in circa col qual calcolo si osservò, che circa l'anno 1582 l'equinozio aveva anticipato 10 giorni; e che invece di cadere adì 21 di Marzo, com'era al tempo di Cesare cadeva adì 11. Perlochè dovendosi per legge del Concilio di Nicea fatta nel 325 celebrar la Pasqua in avvenire la Domenica prossima dopo il plenilunio di Primavera, fu dal Concilio di Trento raccomandata a Gregorio XIII. la regolazione del Sistema Cesareo affinchè non andassero le stagioni per tutti i mesi vagando. Il quale allora avendo radunati i più celebri Astronomi nel 1582 felicemente la cosa a fine ridusse, sopprimendo primieramente li 10 giorni, che facevano l'eccesso in quell'anno, onde il giorno quinto di Ottobre fosse chiamato il decimoquinto, ed in tal maniera l'undecimo di Marzo, in cui cadeva allora la primavera si dicesse il vigesimoprimo. Ma perchè tal disordine non più accadesse, e gli Equinozj non ritornassero in progresso ad anticipare, ordi-

ordinò, che ogni 133 anni, ne' quali l'eccesso dell'anno Giuliano sopra il Tropico ascende ad un giorno intiero, si levasse un giorno dell'anno; e perciò ogni 400 anni si levassero 3 giorni, il che ordinò che si facesse col lasciare *Comune* ogni anno centesimo, che dovrebbe essere secondo Giulio Cesare *Bissestile*, ma lasciar *Bissestile* ogni quattrocentesimo. La qual correzione fu ammessa per tutta l'Italia, la Francia, la Spagna, e dalla maggior parte della Germania.

Stabiliti gli anni furono stabiliti gli altri tempi; essendo gli anni la misura comune di tutt'i tempi. Così presso de' Greci l'*Olimpiade*, ch'era un tempo di 4 anni, presso i Latini il *Lustro*, ch'era un tempo di 5, presso gli Ebrei il *Giubileo*, ch'era di 50 anni. Così il Secolo di anni 100.

Quanto poi al principio dell'Anno egli fu vario secondo le varie nazioni. Gli Ebrei avanti di Mosè lo incominciavano nell'equinozio di autunno; ma dopo Mosè lo incominciano dalla prima Luna, il cui Plenilunio seguita subito la primavera [1]. I Greci dal novilunio prossimo al solstizio estivo. I Romani dal novilunio dopo il solstizio di inverno. La Chiesa Romana dal giorno di Pasqua, il che si faceva ancora in Francia, ma questo costume fu cangiato da Carlo IX. il quale l'anno 1563 stabilì nella Costituzione di Rossiglione, che il primo giorno di Gennajo fosse il primo dell'anno, come si osserva quasi per tutta l'Europa.

Dell'Epoche principali stabilite dagli Astronomi per la supputazione de' tempi. Capitolo III.

Come per supputare i moti degli Astri hanno fissato gli Astronomi alcuni punti in Cielo, da' quali prendono le distanze, e le misure delle velocità de' corpi celesti, così ancora per supputare i tempi prendono alcuni punti fissi di tempo, a' quali riferiscono gli altri tempi, i quali punti essi chiamano *Radici*, *Epoche*, ed *Ere*, delle quali ora numereremo le principali; tanto delle *Sacre*, ovvero prese dalla sacra Storia, quanto delle *profane*.

La prima dell'Epoche sacre è quella dell'età del Mondo. Ma non bene convengono i Cronologi in qual tempo abbia il Mondo incominciato, intorno a che due sono le principali opinioni, l'una che coll'autorità del testo Ebraico, e della volgata versione Latina delle Scritture sacre lo stabilisce 4000 anni prima dell'Epoca nostra comune, e l'altra, che seguitando i settanta Interpreti pone di distan-

(1) *L. 1. Esod.* 12.

za anni 5971. Tra' Greci Scrittori tre sono le opinioni. La prima pone 5493 anni, la quale da alcuni chiamasi Antiochena, da altri Alessandrina. La seconda, che si chiama l' Etiopia 5501. La terza in fine, che dicesi la *Bizantina* stabilisce anni 5509. Tal Epoca secondo il Lancellotto, e l' Usserio si estende per anni 1656. e due mesi.

La seconda Epoca è dal fin del Diluvio fino al pellegrinaggio di Abramo, che (secondo l' Usserio) incomincia l'anno del Mondo 1657, e nel giorno 27 del secondo mese, cioè adì 18 Dicembre, nel qual tempo Noè uscì dell' arca, e si estende fino al 2083 nel giorno 15° del mese *Abib*, cioè adì 4 Maggio, e perciò dura anni 426, e mesi 4, e giorni 17.

La terza è dal pellegrinaggio di Abramo all' uscita degl' Israeliti dall' Egitto, che fu nell' anno del Mondo 2513, e nel giorno 15° del mese *Abib*, cioè adì 4 di Maggio; e dura perciò 430 anni.

La quarta va dall' uscita degl' Israeliti fino al tempo, in cui Salomone gettò le fondamenta del Tempio, che fu l'anno quarto del suo regno, nel 2992, e dura 479 anni, e giorni 15.

La quinta è dalla fondazione del Tempio al fine della Schiavitù di Babilonia, allora quando Ciro concesse agli Ebrei di ritornare in Gerosolima, che fu nell' anno 3468, e perciò si estende per 456 anni.

La sesta in fine dalla libertà concessa da Ciro fino alla nascita di Cristo, che secondo il Lancellotto, e l' Usserio è nell' anno 4000

Finalmente la settima la più celebre di tutte, ch' è del primo di Gennajo dopo la nascita di Cristo, e corre fino all' età future. Tal Epoca fu istituita da Dionigi Abate di nazione Scita, detto il *Picciolo*, il quale fiorì nel principio del sesto secolo introducendo egli il primo tale costume di annoverare gli anni, mentre prima di esso erano soliti i Cristiani o prenderli dalle Olimpiadi de' Greci, o dalla fondazione di Roma, o dalla persecuzione dell' Imperador Diocleziano. Chiamasi ancora per questo l' Epoca *Dionisiana*. Nel sistema comune di tale Epoca la nascita di Cristo si stabilisce nel giorno 25 di Dicembre dell' anno Giuliano 45, che corrisponde all' anno del Mondo 4004. Ma osservano i più accurati Cronologi col Lancellotto essere questa da riferirsi 4 anni indietro. Imperocchè la nascita di Cristo, come si nota nel Vangelo di San Matteo Cap. 2 è avanti la morte di Erode. Ma Erode fu salutato Re da' Romani l' anno 6 della correzione Giuliana intorno l' autunno, come consentono tutti i Cronologi, e morì

l' anno

l' anno 42 della stessa correzione circa li 25 Novembre, il che si conferma parte dal confronto dei tempi, ne' quali regnarono i suoi successori, parte dall' eclissi della Luna, che prima della morte di Erode, essendo egli ammalato, accadè, come scrive Gioseffo nel libro 17 delle Antichità Giudaiche, la quale dalle Tavole Astronomiche si riduce all' anno Giuliano 42, adì 13 Marzo. Essendo dunque nato Cristo adì 25 Dicembre, come è costante tradizione di tutta la Chiesa, è necessario che alla più lunga sia nato nell' anno Giuliano 41; altramente nasce dopo la morte di Erode, il che è contro S. Matteo. Ma l'anno Giuliano 41, risponde all' anno del Mondo 4000. Dunque alla più lunga a tal tempo dee ridursi, e non al 4004 come sta l' opinione comune.

Tra l' Epoche *Profane* una delle più antiche, e più celebri è quella delle *Olimpiadi*, che fu in uso tra' Greci, ed incominciò allora quando Ifito Re di Elide istituì li giuochi Olimpici in onore di Ercole in Olimpia Città del Peloponneso, ora Morea, da celebrarsi ogni quinto anno, per la qual cosa un' Olimpiade importa uno spazio di 4 anni compiuti. Tale Epoca incomincia 776 anni prima della nostra comune.

Una seconda, di cui si servirono i Romani, fu dalla *fondazione di Roma*, la quale secondo il computo di Varrone fu fabbricata nel fine del terzo anno della stessa Olimpiade, che risponde all' anno del Mondo 3251.

Una terza è quella di Nabonassaro Re di Babilonia, che principia nell' anno del Mondo 3257 allora quando Nabonassaro, ovvero Belesi Prefetto di Babilonia fece la congiura insieme con Arbace Prefetto de' Medi, per la quale Nabonassaro divenne Re di Babilonia, e ridotto Sardanapalo da Arbace ad abbruciar se, e la Reggia di Ninive, fu diviso in tre parti l'Impero Orientale, cioè tra gli Assirj, Medi, e Babilonj, la qual Epoca presso gli Astronomi antichi è molto celebre, familiare a gli Egiziani, e a Tolommeo, e Copernico.

La quarta è della morte di Alessandro Magno, di cui si servono Teone, ed Albategnio, tra la quale e quella di Nabonassaro si contano precisamente 424 anni Egiziani.

La quinta è la *Ispana*, che fu in uso agli Ispani, dalla quale nacque la voce di *Æra*. Imperocchè avendo essi incominciato a numerare gli anni dal principio dell' Impero di Augusto, e perciò computandoli nelle loro Storie con le quattro lettere A. E. R. A., cioè *ab exordio Regni Augusti*, da questo nacque il nome di *Aera* a tal Epoca, e poi ancor alle altre.

S ij Il

e Galilei, e ne' tempi più vicini dal Cartesio, dal Gassendi, dal Nevvton, e da altri. Il terzo Sistema è del celebre Ticone Signore di Knostropo da esso con molta diligenza istituito per evitare gl'inconvenienti che ne' due primi inevitabilmente incontrar doversi egli giudicava.

De' quali Sistemi ora con diligenza diremo, e quali siano e come per mezzo di essi i celesti Fenomeni si spiegano, tratteremo, e prima del Tolemaico.

Del primo Mobile, e del Firmamento. Cap. I.

UNA delle prime osservazioni, che si fecero dagli Astronomi antichi fu il vedere tutte le Stelle conservare tra se in ogni tempo la loro situazione; ma girare intanto tutte insieme da oriente in occidente descrivendo cerchi paralleli all'equatore nello spazio di ventiquattr'ore. Per questo venne loro subito in mente, che tali corpi fossero affissi, ed immoti nella superficie estrema della sfera visibile, e li chiamarono *Stelle fisse*, e quella ragione, o Cielo, in cui stanno, il *Firmamento*, il quale poi concepirono girare da oriente in occidente, e seco trarre con somma rapidità tutte le stelle, compiendo il giro nello spazio di ventiquattr'ore.

Ma avendo Arsatile, e Timocari, che fiorirono in Alessandria l'anno avanti l'Era volgare trecentotrentanove paragonata la situazione delle stelle da loro osservate con quella degli Antichi, si accorsero, che elle avevano fatto moto *in conseguenza*, cioè a dire dall'occidente all'oriente, il che ducento anni dopo fu confermato da Ipparco, e stabilito in fine da Tolemeo giudicato con ragione il Principe degli Astronomi antichi. Stabilirono per questo, che sopra il Firmamento vi fosse un Cielo superiore, che chiamarono il *Primo Mobile*. Essere da questo tratte le stelle da occidente in oriente nello spazio di ventiquattr'ore; ed intanto essere da occidente in oriente portate del Firmamento, il cui moto ha creduto Tolomeo, che compisse una rivoluzione in trentasei mila anni.

Ma avendo poi circa il millettocento dell'Era volgare Tebizio Arabo, ed Alfonso Re di Castiglia attentamente computate le situazioni delle stelle, giudicarono primamente, che il loro moto non fosse equabile, ma per uno spazio di tempo più celere, e per un'altro più lento, e in secondo luogo non mantenersi sempre lo stesso angolo dell' ecclittica coll' equatore. Imperocchè quello, che al tempo di Tolomeo fu ritrovato di ventitrè gradi, e cin-

cinquantadue minuti, al tempo loro fu ritrovato di ventitrè, e mezzo. Per questo sopra il Firmamento s'immaginarono due altri Cieli, detti i *Cristallini*, amendue i quali si movessero con moto di *Librazione*, il primo librandosi ora in oriente, ed ora in occidente, il secondo ora dall'Austro, ed ora al Borea. La librazione del primo essere per un arco di due gradi, e venti minuti, e terminarsi in anni Egiziachi mille cento e diciassette; la librazione dell'altro essere di ventiquattro minuti, e compirsi in anni Egiziachi tremila quattrocento e trentaquattro.

Del Cielo del Sole. Cap. II.

SE si considera attentamente il moto del Sole comparisce egli in primo luogo descrivere ogni giorno da occidente in oriente un circolo sensibilmente parallelo all'equatore, e ciò sempre in diverso sito, perchè se un giorno nasce in un punto dell'orizzonte, il giorno seguente nasce in un altro, ma ciò con certa regola. Imperocchè dopo di essere stato portato per esempio sotto dell'equatore, si vede per un certo tempo avvicinarsi ogni giorno a noi sino che essendo giunto ad un certo limite se ne ritorna indietro all'equatore, oltre cui passa fino che arriva al limite australe, da cui poi ritorna indietro, e ciò di continuo. I limiti dell'accesso, e recesso sono ventitrè gradi e mezzo distanti dall'equatore. Notasi in secondo luogo sempre ineguali le differenze de' ponti orizzontali, ne' quali nasce il Sole, o tramonta; e verso l'equatore esser massime; ma più che si avvicina ai limiti, andar sempre diminuendo, finochè ne' limiti stessi sono insensibili. Terzo se si nota il tempo, in cui il Sole sta sul meridiano, si vede che pria che vi ritorni, passano più di ventiquattr'ore, e perciò comparisce il suo moto più lento di quello delle fisse. Quarto quando è nelle regioni Artiche comparisce minore di quello che nelle Antartiche, e nel percorrere le regioni Artiche impiega ancora più tempo che nelle Antartiche, e la differenza è di otto giorni.

Tali furono le principali osservazioni fatte dagli antichi intorno i moti del Sole, per esplicare le quali Ipparco, e dopo di esso Tolomeo vogliono primamente, che si concepisca essere il Sole portato dal suo proprio Cielo, nella cui superficie sta affisso, da occidente in oriente, nel tempo ch'egli è portato da oriente in occidente dal primo mobile, e mentre il primo mobile lo rapisce facendogli compiere il giro verso occidente nello spazio di ventiquattr'ore, essere egli dal suo Cielo verso oriente girato

con

con una conversione, che nello spazio di giorni trecento e sessantacinque, ore cinque, e minuti quarantanove si compie.

L'asse del Cielo del Sole essere obliquo all'asse mondano, e perciò descriversi dal Sole col moto proprio un circolo, qual è l'*eccletica*, che taglia l'equatore con un angolo di ventitrè gradi e mezzo. Essere in fine tal Cielo alla Terra eccentrico, e la proporzione maggiore essere verso il polo Artico, la minore verso l'Antartico; come si vede nella Figura [1], in cui PA p B è il circolo descritto dal Sole, C è il centro della Terra, P è il polo Artico, e *p* l'Antartico.

Imperocchè primieramente essendo il Sole portato in giro dal primo mobile dovrà vedersi descrivere dall'oriente all'occidente circoli paralleli all'equatore. Ma per ogni rivoluzione diurna essendo il Sole portato verso oriente quasi un grado, si vedrà ritornar al meridiano prima una stella fissa di quello che il Sole, e a cagione della obliquità dell'ecclittica vedrassi sempre nascere, e tramontare il Sole su diversi punti dell'orizzonte. La positura della sua ecclittica, che taglia l'equatore, ed è tangente ai tropici fa che nel suo corso periodico il Sole per sei mesi venga dal tropico australe al boreale, e per altri sei ritorni dal boreale all'australe, ed essendo l'angolo, che fa l'ecclittica coll'equatore di ventitrè gradi e mezzo, i limiti ancora, ovvero i tropici avranno dall'equatore tale distanza. E perchè tale obliquità è maggiore verso l'equatore, che verso i limiti, le differenze de' punti orizzontali saranno maggiori all'equatore di quello, che verso i limiti, finochè ne' limiti stessi, essendo quasi nulla l'obliquità dell'arco ecclittico, è quasi nulla ancora la differenza dei detti punti; onde si fa, che il Sole verso i tropici per qualche giorno comparisce costante nel medesimo parallelo. Essendo finalmente la porzione dell'eccentrico maggiore verso le regioni Artiche di quello che sia verso le Antartiche impiegherà più tempo il Sole nelle regioni Artiche di quello che nell'Antartiche, cioè a dire passerà più tempo dall'equinozio di primavera a quello di autunno, di quello che dall'equinozio di autunno a quello di primavera, di cui la differenza è d'otto giorni. E per la stessa ragione comparirà nelle Artiche regioni con minore diametro di quello che nelle Antartiche, essendo in quelle più lontano che in queste.

Altra

(1) *Fig.* 1. *T.* 18.

Altra conseguenza dell'eccentricità.

Sia il centro della Terra K [1], e sia MSL l'Eccentrico del Sole, di cui è centro I. Sia NAO un circolo fino alle Fisse prodotto, ed alla terra concentrico, e nello stesso piano che quello del Sole.

DEFINIZIONI.

1. Il punto L, che è il più distante dal centro della Terra, cui risponde il punto O delle Fisse, dicesi l'*Apogeo*, o il *Sommo Apside*.
2. Il punto M ad esso opposto, cui corrisponde N nelle Fisse dicesi il *Perigeo*, o l'*Imo Apside*.
3. LM dicesi la *Linea degli Apsidi*.
4. IK è l'*Eccentricità*.
5. AO è la *distanza* dell'Apogeo dal principio dell'Ariete A.
6. Il luogo, cui si dirigge il Sole nelle Fisse per mezzo delle linee tirate dal centro dell'eccentrico al centro del Sole, dicesi il *Luogo Medio*, o *Razionale*. Così se il Sole fosse in S il suo luogo medio sarebbe in T, determinato dalla retta IT, e la sua distanza AT dal primo di Ariete sarebbe la sua *distanza media*. Ma quello, cui si dirigge dalle linee tirate dall'occhio dello spettatore terrestre, dicesi il suo *Luogo Apparente*, o *Sensibile*, come Z, determinato dalla linea KZ, e la distanza AZ dal primo dell'Ariete è la sua *distanza apparente*.
7. La distanza del Sole dall'Apogeo considerata dal centro dell'Eccentrico dicesi l'*Anomalia media del Sole*, come Ls, ovvero OV trasportata alle Fisse colla KV parallela alla Is. Ma considerata dal centro della terra dicesi l'*Anomalia coequata*, come OQ.
8. La differenza del luogo razionale dal luogo apparente dicesi la *Prostaferesi*, ovvero la *Sommasottra*.

Le quali cose poste è facile il conoscere

1. Che se il moto del Sole, come suppone Tolomeo, va equabile nel suo eccentrico, non dovrà però comparire equabile a noi, che abitiamo sulla superficie della Terra. E perciò se si dividerà il semicircolo LQM [2] dell'eccentrico in archi eguali, non corrisponderanno archi eguali allo spettatore terrestre nelle Fisse.

2. Piuc-

[1] *Fig. 2 Tav. 18* [2] *Fig. 4 Tav. 18.*

2. Più che il Sole si avvicina al perigeo M, più comparisce veloce, ma più che sta vicino all'Apogeo, più comparisce tardo.
3. Nel semicircolo OVN [1] la distanza media OV dell'Apogeo è maggiore della Apparente OQ, e perciò data la distanza apparente bisogna aggiugnere la Prostaferesi QV per avere la media. Ma nel secondo semicircolo NZO la distanza media ONT è minor della apparente, e perciò data l'apparente bisogna per avere la media sottrarle la Prostaferesi ZT; le quali cose servono ai Tolemaici per far le Tavole dei luoghi del Sole.

Des Cieli di Marte, Giove, e Saturno, Cap. III.

D E F I N I Z I O N I.

1. *Congiunti* si chiamano due Pianeti, quando si veggono amendue essere in eguale altezza sull'orizzonte, sicchè quando l'uno per esempio nasce, o tramonta, nasca, e tramonti anche l'altro.
2. *Opposti* per lo contrario quando sono l'uno dall'altro distanti centottanta gradi sicchè quando l'uno nasce, l'altro tramonti.
3. *Diretto* dicesi un Pianeta, quando comparisce muoversi in *conseguenza*, ovvero da occidente in oriente.
4. Ma quando comparisce muoversi in *antecedenza*, cioè da oriente in occidente, dicesi *Retrogrado*.
5. Quando poi comparisce starsi nel medesimo punto di Cielo senza alcun moto dicesi *Stazionario*.

Osservazioni generali intorno i moti di Marte, Giove, e Saturno.

Se si osservano i moti di questi Pianeti, si veggono essi ogni giorno descrivere da oriente in occidente circoli paralleli all'equatore in maniera che però ciascheduno da una altezza meridiana all'altra impiega diverso tempo. Nè descrivono essi il medesimo parallelo; ma uno diverso ogni giorno in maniera che ora sono di qua dell'equatore ora di là, come il Sole, se non che ciascuno ha i suoi limiti differenti da quelli del Sole, e differenti ancora da quelli degli altri.

Il moto loro non comparisce mai equabile. Imperocchè ciascun di essi comparisce andar ora più, ora meno veloce, ora andar *diretto*, ora *retrogrado*, ed ora essere *stazionario*. Vicino alla con-

[1] *Fig. 3. Tav. 18*

congiunzione col Sole compariscono essi diretti, dopo che si fanno stazionarj, indi verso l'opposizione retrogradi, dopo di che di nuovo stazionarj; indi ritornando alla congiunzione diretti. Le loro massime direzioni sono nella congiunzione, e le massime retrogradazioni nella opposizione. Le grandezze apparenti di questi tre Pianeti aumentano, quando sono retrogradi, e diminuiscono quando sono diretti. Marte retrogradando descrive un più grand'arco di quello che Giove, e Giove un più grande di quello che Saturno. E Marte parimente restituisce le sue retrogradazioni più tardi di quello che Giove, e Giove più tardi di quello che Saturno.

Per esplicare questi Fenomeni attribuisce primamente Tolomeo un proprio Cielo a Marte, che sta sopra quello del Sole, e si move da occidente in oriente nello spazio di un anno, e 322 giorni, il cui equatore taglia l'ecclittica con un angolo di un grado e cinquanta minuti.

Nella superficie di questo Cielo doversi concepire un Epiciclo, che gira da occidente in oriente, e compie il suo giro in due anni e quasi quarantanove giorni, nella cui circonferenza sta affisso il Pianeta.

A Giove appartiene un Cielo sopra quello di Marte, il quale si muove da occidente in oriente nello spazio di undici anni, e trecento e sedici giorni, il cui equatore taglia l'ecclittica con angolo di un grado e venti minuti, in cui sta un Epiciclo che gira in un anno e quasi trentatre giorni, nel qual'Epiciclo sta infisso Giove.

Finalmente a Saturno appartiene un Cielo sopra quello di Giove, che si move da occidente in oriente in ventinove anni, e centoventinove giorni, inclinato all'ecclittica due gradi e trenta minuti con un Epiciclo, che gira in un anno, e quasi tredici giorni.

Ed in tal modo egli rende ragione delle sopraddette apparenze. Imperocchè sia la terra in T (1), e il Sole in S, CDEF il Cielo di Marte, MNOP il suo Epiciclo, il cui centro C; ed M è Marte talmente situato, che nella sua congiunzione sta nel punto M massimamente dalla Terra lontano, ma nella opposizione sta nel punto *o* massimamente alla Terra vicino.

Prima di tutto comparirà egli descrivere circoli da oriente in occidente paralleli all'equatore in tempo di ventiquattro ore, perchè con tutto il suo Cielo e il suo Epiciclo è in tale maniera portato dal primo Mobile in tempo di ventiquattr'ore.

Ma

(1) *Fig. 5. T. 18.*

Ma intanto comparirà egli avanzarsi da occidente in oriente con moto proprio, e descrivere giorno un arco quale conviene all'intiera rivoluzione, che si compie in un anno e trecentoventidue giorni. E perchè tale orbita è obliqua all'equatore comparirà ora di qua ora di là dell'equatore regolatamente, come il Sole; anzi ora di qua, ed ora di là dell'ecclittica essendo tagliata l'ecclittica da tale orbita, e facendo con essa un angolo di un grado e cinquanta minuti.

Se si concepisce intanto girare intorno il suo centro l'epiciclo secondo le lettere MNOP, si conoscerà ch'essendo Marte in M dovrà vedersi in 2, ed intanto che si rivolge da M in N, dovrà comparire essersi mosso da 2 in 1, cioè a dire essere andato *direttamente*. Verso N dee comparire *stazionario*, perchè si riferisce per qualche tempo allo stesso punto sensibile del Cielo. Da N in O, e da O in P comparirà *retrogrado*, e parerà che abbia percorso tutto lo spazio 1, 2, 3; ma verso P sarà di nuovo *stazionario*; dopo di che ritornerà *diretto*.

In M vi sono le massime direzioni, e in O le massime retrogradazioni. E perchè quando è massimamente retrogrado, allora egli è nell' infimo punto dell'Epiciclo, e perciò massimamente vicino alla Terra, dovrà comparire maggiore di quello che quando è in M, dov'è massimamente diretto, e massimamente lontano.

Lo stesso dee concepirsi in Giove, e in Saturno. Ma perchè l'Epiciclo di Marte è maggiore di quello di Giove, e di Saturno l'arco della retrogradazione 1, 2, 3 da esso descritto comparirà maggiore di quello che in Giove, e Saturno. E da una retrogradazione all'altra impiegherà più tempo Marte di quello che Giove e Saturno, compiendosi il giro del suo Epiciclo in maggior tempo di quello che negli Epicicli di quelli.

Dei Cieli di Venere, e di Mercurio. Cap. IV.

ANche questi Pianeti compariscono ogni giorno descrivere da oriente in occidente circoli paralleli all'equatore, ma da un' altezza meridiana all'altra impiegano diverso tempo da quello del Sole, e diverso ancor tra se stessi, ed ora di qua, ora di là dell'equatore, anzi ancora dall'ecclittica compariscono, e ciò regolatamente. Ed ora anch'essi compariscono *diretti*, ora *retrogradi*, ed ora *stazionarj*; e quando sono diretti compariscono maggiori di quello che quando sono retrogradi. Ma giammai non sono in opposizione col Sole, nè più si allontana Venere di quarantotto gradi, nè Mercurio di ventotto, e dall'una all'altra massima elongazione dal Sole, Venere impiega diciannove mesi, e Mercurio quattro.

Per espilcare questi Fenomeni attribuisce Tolomeo un proprio Cielo a Venere sotto quello del Sole, ed un proprio a Mercurio sotto quello di Venere. Amendue di questi Cieli si muovono da occidente in oriente, e compiono il loro giro precisamente in un anno. Il primo ha il suo equatore inclinato all'ecclitica tre gradi e mezzo; il secondo sei gradi; e sedici minuti nel Cielo di Venere sta un epiciclo, che gira da occidente in oriente in diciannove mesi, il cui diametro è di novantasei gradi, e in quello di Mercurio sta un altro epiciclo, che gira da occidente in oriente in quattro mesi, il cui diametro è di cinquantasei gradi.

Le quali cose poste seguita la spiegazione di tali apparenze.

Imperocchè sia la Terra (1) T, e CDEF il Cielo di Venere, MNOP il suo epiciclo, di cui il centro è C, M è Venere, ed S il Sole. E prima di tutto comparirà Venere descrivere da oriente in occidente circoli paralleli all'equatore, perchè con tutto il suo Cielo ed epiciclo è rapita colla conversione diurna dal primo mobile; ma perchè intanto il suo Cielo la porta in contrario descriverà un circolo obliquo all'ecclitica nello spazio di un anno, la di cui inclinazione è di tre gradi e mezzo.

Girando poi l'epiciclo per le lettere MNOP, dal punto M fino al punto N comparirà Venere *diretta*, in N *stazionaria*, da N in P *retrograda*, in P di nuovo *stazionaria*, e dappoi di nuovo *diretta*. In O dov'è massimamente vicina alla Terra, vi è ancora la massima sua retrogradazione, e in M, dov'è massimamente lontana, vi è la massima sua direzione. Per questo allora comparisce maggiore quando è massimamente retrograda, e minima, quando è massimamente diretta.

Quando è in M, ella comparisce *congiunta* al Sole per la linea T2; ma quando è in N allora si vede par la linea T1, e comparisce perciò allontanata dal Sole vers'oriente tutto l'arco 1 2, ch'è di quarantotto gradi secondo, che conviene al suo semidiametro. Quando è in O, tornasi a vedere *congiunta*; ma quando è in P si vede per la linea T3 di nuovo allontanata dal Sole, ma dalla parte contraria, tutto l'arco 2 3. Dopo di che quando è ritornata in M, ritorna a farsi vedere congiunta.

Ma giammai non può essere opposta al Sole, perchè nello stesso tem-

(1) *Fig. 6. Tav. 18.*

tempo, in cui il Sole percorre il suo circolo, anche Venere percorre il suo; e la massima elongazione non supera quarantotto gradi, perchè l'epiciclo non ha maggiore semidiametro.

E perchè l'epiciclo compie il suo giro in diciannove mesi, da una massima elongazione all'altra dovrà ancora passarvi tal tempo.

Le quali cose deono applicarsi ancora a Mercurio.

Del Cielo della Luna. Cap. V.

Osservazioni generali intorno i moti della Luna.

SE si paragona la Luna con qualche stella fissa, apparisce descrivere da oriente in occidente, come gli altri corpi, circoli paralleli all'equatore, ma nello stesso tempo avanzare con moto proprio da occidente in oriente con un circolo, che taglia l'ecclittica con un angolo di circa cinque gradi. Nel percorrere intieramente tale circolo ella impiega ventisette giorni, e quasi otto ore, il qual tempo si chiama il *Mese Periodico*. Ma da una congiunzione all'altra col Sole vi passano ventinove giorni, e dodici ore in circa, il qual tempo si dice il *Mese Sinodico*. Imperocchè intanto che la Luna compie il suo periodo, il Sole avanza dall'occidente all'oriente quasi ventisette gradi in guisa che per raggiugnerlo bisogna, che la Luna impieghi ancora due giorni e quattr'ore. Che se si osservano i suoi moti, si trovano sempre essere diversi, ed ora più, ora meno veloce: Così nelle Sizigie, essendo il resto pari, maggiore comparisce la sua velocità di quello, che nelle quadrature. Così parimente è vario il suo diametro apparente; e nelle quadrature comparisce minore di quello che nelle Sizigie. Nè si osserva essere mai *stazionaria*, nè *retrograda*, come gli altri Pianeti, ma sempre *diretta*.

Tali Fenomeni osservati da Tolomeo fecero, ch'egli attribuisse alla Luna un Cielo sotto quello di Mercurio, il cui equatore sta inclinato all'ecclittica con un angolo di cinque gradi in circa, il di cui giro si compie nello spazio di ventisette giorni e ott'ore. Evvi parimente un epiciclo, sopra cui sta infissa la Luna, il quale però a differenza degli altri si muove da oriente in occidente compiendo il suo giro nella metà di un mese *Sinodico*. La Luna trovasi nel Perigeo dell'epiciclo, quando è *Congiunta*, ed *Opposta*; ma nell'Apogeo quando è nelle *Quadrature*.

Sia perciò la Terra T [1], BCDE il Cielo della Luna, HFL l'epi-

[1] *Fig.7. Tav 18*

l' epiciclo, che gira secondo le lettere LHF; L la Luna, ed S il Sole. Sia la Luna Perigea quando è congiunta col Sole, come si vede nella figura; sette giorni dopo averà l' epiciclo fatta la metà della sua conversione, e la Luna sarà Apogea, nel qual tempo il centro dell' epiciclo per la conversione del Cielo avrà percorso un quadrante, e sarà in M. Dopo altri sette giorni, sarà l' epiciclo in N, e la Luna di nuovo sarà Perigea; e dopo altri sette l' epiciclo essendo in O ella ritornerà Apogea; ed infine del mese Periodico l' epiciclo sarà restituito al punto P, e la Luna di nuovo ritornerà Perigea.

Dalle quali cose seguita prima, ch' essendo la Luna portata col suo Cielo, e col suo epiciclo del primo mobile nelle conversioni diurne, dovrà apparire, ch' ella, come tutti gli altri corpi, descriva ogni giorno circoli paralelli all' equatore. Ma intanto apparirà, che si muova ella in contrario per un' orbita obliqua all' eclittica, il cui periodo si compie in ventisette giorni e ott' ore; perchè in tal modo è dal suo Cielo portata.

Per secondo sebbene la girazione dell' epiciclo è talvolta contraria al moto, che fa la Luna verso l' oriente, con tutto ciò non potrà mai per la molta velocità, con cui va la Luna, restare tanto distrutto il suo avanzamento che comparisca mai *Stazionaria*, e molto meno *Retrograda*.

Terzo cospirando nelle Sizigie il moto dell' Epiciclo col proprio moto di essa, dovrà per questo comparir più veloce. Ma essendogli nelle Quadrature contrario, dovrà perciò comparire più ritardata.

Infine perchè nelle Quadrature è Apogea, comparirà minore di quello, che nelle Sizigie, dov' è Perigea.

COROLLARIO.

Dalle quali cose si deduce in qual modo siano stabiliti i Cieli secondo i Tolemaici, e si conosce, che pel loro sistema è la Terra nel centro dell' Universo immota, e dalla propria gravità fermata. Dopo di essa sta il Cielo di Mercurio, indi quello di Venere, il quarto quello del Sole, indi di Marte, Giove, e Saturno, i quali sono considerati come sette Pianeti. Ognuno di questi Cieli ha il suo Epiciclo, in cui sta infisso, come un globo in una ruota, il Pianeta, fuori però che quello del Sole. Sopra il Cielo di Saturno sta il Firmamento, dopo di cui secondo Alfonso stanno i due Cristallini, ed in fine il primo Mobile, come si vede nella figura [1].

Ed.

[1] *Fig. 8. Tav* 18.

Ed in tal modo si spiegano i suddetti Fenomeni, ed altri, che non abbiamo riferiti, e si determinano i luoghi di ciascun Pianeta, e certamente con maravigliosa industria, ed ingegno sommo, il che ha rapito una infinità di eccellenti Uomini, che a nessun altro Sistema diedero giammai orecchio, stimando cosa vana il cercare in altri maggior convenienza colle osservazioni, o maggiore facilità per la supputazione de' moti celesti. Altri però riducendolo a maturo esame, giudicarono non potersi l' Astronomia contenere in tale sistema. Imperocchè se si considerano le leggi Fisiche, non potersi certamente credere, che Tolomeo pensasse, che di fatto i Cieli fossero di tale maniera costrutti, ed è verisimile, che non pensasse, che a dare il modo di computarne i suoi moti apparenti, come apparisce dalla Prefazione stessa nel suo Almagesto, il che certamente egli prossimamente ottenne soddisfacendo a tutte le osservazioni, che fino al suo tempo erano state fatte. Imperocchè se si concepiscono fluidi i Cieli non esservi alcun modo, con cui possa intendersi, che dal moto del primo mobile siano tutti vorticosamente rapiti, e intanto vi siano tanti vortici, che si muovano in contrario, tutti intorno un medesimo centro, ma con diversa velocità, con diverse inclinazioni, e con tanto diversi epicicli. Che se poi sono solidi, non s' intende come tali macchine possano tutte rapirsi dal primo mobile, e intanto girar ciascheduna in contrario, nè come a traverso di tanta solidità, per quanto diafana ella sia, possa liberamente a noi discender la luce. I quali argomenti sono superflui dopo che il saggio Ticone riconobbe, che le Comete sono oltre l' atmosfera terrestre, e sopra ancora di Saturno in qualunque direzione, e con qualunque velocità giranti, il che sarebbe impossibile, se i Cieli fossero solidi. Essere oltre di queste cose tale sistema troppo composto, e ad ogni nuova osservazione doversi inventar nuove macchine per esplicarla, il che ripugna alla simplicità della natura.

Che se si considera solo riguardo alle computazioni, oltrechè non si ritrovano per mezzo delle sue ipotesi esatti i luoghi de' Pianeti, e principalmente della Luna, non può spiegarsi, come in tale sistema possa Marte a noi comparire talvolta più vicino del Sole, come Venere ora sopra, ora sotto del Sole si vegga, come dopo Ticone hanno osservato tutti gli Astronomi, ed a suo luogo riferiremo. Per gli quali inconvenienti giudicò tra gli altri il Copernico doversi recedere da tale sistema, invece di cui sostituì poi il sistema della Terra mossa stabilito già ne' secoli andati da Pitagora, e Filolao; il quale suscitato già prima di esso

dal

dal Cardinale di Cusa fu poi da esso in tale maniera adornato, e perfezionato, che, come abbiamo detto, ebbe da esso il nome, e fu chiamato il Sistema Copernicano; di cui ora diremo.

SEZIONE QUARTA.

Dell' ordine, distanza, e periodi de' Pianeti Primarj secondo l' Ipotesi della Terra mossa, e delle principali apparenze che nascono dai loro moti. Cap. I.

STa secondo i seguaci di Copernico, e di Filolao il Sole per centro di tutti i moti visibili, intorno cui girano sei Pianeti Primarj per orbite, che o sono circoli, o prossime a circoli, e il loro moto è da occidente in oriente, ovvero secondo le lettere ABCD [1].

Il primo di tali Pianeti è Mercurio, che sta vicino al Sole, e compie il suo giro nello spazio di quasi tre mesi, seguita poi Venere, da cui il giro si compie in mesi sette e mezzo; indi la Terra in un anno, poi Marte quasi in due anni, Giove in dodici, e finalmente Saturno in trenta.

Le loro distanze dal Sole sono tali, che di quelle parti, che la distanza della Terra dal Sole ne contiene dieci, quella di Mercurio ne contiene prossimamente quattro, di Venere sette, di Marte quindici, di Giove cinque, e di Saturno settantacinque.

Intorno alcuni di tali Pianeti girano altri Pianeti, che perciò si chiamano i loro *Satelliti*, e i loro *Secondarj*. Uno gira intorno la Terra, il quale dicesi *Luna*, quattro intorno di Giove, e cinque intorno di Saturno.

In mezzo di tali corpi si fanno talvolta vedere ancora le Comete, le quali dai Copernicani sono giudicate corpi celesti, che per qualche sezione conica si muovano, e forse per elissi al Sole molto eccentriche, come a suo luogo diremo, le quali quando nell' arco a noi vicino si trovano, agli occhi nostri si manifestano.

Sopra il sistema Planetare poi esistono a indefinita distanza le Stelle fisse, giudicata da essi tanti Soli, che servono forse di centro ad altri sistemi simili al nostro, da' quali di grandezza diversa per le loro diverse distanze appariscono.

Spiegar

(1) *Fig. 1 Tav. 19*

Spiegar l' apparenza del moto annuo del Sole. Proposizione I.

Se uno spettatore fosse collocato nel Sole, che nella supposizione Copernicana è il centro del moto, è cosa evidente, che girando intorno di esso la Terra da occidente in oriente, sarebbe continuamente veduta passare per nuove, e nuove stelle, e segnare nel Firmamento un cerchio, qual è quello, che la Terra descrive, il quale passa per lo centro del Sole.

Ma quando lo spettatore è in Terra, intanto che la Terra descrive codesto circolo, gli apparirà che lo descriva il Sole. Imperocchè supposto che la Terra sia in T [1], è manifesto che il Sole sarà veduto diametralmente opposto nel punto del Firmamento *r*; e quando ella sarà in A, il Sole sarà veduto in *a*, e quando ella finalmente sarà in B, il Sole sarà veduto in *b*, nel qual modo avendo la Terra descritta l' intiera sua orbita da occidente in oriente in un anno, apparirà che il Sole ne abbia descritta una simile, e nel medesimo piano di quella, nel medesimo tempo, e verso le medesime parti, qual è quella, che chiamasi l'*ecclittica* con questa circostanza, che mentre la Terra percorre successivamente i segni dell' Ariete, Toro, Gemelli, ec. il Sole comparisca percorrere sempre i segni contraposti, quali sono la Libra, lo Scorpione, l' Arciero ec,

Spiegar le direzioni, stazioni, e regressi de' superiori Pianeti, e le loro diverse elongazioni. Proposizione II.

Sia MNO [2] l' orbita di un Pianeta superiore, per esempio, di Marte, il quale si muova da occidente in oriente per le lettere MNO, e sia la Terra T, che per la sua orbita si muova verso la medesima parte per le lettere TAB, e sia SPR il Firmamento. Essendo la Terra più veloce di Marte se si considera solamente l' eccesso della sua velocità sopra quello di Marte, e si supponga perciò Marte fermo in M, è cosa chiara primamente, ch' essendo la Terra in D, e Marte in M, Marte sarà veduto nel punto del Firmamento P, e intanto che la Terra percorre l' arco DE, comparirà Marte percorrere secondo l' ordine de' segni tutto l' arco PS, nel qual tempo si dice *diretto*, perchè va secondo la *direzione* de' segni.

[1] *Fig 2. Tav. 19.* [2] *Fig. 3. Tav 19.*

Per tutto il tempo in cui la Terra percorre EG, Marte apparirà *stazionario* in S per cagione che le linee visuali, per le quali esso è veduto, in tutto questo tempo allo stesso punto S sensibilmente cospirino. Intanto che la Terra percorre l'arco GTA, Marte comparirà ritornare indietro per tutto lo spazio SPR, nel qual caso si dice *Retrogrado*. Di nuovo intanto che la Terra percorre AB, comparirà egli *Stazionario* in R, finochè per tutto il tempo, in cui la Terra percorre lo spazio BDE comparirà di nuovo andare egli *direttamente* per tutto l' arco RPS.

Ivi è primamente da osservarsi, che girando Marte intorno del Sole, in maggiore distanza di quello che la Terra, riguardo allo spettatore Terrestre può apparire in qualunque distanza dal Sole. L' angolo visuale formato dalle due linee, che dall' occhio dello spettatore si tirano a Marte, e al Sole, si dice l' *Elongazione* del Pianeta. Tale angolo è infinitamente picciolo, o zero quando la Terra è in D, e Marte in M, nel qual caso Marte si dice essere in *Congiunzione* col Sole; secondo che la Terra si avanza egli va sempre crescendo fino che diventa infinito ovvero di 180 gradi quando la Terra è in T, e Marte in M; nel qual caso Marte dicesi essere in *Opposizione* col Sole; onde se il Sole allora nasce, Marte tramonta, il che si dice essere *Acronico*.

E' da osservarsi in secondo luogo, che quando Marte è in M, e la Terra è in T, cioè a dire quando egli è in opposizione col Sole, egli è massimamente vicino alla Terra, nel qual caso dicesi *Perigeo*. Ed in tal tempo egli comparisce massimamente *Retrogrado*. Secondo che la Terra si avvicina al punto A, la velocità del regresso decresce fino che diventa zero quando la Terra è nel punto A, dopodichè incomincia il Pianeta a comparire *Diretto*, e cresce la sua direzione fino che la Terra è in D, dove Marte è in opposizione col Sole, e nello stesso tempo *Apogeo*, cioè massimamente dalla Terra distante. Incomincia poi a diminuirsi la sua direzione finochè diventa nulla quando la Terra è in G; dopodichè Marte ritorna a comparire *Retrogrado*.

Tali cose, che si sono dette di Marte, si deono applicare ancora a Giove, e Saturno.

V' è però questa differenza, che i tempi dei Regressi, o delle Direzioni non sono eguali per tutti. Del che la ragione è la diversa velocità de' Pianeti. Imperocchè tante volte si fa il Pianeta Retrogrado, quante volte la Terra lo giugne. Ma più che il Pianeta è tardo, più presto la Terra lo giugne, ed in conseguenza più presto si rinova la Regressione. Dunque i Pianeti più lontani dal Sole deono ritornare più presto alle loro Regressioni.

Il

Il che per porre in esempio, sia qualunque Pianeta superiore, v. g. Saturno veduto in Congiunzione colla Terra da uno spettatore posto nel Sole. E perchè la Terra va più veloce di Saturno, computandosi il moto medio della Terra 59 minuti e 8 secondi al giorno, e quello di Saturno 2 minuti, sarà dallo spettatore Solare veduta la Terra avanzar Saturno 57 minuti e 8 secondi al giorno. Se dunque in un giorno ella si allontana da Saturno per tale parte di cerchio, seguita per la regola aurea, che si ricercheranno 378 giorni perchè il suo allontanamento compia tutto il cerchio; cioè a dire perchè di nuovo comparisca in linea diametral con Saturno. Ma allora riguardo ad uno spettatore terrestre si ritrova Saturno in opposizione col Sole. Dunque da una opposizione all'altra si ricercano giorni 378. Lo stesso tempo si ricercherà ancora da una Direzione all' altra. E perchè allora quando Saturno è in Opposizione col Sole allora è massimamente retrogrado; e quando è in Congiunzione è massimamente diretto, dunque si ricercheranno 378 giorni da una Regressione massima, o da una massima Direzione all' altra. Collo stesso metodo si trova da una Regressione massima all' altra; o pure da una Direzione passarvi in Giove un anno e 33 giorni; e in Marte 2 anni e 50 giorni.

Allora che Marte retrocede, lo dobbiamo vedere (essendo il resto pari) percorrere maggior arco di quello che Giove, e Giove più che Saturno: e ciò nasce perchè Marte è a noi più vicino di Giove, e Giove più di Saturno, come non è difficile conoscere se si osserva, che di due angoli sopra il medesimo arco insistenti quello è maggiore, che ha il vertice più vicino all' arco, cui insiste, ed è minore quello, che ha il vertice più lontano. Così se la Terra [1] T percorre lo spazio TB, comparirà essersi presso poco percorso da Marte M l' arco OR, da Giove G l' arco OQ, e da Saturno S l' arco OP, determinati dagli angoli BMT, BGT, BST insistenti sull' arco BT.

I Pianeti superiori deono comparire molto maggiori nella loro opposizione col Sole di quello che nella loro congiunzione; imperocchè nel primo caso sono nella maggior vicinanza alla Terra, e nel secondo nella maggior lontananza.

La differenza delle loro distanze è allora eguale a tutto il diametro dell' orbita terrestre, il quale avendo maggiore proporzione al diametro dell' orbita di Marte di quello che ai diametri delle orbite di Giove, e di Saturno, accade per questo maggior mutazione di aspetto in Marte di quello che in Giove, e Saturno.

(1) *Fig. 4 Tav. 19.*

turno. Imperocchè Marte è cinque volte in circa più vicino a noi allora quando è Perigeo di quello che quando è Apogeo, ed accrescendosi la grandezza apparente, e lo splendore come il quadrato della diminuita distanza, seguita, che Marte debba vedersi allora ch'è Perigeo 25 volte più grande, e più splendido.

Spiegar le direzioni, stazioni, e regressi de' Pianeti inferiori, e le diverse loro elongazioni. Proposizione III.

Sia T [1] la Terra, che per l' orbita T*t* si muova da occidente in oriente, e sia D Venere, che per la sua orbita si muova verso la medesima parte secondo le lettere DFG. E perchè Venere si muove più velocemente della Terra se per maggiore facilità si concepisce ferma la Terra in T, e si considera solamente l' eccesso, che vi è nel moto di Venere, è visibile che Venere per tutto il tempo in cui percorre lo spazio DF sarà dallo spettatore terrestre, ch' è posto in T, veduta andare *direttamente*, come si conosce se si tirano tante linee visuali dalla Terra ai punti D, ed F, per le quali passa Venere. Ma nel tempo in cui percorre FG, terminando i raggi visuali al medesimo sensibile punto del Firmamento, comparirà *Stazionaria*. Per tutto il tempo, in cui percorre lo spazio GAB, comparirà *Retrograda*, e di nuovo per tutto BC *Stazionaria* finochè per tutto CDF comparirà un' altra volta *Diretta*.

E' da osservarsi, ch' essendo Venere in minore distanza dal Sole di quello ch' è la Terra, non è illimitata la sua *Elongazione* dal Sole riguardo allo spettatore terrestre, come abbiamo dimostrato ne' superiori Pianeti. Posta la Terra in T, e Venere in D, nel qual caso il Sole è tra la Terra e Venere; e Venere si dice essere nella sua *Congiunzione superiore*, essa è veduta negli stessi punti che il Sole, e perciò la sua elongazione è zero; secondo che Venere si avanza verso F, cresce la sua elongazione, la quale diventa massima in F supposta la linea TF tangente. Dopo di che l' elongazione decresce fino che Venere è in A, nel qual caso Venere è tra la Terra e il Sole, ed è nella *Congiunzione inferiore*, ed allora l' elongazione diventa zero. Avanzandosi poi Venere verso B incomincia l' elongazione a crescere, ma dall' altra parte, finochè diventa massima in C, supposta la TC tangente, dopo di che ritorna a decrescere sino che diventa zero in D. L' elongazione massima si osserva essere in Venere di 48 gradi in circa.

E' da

(1) *Fig. 5. Tav. 19.*

E' da osservarsi in secondo luogo, che quando Venere è nel punto D, cioè a dire nella congionzion superiore, ella è anche Apogea, ed allora ella comparisce velocissimamente diretta.

Secondo, che dal punto D si avanza al punto F, decresce la velocità della sua direzione fino che diventa zero nel punto F, dove incomincia la prima stazione, che dura fino in G, dopo di che comparisce Retrograda, ed il regresso cresce fino in A, dove è nella congiunzione inferiore, e nello stesso tempo Perigea, e massimamente Retrograda. Decresce poi la velocità del regresso fino in B, dopo di che incomincia la seconda stazione, che dura fino in C; indi ritorna la direzione, che cresce fino in D.

Allora che Venere si porta dalla congiunzione superiore alla congiunzione inferiore, cioè a dire allora che percorre il semicircolo DGA, è manifesto, che per tutto quel tempo dee sempre comparire più orientale del Sole, ed allora chiamasi *Hespero* foriera della notte, e delle tenebre. Ma quando dalla inferiore congiunzione si porta alla superiore, cioè a dire quando percorre il semicircolo ACD, allora è più occidentale del Sole, e perciò tramonta prima del tramontare del Sole, e nasce prima ch' egli nasca, onde si vede la mattina come foriera della luce, e del giorno, e dicesi *Fosforo*.

E' facile il conoscere nella suddetta figura, come in tutto il periodo, che descrive Venere intorno il Sole, cangia continuamente di lontananza dalla Terra. La sua massima distanza è in D, dove sta nella congiunzione superiore, e la minima è in A, cioè nella congiunzione inferiore; e dall' una all' altra v' è d' intervallo un intiero diametro della orbita di Venere, onde l' una distanza all' altra viene ad essere in circa come $1:6$, ed in tal ragione però mutasi dall' una distanza all' altra il suo diametro apparente, ed in conseguenza allora che Venere è Perigea, il suo aspetto è trentasei volte maggiore di quello che quando ella è Apogea.

Gli stessi Fenomeni si deggiono vedere in Mercurio se non che essendo egli più vicino al Sole, e perciò essendo minore la sua orbita di quella di Venere, dee perciò la sua massima elongazione essere di minori gradi; come si trova colle osservazioni, per le quali si conosce non oltrapassare un angolo di 33 gradi. Nasce da questo, ch' egli per lo più sta nella luce immerso, ed a' mortali di rado si scuopre.

V' è parimente questa differenza, che i tempi dei regressi, ovvero delle direzioni sono nell' uno, e l' altro Pianeta diversi, i quali tempi in tal maniera si trovano. Imperocchè essendo il moto medio della Terra di 59 minuti e 8 secondi in un giorno, ed

essendo

essendo il moto di Venere per un giorno di 1 grado 36 minuti e 8 secondi, il moto di Venere supera di 37 minuti, col quale Venere o si discosta, o si accosta alla Terra in un giorno. Se 37 minuti adunque importano 1 giorno per la regola aurea ritroverassi, che per 360 gradi si ricercheranno 583 giorni, il qual è il tempo ricercato da una congiunzione inferiore, o superiore ad un'altra sua simile. E con tal modo si ritrova da una congiunzione ad un'altra simile di Mercurio esservi d'intervallo 125 giorni.

Spiegar le Latitudini Heliocentriche de' Pianeti.
Proposizione IV.

Le orbite de' Pianeti primarj, come si conosce dalle osservazioni, non sono nello stesso piano, in cui sta l'ecclittica, ma in piani diversamente inclinati. Ciò si fa manifesto se si pone attenzione a qualunque di tali Pianeti, il quale si vede percorrere una parte del suo periodo di qua dell'ecclittica, ed il restante di là della medesima. Dalle medesime osservazioni si conosce essere per ciascun Pianeta diversa l'inclinazione. Così quella di Saturno essere di gradi $2\frac{1}{2}$, di Giove $1\frac{1}{3}$, di Marte 2 incirca, di Venere poco più di $3\frac{1}{3}$, di Mercurio in fine 7 gradi. Dalle quali cose nascono le diverse latitudini Heliocentriche, le quali si vedono in ciascun Pianeta, come ora andremo spiegando.

Imperocchè sia T*t* [1] il Piano ecclitticale della Terra indefinitamente prodotto, il quale sia tagliato da *n*LN Piano di qualunque Pianeta, per esempio di Venere, ch'essendo inclinato si rappresenta perciò nella figura a guisa di un'elissi. Sia la linea *n*N la comune sezione de' due piani, la quale passi per lo centro comune, ovvero per lo Sole. Tale linea dicesi la *linea de' Nodi;* e gli estremi punti N, ed *n* si dicono i Nodi.

Se si considera l'orbita, che in tal modo descrive un Pianeta è facile il conoscere, che quando egli è in uno de' Nodi N, essendo riguardato dal Sole S, dee comparir nell'ecclittica, perchè il Nodo è nell'ecclittica, ma quando sarà avanzato in P, sarà veduto fuori dell'ecclittica, ed allora dicesi avere *Latitudine Heliocentrica*. Se si concepisce la linea PQ perpendicolare al piano ecclitticale, l'angolo PSQ è la misura della Latitudine Heliocentrica del Pianeta.

E' da

(1) *Fig. 6. Tav. 19.*

E' da osservarsi come tale Latitudine al Nodo N è nulla, e va poi sempre crescendo fino che il Pianeta arriva al punto L, che dicesi il *Limite*, dove la Latitudine Heliocentrica è la stessa che l'inclinazione del Piano planetare al Piano dell'ecclittica. Dal punto L poi va decrescendo fino al secondo Nodo *n*, dove di nuovo diventa zero, dopo di che ritorna a crescere, ma in contraria parte, onde se prima il Pianeta vedevasi di qua dell'ecclittica, si vegga di là di quella, fino che diventa massimo al secondo *Limite n*, dopo cui torna a decrescere fino al nodo N, dove, come abbiamo detto, diventa zero.

Ciò che si è detto di Venere si dee applicare agli altri Pianeti. Colla determinazione poi di tali angoli per Trigonometria computati formano gli Astronomi le tavole delle diverse latitudini Heliocentriche corrispondenti per qualunque punto dell'orbita a qualunque pianeta.

Spiegar le Latitudini Geocentriche de' Pianeti. Proposizione V.

Siccome un Pianeta essendo riguardato dal Sole. comparisce cangiar continuamente latitudine dall' ecclittica, così ancora s' egli è riguardato dalla Terra.

Sia in primo luogo T*t* [1] il piano ecclittical della Terra, NP*n* l' orbita di un pianeta superiore, N*n* la linea di nodi. Posto il pianeta in P, e la Terra in T, se si concepisce la linea PQ perpendicolare al piano della Terra, l' angolo PTQ determina la *Latitudine Geocentrica*.

Se restando Marte in P, la Terra è in *t*, la latitudine Geocentrica è l' angolo P*t*Q. Nel primo caso Marte è in opposizione col Sole, e Perigeo, e massimamente retrogrado, nel secondo è in congiunzione col Sole, ed Apogeo, e massimamente diretto. Ed essendo nel primo caso misurata la latitudine Geocentrica dall'angolo PTQ, nel secondo da P*t*Q, saranno tali latitudini tra se, come tali angoli, ovvero come le linee PT, P*t* prossimamente. Essendo dunque la stessa la latitudine Heliocentrica, è varia la Geocentrica, ed è molto maggiore essendo Marte Perigeo di quello che Apogeo.

Secondo che si mutano le situazioni di Marte riguardo della Terra e il Sole, si mutano ancora le latitudini Geocentriche, con questa regola, che tanto più crescono quanto più Marte è alla Terra vicino, e si diminuiscono quanto più è lontano.

Sia

[1] *Fig. 1, Tav. 20.*

Sia in secondo luogo T*t* [1] il piano ecclittical della Terra, NP*n* l' orbita di un pianeta inferiore, N*n* la linea de' nodi. Essendo la Terra in T, a il pianeta in P, se si tira PQ normale al piano terrestre, anche in questo caso la latitudine Geocentrica è l' angolo PTQ. Se il pianeta è in P, e la Terra in T, nel qual caso il pianeta è Perigeo, e massimamente retrogrado, la latitudine è misurata dall' angolo PRQ, ma quando la Terra è in *t*, restando il pianeta in P, nel qual caso egli è Apogeo, a massimamente diretto, la latitudine è misurata dall' angolo P*t*Q, e perciò tali latitudini sono tra se come tali angoli, ovvero coma le linee P*t*, PT prossimamente. Dalle quali cose seguita, come ne' superiori pianeti, che restando la stessa latitudine Heliocentrica, varia sia la Geocentrica, ed essendo il resto pari sempre più si diminuisce quanto più il pianeta si accosta all' Apogeo.

Dalla prima Figura è facile il conoscere, che nessuno de' superiori pianeti può mai ritrovarsi di mezzo tra la Terra e il Sole; onde possa impedire allo spettatore terrestre la vista del Sole, ma può bensì il Sole essere di mezzo tra il pianeta e la terra, nel qual caso può il pianeta essere coperto dal Sole sicchè non si veda, come quando nella congiunzione si ritrova egli in uno de' nodi N, e la Terra nell' altro *n*; ovvero prossimamente.

Ma nella seconda figura si conosce come un pianeta inferiore può egualmente coprirci il Sole, ed essere da esso coperto. Il primo se essendo la Terra in Z, il pianeta è nel Nodo N, ovvero prossimo ad esso; il secondo se stando la terra nello stesso sito, il pianeta si trova nel Nodo *n*, ovvero vicino ad esso;

Quando un pianeta inferiore nella sua inferior congiunzione si ritrova in uno de' Nodi, allora si vede scorrere a guisa di una nera macchia per lo disco del Sole, come il primo di tutti osservò Venere il celebre Horoccio l' anno 1639, il quale spettacolo non dee rinovarsi prima dell' anno 1761 adì 26 di Maggio.

Per mezzo di tale osservazione ancora si conoscono le diverse distanza de' pianeti. Così ritrovasi essere bensì talvolta Marte coperto da Venere, ma giammai Venere coperta da Marte, e così degli altri.

Spiegar le Fasi de' Pianeti. Proposizione VI.

Essendo i pianeti corpi sferici, a opachi non hanno lume se non loro viene dal Sole, ne restano illuminati se non per una metà prossimamente. Tale metà è quella, che sta rivolta direttamente al Sole,

(1) *Fig.2. Tav.20.*

Sole, cioè quella, alla cui sezione sta perpendicolare la linea tirata dal centro del Sole al centro del pianeta illuminato. La grande distanza, che hanno dal Sole i pianeti di Giove, e di Saturno, de' quali il primo dista, come si è detto, dal Sole cinque volte più della Terra, e Saturno quasi dieci, fa che l'Emisfero illuminato di tali Pianeti si scopra sempre, almeno sensibilmente, agli occhi dello spettatore terrestre, e perciò tali pianeti compariscano sempre a guisa di un lucido disco rotondi. Ma non così Marte per la sua minor lontananza. Imperocchè sia Ts [1] l' orbita della Terra, e la Terra in T. Quando Marte è nel sito A, dove sta in congiunzione col Sole, ovvero in B, dove sta nell' opposizione, egli dee comparire rotondo, perchè in tali positure tutto l' emisfero illuminato si fa vedere allo spettatore terrestre, ma non così ne' punti C, e D, dove l' angolo STC, ovvero STD è retto, nel qual sito si nasconde all' occhio una parte dell' illuminato Emisfero, e perciò comparisce Marte in figura *Gibbosa*.

A maggiori Fasi sono soggetti gl' inferiori pianeti. Il che per conoscere sia la Terra in T, [2] e Venere in A, cioè Perigea, e posta tra la Terra e il Sole, nella qual positura nulla dell' Emisfero illuminato rivolgendosi allo spettatore terrestre, non può ella vedersi. Ma quando Venere è nel luogo B, essendo la Terra in T, allora si scuopre una parte del suo illuminato Emisfero, e comparisce *Cornuta*, ma colle corna verso l' oriente. In C comparisce *Dicotoma*, o Bipartita, in D *Gibbosa*, in E finalmente rivolgendo tutto l' Emisfero illuminato alla Terra risplende con *pieno* volto, dopo di che ritorna ad aver le medesime Fasi, ma in positura contraria, e comparisce *Gibbosa* in F, *Bipartita* in G, e *Cornuta* in H colle corna verso occidente, e finalmente si nasconde in A; e sono le sue Fasi come nella Figura [3].

Tale Fenomeno è una conseguenza necessaria del sistema Copernicano. Imperocchè non può Venere girare intorno il Sole, come suppone Copernico, se non ha tali Fasi; e come al tempo di Copernico per mancanza di Telescopj tali Fasi non si scuoprivano, fu ciò portato per un invincibile argomento contro tale Ipotesi, che perciò fu considerata dalla maggior parte come assurda. Ma dopo che il Galilei, il quale fu il primo a servirsi di lunghi Telescopj per la contemplazione degli Astri, osservò, e fece ancora vedere agli altri, come Venere ora compariva Rotonda, ora Gibbosa, ora Cornuta secondo le sue positure diverse, non ebbe più luogo tale argomento contro i Copernicani,

Parte II. X anzi

(1) *Fig. 3. Tav. 20.* (2) *Fig. 4. Tav. 20.* (3) *Fig. 5. Tav. 20.*

anzi gli stabilì maggiormente nella loro opinione, perchè nel loro sistema tali Fenomeni facilmente poteano spiegarsi, e se in altri sistemi, non certamente nel Tolemaico; perchè non essendo, come abbiamo detto, giammai Venere lontana dal Sole più di 48 gradi, non è possibile, che essendo sempre dissotto il Sole ella giammai comparisca *Piena*, e *Rotonda*.

Sebbene Venere nel sito E ci dimostra tutta la sua faccia, non ci comparisce però quivi col massimo suo fulgore. Imperocchè viene diminuita la sua splendidezza per la maggiare distanza della Terra, e ciò in maggior ragione di quello cha si accresca la porzione illuminata del disco. Imperocchè sia Venere in H quattro volte più vicina alla Terra di quello che in E, nel qual sito la parte rilucente è sedici volte più fulgida. Nello stesso sito se avvenga che si dimostri solo il quarto del disco, si conosce come la vicinanza della Terra accresca in maggior ragione lo splendore al pianeta di quello che si diminuisca egli per la Fasi. Il sito della massima splendidezza dimostrò il dottissimo Hallejo negli atti di Londra n. 349 essere nella elongazione di 40 gradi, dove una quarta parte del disco solamente risplende, ma con una sì viva luce, che supera ogni altro pianeta, e si fa vedere anche alla presenza del Sole.

Le stesse Fasi accadono ancora in Mercurio; ma non potendo esso vedersi se non nelle sue maggiori elongazioni dal Sole, di rado guardato co' Telescopj egli comparisce rotondo; ma talvolta bipartito, talvolta gibboso, e talvolta cornuto.

Nell' osservazione fatta da Domenico Cassini in Parigi allora quando egli comparve immerso nel Sole, guardato col Telescopio comparve di figura ovale; e nell' uscire dal disco del Sole comparve quattro volte maggiore di quello che nel disco. Il suo diametro in questa osservazione comparve la centesima decima ottava parte del diametro solare, come lo aveva definito il diligentissimo Hevelio, benchè fosse vicinissimo alla Terra.

ANNOTAZIONE.

Il primo, che discoprì esservi le Fasi in Venere, come sono nella Luna, fu il Galilei [1] circa l' anno 1612. Dopo di esso lo Scheinero, il Riccioli, e il Gassendi attentamente la contemplarono, e dopo questi l' Hevelio, il Cassini ed altri; ma sovra tutti e con maggior esattezza il dottissimo M. Bianchini, il quale con lunghi Telescopj contemplando Venere con una somma

[1] *Sistema Cosm. Dial. 3.*

ma accoratezza arricchì di maravigliose scoperte Urania, ch' egli descrisse nel suo famoso libro di Fosforo ed Hespero all' immortal nome di Giovanni V. Re di Portogallo consacrato; il che a suo luogo riferiremo.

Dell' ordine, distanza, e periodi de' Pianeti secondarj giranti intorno i primarj, e de' principali Fenomeni, che da tali moti derivano. Cap. II.

DI sei pianeti primarj, che intorno il Sole si rivolgono tre soli ne furono sin ora osservati, intorno i quali girano altri pianeti, che perciò diconsi *Secondarj*, ovvero *Satelliti*. Uno gira intorno la Terra, e si dice la *Luna*, il quale compie il suo giro in giorni $27\frac{1}{8}$; ed è distante dalla Terra nella sua media distanza 66 in circa semidiametri della Terra. Intorno Giove se ne veggono quattro dall' acutissimo Galilei nell' anno 1610 la prima volta scoperti, e dal nome della Casa Medici chiamate da esso le *Stelle Medicee*. Il più vicino di questi si rivolge intorno il suo primario in giorni $1\frac{3}{4}$, il secondo in giorni $3\frac{3}{5}$; il terzo in $7\frac{1}{4}$, il quarto finalmente in $16\frac{3}{4}$. La distanza del primo da Giove è di 5 semidiametri di Giove e $\frac{2}{3}$, quella del secondo 9, del terzo $14\frac{1}{3}$, del quarto $25\frac{1}{3}$.

Cinque parimente ve ne sono intorno Saturno. Il primo secondo, terzo, e quinto sono stati in varj tempi scoperti dal Cassini; il quarto da Hugenio. Il primo è stato scoperto l' anno 1684 nell' osservatorio Regio, il quale compie il suo giro in giorni $1\frac{7}{8}$ ed è distante dal centro del suo primario $4\frac{3}{8}$ semidiametri di Saturno. Il secondo fu scoperto quasi nello stesso tempo dallo stesso celebre Astronomo, e fu osservato compiere il suo giro in giorni $2\frac{3}{4}$ in distanza $5\frac{3}{5}$. Il terzo fu da esso scoperto l' anno 1672, e compie il suo giro in giorni $4\frac{3}{5}$ in distanza 8. Il quarto fu molto prima di questi scoperto dall' accoratissimo Hugenio, il quale per la sua grandezza può con minori Telescopj vedersi, compie il suo giro in 16, ed è in distanza di 18 semidiametri. Il quinto to finalmente fu scoperto l' anno 1671 dal Cassini, il cui periodo si termina in giorni $79\frac{1}{3}$ in distanza di 54 semidiametri.

Oltre di tali Satelliti sta intorno Saturno un Anello lucente da Hugenio la prima volta osservato, il quale secondo le sue varie posituare diversi strani aspetti cagiona, che lungo tempo delusero l' ingegno degli Astronomi, e non prima s' intesero, di quello che fosse l' anno 1659 pubblicato dal suddetto Autore il suo Saturnino sistema. Il diametro di questo Anello al diametro di Saturno è come 9 : 4, e lo spazio intermedio tra l' Anello e il globo di Saturno si adegua alla stessa latitudine di Saturno.

Spiegare i principali Fenomeni de' Secondarj. Proposizione I.

I Fenomeni principali de' secondarj sono questi.

1. Che non sempre, sebbene sono guardati con lunghissimi Telescopj, si veggono.

2. Ora a destra, ed ora a sinistra del suo Primario appariscono, ed or' in una, ed ora in un' altra distanza.

3. Non passano però certi limiti, e ciascheduno ha i suoi.

4. Or di qua dell' ecclittica si veggono, ed ora di là di quella; ed ora di qua, ora di là del piano del loro primario.

Tali fenomeni facilmente s' intendono, se si concepisce girar ciascun Secondario intorno al suo primario per un orbita, che sensibilmente da un circolo concentrico non è diversa, come si vede nella figura [1], in cui XATB rappresenta l' orbita della Terra, S è il Sole, OPQR è l' orbita del quarto Satellite di Giove, e gli altri tre circoli sono le orbite degli altri tre satelliti, e G è Giove, e si conosce chiaramente, che posta la Terra in X, ed un Satellite in Q, può questo per la sua vicinanza più facilmente scoprirsi di quello che se la Terra fosse in T, e il satellite in P. E questa è una cagione, per cui talvolta non si vede tale satellite. Oltre di questa ve ne possono essere ancora alcune altre, per cui si rendano invisibili. Imperocchè può darsi, che il satellite sia in P, e la Terra in B, nel qual caso essendo per linea dritta coperto dal suo primario non è visibile. Così non è visibile, s' essendo la Terra in X egli s' immerge nell' ombra V del suo primario, da cui resta ecclissato, ne' quali modi egli si toglie alla vista, come è il primo Fenomeno.

Seguita dalla stessa posizione, anche il secondo fenomeno. Imperocchè posta la Terra in X, ed il Satellite in Q si vede a destra, ma s' egli è posto in R, si vede a destra e più che si allontana dalla linea XG, più comparisce distante dal suo Primario.

Ma

[1] *Fig. 6 Tav 20.*

Ma non può oltrepassare certi limiti, che per ciascuno sono determinati dal semidiametro del circolo, che ciascuno intorno il suo primario descrive, conforme al terzo fenomeno.

Che se si suppongano tali circoli in diverso piano dall'ecclittica, e diversa parimente dal piano de' Primarj, si conosce ancora la ragione del quarto fenomeno. Dov' è da notare, che se si osservano le latitudini de' secondarj attentamente, si ritrova ciascun piano di essi avere una particolare e distinta positura differente da quella degli altri; ma perchè non grande differenza si ritrova, per questo dagli Astronomi tutti i piani de' Satelliti Gioviali vengono considerati come un solo, e così ancora quelli de' Saturnali.

Spiegar le diverse Latitudini della Luna.
Proposizione II.

Gira la Luna A [1] intorno la Terra T, e mentre la Terra descrive la sua orbita RT intorno il Sole S da occidente in oriente, si muove la Luna intorno la Terra verso la medesima parte, cioè per le lettere A, B, C ec. Il piano dell' orbita Lunare col piano ecclittical della Terra sta inclinato cinque gradi incirca, la linea N*n*, ch' è la comune sezione de' due piani, e passa per lo centro della Terra è la *linea de' Nodi*, ed i punti N, ed *n* sono i *Nodi*. Di tali nodi l' uno, come N, si chiama il *Capo del Dragone* ed anche *Nodo* ascendente; perchè dopo che la Luna è giunta a questo nodo ascende verso di noi, cioè a dire si accosta alle parti boreali. Il nodo *n* dicesi *Coda del Dragone*, e ancora *Nodo Discendente*, perchè quando ad esso è giunta discende, e va verso le parti australi. Osservasi, che tale linea di nodi non è sempre nel medesimo sito, ma si cangia come se si movesse da oriente in occidente per le lettere NGF, e tale periodo si compie in 19 anni.

Dalla inclinazione del piano Lunare al piano ecclittical della Terra nascono le latitudini Geocentriche della Luna, le quali, come abbiamo veduto ne' pianeti primarj, sono diverse secondo i diversi siti, ne' quali ella si ritrova. Così, per esempio, la latitudine è zero, quando ella si ritrova in uno de' nodi, e va sempre crescendo sino al limite, dopo di che decresce sino al secondo nodo, ove ritorna zero, indi cresce, ma in contraria parte, sino al secondo limite, da cui di nuovo decresce sino al primo nodo.

V' è

[1] *Fig. 7. Tav. 20.*

V'è questa differenza tra la Luna, e i Pianeti primarj che questi hanno il piano loro sempre collo stesso angolo sensibilmente inclinato; ma il piano Lunare cangia continuamente d'inclinazione, e perciò ancora di limite, non osservandosi però mai oltrepassare un angolo di 10 gradi.

Spiegar le Fasi della Luna, Proposizione III.

Dalle varie positure della Luna riguardo la Terra e il Sole nascono le diverse Fasi, che nella Luna veggiamo, come abbiamo dimostrato di Venere. Imperocchè sia il Sole in [1] S, la Terra in T, e la Luna in A, cioè a dire in *Opposizione* col Sole. Allora essendo esposto alla Terra tutto l'Emisfero illustrato dal Sole, sarà essa veduta in *Piena Orbe* risplendente, la qual Fasi chiamasi il *Plenilunio*. Quando ella è in B, allora l'Emisfero illustrato non conviene coll'Emisfero veduto, ma una parte di quello se ne nasconde, e perciò vedrassi *Gibbosa*. Essendo in C, dove l'angolo CTS è retto, nel qual sito è in aspetto *Quadrato*, allora dell'Emisfero illustrato se ne dimostra solo la metà, e comparisce perciò *Dicotoma*, o *Bipartita*, la qual Fasi chiamasi la *Quadratura*. Avanzata in D ci fa vedere solamente la terza parte dell'Emisfero illustrato, e perciò, come corpo rotondo comparisce *Cornuta* colle corna verso verso l'oriente, finochè arrivata in E, dove sta *Congiunta* col Sole, ci nasconde tutto l'Emisfero illustrato, e ci espone solamente l'oscuro, e perciò diventa invisibile, la qual Fasi chiamasi il *Novilunio*, ovvero la *Lunazione*, perche dopo questa incomincia di nuovo ad apparire, dopodichè avanzata in F di nuovo comparisce *Cornuta*, ma colle corna all'occaso, *Bipartita* in G, *Gibbosa* in H, e similmente *Piena* in A, come sta espresso nella figura.

Siccome la Luna colla sua Luna riflessa illumina la Terra, così anche la Terra illuminata dal Sole illumina la Luna; anzi con maggior copia di luce, imperocchè essendo la superficie della Terra quindici volte incirca maggiore della superficie Lunare, posto che amendue abbiano la stessa forza riflettente, quindici volte più di luce riceverà la Luna dalla Terra di quello, che riceva la Terra dalla Luna.

Ner Novilunj tutto l'emisfero illustrato della Terra si rivolge alla Luna, e perciò posto uno Spettatore nella Luna, egli vedrebbe allora risplendere a piena faccia la Terra, la quale gli apparirebbe come un disco quindici volte più grande del disco Lunare, e sarebbe allora per lui il *Plenisterreo*.

Quan-

[1] *Fig* 7. *Tav.* 20

Quando la Luna è nell'oppofizione col Sole, allora la Terra farebbe veduta dalla Luna in congiunzione, ed allora rivolgendofi tutto l'emisfero ofcuro allo fpettatore Lunare, non fi vedrebbe più il difco terreftre, e farebbe il *Noviterreo*; e in tutto il refto del tempo tali fafi nel difco Terreftre fi vedrebbono, quali ne veggiamo nel difco Lunare.

Quando è proffimo il Novilunio è da offervare come oltre lo fplendore vivace, con cui la Luna nelle fue corna rifplende, evvi ancora per tutto il difco una tenue bianchezza difperfa, per cui fi rende tutto il difco vifibile; La fteffa luce fi vede ancora qualche giorno dopo i Novilunj. Per tale offervazione la maggior parte degli Aftronomi credeva, che la Luna aveffe in sè qualche principio di luce, per cui rifplendeffe da fe medefima, febbene non foffe illuminata dal Sole. Ma fu il primo a togliere quefto errore il Galilei dimoftrando, come tal luce non altronde nella Luna derivavafi, che dallo fplendor della Terra, in cui li raggi dal Sole vibrati nella loro rifleffione erano rimandati alla Luna, la quale di tali raggi nelle altre fafi è fpogliata, perchè nelle altre pofiture i raggi dalla Terra rifleffi ad effa non vanno. Il che maggiormente fi conferma, perchè fe la Luna di propria luce rifplendeffe, tale fplendore non vedrebbefi folo intorno i Novilunj, ma nelle altre Fafi ancora.

Il Periodo Lunare è computo, come fi trova per offervazione, nello fpazio di 27 giorni 7 ore e $\frac{3}{4}$, il qual tempo propriamente fi dovrebbe dire il *Mefe Lunare*. Ma per mefe lunare ordinariamente s'intende il tempo, che paffa da una congiunzione della Luna col Sole, ad un'altra, cioè da un Novilunio ad un altro, il quale fpazio di tempo dicefi ancora il *Mefe Sinodico*, ovvero la *Lunazione*, ed è maggior del periodico. Perchè intanto che la Luna ha compiuto il fuo intiero periodo, la Terra fi è ormai avanzata da occidente in oriente, per la qual cofa è neceffario, che la Luna qualche altro tempo cammini affinchè fia di nuovo tra la Terra e il Sole interpofta. La differenza del qual tempo ritrovafi di 2 giorni, e 5 ore, e cofta perciò il mefe finodico di 29 giorni, e ore 12 $\frac{3}{4}$.

Ciò che abbiamo detto delle varie latitudini, e varie fafi della Luna riguardo allo fpettatore terreftre, fi dee applicare ai fatelliti di Giove, e di Saturno, fe lo fpettatore foffe pofto in Giove, o Saturno; ed intendere ancora di tutti quefti gli fteffi fenomeni.

Spie-

Spiegar l'Ecclissi della Luna. Proposizione IV.

Essendo la Terra [1] T un corpo opaco, se viene esposta al Sole S, è necessario, che getti un'ombra direttamente distesa verso le parti opposte al Sole in maniera, che se il Sole sta verso oriente, l'ombra si distenda verso occidente. Tal ombra quanto più si allontana dalla Terra, tanto più si osserva farsi più angusta, e come la Terra è prossimamente di figura sferica, così la sua ombra viene ad essere come un cono, qual è ABC direttamente opposto al Sole. Dalle quali cose si deduce essere la grandezza della Terra minore di quella del Sole. Perchè se la Terra fosse maggiore, sarebbe necessario che la sua ombra fosse a guisa di un cono tronco, che in infinito si va sempre allargando, come nella Figura [2], e se fosse eguale al Sole, sarebbe la sua ombra a guisa di un infinito cilindro, come nella Figura [3], amendue delle quali cose sono contrarie alle osservazioni.

Quale sia il semiangolo del cono ombroso terrestre si conosce per lo diagramma d'Ipparco. Imperocchè sia A [4] il centro del Sole, AE il suo semidiametro, C il centro della Terra, e dall'estremo punto del Sole E si tiri EG tangente alla Terra in G, che prodotta in D determina la punta dell'ombra terrestre, e il semiangolo del cono ombroso CDG. Tirata FG parallela alla linea centrale AC; e tirata parimente AG è facile il conoscere, che per la grande distanza del Sole il semidiametro CG della Terra diventando a guisa di un punto, non vi ha differenza sensibile se si riguarda il Sole dal centro C, o dal punto G, e perciò l'angolo AGE può considerarsi eguale all'angolo ACE, cioè al semidiametro apparente del Sole. L'angolo CAG è la parallasse orizzontale del Sole, a cui per la costruzione si eguaglia l'angolo alterno AGF. Se si considera dunque, che il semiangolo del cono CDG si eguaglia all'angolo esterno FGE, e l'angolo FGE è lo stesso, che AGE meno AGF, si conoscerà ancora, che il semiangolo del cono sarà anch'egli lo stesso, che AGE meno AGF, cioè a dire eguale alla differenza del semidiametro apparente del Sole, e della parallasse orizzontale.

In tal modo se il diametro apparente del Sole si pone col Cassini nella sua massima distanza di 31', e 40", e nella minima di 32', e 50", e si prende collo stesso la parallasse orizzontale del Sole di 10", sarà il semiangolo del cono ombroso di 15', e 40" nella distanza massima, e di 16', e 15" nella minima; e perciò di 15', e 57" nella media.

In

(1) *Fig.* 8. *T.* 20 (2) *Fig.* 9 *T.* 20. (3) *Fig.* 10. *T.* 20. (4) *Fig.* 1. *T.* 21.

In altro modo è determinato dallo stesso Ipparco il semiangolo del cono ombroso per mezzo della parallasse orizzontale della Luna, e del semidiametro apparente dell' ombra. Imperocchè sia CDG [1] il cono ombroso, e sia il centro della Luna in L; e si tiri IM parallella a CL. L' angolo CMI si eguaglia all' angolo LCM, il qual si eguaglia al semidiametro apparente dell' ombra. L' angolo CMG può considerarsi eguale all' angolo CLG, ch' è la parallasse orizzontale della Luna. Ma l' angolo IMG (ch' è lo stesso che il semiangolo del cono CDG) è la differenza degli angoli CMG, e CMI. Dunque il semiangolo del cono ombroso si eguaglia alla differenza del semidiametro apparente dell' ombra, in cui sta immersa la Luna, e della parallasse orizzontale Lunare, conosciute le quali si conoscerà anche quello.

Quanto è meno grande la sfera CG, tanto meno (essendo il resto pari) il semiangolo del cono ombroso aberra dal semidiametro apparente del Sole. Così essendo la distanza della Luna dal Sole presso ch' eguale alla distanza della Terra dal medesimo Sole, ed essendo la Luna assai minor della Terra, sarà meno differente il semiangolo del cono lunare dal semidiametro apparente del Sole di quello che il semiangolo del cono terrestre; e perchè al terrestre manca di dieci soli secondi, il lunare mancherà di minor quantità, e perciò fisicamente potrassi considerare come eguale al semidiametro apparente del Sole.

Dato il semiangolo D del cono terrestre non è difficile il determinare la lunghezza del medesimo cono, cioè CD. Imperocchè nel triangolo CDG rettangolo in G essendo noto l' angolo D, e il lato CG, ch' è il semidiametro terrestre, sarà ancora noto per la trigonometria il lato CD, ch' è la lunghezza cercata.

In tal modo essendo, come abbiamo detto, il semiangolo D nella massima distanza del Sole di 15', e 40", se si faccia come il seno di tale angolo al seno totale, così il semidiametro terrestre al quarto si ritroverà la lunghezza CD essere prossimamente 217 semidiametri terrestri, e nella media distanza del Sole 214 $\frac{1}{2}$ cioè secondo Picardo piedi di Parigi 41971785239.

Tale Cono però non è per tutto egualmente opaco. Imperocchè essendo la Terra circondata da un' Atmosfera di fluido aereo crasso, e che ha forza rifrattiva, i raggi dal Sole, che dall' etere puro nell' Atmosfera terrestre obbliquamente entrano, sono obbligati a deviare dalla sua linea, e piegar dentro lo spazio dell' ombra terrestre in maniera che illustrano tale spazio in un sito più, in uno

[1] *Fig.* 2. *T.* 21.

meno secondo che vi entrano più, o meno addensati in un sito di un altro, conforme le leggi della rifrazione, come veggiamo nella Figura [1].

Per cagione di tali raggi si ponno considerare due Coni ombrosi, l' uno che termina in D, di cui l' asse come abbiamo detto lo spera 200 semidiametri della Terra, e l' altro che termina in B, di cui l' asse secondo il calcolo del P. Tacquet [2]; del P. Chales [3], ed altri non arriva a 44 Semidiametri. Se invece di considerare la sola sfera terrestre, si considera ancora la sua Atmosfera si potrà intendere, come molti raggi passando per l' Atmosfera, e molti restando riflessi, si genera intorno l' ombra nera Terrestre un' ombra mista di tenue, e pallida luce, che non è propriamente ombra, nè luce, e perciò si chiama *Penombra*, sempre più folta, ed oscura quanto più si accosta alla vera ombra, e sempre più rara, e diluta quanto più si allontana. L' asse di tale cono calcolandolo come quello terrestre, si troverà poco più di $214\frac{1}{2}$ Semidiametri Atmosferici nella media distanza dal Sole. E' necessario perciò il determinare l' altezza dell' Atmosfera per conoscerne la lunghezza di tale cono, la quale però qualunque sia non arriva a Marte, non osservandosi giammai ecclissato Marte quando sta in opposizione col Sole.

Oltre tale Penombra vi è quella ancora, che nasce per l' opposizione cha fa la Terra ad una porzione dei raggi del Sole. Il che per intendere sia il Sole S, e la Terra T, e si tirino le rette, come nella Figura [4]. L' ombra vera è TVMR, dove non vi è alcun raggio di Sole. Ma la Penombra è negli spazj MRN, MVP, dove arriva solo una parte dei raggi solari, la quale quanto più si avvicina all' asse ombroso, tanto è più folta, perchè quanto più è vicina all' asse, tanto meno dei raggi solari riceve.

Se accade, che la Luna nella sua opposizione col Sole, ovvero nel suo *Plenilunio* si ritrovi nel piano dell' ecclittica, ovvero vicina ad esso, il che avviene quando ella è in uno de' nodi, o pure vicina ad esso; allora venendole dalla Terra impediti i raggi, che riceve dal Sola, e nel cono ombroso immersa, giace senza luce, cioè a dire si *ecclissa*. Tal ecclissi è *Totale*, o *Parziale* secondo cha o tutta, o in parte cade nell' ombra. Il che per esporre:

Sia in primo luogo il circolo AB [5], che rappresenti la sezione trasversa del cono ombroso terrestre, dove la Luna s' immerge, e sia LNC l' orbita della Luna, l' ecclittica DE, ed N uno de' nodi posti al centro della sezione, in tal caso l' ecclissi è *Totale*, e *Centrale*. Tale sorta di ecclissi sonosi vedute talvolta durar quattr' ore intiere, quando

[1] *Fig. 3 Tav. 21.* [2] *Astr. L. 4* [3] *Astr. L. 4.* [4] *Fig. 4 Tav. 21.* [5] *Fig. 5 Tav. 21*

quando il Sole è Apogeo, e la Luna è Perigea, nel qual caso la sezione ombrosa, in cui entra la Luna è la massima, ed ha il diametro triplo del diametro lunare.

Se il nodo è fuori del centro, ma non però molto lontano da esso, come nella figura [1], l'ecclissi è totale, ma non centrale, e dura minor tempo.

Ma se il nodo è molto lontano dall'ombra, come nella figura [2], allora una parte sola della Luna s'immerge, e l'ecclissi è *Parziale*. E perchè di tali ecclissi sogliono varie essere le specie, onde ora una parte maggiore, ora una minore s'immerge, hanno perciò diviso gli Astronomi il diametro lunare in dodici parti eguali, che chiamano *Dita*, e paragonano l'una coll'altra secondo il numero delle dita che nell'ombra s'immergono.

Se la Luna va fuori dell'ombra, l'ecclissi è nulla, come nella figura [3]. L'ecclissi lunari per l'ordinario accadono due volte l'anno. Imperocchè essendo due i nodi, ne' quali l'orbita della Luna interseca l'ecclittica, che cangiano sito successivamente da oriente in occidente; e scorrendo il Sole in un anno tutta l'ecclittica, è necessario che in un anno passi per amendue, ed in tal modo quando è nell'uno, mandi l'ombra terrestre nell'altro. Se il Plenilunio succede allora, seguirà, come abbiamo detto, che si faccia l'ecclissi della Luna totale, e centrale; ma se non succede allora, e però tanto grande la grossezza del cono ombroso, e tanto minuta la inclinazione dell'orbita lunare, che sebbene la Luna è di qua, o di là del nodo per dieci e più giorni, è necessario, che tocchi l'ombra, e si faccia qualche ecclissi parziale. E non in altro caso può passare un semestre senza qualche lunare ecclissi, se non quando il Sole passa per uno de' nodi lunari in tempo del novilunio, in cui la Luna è massimamente lontana dall'ombra, o uno, o due giorni prossimamente.

E' da osservare, che quando la Luna entra nell'ombra terrestre, non entra mai nello spazio della vera, e pura ombra; imperocchè non si avvicina mai cotanto alla Terra in maniera che possa immergersi in quella, essendo il cono AB [4] come abbiamo notato, 43 semidiametri terrestri in circa, e non essendo mai la Luna più vicina di 50 semidiametri. Lo spazio perciò, per cui passa, è sopra B, ed è nella regione de' raggi rifratti, che passando per l'Atmosfera sono per le leggi della refrazione introdotti nell'ombra. Nasce da questo, ch'ella nell'ecclissi non si toglie affatto all'occhio, ma con un colore rossiccio, e a guisa di una pietra cotta apparisce, come primo di tutti notò il dotta

Y ij tissi-

(1) *Fig. 6. Tav. 21.* (2) *Fig. 7. T. 21.* [3] *Fig. 8. T. 21.* [4] *Fi. 3. T. 21.*

tissimo Kepleto [1], e dopo di esso il celebre P. Riccioli [2], e e il P. Tacquet [3].

Non è quì nostro scopo il discoprire i metodi per computare i tempi delle ecclissi, e le loro durazioni, e le loro specie, e le altre affezioni, non potendosi far questo senza molte calcolazioni, dalle quali in questo nostro trattato Fisico espressamente ci asteniamo contentandoci di dare solo una introduzione al Cielo, perchè ciascuno della prima soglia invaghito s'invogli di entrare nei più segreti penetrali, e conoscere più da vicino le fatture dell'Autore Sovrano.

Spiegar l'Ecclissi del Sole. Proposizione V.

Siccome allora che la Terra sta di mezzo tra la Luna e il Sole vengono i raggi Solari incercetti sicchè la Luna resta senza luce, il che diciamo essere la sua ecclisse; così quando la Luna è di mezzo tra la Terra e il Sole sicche i raggi del Sole restando dalla Terra incercetti a noi non arrivino, onde non più veggiamo il Sole, diciamo farsi allora l'ecclissi del Sole, la quale piuttosto dovrebbesi dire l'ecclissi della Terra, che della luce del Sole è privata. Tali ecclissi perciò si formano ne'soli Novilunj, ne'quali la Luna trovasi o in uno de'nodi, o vicino ad esso. In tale caso se il cono lunare arriva alla Terra, come nella Figura [4], lo spazio CD è tutto immerso nell'ombra, e gli abitatori di quel tratto veggono un'ecclissi di Sole *Totale*. Negli spazj BC, DE, come non da ogni punto del Sole vi arrivano i raggi, così vi sta una Penombra, e gli abitatori di tali spazj veggono un'ecclissi di Sole *Parziale*, la quale tanto si vede minore, quanto più sta lontano dall'ombra l'abitatore; ma fuori dei confini B, ed E nulla il Sole si vede ecclissato, non essendo per tali spazj impedito alcun raggio di qualunque punto del Sole.

Per conoscere quanta sia la lunghezza del cono lunare si dee considerare, ch'essendo il cono lunare figura simile al cono terrestre, saranno i loro assi come i loro diametri, ed essendo secondo le osservazioni il diametro della Terra a quello della Luna come 100 : 28 prossimamente, saranno in tale ragione ancora i loro assi. Perciò se si faccia come 100 : 28 così 217, ch'è la lunghezza del cono terrestre nella massima distanza dal Sole, al quarto, si troverà la lunghezza del cono lunare 60 e $\frac{3}{4}$, e nella distanza media del Sole 59 e $\frac{1}{2}$.

Per

(1) *Astron Optic* (2) *Almag. L.* 5 (3) *Astron. L.* 2. (4) *Fig.* 9. *T.* 21.

Per conoscere poi quanta parte di superficie terrestre sia ingombrata dal cono lunare, poniamo che il Sole sia nella massima distanza, nel qual caso il cono lunare è poco più di 60 semidiametri terrestri, e poniamo la Luna massimamente vicina alla Terra, nel qual caso è poco più lontana di 56 semidiametri. Sia perciò L [1] la Luna, ABD la Terra, il cui centro è T, LV la distanza della Luna dalla Terra, ed LM la lunghezza del cono lunare. Essendo LT 56 semidiametri, ed LM 60, sarà TM 4, posto TB 1. Ma l'angolo TMB si eguaglia al semidiametro apparente del Sole, cioè a 15', e 50". Dunque nel triangolo TMB si conoscerà BTM, ed in conseguenza ancora l'angolo BTA, ovvero l'arco AB, che sarà di 79 minuti, e perciò anche il suo duplo BC, che sarà di 158 minuti, cioè di gradi 2, e minuti 38, che ridotti a miglia Italiane (posti 60 miglia per grado) sono miglia 158, e tale è il diametro del circolo terrestre in tale caso oscurato dall'ombra.

Ma se si cerca quanta parte di superficie terrestre sia oscurata dalla penombra lunare, sia in primo luogo MON [2] la Luna, il cui centro C sia congiunto con S centro del Sole della linea CS: Dalle due estremità del Sole G, ed F si tirino le linee GN, ed FM tangenti alla Terra in N, ed M, e l'angolo MIN, ovvero GIF sarà l'angolo del cono penombroso. Tirata dunque dal punto N la linea NH parallela a CS, l'angolo GNH non sarà sensibilmente diverso dal semidiametro apparente del Sole, essendo sensibilmente la stessa cosa (per la distanza enorme del Sole, e per la picciolezza della Luna) riguardare il Sole dal punto N, e dal centro C. Ma all'angolo GNH si eguaglia GIS, ch'è il semiangolo del cono penombroso, Dunque l'angolo intiero del cono penombroso si può agguagliare al diametro apparente dal Sole. Dalle quali cose seguita ancora, che nel triangolo CNI rettangolo in N dato il lato CN, ch'è il diametro lunare, e l'angolo CIN, troverassi ancora col calcolo trigonometrico il lato CI, ch'è la lunghezza del cono penombroso dall'apice sino al centro della terra C.

Sia in secondo luogo ABD [3] la Terra, L la Luna, ed AMB il semiangolo del cono penombroso. Per aver la massima penombra si supponga il Sole massimamente alla Terra vicino, e la Luna massimamente lontana, nel qual caso il semidiametro apparente del Sole si potrà prendere di 16', e 25", ed LM di 58 semidiametri terrestri, ed LT di 64, e perciò TM di 122. Nel triangolo dunque TAM conosciuti i due lati TM, e TA, e l'angolo TMA si avrà l'an-

[1] *Fig* 10.*T*.21. [2] *Fig* 1.*T*.22. [3] *Fig* 2.*T*.22.

l'angolo MTA, ovvero l'arco AB, ed in conseguenza il suo doppio ABD, che sarà di 70 gradi e 50 minuti, ovvero miglia Italiane 4250, e tale è il diametro del circolo penombroso, che ingombra la Terra.

Come la distanza della Luna dalla Terra è talvolta maggiore di 60 semidiametri terrestri, e $\frac{3}{4}$, che come abbiamo detto è la massima lunghezza del cono lunare, così allora tale cono non arriva alla Terra. Da ciò nasce, che sebbene l'ecclissi è centrale, non si nasconde però tutto il Sole; ma solo una parte del disco, restando scoperte e visibili l'estreme parti a guisa di una corona di luce, come in figura [1]

Se avviene che la Luna ci copra tutto il Sole, non resta però lungo tempo nelle dense tenebre lo spettatore terrestre, parte perchè giammai il diametro apparente della Luna supera molto il diametro apparente del Sole, e parte perchè la Luna va in tal maniera veloce da occidente in oriente, che non ci lascia troppo tempo coperto il lucido disco, in faccia di cui si oppone.

Come affine che si faccia la massima ecclissi Solare è necessario, che la Luna sia in uno de' nodi allora, quando si congiugne col Sole, così benchè non si ritrova in un nodo, quando non ne sia troppo lontana, è necessario, che getti sulla Terra qualche ombra, o qualche penombra, ed in conseguenza cagioni qualche ecclissi solare. Essendovi perciò in un anno 12, e talvolta 13 lunazioni, accade che in un anno si veggano più spesso ecclissi solari di quello, che lunari, molto più che non è facile alla Terra per la sua molta grandezza sfuggire l'ombra, o la penombra lunare. Ma come non sopra tutta la Terra cade il cono, ma solamente sopra qualche tratto, il quale varia secondo i siti della Luna, così l'ecclissi del Sole non si veggono replicate nello stesso luogo così spesse volte, come quelle della Luna.

Non è difficile il determinare per ciascun tempo l'ecclissi solari, e quanta debba essere la loro durazione, e quante dita di Sole debbano oscurarsi, e sopra quali tratti di Terra precisamente debbano cadere l'ombre, e le penombre, ma perchè ciò è proprio più delle Istituzioni Astronomiche, di quello che di una Fisica elementare, per questo rimettiamo in tal parte il leggitore a quelli, che di tali cose diffusamente hanno trattato.

ANNO-

(1) *Fig. 3. T. 22.*

ANNOTAZIONE.

Dalle ecclissi della Luna, e del Sole, e principalmente da quella della Luna, come più facili a calcolare, e più universali alla Terra, prendono gli Astronomi il metodo di ritrovare la *Longitudine* de' luoghi terrestri. Imperocchè conoscendo l'ora in cui per un dato luogo incomincia l'ecclissi, e l'ora parimente, in cui incomincia per un altro, la differenza delle ore darà la differenza de' luoghi per longitudine, computandosi quindici gradi per ora, come è cosa nota ai Geografi.

Spiegar l'ecclissi de' Pianeti Gioviali, e Saturnali. Proposizione VI.

Come lo spettatore terrestre vede ecclissata la Luna, e talora il Sole, così se fosse posto in Giove, e Saturno vedrebbe gli stessi Fenomeni, e vedrebbe ecclissarsi le loro Lune dall' ombra del loro primario, quando esse sono in opposizione col Sole, e vedrebbe da esse ecclissato il Sole, quando son nella congiunzione.

Ma anche allo spettatore terrestre deggiono farsi vedere l'ecclissi di tali Lune, e principalmente quelle delle Lune Circumgioviali, come più vicine di quelle di Saturno.

In simili ecclissi è da osservare, che quando Giove è più orientale del Sole, come quando la Terra è in A [1], i suoi Satelliti prima si veggono dritti a Giove, indi entrano nell'ombra, ma quando Giove è più occidentale del Sole, come quando la Terra è in B, prima si veggono entrar nell' ombra di Giove, e poi si veggono dritti a Giove.

Per mezzo l'ecclissi de' Circumgioviali ha didotto il dottissimo Romer essere il moto della luce successivo, e non istantaneo, come prima di esso supponevano quasi tutti i Filosofi. Imperocchè se il moto della luce fosse istantaneo, essendo la Terra in T, cioè a dire dal Satellite massimamente rimota, nello stesso tempo vedremmo l'ecclissi del Satellite di quello che se la Terra fosse in X, dov'è massimamente vicina. Ma ciò nota il Romer essere contro la osservazione. Imperocchè, quando la Terra è in X, in tutte le osservazioni per moltissimi anni fatte notò sempre comparire l'ecclissi del Satellite più presto di quello ch'essendo la Terra in T, in maniera che tanto

[1] *Fig 6 Tav. 20.*

to più presto comparisca sempre l' ecclissi, quanto più il Satellite sta vicino alla Terra, dalle quali cose deduce lo stesso celebre autore non essere istantanea la comunicazion della luce, ma successiva, benchè la sua velocità sia oltre modo grande, ed incredibile, per cui in dieci minuti discende dal Sole a noi.

L' ecclissi delle Lune Gioviali servono a' Geografi di mezzo assai comodo per determinare le longitudini de' varj luoghi, ne' quali esse si osservano. Imperocchè se in due luoghi diversi osservisi il principio dell' ecclissi di una Luna Gioviale, e si notino attentamente le ore, nelle quali accadono tanto nell' uno quanto nell' altro luogo, tale differenza di ora darà la distanza de' meridiani a tali luoghi appartenenti. Se invece dunque di due osservatori si abbiano l' effemeridi delle ecclissi delle Lune Gioviali computate accuratamente pel meridiano di un qualche luogo, e si faccia l' osservazione in un altro, la differenza del tempo, in cui si vede incominciare, o finire l' ecclissi, darà la differenza longitudinale dal luogo, per cui furono l' effemeridi computate.

Dei Fenomeni procedenti dal moto periodico de' Pianeti, ed insieme del loro moto intorno il proprio Asse.
Cap. III.

LA Terra nella supposizione Copernicana, mentre fa il suo periodo intorno il Sole nello spazio di un anno, gira ancora intorno il suo asse, e compie tal giro nello spazio di ventiquattr' ore. Sta il suo asse inclinato al piano dell' orbita con un angolo di sessantasei gradi e mezzo in circa, il quale nell' annuo giro va sempre parallelo a se stesso, se non che, qualunque sia la cagione, leggermente turbato vacilla, e due volte all' anno piega un poco dal suo sito, e due volte si restituisce, per lo cui moto cangiasi l' intersezione dell' ecclittica coll' equatore, e si muove da oriente in occidente, ma così lentamente, che in settantadue anni appena si compie un grado. E con tale principio spiegano i Copernicani tutti i Fenomeni, che si veggono intorno le conversioni diurne del Sole, e degli altri corpi, ed i giorni, e le notti, e le vicende delle stagioni, e la processione degli equinozj, come ora vedremo.

Spiegate

Spiegare il moto diurno apparente di tutta la sfera. Proposizione I.

Se la Terra nella sua periodica traslazione non si movesse intorno il suo asse, ma restasse ferma nella sua positura, a qualunque spettatore terrestre non apparirebbe avere altro moto il Sole, che l' annuo da occidente in oriente, ma non si vedrebbe mai nascere e tramontare ogni giorno. Ma rivolgendosi la Terra intorno il suo asse nello spazio di ventiquattr' ore, tale moto fa comparire che si rivolga intorno di essa ogni giorno il Sole, e tutti i corpi, che sono nella visibile sfera. Il che per esplicare sia primamente ABCD [1] la Terra, EFGH il firmamento, e sia in D uno spettatore terrestre, di cui l' orizzonte è GE, e il Sole sia in S talmente situato, che si levi a riguardo dello spettatore. E perchè la Terra gira in 24 ore da occidente in oriente, sarà lo spettatore portato dopo sei ore da D in A, dove avrà l' orizzonte in FH, e il Sole nel meridiano, il quale per conseguenza comparirà essersi alzato sull' orizzonte da oriente in occidente per la metà dell' arco diurno. Sei ore dopo lo spettatore sarà in B, e il suo orizzonte in EG, e allora il Sole si vedrà all' occaso. Ma dopo altre sei ore lo spettatore sarà in C, e il suo orizzonte in FH, e sarà per lui mezza notte fino che dopo altre sei ore ritornato in A vedrà di nuovo spuntare il Sole, ed in tal modo giudicherà, che il Sole abbia descritto in 24 ore un circolo da oriente in occidente, perchè la Terra si è girata nel medesimo tempo da occidente in oriente.

' Ciò che si è detto del Sole si dee intendere di ogni stella, e di ogni punto della sfera aspettabile, la quale per conseguenza comparirà rivolgersi tutta da oriente in occidente nello spazio di 24 ore, come se dal primo mobile fosse rapita, e l' asse della sua rivoluzione apparente sarà lo stesso asse della Terra indefinitamente prodotto.

Spiegar la differenza de' giorni, e delle notti. Proposizione. II.

In qualunque sito dell' orbita stia la Terra, come sferica, ed opaca, è sempre per una metà illuminata dal Sole; e per l' altra metà è nelle tenebre involta. Quelli, a' quali appartiene l' emisfero illuminato, veggono il Sole, cioè hanno il *Giorno*, e quelli, che stanno nell' emisfero oscuro, hanno la *Notte*. Il circolo massimo, per cui confinano codesti due emisferi, diceli il *Termine della illu-*

[1] *Fig. 4. Tav 22.*

strazione del Sole, cui sempre è normale la linea, che congiugne i centri del Sole, e della Terra. Se l' equatore terrestre coincidesse col piano dell' ecclittica in maniera che l'asse della Terra fosse perpendicolare all' ecclittica, allora il termine della illuminazione giugnerebbe ad amendue i poli, e tutti i circoli paralleli all' equatore sarebbono da esso egualmente tagliati, e perciò qualunque spettatore per tutto l' anno avrebbe un perpetuo equinozio. Ma perchè l' asse della Terra sta inclinato all' ecclittica con angolo di 66 gradi e $\frac{1}{2}$, sempre parallelo a se stesso, il piano dell' illuminazione non sempre taglia egualmente i circoli paralleli all' equatore; cioè a dire non vi ha sempre equinozio.

Imperocchè sia il Sole [1] S, e ABCD l' ecclittica a cui l' asse della Terra sta inclinato con un angolo di 66 gradi, e $\frac{1}{2}$, e sempre parallelo a se stesso, come si vede nella Figura. Allora che la Terra è nel primo grado della Libra A, che è uno de' due punti, ne' quali l' equatore s' interseca coll' ecclittica, la linea centrale tirata dal centro del Sole a quello della Terra passa per l' equatore terrestre, e il piano dell' illuminazione termina ad amendue i Poli, e perciò è illuminata la metà dell' equatore, e di qualunque altro circolo a lui parallelo, restando l' altra metà nelle tenebre. Nasce da questo, che qualunque spettatore nel girarsi, che fa la Terra equabilmente intorno il suo asse, tanto tempo resterà nella luce, quanto nelle tenebre, e perciò avrà tanto tempo di giorno, quanto di notte; cioè a dire avrassi un universale equinozio.

Mossa poi a poco a poco la Terra, ed arrivata dopo tre mesi al Capricorno B, la linea centrale non passa più per l'equatore terrestre, ma per lo tropico Boreale T T, ed in tale positura il piano della illustrazione va oltre il polo boreale P in L, e termina di qua dell' australe *p* in *l*. Se per L, ed *l* si descrivano i due paralleli LM, ed *lm* saranno questi i due polari; ed è facile allora il conoscere, che il tratto incluso dal Polare LM è tutto illuminato, e perciò tutti gli abitatori di quello hanno allora perpetuo giorno. Per lo contrario tutto il tratto incluso dall' antartico *lm*, è nelle tenebre involto, onde avvi allora perpetua notte. Ma perchè di tutti i paralleli posti tra il polare artico e l' equatore il maggior arco è nella luce, ed il minor nelle tenebre, avrassi per conseguenza da quelli, che colà sono maggiore il giorno della notte, e tanto maggiore quanto più sono vicini al polare. Ma di tutti i paralleli, che sono vicini all' antartica, l' arco maggiore è nelle tenebre,

[1] *Fig.* 5. *Tav.* 22.

bre, ed il minor è nella luce, e perciò da quelli, che colà sono avrassi minore il giorno della notte, e tanto minore quanto più sono vicini al suddetto polare.

Giunta la Terra dopo altri tre mesi nell' Ariete C, avrannosi di nuovo dal Termine della luce tutti i paralleli egualmente tagliati, e per conseguenza ritornerà l' universale equinozio.

Ma posta poi dopo altri tre mesi nel primo del Cancro D, di nuovo la linea centrale va fuori dell' equatore passando per lo tropico Australe *rr*; ed allora di nuovo sono tutti i paralleli inegualmente tagliati dal termine della Luce, ed accade agli australi tutto ciò, che ritrovandosi la Terra nel Capricorno B abbiamo veduto accadere ai boreali.

Se ciò, che abbiamo detto de' quattro punti principali, si applichi a proporzione a tutti gli altri punti intermedj, è facile il conoscere come e quanto debbano per ciascun punto variare i giorni, e le notti, e debbano le stagioni mutarsi, come sperimentiamo.

ANNOTAZIONE.

Per determinare l' angolo, che fa l' ecclittica coll' equatore, sono necessarie, come avverte l' Hevelio, lunghe, ed accurate osservazioni con esquisiti stromenti. Egli lo pone di 23°, 30', 20", come il Riccioli nell' Astronomia riformata, il Signor de Moutons 23°, 30', come il Riccioli nell' Almagesto, e lo Strezzio nell' Astronomia Carolina. Il Signor de la Hire nelle tavole Astronomiche 23°, 29' Le quali minute differenze fanno giudicare, che l' angolo dell' ecclittica sia stato sempre immutabile, sebbene confrontando le osservazioni degli antichi ritrovansi differenze assai più grandi, il che però viene piuttosto attribuito al difetto de' loro stromenti, principalmente dopo che l' accuratissimo Gassendi ritrovò, come afferma nella vita di Perieschio, per mezzo dell' ombra del suo Gnomone innalzato in Marsilia, essere l' obliquità dell' ecclittica quella stessa la quale fu osservata al tempo di Alessandro Magno nella stessa città da Pitea Marsiliese.

Spiegare l' apparenza costante del Polo. *Proposizione XII.*

Nel giro annuo, che fa la Terra intorno del Sole, conservando essa il suo asse sempre parallelo a se stesso, è necessario, che l' asse in diversi tempi dell' anno si dirigga a diverse stelle, e quella stella, o punto di Cielo, a cui indefinitamente prodotto termina in tempo d' inverno sia diversa da quella, dove egli termina in tempo di state. Sopra la quale conseguenza necessaria del Sistema Copernicano fondasi una grave obiezione. Imperocchè non può muoversi per l' orbita annua la Terra, se non si dirigge l' asse a diverse stelle, perciò non si cangia continuamente la direzione del Polo. Ma ciò è contro la osservazioni, perchè tanto in tempo d' inverno, quanto in tempo di state, l' asse apparisce costantemente diretto al medesimo punto del Cielo, e non si distingue alcuna mutazione di Polo. Dunque non conviene ai fenomeni l' ipotesi Copernicana.

Risponde però il Copernico, che tale mutazione dee comparire più, o meno sensibile secondo che più, o meno sono distanti le stelle fisse. Più che si accresce la distanza delle stelle, più la mutazione loro dee apparire minore in guisa che può tanto farsi grande, che insensibile affatto sia la loro mutazione; nè la costante apparenza del Polo doversi ad altro attribuire, che all' enorme distanza delle fisse.

ANNOTAZIONE.

Sonovi alcuni tra' Copernicani, che oltre le due direzioni, che ha la Terra, cioè l' una per cui descrive l' orbita annua intorno il Sole, e l' altra per cui gira intorno il suo asse, hanno creduto doversi porre una terza direzione, per cui si conserva il suo asse parallelo sempre a se stesso. Ma non avvertirono essere superflua questa terza direzione, ed essere una necessaria conseguenza delle due prime. Imperocchè siavi il corpo CD [1], il cui centro C si muova per la linea A*a*, a cui il diametro CD sia in qualunque modo inclinato, ed è facile il conoscere, che non essendo in tale corpo introdotto altro moto, che il progressivo, quando sarà arrivato in *a*, egli avrà il diametro CD nella stessa maniera inclinato, cioè a dire parallelo a se stesso. Se il medesimo corpo si aruoti intorno l' asse CD, è chiaro che tutte le sue parti si muovono fuori che l' asse, il quale perciò non dovrà cangiar positura, e dovrà restar parallelo, com' era, quando tutto il corpo si avanzi per la retta A*a*. Dalle quali cose concludesi, che per serbare tale parallelismo oltre il moto annuo, che ha la Terra, per cui gira intorno del Sole, e il moto di rotazione, per cui si rivolge intorno il suo asse, non dee ricorrersi ad una terza direzione, per cui ella debba conservare il suo asse sempre parallelo a se stesso.

Spie-

(1) *Fig. 6. Tav. 21.*

Spiegare la precessione degl' Equinozj.
Proposizione IV.

Benchè l' asse della Terra si stabilisce da' Copernicani andar sempre parallelo a se stesso, tale parallelismo però non è così esattamente conservato, che non si turbi, qualunque ne sia la cagione, benchè leggiermente, e con una mutazione non facilmente discernibile se non dopo lungo spazio di anni. Per ciò intendere sia la linea DCH [1] l' ecclittica, per cui si move il centro della Terra C, CE l' asse dell' ecclittica, e l' estremo E il suo Polo, e Cp l' asse terrestre diretto al polo P, intorno cui nella conversione diurna compariscono rotarsi tutti i Cieli. Se si concepisce il circolo PQFG parallelo all' ecclittica, per ogni annua rivoluzione l' asse terrestre in tale maniera dee intendersi, che si turbi, sicchè di continuo muti la sua direzione, sebbene egli conserva l' angolo stesso coll' asse dell' ecclittica. Così dopo un dato tempo è, per esempio, nella positura Cq, per cui si riferisce al punto Q, indi al punto F, indi al punto G; ed in tal modo descrive una superficie canonica, come si rappresenta da GCP, e l' estrema sua punta descrive intorno il Polo E dell' ecclittica il circolo PQFG. Tale mutazione si fa così lentamente, che non si compie codesto circolo, cioè a dire non ritorna l' asse alla pristina direzione in P se non dopo lo spazio di 25920 anni, computandosi per ogni 72 anni un grado.

Seguita da tal moto, che apparir debbano le stelle fisse descrivere continuamente circoli paralleli all' ecclittica, ed avanzarsi continuamente in longitudine da occidente in oriente, serbando però la stessa latitudine, come osservò Timocari, e dopo di esso Ipparco, e Tolomeo. Imperocchè sia primamente il polo in P, dove si supponga una fissa, e quando l' asse avrà cangiata direzione in maniera che il polo sia in Q, allora apparirà, che la fissa sia receduta dal polo per tutto l' arco QP, e quando il polo sarà in F, apparirà di aver receduto tutto l' arco FP, ed in tal modo apparirà di avere descritto un circolo intiero da occidente in oriente intorno l' asse dell' ecclittica EC, perchè intorno di esso si è mosso da oriente in occidente l' asse terrestre CP. E alla lentezza di tale moto corrisponderà la lentezza apparente delle fisse, onde non prima di 25920 anni compariranno avere compiuto il loro giro.

Per

[1] *Fig 7. Tav. 22.*

Per tale mutazione di positura nell' asse terrestre cangiano continuamente i due punti d' interfezione dell' eclittica coll' equatore, cioè a dire si cangiano continuamente i nodi, e il loro moto è da oriente in occidente. Da ciò nasce, che se una stella in un dato tempo si ritrova in uno de' nodi equinoziali, dopo 72 anni si ritroverà bensì nell' eclittica, come prima, ma non nel nodo, e parerà, che siasi avanzata verso l' oriente tanto quanto il nodo si è allontanato da essa, cioè a dire per uno spazio, che in 72 anni importa un grado, il qual moto chiamasi la *Processione degli equinozj*.

ANNOTAZIONE.

Se quel che suppongono i Copernicani nella Terra, si supponga ancora, come conviene alle osservazioni, che tale moto sia negli altri pianeti, e si rivolgano intorno l' asse nello stesso tempo, che sono trasportati intorno del Sole, stando l' asse loro inclinato all' eclittica, seguita che quando vi fosse posto in essi uno spettatore, vedrebbe gli stessi fenomeni, che appariscono allo spettatore terrestre, ed avrebbe ancor esso i giorni, e le notti, e le stagioni proporzionate al tempo della rotazione, al periodo annuo, ed all' inclinazione dell' asse del suo pianeta.

Osservazioni intorno il moto di rotazione del Sole, e degli altri Pianeti. Cap. IV.

Osservazioni delle macchie del Sole, e del moto di vertigine intorno il suo asse.

IL primo, che osservò essere la superficie del Sole non tutta lucida, e pura, ma di varie macchie cosperfa, fu il Galilei [1], tra le quali afferma averne osservate alcune di tale grandezza, che non solo il Mediterraneo, ma la stessa Affrica, ed Asia superavano. Dopo di esso molte osservazioni fece il P. Scheinero, e più di cinquanta ce ne lasciò descritte in un ampio volume, che in tale materia compose. Il Blancano afferma di averne computate alcune di grandezza eguali alla Terra tutta.

Di tali macchie ne osservano gli Astronomi ora una copia maggiore, ora una minore nel Sole; e dal gran numero di queste non dubitano essersi cagionato, che per un anno intiero si vedesse

[1] *Sistema Cosm. Dial.* 1.

vedesse il Sole, come narrano gli Storici, tutto pallido, e di languida luce. Dall' anno 1653 all' anno 1670 appena se ne vide una, o due, dopo di che se ne videro molte altre, che irregolarmente ora appariscono, ed ora si dileguano. Così osservò lo Scheinero alcune nuove macchie nel 1625 adì 6 Maggio, che adì 13 si cangiarono in alcuni tratti assai lucidi, chiamati da esso *Faci*. Così il Cassini nel 1 di Giugno del 1684 ritrovò una Face nel luogo stesso, in cui dovea ritrovarsi una macchia, lo stesso osservò l' Hevelio, de la Hire, ed altri.

Dalla rivoluzione periodica di tali macchie deducono gli Astronomi, rivolgersi il Sole da occidente in oriente intorno il suo asse. Ciò chiaramente conoscersi se si contempla attentamente il disco del Sole, in cui veggonsi le sue macchie muoversi successivamente, e regolarmente dal lembo orientale all' occidentale, e dopo che per altrettanto tempo sono state nascoste, di nuovo si veggono comparire verso oriente, nel qual moto si osserva, come allora quando sono verso i lembi, compariscono tardissime, e quando nel mezzo del disco velocissime, e come parimente verso i lembi accorciate e strette; e verso il mezzo aperte, e con tutta la loro estensione.

Tale moto di vertigine lo compie il Sole secondo il Picardo, e il Cassini nello spazio di 25 giorni e 12 ore in circa. L'asse della rivoluzione del Sole taglia l' asse dell' ecclittica in guisa che fa con essa un angolo di 7 gradi, e $\frac{1}{2}$. Così se RP*rp* [1] sia il disco del Sole, il di cui centro è S, posto R*r* per asse dell' ecclittica, sarà P*p* l' asse solare, e l' angolo RSP di 7 gradi e $\frac{1}{2}$. Secondo l' osservazion del Cassini sta l' uno de' Poli solari P diretto all' ottavo grado de' Pesci, e l' altro polo *p* all' ottavo della Vergine. Dalle quali cose seguita, che l' equatore solare MN taglia l' ecclittica *mn* con un angolo di 7 gradi e $\frac{1}{2}$, e i punti della interfezione sono all' ottavo de' Gemini, e del Sagittario, ne' quali punti quando si ritrova si ritrova la Terra, allora la linea centrale tirata dall' occhio dello spettatore terrestre al centro del Sole è perpendicolare all' asse del Sole, il che fa che le macchie compariscono muoversi in linea retta, ma in tutti gli altri siti compariscono muoversi per elissi [2], le quali tanto più compariscono aperte, quanto più la Terra si discosta dai punti della interfezione.

Osser-

(1) *Fig.* 8 *Tav.* 22. (2) *Vedete l' Accad. Real. delle Scienze* 1707.

Osservazioni delle Macchie Lunari, e del moto di essa intorno il suo asse.

Se la Luna non si movesse intorno il suo asse, nel tempo in cui descrive l'orbita intorno la Terra, seguirebbe, che ogni giorno ella ci dimostrerebbe una diversa faccia. Ma osservasi tutto il contrario, perchè per tutta l'orbita, che descrive, non si veda giammai mutar faccia, ma dimostrarsi sempre la medesima, onde deducono gli Astronomi di muoversi essa intorno il suo asse, ed il giro, ch'ella fa intorno se stessa compirsi nello stesso tempo, in cui ella si gira intorno la Terra. Imperocchè sia lo spettatore terrestre in T [1] intorno cui si gira la Luna per l'orbita 1, 2, 3, 4, e nel punto 1 dell'orbita si esponga allo spettatore l'emisfero ABC. Intanto che la Luna percorre il primo quarto dell'orbita, e va da 1 in 2, percorrerà intanto la Luna col moto di vertigine intorno il suo asse un quarto del suo giro, e sarà la Luna come si rappresenta al punto 7, cioè a dire esporrà verso la Terra T la medesima faccia ABC. Per la stessa ragione sarà in 3 esposta colla medesima faccia, e così in 4, dal che si conosce come dalla complicazione di tali due moti debbasi vedere sempre la medesima faccia, come è conforme alle osservazioni.

E' però da notare, che non è così esattamente mantenuto a noi l'aspetto dello stesso emisfero, che ora qualche zona non si discopra verso il lembo orientale, ora verso l'occidentale, il che diede occasione di credere agli antichi, che fosse la Luna agitata da un certo moto di *Librazione*. Ma ciò dipoi si è scoperto non doversi derivare da altra cagione, che dalla inequabilità del suo moto periodico, con cui, come diremo, percorre il perimetro d'una elissi intorno la Terra, perch'essendo inequabile il moto, con cui essa percorre l'orbita, ed equabile quello, con cui si gira intorno il suo asse, seguirà che nel sito 2, dove per esempio ha ella percorso un quarto dell'orbita, ella abbia percorso più di un quarto di giro intorno il suo asse, e perciò ci discuopra una nuova zona, che nel punto 1 non appariva. Nel punto 3 ritorna l'emisfero come prima, ma nel punto 4 essendo compiuti tre quarti dell'orbita, e non tre quarti di giro intorno il suo asse, si discopre una picciola zona del lembo contrario al primo, la quale non appariva nel punto 1, che finalmente in 1 si ritorna a nascondere.

Tala

(1) *Fig. 9. T. 22*

Tale Faccia, che a noi dimostra la Luna, se fosse tersa, e polita; come sono gli specchi, o che ci sarebbe invisibile, o che vedremmo in essa una sola immagine del Sole, come veggiamo negli specchi con vessiche: che se la veggiamo tutta di luce risplendere, è necessario il dire ch'ella sia aspra, e scabra, ed i raggi, che nella sua superficie riflettono, da ogni parte sieno ribattuti.

Quelli, che tale faccia attentamente co' lunghi Telescopj hanno contemplato, hanno in essa scoperto una mirabile varietà di parti, altre lucide, altre oscure, e delle lucide, ed oscure altre più ed altre meno; le quali accuratamente descrissero formandone la figura, ed a ciascuna parte i loro nomi ponendo, altri dai Filosofi, come il Langreno, e il P. Riccioli, altri dalle voci Geografiche, come l'Hevelio, il che può vedersi nelle loro Selenografie.

Il P. Riccioli dà il metodo di misurare ancora le sue prominenze. Imperocchè sia FGH [1] l'emisfero della Luna illustrato, ed A la punta della prominenza. Subito che si vede questa illuminata si osservi col micrometro la proporzione della retta AF al diametro lunare FG; e perchè AF è tangente, sarà il triangolo AFC rettangolo in F, in cui essendo dati i lati AF, ed FC sarà data ancora l'ipotenusa AC, da cui sottraendo il semidiametro BC resterà l'altezza cercata AB della prominenza lunare. In tal modo avendo il P. Riccioli osservato il monte di S. Caterina; ed avendo compreso essere la sua distanza AF dal termine della illuminazione FG l'ottava parte del diametro AG, [posto il diametro AG di *2264* miglia] trovò l'altezza AB essere di *9* miglia, cioè a dire il triplo de' nostri più alti monti.

Osservazioni intorno i Pianeti Superiori.

Il celebre Hoochio [2] nell'anno *1666* osservò molte macchie in Marte, che mutavano sito, nè si restituivano al luogo primiero se non all'ora quasi stessa della notte seguente, dal che concluse, che Marte si rivolgesse intorno il suo asse. Nel medesimo tempo il Cassini [3] osservò le medesime macchie, e determinò, che il periodo della rivoluzione di Marte fosse di 24 ore e 40 minuti. Confermò anche l'Hugenio [4] le medesime osservazioni. E nota di più lo Sturmio nelle effemeridi [5] di Francia, che il moto di quelle macchie nella parte inferiore del disco non solo si fa da oriente in occidente, ma ancora per circoli paralleli, che poco dall'ecclitica declinano. Intorno di esso Marte sospetta il Romer [6] per

 la

(1) *Fig.* 10 *T.* 22. (2) *Atti d'Inghilterra anno* 1666. (3) *Loc. cit.* (4) *Cosmoth.* (5) *Effem* 35. (6) *Du Hamel. Hist. dell' Accad.*

la imbecillità di una stella, ch' egli osservò dopo la sua congiunzione con Marte, esservi un' Atmosfera. Imperocchè tale stella non potè stinguersi in alcun modo nè pure con un grande Telescopio prima che fosse lontana da Marte due terzi del suo diametro. Osservò ancora l' Hugenio in tale Pianeta un cingolo molto largo ombroso, da cui resta offuscata la parte di mezzo del disco.

Anche in Giove osservò l' Hoochio [1] nel *1664* una piccola macchia, che per lo spazio di due ore percorse da oriente in occidente la metà quasi del diametro di Giove. Nello stesso tempo osservò la stessa macchia il Cassini, per lo moto della quale dedusse, che Giove si rivolgesse intorno il suo asse nello spazio di *9* ore e *56* minuti.

Tali macchie non sempre si veggono. Quella che osservò il Cassini durò fino al *1667*, nè ritornò a farsi vedere se non nel *1672*. Dopo di che per tre anni continui fu veduta, in maniera che però fino al 1708 si vide apparire, e disparire otto volte. Nel *1639* tre zone furono osservate in Giove, le quali guardate dal Grimaldi, dal Riccioli, e dall' Hugenio, non furono sempre nella stessa positura, e grandezza vedute. Dall' anno *1665* fino al *1690*, fuori che quella dal Cassini osservata, non se ne videro che alcune poche, e fugaci; ma dipoi una incredibile moltitudine ne comparve.

Anche ne' Satelliti di Giove scoprì alcune macchie il Cassini, e perchè tali macchie non sempre si veggono, conjetturò, che ancor essi muovansi intorno il suo asse, e sospettò esservi intorno il primo Satellite un' Atmosfera.

L' anno *1667* scoprì il Cassini in Saturno una zona, o fascia, che passa per lo centro di tale pianeta; e l' anno 1683 dedusse il *Facio*, ch' egli si rivolgesse intorno il loro asse dall' apparenza di una candida zona, che dopo 24 ore disparve.

Osservazioni intorno i Pianeti inferiori.

Se si osserva Venere con lunghi telescopj, non si vede meno macchiata degli altri pianeti. Così tra molti Onorato Fabri [2] la vide aspra, e densata allora ch' era Dicotoma, e il Sig. de la Hire nell' anno 1700 guardandola con telescopio di 16 piedi vide in essa eminenze assai maggiori di quelle che veggonsi nella Luna. Ch' ella parimente si mova intorno il suo asse da occidente in oriente, lo dedussero il Cassini, ed altri dal moto delle sue macchie che nella sua superficie si notano. Ma perchè nessuno versò con maggior accuratezza intorno tale pianeta, di quello che fece il dottissimo Bian-

[1] *Atti d' Inghilt. 1665* [2] *Fis. Part. 2*

Bianchini, il quale poi nel suo eccellente libro del Fosforo, ed Hesfero pose alla memoria del Mondo, noi di tali scoperte ora ne daremo una chiara contezza, parte per onore dovuto a così grande Uomo, e parte per utile della ingenua gioventù, per cui scriviamo i nostri elementi.

Osservazioni del dottissimo Bianchini intorno di Venere fatte in Roma, e in Montalbano.

Divise l' illustre Autore le sue osservazioni intorno a Venere in quelle, che riguardano le *Macchie*, quelle che riguardano il *Moto*, e quelle infine, che riguardano la *Parallasse* di questo Pianeta. Cominciò le sue osservazioni *maculari* ne' mesi di Febbrajo, e di Marzo nell' anno 1725 trovandosi il Pianeta nel 40. grado sopra l' orizzonte, nel qual tempo compariva come la Luna nelle quadrature. Le macchie, ch' egli vi osservò, erano simili alle maggiori *Lunari*, che *Mari* si appellano dagli Astronomi, e comparando i loro siti in ciascuna osservazione, trovò, che avanzavano ogni giorno quindici gradi incirca da occidente in oriente, onde seguiva, che una macchia descrivesse in sei giorni un quarto di circolo, e tutto il giro in ventiquattro. Di fatto le macchie osservate adì 9 Febbrajo ritornavano allo stesso sito adì 5 di Marzo. Ma non potendosi fare sulle osservazioni celesti una intiera descrizione delle macchie di Venere, perchè l' occhio non si trova sempre dirimpetto alle parti illustrate dal Sole, inventò l' ingegnoso Autore un Planisferio con l' orbita ottimestre di Venere intorno il Sole per dedurre tutta seguente la intiera *Celidografia*. E perchè ne' suddetti mesi non si potevano osservar le macchie, che sono ai Poli, ne rimise ad altro tempo la discoperta, che si fece nella state degli anni 1726, e 1727. E così avendo determinato il sito, e la figura di ciascuna macchia, che nella stessa maniera dee tornarsi a vedere otto anni dopo, quando non accadano mutazioni nel Pianeta, diede a diverse macchie i loro nomi, prendendoli dai Monarchi, e Principi Portoghesi, e da alcuni celebri Navigatori. Componendo poi la distanza di Venere per rapporto a quella della Luna, e la forza aumentativa del Telescopio trovò egli, che l' una e l' altra erano state la cagione, per cui li Mari di Venere si vedevano col suo Telescopio della grandezza in circa, di cui si possono vedere quei della Luna ad un buon occhio nudo. Osservò ancora, che tali macchie si vedevano più debolmente, e più oscuramente ne' mesi della state che in quei d' inverno, essendo allora la distanza del Pianeta quasi raddoppiata.

Nella rivoluzione di Venere intorno il suo asse osservò egli, che il suo equatore non coincideva perfettamente col circolo terminator della luce, il che egli discoprì osservando il progresso ordinato delle macchie ne' suoi paralleli. Era poi da indagarsi a qual parte del Zodiaco si dovesse riferire il piano, che passa per l' asse della rotazione, e per lo Sole, per conoscere se quest' asse vada sempre parallelo a se stesso intanto che il Pianeta descrive la sua orbita ottimestre intorno del Sole. E ciò egli eseguisce per mezzo del sopraccennato Planisferio, e dalle osservazioni continuate per dieci giorni nel Febbrajo del 1726 raccoglie che il suddetto piano tagliava l' ecclittica nel 20.° grado del Leone incirca, e dell' Acquario, e che perciò allo stesso grado trovavasi il Coluro solstiziale di Venere, in cui erano i poli della sua rotazione, e del circolo definitore della luce, e dell' ombra.

Così avendo stabilito, che il polo Boreale dell' asse di Venere stasse elevato sopra il piano dell' ecclittica gradi 15 incirca, e tendesse verso il Cavallo minore, tendendo per lo contrario il polo australe verso il cuore dell' Idra, e vedendo che in tutti li quadranti della sua orbita ottimestre Venere manteneva la medesima positura, riconobbe essere il suo asse sempre parallelo a se stesso, il che egli confermò colla contemplazione di alcuni de' suoi Mari. Ed in tal modo s' è aperta la via sicura per una piena esplicazion delle fasi, e delle macchie di questo pianeta, per rappresentar poi le quali cose egli si avvisò di comporre una sfera, in cui Venere gira attorno se stessa con l' asse sempre parallelo, e descrive la sua orbita nello spazio di giorni $224\frac{2}{3}$.

Pensò il Bianchini, che la difficoltà di costruire telescopj della lunghezza, di cui erano quei del Campano, di cui egli servivasi, la quale ascendeva a 100, 150, e 200 palmi, e quella ancora di osservar opportunamente le suddette macchie, fosse la cagione principale, per cui nel nostro secolo per altro così fecondo di discoperte, non si abbiano quelle se non molto imperfettamente osservate. Imperocchè appena una, o due n' erano state dal Cassini osservate negli anni 1666, e 1667 senza ch' egli ne abbia pubblicato nulla fuorichè in una lettera privata scritta al Sig. Petit, di cui l' estratto si vide poscia nel Giornal de' Dotti, e nella sfera del Sig. Ozanam. Dopo quel tempo il Cassini, sebbene sopravvisse 36 anni, non fe' più parola nè delle macchie, nè del moto di vertigine del suddetto pianeta. Anzi afferma egli medesimo, che non saprebbe in effetto cosa determinare sopra le osservazioni delle macchie, cui non ha potuto osservare che per poco tempo, o in una troppo picciola por-

porzione di arco, dubitando se quel loro moto fosse da attribuirsi alla librazione, o alla rivoluzione di quel pianeta.

Ma non sono stati sì cauti gli altri Astronomi posteriori al Cassini nel determinar la durata di questo moto, forse sopra le osservazioni di quel grande Astronomo, cui egli però ha riconosciute per imperfette. Onde assicura il Bianchini, essersi il dottissimo Hallejo, e tutti gli altri dopo di esso, ingannati nel ridurre il tempo della rotazione di Venere a 23 ore, non comprendosi questo per lo contrario che in 24 giorni. Replicate poi le osservazioni con quanta diligenza si poteva nello spazio di due anni, ritrovò egli, che alla somma di 24 giorni dovevansi aggiugnere 8 ore in circa, contando i giorni di più rivoluzioni, la qual misura però si assume come prossima, e si potrà determinare più precisamente al fine di un ottennio, che sarà nel 1734 adì 9 Febbrajo 4 ore in circa dopo il tramontar del Sole, nel qual tempo si torneranno a vedere lo stesso moto, e le stesse fasi di Venere nello stesso sito che nell' anno 1726 alla stessa ora, e allo stesso giorno si erano veduti.

Per discoprire l' orizzontale Parallasse di Venere si servì il Bianchini del metodo del Cassini pubblicato nel suo opuscolo della Cometa dell' anno 1680, il quale malgrado le difficaltà di praticarlo con Venere, che sono notte agli Astronomi, fu eseguito da esso con felicità nei primi di Luglio del 1716 osservando di giorno in giorno le differenze della declinazione, e dell'ascensione retta di Venere e delle due fisse, che sono il regolo, e il cuor del Leone sì nel Meridiano, come fuori di esso aspettando, che il pianeta fosse così vicino all' una, o all' altra delle suddette fisse, che si potessero vedere insieme colla stessa apertura del tubo ottico. Dalle quali asservazioni dedusse, che la parallasse orizzontale di Venere era 24'', 20''; e quindi ne cavò in conseguenza, che quel giorno, cioè il dì 3 di Luglio del suddetto anno, la distanza di Venere dalla Terra era di 8000 semidiametri terrestri, computata quella del Sole 13403.

Desiderava di ripetere il Bianchini le medesime osservazioni otto anni dopo, cioè adì 3 Luglio del 1724, ma non avendone avuto il comodo, si assoggettò ad una maggiore fatica nel 1727 adì 19 Settembre, tentando di osservare la differenza delle ascensioni rette di Venere, e di Saturno più ore innanzi, e dopo il loro passaggio pel meridiano, mentre si trovavano in una egual declinazione australe dall' equatore, cioè a gradi 19. Ma l' osservaziona era così lunga e penosa per rimarcar tutte le minuzie del tempo cogli orruoli a pendolo nello spazio di 6 ore, che bisognava aspet-

tare

tare l' ingresso di Saturno, e di alcune fisse vicine nel piano dello stesso circolo orario con Venere. Confrontando dunque con operosa diligenza le predette differenze ascensionali di que' due Pianeti, e di qualche fissa, che poteva nello stesso tempo osservarsi, trovò che la Parallasse orizzontale di Venere era nel tempo di sopra mentovato 22" 12"', e perciò minore della prima, quantunque dovesse ritrovarsi maggiore, essendo nella seconda osservazione Venere più vicina alla Terra. Ma come il metodo era assai faticoso, e delicato, così non è cosa strana, che sia soggetto a qualche alterazione.

Nell' anno *1645*, come nota il Riccioli nell' Almagesto L. 8., parve al Fontana di vedere uno, o due globetti oscuri, ora fuori, ora a dirito di Venere. Nel *1672*, e *1686* parve al Cassini stesso di vederne uno, che imitava Venere colle sue fasi, e n' era lontano $\frac{3}{5}$ del di lei diametro. Si è dubitato se fosse questo un Fenomeno nato nell' Atmosfera di Venere, o un Satellite di questo Pianeta; ma riflette il Bianchini non poter probabilmente dirsi il primo, perchè non è verisimile che si estenda tanto l' Atmosfera di Venere, nè può forse il secondo, perchè se fosse un Satellite, dopo molte continuate osservazioni sarebbe ritornato a comparire.

Nuovi fenomeni osservati nella Luna dallo stesso Bianchini.

Avendo il medesimo Autore diretto nel dì *16* Agosto *1725* un Telescopio di 150 palmi nella Luna, verso la quadratura, vide nel *Platone* un particolare fenomeno. Imperocchè cadendo allora tale macchia nel termine della luce, il margine di quella profonda laguna assai rilevato appariva tutto illustrato da bianca luce, e intanto il fondo era oscurissimo, ma nel mezzo gli passava un tratto di lume rosseggiante, che stendevasi come una trave da un estremo all' altro. L' Autore propone ai Fisici, se per avventura siasi codesto un indizio di qualche foro aperto nel margine elevato di essa macchia dal lato del Sole, per lo quale foro passino i raggi solari, come per una finestra, o se piuttosto siano raggi rifratti, che dalla foraraità della macchia siano inviati al fondo, e divengano rosseggianti, come sogliono fare nella nostra atmosfera al levare, o tramontare del Sole, e perciò sia questo un segno di qualche fluido, che a guisa di Atmosfera stia intorno alla Luna.

Un' altra discoperta egli fece nel *1727*, e fu di alcune picciole aree

aree poligona rettilinee, per mezzo delle quali cred' egli che continuandosi queste col tempo ad osservare, si potrà conoscere al fine, se accada qualche mutazione nella esterna superficie di quel globo. Osservò ancora una incisura in linea retta, che si stendeva da Aristotele a Eudosso in forma di una fossa lunga una trentesima seconda parte del diametro Lunare, la quale perciò egli la computa 70 miglia Romane in circa.

Adì 22 Settembre dell' anno suddetto *Platone* non era ancora illuminato finchè adì 23 tutto scoprivasi, e gettava fino al centro della voragine un' ombra assai lunga formata dalla elevazione del groppo opposto al Sole. Ma non si vide alcun segnale del lume solare, come due anni prima, il che crede l' Autore che forse sia nato per una diversa positura, che aveva il foro marginale riguardo al Sole.

Della rivoluzion di Mercurio.

Il Kirker [1] ne' suoi viaggi estatici, e de Reita [2] nell' occhio di Enoch, ed Elia affermano che Mercurio si mova intorno il suo asse nello spazio di sei ore in circa. Ma le osservazioni più accurate fatte intorno di esso ciò non confermano, non potendosi facilmente scoprire le di lui macchie, se ve ne sono, a cagione della sua troppa splendidezza, e di rado potendo essere osservato per la sua troppa vicinanza al Sole.

Dell' Anello di Saturno.

Nelle varie osservazioni, che fece sopra di Saturno il Galilei, ed altri Astronomi dopo di esso, comparve loro in tante forme tale Pianeta: ora rotondo, ora ellittico, ora con due quasi orecchie, o grassi di grandezza diversa, che disperarono già potersi ritrovare la causa di tante varietà fino che l' acutissimo Hugenio [3] diede in pubblico nell' anno 1660 il vero sistema di tale Pianeta. Imperocchè tutte queste apparenze dimostrò egli non altronde nascere, che da un *Anello* di luce, che lo circonda, il quale secondo le diverse sue positure rappresenta diverse figure, e variamente i riguardanti delude. Sta tale Anello intorno il globo di Saturno in quella maniera, come nota il chiarissimo du Hamel, che sta intorno un globo artefatto il suo orizzonte, concentrico al globo, e lo circonda senza che da nessuna parte lo tocchi, come si vede nella figura [4], in cui S è Saturno, ed ABC l' Anello. Egli è tenue, e pie-

[1] *L.* 1. [2] *L.* 4. [3] *Fis. P.* 2. [4] *Fig.* 11. *Tav.* 22.

e pieno, ed equabile, e sta il suo semidiametro a quello di Saturno secondo l' Hugenio, e il Cassini come 11 : 5, e la sua latitudine DA si eguaglia all' intervallo DE, e nella minima distanza si vede sotto un angolo di 68 secondi. Tale Anello o non si rivolge, o pure si rivolge intorno l' asse P*p*, che congiugne i suoi poli, intorno cui è verisimile, che si rivolga ancora Saturno. Sia il suo piano inclinato all' eclittica con un angolo di 23 gradi e $\frac{1}{2}$, nè cangia mai positura per tutta l' orbita, che percorre Saturno, sta l' asse P*p* sempre parallelo a se stesso.

Con tale sistema si spiegano le sue così strane apparenze. Imperocchè essendo in tale positura il piano dell' Anello, che continuato passerebbe per lo centro della Terra, allora si renderà invisibile, perchè non sta esposta all' occhio se non la sua grossezza, ch'è minore di quello che si richiede per farsi in tale distanza vedere, e perciò si vedrà allora Saturno di figura globosa, come se non avesse Anello, che lo circonda. Secondo poi che egli si avanza, principierà a farsi vedere il suo Anello, che per essere obliquo allo spettatore comparirà a guisa di un elissi, la quale cresce più di larghezza, quanto minor è l' obliquità, con cui si dimostra l' Anello.

Il che per mettere sotto gli occhi sia per maggiore facilità lo spettatore in S [1] luogo del Sole, intorno cui giri Saturno per le lettere AEH ec. coll' asse parallelo sempre a se stesso. Essendo Saturno in A dove il piano dell' anello prodotto passa per l' occhio S, si conoscerà che non dee comparire allora altro, che la grossezz dell' Anello, la quale per la sua tenuità non vedendosi, dee Saturno comparire come un semplice globo senz' anello, ma avanzandosi coll' asse parallelo a se stesso incomincerà a dimostrarsi con figure varie elittiche, le quali sempre più si avvicinano al circolo, secondo che si diminuisce l' obliquità dell' anello fino che l' anello è in E, dove essendo minimamente obliquo, si vede ancora colla massima faccia dopo che decresce la latitudine dell' elissi a misura che l' anello si fa più obliquo, finochè in fine stando nuovamente diritto all' occhio in H, di nuovo si dilegua il suo aspetto, e comparisce un' altra volta Saturno globoso, dopo di che un' altra volta apparisce coll' anello, la cui apparenza cresce fino in N, da cui in fine torna a decrescere, e diventa zero in A.

Le

[1] *Fig. 1. Tav. 23*

Le stesse Fasi deggiono vedersi sebbene con qualche differenza dallo spettatore posto nel centro della Terra.

Di qua e di là del punto A, dove sta l'anello diretto all'occhio per un arco di sette gradi in circa, è così tenue l'aspetto dell'anello, che per tutto quello spazio non si discopre, e come Saturno impiega per ogni grado un mese, così seguita, che per quattordici mesi in circa non si discopre; e perciò comparisce Saturno solo, e globoso. Tale lo vide il Galilei nel fine del 1612, nel principio del 1613; tale ancora lo vide 30 anni dopo il Gassendi, e tale quindici anni dopo, cioè nel 1659 l'Hugenio essendo allora Saturno nel luogo H. Codesto luogo osservò allora l'accuratissimo Uomo corrispondere alli 20 gradi, e $\frac{1}{2}$ della Vergine, e perciò il luogo A essere nei gradi 20, e $\frac{1}{2}$ de' Pesci. Sette anni dopo lo vide in N colla massima faccia, corrispondendo il punto N alli gradi 20, e $\frac{1}{2}$ del Sagittario, dove avendo Saturno la massima declinazion dell'ecclittica, espose ancora la massima faccia, la quale dovevasi vedere quindici anni dopo in E nei gradi 20, e $\frac{1}{2}$ de' Gemelli.

Fine dell'Ottavo Libro.

LIBRO NONO

Continuazione della stessa Materia.

SEZIONE PRIMA.

Dell' Orbite de' Pianeti, e delle loro conseguenze.

Delle Elissi Kepleriane. Cap. I.

I Fenomeni che sin ora abbiamo spiegati, non hanno obbligato Copernico a considerare le orbite de' Pianeti diverse da' circoli concentrici, il centro de' quali è il Sole. Ma considerando più attentamente i moti del Sole, scoprissi, che non sono i Pianeti in qualunque loro sito egualmente distanti dal Sole. Imperocchè se la Terra fosse in ogni tempo egualmente dal Sole lontana, essendo equabile il moto del Sole, non si vedrebbe il Sole impiegar più tempo in passando dall' equinozio di primavera a quello di autunno di quello che dall' equinozio di autunno a quello di primavera, de' quali tempi la differenza è quasi di otto giorni, la qual cosa è argomento evidente, che l' arco percorso ne' sei mesi estivi della Terra intorno il Sole sia più grande dell' arco descritto ne' sei mesi invernali, e che in conseguenza del circolo annuo terrestre non sia centro il Sole. Il che maggiormente si conferma, perchè in tempo di state comparisce il Sole con minore diametro di quello che in tempo d' inverno, il che è manifesto indizio della sua ineguale distanza in tempi diversi. Dalle quali apparenze fu costretto Copernico a stabilire, che l' orbita della Terra fosse *eccentrica* al Sole, come stabilì Tolomeo, che l' orbita del Sole fosse eccentrica alla Terra, e come giudicava, che non altre orbite dovessero ammettersi in Cielo, che le circolari, come le più semplici tra le curve, e corrispondenti alle osservazioni; così pensò, che la Terra non altro descrivesse, che un circolo eccentrico al Sole, qual è ABCD [1] il cui centro è in E, e il luogo del Sole S. Il punto A, ch'è rimoto dal Sole, lo chiamò *Afelio*, il punto C, ch' è il più vicino, il *Perielio*, la linea AC è la linea degli *Apsidi*, o degli *Augi*, i due punti A, e C gli *Augi*, e la linea ES l' *Eccentricità*. Lo stesso farsi da ogni Pianeta, che gira intorno del Sole, se non che l' eccentricità è in ciascuno diversa, ed in tutti fuori che in Venere è maggiore

[1] *Fig* 2 *Tav.* 23

giore di quella, ch'è nell' eccentrico della Terra. Colla qual Teorie i Copernicani molto aggiustatamente determinarono i luoghi de' Pianeti, e costruirono le tavole per mezzo del loro calcolo, le quali poco aberravano dalle osservazioni, principalmente in quei pianeti, ne' quali le orbite non molto deviano dal circolo, com'è quella della Terra. Ma nel calcolare il luogo di Marte per qualunque dato tempo osservò l' accuratissimo Keplero [1], che tale teoria a tale pianeta non bene rispondeva, ma ne' luoghi dagli *Apsidi* rimotissimi le distanze di Marte dal Sole venivano ad essere minori di quello che portava la natura del circolo in maniera che l'orbita di Marte invece di essere il circolo ABCD, veniva ad essere la curva AMCN, la quale finalmente dopo penosi calcoli riconobbe, ch'era un'elissi Apolloniana, in cui la linea dagli Augi AC è il diametro maggiore, MN che passa per lo centro E, ed è perpendicolare alla AC, il diametro minore, S uno de' fochi, dove sta il Sole. E secondo tale figura trovò Keplero tutte le distanze SP di qualunque pianeta primario dal Sole, alle quali rispondono ottimamente le molte, ed accurate osservazioni fatte da Ticone.

Metodi per investigare la distanza della Luna dalla Terra. Cap. II.

IL metodo comune per determinar le distanza delle Luna dalla Terra è per mezzo della sua Parallasse. Ma per conoscer questa due sono i metodi più celebrati.

Il primo consiste in determinare secondo le tavole Lunari, quale declinazione ebbia la Luna dall' equatore nel tempo, in cui si ritrova ella sul Meridiano, nel qual modo conoscono quale sia la sua vera altezza sopra l'orizzonte razionale, cioè a dire quale sia l'altezza, in cui si vedrebbe da uno spettatore posto al centro delle Terra. Osservata poi con accurati stromenti l'altezza, ch'ella ha nel medesimo tempo riguardo all' orizzonte sensibile, cioè a dire riguardo allo spettatore terrestre, in tale maniera ritrovano la differenza dell' altezza razionale dall' altezza sensibile, ch'è la Parallasse cercata.

Tale osservazione è più sicura se, come avverte Tolomeo, si ritrova la Luna in quel punto d'orbita, in cui patisce la minima mutazion di declinazione, come quando si ritrova nel *limite boreale.*

Data la parallasse ne seguita la determinazione della sua distanza,

[1] *Comment. della Stella di Marte.*

stanza. Imperocchè sia la Luna nel punto A [1], l'osservatore in B, e sia C il centro della Terra. L'altezza razional dalla Luna è l'angolo ACD, noto al tempo dato per le Tavole, l'altezza osservata è l'angolo ABE, la differenza de' quali angoli è le Parallasse BAC. Imperocchè essendo BE e DC tra loro parallelle, l'angolo esterno AFE si agguaglia all'angolo ACD, ed allo stesso AFE esterno si agguagliano li due interni, ed opposti FAB ed ABF. Dunque ACD = FAB + ABF; e perciò FAB, ovvero BAC = ACD — ABF, ovvero ACD — ABE, ed in conseguenza l'angolo BAC si agguaglia alla differenza dell'altezza razionale, e della visibile, cioè a dire esprime la Parallasse. Data dunque nel triangolo BAC la parallasse BAC, e l'angolo BCA, ch'è la distanza della Luna dal Zenit, e in fine il lato BC, ch'è il semidiametro della Terra, si conoscerà col calcolo trigonometrico anche il lato AC, che è la distanza della Luna dal centro della Terra, e il lato AB, ch'è la distanza di essa dall'occhio nostro.

Ed in tal modo il P. Riccioli raccoglie essere la distanza della Luna Apogea nelle sue quadrature di semidiametri terrestri $66\frac{2}{3}$, nelle sizigie $64\frac{1}{4}$ Ma quando è Perigea nelle quadrature 51, e nelle sizigie 53.

Il Cassini determina la massima distanza di essa 62 semidiametri, la minima 53. Il Keill la massima 64, la minima 56, in guisa che la media è 60; cioè a dire, come stabilisce il Picardo, piedi di Parigi 1176946920.

Data una parallasse di altezza, ne seguita la cognizione della parallasse orizzontale. Imperocchè nel triangolo EBC rettangolo in B si conoscerà l'angolo ECB per la parallasse conosciuta, e perciò ancora la parallasse orizzontal ricercata.

In tal modo appresso lo stesso Riccioli trovasi, che nelle quadrature della Luna Apogea la parallasse orizzontale è di minuti 51, 32, nelle sizigie 53, 30; e quando è Perigea nelle quadrature 66, 56, e nelle sizigie 63, 55.

Ta-

(1) *Fig.* 3 *Tav.* 23.

Tavola delle massime, e minime parallassi orizzontali Lunari secondo diversi Autori.

	Parallasse	massima	minima
Secondo	Copernico	65, 48	50, 10
	Ticone	65, 35	56, 14
	Longomontano	66, 9	57, 15
	Lansbergio	77, 6	51, 12
	Bullialdo	63, 42	53, 36
	Keplero	63, 41	55, 36
	Vendelino	61, 18	53, 46

Il secondo metodo consiste nella osservazione di una sola ecclissi Lunare fatta in quel tempo, in cui la linea che congiugne le punte delle corna lunari è parallela all'equatore. Imperocchè se allora si osserva la sua altezza apparente, la sua ascensione retta, e la sua apparente declinazione, si conosce ancora la sua distanza. Sia perciò ZPHO [1] il Meridiano, in cui P sia il Polo, Z il Zenit. E sia QE l'equatore, in cui l'ascensione retta incomincia in R, HO l'orizzonte, A il luogo apparente della Luna, ed V il razionale.

Per A, ed V s'intendano descritti i circoli della declinazione PAB, PUD, che tagliano l'equatore in B, e D. Conosciuto il luogo del Sole, o col calcolo, o colle Tavole, si conoscerà ancora la sua ascensione retta, ed in conseguenza l'ascensione retta del punto ad esso opposito, ovvero del centro dell'ombra, e perciò sarà noto RD, e perchè si conosca anche RB, ch'è l'ascensione apparente, si conoscerà ancora la loro differenza, cioè l'arco BD, e perciò si conoscerà l'angolo BPD. Dunque nel triangolo APZ essendo noti tutti e tre i lati, cioè AZ distanza apparente della Luna dal Zenit, AP distanza apparente della Luna dal Polo, e PZ distanza del Zenit dal polo, si conoscerà l'angolo PAZ. Dipoi in PAV dati gli angoli APV, e PAV, e il lato AP, si conoscerà AV, ch'è la parallasse ricercata; data la quale si avrà secondo le cose sopraddette la sua distanza ancora dal centro della Terra e dall'occhio dell'osservatore.

Ritrovata la distanza per un tempo, è facile il ritrovarla per tutti i tempi. Imperocchè sia OR [2] la Terra, di cui T è il centro e l'osservatore è in O, e sia L il sito della Luna osservato col metodo precedente, per cui furono determinate le distanze OL, TL,

[1] *Fig. 4. Tav. 23.* [2] *Fig. 5. Tav. 23.*

TL, e siasi osservato allora nel primo entrare dell'ombra il diametro apparente dalla Luna. Se, quando la Luna è in *l* si osserve parimente il suo diametro apparente, essendo le distanze in ragione reciproca de' diametri apparenti, avrassi la distanza *Ol*. Nel triangolo dunque *OlT* conoscendosi i due lati *Ol*, OT, e l'angolo TOL dato per l'apparente altezza, si conoscerà ancora la distanza ricercata T*l*; com'era proposto.

Metodi per conoscere la distanza del Sole dal centro della Terra.

Tre sono i metodi fin ad ora celebrati presso gli Astronomi per discoprire quale sia la distanza del Sole dal centro della Terra. Il primo è d'Ipparco, il secondo di Aristarco Samio, il terzo è di Domenico Cassini.

Il metodo d'Ipparco consiste in dedurre la parallassa orizzontale del Sole dalla parallasse orizzontal della Luna. Imperocchè se, come abbiamo esposto [1], il semiangolo del cono terrestre si eguaglia al semidiametro apparente del Sole meno la parallasse orizzontale del Sole, sarà dunque la parallasse del Sole eguale al semidiametro apparente del Sole meno il semiangolo dal cono terrestre. E perchè il semiangolo dal cono terrestre si eguaglia al semidiametro dell'ombra apparente meno la parallasse Lunare, sarà dunque la parallasse orizzontale dal Sole eguale al semidiametro più la parallassa orizzontale Lunare, e meno il semidiametro dell'ombra apparente. Di tal metodo si servirono quasi tutti gli antichi da Ipparco fino a Keplero, e il P. Riccioli, e in tal modo trovò Ticone essere la parallasse orizzontale del Sole di 3. minuti, la quale poi da Longomontano suo discepolo fu ridotta a 2. minuti e 40. secondi, le quali quantità però sono assai maggiori delle vere, come apparisce nell'uso de' metodi meno lubrici, ed incerti di questo.

Del secondo metodo è Autore Aristarco di Samo, e consiste in paragonare la distanza della Luna dalla Terra, e dal Sole allora quando comparisce *Dicotoma*, o *Bipartita*. il che per intendere è primamente da osservarsi, ch'essendo la Luna un corpo opaco, e sferico, una parte di essa resta sempre illuminata dal Sole, ed una parte resta oscura, e sebbene la parte illuminata è sempre maggiore dell'oscura, essendo il Sole maggiore della Luna, contuttociò tanta è la distanza della Luna dal Sole, che una non è differente sensibilmente dall'altra; onde può considerarsi la sfera

[1] *Fig.* 1 *Tav.* 21.

sfera lunare in due emisferi egualmente sempre divisa, l'uno illuminato, e l'altro oscuro. E' da notare in secondo luogo, che due volte al mese comparisca a nostr' occhi tale *Bipartimento*, o *Dicotomia*, nel tempo vicino alle quadrature, nel qual tempo la comune sezione de' due emisferi, ovvero il piano dell' illuminazione passa per l'occhio dello spettatore, ovvero pel centro della Terra, ed in conseguenza la linea che unisce i centri della Luna e la Terra è perpendicolare a quella, che unisce i centri della Luna e del Sole. Poste le quali cose sia E [1] il centro del Sole, Z il centro della Terra, L la Luna bipartita, e la linea OO rappresenti il piano biparziente, che passa per lo spettatore A, e per lo centro della Terra Z, a cui è perpendicolare la linea LE, che unisce i centri della Luna e del Sole. Se nel triangolo Dicotomico LZE si prende l'angolo LZE, ch'è la distanza della Luna Dicotoma dal Sole, e si determina o per osservazione, o per calcolo, conoscendosi l'angolo LZE, e l'angolo ZLE, ch'è retto, e finalmente il lato LZ, ch'è la distanza della Luna Dicotoma dalla Terra, si conoscerà ancora il lato ZE, ch'è la ricercata distanza.

Per avere più accurate le osservazioni è cosa espediente il prendere quel tempo, in cui la Dicotomia della Luna è intorno il nonagesimo grado dell'ecclittica, e quando l'altezza della Luna è massima, e la latitudine è minima, essendo in tal modo minimi gli errori, che nascono dalla rifrazione, e dalla latitudine. Tutta l'esatezza del metodo consiste in determinare il preciso momento della Dicotomia. Il che per fare si eleggano due momenti, il primo in cui vi possa esser dubbio se la Luna cessa di comparire più colle *Corna*, il secondo, in cui si sospetti se incomincia a comparire *Gibbosa*. L'intervallo di tali due momenti, che come afferma il Riccioli, non passa mai mezz'ora, diviso per metà darà il tempo più prossimo, che aver si possa per la ricercata Dicotomia. Ma se coll'osservazione stessa si voglia conoscere il tempo della Dicotomia, è cosa espediente l'adoprare un Telescopio, che ingrandisca più che far si possa, applicando un dritto filo alla lente obbiettiva, il quale nel momento stesso, in cui coincide colla dritta OO determinerà il tempo della vera Dicotomia.

In tale maniera il P. Riccioli l'anno 1651 adì 27 di Aprile 7 ore, e 38 minuti dopo il mezzo giorno osservò in Bologna la Luna bipartita, la quale in quel tempo era alta 65 gradi, e che di poco aveva passato il nonagesimo dell'ecclittica. Calcolati allora

[1] *Fig. 6. Tav. 23.*

lora per mezzo delle tavole i luoghi del Sole, e della Luna ritrovò che l' angolo della distanza della Luna dal Sole, cioè l' angolo LZE era di 89 gradi, 34 minuti, e 50 secondi; ed in conseguenza l' angolo ZEL, che dal VViston è chiamato la *Parallasse menstrua del Sole*, era di minuti 25, e secondi 10, dal che ne seguita, che la linea ZE, cioè la distanza del Sole dalla Terra fosse di 7000 semidiametri terrestri. Ma il Vendelino dopo molte, ed accurate osservazioni afferma aver egli ritrovato maggiore l' angolo della distanza LZE, cioè di gradi 89, e minuti 45, onde ne segue essere l' angolo ZEL di soli minuti 15, e perciò essere la distanza del Sole molto maggiore di quella, che ritrovò il Padre Riccioli.

Determinata la distanza del Sole per mezzo del triangolo Dicotomico, seguita ancora la determinazione della parallasse orizzontale di quello, la quale trovasi dal P. Riccioli assai minore della Ticonica, e non più che a 30 secondi ascendere; che dal Vendelino è fatta ancora minore, e non più di 15 secondi ella è posta.

Il terzo metodo rende a determinar la parallasse di Marte, dalla quale si deduce poi quella del Sole. [1] Sia, come espone il chiarissimo Bianchini il circolo AFBC [2] l' equatore terrestre, HMK il circolo diurno di Marte, quando egli sta nell' equatore, ed LVR l' equatore descritto nel firmamento, e s' intenda tale piano equatorio indefinitamente prodotto sicchè si distenda per le sfere di tutti i Pianeti, ed alle stelle fisse, e sia Marte in H nel piano dell' equatore. Per descrivere la sua diurna rotazione niente altro dee farsi, che muovere intorno il centro D la distanza DH, sicchè si descriva il circolo HMK, che Marte descriverebbe se non avesse proprio moto. Se tal circolo si divida in ventiquattro parti eguali, per ciascuna delle quali siano condotti tanti piani retti all' equatore, i quali nel centro D tutti si taglino, potrannosi questi considerare come tanti circoli orarj, che riguardo a' loro luoghi faranno le veci di meridiani. Uno di questi sia il piano LHAD, che sarà il meridiano del luogo posto sotto l' equatore, dove siavi un osservatore, che vegga Marte in H, ed una fissa in L per una medesima linea retta. Se tanto la fissa, quanto Marte non avessero altro moto che il diurno, nello spazio di ventiquattr' ore ritornerebbono insieme al luogo primiero. E se questo moto diurno fosse equabile, amendue sarebbono nel piano DMR dopo sei ore, il qual piano è il circolo dell' ora sesta Astronomica. Se vi fosse dunque uno spettatore nel centro D, che guardasse perpetuamente tali corpi, li vedrebbe sempre amendue in una sola retta congiunti, o fossero nel piano DHL, o nel piano DMR. Ma

[1] *Atti di Lipsia Ott. 1685.* [2] *Fig 7. Tav 23.*

Ma non così accade allo spettatore posto in A. Imperocchè quando la fissa e Marte sono nel suo meridiano, li vede bensì nella stessa retta AHL, ma quando sono in un altro meridiano, come DR, sarà Marte veduto nel piano AM, e la Fissa nel piano AR, e perciò parerà, che Marte siasi avanzato all'occidente, o che la Fissa siasi mossa all'oriente, sebbene di fatto amendue col solo moto diurno, come si suppone, equabilmente si sieno girati. Ma per altro sapendo egli, come l'uno e l'altro equabilmente si è mosso, saprà, che amendue dopo sei ore deggiono essere posti nel circolo dell'ora sesta Astronomica vera, ma troverà ancora, che dopo sei ore Marte ha passato il piano dell'ora sesta sensibile, essendo il circolo orario sesto sensibile riguardo allo spettatore A non il piano DR, ma AN. La differenza poi del tempo, che s'impiega nel passaggio di Marte dal piano dell'ora sesta razionale al piano della sensibile, che si può dire la *parallasse oraria*, si conosce dall'arco equatorio PM, che Marte in tale tempo descrive; il quale si eguaglia all'angolo PAM eguale all'alterno AMD, cioè a dire eguale all'angolo, sotto cui uno spettatore posto in Marte vedrebbe il semidiametro della Terra, e tale la *parallasse* di Marte, in maniera che se tal arco PM è di un solo grado, comparirà a tale spettatore passar Marte per lo piano AP quattro minuti d'ora prima che passino le sei ore del suo allontanamento dal meridiano. Quanto più Marte è lontano dalla Terra, tanto è minore l'angolo, sotto cui la Terra sarebbe veduta da Marte, e perciò minore sarebbe la differenza del tempo nel passaggio di Marte da un piano all'altro. Che se l'allontanamento di quest'Astro fosse massimo, qual è quello delle Fisse, sarebbe così picciolo l'angolo ARP, ovvero il suo eguale NAR, che sarebbe affatto impercettibile, ed apparirebbe egli nel piano AN nello stesso tempo sensibile, in cui la Fissa comparirebbe in DR. In tal modo una Stella fissa, o piuttosto un orologio oscillatorio insieme colla Stella può far le funzioni di un osservatore posto al centro C. Imperocchè qual altra cosa può fare un osservatore posto nel centro C, che renderci certi d'aver veduto la Fissa e Marte nello stesso piano dell'ora sesta Astronomica, mentre noi intanto osservando questi due Astri gli abbiamo veduti in luogo diverso? Ma ciò lo dimostra a noi il nostr'orologio, numerando le ore dal passaggio di Marte pel meridiano. Imperocchè costando a noi, che la Stella dopo sei ore dal suo passaggio pel meridiano è per essere nel piano dell'ora sesta DR, saremo sicuri, che la Stella è in tale piano, quando ci viene dall'orologio indicata la sesta ora. Ma perchè riguardo alle fisse il piano dell'ora sesta sensibile conviene col piano dell'ora sesta razionale, se dopo sei ore dal passaggio della fissa pel meridiano disponiamo un piano, che passi per la fissa e il nostr'occhio, il quale piano sia parallelo all'asse terrestre, sarà questo il piano dell'ora sesta sensibile, in cui vi sarà necessariamente la fissa, e allora Marte comparirà essere distante da quello tanti minuti, quanti ne ricerca la sua parallasse. Si noti perciò col pendolo il numero de' secondi, che s'impiegano tra'l passaggio di Marte, e della fissa, ed in tal modo computando per ogni quattro secondi orarj un minuto primo di spazio, si avrà la *Parallasse* MAN, ovvero AMD, che dovea ritrovarsi. Ed in tal modo il Cassini, e poi col suo esempio il Flamsteedio ritrovarono la Parallasse di Marte, la quale non passò giammai 25. secondi, il che tanto più fu dipoi confermato quanto che lo stesso Autore avendo collo stesso metodo computata quella di Venere, ed avendola poi paragonata con quella di Marte, la ritrovò la medesima.

Data la parallasse di Marte non è difficile il determinare quella del Sole. Imperocchè essendosi ritrovata quella di Marte minor di 25. secondi in tempo di Marte Acronico, nel qual tempo il Sole era più che il doppio distante dalla Terra di quello che Marte, seguita ancora, che la parallasse del Sole sia un poco meno che la metà di quella di Marte, onde venga ad essere 10. secondi in circa come l'ha stabilita il celebre Cassini, e dopo d'esso il Flamsteedio, e il Nevvton non troppo discrepante da quella del Vendelino calcolata per mezzo della dicotomia della Luna, nè da quello di Hugenio, che la pone tra il 9 e il 10, o del Sig. de la Hire, che la pone tra il 6 e 7.

Data la parallasse orizzontale del Sole segue per lo calcolo trigonometrico la determinazione della sua distanza dal centro della Terra, come abbiamo spiegato nella lunare. Così se si ammette col P. Riccioli essere la parallasse orizzontale del Sole di 30. secondi, trovasi la distanza media del Sole di 7000. semidiametri terrestri. Ma se col Vendelino è di 15., sarà la distanza di 14000. Se poi come il Cassini, e il Flamsteedio è di 10, la distanza sarà di 22000, la quale secondo l'Hugenio monta ancor più, ed ascende a 24000., e secondo de la Hire a 34000.

Data in fine la distanza media del Sol dalla Terra ne conseguono tutte le distanze degli altri Pianeti. Imperocchè tra gli altri metodi avendo il Copernico ritrovato il modo di determinare la proporzione, che hanno le distanze de' Pianeti primarj con quella del Sole, quando sia conosciuta quella del Sole, potrannosi colla sola regola aurea conoscere ancora quelle d'ogni primario.

Di-

Distanze del Sole, e de' Pianeti Primarj dalla Terra in semidiametri Terrestri secondo il Cassini.

Distanza massima		Media	Minima
di Mercurio	33000	22000	11000
di Venere	38000	22000	6000
della Terra	22374	22000	21626
di Marte	59000	33500	8000
di Giove	143000	115000	87000
di Saturno	244000	210000	176000
della Luna	61	57	53

Distanze medie de' Pianeti primarj dal Sole, posta quella della Terra di parti 100000. secondo l' Hugenio, [1]

Distanza Media		Eccentricità
di Mercurio	38806	8419
di Venere	72400	500
di Marte	152350	14115
della Terra	100000	1800
di Giove	519650	25058
di Saturno	951000	54207

Distanze medie in miglia Inglesi secondo il Vviston. [2]

di Mercurio	32000000
di Venere	59000000
della Terra	81000000
di Marte	123000000
di Giove	424000000
di Saturno	777000000

Date le distanze de' Pianeti primarj dal Sole ne conseguita la cognizione delle loro grandezze, come ci espone il Keill [3] nelle sue lezioni Astronomiche secondo il metodo dell' Hugenio.

E primamente per quello che appartiene a Saturno, vedendosi il diametro del suo anello, allora ch' egli è Perigeo, sotto un angolo di 68. secondi, ed essendo la minima distanza di quello

Cc ij alla

[1] *Autom. Vedi il Volfio pag.* 537. [2] *Prel. Astron.* [3] *Lez.* 24.

alla media del Sole come 8 : 1 incirca, seguita che se Saturno fosse tanto distante quanto il Sole, comparirebbe sotto un angolo di 544 secondi, e perciò posto il diametro apparente del Sole, quale lo pone l' Hugenio di 30', e 30", sarebbe quello a questo come 544 : 1830, ovvero come 11 : 37. E perchè il diametro di Saturno a quello dell' anello si osserva essere come 5 : 11, sarà dunque il diametro di Saturno a quello del Sole, come 5 : 37.

Il diametro di Giove nella minima distanza apparisce di 64 secondi, ed essendo questa alla media distanza del Sole come 26 . 5 prossimamente, se Giove fosse tanto distante quanto il Sole apparirebbe 335 secondi; e perciò il suo diametro a quello del Sole sarà come 335 : 1830.

Il diametro di Marte, quando è Perigeo, non eccede 30 secondi, e perciò essendo tale distanza di Marte alla media del Sole come 15 : 41, se Marte fosse nella stessa distanza del Sole si vedrebbe con un diametro di 11 secondi in circa; e perciò il diametro di esso a quello del Sole sarà come 11 : 1830.

Quello di Venere Perigea comparisce di 85 secondi. Ed essendo tale distanza alla media del Sole come 21 : 82, se Venere fosse distante quanto il Sole, si vedrebbe con un diametro presso che di 22 secondi, onde si conosce essere il diametro di essa a quello del Sole come 22 : 1830. Così essendo il diametro di Mercurio a quello del Sole, come pone l' Hevelio in ragione di 1 : 290, e quello della Terra, come pono il Cassini, a quello del Sole, come 1 : 91 $\frac{3}{2}$ seguita, che se il diametro del Sole si divide in 1000 parti, saranno i diametri de' Pianeti, come nella seguente tavola.

del Sole	1000
di Saturno	137
di Giove	181
di Marte	6
della Terra	50
di Venere	12
di Mercurio	4

Ed essendo le sfere, como i cubi dei diametri, saranno le grandezze de' Pianeti primarj come i seguenti numeri

del Sole	1000000000
di Saturno	2571353
di Giove	5929741
di Marte	216
della Terra	2000

di

di Venere	1728
di Mercurio	64

Ne' quali numeri può osservarsi, che il Sole supera in grandezza tutti i Pianeti primarj presi insieme più di cento e sedici volte. Saturno è minore del Sole quattrocento volte. Giove cento e sessanta volte, la Terra un milione. E comparando i Pianeti tra se, osservasi che Giove è maggior di tutti gli altri Pianeti presi insieme, e della Terra è maggior quasi sei mila volte. Così Venere è quasi due volte maggior della Terra, ma Mercurio, e Marte sono minori.

Diametri de' Pianeti in miglia Inglesi secondo il Vuiston [1].

del Sole	763460
di Saturno	67870
di Giove	81155
di Marte	4444
della Terra	7935
di Venere	7906
di Mercurio	4230
della Luna	2175

I cubi de' quali numeri daranno le grandezze de' Pianeti in miglia Inglesi, che potrannosi trasportare alle Venete essendo quelle a queste come 135 : 154

E poichè si conoscono i diametri di Giove, e di Saturno si conosceranno ancora per le cose dette le distanze de' loro satelliti in misure note, senza che più ci fermiamo in tale argomento.

Della prima Legge Kepleriana intorno la relazione de' tempi, e delle distanze. Cap. III.

NElla contemplazione delle distanze co' tempi periodici de' Pianeti ritrovò il Keplero in tale maniera corrispondersi questi con quelle, che in ogni caso si serbasse sempre la medesima Legge, la qual è, che per tutti i Pianeti *i quadrati de' tempi periodici fossero sempre come i cubi delle distanze*. Il che primamente in qualunque primario si trova vero. Così se il tempo di Saturno si pone 30, e quello di Giove 12, saranno i loro quadrati 900, e 144. Ed essendo le distanze medie prossimamente come 9 : 5, saranno i cubi di esse 729, e 125, la ragione de' quali è prossimamente come quella de' suddetti quadrati. Così il tempo tempo periodico del-

[1] *L. c.*

della Terra a quello di Mercurio è un poco più di 4 : 1, e perciò i loro quadrati ponno considerarsi, come 17 : 1. Le loro medie distanze sono in circa come 100 : 38, i cubi delle quali sono 1000000, e 54072, che si hanno prossimamente come i suddetti quadrati. Se ciò si esperimenta in tutti gli altri Pianeti in qualunque modo tra se combinati, ciò si conserva sempre secondo la medesima Legge; il che va con tanta maggior esattezza, con quanto più esatti numeri si fanno le computazioni.

Tale maravigliosa Legge osservossi poi dagli Astronomi posteriori al Keplero verificarsi ancora ne' Secondarj. Così essendo le distanze de' Satelliti di Giove come $5\frac{2}{3}$, 9, $14\frac{1}{3}$ e 15, ed i tempi periodici come $1\frac{3}{4}$, $3\frac{3}{5}$, $7\frac{1}{6}$, e $16\frac{3}{4}$, il quadrato del tempo periodico del primo al quadrato del tempo periodico del secondo è come 3 : 13, ed in tal modo prossimamente si ritrova essere il cubo della distanza del primo 170 al cubo 736 della distanza del secondo. Così 3 a 51 quadrato del tempo del terzo come 170 a 2890 cubo della distanza del terzo. E finalmente 3 a 280 quadrato del tempo del quarto, come 170 al cubo della distanza 15800, Così ne' Satelliti di Saturno.

Della seconda Legge intorno la relazione de' tempi, e delle aree dell' Elissi dai Pianeti descritte. Cap. IV.

Dopo ch' ebbe il Keplero scoperta qual fosse l' orbita vera de' Pianeti cercò la Legge, con cui si muovono essi per tale orbita, e ritrovò essere tali i loro moti, *che i tempi periodici di qualunque Pianeta sono le aree dell' elissi, ch' egli descrive, determinate dal raggio conduttore, che unisce il centro del Sole col centro del detto Pianeta*. Così se sia AMCN [1] l' elissi, che descrive un Pianeta intorno del Sole, il cui luogo è nel Foco S, divise l' aree di tali elissi in quante si voglia parti, come si vede nella figura, saranno queste come i tempi, ne' quali gli archi ellittici, sono dal Pianeta percorsi. E tale è la seconda delle due celebri Leggi dal Keplero scoperte. Tali aree sono chiamate dal Keplero le *Anomalie medie*, ovvero *Equabili*, perchè vanno uniformemente come i tempi, crescendo. Ma gli angoli fatti in S, come ASm, sono le *Anomalie Inequabili*.

Corol-

[1] *Fig. 8. Tav. 23.*

Corollarj di questa Legge.

1. Essendo per tale regola del Keplero i tempi periodici de' Pianeti come le aree prese dal centro del moto, ed in conseguenza in tale maniera movendosi i pianeti, che in tempi eguali il raggio conduttore SM. determina eguali aree, seguita in primo luogo, che la celerità de' pianeti non solo debba apparire inequabile, ma realmente lo sia: sicchè quando dal Perielio C all'Afelio A ascendono vadano meno veloci di quello che quando discendono dall'Afelio A al Perielio C. Così parimente negli Afelj è necessario, che tardissimamente si muovano, e ne' perielj velocissimamente.

2. La velocità de' pianeti sta sempre in ragione reciproca delle linee perpendicolari tirate perpendicolarmente alle tangenti dell'elissi, che passano per lo centro del pianeta. Imperocchè sia DAF [1] un'elissi di un pianeta, e nel foco S sia il Sole, e sieno gli archi AB, *ab* in tempi eguali infinitesimi descritti, i quali perciò esprimeranno le di lui velocità, e per la Legge Kepleriana saranno le aree, ovvero i triangoli SBA, S*ab* eguali. Alle tangenti AP, *ap* si tirino dal punto S le perpendicolari SP, S*p*, e sarà il primo triangolo eguale a $\frac{SP\,.\,AB}{2}$ [per gli elementi di Euclide] ed il secondo $\frac{Sp\,.\,ab}{2}$; onde si deduce $SP : Sp = ab : AB$, cioè a dire le perpendicolari alle tangenti, come le velocità reciprocamente. Dal che ne seguita, che nell'Afelio A essendo tale perpendicolare la massima, e nel Perielio C la minima, sarà ancora nell'Afelio A minima la velocità del Pianeta, e massima nel Perielio, come conviene alle osservazioni, il che può servire di metodo per determinare gli Afelj, e i Perielj di qualunque pianeta.

3. Gli angoli al Sole, che nel minimo tempo descrive il pianeta, sono in ragione inversa de' quadrati delle distanze dal Sole. Imperocchè sieno nella stessa figura AB, ed *ab* gli archi ellittici in minimi tempi descritti, e sia *be* l'arco che misura l'angolo al Sole *aSb*, ed *mn* misuri l'angolo ASB, saranno dunque tali angoli come $be : mn$, ovvero in ragione composta di $be : BE$, ed $BE\,.\,mn$. E perchè i triangoli bSa, BSA per la regola del Keplero sono eguali, sarà $be : BE = SB : Sb$; e parimente $BE : mn = SB : Sm = Sb$: Dunque tali angoli saranno in ragione composta di $SB : Sb$, ed $SB : Sb$ cioè a dire come il quadrato di SB al quadrato di S*b*, che sono le distanze.

Del-

(1) *Fig. 9. T. 23.*

Della inequalità del moto de' Pianeti. Cap. V.

PEr conoscere l'inequabilità de' moti di un pianeta, e le varie mutazioni delle sue velocità paragonano i Kepleriani il di lui moto ineguale ellittico col moto di qualche punto, che equabilmente descrivesse un circolo. Sia perciò ABCD [1] l'elissi di un Pianeta, in cui il foco S è il luogo del Sole, AC è l'asse maggiore, *ef* il minore. Fatto centro S si descriva il circolo GBbD, la cui area sia eguale alla data elissi. Se intanto che il Pianeta dall' Afelio A movesi verso E nell'elissi con velocità inequabile, si concepisca un punto, ch' equabilmente si mova nel circolo da G in M, si conoscerà, che tal punto dee percorrere archi circolari eguali in tempi eguali, e che perciò gli archi percorsi saranno come i tempi; e perchè come sono gli archi circolari, così sono i settori; saranno tali settori, qual è GSM ancor essi come i tempi, e perchè secondo la Legge Kepleriana le aree dell'elissi percorse dal Pianeta sono come i tempi, saranno dunque tali settori di circolo come le aree dell' elissi in egual tempo percorse. Se si prenderà dunque l'area ESA dell'elissi eguale al settore GSM del circolo, avrassi per un dato tempo il luogo E del pianeta, e l'angolo MSE sarà la differenza, che passa tra il moto *equabile* e l'*inequabile*, il qual angolo perciò sarà la *Prostaferesi*, che per avere il moto equabile ora bisognerà aggingnere, ed ora levare dal moto inequabile ora bisognerà aggiugnere, ed ora levare dal moto inequabile del Pianeta.

E' da osservare, che l'area AGLE adegnandosi al settore circolare MSL, saranno tali aree come tali settori, ovvero come gli angoli MSL, cioè a dire, come la prostaferesi. Dalle quali cose seguita primamente, che crescendo sempre per tutto l'arco AB tali aree, crescerà sempre ancora l'eccesso del moto equabile sull'inequabile, il quale nel punto della interfezione B sarà il massimo, ed eguale all'area AEBG. Dopo il punto B tal eccesso va diminuendo. Imperocchè se si prende l'area circolare GB*m*S eguale all' ellittica ABeS, l'eccesso di questa sopra di quella è l'area AEBG meno il triangolo mistilineo B*mn*. Più che avanza il Pianeta verso C, più cresce il triangolo B*mn*, ed in conseguenza l'eccesso del moto equabile si diminuisce fino che il Pianeta è nel perielio C, dove il triangolo B*mn* diventa B*b*C, che per la costruzione si agguaglia all'area AEBG, e perciò l' eccesso del moto equabile sull' inequabile è zero, cioè a dire l' uno coll' altro coincide. Ma dopo che il Pianeta ha su-

[1] *Fig.* 1. *Tav.* 24.

ſuperato C creſcendo maggiormente il ſuddetto triangolo, l'eccesso diventa negativo, cioè a dire il moto equabile è ſuperato dall'inequabile, e la quantità, con cui è ſuperato, va creſcendo fino in D, ch'è il ſecondo punto della interſezione, dove ſta il maſſimo eccesso del moto inequabile ſopra l'equabile, dopo di che ſi va tale eccesso ſempre diminuendo, e ſi va accoſtando l'inequabile all'equabile ſinochè nell'Afelio A di nuovo coincidono.

Se l'area dell'eliſſi ABEF [1] ſi divida in aree uguali con i raggi centrali tirati dal Foco S, gli archi ellittici AB, BC ec. ſaranno gli ſpazj dal Pianeta in egual tempo percorſi. Da ciò ſi conoſce, che le velocità angolari del Pianeta ſono ſempre differenti, e dall'Afelio A ſino al Perielio F vanno ſempre creſcendo, ma per lo contrario dal Perielio F all'Afelio A ſempre decreſcono.

Nell'Afelio A [2] la velocità angolare è minima di tutte, e va ſempre poi creſcendo ſino che ſi eguaglia all'equabile, il che ſi fa nel punto della interſezione B.

Il che in tal maniera può dimoſtrarſi. Imperocchè quando il Pianeta col moto inequabile è nel punto dell'eliſſi B, il mobile, che abbiamo concepito muoverſi equabilmente nel circolo, ſia nel punto M. E ſieno l'aree in un minimo tempo dall'uno, e dall'altro deſcritte PSB, NSM, che ſaranno per la ſuppoſizione eguali. Negligendo dunque il triangolo RPB, come infiniteſimo del ſecond'ordine, potrà il ſettore RSB conſiderarſi eguale al ſettore NSM; e così l'angolo BSR all'angolo MSN; cioè a dire la velocità angolare al punto B eguale alla media.

In vigore di tal Legge per qualunque tempo dato trovaſi il luogo del Pianeta in Cielo; e per lo contrario dato il luogo in Cielo del Pianeta, trovaſi il tempo, cui tal luogo riſponde. il che è lo ſcopo di tutta l'Aſtronomia. Imperocchè ſia l'eliſſi APB [3], nel di cui foco S ſia il Sole, ſe ſi cerca quale ſia il punto P, che per un dato tempo occupa il Pianeta nel Cielo, biſognerà dividere l'eliſſi in maniera, che l'area PSA [ch'è l'*Anomalia Media*] abbia quella ragione a tutta l'area elittica, che ha il tempo dato al tempo della rivoluzione totale del Pianeta, e l'angolo PSA, [ch'è l'*Anomalia Vera*] darà il punto P ricercato. Per lo contrario ſe ſia dato il luogo del Pianeta P, cioè l'angolo, o l'*Anomalia Vera* PSA, per conoſcere il tempo, che a tal luogo riſponde, biſognerà conoſcere qual ragione ha l'area, ovvero *Anomalia Media* PSA a tutta l'eliſſi.

Tale è il celebre problema del Keplero, ch'egli primo propoſe, ma

(1) *Fig.* 2. *Tav.* 24. (2) *Fig.* 3. *Tav.* 24. (3) *Fig.* 4. *T.* 24.

ma non potè sciogliere con *Metodo*, come chiamano *Diretto*, ma solo per *Attentazione*, per lo qual difetto l'Astronomia elittica Kepleriana fu da molti rifiutata, e come poco Geometrica considerata, onde ad altre Ipotesi, ed altre curve sono ricorsi; colle quali però confrontando accuratamente le osservazioni, non si vedevano convenire i luoghi de' Pianeti, onde in fine ogni altra Teoria vedevasi meno convenire di quella del Keplero. Ma a tal difetto supplirono poi altri profondissimi ad esso posteriori Astronomi, i quali in diversi modi la soluzione di tale problema *direttamente* diedero, dopo che fu maravigliosamente inalzata la Geometria, e coltivate le dottrine delle serie infinite, e delle quadrature.

La risoluzione dello stesso problema conduce alla cognizione delle distanze di qualunque Pianeta dal Sole, ed in conseguenza ancora di qualunque pianeta tra se. Imperocchè nel triangolo PCS essendo noto l'angolo PSC, ch'è l'*anomalia vera*, e l'angolo PCS complemento a due retti di PCA distanza del pianeta dall' Afelio A, ed infine essendo noto il lato CS, che è l'eccentricità dell'orbita, averassi col calcolo trigonometrico la distanza SP del pianeta dal Sole, ed in tal modo conosciute le distanze de' pianeti dal Sole, averannosi le loro distanze dalla Terra, e tra se.

ANNOTAZIONI.

1. Tali elissi descritte da' pianeti primarj sono stabilite dai Kepleriani, come immote, tanto per riguardo della loro inclinazione all'ecclittica, che si osserva mantenersi sempre la stessa, quanto per la positura dell'asse maggiore, che sempre guarda il medesimo punto di Cielo. Certamente prima di Streezio Professore di Astronomia Saviliano, ed Autore delle Tavole Caroline giudicavasi comunemente che gli Afelj delle orbite Planetarj si movessero in *conseguenza de' segni*. Ma dopo ch'egli ebbe confrontato accuratamente le osservazioni degli antichi, e de' nuovi, e vide che gli *Afelj* cangiavano bensì di sito riguardo alle Dodecatemorie, ma non riguardo alle fisse, fu il primo, che giudicò essere il moto degli Afeli solo apparenti e non dipendere da altro la sua apparenza, che dalla *Precession degli Equinozj*, e come tale precessione non importa che 53 secondi per anno, così non importare il moto dell'Afelio di ciascun Pianeta altro che 52 secondi, al qual giudizio si conformarono poi gli Astronomi più prudenti.

3. Le stesse curve [imperocchè uniforme a se stessa è la Natura] stabiliscono i Kepleriani, che descrivano ancora i Secondarj Pri-

Pianeti intorno il loro Primario. Il che sebbene intieramente non si distingue ne' Satelliti di Giove, e di Saturno, l'orbite de' quali per la somma loro distanza vengono considerate, come elissi di minima eccentricità, o come circoli, nel secondario della Terra però tale curva più chiaramente si deduce. Imperocchè se fosse la sua orbita un circolo alla Terra concentrico, non comparirebbe ora più, ed ora meno dalla Terra distante, ora con maggiore, ed ora con minore diametro, ed ora più, ora meno veloce. Ma neppure tal orbita può considerarsi, come un circolo eccentrico, perchè con tal figura non convengono i luoghi osservati, ma bensì con l'elissi, astraendo da quelle discrepanze, che sono da cause Fisiche, come diremo, cagionate. Vi ha però questa differenza tra le orbite de' primarj, e quelle de' secondarj. Imperocchè quelle de' primarj sono immutabili, e per la loro inclinazione all'ecclittica e per la loro eccentricità, ed infine per ogni altra circostanza; ma quelle de' secondarj variano in tutto. Ciò si manifesta nel terrestre secondario, la cui orbita si trova continuamente variare ogni giorno e d'inclinazione, e di positura di asse. Nè la sua eccentricità è costante, ma variabile, onde ora più, ora meno mutasi la proporzione degli assi, e l'elissi si approssima, o si allontana da un circolo secondo i varj siti, che ha tale Pianeta col Sole, ed altre mutazioni patisce, di cui le cagioni Fisiche non prima da' mortali sono state intese di quello che loro le comunicasse il celebratissimo Nevvton nella sua Filosofia matematica.

4. Non altre curve giudicò ancora, che descrivessero i Pianeti il celebre Setho-Vardo prima Professore di Astronomia Saviliano, indi Arcivescovo di Salisbury; in uno de' Fochi starsi il Sole; ma in tale maniera temperarsi il moto de' Pianeti, che non, come il Keplero suppone, le aree dal raggio conduttore descritte sieno proporzionali ai tempi; ma gli angoli tirati dall' altro Foco al centro del Pianeta; sulla qual Ipotesi egli stabilì la sua elegante opera, in cui, sebbene è aberrante dal vero, le aberrazioni sono però così minute, e nello stesso tempo i metodi così facili di determinare i luoghi de' Pianeti, che con ragione è giudicata una delle più eccellenti Ipotesi che sia stata giammai costruita. La quale stessa propose poi in Parigi il Conte di Pagan, come vera nel 1657 persuaso, che le discrepanze, che da essa si trovano, altro non siano, ch' errori delle osservazioni. Tale Ipotesi giudicò di doversi poi regolare il chiarissimo Ismaele Bullialdo, mentre da quattro osservazioni fatte da Ticone sopra di Marte dedusse che l' Ipotesi del Vardo non conveniva. Imperocchè tirando gli angoli dal

Dd ij seconfue Fasi. Molto più dee stabilirsi, che Mercurio circondi il Sole per la vicinanza, ch'egli mantiene col Sole, da cui l'elongazioni di Mercurio sono sempre minori di quelle di Venere. Così egli è vero, che l'orbita di Marte dee contenere la Terra, altramente non potrebbe dallo spettatore terrestre vedersi in *Opposizione* col Sole; ma egli è altresì necessario, ch'egli si giri ancora intorno del Sole; imperocchè avvicinandosi alla congiunzione col Sole, se fosse di sotto d'esso, apparirebbe falcato a guisa di Venere, e della Luna, il che è contro le osservazioni, apparendo al più un poco *Gibboso*, come abbiamo detto, allora quando è in aspetto quadrato col Sole. Le quali ragioni vagliono ancora per Giove, e Saturno.

2. Data l'Ipotesi Copernicana osservasi conservata la maravigliosa legge Kepleriana, per cui i tempi, e le distanze in tale maniera si corrispondono, che i *cubi di quelle sono sempre come i quadrati di queste*. Ma posto che il Sole giri intorno la Terra, viene cotesta legge distrutta. Imperocchè girando la Luna in 27 giorni intorno la Terra, ed il Sole in 365 giorni, ed essendo lontana la Luna dalla Terra nella sua mediocre distanza 60 semidiametri in circa terrestri, se si cerca quale con questa Legge debba essere la distanza del Sole, e perciò si faccia come 729, ch'è il quadrato del tempo Lunare al 133225, ch'è il quadrato del tempo del Sole, così 216000, ch'è il cubo della distanza della Luna al quarto numero, troverassi 39460356, di cui la radice cubica, ch'è 340, darà la distanza del Sole dalla Terra, la quale è assai minore di quella, che si trova co' metodi di sopra esplicati.

3. Di tutti i Corpi, che nel Planetario sistema girano quello solo, che di sua luce risplende, è il Sole, il quale perciò ha la stessa proprietà, che hanno le Stelle, nè si conosce essere da esse differente, se non di apparente grandezza, essendo fuori d'ogni controversia, che tanto una Stella posta nel sito del Sole apparirebbe un Sole, quanto il Sole posto nel sito delle Fisse apparirebbe una Fissa. Ma non essendo attribuito alcun moto proprio o alcuna orbita alle Stelle, che perciò come Fisse in ogni Sistema si stabiliscono, dovrà dunque per la ragion della parità stabilirsi Fisso anche il Sole.

4. Non v'è ragione di stabilire che di sedici Corpi dello stesso genere, cioè a dir senza Luce, parte primarj, e parte secondarj, quindici percorrano le loro orbite, ed un solo stia fermo, il che è contro la *uniformità della Natura*.

Molte obbjezioni sono state contro tale Ipotesi proposte, la maggior parte delle quali sono state raccolte dal P. Riccioli; di cui le prin-

principali sono. 1. Che se fosse conveniente codesta Ipotesi, dovrebbono vedersi cangiat di sito nel moto annuo le Stelle verticali. 2. Non dovrebbono le Stelle vicine a' Poli apparire sempre nella medesima altezza, ma ora più, ora meno secondo i varj siti da la Terra. 3. Nel grande avvicinamento fatto dalla Terra alle Fisse dovrebbono alterarsi notabilmente i diametri apparenti delle Fisse. 4. Se la Terra si movesse, le case, e gli alberi dovrebbono ruinare, i corpi gravi non caderebbono perpendicolarmente in Terra, una palla infine di bomba andrebbe più veloce, essendo vibrata verso l'occidente di quello che verso l'oriente; perchè nel primo caso col moto diurno della Terra cospira, e nel secondo è contraria, ec.

Alle quali cose rispondono i Copernicani, 1. che se si considerano colla dovuta attenzione le Stelle verticali, si veggiono cangiar sito, 2. E così parimente le Polari cangiar di altezza; 3. Che il diametro apparente delle Stelle fisse non si cangia nell' allontanamento, o avvicinamento della Terra, perchè sebbene il diametro dell'orbe annuo è assai grande per riguardo delle nostre sensibili grandezze, per riguardo però della distanza delle Fisse diventa affatto insensibile, in maniera che se si prende la distanza delle Fisse secondo il computo di Hugenio, l'avvicinamento della terra è meno della ottomillesima parte della distanza delle Fisse, il che non può far sensibile ingrandimento del loro diametro apparente. 4. Che se non sentiamo il suo moto ciò nasce, perchè de' moti, che sono comuni a noi, non abbiamo alcuna percezione, ed il moto della Terra è a noi comune, essendo noi insieme colla Terra portati. Che se gli alberi, e i corpi terrestri nella rotazione della Terra non si divelgono, e non restano per l' aria secondo la tangente vibrati, ciò nasce per cagion della loro gravità, la quale fa equilibrio colla loro forza centrifuga, dalla qual ragione nasce, che le parti del Sole non si svelgono, e si dissipano nella rotazione del Sole, e così di tutti gli altri corpi, che girano intorno il proprio Asse. Un sasso vibrato in alto perpendicolarmente, dee vedersi cadere per lo stesso perpendicolo tanto se la Terra sta quieta, quanto se gira, intorno il suo asse. Imperocchè egli è vero, che tali gravi oltre il moto, con cui discendono dall'alto al basso, hanno ancora il moto di rotazione, che li trasporta in giro come parti della Terra, e perciò nel discendere deggiono essi percorrere una curva, e non una retta. Ma come il moto di rotazione è tanto ad essi, quanto a noi comune, così non è da noi percepito; nè si fa sensibile se non il moto della discesa. In tal maniera osservò il Gassendi, che allora quando

dentro

dentro una nave, che corre, si lascia cadere un sasso dall' alto dell'albero, quelli che stanno sul lido veggono cadere il sasso per una parabola, ma quelli che stanno dentro della nave, non veggono, che una retta. Nulla importa infine se i corpi sieno molli vers' oriente, o vers' occidente, il che non altera la propria loro velocità in quella maniera che dentro di una nave, che va verso oriente nulla diminuisce di velocità un corpo, ch' è vibrato in contraria parte.

Di alcune principali conseguenze del Sistema Copernicano. Cap. VI.

UNO de' principali argomenti, che portano per lo Sistema loro i Copernicani, sono le mutazioni, che si veggono nelle situazioni delle Fisse in diversi tempi dell'anno, e ch'essi pretendono farsi, come il moto annuo della Terra ricerca. Imperocchè primamente se la Terra descrive col moto annuo l' ecclittica, è cosa necessaria, che quelle Fisse, che ogni giorno passano per lo nostro Zenit, o prossime ad esso, cangino la loro distanza dal vertice nel circolo meridiano, e si avvicinino più in un tempo, che in un altro. Del che uno de' primi ad accorgersi fu l'acutissimo Hookio. Avendo perciò eretto, e fermamente stabilito un Telescopio di 36 piedi nel tetto della sua camera, osservò quanta fosse la minima distanza dal vertice della Lucida posta nel capo del Dragone in tre differenti mesi, ed affermò averla in tal maniera trovata diminuita, come esigeva il moto annuo della Terra, e la variazione di tale distanza essere ascesa a 24 secondi in circa.

Con un'altra sua osservazione fatta per molti anni nella Stella polare, che sta nella Coda dell' Orsa minore, pretese ancora lo Flamstedio di confermare maggiormente tale Sistema. Imperocchè sia S [1] la Stella polare, ABCD l'orbita della Terra, al cui piano indefinitamente prodotto sia SE perpendicolare. Per lo punto E si produca il diametro dell'orbita annua BD, sicchè [come dalla posizione della Stella stessa conseguita] B sia il luogo dell'ecclittica, dove sta la Terra nel solstizio invernale, D nello estivo. Si tirino SB, ed SD, e sia PM l' asse terrestre. Essendo l'asse della Terra sempre parallelo a se stesso, è necessario, che se la Terra col moto annuo si move, l' angolo SBP, cioè la distanza apparente della Stella dal polo nel solstizio invernale sia diverso dall'angolo SDP, cioè dalla distanza apparente della stella stella dal polo nel solstizio estivo. Il che dopo repli-

ca-

(1) *Fig.* 5 7. 24.

cate osservazioni fatte per quindici anni affermò d'aver ritrovato il Flamsteedio, come ne rende conto in una sua Pistola al Vallis, e la differenza di tali angoli, ch'è uguale all'angolo BSD, ovvero alla *parallasse annua* essere stata quasi di 42 secondi, onde dedusse, che se la stessa fissa fosse stata al polo dell'ecclittica, la sua parallasse annua [che nel tal caso è la massima] sarebbe stata di 47 secondi.

In tale materia meditò accuratamente il dottissimo Eustachio Manfredi, ed avendo prima esaminato attentamente, quali mutazioni apparir debbano riguardo alla situazione delle Fisse, supposto il Sistema Copernicano, vi applicò poi diligentissime osservazioni per vedere, se a quelle corrispondevano queste, del che ne fece l'esposizione prima all'Eminentissimo Sig. Cardinale Davia nel celebre suo trattato delle *aberrazioni* delle Fisse, indi all' eruditissimo Leprotto nella *memoria*, che sta inserita nella Raccolta Accademica di Bologna, del che ora diremo.

E prima di tutto egli fa conoscere, come tirando una linea visuale dall'occhio dello spettatore terrestre ad una qualunque Fissa, e producendo tal linea oltre la stella fino alla superficie d'una più alta sfera, non può la Terra cangiar continuamente di sito, e descrivere l'ecclittica nello spazio di un anno, se nello stesso tempo non cangia sito anche tal linea, descrivendo due superficie coniche, il vertice comune delle quali sta sempre nel centro della stella, ed in tal modo non comparisca, la stella descrivere ogn'anno una specie d'*Ovale*. Tale ovale potersi considerar come un'elissi in tutte le positure della stella, fuorchè quando essa è nel Polo stesso dell'ecclittica, o quando è nel piano della medesima ecclittica; nel primo caso potendosi considerar come un *Circolo*, e nel secondo degenerando in una *Retta*. Il centro di questa ovale è in quel punto dell'alta sfera, dove si dirige la linea, che dal centro del Sole al centro della stella si può tirare; l'asse minore si dirige al Polo dell'ecclittica, dalla positura del quale dipende quella dell'asse maggior *conjugato*.

In tale apparente conversion di una Fissa potersi considerare diversi aspetti di essa riguardo al Sole. Imperocchè quando la Fissa apparisce in uno de'due estremi dell'asse minore, essendo riferita allo stesso punto d'ecclittica, a cui allora si riferisce il Sole, può essere considerata come nelle *Sizigie* col Sole, nella *Congiunzione*, quando è nell'estremo, e guarda l'ecclittica, e nella *Opposizione* quando è nell' altro estremo; Ma quando è negli estremi dell' asse maggiore, allora è nelle *Quadrature*. Così pon-

no

no considerarsi in essa alcune *Direzioni*, *Stazioni*, e *Regressioni*. Imperocchè quando passa da una Quadratura all'altra per lo punto della congiunzione apparisce *Diretta*, ma da questa Quadratura all'altra, *Retrograda*, e intorno le Quadrature *Stazionaria*.

Per la qual curva nascono principalmente due *Aberrazioni*, l'una di *Latitudine*, e l'altra di *Longitudine*. Delle quali la prima facilmente si conosce, se si considera, com'essa ora più lontana, ora meno, debba comparir dall'ecclitica secondo i punti della curva, in cui si ritrova; essendo la massima differenza delle sue lontananze l'asse minore dell'oval, che descrive. La seconda parimente si conosce, se si fissa un circolo massimo perpendicolare all'ecclitica, cui è cosa evidente, che ora più, ora meno comparirà vicina, il che fa cangiamento della sua posizione per *Longitudine*.

Se si paragonano tra se molte Fisse, trovansi esser varie in ciascuna le Ovali; il che però non è senza la sua regola. Imperocchè quelle, che sono egualmente dal Sole distanti, ma inegualmente dal polo dell'ecclitica, hanno gli assi maggiori eguali, ma gli assi minori sono come i seni delle latitudini. In tale ragione per conseguenza sono le massime aberrazioni *per latitudine*, Ma le aberrazioni per *longitudine* sono come i seni inversi delle loro distanze dal Polo. Per lo contrario quelle Stelle, che sono egualmente distanti dal Polo dell'ecclitica, ed inegualmente dal Sole, descrivono tali ovali, che i loro assi primarj sono in ragione inversa delle distanze, e i secondarj sono proporzionali a' loro primarj. Perciò tali ovali saranno sempre tra se simili, e le aberrazioni negli stessi aspetti col Sole saranno tra se proporzionali.

Se tali mutazioni di sito riguardo all'ecclittica si riducano per maggior facilità delle osservazioni all'equatore, seguitano principalmente due cose. La prima, che *ciascuna Fissa non dee sempre passare per lo stesso punto del meridiano, ma ora dee comparire più alta, ora meno*. La seconda, che *in tempi diversi dell'anno debbono anche esser diversi gl' intervalli del tempo, in cui la medesima Fissa dee comparire nel Meridiano*. Le quali cose l'acutissimo Astronomo avendo esattissimamente ridotte a calcolo, incominciò poi ad applicarvi le osservazioni, e principalmente intorno gl' intervalli de' tempi. Per tale cosa elesse fra l' altre quelle Fisse, che sono della prima grandezza al numero di quattordici, e sono la *Capretta*, il *Rigel*, quella che sta alla *Spalla dell'Orione*, il *Sirio*, il *Procione* il *Cuore dell'Idra*, il *Cuor del Leone*, la *Spica della Vergine*, l' *Ar-*

turo, il *Cuore dello Scorpione*, la *Lira*, e *Fomabaut*, delle quali se si prendono a due a due, essendovi novantuna combinazione, altrettante osservazioni poteano farsi intorno le differenze de' tempi dall'ascendeza dell'una all'ascendenza dell'altra. Fatte però molte osservazioni nell' anno 1727. intorno i tempi dell'ascendenza di alcune di queste fisse, e principalmente intorno di *Arturo*, e *Sirio* riguardo al piano di un Telescopio Murale, e con maggior cura gli anni seguenti intorno le differenze dei tempi della *Capretta*, e la *Lira*, indi del *Sirio*, e la medesima *Lira*, ed in altre combinazioni, vide certamente farsi continue variazioni, ed i tempi frapposti fra il passaggio dell'una, e il passaggio dell'altra, essere sempre diversi. Ma confrontando poi tutte codeste variazioni colle Leggi del Sistema Copernicano non solo non vide convenire con esso Sistema; ma anzi farsi in una maniera totalmente contraria a ciò, che in esso si ricercava. Perciò egli così conclude scrivendo al Leprotti. *Illud potius expectas, ut tibi indicem, quem ordinem, quæ tempora, quas denique leges annuæ illæ aberrationes servent, quantum in hanc diem conjicere potuerim. Ego verò, Leprotte ornatissime, quas leges non servent, facilè agnoscere, tibique certo significare possum, quas servent non tam facilè possum. Itaque hoc primum certò nunc tibi affirmo, quod in meo opusculo timidè tantum, dubitanterque asserueram, evagationes fixarum a me observatas nihil commune habere cum annua illa Copernicanorum parallaxi, cujus leges in eo libello explanavi*. Cioè:

Tu piuttosto aspetti, ch'io ti dinoti qual ordine, quai tempi, e finalmente quali leggi siano da quelle annue aberrazioni mantenute per quanto ho potuto sin ora dedurre. Ma io posso ben facilmente, o Leprotti ornatissimo, e conoscere, e con certezza manifestarti quali Leggi esse non serbano, ma non quelle che serbano. Per tanto primamente ora io t'affermo ciò che solo timidamente, e con dubbiezza nel mio libretto aveva pronunciato, che le aberrazioni delle Fisse da me osservate nulla hanno di comune con quella parallasse annua de' Copernicani, le di cui leggi io ti ho nel mio libretto elplicare.

Ed in altro luogo confrontando le osservazoni fatte intorno i tempi del Sirio, e della Lira colle variazioni, che secondo la legge delle parallassi doveano vedersi, osservò non esservi altro, che discrepanze, anzi contrarietà. Imperocchè quando la differenza de' tempi dovea comparire la massima, allora compariva la minima, e quando dovea diminuirsi, allora accrescevasi; ed in una parola nulla vedevasi nell'ordine delle osservazioni, che non

non ripugni a codesta Ipotesi. *Nihil, habet observationum ordo, quod cum Hypothesi non pugnet*. Il chè ancora nelle altre combinazioni trovò esse perpetuo. *Nulla enim ferè est ex XCI illis seriebus, quam cum parallaxeon rationibus conciliare possim*. Per le quali cose concluse essere del tutto inutile l'argomento preso dalle aberrazioni annue apparenti delle Fisse per istabilire il Sistema Copernicano, e doversi ogni altra ragione di tali fenomeni arrecarsi, che il moto annuo dalla Terra supposto dal Copernico.

Egli è vero che molte osservazioni fatte da altri Astronomi pare, che favoriscano il suddetto Sistema, e colle leggi delle parallassi annue esattamente convengano. Tali sono le osservazioni di Olao Romer; e tali quelle dell' Horrebovio Astronomo Danese fatte per molti anni a Copenhagen, ed inserite da esso con quelle di Romer nel libretto, che nel 1727. egli pubblicò col titolo di *Copernico trionfante*. Ma ridotte ancora queste al calcolo, come dimostra il sovralodato Autore, talvolta si trovano mancanti di tali Leggi, e talvolta ancora contrarie; onde dopo di averle ben esaminate conclude, non più da quelle, che dalle proprie potersi inferire il moto annuo Copernicano. *Ex hisce omnibus satis liquere arbitror aliquid adhuc desiderari, quominus è Danicis illis observationibus telluris motus evincatur*. Dalle quali cose giudico farsi abbastanza manifesto, che nelle osservazioni Danesi qualche cosa ancora vi manchi per istabilire il moto della Terra.

Da tali difficoltà circondato il profondissimo Jacopo Bradlejo Astronomo Inglese dopo di avere per mezzo di un grande, e ben lavorato Telescopio osservato con una incredibile diligenza le aberrazioni di molte stelle verticali riguardo alle meridiane loro altezze, ed aver veduto, che nessuna delle sue osservazioni corrispondeva alla legge dell'annue parallassi, nè potendo ciò risondere o nelle rifrazioni, o nella declinazione del perpendicolo, o nel vacillamento dell' asse terrestre, fatte molte investigazioni finalmente giudicò, che di tali fenomeni la cagione dovesse prendersi non dal moto annuo solo della Terra, come sin ora avevasi fatto; ma dal moto annuo, ed insieme dalla successiva propagazion della luce secondo la supposizione di Romer. Tali principj se si prendono soli nulla servono per esplicare le aberrazioni delle Fisse; ma se l'uno con l'altro si congiunga, da essi veggonsi derivare tutti codesti effetti. Imperocchè se intanto che è portato lo spettatore terrestre per l'orbita annua scende da una stella la luce con una velocità, che alla velocità del moto annuo sia in ragione finita, non doversi veder la stella nella linea, che la unisce

Ee ij con

con l'occhio dello spettatore, ma dover apparire fuori di quella verso dove si dirigge il moto dell'occhio, ed in modo deviare, che come si ha la *celerità del lume alla celerità dell'occhio, così sempre si abbia il seno dell'angolo, che fa la linea della direzione dell'occhio colla linea tirata dall'occhio al luogo apparente della stella al seno dell'angolo di aberrazione.* Così se la linea della direzione dell'occhio sia BD (1) e siavi una Fissa in S, e subito che si è mosso l'occhio da B in A si concepisca tirata la linea SA, giudica egli non doversi vedere la stella in S per la retta AS; ma in R per la linea AR posta nello stesso piano in guisa che il seno dell'angolo RAD al seno dell'aberrazione SAR sia come la celerità della luce alla celerità dell'occhio.

Poste le quali cose egli dimostra doversi vedere nelle fisse un moto ellittico, come nell'Ipotesi delle parallassi; ma esservi questa differenza dall'una all'altra Ipotesi, che in quella quando le fisse sono nelle Sizigie col Sole compariscono negli estremi dell'asse conjugato in manira che quando sono nella Congiunzione si veggono in quell'estremo ch'è più rimoto dal Polo dell'ecclittica, e da quello incomincia la loro rivoluzione verso oriente. Ma nella ipotesi del Bradlejo compariscono allora le fisse nell'estremo occidentale dell'asse trasverso, dal qual punto incomincia la loro rivoluzione colla medesima direzione, che quella dell'altro caso. Nasce perciò che le aberrazioni del medesimo genere [cioè quelle di longitudine, o di latitudine] sono massime in questa ipotesi, quando sono zero nell'altra, e sono zero in questa, quando nell'altra sono massime. Nelle elissi di ciascuna fissa i semiassi trasversi sono stabiliti di 20 secondi prossimamente. Imperocchè di tanti secondi in circa egli osserva essere le massime aberrazioni in tutte le fisse, quando l'angolo dell'inclinazione è retto; onde segue ancora essere la celerità della Terra alla celerità del lume come il seno totale al seno di 20 secondi.

Colle quali regole maravigliosamente convengono tutte le osservazioni Bradlejane intorno le declinazioni delle Fisse; colle quali medesime confrontando poi l'acuratissimo Manfredi le sue fatte con somma attenzione intorno le *ascensioni*, le vide non meno esattamente convenire di quelle, come nelle sue Tavole [2] egli manifesta. Dal che ne deriva certamente una somma gloria al Bradlejo, qualunque cosa ne sia delle due ipotesi, sulle quali egli regolò tali computazioni, l'una delle quali, come diremo, disconviene dal senso letterale de' libri sacri, e l'altra non senza ragione è stata posta in incerto da' due Cassini, dal Maraldi, e da altri dottissimi Uomini dell'Accademia Real di Parigi.

AN-

(1) *Fig 6. Tav 24.* [2] *Raccolta di Bologna.*

ANNOTAZIONE.

Osta però il senso letterale de' Libri sacri, che come tale di fatto si stabilisca comunemente essere il Cielo, quale lo suppongono i Copernicani, essendo in quelli, non in un luogo solo, espressa la quiete della Terra, ed il moto del Sole. Così nell' Ecclesiaste Cap. 1. dicesi, che la Terra sta in eterno. *Terra in æternum stat*. E nel Salmo 103 di Davide, che Dio fondò la Terra nella sua stabilità, nè inclinerà per tutti i secoli. *Qui fundasti Terram super stabilitatem suam, non inclinabitur in sæculum sæculi*. Ed in Giosuè Cap. 10. comanda Giosuè, che nella battaglia contro i Gabaoniti il Sole si fermi. *Sol contra Gabaon ne movearis*. Perciò non come *Tesi*, o Proposizione assoluta, ma solo come *Ipotesi*, cioè a dire come Principio idoneo all' esplicazione de' Fenomeni celesti può tale Teoria sostenersi, come si dichiara nel decreto di Paolo V. fatto nel 1620.

SEZIONE SECONDA.

Del Sistema di Ticone.

CAPO UNICO.

PER tali difficoltà veggendo il famoso Ticone non potere stabilirsi il Sistema di Copernico, con cui non potea conciliarsi la lettera de' *Libri sacri*, e dall' altra parte vedendo, che nè pure il Tolemaico poteva addottarsi per la ripugnanza, ch' egli ha non solo colle Leggi Fisiche, ma ancora colle Astronomiche, giudicò di poter rimediare all' uno, e l' altro disordine con un nuovo Sistema da esso verso il fine del decimosesto secolo inventato, in cui stabilisce essere la Terra [1] immobile nel centro dell' Universo, intorno cui come Pianeta secondario gira la Luna. Ma di tutti gli altri Pianeti è centro il Sole, il quale con tutto il suo orbe gira intorno la Terra immota. E mentre il Sole con moto annuo gira intorno la Terra, gira parimente intorno di essa il Firmamento con un moto lento, e compie il suo periodo in 25000 anni.

Ma avendo tacciuto Ticone intorno il moto diurno, seguita ch' egli o intendesse oltre di tutti i suddetti moti esservi anche quello del primo Mobile, che rapisce tutti i corpi da oriente in occidente nello spazio di 24 ore, come stabilisce Tolomeo,

(1) *Fig.* 7. *Tav* 24.

meo, o supponesse qualche altro moto, che soddisfacesse a questa apparenza.

Obbjettano però i Copernicani essere contro la simplicità della Natura, che tutti quegli effetti, che possono ottenersi col solo moto diurno della Terra intorno il suo asse, si ottengano o col rapimento non intelligibile di tutto l' universo, o con un moto particolare di tutti i corpi. Ma quando anche ciò sia, non potersi accordare colle leggi della Mecanica, che tutti i corpi sieno intorno la Terra rapiti, ed in tale rapidissima conversione niente sia mossa la Terra, e non sia obbligata a girare intorno il suo asse, principalmente non essendo essa nel centro di questa conversione, ma fuori del centro, il che tanto più la rende esposta alla violenza di quella.

Per le quali cose giudicarono alcuni doversi temperare il Sistema Ticonico, e doversi attribuire alla Terra un moto di vertigine intorno il suo asse, come ha posto il Copernico, per ispiegare le apparenze del moto diurno, purchè si neghi ad essa il moto dell' orbita, e si stabilisca per centro dell' Universo, come stabilisce Tolomeo, il quale Sistema perciò fu chiamato il *Semi Ticonico*.

Ma oltre che anche a questa Supposizione fa forza il senso letterale de' libri sacri, come alla Supposizion di Copernico, è sempre cosa strana, che le Vie de' Pianeti siano così implicate, come vengono ad essere nel Sistema Ticonico, in maniera che Marte possa passare dove passa il Sole, come tra i punti D, ed E, e così dove passa Venere. In secondo luogo essere tolta tutta l' armonia de' corpi celesti, e tutto l' ordine, e non potersi assegnar ragion fisica di questa mutazione, che di tutti i Primarj la Terra sola non giri, mentre ciascuno gira, essere il Sistema di Ticone niente altro che una perturbazione del Copernicano, per restituire il quale basta ridur la Terra alla sua sede, la quale da Ticone è stata contro la legge delle armonie fisiche di luogo levata, e disturbata ec.

S E-

SEZIONE TERZA.

Esposizione delle principali ragioni Fisiche apportate da' Filosofi per lo Sistemo Copernico-Kepleriano.

Le più celebri sono quelle del Nevvton, del Cartesio, e del Leibnizio, delle quali parleremo, e prima delle ragioni Fisiche del Nevvton. Cap. I.

CHe i Pianeti Primarj intorno il Sole, ed i Secondarj intorno il loro Primario descrivano le Elissi Apolloniane nella maniera in cui abbiamo descritto, stabilisce il profondissimo Nevvton non altra essere la cagione che la *Gravità*, per cui ogni primario è grave verso il Sole, ed ogni secondario verso il suo primario. La qual Gravità se non vi fosse, andrebbe ciascun pianeta per la tangente dell'orbita, che descrive, ed in alcun modo non descriverebbe egli una curva.

Tale gravità essere in tutti i corpi, ed omogenea, nè esservi solo un punto, in cui tendano i Gravi, come suppongono la maggior parte degli antichi, ma ciascun corpo tendere in ciascun corpo. Imperocchè doversi considerare in ogni Corpo esservi come una *Sfera attraente*, qualunque siasi il modo di tale attrazione certamente fin ora incognito, o sia una impulsione di qualche materia, che colla sua centrifuga forza spinga al centro gli altri corpi, o sia una causa occasionale, o in fine qualunque Legge finale dell'Autore della natura, o qualunque altra cagione, e tale *Atmosfera attrattiva* essere ne'corpi presso poco, come veggiamo essere la loro nelle Calamite. E perciò come un ferro, che fosse posto in mezzo a molte Calamite, sarebbe attratto da tutte, secondo la proporzione delle loro forze, così ancora un corpo in mezzo ad altri corpi. L'efficacia di tali attrazioni in diversi corpi, essere come i corpi, ovvero le masse traenti, ed in un medesimo corpo essere come i quadrati inversi delle distanze dal centro del medesimo corpo. Per questo siccome un ferro vicino ad una grossa Calamita può considerarsi come non attratto dalle altre, che sono minori, e sono in molta distanza poste; così i pianeti primarj, che sono vicini al Sole si possono considerare come non attratti dalle Stelle fisse, l'atmosfera delle quali per la troppa distanza svanisce. Ma come l'attrazion della calamita sarebbe turbata, se vicino al ferro attratto se ne ponesse un'altra, così l'azione di alcuni corpi può essere alterata dall'azione di alcuni

alcuni altri, quando l' uno si avvicini all' altro, onde desume il suddetto Autore le variazioni, ed irregolarità, che tratto tratto veggiamo accadere principalmente ne' secondarj, e tra gli altri nella Luna.

Le quali cose per esplicare sia in primo luogo un corpo A, che per qualunque direzione AT [1] sia da una forza mosso, ed insieme da un' altra forza centrale sia continuamente spinto verso un dato punto fisso S, seguita, che il detto corpo descriverà una curva concava verso S, tutta in un immoto piano, che per la retta AT, e per lo punto S si stende, e le aree determinate dal raggio conduttore SA saranno in proporzione de' tempi, ne' quali il corpo descrive la detta curva. Imperocchè sia vibrato il detto corpo per la retta AT in maniera, che in tempi eguali percorra le parti eguali AB, BG, GT ec. Se allora quando è in B si concepisca spinto da una Forza centrale al punto fisso S, sicchè intanto ch' egli percorre BG per la prima forza, debba percorrere BF per la seconda. Compiuto il parallelogrammo BFCG è chiaro per la dottrina delle forze composte, che allora il detto corpo percorrerà la diagonale BC, la quale è nel piano stesso, in cui sono i lati del parallelogrammo, ed in conseguenza nel piano delle linee AT, BS, ed essendo il triangolo BSG eguale al triangolo BSA per la costruzione, ed allo stesso BSG essendo eguale BSC, perchè sulla stessa base, tra le medesime parallele, sarà BSA eguale a BSC. Nello stesso modo nel terzo tempo il detto corpo percorrendo per tali due forze la diagonale CD, si dimostrerà, che il triangolo CSD si eguaglia al triangolo BSC, e così seguitando, dalle quali cose si conosce essere in tale supposizione descritta dal Corpo A una curva verso S, tutta in un immoto piano, ed a' tempi uguali corrispondere aree uguali, com' era proposto.

Sia in secondo luogo descritta da un Mobile la curva ABCD [2] posta in un immoto piano, e concava, ed in tal modo, che da un punto fisso S posto verso il concavo d' essa tirando quantisivoglia raggi BS, CS ec. le aree da questi determinate siano come i tempi, ne' quali il mobile descrive la curva, dico, che sarà tale Corpo preso, e continuamente spinto da una forza centrale verso il detto punto fisso S. Imperocchè sieno le parti AB, BC, CD quelle, che in minimi tempi eguali descrive il mobile, che perciò possono considerarsi a guisa di rette. Prodotta AB in *c* in maniera che B*c* sia eguale ad AB si tiri la centrale BS, e la CG parallela a B*c* e perchè si suppongono

(1) *Fig 8 Tav 24.* (2) *Fig 9. Tav 24.*

no le aree come i tempi, sarà il triangolo SBA eguale a SBC, ed allo stesso SBA si eguaglia parimente ScB per la costruzione. Dunque SBC, ed ScB sono eguali, e perciò essendo sulla stessa base BS, saranno tra due parallele, e sarà Cc parallela a BG. Dunque BC sarà diagonale del parallelogrammo BGCc, la quale essendo una direzione composta delle due direzioni BC, e BG, seguita che il Mobile per tali direzioni sia spinto da due forze, una delle quali è la *forza di Progezione*, che lo spigne per Bc, e l'altra è la *forza centrale*, che lo preme per BG verso il punto S. Nello stesso modo può dimostrarsi, che mentre il mobile descrive la CD è stimolato dalla forza di progezione, che lo spigne per Cd, e dalla forza centrale, che lo spigne per CS. Il che essendo vero d'ogni altro punto, è manifesta la proposizione.

C O R O L L A R J.

1. Perchè dunque secondo il Keplero in tale maniera i primarj pianeti si muovono intorno il Sole, che descrivono intorno d'esso una concava curva in un immoto piano, e le *aree determinate dai raggi conduttori tirati dal centro del Sole al centro del Pianeta come i tempi*, seguita necessariamente, che in qualunque punto dell'orbita tali pianeti tendano al Sole.
2. Ma perchè intorno altro Corpo essi non girano, nè di qualunque curva, che possano apparire di descrivere intorno altri corpi, le aree sono proporzionali ai tempi, seguita, che i pianeti primarj ad altro corpo non tendano.
3. Girando colla stessa Legge i secondarj intorno i primarj, tenderanno dunque ancor'essi verso il loro primario.

Con qual Legge proceda la Forza central de' Pianeti. Cap. II.

MA perchè quando un mobile è obbligato a descrivere un'elissi, se si cerca qual sia la Legge della forza centrale, che continuamente lo spigne, e lo preme al foco, si ritrova esser ella una forza, che decresce come i quadrati inversi delle distanze dal medesimo Foco, come si può vedere presso il Nevvton, il Varignon, o altri, che delle forze centrali trattarono, e s'egli è vero, come osserva il Keplero, che ciascun pianeta primario descriva un'elissi, nel di cui foco sta il Sole, seguita ancora, che tenderà ciascun pianeta primario al Sole con una forza centrale, che sta sempre come i quadrati inversi delle distanze dello stesso pianeta dal Sole.

E tale parimente sarà la Legge della forza centrale, con cui li secondarj tendono al centro del loro primario.

Il che maggiormente si conferma, perchè se si cerca quale sia la relazione de' tempi periodici colle distanze allora, quando diversi corpi si rivolgono intorno ad un punto fisso con una forza centrale, che colla suddetta Legge proceda, trovasi in tal maniera corrispondere i tempi colle distanze medie, che i *cubi delle distanze siano come i quadrati de' tempi periodici*, la qual è una delle due fondamentali Leggi Kepleriane.

Tale forza centrale altro non essere, che quella, che noi chiamiamo *Gravità* farsi evidente, se si paragona la forza centrale, con cui la Luna tende al centro della Terra e la tendenza de' corpi terrestri, che noi diciamo Gravi al centro della medesima Terra. Il che per dimostrare sia EFA [1] la Terra, di cui 'l centro sia T, ML l' orbita della Luna considerata per maggior facilità come un circolo, il cui arco LB sia da essa percorso in un minuto di tempo. E perch' ella compie il suo periodico in 27 giorni, 7 ore, e 43 minuti, cioè a dire in minuti 39343, l' arco LB sarà $\frac{1}{39343}$ di tutto il circolo, e perciò importerà 33 secondi. Ed essendo il semidiametro della Terra secondo l'accuratissimo Picardo di piedi di Parigi 19625800, LT, ch' è la distanza media della Luna della Terra importando 60 semidiametri terrestri incirca, sarà di piedi 1176948000, e perciò LD seno verso dell' arco LB sarà di piedi 15, e $\frac{1}{2}$. Tale dunque è ancora BC, che è lo spazio, che percorre la Luna in un minuto per la forza centrale, ovvero per la sua tendenza al centro della Terra. Ma perche tale forza cresce come i quadrati inversi delle distanze dal centro, dunque nella superficie della Terra, dove la distanza dal centro è sessagesima, la tendenza della Luna sarebbe 3600 volte maggiore, e perciò se la Luna fosse in tal sito posta, percorrerebbe in un minuto di tempo uno spazio 3600 volte maggiore dello spazio BC. Ma tale è lo spazio, che percorre ancora nello stesso tempo un sasso cadendo, come si conosce dalle dottrine del Galilei [1], e dagli sperimenti di Hugenio. Dunque colla stessa legge, con cui gravità un sasso, ed ogni corpo terrestre verso la Terra, gravita ancora la Luna verso la medesima Terra.

Dalle quali cose seguita, che se con quella stessa forza di projezione

[1] *Fig 10 Tav 24* [1] *Dialogo del Moto*.

zione fosse vibrato qualunque corpo terrestre in diretto, con cui è vibrata dal sommo Autore la Luna, egli percorrerebbe la stessa orbita, che percorre la Luna intorno la Terra, dovendovi essere le stesse direzioni quando vi sono le stesse forze direttrici; ed in tal modo farebbe le veci di un secondario. Che se la Luna fosse a maggiore distanza posta, avrebbe ancora bisogno di minor projezione per mantenersi nella sua orbita, imperocchè allora essendo diminuita la sua forza centripeta basta ancora una minor velocità, che dal centro, a cui tende, la ritragga, ed in equilibrio la conservi.

Con questa stessa Legge tendendo i Satelliti di Saturno al centro di Saturno, e le Stelle Medicee al centro di Giove, ed in fine tutt' i Primarj nel Sole non dubiteremo di dire, che i Satelliti di Saturno siano *gravi* in Saturno, e le Stelle Medicee siano *gravi* in Giove, e finalmente qualunque primario nel Sole; la quale Gravità è in tutti *uniforme* e dalla medesima Legge dipendente: cioè a dire, in tutti *decrescente come i quadrati inversi delle distanze dal centro*.

Non è solo il Corpo Solare, in cui si debba concepire un *Atmosfera attraente*, al di cui centro siano obbligati a tendere tutti i pianeti primarj; nè vi è solo Giove, e Saturno, e la Terra, che attraggano. Imperocchè uniforme a se stessa è la Natura, e non più si dee attribuire ad un Corpo di quello, che ad un altro; e perciò ciascuno deesi considerare colla sua *Forza attrattiva* non meno che il Sole, e i tre suddetti primarj, la qual forza non meno che in quelli *decresce come i quadrati inversi* delle distanze. Per le quali cose come un primario è attratto dal Sole, ed obbligato a star sempre nella medesima curva, così può essere attratto da qualunque altro corpo, quando gli si faccia vicino, cioè a dire quando entri nell' atmosfera della sua attrazione. Non v' è Corpo, che non sia grave, cioè a dire, che a qualche punto non tenda. Le parti terrestri tendono al centro della Terra, le Gioviali al centro di Giove, le Saturnali a quel di Saturno, e nello stesso tempo l' aggregato di tutte le parti Terrestri, cioè la Terra tutta, e Giove, e Saturno tendono al Sole. Così le parti Lunari tendono al centro della Luna, e tutte insieme alla Terra; e la Terra, ed esse insieme al Sole, ed in tal modo la *Gravità* per l' Universo intiero è diffusa, e con le medesime Leggi.

Ff ij Pro-

Proprietà della Gravità, Cap. III.

SE si considera la gravità de' Corpi riguardo allo stesso *Attraente*, di uno stesso Corpo posto a diverse distanze dal *centro* dell'*Attrazione* decrescono le tendenze, come abbiamo detto, in ragione inversa duplicata delle distanze. Ma se in pari distanze dal centro di uno stesso *Attraente* siano posti due Corpi diversi, saranno le loro gravitazioni come le loro masse. Imperocchè tutti i corpi tendono l'uno all'altro con una forza, che conviene a ciascuna particella della materia, e per ciò la forza totale, con cui un corpo tende in un altro è formata da tutte le forze congiunte insieme di ciascuna particella, che lo compone. Sarà dunque tale forza come il numero delle particelle, cioè a dire come la massa, quando si suppongano le stesse distanze. Dalle quali cose si deduce essere la Gravità de' corpi al centro di uno stesso Attraente tendenti in ragione composta diretta delle masse, ed inversa duplicata delle distanze. Perlochè se la massa di un corpo si dica M [1], e la sua distanza dal centro C si dica D, e la sua gravità G, ma la massa di un altro si dica m, la sua distanza dal centro c si dica d, e la sua gravità g, si averà questa proporzione

$$G : g = \frac{M}{DD} : \frac{m}{dd}$$

Ma se si considerano le gravità de' Corpi riguardo a' diversi *Attraenti*, dico, che le *Forze acceleratrici* verso diversi corpi, poste le stesse distanze, sono come gli stessi corpi *Attraenti*. Imperocchè sieno due Corpi qualunque A [2], ed a, i quali l'uno coll'altro si attraggano. E perchè l'*azione* è uguale alla *reazione*, lo sforzo, con cui A attrae a, sarà eguale allo sforzo, con cui A è attratto in a. E perchè le misure degli *sforzi* si prendono dalle masse moltiplicate nelle Celerità virtuali, come abbiamo detto nei principj della Mecanica, se le Celerità virtuali si dicano C, e c, si avrà dunque per la supposizione $AC = ac$; onde si deduce la proporzione $A : a = c : C$, cioè a dire, come le Masse attraenti, così le Celerità virtuali, ovvero le Forze acceleratrici de' corpi tendenti. Così se per esempio sieno due pianeti, l'uno de' quali gravita verso l'altro, e sia il primo mille volte maggior del secondo, l'accelerazione del primo verso il secondo sarà la millesima parte dell'accelerazione del secondo verso il primo, cioè a dire nel tempo, in cui 'l primo percorrerà un piede, il secondo ne percorrerà mille.

Altra

[1] *Fig.* 11. *Tav* 24 [2] *Fig.* 12. *Tav.* 24.

Altra dunque farà l'accelerazione di un corpo posto sulla superficie del Sole da quella, che egli avrebbe se fosse posto sulla superficie della Terra, ed essendo pari le distanze, sarebbe quella a questa come la massa del Sole alla massa della Terra, ed essendo le distanze ineguali, sarebbe quella a questa in ragione composta diretta delle masse attraenti, ed inversa della distanze dal centro dell'attrazione.

Effetti delle scambievoli attrazioni de' corpi. Cap. IV.

SE il Sole attraesse i Pianeti primarj, e nello stesso tempo egli stasse fisso nel suo luogo, descriverebbero essi un' Elissi, come stabilisce il Keplero, di cui le aree prese dal centro del Sole al centro del pianeta sarebbono proporzionali ai tempi. Ma perchè l' *Azione* si eguaglia alla *Reazione*, e nello stesso tempo, che il Sole attrae, è ancora attratto, per questo l' elissi, che descrivono i Pianeti non ha per umbilico il centro del Sole. Se si considera l'azione vicendevole del Sole, e di un Primario trovasi, che il Foco vero dell'Elissi, che dee descrivere tale primario non è il centro del Sole, ma il centro di gravità del Sole, e del detto primario. E se si considerano le reazioni di tutti i primarj insieme trovasi, che il vero Foco de tutte le loro elissi non è il centro del Sole, ma il centro comune di gravità posto tra il Sole e i primarj, intorno cui non meno si rivolge ciascun primario di quello che il Sole.

Nasce da questo, che se si prendono le aree dal centro del Sole al centro del Pianeta, come fece il Keplero, non si trovano così esattamente corrispondenti a' tempi periodici de' pianeti, come se si prendono dal centro comune de' pianeti, e del Sole. Sebbene tal centro non è notabilmente lontano dal centro del Sole a cagione della enorme grandezza del Sole, e perciò non trovò notabile errore il Keplero prendendo il centro del Sole per lo centro di tutte le orbite Planetarj.

Le curve, che colle stesse leggi di forza centrale descriverebbero i pianeti primarj intorno il Sole immobile a quelle, che nello stesso tempo descrivono il Sole agitato, sono tali, che gli assi maggiori di queste sono in ragione suttriplicata della massa del Sole e delle masse del Pianeta e del Sol presi insieme; e con tal proposizione deggiono correggersi gli assi delle orbite ritrovati con i metodi Kepleriani.

Con tale agitazione del Sole si conserva maggiormente la relazion de' Corpi tra se di quello, che il Sole fosse immoto. Così per

per esempio, passando Mercurio sotto di Giove sarebbe egli per l'attrazione di Giove più allontanato dal Sole, se il Sole stasse fisso, di quello che se il Sole sia ancor esso attratto da Giove; e così riguardo a tutti gli altri Pianeti.

Dalla medesima vicendevole azione de' Corpi nasce che non la Terra propriamente descrive un' elissi intorno il Sole; ma il centro di gravità della Terra, e del suo secondario. Così il centro di gravità di Giove, e de' suoi satelliti, e così parimente riguardo a Saturno.

Da questo parimente nasce il turbamento, che fuori del solito accade talvolta, come hanno osservato gli Astronomi, e principalmente il Flamsteedio, nei moti celesti. Così per esempio quando Giove passa da vicino a Saturno, egli per la sua vasta mole sensibilmente si scorge turbare il moto di Saturno, e nello stesso tempo Saturno turbare il moto de' secondarj di Giove. Così si turbano gli altri, benchè i loro turbamenti non siano sempre sensibili.

Dallo stesso principio deriva, che l'asse Terrestre non si conservi sempre esattamente parallelo a se stesso. Imperocchè essendo irregolare la figura [1] della Terra non in ogni sito egualmente è attratta dal Sole, il che cagiona in essa turbamento, ed alterazione di positura in maniera che due volte all'anno il suo asse cangia l'inclinazione all'ecclittica, e due volte si restituisce al sito primiero, onde la *mutazione de' Nodi* nasce, e la *Precessione degli Equinozj*, come ha stabilito il Copernico.

Delle irregolarità de' moti Lunari. Cap. V.

TAli principj quanto sieno vasti, e quanto alla natura convenienti da questo solo poter conoscersi affermano i Nevvtoniani, che prima di tali principj non vi fu alcun Astronomo, che o ardisse, o potesse rendere ragione di tutte le maravigliose mutazioni, che ne' moti celesti veggiamo farsi, ma principalmente delle mutazioni irregolarissime, e stranissime, che si veggono ne' moti Lunari, le quali tutte intieramente si spiegano col Sistema delle *Atmosfere attraenti*, ovvero della *Gravità Universale*, in maniera che pare non esservi più cosa alcuna, che manchi alla perfezione della Fisica celeste.

1. Imperocchè primamente, se non vi fosse l'azione del Sole, si moverebbe la Luna in tale maniera intorno la Terra, che le aree prese dal centro della terra alla Luna sarebbono esattamente proporzionali ai tempi, e la Luna descriverebbe una perfetta elissi,

---

1 *Vedete Gregory Astr. L. 1. P. 63.*

elissi, il cui Foco sarebbe nel centro della Terra. Ma l'azione del Sole fa, che nelle Sizigie, dove la Luna è attratta direttamente dal Sole, si mova ella con maggiore velocità di quello che nelle quadrature, dov'è attratta indirettamente, e perciò la curva, ch'ella descrive, abbia minor curvatura nelle sizigie di quello che nelle quadrature; cioè a dire che l'asse minore della sua orbita sia posto verso di quelle, e il maggiore verso di queste.

2. Se l'azione del Sole non perturbasse la Luna, ella descriverebbe un'elissi immota perpetuamente intorno la Terra, ma dalla perturbazione del Sole nasce, che tal elissi è continuamente turbata, la quale di fatto non è un'elissi, ma una curva massimamente irregolare, la quale se si vuol considerare a guisa di un'elissi, è necessario il concepire, che la sua *linea degli Augi* vada sempre oscillando, come è l'Ipotesi dell'Horoccio, e si avanzi quando ella è nelle sizigie, ma retroceda quando è nelle quadrature, e l'avanzamento sia maggior del regresso, mentre l'Apogeo, e Perigeo della Luna sta nelle sizigie, ma per lo contrario minore, quando sta nelle quadrature.

3. Se non vi fosse l'azione del Sole, si descriverebbe sempre una medesima specie di elissi. Ma per la stessa adviene, che di giorno in giorno l'orbita Lunare si cangia, continuamente cangiandosi eccentricità, la quale considerata in una Lunazione è massima, quando la Luna è nelle sizigie, e minima quando è nelle quadrature; ma considerata in molte Lunazioni è massima, quando gli Aspidi sono nelle sizigie, e minima quando essi sono nelle quadrature.

4. Dalla stessa azion nasce, che si mutano ancora continuamente i nodi dell'orbita Lunar coll'ecclittica da oriente in occidente, il qual moto considerato in una sola rivoluzione è velocissima quando la Luna è nelle sizigie, e tardissimo quando è nelle quadrature, ma considerato in molte è velocissimo quando i nodi sono nelle quadrature, tardissimo quando sono nelle sizigie.

5. Mutasi ancora l'inclinazione dell'orbita lunare al piano dell'ecclittica, la quale inclinazione considerata in una rivoluzione è minima quando la Luna è nelle sizigie, massima quando nelle quadrature, ed in molte rivoluzioni è minima quando i nodi sono nelle quadrature, e massima quando nelle sizigie.

6. Tutti questi errori cangiano secondo che cangia la distanza della Terra dal Sole, i quali cangiamenti sono in ragione triplicata inversa delle distanze della Terra dal Sole.

7. Tale distanza in fine altera lo stesso tempo periodico della Luna,

Luna, il qual è minimo quando la Terra è Afelia, e massimo; quando è Perielia.

Le quali cose diffusamente dimostrate possono vedersi nella stessa Filosofia del Sig. Nevvton, che ne fu l'inventore, o negli elemen- dell' Astronamia del Gregory [1].

In tal modo riduce il Nevvion a calcolo i moti di un Pianeta chiamato dagli Astronomi *contumace* coll' ultima precisione, e colla massima conformità alle più accurate osservazioni: onde non senza ragione il celebre Hallejo cantò del nobile Autore versi immortali.

Dicimus hinc tandem, qua causa argentea Phoebe
Passibus haud æquis eat, & cur subdita nulli
Hactenus Astronomo numerorum fræna recuset.

Lo stesso si dee dedurre, che accada ancora ne' secondarj di Giove, e di Saturno.

Delle Masse, e Densità de' Pianeti. Cap. VI.

PEr determinare le masse de' pianeti sia S [2] il Sole, e P un Pianeta primario, come la Terra, intorno cui si arruoti il secondario A, e sia V qualunque altro pianeta solitario, qual è Marta. Fatta PB eguale a SV siano le seguenti denominazioni, la massa del Sole si dica S, quella della Terra si dica P, l' accelerazione di Marte verso il Sola si dica c, di Marte verso la Terra d, del punto B verso la Terra e, del secondario A verso la Terra v. La distanza SV m, PA n, il tempo periodico del secondario A intorno la Terra r, e quello di Marte circa il Sole s. E perchè in pari distanze, come abbiamo detto di sopra, le tendenze sono come le masse traenti, averassi S : P $= c : e$. Ma $c : e$ sta in ragione composta di $c : f$, e di $f : e$. Sarà dunque S : P in ragione composta di queste due ragioni. E perchè per le dottrine delle forze centrali le accelerazioni sono come le distanze divise per li quadrati de' tempi periodici, sarà $c : f = \frac{m}{ss} : \frac{n}{rr}$; ed essendo le accelerazioni al centro di un medesimo corpo, come i quadrati inversi delle distanze sarà $f : e = mm : nn$. Sostituendo adunque, la ragione della Massa S alla Massa P sarà composta delle due ragioni $\frac{m}{ss} : \frac{n}{rr}$, ed $mm : nn$; a perciò si avrà S : P $= \frac{m^3}{rr} : \frac{n^3}{ss}$

Cioè

[1] L.4. [2] Fig 13. Tav 24.

Cioè a dire Massa del Sole a Massa della Terra in ragione composta diretta delle distanze, una di Marte dal Sole, e l'altra della Terra dalla Luna; ed inversa duplicata de' tempi, una della Luna intorno la Terra, e l'altro di Marte intorno del Sole.

In tal modo fatta la calcolazione trova il Sig. Gravesande [1] essere le masse del Sole, di Giove, e di Saturno, e della Terra come i numeri seguenti

del Sole,	di Giove,	di Saturno,	della Terra
10000 9,	$\frac{248}{1000}$ 4,	$\frac{223}{1000}$	0 $\frac{44}{1000}$

E perchè le densità sono in ragione composta diretta delle Masse, e diretta delle grandezze, dividendo le sopradette quantità per le grandezze, averannosi le densità, che si ritrovano come i numeri seguenti.

Densità del Sole,	di Giove,	di Saturno,	della Terra.
10000	7404	6011	39214

Date le quali proporzioni per gli Pianeti primarj, ne' quali v'è Satellizio, giudicano i Nevvtoniani potersi dedurre le densità degli altri per Analogia. Imperocchè non doversi dubitare, che il sommo Autore non abbia collocato i pianeti in diverse distanze dal Sole, affinchè secondo il grado della loro densità ciascuno abbia maggior, o minor calore essendovi bisogno di maggior calore in un corpo più denso di quello, che in un più raro.

Ragioni Fisiche del Cartesio. Cap. VII.

PER rendere ragioni fisiche de' moti celesti, quali abbiamo fin ora descritti, suppone il Cartesio [2], che dal principio tutta la materia, della quale questo Universo è composto sia stata dal sommo Autore in particelle prossimamente eguali divisa, e tutte insieme abbiano avuto tanto moto in se stesse, quanto già se ne ritrova per tutto l'universo. Essere poi ciascheduna stata mossa intorno il suo centro; e nello stesso tempo molte insieme intorno a diversi punti fissi, ed in tal modo essersi formata l'estensione dell'universo a guisa di un vasto, ed indefinito *Fluido* con varj, ed ampj *Vortici* intorno a varj centri giranti. Introdotto tal moto doversi [3] considerare, che le parti della materia non sono certamente potuto dal principio essere sferiche; perchè molte sfere unite insieme non riempiono tutto lo spazio, ma di qualunque figura sieno, non esser esse

[1] *Fisica part. 2.* [2] *Libro 3. de' Principj num 46.* [3] *N. 48.*

potuto col progresso del tempo non farsi rotonde, essendo necessario, che nelle loro rivoluzioni intorno il loro Asse si spuntino, e si rompano tutti gli angoli, che in esse sono, e dalla equabile pressione, che da tutti i lati ricevono, ad una perfetta sfericità si riducano. Ma perchè non può darsi spazio senza materia [1], è cosa necessaria, che quegl' intervalli, che vi sono tra le suddette piccole sfere, siano ancor essi di materia riempiuti, e ciò fanno que' frammenti minutissimi, che nella formazione delle piccole sfere furono distaccati, e divelti, i quali per la loro celerità in altre minuzie innumerabili si dividono, e di nessuna grandezza, e nessuna figura tenaci a qualunque spazio si adattano, e vanno penetrando in qualunque angustia. Quindi [2] nacquero due sorte di materia molto diverse, che ponno chiamarsi li due primi elementi di quello Universo. L' una è l' aggregato delle piccole sfere, che sono state nella rotazione della materia formate, l' altra quelle minutissime parti, che riempiono gl' intervalli tra sfera, e sfera. Questa egli la chiama il *primo elemento*, o la *Materia eterea*, e quella il *secondo*, o la *materia Celeste*. In tali agitazioni della materia essendovi più copia di minuti frammenti di quello, che sia necessario per riempiere i vuoti intervalli, ed avendo le piccole sfere, che compongono il secondo elemento, per cagione della loro solidità forza maggiore di allontanarsi dal centro di quello che le parti del primo, sono sforzate quelle da queste a discendere, e sono al centro cacciate in quella maniera, che le acque del mare rapiscono al centro de' loro Vortici gli altri corpi, ed in tal modo essersi formate le *Stelle*. E perciò le Stelle altro non essere, che un aggregato di parti del primo elemento compresse al centro da un vortice del Fluido celeste. Uno di tali vortici è il nostro planetario Sistema, e la stella, che gli sta al centro è il Sole, il quale essendo pieno di moto, e nello stesso tempo essendo impedite le sue parti di lanciarsi per linea retta lungi dal centro, gira intorno il suo asse rapidamente, ed in tal giro rapisce ancora seco le parti celesti, che lo circondano, le più vicine più presto, e le più lontane più tardi. Dalle quali cose seguita, che le parti vicine deggiono ancora essere di minor mole, che le lontane, perchè se fossero eguali, o maggiori avrebbono maggior forza centrifuga, ed in conseguenza si allontanerebbono dal centro, obbligando l' altre a discendere, il che però ha il suo limite, sovra di cui può considerarsi il Fluido celeste come tutto omogeneo. E ciò in ogni altro Vortice dee concepirsi.

Ma

[1] *N.* 49. [2] *N* 52

Ma in tale agitazione, e lanciamento della materia, se quelle parti eteree, ch'erano meno divise, e meno agitate, si accozzano insieme, e cogli angoli, e ramosità loro s'implicano, formano pigre, ed inerti masse, le quali dal Celeste Vortice sono intorno portate ciascuna a diverse distanze dal centro secondo la diversa solidità, per cui piuttosto in una region, che in un'altra col celeste fluido si equilibra, ed in tal maniera vengono dal Cielo portate in giro senza mai uscire dalla lor orbita. E tali sono i *Pianeti*, la natura de' quali al *terzo elemento* appartiene.

Tale *Ipotesi*, che si è resa famosa per la dignità dell'Autore, ha rapito seco una quantità di Filosofi de' più eccellenti, e profondi. Non resta però, che maturamente esaminata non incontri gravissime difficoltà, che non sembrano potersi superare. Imperocchè 1. Non si può intendere come tutti i pianeti primarj sieno dallo stesso Fluido con varie inclinazioni portati, parendo cosa più consentanea alla ragione, che essendo lo stesso Vortice, che li trasporta, ed arruota, debbano ancora tutti essere colla medesima direzione portati. 2. Non può capirsi, perchè si rivolga il Fluido in elissi, come osserva il Keplero, e non in circolo, e se in circolo, perchè non concentrico al Sole. 3. Non potrebbono le Comete girare con tante diverse inclinazioni all'ecclittica, e secondo tante diverse direzioni, quando uno stesso Vortice le trasporta. Nè giova il rispondere, che le Comete girino oltre il nostro Sistema, e dagli altri Vortici sieno rapite, i quali essendo diversamente posti ci fanno apparire ancora diverse le vie delle Comete. Imperocchè ciò è contrario alle osservazioni, per le quali costa, come notò Ticone, ed altri de' più illustri Astronomi, i quali hanno segnato le vie di molte comete e l'hanno trovate inferiori a Saturno. 4. Se si forma col giro di una Sfera un vortice in qualche Fluido, come nell'acqua osservasi essere i tempi delle rivoluzioni delle parti, che lo compongono, come i quadrati delle distanze dal centro; ed in tal modo pare, che dovrebbono essere ancora i tempi delle rivoluzioni delle parti celesti, ed in conseguenza de' pianeti, che in mezzo di esse stanno innatanti. Così essendo la distanza di Saturno dal Sole più di 9 volte maggiore della distanza della Terra dallo stesso Sole, dovrebbe il suo tempo periodico essere più di 80 anni, e per la stessa ragione quello di Giove più di 27, il che è contrario alle osservazioni. Nè basta il rispondere, che il vortice celeste non è omogeneo come quello dell'acqua; ma costa di parti tutte ineguali, e perciò non vale la parità. Imperocchè è da osservarsi, che supponendosi nella Ipotesi Cartesiana tanto più grosso il fluido, quando più si allontana dal centro, se in parti eguali, ed egualmente renitenti i tempi delle rivoluzioni, sono come i quadrati delle distanze come osserviamo ne' vortici acquei, dunque in parti più crasse, e renitenti, come suppongono i Cartesiani quelle delle più rimote distanze dal centro de' loro celesti vortici, saranno più lunghi i tempi delle rivoluzioni, ed in conseguenza andranno assai più lenti i pianeti di quello, che vanno.

SEZIONE QUARTA.

Delle Stelle fisse.

Delle varie loro grandezze apparenti, e delle enumerazioni fatte dagli Astronomi. Cap. I.

Stelle *Fisse* diconsi quei Corpi celesti lucenti, che in tempo di notte serena veggiamo in Cielo, e si dicono *Fisse*, perchè fuori del loro moto comune o reale, o apparente, non distinguiamo in esse alcun moto proprio. Nel vasto numero, in cui sono, se si considerano attentamente, appena due se ne ritrovan intieramente simili di grandezza, e splendore. Con tutto ciò per ridurle a qualche ordine le hanno divise gli antichi Astronomi nella prima, seconda, terza, ec. fino alla sesta grandezza, intendendo sempre di quelle, che possono vedersi coll' occhio nudo.

Del loro diverso aspetto hanno creduto alcuni essere cagione la loro differente grandezza, ma la maggior parte degli Astronomi, tra' quali gli Stoici, Manilio, Ticone, Galilei, e Keplero, giudicano ciò nascere dalla loro differente distanza. Alla quale seconda opinione pare, che favorisca l' osservazione fatta intorno le Stelle della prima, e seconda grandezza. Imperocchè se si considera, che ogni Stella sia un Sole, cui appartenga una sfera, eguale a quella del nostro Solare sistema, non potranno circondare il nostro Solare sistema più di 13 eguali sfere, non potendo una sfera, come si conosce per la Geometria, essere toccata da più di 13 eguali sfere, e 13 e non più si osservano essere le Stelle della prima grandezza. Che se si cerca quante sfere eguali possano stare d' intorno a 13 sfere, si conosce essere 52, qual' è il numero in circa, che danno gli Astronomi alle Stelle della seconda grandezza. Col qual ordine procedendo si troverebbe essere maggiore il numero di quelle della terza, e maggiore di quella della quarta, e così fino alla sesta, se non che per la troppa distanza delle Stelle, non sono le loro grandezze facilmente distinguibili.

Ma

Ma non contenti gli Astronomi di aver diviso secondo le varie apparenti grandezze le Fisse, vollero ancora per maggior precisione distinguerle in tanti *Asterismi*, ovvero *Costellazioni*, le quali altro non sono, che un aggregato di molte Stelle l'una all'altra vicine, le quali per rendere alla fantasia più facili da immaginarsi, circonscrissero con figure di varj animali, o di altre cose sensibili, delle quali figure ne formarono 48, tra le quali 12 sono distribuite per lo Zodiaco, attribuita una *Dodecatemoria*, ovvero una duodecima parte del Zodiaco, per ciascheduna, e sono, come abbiamo detto, *l'Ariete*, *il Toro*, *i Gemelli*, *il Cancro*, *il Leone*, *la Vergine*, *la Libra*, *lo Scorpione*, *il Sagittario*, *il Capro*, *l'Acquario*, *e i Pesci*. Delle altre Immagini 21 ne furono distribuite nella parte Settentrionale, e 15 nell'Australe. Le prime sono *l'Orsa minore*, *l'Orsa maggiore*, *il Draco*, *Cefeo*, *Boote*, *la Corona Settentrionale*, *Ercole*, *la Lira*, *il Cigno*, *Cassiopea*, *Perseo*, *Andromeda*, *il Triangolo*, *il Cocchiero*, *il Pegaso*, *il Cavallo minore*, *il Delfino*, *le Saette*, *l'Acquila*, *il Serpentario*, *e il Serpente*. Le altre sono *la Balena*, *l'Eridano*, *la Lepre*, *l'Orione*, *il Cane maggiore*, *il Cane minore*, *la Nave Argo*, *l'Idra*, *la Tazza*, *il Corvo*, *il Centauro*, *il Lupo*, *l'Altare*, *la Corona Australe*, *e il Pesce Australe*. Le stelle, che sono fuori di tali figure sono chiamate *Informi*, delle quali i nuovi Astronomi hanno formato nuove Costellazioni, come l'*Antinoo* vicino all'*Acquila*, la *Chioma di Berenice* vicina alla *Coda del Leone*, e la *Quercia Carolina*, così detta da Carlo secondo Re d'Inghilterra, cui fu dall'Hallejo consacrata, posta tra il *Centauro* e la *Nave*. Bartschio aggiunse il *Camelopardo*, e il *Monocerote*, e l'Hevelio il *Leone minore*, la *Lince*, i *Cani da caccia*, la *Lucerta*, il *Sestante di Urania*, lo *Scudo del Sobieski*, la *Volpe con l'Oca*, e il *Triangolo minore*.

Alle Immagini appartiene ancor la *Galassia*, ovvero la *Via Lattea*, la qual'è una Zona di candor di latte, che circonda tutto il Cielo. Credeva Aristotele [1] essere la Galassia un aggregato di esalazioni nell'Atmosfera esalate, ed illustrate da una copia di Stelle, che in quel tratto rilucono, in maniera che di tal candore, qual noi veggiamo, ella apparisse. Ma tal errore tolsero il Galilei, il Keplero, il P. Biancano, ed altri, i quali con lunghi Telescopj osservandola, videro non esser ella altro che un aggregato di minutissime Stelle.

Vi appartengono ancora le *Nuvolette Magellaniche*, le quali nel candore sono simili alla Via lattea, e stanno verso il polo australe, le

[1] *Nelle Meteore Trattato 4.*

le quali avendo l'Hallejo osservate vide non altro essere, che una copia di assai minute stelle.

Una nuova Stella, che al tempo d'Ipparco Rodio si scoperse nel Cielo fu cagione, che quello celebre Astronomo 120 anni avanti l'era volgare le osservasse tutte diligentamente, e determinando le longitudini, e latitudini di ciascheduna ne scrivesse primo di tutti il catalogo *ausus, rem etiam Deo improbam*, come nota Plinio, *annumerare posteris Stellas, & Sydera ad normam expangere*, e registrò un numero di 1022. Stelle, dopo di cui Tolomeo rivedendo il Cielo ne discoperse altre 4, sicchè il catalogo divenne di 1026. Il secondo, che dopo Ipparco ci lasciò il catalogo, fu Vlugh Beigh nipote del gran Tamerlano, e ne notò 1017, il che fu nel decimoquinto secolo. Il famolo Ticone dipoi contemplando di nuovo il Cielo notò 777 Fisse, delle quali registrò il luogo, il qual numero fu poi ampliato dall'accuratissimo Keplero nelle Tavole Rodolfine fino a 1163, tra le quali 400 ne osservò poi nel decimosesto secolo Guglielmo Lantgravio d'Hassia-Cassel con i suoi Astronomi Rotmano, e Birgio, al qual catalogo 305 ne aggiunse il P. Riccioli, 101 delle quali osservò egli stesso insieme col P. Grimaldi, ed in tal modo crebbe il catalogo delle Fisse fino a 1468.

Bartschio afferma averne Bajero nella sua Uranometria delineate 1725, ed egli si gloria averne delineate nel suo Globo 1762. Un catalogo particolare di 373 Fisse fu poi pubblicato dal Hallejo osservate da esso intorno il Polo Antartico nell'Isola di S. Elena, dopo di cui l'illustre Hevelio Consolo di Danzica ne registrò 1888, indi il Flamsteedio 3000, determinando il luogo di molte co'Telescopj, le quali non possono scoprirsi ad occhio nudo.

Ma indeterminato è il numero delle Stelle, che co'Telescopj si trovano. Così il Galilei [1] nella Stella Nuvolola, che è nel capo dell'Orione, ne scoperse col Telescopio 21, tra il Cingolo e la Spada di Orione più di 80, e in meno di due gradi dello stesso Orione più di 500, nelle Plejadi più di 40. Così l'Hocchio guardando nelle Plejadi con un Telescopio di 12 piedi ne scoperse 78; il Rheita [2] più di 100, e nella sola Costellazione d'Orione quasi 2000.

Dell'

[1] *Nuncio Sidereo p. 31.*
[2] *Occhio di Enoch, & Elia, e Astronomia del Mercatore.*

Dell' apparimento, e disparimento delle Fisse. *Cap. II.*

UNo de' Fenomeni più celebri intorno le Fisse è, che molte si siano vedute dagli Antichi, che ora non più si vedono, e molte, che per lo passato non si erano mai vedute, ora siansi scoperte, e molte infine ora si dileguino, ora ritornino, e ciò con determinati periodi. Una comparsa di una nuova Stella al tempo d'Ipparco fu cagione, come abbiamo detto, ch'egli ne registrasse il numero. Un'altra nuova [1] ne fu scoperta l'anno 1572, che durò sino a Marzo dell'anno 1574, e questa diede occasione a Ticone di formar un nuovo Catalogo. Levvicio afferma nella sua Storia, che nel 945 regnando Ottone comparve una nuova Stella in Cassiopea simile a quella, che poi osservò Ticone indi un'altra nel 1264. Nel 1596 una ne scoperse il Fabricio nella Balena, e nel 1600 una ne comparve nel petto del Cigno osservata dal Keplero, che durò secondo che nota l'Hevelio sino al 1661, dopo di che sparì, e per cinque anni più non si vide, ritornandosi poi a far di nuovo vedere. Nel 1604 una ne osservò il Keplero nel Collo della Balena, e nel 1612 una Simon Mario nel Cingolo di Andromeda, ed una Birgio nell'Antinoo. Nel 1638 una ne scoperse Focillide Holuvarda nel Collo della Balena, la quale svanisce, e poi ritorna, rinovando, come osservò D. Cassini, le sue Fasi ogni 330 giorni colla irregolarità però di giorni 15. Nel 1670 in Luglio una ne compatve all'Hevelio nel Capo del Cigno, la quale nel 1671 sul fine di Agosto disparve, ritornò poi il prossimo Marzo; indi nel 1672 in Settembre disparve, nè più si vide. Nel 1694 finalmente una ne vide il Maraldi nel Collo del Cigno adì 15 Luglio, che poi sul fine di Agosto disparve. Si fece poi di nuovo vedere l'anno seguente adì 30 Luglio, ma così piccol, che appena poteva vedersi, e adì 12 Agosto comparve come una Stella della sesta grandezza, che andò poi crescendo fino adì 30, dopo di che incominciò a decrescere fino che adì 16 Ottobre disparve.

Come molte Fisse si sono scoperte, che prima non si vedevano, così molte, che furono dagli Antichi, e anche da Ticone osservate, ora più non si veggono. Le Plejadi, ch'erano sette, fino dal tempo di Ovidio non sono che sei.

Quæ septem dici, sex tamen esse solent.

Così quella Stella della sesta grandezza, che fu notata da Bajero

[1] *Alman. del Riccioli.*

ro nella costellazion del Leone, ora non si vede, ma otto se ne veggono invece di quella, che non sono nel catalogo, come nota il du Hamel. Così nel 1670 avverte il celebre Montanari la mancanza di due Stelle, e così scrive alla Regia Società di Londra. *Desunt in Cœlo duæ Stellæ secundæ magnitudinis in puppi Navis, ejusque transtris .... Earum disparitionem cui anno debeam non novi. Hoc indubium est, quod a die* 10 *Aprile* 1668 *ne vestigium quidem illarum adesse amplius observo, cæteris circà eas etiam tertiæ, & quartæ magnitudinis immotis. Plura de aliarum Stellarum mutationibus plusquam centenis, at non tanti ponderis notavi.* Mancano nel Cielo due Stelle della seconda grandezza nella poppa, e ne' transtri della Nave... Non so a quale anno io debba ascrivere il loro disparimento. Ma ciò è fuori di dubbio, che dalli 10 di Aprile dell'anno 1668 io non ne osservo più alcun vestigio di esse, essendo restate le stesse tutte l'altre che le sono d'intorno, anche della terza e quarta grandezza. Molte altre cose intorno le mutazioni di più di cento altre Stelle ho notato, ma non di tanto peso.

E'cosa incerta se tali Fenomeni nascano da macchie, che di nuovo si compongono, e cuoprono i corpi stellati, indi si disfanno, o pure se molti di tali corpi girino intorno qualche centro, e si rendano visibili quando si fanno vicini, ed invisibili quando si allontanano. Per tale congettura pare, che facciano quelle osservazioni di D: Cassini, il quale talvolta vide dividersi in due Stelle quella, che prima compariva una sola Stella, e talvolta in tre, e quattro.

Del loro splendore. Cap. III.

HAnno creduto alcuni, che le Stelle non meno che i Pianeti prendessero il lume dal Sole. Ma è facile il convincerli del contrario, se si considera la vivacità della luce, con cui risplendono le Stelle nella prodigiosa loro distanza dal Sole, la quale se, come diremo, è almeno 9000 semidiametri dell'Orbe Magno, decrescendo la illuminazione come i quadrati delle distanze sarebbe nelle Fisse, 81000000 volte minore di quella, che riceve la Terra dal Sole, ed in conseguenza non potrebbe far alcuna sensibile impressione.

Dalla vivacità della loro luce nasce, che noi le veggiamo di un diametro maggiore coll'occhio nudo di quello, che guardandole col Telescopio. Quando si guardono ad occhio nudo, la loro immagine, che sulla retina s'imprime, per l'aberrazione de' taggi raggi si fa maggiore di quello, che convenga al diametro delle Stelle, e come i loro raggi, benchè aberranti, sono efficaci, nasce lo stesso, che se agisse un oggetto più grande, e perciò l'immagine della Stella comparisce maggiore, benchè più confusa. A tale aberrazione opponendosi i Telescopj, nè permettendo la prodigiosa distanza delle Stelle, che sia sensibile l'ingrandimento, che il Telescopio di sua natura cagiona, resta diminuita l'immagine sulla Retina, e vedesi perciò la stella minore di quello che si vegga ad occhio nudo; ma più splendida, e più vivace, essendo la sua immagine depurata dai raggi aberranti.

I corpuscoli opachi, che vanno continuamente per l'Atmosfera volando giudicano i Fisici più accurati che siano la cagione, per cui le veggiamo scintillar di continuo. In tal modo la scintillazion di una Fissa altro non è, che una serie successiva continuata di piccoli ed istantanei ecclissamenti cagionati dalla opposizion diametrale de' corpetti per l'atmosfera terrestre volanti, da' quali velocemente ora è coperta, ora è discoperta, e ciò di continuo. E questa è la cagione per cui quando l'Atmosfera è agitata da qualche vento principalmente in tempo d'inverno, in cui ella è più trasparente, e maggior luce perciò ci trasmette, maggior ancora ci comparisce la scintillazion delle Stelle. Perchè poi tal Fenomeno nei pianeti non veggasi, una cagione è la loro maggior apparente grandezza, che non facilmente può dai corpuscoli volanti esser ecclissata, ed un'altra è la minor vivacità del loro splendore. Che se a traverso di crassi, ed agitati corpuscoli si riguardassero, come a traverso del fumo, non vi ha dubbio, che apparirebbono scintillanti ancor essi non men che le Fisse.

Dei Metodi Hugeniano, e Flamsteediano, per investigare prossimamente la distanza delle Fisse.
Cap. IV.

QUanto sia grande la distanza delle Stelle fisse da questo solo vogliono che si raccolga i Copernicani, che sebbene col moto annuo si avvicina ad esse lo spettatore terrestre per tutto il diametro dell'orbe magno, il quale secondo il Nevvton è maggiore, come abbiamo detto, di centosessanta milioni di miglia, si dilegua però qualunque parallasse delle Stelle, e si rendono presso che impercettibili tutte quelle differenze, che sono di regola per determinare le distanze degli altri Corpi. In tale oscurità inventò l'acutissimo Hugenio il metodo, se non di esattamente determinare, almeno di approssimarsi alla loro distanza, così espresso nel L. 2. del suo Cosmoteoro. *Quelli*, egli dice, *che prima di noi cercarono il metodo di determinare così vasto spazio, nulla hanno potuto comprendere di certo per la troppa delicatezza delle osservazioni, che perciò sono necessarie, la quale supera qualunque diligenza. Mi è paruta per tanto restarmi quest'unica strada, per cui ora camminerò, per cui almeno qualche cosa di verisimile si possa ottenere in una così ardua ricerca. Essendo dunque le Stelle tanti Soli, supponiamo, che qualcheduna di quelle sia egualmente grande, che il Sole, la distanza di essa verrà ad essere tanto maggiore della distanza del nostro Sole, quanto il suo diametro apparente è minor del diametro apparente del Sole. Ma compariscono così minute le Stelle ancorchè si guardino quelle della primiera grandezza, e col telescopio, che non si veggono se non come tanti punti lucenti senza alcuna sensibile latitudine. Onde nasce, che per tali osservazioni non si può discoprire alcuna misura di quelle: Non potendo dunque per tale strada ottenere il fine, ha tentato il modo, con cui potessi diminuire il Sole in guisa, che non maggior luce agli occhi di esso ne derivasse di quella che da Sirio, o da qualche altra delle più chiare Stelle. Ha chiusa dunque l'apertura di un tubo vuoto di dodici piedi con una sottilissima lama, nel mezzo di cui feci un così piccolo foro, che non era maggiore della duodecima parte d'una linea, o della centoquadragesimaquarta di un pollice. Tale apertura del tubo avendola rivolta al Sole, ed avendo all'altra applicato l'occhio, vedeva una particella di Sole, il cui diametro era al diametro del Sole 1 : 182. Ma tale particella io la vedeva molto più chiara di quello, che vedeva Sirio di tutta notte. Pertanto conoscendo, che si doveva ristrignere maggiormente il diametro del Sole, posi al foro della piccola lama una minutissima sfera di vetro, il di cui diametro era presso ch'eguale a quello del foro, della cui sfera io m'era prima servito per li microscopj. Così guardando pel tubo, avendomi da ogni parte coperto il capo per non essere turbata dalla luce del giorno, non mi compariva chiarezza minore di quella di Sirio. Allora fatta il calcolo secondo le leggi della Diottrica trovava, che la particella, che aveva prima guardato a traverso del piccolo foro, era divenuta* $\frac{1}{152}$, *ed in conseguenza erasi fatta* $\frac{1}{27664}$ *di tutto il diametro del Sole. Dunque o siasi contratto il Sole, o siasi allontanato (perchè l'effetto è lo stesso) sino che il suo diametro sia* $\frac{1}{27664}$ *di quello, che veggiamo nel Cielo, che egli uno splendore, non cede allo splendore di Sirio. Allontanato in tal modo il Sole avrebbe una distanza, che a quella ch'egli ha, sarebbe come 27664 : 1, e il suo diametro sarebbe poco più di 4 minuti terzi. Se dunque Sirio gli è uguale, come supponiamo, seguita, che anche il diametro di Sirio sia di 4 minuti terzi, e la sua di-*

stan-

stanza sia a quella dal Sole, come 27664 : 1. Il quale intervallo quanto sia grande si può stimare nello stesso modo, in cui abbiamo stimato la distanza del Sole. Imperocchè se si ricercherebbono 25 anni, perchè un globo di bombarda conservando sempre quella velocità, con cui è vibrato pervenisse dalla Terra al Sole, si dee moltiplicare 27664 per 25, onde nasce 691600, per cui si conosce, che si ricercherebbono quasi settecentomill' anni, perchè lo stesso globo colla sua velocità costante arrivasse dalla Terra a Sirio.

Posta in tal modo la distanza del Sole di miglia 80000000, la distanza di Sirio sarebbe di miglia 2240784000000.

Il secondo metodo è quello del Flamsteedio preso dall'annua parallasse, la quale quando vi sia, e quando precisamente possa determinarsi, è il mezzo sicuro, che alla cognizione della distanza delle Fisse conduce. Imperocchè posto che si conosca la parallasse annua, si conoscerà dunque nel triangolo SBD (1) l'angolo S, che si agguaglia alla differenza degli angoli SPD, ed SBP, cioè a dire alla parallasse annua, e si conosce parimente l'angolo SDE, cioè la latitudine della Fissa S osservata nel sito D, e si conosce parimente BD, cioè l'asse dell'orbe magno. Si conoscerà dunque, col calcolo trigonometrico il lato SD, ch'è la distanza cercata della Fissa S dal centro della Terra D. In tal modo avendo il Flamsteedio ritrovato l'angolo S di 42 secondi, e la latitudine della stella polare di 66 gradi in circa, ritrova essere la distanza di essa 5000000000, la quale però è più del quarto minore di quella di Sirio calcolata da Hugenio.

SEZIONE QUINTA.

Delle Comete.

OLtre i Corpi, che sin ora abbiamo nominati, e i moti de' quali abbiamo descritti, se ne veggono per gli vasti spazj del Cielo comparire di tempo in tempo alcuni altri, ch' essendo prima invisibili si fanno all' improvviso vedere, togliendosi poi a poco a poco dalla nostra vista, finochè si dileguano, ordinariamente di luce pallida, e debole, al cui disco sta sempre unito un ampio tratto di esterna luce, che si distende sempre alla parte opposta dal Sole, e tali Corpi diconsi le *Comete*. Il corpo stesso della Cometa dicesi il suo *Capo*. Il tratto di luce cangia nome secondo le sue diverse apparenze. Imperocchè quando sta dietro della Cometa, cioè a dire quando la Cometa nelle sue rivoluzioni diurne seco lo trae, il che accade quando ella è preceduta dal Sole, dicesi la *Coda*. Ma quando le sta davanti, il che accade quando la Co-

(1) *Fig. 5. Tav. 24.*

meta procede il Sole, dicesi la *Barba*, ed infine quando comparisce a guisa di una corona intorno della Cometa, il che accade quando la Cometa è prossima alla congiunzione, ovvero opposizione col Sole, allora dicesi il *Crine*.

Opinione degli antichi intorno le Comete. Cap. I.

CHE le Comete fossero Corpi nati col Mondo fu opinione di antichissimi Filosofi. Così nota Aristotele nel Libro I. delle Meteore c. 6. essere stata questa la sentenza de' Pitagorici: Τῶν δὲ Ἰταλικῶν τινὲς, καὶ καλουμένων Πυθαγορείων, ἕνα λέγουσιν αὐτὸν εἶναι τῶν πλανητῶν ἀστέρων, ἀλλὰ διὰ πολλοῦ τε χρόνου τὴν φαντασίαν αὐτοῦ εἶναι, καὶ τὴν ὑπερβολὴν ἐπὶ μικρὸν, ὅπερ συμβαίνει καὶ περὶ τὸν τοῦ Ἑρμοῦ ἀστέρα. Alcuni d' Italia detti li Pitagorici credono che la Cometa sia una Stella errante, ma non esservi l' apparenza di quella, se non dopo molto tempo, e non durar che poco, il che accade ancor all'Astro di Mercurio. Il che conferma ancora Plutarco delle sentenze de' Filosofi Cap. 2.

Tale parimente era l' opinione de' Democritici, come afferma Seneca nel Libro 8. delle naturali questioni. *Democritus subtilissimus omnium antiquorum suspicari ait se plures esse Stellas quæ currunt; sed nec numerum illarum posuit, nec nomina, nondum comprehensis quinque siderum cursibus.* Democrito il più sottile di tutti gli antichi dice di sospettare, che vi sieno più Stelle, che corrano, ma nè pose il numero di quelle, nè i nomi, non ancora intesi i moti de' cinque Astri [cioè de' cinque Pianeti oltre il Sole, e la Luna]. E nello stesso luogo egli nota essere ancora stata tale l' opinione di Apollonio Mindio, il quale affermava di averla tratta dai Caldei, a cui tali moti erano manifesti. Alla qual opinione lo stesso Seneca si uniforma affermando essere le Comete non *un fortuito fuoco, ma una dell' Opere Eterne della Natura, ma non potersi ciò dimostrare per mancanza delle antiche memorie, nè potersi i loro periodi facilmente osservare per la rarità de' loro apparimenti. Veniet tempus*, dipoi soggiugne, *quo ipsa quæ nunc latent, in lucem dies extrahat, & longioris ævi diligentia. Ad inquisitionem tantorum ætas una non sufficit. Veniet tempus, quo posteri nostri tam aperta nos nescisse mirentur.* Tempo verrà, in cui ciò che ora sta nascosto, sia tratto in luce e dagli anni, e dalla diligenza della lunga età. Per la ricerca di cose sì grandi non basta un'età sola. Verrà il tempo, in cui i nostri posteri si maraviglieranno, che noi cose tanto chiare ignorassimo.

Ma tal opinione giacque lungo tempo sepolta dopo che la Scuola de' Peripatetici si persuase, che tali corpi fossero una specie di Meteore nate, e generate di nuovo, perciò la loro regione non essere negli alti Cieli, ch' essendo della *essenza quinta* non sono alle generazioni, e cor-

corruzzioni soggetti; ma nascere essi, e morire nella region sullunare.

. Tale Ipotesi però fu totalmente dal Saggio Ticone distrutta dopo che nel suo Uraniburgo osservò una Cometa nel 1577, che nello stesso tempo Hagezio osservava in Praga, i quali luoghi sono distanti l'uno dall'altro 6 gradi per latitudine, e sono sotto il medesimo meridiano. Ne' quali luoghi avendo osservato amendue tali Astronomi quanto era distante tale Cometa dalla Stella, che chiamano l'Avoltojo, l'uno, e l'altro ritrovolla essere della stessa distanza, il che sarebbe stato impossibile, se la Cometa fosse stata nella region sullunare, anzi se non fosse stata in una enorme distanza dalla Terra, per cui si dileguasse la sua parallasse. Il che poi maggiormente fu confermato dalle osservazioni fatte dal Cassini sopra la Cometa del 1680, la quale osservò egli essere distante dal Sole solamente 22 gradi in circa, e pure la vide risplendere a piena faccia, il che non poteva accadere se non fosse stata più alta non solo della Luna, ma ancora del Sole, veggendo noi, che Mercurio, o Venere non risplendono a piena faccia, quando sono di sotto del Sole.

Opinion del Keplero, e dell'Hevelio. Cap. II.

CRede il Keplero [1] nascere le Comete di nuovo per un accozzamento fortuito di parti crasse per l'Aura Eterea vaganti, le quali accese poi dalla luce del Sole, che per tutto ha forza, scorrono a guisa di *Stelle strisciants* per linea retta sino che si estinguono.

Dalla cui opinione non è diversa quella dell'Hevelio. Imperocchè non essere *le Comete altro che una produzione fatta dal concorso* dei Planetari essluvj, avere il Sole, e tutti i Corpi mondani le loro Atmosfere, ed essere queste continuamante ingombrate dalle parti, che sempre esalano dai medesimi corpi. Di tali parti quelle, che sono più crasse, stanno più vicine al centro, le quali quando si affollano insieme, e si condensano, formano, quando sono intorno un pianeta, le *Nubi* e le *Nebbie*, come veggiamo nella nostra Terra, e quando sono intorno una Fissa, formano le *Macchie*, come veggiamo nel Sole. Ma le più sottili parti talvolta fortuitamente accozzandosi formano alcune picciole dure masse, che poi per l'accesso di nuova materia ingrandite vanno per l'alto etere vagando, riflettendo molta luce del Sole, e comparendo a guisa di Astri a' mortali. Il che egli procura di confermare coll' osservazioni di molte Comete non molto diverse dalle macchie del Sole, e principalmente di quella, che fu nell' anno

(a) *Fisiologia delle Comete.*

anno 1661 adì 15 Febbrajo osservata, il cui Capo era in diverse parti spezzato, e adì 2 di Marzo cessò di più comparire rotondo, ma si vide lacerato d' intorno, e disperso. Nel principio della loro formazione muoversi le Comete per linea spirale, imperocchè le parti, che la incominciano a comporre, sono ancora dentro la Planetare Atmosfera, e sono da due moti agitate, l' uno per cui esalando sono dal centro alla circonferenza per linea retta portatate, e l' altro, per cui intorno del Pianeta girano vorticosamente. Ma perchè col progresso la Cometa sempre più si è allontanata dal centro, esce finalmente fuori dell' Atmosfera per la tangente, e scorrerebbe per l' alto etere in linea retta, se dall' azione del Sole non fosse in qualche maniera curvato il suo sentiero.

Perchè poi si formino le sue *Code* egli pensa, che dall'azione de' raggi Solari siano lungi respinti per linea dritta gli effluvj più sottili della Cometa in quella guisa che, come tanto egli stesso, quanto lo Scheinero hanno osservato, le parti più crasse delle macchie Solari stanno verso il centro del Sole, ma le parti più rare stanno verso la circonferenza, penetrare i raggi del Sole per lo Capo della Cometa, e per l' Atmosfera, che lo circonda, ed illustrare per lungo tratto tali vapori, che perciò risplendono, e rappresentano un tratto di luce maggiore o minore, e più, o meno lucido secondo le varie affezioni, che ne' suddetti vapori s' incontrano. La variazione poi di tali Code nascere tutta dalle varie inflessioni, e rifrangimenti de' raggi, che cangiano secondo le diverse disposizioni delle masse cometiche, per le quali passano, come diffusamente, ed assai ingegnosamente spiega il dottissimo Autore.

Ma contro tale sentenza stanno principalmente due ragioni. La prima, che se dentro le Atmosfere Planetari incominciano le Comete a formarsi, che poi per linea spirale ascendendo escono liberamente per gli vasti spazj del Cielo, non si vede causa, per cui le Comete, almeno dopo Ticone osservate, sieno state tutte in altre Atmosfere dalla Terrestre. La seconda, che il moto delle Comete si osserva essere piuttosto astretto a Leggi certe, come notano il Cassini [1], e il Nevvton [2], e l' Hallejo [3], ed altri, di quello che essere irregolare, e fortuito, come suppone l' Hevelio.

Opi-

[1] *Trattato delle Comete*. [2] *Princip. Mat.* [3] *Sinopsi delle Comete*.

Opinion del Cartesio. Cap. III.

Assai più stravagante è l' opinion del Cartesio ne' suoi princip. Parte 3., secondo cui le Comete altro non sono, che tante Stelle, le quali per le molte e dense macchie, che in esse si sono generate, hanno perduto la loro efficacia, e tutto il moto delle lom piccole parti, e perciò non hanno più forza di mantenere la loro armosfera, e conservarsi in equilibrio coll' altre; onde obbligato il loro vortice a cedere agli altri, e finalmente distrutto, vengono esse dalla loro sede turbate, e dagli altrui vortici irregolarmente rapite. Le loro *Code* essere un effetto della rifrazione de' lom raggi, che dal puro etere, in cui sono passando in uno più crasso qual è quello, che sta d' intorno il Sole, mutano sentiero avvicinandosi alla perpendicolare, come fanno i raggi del Sole, quando dall' aria entrano nell' acqua. Imperocchè sia il Sole A [1], e sia BCDE l' orbita della Terra, FGHIK il confine dell' etere puro, e meno puro, e L la Cometa. Il raggio, che cade in H essendo perpendicolare alla curva, non ha rifrazione, ma seguita dritto pel suo cammino, ma non così i raggi, che cadono obbliquamente verso I, o verso K, rifragnendosi questi verso D, e verso E. Colla stessa legge vanno quelli, che cadono in F, e G. Dalle quali cose seguita, che se la Terra è in C, e la Cometa è in L, si dovrà quella vedere *Crinita*, come sta in M, per l' azione de' raggi, che dalla destra, e dalla sinistra egualmente si rifrangono. Ma quando la Terra è in D si dovrà vedere *Codata*, come sta in N, e finalmente quando è in B, si vedrà *Barbata* come in O.

1. Ma contro tale benchè ingegnosa spiegazione sta primamente la ragione medesima, che contrasta al' Hevelio, cioè a dire la Regolarità delle Comete osservata.

2. In secondo luogo, come nota il dottissimo Jacopo Bernulli [2], appena può concepirsi, che le Fisse per tali addensamenti divengano sempre Comete irregolarmente vaganti, e giammai Pianeti nell' orbita loro costanti.

3. Terzo se tali Code si facessero per la rifrazione, si dovrebbono vedere tinte co' colori dell' Iride, e nelle stesse ragioni del Cielo farebbono sempre nel medesimo modo, il che è contro le osservazioni.

4. Infine, come dubita lo stesso Cartesio, [3], se le Code sono effetto della rifrazione de' loro raggi, non vi è ragione, perchè Giove, e Sa-

[1] *Fig.* 1. *Tav.* 25 [2] *Trattato delle Comete* [3] *De' Princip. P.* 3.

e Saturno anch' essi con tali Code non compariscano, nè giova il soggiugnere, che ciò non si rende sensibile se non nelle Comete, perchè sono queste in una regione altissima, e di pura aurea eteria ripiena; ma non così Giove, e Saturno, i quali essendo più vicini al Sole, ed in conseguenza essendo nell' etere meno puro, avviene che i loro raggi minori rifrazione patiscano; per la quale non sono le loro Code sensibili, ed al più compariscono a guisa di *Capillizj*. Imperocchè contro tale considerazione sta parimente l' osservazione, per cui si trova non tutte le Comete essere sopra Saturno, ed aver lunghe Code anche quelle che sono nelle basse regioni.

Opinione del Nevvton. Cap. IV.

Giudica però il Nevvton [1] essere assai più probabile, che le Comete sieno tanti Corpi opachi, e fissi, e simili ai nostri pianeti, nati col Mondo, come pensarono i Pitagorici, e Democritici, che intorno ad un qualche centro descrivendo la loro orbita si rendano visibili quando a Noi si avvicinano, ed allontanandosi a poco a poco si dileguino, per ritornare poi dopo dati tempi a farsi vedere. E le loro Code altro non essere, che un aggregato di tenuissimi vapori per lo calore del Sole dal corpo della Cometa esaltati.

E primamente, che siano Corpi opachi, e a guisa di ogni Pianeta illuminati dal Sole affermano i suoi discepoli rendersi manifesto dalle osservazioni. Imperocchè essere stato osservato il pallore della loro luce, e la loro languidezza senza alcuno scintillamento in diverse occasioni da Ticone, dal Cassini, dall' Hevelio, e Flamsteedio, ed altri di maggior nome. Così l' Hevelio nella Cometa del 1661 vide il capo di colore languido, e gialliccio, e più triste di ogni altra Stella. Così il Veigelio afferma, essere la Cometa dell' anno 1664 comparsa a guisa di una nebbia illuminata dal Sole. Ciò confermarsi dalla luce de' loro Capi, la quale cresce quando sono vicini al Sole, e decresce quando sono lontani. Così la Cometa del 1665 osservata dall' Hevelio subito che incominciò a vedersi, andava sempre allentando il moto, quando si avvicinava al Sole, ma nello stesso tempo cresceva di luce sino che immersa ne' raggi del Sole si dileguò. Quella del 1685 osservata dallo stesso Hevelio, sebbene si avvicinava sempre alla Terra, perdeva però sempre più di lume, perchè si allontanava dal Sole. Così infine la Cometa del 1677 fu osservata

(1) *Princip. Mat.*

osservata dal Flamsteedio più pallida di Saturno. Egli è però vero, che può essere talvolta così fisso e denso il loro capo, che può rifletere in molta copia la luce, ed emulare collo scintillamento una Fissa. Così quella dell'anno 1665 afferma l'Hevelio aver superare tutte le Fisse di splendidezza. E quella del 1723 ebbe tra le altre un fulgidissimo capo a guisa di una lucidissima Stella, come nota Kirkio il giovane.

Che se non fossero corpi duri e densi, ma fluidi, non si vede la ragione, perchè in passando vicino al Sole, non dovessero dissiparsi. Che siano infine Corpi celesti, e nati col Mondo, e regolari ne' loro moti, come i Pianeti, ciò chiaramente dedursi, se si confrontano i moti delle Comete, che in diversi tempi comparvero. Ciò certamente fu uno de' primi a giudicarlo il celeberrimo Cassini confrontando la Cometa, ch'egli osservò nell'anno 1680 con quella, che osservò Ticona nel 1577, tra le quali vide una così grande convenienza, onde non dubitò quel sapientissimo Uomo adì 28 Dicembre, cioè a dire 6 giorni dopo, che aveva considerata la sua Coda, e un giorno dopo che aveva osservato il suo capo, presagire in un pubblico scritto consacrato a Luigi XIV, che tale Cometa farebbesi per tutto quell'Inverno veduta, come avvenne. La Cometa di Ticone si vide dall'anno 1577 adì 12 Novembre fino all'anno 1578 adì 26 di Gennajo, e quando comparve la Cometa Cassiniana nel 1680, collo stesso moto videsi avanzare, che quella di Ticone adì 8 Gennajo; imperocchè allora per ciascun giorno e l'una e l'altra percorreva 4 gradi, e 27 minuti. Se si consultano l'effemeridi di amendue, appena trovasi differenza nelle lor orbite, e nella velocità de' loro moti; l'orbite di amendue tagliarono l'ecclitica nel grado 21 del Sagittario, e furono inclinate all'equatore con un angolo di 33 gradi. Che se si considerano l'orbite delle altre Comete, non si scorge in esse quella irregolarità, che per altro dovrebbe scorgersi, se fossero produzioni fortuite per l'etere puro diversamente agitate. Così la Cometa, che apparve nel 1665 andò per lo stesso sentiero, che quelle del 1680, così quelle del 1672, e 1677 in maniera che confrontando il dottrissimo Cassini le loro orbite, giudicò potersi stabilire un Zodiaco per le Comete, come si vede ne' Pianeti, il quale in questi due versi egli comprese;

Antinous, Pegasusque, Andromeda, Taurus, Orion,
Procyon, atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus.

E come ciascun Pianeta a noi visibile gira per un' Elissi, nel cui umbilico sta il Sole, così affermano gli stessi Autori, essere massimamente probabile, che per simili curve girino ancor le Comete, con questa differenza, che ne' pianeti l'elissi non molto sono diverse dal circolo, ma non così l'Elissi delle Comete, le quali hanno una enorme eccentricità, onde nasce, che molte di esse per lungo tratto di tempo sieno invisibili, e se non per poco, cioè a dire quando sono nell'arco basso dell'orbita, si faccian vedere. Tale per esempio è l'orbita ABCD [1], nel di cui umbilico sta il Sole, per cui si move la Cometa L, la quale per tutto il tempo, in cui si ritrova vicina all'Afelia D, è a noi invisibile, ed incomincia a vedersi solo quando è vicina allo Perielio B.

Tali orbite sono diversamente inclinate, e varie, nè possono determinarsi se non colle osservazioni di molti secoli. Allora quando è visibile la Cometa, dovranno le sue apparenze esser simili a quelle de' Pianeti, e dovrà per esempio appair ch'ella descriva circoli paralleli all'equatore nello spazio di 24 ore equabilmente, intanto che si move con moto proprio per la sua orbita. S'ella si move da occidente in oriente, e la Terra è di mezzo tra la Cometa, e il Sole, se la Terra andrà più veloce, comparirà la Cometa *retrograda*, ma se la Terra andrà più tarda, comparirà la Cometa avanzarsi *direttamente*, ma con minore velocità. Ma se il Sole è tra la Terra, e la Cometa, comparirà la Cometa moversi direttamente, ma con maggiore velocità di quello, che si mova. Per lo contrario quando ella si move da oriente in occidente, comparirà più veloce di quello, che è di fatto, quando la Terra è di mezzo tra essa e il Sole; ma meno veloce, quando il Sole è in mezzo.

Così secondo le varie inclinazioni delle lor orbite, variann ancora le latitudini loro Geocentriche, ed Heliocentriche. E la Legge Kepleriana, che osservasi ne' Pianeti, osservasi ancora nelle Comete, cioè a dire, che le Aree dal raggio conduttore SL descritte sono sempre come i tempi delle loro rivoluzioni; onde segue, che quanto più sono lontane dal Sole, tanto più vanno tardi, e quanto più si avvicinano; tanto più vanno veloci.

Egli è vero, che il Keplero, e molti altri gravi Filosofi dopo di esso hanno sempre considerate le Tragettorie delle Comete, come tante linee rette, col quale principio hanno ottimamente calcolato i luoghi delle Comete convenienti alle osservazioni. Ma niente vieta, che ciò si faccia, quando anche la Cometa descriva una Sezione Conica, quando si osservi nel tempo, in cui descrive ella quella porzione di curva, che sensibilmente non apparisce diversa da

[1] *Fig 2. Tav. 25.*

da una linea retta. Così se sia ABCDE l'elissi, per cui si porta la Cometa A; fino che ella descrive la porzione AB, può sensibilmente dallo spettatore, ch'è in T giudicarsi, ch'ella descriva una retta, dopo di che può darsi, ch'ella si renda invisibile o per lo troppo allontanamento dal Sole, come quando si porta verso D, o per lo troppo avvicinamento, come quando si porta verso C, nel qual tempo s'immerge ne' raggi del Sole. In questo secondo caso incomincia a farsi vedere di nuovo in D; ma perchè intanto nel suo avvicinamento al Sole può darsi, che molto sia stata alterata, per questo può accadere, che si prenda per una nuova Cometa quella, che è la medesima, che si vide prima, ed altro non fa, che cangiar sentiero. Che se si confronta la porzione verticale BCD di tale elissi massimamente eccentrica, non si ritrova sensibilmente variare da una porzione di Parabola, il di cui Foco è in S, secondo cui il Nevvton calcolò esattissimamente la Cometa Cassiniana del 1680 ponendo, ch'ella descrivesse una porzione parabolica intorno il Sole in maniera, che le aree prese dal centro del Sole fossero proporzionali ai tempi. I vestigj del quale avendo seguitato il dottissimo Hallejo, accomodò lo stesso metodo al calcolo Aritmetico costruendo secondo tale principio le Tavole, colle quali vide convenire tutto ciò, che fin a quell'ora si era osservato intorno i luoghi delle Comete.

Convengono tali cose col Sistema del Sig. Cassini, il quale pesa, che le orbite delle Comete siano circoli o che comprendono la Terra, come fu nella Cometa del 1680, o sono fuori della Terra, come fu in quella del 1664, ed altre.

Quanto alle Code non credono i Nevvtoniani doversi prendere la loro origine da altro, che dal capo della Cometa, come fu ancora opinione de' più antichi Filosofi, e dello stesso Aristotele. Mentre la Cometa si avvicina al Sole, gli aliti copiosi, che ne' siti lontani dal Sole stavano intorno la Cometa addensati, si riscaldano, e si rarefanno, e nello stesso tempo si riscalda, e si fa più rara l'aura eterea, entro di cui essi sono, ed allora per le Leggi dell'Idrostatica le Colonne eteree laterali gravitando al centro, cioè al Sole, obbligano l'aura sottile, e con essa i tenui vapori ad ascendere, ed allontanarsi dal centro, i quali vapori poi illuminati dal Sole rappresentano quel vasto tratto di luce, che noi chiamiamo la *Coda della Cometa*, la qual sempre è distesa alle parti opposte del Sole. Che sebbene pare, che per formare i tratti enormi di tali Code si ricerchino vastissime moli di aliti, che deggiono dal Corpo Cometico scaturire, è da osservare però in quanto vasto spazio può una piccola porzione di materia dilatarsi, come sperimen-

Ii ij tiamo

tiamo in un grano di odore, o di altra materia, che si rarefa in vastissimo spazio. Le tenuità di tali Code da questo potersi conoscere se si osserva, che a traverso di quelle, benche assai vaste, si veggono le piu minute, e deboli stelle.

Da tali cose nasce, che allora quando si avvicinano le Comete al Sole crescono le loro Code, e quando si allontanano, si fanno minori, e allora la Coda è nel massimo della grandezza, e della splendidezza, quando è nel Perielio. Per questo talvolta crescono tali code nelle parti superiori, e decrescono nelle inferiori, il che fa che lungi dalla Cometa vedonsi vivaci, e piene, e vicino alla Cometa gracili, e tenui. E perchè tali vapori hanno due moti, l'uno, con'cui dritti ascendono lungi dal centro del Sole, l'altro, con cui dalla Cometa sono portati, per questo le Code non sempre sono dritte, ma qualche poco incurvate, convesse verso dove tende la Cometa, e concave alla parte contraria, il che nasce dalla resistenza dell' Aura eteria. E perchè quanto più è tenue la Coda, tanto maggior è la resistenza, ch'ella patisce, per questo maggior sarà l'incurvatura nella maggior attenuazione, cioè a dire nel Perielio, le quali cose colle osservazioni convengono.

Opinione di Jacopo Bernulli. Cap. V.

TRa i diversi Sistemi delle Comete si rese celebre quello ancora di Jacopo Bernulli, che pubblicò nell'anno 1682, in cui giudica egli non altro essere le Comete, che tanti Satelliti di un Pianeta Primario, che gira intorno del Sole nello spazio di anni 4, e giorni 157 posto in distanza dal Sole 2583 semidiametri dell'orbe magno. Intorno questo primario, che per la distanza non si discerne, girano diversi secondarj a diverse distanze posti, nessuno però de'quali discende fino all'orbita di Saturno, ed allora solo, quando sono nell'arco infimo del suo cerchio, si rendono a noi visibili. Le Code generarsi dalle evaporazioni de' pianeti cagionate dall'ardore del Sole, le quali sublimandosi nell'alte regioni vengono ad attaccarsi a guisa di fuligni nella superficie de'Satelliti, che girano d'intorno a questo non veduto Primario.

APPEN-

APPENDICE

Del Flusso, e Riflusso dell'Oceano.

UNo de' più celebri fenomeni della Natura è il *Flusso, e Riflusso* dell'Oceano. Se si considerano i suoi cangiamenti, si fanno in esso le seguenti osservazioni.

1. Che le sue acque non conservano mai nè la medesima altezza, nè il medesimo movimento; ma variano sempre di sito, ora innalzandosi, ora abbassandosi, ora correndo verso il lido, ora dal lido recedendo.

2. Ciò però non si fa senza una certa regola, e determinata legge. Imperocchè quando s'innalzano, si muovono ancor verso il lido, nel qual tempo si dicono essere nel *Flusso*, o nell'*alta Marea*. E quando si abbassano, recedono dal lido, il che si dice il loro *Riflusso*, o la *bassa Marea*. Ed al Flusso succede sempre il Riflusso; nè l'uno dura più tempo dell'altro.

3. Il tempo, per cui si gonfiano l'acque è di *6* ore, e 12 minuti in circa, dopo di che per altrettanto tempo si abbassano, e così di nuovo passano dall'una all'altra marea.

4. Se si paragonano i moti delle maree co' moti della Luna, si vede mantenersi sempre tra questi e quelli una maravigliosa costante corrispondenza. Imperocchè importando una Marea, come abbiamo detto, *6* ore, e 12 minuti incirca, nello spazio dunque di 24 ore, e quasi 50 minuti si faranno quattro Maree, cioè due alte, e due basse. Ma in tale preciso tempo la Luna compie una rivoluzione da oriente in occidente. E perciò se una volta in un dato luogo si noti la relazione d'una Marea all'altezza della Luna, si potrà sempre nel medesimo luogo determinar l'ordine delle Maree dall'altezza della Luna, e per lo contrario l'altezza della Luna dall'ordine delle Maree. Così per esempio se in un dato luogo si osservi essere il massimo gonfiamento, allora che la Luna è nel meridiano, ritornerà lo stesso massimo gonfiamento, quando ritornerà la Luna nel meridiano, cioè a dire dopo 24 ore, e 50 minuti; e distribuendo tal tempo in quattro parti eguali si conosceranno i punti delle quattro Maree, che in tal tempo dovranno regolarmente succedere, non considerando però l'alterazione, che può essere cagionata da' venti, o da altre cagioni.

5. Ciò, che massimamente è osservabile, è la differenza, che passa

passa tra le Maree riguardo ai Sinodi della Luna. Imperocchè generalmente quelle sono più alte, che si fanno nelle Sizigie, e quelle più basse, che si fanno nei Quarti, e ne' tempi di mezzo variano a proporzione.

6. Ma se si paragonano tra se le Maree dentro di un anno, trovasi essere quelle le massime, che si fanno nelle Sizigie equinoziali, benchè non certamente nel tempo preciso delle Sizigie accadano, ma due, o tre giorni dopo.

7. I punti delle Maree non accadono in ogni sito dell' Oceano alla medesima ora. Imperocchè altrove si fanno più presto, altrove più tardi, e prima ne' luoghi vicini all' Equatore, indi verso i Poli.

8. Tali moti, che si veggono nell' Oceano, si osservano ancora in altri mari; ma non in tutti. Così nel Mediterraneo, e nell' Adriatico, ma non nel Caspio, o nel Baltico. Così parimente in alcuni fiumi, che comunicano coll' Oceano.

Per esplicare questo fenomeno varj varie cose si sono immaginati. E primamente tra gli Antichi Platone pensò, che ciò non altronde nascesse, che dalla copia dell' acque, le quali dal Bataro, ch' egli credeva essere in fondo del mare ora uscivano impetuosamente, ed ora erano assorbite, e ciò alternamente; onde ne seguiva l' innalzamento, e l' abbassamento del mare. Apollonio di Tiano pensò, che ciò derivasse dallo soffiare de' venti sotterranei, i quali da basso in alto spignessero l' acque. Gli Stoici come insegnavano, che il Mondo fosse un grand' Animale, così tali moti d' acque alla di lui *respirazione* attribuite doversi affermavano. Ma Aristotele, o qualunque siasi l' Autore degli otto libri del Cielo, ad un non so qual *Dominio* della Luna ciò ascrive. Altri ad una *librazione* della Terra; altri ad una *fermentazione* interna delle parti saline, e tartaree; che coll' acque marine stanno mescolate; altri in fine ad altri principj, le quali cose non abbiamo in animo di riferire, o confutare singolarmente, contentandoci solo di esporre ciò, che in tale materia fu detto sin ora di più accreditato, e più celebre.

Pensamento del Galilei, e del VVallis intorno la cagione delle Maree. Cap. I.

Giudicò il Galilei nel dialogo del sistema del Mondo, che dà tal effetto la cagione fosse il movimento della Terra secondo il sistema Copernicano. Imperocchè per la complicazione del moto annuo, e del diurno essere molto ineguale il moto delle parti della superficie terrestre, od in conseguenza ancora dei seny, che con-

contengono le acque del mare. Che quando è ineguale la velocità dei seni, in cui si contengono l'acque, è necessario, che l'acque insorgano ora davanti, ora di dietro, ed oscillino più, o meno secondo il maggiore, o minore accrescimento, o decrescimento della velocità. Ciò si conosce in un vaso, in cui si contiene dell'acqua; perchè se, mentre egli era in moto, all'improvviso si ferma, o si ritarda, l'acqua in esso contenuta per lo movimento impresso vedesi insorgere davanti, e talvolta ancora, se i margini non sono troppo alti, spandersi. Ma per lo contrario se, mentre era prima in quiete, all'improvviso si muove, l'acqua in esso contenuta non ancora conceputo il moto sta indietro e verso l'altro margine insorge, e si spande. Lo stesso accader nell'acque del mare, le quali talvolta per un aumento di moto delle parti della Terra, che ogni giorno si rivolge intorno il suo asse, insorgono verso una parte, e talvolta per un ritardamento di moto insorgono verso la parte contraria, ed in una certa maniera oscillano, nel che consiste il loro Flusso, e Riflusso. Il che per esplicare sia ABCD (1) l'Equatore terrestre, il quale intorno il centro E si rivolga per le lettere A, B, C nello spazio di ventiquattr'ore, nel cui tempo intanto il centro E percorra un grado dell'ecclittica AF, ed è facile il vedere, che le parti, le quali sono nella semicirconferenza ABC si muovono più velocemente da A verso F, che quelle che sono nell'altra semicirconferenza CDA; perchè il moto diurno delle prime cospira coll'annuo verso F. Ma per lo contrario il moto diurno delle parti della seconda si oppone al moto annuo, e perciò quanto il moto diurno aggiugne all'annuo in quelle, tanto leva in queste. Dove la direzione è meno obliqua, ivi è maggiore l'accrescimento, o la diminuzione del moto. Per questo maggior è l'accrescimento in B, che in L, ed M, e per lo contrario maggior è la diminuzione in D, che in A, e C. Ed in B è massimo l'accrescimento, in D massima la diminuzione; ed in A, e C mediocre. Ove si conosce essere massima la celerità dell'alveo al punto del mezzogiorno B, minima al punto della mezzanotte D; e mediocre dove nasce il Sole, e tramonta. Le quali cose somministrano motivo di due Flussi nel corso di 24 ore, l'uno sul maggiore acceleramento, e l'altro sul maggiore ritardamento del moto.

Parve al dottissimo VVallis (a), che con tale ragionamento il Galilei si apponesse al vero, benchè con qualche difetto. E il difetto esser questo, Perchè siccome egli dà conto di due Maree,

---

(1) *Fig 3. Tav 25.* (2) *Atti d' Inghilterra n 16 p 263.*

ree, così quelle debbono essere sempre in B, e in D; cioè a mezzogiorno, e a mezzanotte, dovechè l'esperienza ci dimostra, che il tempo delle Maree pospone; e che nello spazio di un mese egli viaggia per tutte le 24 ore, della qual cosa egli non fa menzione alcuna, per rimediare al qual difetto egli ricorre al moto mensuale della Luna in questo modo. Imperocchè essere la Terra, e la Luna due corpi, i quali hanno una sì gran connessione, che il moto dell'una segue quello dell'altra, e potersi perciò considerare per un corpo solo, e piuttosto per un aggregato di corpi, che hanno un comune centro di gravità, il quale centro di gravità, a tenore delle note leggi statiche sta in linea retta connettendo i rispettivi loro centri, talmente che le loro distanze dal centro di gravità sono in ragione reciproca delle gravità dei medesimi corpi.

Ora supponendo la Terra, e la Luna stare unitamente quasi come un corpo solo aggirato intorno al Sole nell'orbe magno del moto annuo; questo moto dee calcolarsi (a tenore delle leggi statiche in altri casi) per via del moto del comune centro di gravità di ambi li corpi. Conciossiachè in cose statiche si suole supporre che un corpo, o un aggregato di corpi si muova all'insù, all'ingiù, o altrimente in quella guisa che il comune centro suo di gravità in quel tal modo è mosso, comunque fra loro si mutino le parti. E conforme a ciò la linea dell'annuo moto verrà descritta non per via del centro della Terra, ma per via del comun centro di gravità della Terra, e della Luna, comechè un solo aggregato.

Supponendosi dunque ABCDE [1] per una parte dell'orbe magno del moto annuo descritta dal comun centro di gravita, per tutto quello spazio di tempo, che ci vuole dal Plenilunio in A al Novilunio in E, il centro della Terra in T, e quello della Luna in L si debbono supporre amendue (supposto altresì, che il comune loro centro di gravità cammini sulla linea AE) che descrivano una periferia intorno al centro comune in quella maniera, che la Luna descrive la sua linea di moto mensuale, ed in somigliante guisa EFGHI dal Novilunio in E all'altro Plenilunio in I.

Da A ad E (dal Plenilunio al Novilunio) T si muove nel proprio suo epiciclo all'insù dal Sole. Ma da E ad I si muove all'ingiù verso il Sole. Altresì da C à G (dall'ultimo quarto al primo quarto seguente) si muove all'innanzi a tenore del moto annuo; ma da G a C (dal primo quarto al segoente ultimo quarto) si muove all'opposto del moto annuo.

Egli

[1] *Fig. 4. T. 25.*

Egli è dunque chiaro, a tenore di questa ipotesi, che dall' ultimo quarto al primo quarto (da C a G, mentre T è al di sopra della linea dell' annuo moto) il mensuale suo moto entro l' epiciclo suo alcuno acceleramento all' annuale suo moto ne aggiugne, e vie più che altrove in E, alla Luna nuova. E dal primo all' ultimo quarto (da G all' innanzi a C, mentre T è sotto alla linea dell' annuo moto) ne scema molto dell' annuo moto, e più che altrove in I, ovvero in A al Plenilunio. Talchè in sequela della noziona del Galilei, il mensuale moto comechè aggiugna, o levi al moto annuo, dovrebbero restarsi indietro, o essere scaligate all' innanzi le sciolte incumbenti acque, che sono sopra la Terra, e per tal mezzo cagionare una marea (o sia accumulazione di acque) e più che in altro tempo al Plenilunio, e Novilunio, dove appunto quelle accelerazioni, o ritardamenti sono maggiori.

Ora questo mensuale moto, quando ancora non fosse aggiunto nulla al moto annuo, ci somministrerebbe due maree per mese, e niente più (l' una sull' accelerazione, e l' altra sul ritardamento) per lo Novilunio, e per lo Plenilunio, e due Riflussi a due quarti, e negl' intervalli Flusso, e Riflusso. Ma il diurno moto aggiuntovi fa lo stesso effetto a questo mensuale, che suppone il Galilei che facia all' annuo; cioè aggiugne, o leva al mensuale acceleramento, o ritardamento; e così ci viene a dare una marea dopo l' altra.

Poichè in qualunque parte del suo epiciclo, che noi supponiamo che T [1] sia, tuttavia perchè frattanto che per mezzo del mensuale suo moto il centro si muove nel cerchio LTN, ogni punto della sua superficie per mezzo del diurno suo moto si muove nel cerchio L*M*n. Qualunque effetto accelerativo, o ritardativo, che il mensuale moto fosse per dare, quell' effetto per mezzo del moto diurno verebbe accresciuto nelle parti LMN, [o piuttosto *lMn* il semicircolo] e più che altrove in M, ma verrebbe diminuito nelle parti NOL, o piuttosto *nOl*, e più che altrove in O. Talche in M, e in O [cioè quando la Luna si trova nella meridiana al di sotto, o al di sopra dell' orizzonte] noi dobbiamo avere la quotidiana marea, o sia acqua alta, dal maggiore acceleramento, o ritardamento cagionata, la qual cosa il semicircolo diurno dà a quello d' ogni mese, e pare che ciò sia la vera causa delle quotidiane maree, e insiememente rende ragione non solo perch' ella abbia da accadere ogni giorno, ma ancora perchè in un tal qual tempo del giorno, e perchè questo tempo nel cor-

[1] *Fig.* 5. *Tav.* 25.

so di un mese abbia da alternare per entro tutte le 24 ore, cioè perchè arrivando la Luna entro la meridiana di sopra, e di sotto all' orizzonte (ovvero come dicono li marinari andando la Luna ad austro, e a settentrione) viene a far questo effetto, ed ancora quello delle maree sorgenti, e sceme. Conciosiachè quando succede, che sieno coincidenti i mensuali, e diurni acceleramenti, o ritardamenti (come segue ne' Novilunj, e Plenilunj) l' effetto ne dee necessariamente essere maggiore. E con tutto che (la qual cosa non dee dissimularsi) questo non avvenga se non a una delle maree, cioè a quella, che succede di notte al novilunio (quando ambi li moti vie più si accelerano) e a quella che succede di giorno al Plenilunio, (quando ambi ritardano più l'annuo moto), nientedimeno essendo questa marea in cotal guisa alzata da due cause, che vi concorrono, contuttochè la marea, che ne viene dopo, non abbia altresì la medesima causa, l' impeto contratto verrà ad influire sopra la marea susseguente per la medesima ragione, che un pendolo lasciato cadere da un semicircolo più alto (benchè non vi sia nuova cagione alcuna di farlo) farà la vibrazione dall' altra banda (passato il perpendicolo) parimente maggiore, o pure parlandosi di acqua in un gran vaso, s' ella verrà talmente scossa da essere spinta all' innanzi a una buona altezza al di sopra del suo livello, nel ritornarsene indietro per mezzo della sua propria gravità (senza veruna causa aggiunta) si verrà a sollevare altrettanto più dalla parte di dietro.

E qui doversi parimente osservare, che quantunque tutte le parti della Terra per mezzo del diurno suo moto s' aggirino intorno al suo asse, e descrivano de' cerchi paralleli, non sono tuttavia cerchi eguali; ma maggiori vicino alla linea equinoziale, a minori vicino ai poli, la qual cosa può esser la causa, perchè le maree in alcuni luoghi sieno maggiori che in altri. Ma ciò appartiene alle particolari considerazioni, e non alla Ipotesi generale.

Benchè non possa negarsi, che tale ragionamento non sia didotto con una somma industria, esaminato però con attenzione trovasi essere soggetto a gravissime ed insuperabili difficoltà. La prima delle quali è, che l' acqua contenuta in un vaso allora insorge verso i margini all' innanzi, o all' indietro, quando si ritarda, o si accelera il vaso tutto in un momento. Ma non così quando ad una quantità finita si ascende per mezzo di tutti i gradi intermedj, cioè a dire a poco a poco. Ma gli acceleramenti, o ritardamenti nelle parti della superficie terrestre si fanno sempre per tutti i gradi intermedj; e perciò nessuno scuotimento deesi caſi cagionare alle acque incumbenti; cioè a dire non deeſi fare alcun Fluſſo, o Riflusſo. Per ſecondo, ſe per tale cauſa accadeſſero le Maree, ſi ſarebbero i Fluſſi ad un lido, ed i Rifluſſi all' altro, in quella maniera che un pendolo oſcillando aſcende verſo una parte, e diſcende verſo dell' altra. E pure nel gonfiamento veggiamo portarſi l' acque non ſolo a diverſi lidi; ma ancora a lidi oppoſti. Terzo tutte l' acque in tal modo avrebbero le Maree, il che ripugna parimente alla ſperienza.

Opinion del Carteſio. Cap. II.

IL Carteſio [1] oſſervando la maraviglioſa corriſpondenza, che paſſa tra i moti dell' Oceano, e i moti della Luna non dubita, che di tale Fenomeno ſia cagione la Luna, non certamente per un ſuo *Dominio* ſul Mare, ó per un *Influſſo*, come coll' Autore dei libri del Cielo penſa un gran numero de' Filoſofi; ma colla *Preſſione*, ch' ella cagiona ſull' acque a lei ſottopoſte, la qual coſa eſſendo una neceſſaria conſeguenza del celebre ſuo ſiſtema mondano, tanto più lo conferma, e lo ſtabiliſce.

1. Imperocchè eſſendo la Luna portata in giro intorno la Terra dal Vortice etereo, dentro di cui ſta nuotando, non può dovunque paſſa non rendere più anguſto l'alveo colla vaſta ſua mole; ond'è neceſſario, che il Fluido celeſte, che tra eſſa, e la Terra ſcorre ſia preſto, e nello ſteſſo tempo prema, e faccia forza alla Terra. Che perciò ſe per maggiore facilità ſi concepiſce il globo Terracqueo tutto coperto di acque, è facile l'intendere, come eſſendo queſte là, dove la Luna loro ſovraſta, dalla Materia celeſte premute, è neceſſario ancora, che fuori dei limiti della preſſione inſorgano da ogni parte, e ſi gonfino, in quella maniera che veggiamo farſi in un vaſo d' acqua, che s'è premura al mezzo, inſorge da tutte le parti ai lati, e diſcende poi per lo proprio peſo, quando ſi levi la cagione, che la comprima, e l' innalzi. Dalle quali coſe naſcono i Fluſſi, e Rifluſſi del Mare. Concioſiachè ſia T [2] il centro della Terra, intorno di cui ella ſi rivolga nello ſpazio di ventiquatt'ore pe' numeri 1, 2, 3, 4; e ſia L la Luna che giri intorno la Terra nel vortice ellittico ABCD per le lettere A, B, C, D. Eſſendo la Luna in A, la Materia celeſte, che pria fluiva per la latitudine 1 L, eſſendo obbligata a fluire per la latitudine 1 A, ſcorrerà con maggior empito, come l' acqua d' un fiume, allora che da un ampio ſeno ſi riſtrigne entro un ſeno più anguſto, il che non può farſi ſe non ven-

[1] *Princip. n. 49.* [2] *Fig. 0. Tav. 25.*

vengano premute in 1 le acque direttamente sottoposte al Corpo Lunare, e non sieno per conseguenza obbligate ad elevarsi, e gonfiarsi da tutti i lati fuori dei limiti della pressione; onde si forma il *Flusso*. Ma essendo il punto 1 nello spazio di 6 ore per lo rivolgimento diurno della Terra portato nel luogo 2, cui non sovrasta la Luna, e dove perciò l'acque non sono soverchiamente premute, allora è necessario, che le medesime, che per la pressione s' erano alzate, per lo proprio peso discendano, e ritornino al luogo, ond' erano state levate, ed in tal modo si formi il *Riflusso*. Dopo altre sei ore il medesimo punto 1 sarà in 3, dove accaderà un secondo *Flusso*. Imperocchè non può la Materia celeste, che dentro lo spazio A 1 scorre, premere la Terra in in 1, se questa posta già in equilibrio al centro del vortice non sia qualche poco dal suo luogo turbata, e verso C mossa, il che non può farsi se la latitudine 3 C non sia resa più angusta, ed in conseguenza non sia premuto al punto 3; nel qual modo nasce un secondo *Flusso*. Dalle quali cose si conosce (ciò che in tale materia fu a tutti gli altri difficilissimo di spiegare) come stando la Luna sul Meridiano possa nello stesso tempo formarsi il Flusso del Mare e sopra l' orizzonte, e di sotto nelle parti diametralmente opposte. Finalmente essendo arrivato il punto 1 in 4, l' acqua di nuovo al suo luogo ritorna, e nasce un secondo *Riflusso*, come accade in 2. Ed in tal modo in una rivoluzione diurna, cioè a dire in 24 ore si hanno due maree alte, e due basse. Ove però è da osservare, che come ogni sei ore la Luna avanza da occidente in oriente presso che la centoduodecima parte della sua orbita, così non precisamente di sei ore in sei ore si deggiono succedere le maree, ma alquanto tempo dopo, come si conferma colla sperienza, per cui si conosce, che si succedono, come abbiamo detto, ogni sei ore, e 12 minuti in circa.

2. Che se si considera essere la Luna nel diametro minor del vortice ellittico allora quando sono le sue sizigie, e nel diametro maggiore quando sono le sue quadrature, è facile l' intendere, perchè nelle sizigie sieno maggiori le maree di quello che nelle quadrature. Imperocchè il diametro Lunare ha maggior ragione al diametro AC, che al diametro BD, e perciò cagiona più alterazione di moto, quando è nella latitudine AC, che quando è in BD, in quella guisa che un medesimo corpo accresca maggiormente la velocità dell' acque allora quando si frappone in mezzo di un alveo più angusto, che in uno più largo.

3. In fine perchè la Luna nelle sizigie equinoziali passa per gli segni dell'

dell' Ariete, e della Libra, ed in conseguenza sovrasta allora più direttamente all' Oceano, che in qualunque altro tempo, l' effetto della pressione sull' acque sottoposte è allora più forte, il che cagiona le grandi elevazioni, che intorno a tali tempi veggiamo costantemente accadere.

Opinione del Nevvton. Cap. III.

IL principio, da cui il Nevvton deriva il Flusso, e il Riflusso del mare è la *Forza attrattiva* della Luna, e nello stesso tempo del Sole.

1. Imperocchè primamente se la Terra fosse da se sola, nè dalle azioni della Luna, o del Sole fosse agitata, tutte le sue parti in figura sferica distribuite tenderebbono al centro di essa egualmente, e le acque dei mari, che si contengono negli alvei della sua superficie, non farebbero alcun moto, ma starebbono in un perpetuo stagnamento. Ma essendo la Terra dentro la *sfera attrattiva* del Sole, e della Luna, l' equilibrio delle sue parti cagionato dalla loro gravitazione verso il centro della Terra non può non essere alterato, e turbato dall' azione di tali corpi, la qual azione sebbene per la molta loro distanza è molto tenue per vincere la gravità de' corpi terrestri, e superare la loro coesione, può tuttavia rendersi sensibile sull' Oceano, come corpo fluido, e che facilmente cede ad ogni minima forza. Per tale azione se noi supponiamo, che uno di tali corpi sia perpendicolare o al di sopra, o al di sotto dell' orizzonte, o sia in Zenit, o in Nadir, troveremo, che l' acque dell' Oceano direttamente ad esso sottoposte debbono alzarsi, e rigonfiarsi tanto al di sopra quanto al di sotto dell' orizzonte, il qual alzamento per la rivoluzione della Terra intorno il suo asse dee successivamente cangiarsi, ed in tal modo cagionar due flussi, e due riflussi nel tempo in circa di 25 ore, come sperimentiamo. Conciosiachè sia L [1] la Luna, T la Terra, il di cui centro C, Z il Zenit, ed N il Nadir. E se per maggiore facilità si supponga, che sia tutta di profonde acque coperta, è cosa evidente per gli principj del Nevvton, che l' acqua in Z essendo più vicina alla Luna, che non è il centro C, sarà ancora più attratta, che non è il medesimo centro, ed in conseguenza sarà allontanata dal medesimo centro, cioè a dire sarà elevata verso la Luna. Ma nel medesimo tempo sarà il centro C più attratto, che non è l' acqua in N, il che cagionerà un allontanamento del medesimo centro dall' acqua N, o ciò ch' è lo stesso un distaccamento dell' acqua N dal centro C. Poste le

[1] *Fig.* 7. *Tav.* 25.

le quali cose egli è facile il conoscere, che il mare, il quale per altro a cagione della sua gravità verso C sarebbe contenuto dentro i limiti di una esatta sfera, è obbligato dall'azione attrattiva della Luna a cangiarsi in una *sferoide*, ovve *ovale*, qual è zTn, il cui più lungo diametro passa per dove la Luna è verticale, ed il più corto per dove spunta sull'orizzonte, la qual ovale cangia sempre di luogo seguitando sempre la Luna, onde seguono i due flussi, e riflussi, che osserviamo nel tempo in circa di 25 ore.

Le quali cose deggiono ancora applicarsi al Sole S, ed intendersi, che anche per l'azione del Sole dee la figura del mare alterarsi, e due volte al giorno ascendere, e due discendere, benchè con minor effetto. Imperocchè sebbene il Sole è più grande di tutti i Pianeti primarj presi insieme, ed è molti milioni di volte maggior della Luna, decrescendo però le forze attrattive come i quadrati delle distanze, se si riduce a calcolo la sua forza, si ritrova non essere tanto maggiore della Lunare a riguardo della grandezza, quanto minore [1] a riguardo della distanza. Nasce da ciò, che il Sole altera gli effetti della forza Lunare ora aumentandoli, ed ora scemandoli, secondo che le forze dell'uno cospirano, o sono contrarie alle forze dell'altro.

Ciò però dee notarsi, che le massime altezze delle maree nei mari profondi, e liberi non accadono allora precisamente quando la Luna è sul Meridiano, ma alcune ore dopo, come si osserva nel Mare Atlantico, e per tutto il tratto orientale del Mar Etiopico, che è tra la Francia e il Promontorio di Buona-speranza, e su' lidi del Chyli, e del Perù. Di cui la ragion è, che quando la Luna è sul Meridiano, egli è vero, che per lo dato luogo la forza Lunare attrattiva è massima; ma non è giunto ancora al massimo il suo effetto. Imperocchè sebbene dopo che è passata per lo Meridiano si attira dietro l'acque con minor forza, i gradi però del movimento, che ella v'imprime, congiunti a quelli, che già vi aveva impresso, e che per qualche tempo durano sino che qualche causa li tolga, fanno una maggior somma, che quei soli, che hanno le acque allora che la Luna è sul meridiano. Nasce perciò, che si move il Mare con maggior empito, e corrono l'acque ai lidi con maggiore velocità dopo che la Luna passò il Meridiano, che quando precisamente in esso si ritrova, il che accade dopo la terza ora in circa. Così se una forza, che di grado in grado cresce,

[1] *La forza Solare il VVislon (Prel. Fis. 37.) non arriva alla sesta parte della forza Lunare, e come il Sole può elevar l'Oceano a 2 piedi, così la Luna a 12, ed ambo insieme a 14, il che conviene alle osservazioni.*

cresce, e poi decresce, imprime il moto ad un pendolo, non è massima l'oscillazione del pendolo allora che la forza è giunta al massimo, ma alquanto tempo dopo.

Il che osserviamo ancora nel calor dell'estate, e nel freddo dell'inverno, perchè non negli stessi solstizj estivi, o invernali accade il massimo caldo, o il massimo freddo, ma molti giorni dopo, e così nel calore de' giorni estivi, che non è il massimo allor che il Sole è sul meriggio, ma due, o tre ore dopo.

2. Nella Sizigie la forza attrattiva del Sole cospira colla forza attrattiva della Luna; imperocchè agiscono amendue per la medesima linea. Ma nelle quadrature le forze sono contrarie; perchè l'acque, che dal Sole sono innalzate, dalla Luna sono depresse, e quando dalla Luna sonò innalzate, allora vengono depresse dal Sole. Nasce perciò ch'essendo il resto pari, nelle sizigie sono massime le intumescenze, e minime nelle quadrature, come veggiamo accadere nelle mensuali reciprocazioni. E mentre la Luna passa da una sizigia ad una quadratura, l'elevazioni sempre si diminuiscono; ma per lo contrario si accrescono, quando ella passa da una quadratura ad una sizigia.

3. Quanto più grandi sono i cerchi, che i punti terrestri percorrono sotto i due Luminari, tanto più grande è la forza centrifuga dell'acque, che stanno loro sottoposte, e successivamente vengono attratte. Nasce per questo, che quanto più sono quelli all'equatore vicini, tanto più agiteranno l'acque, e la massima loro agitazione (essendo il resto pari) sarà quando i Luminari sono all'equatore, la minima quando sono ai tropici. Perciò di tutte le sizigie, che accadono dentro di un anno, l'equinoziali daranno le massime maree, ma le tropiche daranno le minime. Lo stesso accaderà nelle quadrature, e generalmente di tutti i *simili aspetti* quelli cagioneranno le più forti maree, che si faranno nelle minori distanze dei Luminari dall'equatore.

4. E perchè varia la forza attrattiva dei Luminari secondo le varie loro distanze dal centro della Terra, dovranno ancora essere varj i loro effetti, cioè a dire l'elevazioni dell'acque secondo la loro varia distanza.

Per questo essendo il Sole in tempo d'inverno più vicino alla terra, che in tempo di estare, accrescerà (essendo il resto pari) le intumescenze. E le massime intumescenze, che per la cospirazion delle forze dovrebbono accadere, come abbiamo detto, nelle Sizigie equinoziali, saranno alterate, e quella dell'equinozio di primavera si differirà qualche giorno, e per lo contrario si anticiperà

ciperà quella dell' equinozio di autunno, il che nasce dalla Perigeosi del Sole, che si fa nell'inverno. Nasce per lo medesimo, che le intumescenze che si fanno nelle quadrature d'inverno sono minori di quelle, che si fanno nelle quadrature d'estate. Imperocchè essendo nelle quadrature la forza attrattiva del Sole contraria alla forza attrattiva della Luna; quanto più grande è la forza del Sole tanto più sarà scemata l'azion della Luna, ed in conseguenza diminuita l'elevazione delle acque. E considerando le reciprocazioni dentro di un mese, la Perigeosi della Luna cagionerà maggiori intumescenze; e perciò se è massimo il flusso allor che la Luna è in una sizigia, sarà ancora più grande se nella sizigia trovasi perigea, e molto più se colla perigeosi della Luna si unisce quella del Sole; Ove però è da osservare, che due massime maree in due continue sizigie immediatamente accader non possono. Imperocchè se in una sizigia la Luna è perigea, è necessario, che nell'altra, che si fa dopo quindici giorni in circa, ella sia apogea, ed in conseguenza di minor forza.

5. Tali cose sono dette per le Maree di un medesimo luogo. Ma se si considerano più luoghi, e si paragonano tra se, egli è da osservare, che diverse mutazioni deggiono accadere secondo le diverse loro latitudini. Imperocchè sia, come espone l'Hallejo [1], ApEP [2] la Terra da profondissime acque ricoperta, C il suo centro, Pp li suoi poli, AE l'equatore, Ff un parallelo all'equatore, Dd un altro parallelo in eguale distanza dall'altra banda, H, h li due punti, dove la Luna è verticale, e sia Kk il gran cerchio, in cui la Luna apparisce orizzontale. Ed è cosa chiara, che una sferoide descritta sopra Hh, ed Kk rappresenterà presso poco la figura del mare, e Cf, CF, Cd, CD saranno le altezze del mare ne' luoghi f, F, d, D, in tutti quali la Marea è al colmo, e vedendosi, che nel tempo di 12 ore per mezzo del diurno avvolgimento della terra, il punto f si trasferisce ad F, e d a D, sarà Cf l'altezza del mare sul colmo dell'acqua allor che la Luna è presente, e CF quella dell'altra colmezza, allor che la Luna è di sotto la Terra, la qual nel caso di questa figura è minor dell'antecedente Cf. Ma nell'opposto parallelo Dd tutto il contrario avviene.

6. Dalle quali cose seguita, che l'alzamento dell'acqua è sempre mai alternativamente maggiore, e minore in ogni luogo, qualora è prodotto dal sensibile declinar della Luna dall'equatore; conciosiachè quella è la maggior delle due acque colme in ciascun diurno avvolgimento della Luna, che succede quando ella si accosta più al

(1) *Atti d' Inghilterra num. 226.* (2) *Fig. 7. Tav. 25.*

al Zenit, o al Nadir del luogo. D'onde nasce, che essendo la Luna ne' segni settentrionali, nelle nostre regioni produce le più alte maree quando ella è al di sopra della Terra, ed essendo ne' segni australi, quando è al di sotto, l' effetto essendo sempre maggiore, dova la Luna è più rimota dall'orizzonte, siasi al di sopra, o al di sotto d'esso. E questo alternativo accrescimento, o diminuzione delle maree è stato osservato che si riscontra sulla costa dell' Inghilterra a Bristol dal Capitano Sturmis, e a Plimouth dal Colepress.

E tale è la sentenza del Sign. Nevvton, la quale fu indicata però prima di lui dal Keplero nel Commentario di Marte. *Si Terra cessaret attrahere ad se aquas suas, aquæ marinæ omnes elevarentur, & in corpus Lunæ influerent. Orbis virtutis tractoriæ, quæ est in Luna, porrigitur, usque ad Terras, & prolectat aquas sub zonam torridam &c.* Se la Terra cessasse di attrarre a se le sue acque, tutte le acque del mare si eleverebbono, e scorrerebbono verso il Corpo Lunare. La sfera dell'attrazione, che è nella Luna si stende sino alla Terra, e trae seco l'acque sotto la zona torrida ec.

Delle variazioni delle Maree ne' luoghi particolari, Capitolo IV.

BEnchè le Leggi delle Maree ne' luoghi particolari non poco si allontanino dalla Legge universal dell'Oceano, la quale abbiamo finora descritto, convengono però i Fisici non doversi dubitare, che tutte le Maree particolari non altronde abbiano l'origine che da quella dell'Oceano, e la cagione delle molte alterazioni, che si veggono, essere i siti, e la costituzione dei lidi particolari, la capacità dei seni, l'angustia maggiore, o minore delle Bocche, per le quali entrano l'acque, e simili circostanze.

1. E primamente sebbene per l'azione de' Luminari pare, che da ogni parte egualmente deggiano elevarsi l'acque, e correre al lido allora quando la Luna sta sul Meridiano, egli è però da considerare, che sarà sempre maggiore il corso dell'acque, e l'intumescenza dall'oriente all'occaso, che verso altre bande, parta perchè l'acque deggiono seguire il moto dei loro Attraenti, che per la rivoluzione diurna va dall'oriente all'occaso, e parte par lo perpetuo Est, che soffia dentro i Tropici, e cospira col moto orientale dell'acque.

2. Ne' luoghi più distanti dall'Equatore le intumescenze deg-

giono essere minori di quello, che ne' più vicini, fino che diventano per la molta distanza affatto insensibili, come nell'Oceano Settentrionale osserviamo oltre la Scozia, Norvegia, e Groetlandia.

3. E perchè l'intumescenza di tutte l'acque non si fa tutta in un tempo, ma successivamente, trasportandosi il moto da quelle che sono più direttamente sottoposte al Corpo lunare a quelle che sono più lontane, perciò è cosa necessaria, che non nella medesima ora siano per tutti i luoghi i punti simili delle Maree, ma prima si facciano sotto la Linea di quello che verso i Tropici, e così ne' luoghi orientali prima che negli occidentali. Così nei lidi del Brasile veggiamo prima farsi il Flusso, che nella Guajana, e nella Castiglia d'oro, perchè il Brasile è più orientale di questi, e nei Regni di Fez prima del Portogallo, e della Galicia, perchè sono più vicini all'Equatore.

4. Tal ordine però viene in molti luoghi alterato per gli promontorj, o penisole, o secche di mare, che si oppongono al moto dell'acque, e le obbligano a torcere sentiero. Per tal ragione nello Stretto di Gibilterra si fanno le intumescenze più tardi che nell'Algarve sebbene è in minor latitudine, e così nei lidi della Galicia, si fanno prima che in quelli della Guascogna, e della Bertagna, sebbene quelli sono più occidentali di questi. Imperocchè venendo le acque dal Mar Atlantico è necessario, che prima arrivino ai lidi di Spagna che a quelli di Francia. Nasce per la stessa ragione, che nei lidi settentrionali della Normandia vi sia differenza di quasi tre ore tra i punti delle maree.

5. Una cagione, che altera il corso, e l'intumescenza dell'acque, sono i Venti. Imperocchè accrescono il loro corso, e la loro intumescenza se spirano a seconda, ma lo ritardano, e ne diminuiscono l'altezza, se spirano in contrario.

6. Un'altra cagione di grande intumescenza è l'incontro di due acque, come si fa allora quando le acque d'un vasto fiume direttamente sboccando s'incontrano coll'acque del mare.

7. Una terza cagione sono le diverse grandezze de' canali, ne' quali l'acqua è ricevuta perchè in un mare, che ha due miglia di fondo, può, come nota l'Hallejo [1], una data quantità di acqua sollevar la superficie 10, o 12 piedi; ma in un canal fondo 40 piedi si richiederebbe una assai maggior corrente per effettuarlo. Trovasi perciò, che le Maree hanno maggior forza in quei luoghi, dove più si strigne il mare, perchè si accresce la velocità nell'acque allora quando scorrono per più angusti canali. Il che fassi evidente negli stretti tra Portland, e Capo la Hogue,

[1] *L. c.*

Hogue, dove la *Marea* corre, come se uscisse da una caterratta, e sarebbe più impetuosa tra Dover, e Calajs, se la Marea, che gira intorno l'isola dell'Inghilterra, e viene da Settentrione non la rintuzzasse.

8. Il Mar Caspio non ha marea, perchè non comunica coll'Oceano. Il mar Nero, e il Baltico appena ne hanno, perchè hanno poca comunicazion coll' Oceano. Per la stessa ragione il Mediterraneo ha poca mutazione; perchè essendo assai lontano dalla linea, la poc'acqua che per lo stretto di Gibilterra entra in *6* ore, e 12 minuti, può appena elevarlo 3 pollici. Ma non così l' Adriatico, parte per la strettezza del suo seno, parte perchè s'ingolfano in esso l'acque per l'opposizione dell'isole dell'Arcipelago, e dei lidi dell'Affrica, che le sostentano, il che fa montare l'altezza delle maree a quasi tre piedi.

9. Nel mar libero sono eguali i tempi del flusso e del riflusso, e vanno l'acque colla legge dei pendoli, i quali egual tempo consumano in ascendere, e discendere. Ma non così nei fiumi, dove il flusso per l'ordinario è minor del riflusso, come per esempio nella Garonna, in cui, come nota il Bajle [1], ascendono l'acque per 5 ore, e discendono per 7. Del che la cagione è il perpetuo corso dell'acque del fiume, che vanno al mare, le quali in tempo di flusso impediscono continuamente il corso dell'acque salse, e le sospendono in equilibrio più presto di quello che si sarebbe per la sola Marea, e per lo contrario in tempo di riflusso continuamente discendono, nè cessano di discendere fino che dal moto opposto del mare non sieno impedite, il che prolunga il tempo della rifluenza.

10. Una delle maree più strane è quella, che si osserva nel porto di Tunkino in latitudine boreale di 20°, e 50'. Ivi l'acque allora che la Luna passa per l'Equator, non fanno moto; ma allora ch'ella verso i segni boreali declina, incominciano a fluire e refluire non due volte al giorno, come negli altri porti, ma una volta sola, e il massimo flusso cade nel tramontar della Luna, e il reflusso massimo nel nascere. Secondo che cresce la declinazion della Luna crescono ancora le intumescenze fino al giorno settimo in circa, dopo di che per altri sette giorni decrescono finochè essendo la Luna sull'Equatore cessano. Dopo di che si cangia l'ordine, imperocchè quei flussi, che nell'antecedente ordine erano i minori, divengono allora i maggiori, e quel tempo ch'era prima della marea alta, diviene allora quel della bassa, e così per lo contrario. La causa delle quali strava-

[1] *Fisic. P. 1 L. 3*

ganze ingegnosamente deduce il Sig. Nevvton non altra essere, che la concorrenza di due Maree l'una propagata in sei ore dall'Oceano Chinese tra il Continente e l'Isola Laconia, e l'altra dal Mare Indiano propagata in dodeci ore tra il Continente e l'Isola di Borneo lungo le coste di Malava, e Camboja. L'una di queste Maree essendo nelle regioni boreali, è maggiore, quando [come abbiamo notato nel n. 6. del Capo 3.] la Luna è di qua dell'Equatore, e nello stesso tempo sopra dell'Orizzonte, ed è minore quando la Luna è di sotto. L'altra essendo nelle regioni australi è maggiore, quando la Luna è di là dell'Equatore, e nello stesso tempo sopra dell'Orizzonte, ed è minore, quando ella è di sotto. In tal modo nel porto di Tunkino accadono ogni giorno due Maree maggiori e due minori l'una dopo l'altra, e l'alta Marea succede sempre a mezzo dei tempi dell'arrivo dei due Flussi maggiori, e la Marea bassa in mezzo l'arrivo dei due Flussi minori. Quando la Luna è all'Equatore essendo eguali i Flussi e i Reflussi, cioè a dire tanto crescendo l'acque per lo Flusso d'un Mare, quanto decrescono per lo riflusso dell'altro, cessa la Marea, e si fa lo stagnamento dell'acque. Ma quando la Luna va di là dell'Equatore, s'inverte l'ordine dei tempi, e quel tempo ch'era prima dell'alta Marea, diviene quel della bassa, e per lo contrario, essendo la Luna in positura contraria, come si conosce (1) nel medesimo Capo terzo.

Il Fine del Nono, ed Ultimo Libro.

DIS-

(1) *Vedete l'Halleyo Atti d'Inghilterra p. 685.*

DISSERTAZIONE

SOPRA

LE LEGGI DEL MOTO.

LEGGI DEL MOTO

DIRETTO

DISSERTAZIONE

DEFINIZIONI.

I. CORPO *perfettamente molle* dicesi quello, che quando è stato compresso, resta esattamente nella sua compressione senza alcuna energia, ovvero efficacia di restituirsi, come prossimamente la creta, o il fero.

II. Corpo perfettamente *elastico* è quello, che dopo di essere stato da qualche forza compresso si restituisce alla sua primiera figura, come prossimamente una sfera d' avorio, o d' acciajo.

III. La quantità del moto è il prodotto d' una massa che si move nella sua velocità, onde se la massa si dica M, e la velocità U, la quantità del moto sarà MU. E perciò data la quantità del moto MU, se si divida per la massa M, si avrà la velocità U, e dividendola per la velocità U, si avrà la massa M.

IV. Velocità *Respettiva*, ovvero *Agente* dicesi quella, che fa l' azione nella percossa. Tale velocità quando i corpi si muovono verso la medesima parte è sempre eguale alla differenza delle velocità assolute, e quando i corpi si muovono in contraria parte è sempre eguale alla loro somma. Dunque se le velocità si dicono U, ed u nel primo caso la velocità respettiva è U — u, nel secondo U † u.

OSSERVAZIONI.

I. NEll' urto de' molli due moti eguali e contrarj si elidono.

II. Ma se l' uno è maggiore dell' altro, il minore elide una parte eguale al maggiore, e vi resta il solo eccesso del maggiore.

III. In fine se non sono contrarj, nessuno distrugge l' altro, e vi resta la somma d' amendue. Ciò, nota il dottissimo Signor Fontanelle, Memorie dell' Accademia 1720., si può conoscere colla sola ragione, e prima d' ogni sperienza. „ *Il est clair par la seule Metaphysique, & independamens de l' experience, que deux forces „ egales etant opposeès, elles empechent absolument, l' action l' une*

de l'

„ *de l' autre, & se detruisent mutuellement etant qu' elles sont forces agissantes, qu' elles ne se detruisent nullement si elles ne sont nullement opposées, & que si deux forces sont inegales, & opposées, il ne reste de leur combat, que l' excès de la plus grande sur la plus petite.*

Leggi del moto diretto ne' corpi molli.

ARTICOLO I.

SIa il corpo che urta $= M$, la sua velocità $= U$, il corpo urtato m, la velocità sia u. Nel punto dell' urto i due corpi, ch' erano separati, diventando uniti, formeranno un corpo solo, in cui 'l moto sarà $MU + mu$. Dividendo dunque tal moto per la massa totale $M + m$, si avrà la velocità comune ad amendue $\frac{MU + mu}{M + m}$.

Tale Canone è generale, se si osserva di far negativo mu, quando le direzioni sono contrarie, e zero quando il corpo è in quiete.

Se dunque M è 2, U 2, m 1, u 0, la velocità comune sarà $\frac{4}{3}$

Se M è 2, U 2, m 1, u 1, sarà $\frac{5}{3}$

Se finalmente M è 1, U 1, m 2, $u - 2$, la velocità sarà $-\frac{3}{3}$, cioè anderanno amendue colla velocità negativa $-\frac{3}{3} = -1$.

Annotazione.

I primi che ritrovarono tali Leggi furono il VVallis, l' Hughenio, il VVrenio, ed il Mariotte.

COROLLARJ.

I. LA velocità dopo l' urto essendo $\frac{MU + mu}{M + m}$, dunque la velocità comunicata dal corpo M al corpo m sarà $\frac{MU + mu}{M + m} - u = \frac{MU - Mu}{M + m}$

Dunque

Dunque le celerità comunicate a' corpi percossi saranno in ragione composta diretta de' corpi che percuorono, diretta delle velocità respettive, ed inversa delle masse totali.

II. Perciò se le masse siano le medesime, e si cangino le sole velocità, onde sia prima U, ed u, indi X, ed x, faranno le velocità comunicate come $U - u : X - x$, cioè come le velocità respettive.

III. Se i moti sono contrarj, la celerità comune dopo l' urto farà $\frac{MU - mu}{M + m}$. Dunque la velocità perduta di $M = U - \frac{MU + mu}{M + m} = \frac{mU + mu}{M + m}$, e la perduta di $m = -u - \frac{MU + mu}{M + m} = -\frac{MU - Mu}{M + m}$. Perciò le celerità perdute sono come $m : -M$, cioè in ragion reciproca delle masse.

IV. La celerità acquistata da m per lo primo $= \frac{MU - Mu}{M + m}$, la perduta da $M = \frac{mU - mu}{M + m}$. Dunque l' acquistata da m è alla perduta da M, come $M : m$, cioè in ragion reciproca delle masse.

V. Se si moltiplica ciascun corpo per la sua celerità dopo l' urto si avranno i loro moti $\frac{MMU + Mmu}{M + m}$, e $\frac{MmU + mmu}{M + m}$ la somma de' quali $= MU \pm mu$.

Perciò se non sono contrarj, resta la somma positiva avanti e dopo l' urto; ma se sono contrarj, le parti contrarie si elidono, e resta la sola differenza.

Leggi del Moto diretto ne' Corpi perfettamente elastici.

ARTICOLO II.

Poste le leggi de' corpi molli non è difficile il conoscere quelle degli elastici, se si considera che l' elastico agisce con quella stessa forza, con cui è stato percosso. Un arco per esempio vibra la sua saetta in quanto è stato piegato, e la sua vibrazione dipende dalla sua compressione. Ne' molli agisce la sola percossa, negli elastici la percossa e la ripercossa. Poste le quali cose in tal modo si forma il Canone universale.

Sia il corpo che urta M, e la velocità U, l' urtato m, e la velocità u. Se fossero molli, la velocità comunicata al corpo m,

 farebbe

farebbe $\frac{MU - Mu}{M + m}$. Ma l' elaterio di M ne comunica altrettanta. Dunque la velocità acquistata da $m = \frac{2MU - 2Mu}{M + m}$. Egli aveva u. Avrà dunque $u + \frac{2MU - 2Mu}{M + m} = \frac{2MU - Mu + mu}{M + m}$.

Per conoscer poi quella di M considero, che se fosse molle, la sua velocità perduta farebbe $\frac{mU - mu}{M + m}$. Ma l'elaterio di m gliene toglie altrettanta, Dunque sarà $\frac{2mU - 2mu}{M + m}$. Egli aveva U: Dunque sarà $U - \frac{2mU + 2mu}{M + m} = \frac{MU - mU + 2mu}{M + m}$

Se m è 2, U 1, m 1, u 0, dopo l' urto M avrà $\frac{1}{3}$, m $\frac{4}{3}$

Se M è 2, U 1, m 1, u $-$ 2, dopo l' urto M avrà $-$ 1, m 2

Se m è 1, U 6, m 8, u 1, dopo l' urto M avrà $- \frac{26}{9}$, m $\frac{19}{9}$

COROLLARJ.

I. LA velocità comunicata a' molli $= \frac{MU - Mu}{M + m}$

La comunicata agli elastici $= \frac{2MU - 2Mu}{M + m}$.

Perciò è dupla, Onde le velocità comunicate agli elastici saranno nelle stesse ragioni di quelle, che sono le comunicate a' molli,

II. Anche le celerità perdute negli elastici sono doppie delle perdute ne' molli, onde nasce un nuovo metodo di calcolar le celerità degli elastici. Imperocchè sia M 4, U 6, m 1, u 2; Se fossero molli la celerità acquistata da m farebbe $\frac{16}{5}$. Essendo dunque elastici acquisterà $\frac{32}{5}$, ed avendo già $\frac{10}{5}$, avrà dunque in tutto $\frac{42}{5}$. Se M fosse molle perderebbe $\frac{4}{5}$. Dunque perderà $\frac{8}{5}$. Aveva $\frac{30}{5}$. Dunque con $\frac{22}{5}$,

III. Se le celerità sono contrarie, la celerità perduta di M farà

farà $\frac{2mU+2mu}{M+m}$, e la perduta da $m = \frac{2MU-2Mu}{M+m}$. Dunque le celerità perdute sono come $m : M$, cioè in ragion reciproca delle masse, come nei molli.

IV. Il moto perduto di M è lo stesso, che l' acquistato da m. Imperocchè il moto di M prima del urto era MU, dopo l' urto è $\frac{MMU-MmU+2Mmu}{M+m}$. Dunque il perduto è $MU - \frac{MMU+MmU-2Mmu}{M+m} = \frac{2MmU-2Mmu}{M+m}$. Il moto di m prima dell' urto era mu; dopo l'urto $= \frac{2MmU-Mmu+mmu}{M+m}$. Dunque il moto acquistato $= \frac{2MmU-Mmu+mmu}{M+m} - mu = \frac{2MmU-2Mmu}{M+m}$.

Annotazione.

Tale velocità, che viene comunicata da M a m non bisogna credere, che venga comunicata tutta insieme, o in un minimo tempo. Il che se fosse, la natura opererebbe per salto, ed i corpi passerebbero da uno stato all'altro senza passar pe' gradi intermedj; il che ripugna alla ragione, ed alla sperienza.

„ Siano per questo i due triangoli rettangoli, ed equilateri „ tra sè [1] AFB, AFE, di cui l' asse comune AF rappresenti „ il tempo. Diviso tal asse in parti infinitesime eguali si con„ cepiscano infinite ordinate parallele alla base, come af, ad, „ e quelle che terminano alla retta BF rappresentino le celeri„ tà del corpo percuziente M, le quali vanno sempre diminuen„ do, e quelle che terminano alla retta AE rappresentino le ce„ lerità del corpo percosso m, che si suppone eguale al percu„ ziente. Seguita da tali cose, che nel principio del tem„ po A, la velocità del corpo M sarà espressa per la ret„ ta data AB, è quella di m sarà eguale a zero. Ma al „ fine del primo minimo tempo A a il corpo M avrà co„ municato al corpo m il primo momento di velocità ad = „ Be; onde la velocità di m sarà ad, e quella di M resterà af, „ posta Be = ad. Al fine del secondo tempo, m acquisterà un

Mm ij „ altro

[1] *Fig.* 12. *T.* 26 1.ª

„ altro elemento di velocità, per cui crescerà la velocità ad, e „ si deminuirà egualmente af, e così seguitando di tempo in „ tempo la velocità di m crescerà per l'acquisto di continui momenti; e quella di M decrescerà per la perdita d'altrettanti „ fino al punto D, che sta alla metà dell'asse, dove la celerità CG diventa eguale a CD. Nel qual punto se i corpi fossero molli, anderebbono amendue colla stessa velocità, non „ potendo più il primo aggiugnere nuovi momenti al secondo. „ Ma perchè si suppongono elastici, l'elaterio di M a poco a „ poco esplicandosi, aggiugnerà continuamente nuovi momenti „ alla celerità CD, la quale sempre crescendo diventerà finalmente $FE = AB$; mentre intanto CG anderà sempre diminuendo fino che al punto F diventerà zero; onde si conosce „ che al fine del tempo AF il corpo M perderà tutta la sua „ velocità AB, e questa sarà trasportata nel corpo m, e diventerà EF; onde si conosce come al fin d' un dato tempo dee „ il corpo M restar dopo l'urto immobile, ed m dee avanzarsi „ con una velocità FE eguale alla velocità AB, con cui restò „ percosso.

COROLLARIO V.

NEll'urto de' corpi elastici la somma del moto avanti l'urto si eguaglia alla somma dopo l'urto.

I. Sia il moto di $M = a$, quello di $m = b$; sarà la somma avanti l'urto $a + b$. M comunica x, i moti dopo l'urto diventano [Per lo Cor. IV.] $a - x + b + x = a + b$.

II. Sia il moto di $M = a$, di $m = b$. Perda M $a + x$, sicchè il suo moto diventa $- x$, e quello di m sia $b + a + x$. Somma avanti l'urto $= a + b$. Dopo l'urto $= a + b + x - x = a + b$.

III. Sia il moto di $M = a$, di $m = - b$. Somma avanti l'urto $= a - b$. M perde x. Moto di M dopo l'urto $a - x$; di m, $- b + x$. Somma $a - b$.

IV. Sia il moto di $M = a$, di $m = - b$. M perde $a + x$ sicchè il suo moto diventa $- x$. Quel di $m = a + x - b$. Somma prima dell'urto $= a - b$, dopo l'urto $= a + x - b - x = a - b$.

TEO-

TEOREMA I.

SE negli elastici si prendano le celerità dopo l'urto, e si sottragga la minore dalla maggiore avrassi $U - u$, e se si sommino le velocità allora che le direzioni sono contrarie, si avrà $U + u$. Dunque come osserva l'Hughenio, quella stessa velocità respettiva, ch'era avanti l'urto, durerà ancor dopo l'urto, ch'è uno de' suoi celebri Teoremi.

LEMMA.

SIano due corpi M, ed m, de' quali il centro di gravità sia C, e primamente si muovano amendue verso la medesima parte, determinar moto CD del loro centro di gravità C.

Sia $MC = A$, $mC = a$, e per condizione del centro di gravità si avrà [1] $MA = ma$. Posta $MB = U$, $mb = u$, $CD = x$, sarà $BD = A - U + x$, $bD = a + u - x$. E per la condizione del centro di gravità si avrà $MA - MU + Mx = ma - mx + mu$, onde sottraendo i termini, ma, che sono eguali per supposizione, sarà $x = \frac{MU + mu}{M + m}$. Se i corpi si venissero incontro, la velocità del centro di gravità sarebbe $\frac{MU - mu}{M + m}$.

Dunque se i moti non sono contrarj, la velocità del centro si eguaglia alla somma de' moti divisa per la somma delle masse, e se sono contrarj alla differenza.

TEO-

[1] *Fig.* 1. T. 26. 1.

TEOREMA II.

La celerità del centro di gravità avanti l'urto si eguaglia alla celerità del centro di gravità dopo l'urto conforme il ritrovato dell'Hughenio.

La celerità del centro di gravità avanti l'urto si trova per lo Lemma $= \frac{MU + mu}{M + m}$, cioè a dire eguale alla somma de' moti divisa per la somma delle masse. Se si prende anche dopo l'urto la somma de' moti, e si divida per la somma delle masse si avrà lo stesso valore. Dunque le celerità del centro saranno eguali.

Moto dopo l'urto del corpo $M = \frac{MMU + 2Mmu - MmU}{M + m}$

Moto dopo l'urto del corpo $m = \frac{2\,MmU - Mmu + mmu}{M + m}$

Somma de' moti $= MU + mu$

Celerità del centro di gravità $\frac{MU + mu}{M + m}$

Se i moti sono contrarj le celerità del centro sono $= \frac{MU - mu}{M + m}$.

TEOREMA III.

Se si moltiplichino le masse nel quadrato delle loro velocità avanti l'urto, e dopo l'urto, e si prendano le loro somme, tali somme in amendue i casi si troveranno sempre eguali.

Siano due corpi M, ed m, de' quali le velocità avanti l'urto siano U, ed u, e quelle dopo l'urto x, ed y, e si muovano verso la medesima parte, la velocità respettiva avanti l'urto è $U - u$, e dopo l'urto $y - x$. E perchè per lo Teorema I. si conserva sempre la stessa velocità respettiva, si avrà $U - u = y - x$. Ma perchè per lo Teorema II. si conserva ancora la celerità del centro di gravità avanti, e dopo l'urto si avrà $\frac{MU + mu}{M + m} = \frac{Mx + my}{M + m}$, cioè $MU + mu = Mx + my$

Nella prima equazione $U + x = y + u$

Nella seconda $MU - Mx = my - mu$

Moltiplicando l'una per l'altra $MUU - Mxx = myy - muu$.

Ovvero $MUU + muu = Mxx + myy$

Dun-

Dunque se vi siano due corpi elastici M ed m, e ciascun si moltiplichi nel quadrato della sua velocità avanti l' urto, indi nel quadrato di quella, ch' egli ha dopo l' urto, si troveranno sempre eguali somme, ch' è la celebre legge dell' Hughenio Prop. 6.

Sia per esempio una massa 1, che con velocità 1 si muova contro una massa 2 posta in quiete. Dopo l' urto la prima ritornerà indietro colla velocità $\frac{1}{3}$ e la seconda anderà avanti con $\frac{2}{3}$. Moltiplicando tali masse nel quadrato della loro celerità avanti l' urto si trova, che la somma di tali quadrati è 1. E moltiplicando le stesse masse nel quadrato della lor velocità dopo l' urto, si trova la somma $= \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$

Sia in secondo luogo M 2, U 3, m 1, u — 1. Dopo l'urto le velocità saranno $\frac{1}{3}$, $\frac{13}{3}$. Somma avanti l' urto = 19, Somma dopo l' urto = 19; e così in qualunque supposizione, Dunque ecc.

Leggi della comunicazione del moto tanto pe' corpi molli, quanto per gli elastici, quando gli urti sono obliqui.

Sia il corpo M, che urta obliquamente il corpo N per la retta MO. [1] Per determinar la comunicazione del moto bisognerà concepire la retta MO, come una direzione composta di due direzioni, l' una perpendicolare come RO, l' altra orizzontale come MR. E perchè alla MR non resiste il corpo urtato N, e la sola resistenza è per RO, si riguarderà l' urto fatto come per la sola RO, secondo la quale si faranno le mutazioni, restando immutabile la MR.

Supposto dunque per esempio che il corpo M sia perfettamente elastico, e dopo aver percosso, come se direttamente si movesse per RO, [2] debba fermarsi, ed intanto il corpo N debba muoversi colla celerità di quello, che lo ha urtato, allora fatto OQ eguale alla OR, ed OT eguale alla MR, farà il corpo M nel punto, T, ed N nel punto Q.

Ma

[1] *Fig. 2. T. 26. 1.* [2] *Fig. 3. T. 26. 1.*

Ma se M dovesse avanzarsi in B, [1] ed N nel punto Q, allora fatto OD eguale alla MR, e tirata la diagonale OT, intanto che M anderà nel punto T, N anderà nel punto Q.

Finalmente se M [2] dovesse retrocedere in B, e N dovesse avanzarsi in Q, allora fatta OD eguale alla MR, e tirata la diagonale OT, intanto che M anderà in T, N anderà nel punto Q.

DEL-

[1] *Fig.4.T.26.1.* [2] *Fig.5.T.26.1.*

DELLA ESTIMAZIONE
DELLE
FORZE VIVE;
DISSERTAZIONE
FISICO-MATEMATICA.

DELLA ESTIMAZIONE
DELLE
FORZE VIVE,
DISSERTAZIONE
FISICO-MATEMATICA.

La quistione intorno le Forze Vive sebben non è nata tra Noi, e non è poco tempo che ferve, non fu però ancora dichiarata, sicchè siano ridotti a concordia i Filosofi, e siano levati tutti quei dispareri, ne' quali fin ora sono stati divisi. Ella dura ancora dopo che il Signor Leibnizio fu il primo ad eccitarla negli Atti di Lipsia 1686. Avanti di esso tutti i Filosofi seguivano il Signor des Cartes, che tutti i Fenomeni del moto alla *quantità sola dello stesso moto* ridusse: chiamata per questo la *vera Forza motrice*, la cui misura da due principj dipende, e dalla massa che si muove, e dalla velocità con cui si muove; onde, se la massa si dica M, e la velocità U, la quantità del moto ovvero la forza, con cui la detta massa si muove sia sempre eguale a MU, onde come da prima ed unica causa dipendono tutti gli effetti del moto. Ma osservò il Leibnizio doversi distinguere due diversi stati di corpi in natura. Il primo è di quelli che certamente sono in quiete, ma vengono però continuamente sollecitati da una forza che tende sempre a muoverli, ma non può muoverli, perchè è sempre impedita, e 'l secondo è di quelli, che sono in moto attuale, e percorrono determinati spazj con quella determinata velocità, che hanno ricevuto dal loro movente. Doversi perciò distinguere due forze l' una che continuamente sollecita un corpo quieto, ma senza muoverlo, perchè la sua azione, è sempre impedita, e si può dire *Pressione*, *Potenza*, *Sforzo*, e *Forza Morta*, e l' altra che nel Mobile esiste intrinsecamente comunicata, da' cui gradi maggiori, o minori dipende la maggiore, o la minore velocità, con cui il Mobile suddetto si muove, e questa si può dire Forza *inerente*, *impressa*, *intrinseca*, e *Forza viva*. Potersi considerare la prima forza in un peso, che senza moto si poggia sopra un piano fisso orizzontale, e tende di continuo a discendere, ma non discende per la continua opposizione del piano. Ma se si leva il piano, incomincia tosto il peso a discendere con moto attuale per cagion della gravità, che aggiugne sempre nuovi stimoli, e fa che il peso scenda sempre più veloce, e veloce, ed allora il peso è costituito nella seconda forza attuale, e viva, con cui è capace di vincere quegli ostacoli, che se gli oppongono, e comunicar altrui movimento. La prima forza si conosce ancora in un sostegno d' un fiume, il quale è presso dall' acqua, che l' urta. Ma se l' acqua colla sua forza viva seco rapisce il sostegno, allora in quello sta la seconda forza, che viva ancor essa si appella. Non dovesi dubitare, che tali forze in natura da infinite altre osservazioni non possano distinguersi; chiaramente conoscersi esser quelle molto tra sè diverse. Imperocchè se si cercano le loro misure, ritroversi che la prima consiste nella messa, e nella velocità che nel primo minimo tempo dee delle Forza morta ricevere, ch' è lo stesso che una quantità di moto non *attuale*, ma *virtuale*; e la seconda consiste nella masse, e nel quadrato della velocità attuale, ma non nella semplice attuale velocità, come vuole il Cartesio.

Cercò il Signor Pepino Professore di Marburgo di opporsi a questa dottrina negli Atti di Lipsia *1689.* e molti contrasti si fecero tra lui e il Leibnizio. Non ever egli difficoltà, che si distinguono tali forze, benchè in rigore tutti i Fenomeni ad una sola possano ridursi, che quando preme, e non muove, si può dire *Forza morta*, ma quando agisce, e si comunica ad un Mobile, si può dir *Forza viva*; ma doversi vedere se le proporzioni Leibniziene son giuste, e se la morte sta nelle ragion semplice delle velocità virtuali, e la vive nella duplicata, come il Signor Leibnizio.

Incominciò il dottissimo Ermano a maneggiere tale quistione con lettere privete scritte dal P. Ab. Grandi celebre Professore di Pisa nel *1709.* Uscite poi le lettere del Signor Clarche, e del Signor Leibnizio in Inghilterra, principiò a farsi la materia più famosa, ed uno de' primi a dichiararsi in favore del Leibnizio fu dopo 28. anni l' acutissimo Signor Giovanni Bernulli nel discorso intorno le leggi del moto, che meritò gli elogj dell' Accademia Reale di Parigi, dopo cui sposarono tale dottrina anche i dottissimi Cristieno VVolfio, e Marchese Poleni, ed uscirono le dissertazioni dell' Ermeno, del Bulfingero, e di Daniello Bernulli ne' Comentarj dell' Accademia di Petroburgo Tom. I. Dall' altra parte non mancarono chiarissimi Uomini, che il principio Cartesiano sostennero, i quali nell' Accademia di Parigi furono il Signor Fontanelle, il Signor de Mayran, il Signor Ab. Camus nel 1728. il Cav. de Louville nel *1729.* il Signor Pemberton,

ton, e il Signor Desaguliers in Inghilterra, il Signor de Crousatz in Olianda, ed altri molti, che con molto ingegno si opposero.

Vostra Eccellenza richiede in tal materia il mio sentimento. Io lo darò liberamente. Nella dottrina dei Leibniziani io non niego, che non vi siano molti argomenti robusti, e forti, che possono almeno porre in ambiguo gl' ingegni più acuti, e penetranti; ma se sono ben esaminati, dico ancora, che sono soggetti a tali difficoltà, che certamente pare che non possano intieramente convincere, nè gettare a terra il Cartesiano Sistema. Io non ho in animo di esporre tutte le loro obbiezioni, perchè sarebbe troppo lunga, e nojosa l' opera, ma crederò bastante di esporle quelle, che sono più scelte, arrecando nello stesso tempo le loro risoluzioni, il che farò colla maggior chiarezza, ch' io possa, perchè Ella col suo sommo ingegno, con cui è solita superar le cose più ardue, possa ben bilanciare l' uno e l' altro Sistema, e determinarsi a ciò che le parerà più conveniente.

ARGOMENTO I.

IL primo argomento, sul quale il Signor Leibnizio fondò la sua dottrina, è preso dalla caduta de' Gravi. Si un grave A, la cui massa è 4, e discenda da altezza 1; egli per le dottrine del Galilei acquisterà una forza di risalire nel medesimo tempo alla medesima altezza 1. Sia un altro grave, la cui massa è 1, e discenda da altezza 4; egli avrà una forza di risalire nel medesimo tempo ad altezza 4. Ma secondo lo stesso Cartesio tanta forza vi vuole per alzar massa 1 ad altezza 4, quanta per innalzar massa 4 ad altezza 1. Saranno dunque di tali gravi eguali le forze, ed amendue eguali a 4, Ma pel Galilei la velocità acquistata dal secondo grave è 2. Dunque velocità 2 produrrà una forza 4, e perciò la forza sarà come il quadrato della velocità, e non come la velocità, secondo che vogliono i Cartesiani.

RISPOSTA.

MA a tale argomento abbastanza già è stato risposto, non doversi paragonar tali forze per mezzo degli spazj in diverso tempo percorsi, ma per mezzo di quelli, che si percorrono nel medesimo tempo. Il principio del Cartesio esser vero, ma parlar egli de' corpi alle macchine applicati, ne' quali gli spazj sono in egual tempo percorsi, non essendovi dubbio, che per

per far equilibrio in un Vette i pesi debbono essere tra sè in ragion reciproca delle distanze del punto fisso, mentre si ricerca la stessa forza a movere per un' altezza 4 un corpo 1, che per un' altezza 1 un corpo 4.

Per determinar la forza de' gravi, che ascendono, o che discendono, osserva il Signor Cav. de Louville, ed il Signor de Mayran doversi ridurla alla uniforme. Essere già dimostrato dal Galilei, che se un grave nel risalire conserva quella velocità, che ha acquistata cadendo, in quello stesso tempo, in cui è disceso, percorre un doppio spazio ascendendo. Dunque se un corpo A sarà disceso da altezza 1 in tempo 1 risalendo egli con moto uniforme percorrerà nel medesimo tempo spazio 2. Se un altro corpo B in tempo 2 discenderà da altezza 4, egli nella risalita uniforme percorrerà nello stesso tempo spazio 8. Saranno dunque tali spazj come 1 : 4. Ma essendo i tempi come 1 : 2, tali spazj non doveranno prendersi per la misura di tali forze. In tempi eguali gli spazj sono come 1 : 2, ed in tal ragione saranno le forze, cioè come le velocità, e non come i quadrati.

Gli altri argomenti non sono più convincenti, e per questo poco si servì di essi il Signor Giovanni Bernulli, Leggi del movimento. „ *C' est n' est pas, que les preuves de M. Leibnitz m' ayent parues assez fortes pour me determiner a embrasser son sentiment, car j' avoue qu' etant indirectes, & nullement tirées du fond de la matiere, dont il s' agissoit, elles ne pourrent me convaincre, mais elles me donnerent occasion d' y penser, & il n' est que après une longue, & serieuse meditation, que j' ai trouvé enfin le moyen de me convaincre moi même par des demonstrations directes & au dessus de toute exception.*

ARGOMENTO II.

IL chiarissimo Ermano nella sua Foronomia pagina 56. osserva che l'effetto d'una forza costantemente applicata altro non può essere, che la velocità impressa nel mobile per tutto il tempo, in cui si fa l'azione, e perciò se la forza si dica f, il mobile m, la velocità impressa u, e il tempo dell'azione t, si avrà $f = \frac{mu}{t}$ la qual formula non è differente da quella del Sign. Newton, per cui posto lo spazio s, e sostituendo $\frac{s}{t}$ invece di u, si ha $f = \frac{ms}{tt} = \frac{mu}{t}$.

Differenziando dunque la suddetta formula si avrà $fdt = mdu$. E per-

E di tale formula si servì il dottissimo Giovanni Bernulli per dimostrar la proporzione Leibniziana. Imperocchè siano due serie d' elastri eguali, ed egualmente tesi, la prima delle quali sia composta di 12 elastri, la seconda di 3, e siano le loro estremità sostenute per una parte da' piani fissi [1] A, e B, e per l' altra da' due corpi L e P tenuti in equilibrio dalle potenze R ed S. E perchè gli elastri sono egualmente tesi, i due corpi L, e P riceveranno eguale pressione, e perciò le potenze equilibranti R ed S saranno eguali. Se si levino tali potenze, allora gli elastri incominceranno a distendersi, e si comunicherà un moto accelerato a' corpi L e P, nel qual moto è cosa evidente, che sarà comunicata maggiore velocità da dodici elastri al corpo L, che da tre soli al corpo P,

Se si vogliono stimare le forze impresse in tali corpi, non v' è da dubitare, ch'elle non siano, come il numero degli elastri, che l' hanno impresse. Imperocchè essendovi in ciascun elastro una eguale azione, è necessario ancora, che ciascun imprima un' egual forza. Sarà dunque la forza impressa in L alla forza impressa in P come $12 : 3$, cioè come $3 : 1 = n : 1$

Si cerchi ora la ragion delle velocità, e siano perciò le due rette AC, BD, che rappresentino due serie d' elastri eguali, ed egualmente tesi, all' estremo de' quali siano due corpi eguali [2] D, e C, che nell' aprirsi degli elastri si muovano in I ed F. Poste due curve DNR, CML, di cui le abscisse DH, CG esprimano gli allungamenti degli elastri, e le ordinate HN, GM le velocità acquistate da' corpi ne' punti H e G. Posta $DH = x$, $HP = dx$, $HN = u$, $TO = du$, sia $CA = nBD$, $CG = nx$, $GE = ndx$, $GM = z$, $DU = dz$. Ed essendo gli elastri allungati fino H e G in proporzione, resteranno ancora nella stessa ragione le loro elasticità, è perciò i corpi C, e D riceveranno ancora pressioni eguali. Si dica p la pressione, e perchè per la legge de' moti accelerati $pdt = du$, si avrà $\frac{pdx}{u} = du$, cioè $pdx = udu$, ed integrando $\frac{uu}{2} = Spdx$. Nello stesso modo si trova $\frac{zz}{2} = nSpdx$. Dunque $uu : zz = Spdx : nSpdx = 1 : n$. Essendo dun 1 : n la ragion delle Forze, saranno le forze $uu : zz$, cioè

[1] *Fig. 6 Tav. 26. 1ª.* [2] *Fig. 7 Tav. 26. 1ª.*

cioè come i quadrati delle velocità, e non come le velocità.

Lo stesso colla stessa formula dimostra il celebre Sign Daniele nell' esame de' principj Meccanici, Memorie di Petroburgo T. I.

RISPOSTA.

BEnchè tale argomento sia uno de' più ingegnosi, resta sempre il dubbio, se debba prendersi la ragione di due forze in diverso tempo operanti. Imperocchè siano i tempi delle azioni degli elastri come t, e T, e perchè nel primo $pdt = du$, e nel secondo $pdT = dz$, sarà $pdt : pdT = du : dz = 1 : 2$. Dunque $2pdt = pdT$; onde si deduce $2dt = dT$, e perciò il tempo T doppio del tempo t. Lo sviluppo del primo elastro è allo sviluppo del secondo come $1 : 4$ per la ipotesi. Dunque in tempi eguali saranno gli sviluppi come $1 : 2$, e come gli sviluppi, così saranno le forze. Dunque la forza del secondo elastro sarà doppia della forza del primo; e perciò saranno come le velocità, e non come il quadrato.

Se il numero degli elastri del primo al numero degli elastri del secondo fosse come $1 : 9$, le velocità sarebbero come $1 : 3$, e così i tempi, in cui si compiono le azioni. Posti però i tempi eguali, lo sviluppo del primo allo sviluppo del secondo sarà come $1 : 3$, e così saranno le forze, e ciò in qualunque supposizione.

ARGOMENTO III.

UN altro de' più forti argomenti per comprovar la dottrina del Leibnizio sono le leggi, con comunicano il moto i corpi elastici.

Siano due corpi elastici, che si percuotano insieme con qualsivoglia direzione, se si prenda il quadrato della velocità d'amendue avanti l'urto, e si moltiplichi per le sue respettive masse, indi si prenda il quadrato della velocità d' amendue dopo l' urto, e parimente si moltiplichi nelle sue masse; una delle leggi generali della comunicazione del moto è, che la somma di tali prodotti avanti l' urto sia sempre eguale alla somma de' medesimi dopo l' urto. Tale legge nota già per gli Canoni fu dimostrata dall' Hughenio nel suo Trattato della percossa, Prop. II. *Duobus corporibus sibi mutuo occurrentibus id quod efficitur ducendo singulorum magnitudines in velocitatum suarum quadrata simul additum, ante, & post occursum corporum, æquale invenitur.*

Così

Così se $M = 2$, $U\ 3$, $m\ 1$, $u\ 1$, la velocità di M dopo l'urto sarà $\frac{5}{3}$, e quella di $m\ \frac{11}{3}$. Se siano moltiplicati i quadrati della celerità per le loro masse avanti l'urto, e dopo l'urto, si troveranno amendue le somme $= 19$.

Se $M = 1$, $U\ 4$, $m\ 2$, $u - 2$, dopo l'urto $U = -4$, $u = 2$. Prendendo, come di sopra, le somme avanti, e dopo l'urto saranno le medesime $= 24$, e ciò in qualunque supposizione.

Tal legge sola basterebbe per istabilire il Leibniziano Sistema, non ricercandosi di più per far conoscere la natura delle forze motrici, ed in che ragione elle siano, e come nè l'una, nè l'altra non si distruggono, e se sono distrutte, si riproducono, e passano di mobile in mobile, essendo sempre le stesse, ed immutabili.

Ciò può servire d'uno splendido argomento della immutabilità del Sommo Autore, dal cui volere, e possanza elle hanno avuto principio, e conservano sempre la loro sussistenza. Il che non sarebbe, se le forze fossero, come vogliono i Cartesiani, secondo la quantità del moto. Imperocchè ognun sa, che nell'urto de' corpi, le quantità del moto ora si fanno maggiori, ora minori, come nota lo stesso Hughenio Prop. 6. *Corporibus duobus sibi mutuo concurrentibus, non semper post impulsum eadem motus quantitas in utroque simul sumpta conservatur, quæ fuit ante, sed vel augeri potest, vel minus.*

Così se $M = 2$, $U\ 4$, $m\ 6$, $u\ 1$. Dopo l'urto $U = -\frac{1}{2}$, $u = \frac{5}{2}$ Quantità del moto avanti l'urto $= 14$. Dopo l'urto 16.

Per confermar maggiormente questo principio osserva vagamente il dottissimo Ermano, che se un globo $A = 1$ urta direttamente un altro globo eguale B e posto in quiete, A perderà tutta la sua forza, e B in tanto si avanzerà colla velocità 1. Se la velocità di A si fa 2, ed incontri un corpo quieto 3A, comunicherà al corpo urtato un grado della sua velocità, ed egli ritornerà indietro coll'altro grado, con cui incontrando un altro corpo eguale gli comunicherà il grado che gli restava, e perderà il suo moto. Se la velocità di A sarà 3, ed incontri un dopo l'altro tre corpi 5A, 3A, 1A, egli comunicherà a ciascuno un grado della sua velocità, dopo che resterà immobile, e così seguitando, se si accresce la sua velocità, potrà sempre comunicarne un grado a ciascun de' corpi, che procedendo per gli numeri impari formano la serie A . 3 A 5 A . 7 A . 9 A........ Alle quali cose facendosi leggiera attenzione, non è difficile il conoscere con qual legge procede la forza di A, ed in conseguenza la forza Viva. Imperocchè se con velocità 1 può il corpo A comunicar tutta la sua forza ad un altro corpo eguale A, e con velocità 2 può muovere $3A+A$, con velocità 3, $5A+3A+A$, e così seguitando, bisognerà concludere, che la forza motrice di A non è come la velocità, ma come il quadrato, essendo che con le velocità 1. 2. 3. 4. ha forza di muovere, e di comunicare un grado di velocità alle masse 1. 4. 9. 16...., e così in infinito. Onde può osservarsi l'analogia, che passa tra questo corpo, che urta ed un grave che ascende. Imperocchè sia tale corpo $= A$, e la sua velocità $= U$, e potrà prima di perdere la sua forza comunicare un grado di velocità alla serie de' corpi A. 3 A. 5A. 7A...... fino che il numero de' termini $= U$, e così un grave, la cui velocità per ogni spazio, posta la serie degli spazj S. 3S. 5S. 7S...... fino che il numero de' termini $= u$.

Dunque come la forza de' gravi è ritardata uniformemente per una forza costante, qual è la gravità, che in tempi eguali toglie loro un egual grado di celerità, così ancora la forza de' corpi in moto sarà in tal caso uniformemente ritardata da una forza costante, ch'è la la resistenza de' corpi mobili, la quale toglie i gradi delle velocità al corpo movente secondo i numeri impari.

RISPOSTA.

CHE tale legge dell'Hughenio sia sempre costante non è da mettersi in dubbio; ma resta bene da dubitare, se per cagione di tale costanza si debba stabilire per misura delle forze il quadrato della velocità potendo per la stessa ragione anche i Cartesiani stabilire egualmente il loro principio. Imperocchè sia un corpo, che urta $= 4$ la cui velocità sia 4, ed urti un dopo l'altro quattro corpi quieti 1. 1. 1. 4 e le velocità comunicate saranno $\frac{32}{5}$. $\frac{96}{25}$. $\frac{288}{125}$. $\frac{108}{125}$

Egli è vero, che prendendo i quadrati delle velocità avanti e dopo l'urto col metodo dell'Hughenio, la loro somma sarà costante, ed eguale a *64*. Ma è ancor vero, che prendendo la semplice velocità col metodo del Cartesio, si troverà la stessa costanza, e la somma de' prodotti avanti e dopo l'urto sarà eguale a *16*.

Il che essendo in ogni altra supposizione, dove le forze non sono contrarie, è cosa evidente, che la costanza delle forze in questa parte non concluderà più per lo sistema de' Leibniziani, che per quello

quello dei Cartesiani. Se le forze sono contrarie non bisogna prender la loro differenza come una somma, e considerare il negativo, come se fosse positivo, nel modo in cui fanno i Leibniziani. Le forze contrarie si distruggono l'una coll'altra, e lo stabilire, che le forze si conservino sempre le stesse, e prenderlo per uno de' più forti argomenti per dimostrar la Divina Immutabilità, è bene un'opinione plausibile, ma non si vede, che convenga sempre colla sperienza, per cui veggiamo tutto giorno, come molte forze contrarie si struggono, e non ritornano. Così nell'urto de' corpi molli due moti eguali, e contrarj si elidono, e diventano zero, e se sono ineguali una parte elide l'altra, e sopravvive solo il loro eccesso. Lo stesso veggiamo farsi in un grave, che vibrato in alto con qualsivoglia forza, a poco a poco la perde per la continua azion della gravità, che si oppone, e l'obbliga in fine a discendere. Nè per questo restano diminuite le ragioni per la Divina Immutabilità, essendo ella comprovata da una infinità d'altri argomenti, che dalle Leggi Fisiche continuamente possono prendersi, ognuna delle quali costante, e fissa basta per far conoscere a noi mortali e la sapienza, e l'ordine eterno del Sommo Autore.

Per trovar dunque la forza dell'urto tanto ne' molli, quanto negli elastici bisogna elidere le contrarie, e sommare le positive, e ciò che vi è di positivo avanti l'urto si trova ancor dopo l'urto.

Sia un corpo molle $M = 4$, $U = 3$, $m = 2$, $u = 1$. Dopo l'urto la velocità comunicata è $\frac{7}{3}$. La forza avanti l'urto era 14, e dopo l'urto $\frac{28}{3} + \frac{14}{3} = 14$.

Se $M = 4$, $U = 3$, $m = 2$, $u = 1$, la forza prima dell'urto $= 10$, la velocità comune dopo l'urto $= \frac{5}{3}$. Dunque la forza $= \frac{20}{3} + \frac{10}{3} = 10$.

Se sono elastici, ed $M = 1$, $U = 4$, $m = 3$, $u = 0$, la forza avanti l'urto $= 4$. U dopo l'urto $= -2$, ed $u = 2$. Dunque la forza dopo l'urto $= 6 - 2 = 4$.

Se $M = 3$, $U = 3$, $m = 2$, $u = -1$, sarà la forza prima dell'urto $= 7$. Dopo l'urto le celerità di M, ed m sono $-\frac{1}{5}$, e $\frac{19}{5}$. La forza dunque dopo l'urto $= -\frac{3}{5} + \frac{38}{5} = \frac{35}{5} = 7$.

ARGOMENTO IV.

PER confermar maggiormente la legge Hugheniana, fecero il Sign. Giovanni Bernulli, ed il Sign. Ermano conoscere che tal legge non solo si conserva negli urti diretti, ma ancor negli obbliqui, il primo servendosi di elastri, il secondo di corpi eguali, come ora esporremo.

Imperocchè siano gli elastri L, M, N, O, che dalla palla [1] Q possano piegarsi colla velocità 1, e sia la palla Q = 1 la cui velocità QL = 2. Tirata la retta ML, e prodotta in P, se si tiri ad essa la normale QP potrà discomporsi nelle linee PQ = 1, e PL = $\sqrt{3}$ Agisca dunque Q contro l'elastro L colla normale QP, e sarà intieramente piegato l'elastro ed il corpo Q proseguirà il cammino per la retta LM = PL = $\sqrt{3}$ Facciasi il triangolo rettangolo LFM, sicchè la normale LF sia 1, e l'altro lato sia $\sqrt{2}$. colla velocità 1 sarà piegato l'elastro M, e intanto Q si avanzerà per MN = FM = $\sqrt{2}$ Fatto il terzo triangolo isoscele MRN, di cui amendue i lati sian 1, sarà piegato il terzo elastro N. In fine proseguendo la palla per la retta NO = NR = 1 piegherà l'ultimo elastro O, onde poi perdute le forze sarà la palla ridotta alla quiete. Se si cerca di misurar la forza della palla Q, non è da dubitare, che avendo ella piegato quattro elastri eguali non debba esser eguale 4. Ma la velocità era 2. Dunque velocità 2 importerà forza 4, ed in conseguenza ancora ne' moti obbliqui saranno le forze come i quadrati delle velocità.

Collo stesso metodo può dimostrarsi come una velocità 3 potrà flettere elastri *9*, e 4 potrà flettere 16, e così seguitando si ascenderà sempre al quadrato.

RISPOSTA.

MA se da' moti diretti non seguita, come abbiamo notato, la legge Leibniziana, molto men dagli obbliqui. Onde non senza ragione il Sign. de Mayran rifiuta cotesto metodo, come incerto, e fallace, potendosi in modi infiniti discomporre la data velocità con triangoli obbliqui, onde la somma delle forze avanti l'urto or sia eguale, or minore, ed or maggiore della somma dopo l'urto. Basta riflettere come secondo il principio di Meccanica del dottissimo Varignon non solo un peso può far equi-

[1] *Fig.* 8. *T.* 26. 2.

equilibrio ad innumerabili pesi, perchè sia facile il conoscere che ciò che conviene alle forze morte può convenire ancora alle vive.

In secondo luogo da tali discomposizioni di forze non v'è maggior ragione di dedurre il Leibniziano, che il Cartesiano principio. [1] Imperocchè sia la palla $C = 1$, e la celerità $CL = 1$, la perpendicolare $= \frac{1}{2}$, e potrà la palla C muovere quattro palle eguali a 1 colla velocità $\frac{1}{2}$. Dunque se la velocità 2 move quattro palle con velocità 1, come nel primo esempio, e velocità 1 move quattro palle con velocità $\frac{1}{2}$ nel secondo, sarà dunque col metodo Cartesiano la forza prima alla forza seconda come $4 : \frac{4}{2}$ cioè come $2 : 1$, ch'è la ragion delle velocità, e non de' quadrati.

Terzo non si vede come tal ipotesi si prenda per la velocità agente il 2, e non piuttosto il 4, essendo 4 le velocità, che agiscono nella formazione de' quattro triangoli. Così nell' esempio secondo la velocità agente è propriamente 2, non 1; onde le somme delle forze dopo l'urto sono come $\frac{4}{2} : 4$ cioè come le velocità agenti.

A R G O M E N T O V.

UN altro argomento lo prendono i Leibniziani da diverse sperienze o di gravi cadenti da diverse altezze sopra molli materie, o di corpi elastici cadenti sopra superficie elastiche, nelle quali si veggiono sempre gli effetti proporzionali al quadrato della velocità, e non alla velocità.

Imperocchè siano, come fu primo a sperimentare il dottissimo Signor March. Poleni due sfere A e B, delle quali siano eguali i diametri, e diseguali i pesi, e posto il peso A al peso B come $4 : 1$ [2] si faccia cadere A sull' argilla molle da un' altezza 1, e B da un' altezza 4, ed è da osservarsi che amendue formeranno eguali fosse, e ciò sempre seguirà, quando i pesi delle sfere cadenti saranno in ragione reciproca delle altezze, da cui discendono. Ma ciò non potrebbe accadere secondo il principio de' Cartesiani. Imperocchè secondo il loro metodo la forza di A a quella di B sarebbe come. $4 : 2$, ed in conseguenza l' effetto di A sarebbe duplo di quel-
lo

[1] *Fig. 9. T. 26. 2.* [2] *Fig. 10. T. 26. 2.*

lo di B. Ma moltiplicando le masse per lo quadrato delle velocità secondo il metodo del Leibnizio si trova, che le forze d' amendue sono eguali, onde nascono effetti eguali, come si vede colla sperienza.

Ciò maggiormente si conferma nella caduta de' corpi elastici sopra superficie elastiche. Imperocchè sia una palla d' avorio, ovvero d' acciajo, che cada sopra una tavola di marmo sparsa di poca polve, o velata con tenue superficie di cera, e si troveranno le impressioni fatte nella medesima tavola in proporzione delle altezze, da cui la palla discende, e se due palle saranno in ragion reciproca delle altezze, da cui discendono, si faranno sempre le impressioni eguali, il che non potrebbe farsi, se le forze delle palle non fossero, come le altezze, cioè come i quadrati delle celerità, secondo il Leibnizio.

Nè da tali sperienze sono differenti quelle del P. Merseno, del P. Lana, e del Signor s' Gravesande per mezzo de' pesi cadenti sull' estremo d' una bilancia, che non fanno equilibrio a' pesi attaccati all' altro estremo, se non quando gli spazj percorsi da' gravi sono in ragione reciproca delle masse.

RISPOSTA.

MA per rispondere a cotesti argomenti è da vedere, se tali effetti sono prodotti in tempi eguali, o ineguali.

Sia perciò la massa di A = 4, e la sua velocità = 1, e la massa di B = 1, e la sua velocità = 2. Poichè le pressioni sono in ragion composta diretta delle masse agenti, e diretta delle velocità, ed inversa delle resistenze, essendo in tali ipotesi le resistenze eguali, se le resistenze si dicono r la pressione di A alla pressione di B sarà come $\frac{4}{r} : \frac{2}{r} = 2 : 1$. Ma gli effetti sono come le pressioni moltiplicate negli elementi del tempo; dunque poste le pressioni 2p, e p, i tempi T, e t, e gli effetti E ed e, si averà $2pdT = pdt$, e perciò $2T = t$, onde si deduce, che il tempo dell' azione di B è duplo del tempo dell' azione di A. Ed in tal modo maggiormente apparisce l' analogia delle comunicazioni del moto, e della ascendenza de' gravi, la qual analogia uno de' primi ad osservare fu lo stesso Giovanni Bernulli, e perciò paragonò la gravità ad un elastro infinito, che agisce contro un corpo con una pressione costante, e così l' Ermano quando paragona le perdite delle velocità de' corpi in moto colle perdite delle velocità de' gravi cadenti.

Posti

Posti dunque i tempi delle azioni in ragion eguale ai tempi della cadute, non è da maravigliarsi, se in tempo 2 forza 2 faccia lo stesso effetto, che forza 4 in tempo 1, e in resistenze eguali. Lo stesso vale per gli altri Fenomeni, onde non senza fundamento pare, che tanti si sieno serviti di tale principio, tra' quali il dottissimo Signor Crousatz (*Essay de mouvement Art. 5. & 6.*) e il Signor Mayran nella sua ingegnosa memoria del 1728. e tale si scopre essere il sentimento del famoso Jurino.

Aggiungasi, che quando i Leibniziani si oppongono a tale dottrina, non determinano però il contrario, e meno quale sia la ragione de' tempi.

Egli è vero, che a tale dottrina molto si oppone il dottissimo Signor Co: Jacopo Riccati, e trovò un ingegnoso obbietto inserito nella dissertazione del Signor March. Polent, che in lingua Italiana così noi trasporteremo.

„ Perchè [1] chiaramente si dimostri l' assurdo, che segue dall' arbitraria ipotesi, cui si appoggia l' argomento e la risposta del Signor de Crousatz, fingiamo che il globo meno grave A cada dall' altezza AC, e faccia la fossa CD. Passi per lo punto A la retta orizzontale GAF, e la parte AE di tal linea rappresenti il tempo, che si consuma dallo stesso globo A per formar la fossa CD. Dal comun vertice C si descrivano due parabole CHE, CIF, che passino per gli punti determinati E, ed F. Si prenda un globo B più grave, ma di diametro eguale al diametro del corpo A; e sia in guisa collocato, che la sublimità BC sia alla sublimità AC nella stessa ragione, in cui è la massa del globo A alla massa del globo B, e sia formata la prima fossa CD. Il globo B cadendo dal punto B farà la stessa fossa eguale alla prima, come lo sperimento Poleniano dimostra, e 'l chiarissimo de Crousatz ammette.

Sia nella parabola CIF l' ordinata BI corrispondente all' altezza BC, dico che se la risposta è vera, dall' ordinata BI sarà rappresentato il tempo consumato dal globo B nel formar la fossa CD. Imperocchè, come ad esso piace, i tempi impiegati da due globi A e B in compiere le fosse eguali, sono nella stessa ragione delle velocità, che acquistano gli stessi globi cadendo, il primo dall' altezza AC, il secondo dall' altezza BC. Ma queste velocità sono in ragione sudduplicata di quelle altezze, dunque anche i tempi saranno nella stessa sudduplicata ragione. E perchè la retta AF rappresenta il tempo impiegato dal corpo A in far la sua fossa, e per natura

(1) *Fig.* 11 *T.* 26. 2.

tura della parabola $\sqrt{AC} : \sqrt{BC} = AF : BI$, segue che l' applicata BI esprimerà il tempo impiegato dal globo B nel far la sua fossa, purchè sia vera l' ipotesi del Sig. Crousatz.

Tali cose poste dal vertice D coll' asse DA, si descriva la terza parabola DKG eguale, o per meglio dire la stessa, che la parabola CHE, e solo differente di posizione. E' chiaro, che rappresentando le ordinate AE, BH i tempi delle discese per AC, BC, se i globi A, e B continuassero a discendere per lo spazio vacuo CD senza incontrar alcuna resistenza, e chiaro dico, che la retta AG rappresenterebbe il tempo della discesa per BD. Dunque sottratti i tempi AE, BH impiegati nelle discese per AC, BC, l' intercetta GE esprimerà il tempo impiegato dal globo A, che cadendo dal punto A percorrerà nel vacuo con moto accelerato lo spazio CD, e l' intercetta KH esprimerà il tempo impiegato dal globo B che cadendo dal punto B percorrerà nel vacuo con moto accelerato lo stesso spazio CD.

Si determini ora nell' asse il punto B, sicchè l' intercetta KH diventi eguale all' ordinata BI, il che si otterrà in questo modo. Sia l' ordinata AE, e l' ordinata AF quella ragione, che v' è tra qualunque quantità n, e l' unità, e si faccia $x + an : nn = DC : CB$, e sarà B il punto cercato. Dunque se l' ordinata BI esprime il tempo, in cui il globo B cadendo dal punto di quiete B forma la fossa CD, l' intercetta KH esprimerà il tempo, in cui il globo B cadendo dal punto B percorrerà nel vacuo lo stesso spazio CD senza incontrar alcuna resistenza. Ma poichè per la costruzione i tempi BI, KH sono eguali, seguirà che nell' uno e nell' altro il globo B farà lo spazio CD in tempi eguali, e quando discenderà per lo vacuo con moto libero, ed accelerato, e quando discenderà con moto ritardato per la resistenza della soggetta materia, il che è un manifestissimo assurdo.

Ma per risolvere questa obbiezione, resta prima da stabilire come vengono da' Cartesiani stabiliti codesti tempi. Imperocchè se si suppongono i tempi dell' azioni minori come si voglia de' tempi delle cadute, non è da dubitare dell' obbietto. Ma se i tempi sono maggiori, o minori cessa l' assurdo. Posti dunque i tempi eguali a quelli delle cadute sarà la parabola CIF la stessa che la parabola EHC, ed allora l' intercetta HK non può mai essere eguale, e maggiore dell' ordinata BI. Imperocchè sia $BH = z$, $HK = y$, $BC = x$, $CD = u$; sarà $BD = a + x$, $BK = z + y$. E per natura della parabola (posto il paramento 1) $zz = x$, e $zz + 2yz + yy = a + x$. Sottraendo dunque i tempi pi eguali zz, e x, si avrà $2yz + yy = a$, dove si trova $y = \sqrt{a + zz} - z$.

Nella qual espressione facilmente si conosce, che y dee sempre esser minore di z. Perchè se fosse eguale si avrebbe $2z = \sqrt{a + zz}$, e perciò $z = \sqrt{\frac{a}{3}}$, il che è impossibile. Nè parimente può esser maggiore, perchè se fosse per esempio 2z, si avrebbe $8zz = a$, e perciò $z = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{2}}$ il che parimente è impossibile.

Che se i tempi si prendano maggiori, molto meno l' obbietto conclude. Resta dunque, che con tale argomento non si dimostri assurda la proposizione de' Cartesiani.

C O N C L U S I O N E.

Dalle cose dette si può dunque concludere, che le Forze Vive solo in questo sono diverse dalle Morte, che le morte sono una *pura Possanza* di produrre in un corpo una velocità, e le vive sono il moto attuale, e la velocità nel corpo stesso prodotta; che la misura delle prime è la stessa che quella delle seconde, con questo divario, che nelle prime le misure sono le velocità da prodursi, e nella seconde le velocità prodotte. Che se nell' azion delle forze vive non appariscono gli effetti in tal proporzione, questo nasce perchè nella comunicazione de' moti molte variazioni nascono, e dalle resistenze de' corpi, che sono mossi, e dalle diverse direzioni, e da' tempi in cui si fanno le azioni. Che se i tempi siano negletti, può farsi equivoco nella proporzione delle forze, perciò il Geometra fa la loro comparazione in tempi eguali.

I. Se le forze sono come i quadrati è da spiegare come una forza maggiore non superi la minore, ma restino in equilibrio; e perchè ne' corpi molli se $M = 1$, $U = 2$, $m = 2$, $u = -1$, dove la forza di $M = 4$, e quella di $m = 2$, la forze maggiore non supera la minore; ma amendue si elidono, e non v' è moto.

II. Perchè se una massa 1 con velocità 3 può comunicar velocità 1 a masse 5 . 3 . 1, quando la massa mobile è 9, ella comunica solo $\frac{6}{5}$, ed è ribattuta con $\frac{12}{5}$.

III. Se la costanza prima dell' urto, e dopo l' urto dee servir d' argomento per stabilire le forze, i Leibniziani potranno porre per la loro forza il quadrato, ma anche i Cartesiani il loro moto positivo, e l' Hughenio, quando vuole la sua velocità respettiva, che ha più jus d' ogni altro principio.

VI. Quando due quantità sono in ragione composta di due ragioni, potranno sempre assegnarsi le due ragioni componenti. Se F : f = UU : uu. Dunque F : f = U : u, ed U : u. Bisogna dunque assegnar tali ragioni.

V. Osserva il celebre Signor Mariotte, che le forze de' fiumi sono, come le masse, e le velocità, e perciò come MU : mu. Ma perchè le masse sono come le velocità saranno tali forza come UU : uu. Se le forze fossero secondo i Leibniziani come UU : uu, dunque, come nota il Signor Eustachio Manfredi, le forze de' fiumi sarebbero come $U^3 : u^3$, il che è contrario all' esperienza.

Per le quali cose ogni un può vedere, quanto sia difficile in tale materia il determinarsi. È forse per tal ragione l' ingegnosissimo Bulfingero dopo di aver ben esaminato per ogni parte gli obbietti, pare piuttosto inclinato a conciliare i partiti, che ad accendere le discordie. Io espongo la forza morta per una sola dimensione, qual è la massa M, il momento della forza morta per due qual è MC. Ma il momento della forza viva ha bisogno di tre dimensioni, la terza delle quali è la flussione elementare di questo momento, che essendo come la velocità forma il valore MCC, ch' è la forza viva. [1] *Patet denique adeo non dissentire mensuram virium Leibnitianam a vera mortuarum æstimatione, ut potius altera sequatur ex altera.*

I PRO-

[1] *Com. Petrob. Soff.* 11. *part.* 6.

I PROBLEMI ARITMETICI
DI
DIOFANTO
ALESSANDRINO
ANALITICAMENTE DIMOSTRATI.

Ora la prima volta pubblicati.

LIBRO PRIMO.

PROBLEMA PRIMO.

Dato un numero, dividerlo in due parti che abbiano une data differenza. Il numero dato sia 100; la differenza 40. Si abbiano a trovare la sue parti.

Il primo numero sia x

Il secondo sarà $x + 40$;

Per la supposizione $2x + 40 = 100$.

Dunque $x = 30$. Sicchè il primo sarà 30, il secondo 70.

Universalmente.

Sia la differenza a; il numero dato b, il primo numero ricercato sia x; il secondo sarà $x + a$

Dunque $2x + a = b$; e $x = \frac{b - a}{2}$

PROBLEMA II.

Proposto un numero, dividerlo in due parti che ebbiano una deta ragione Si ebbia da dividere 60 in due parti che abbiano la ragione tripla

La prima parte sia x; la seconda sarà $3x$; e per la supposizione $4x = 60$; dunque $x = 15$.

Sicchè le parti saranno 15, e 45.

Universalmente.

La prime parte sia x; la seconda mx onde $x + mx = a$; dunque $x = \frac{a}{1+m}$

PROBLEMA III.

Proposto un numero, dividerlo in due parti che ebbiano una data ragione, e une data differenza. Sia de dividersi 80 in due parti, cosicchè la maggiore sie tripla dalla minore più 4.

La prima sia x; la seconda sarà $3x + 4$. Ma per la supposizione $4x + 4 = 80$, dunque $x = 19$.

Le parti dunque saranno 19, e 61.

Um

Universalmente.

La prima parte sia x; la seconda $mx+a$: Ma $mx+x+a = b$; Dunque $x = \frac{b-a}{m+1}$

P R O B L E M A IV.

Trovare due numeri che abbiano una data ragione ed una data differenza. Il maggiore sia il quintuplo del minore, e la loro differenza sia 20.

Il primo sia x, il secondo sarà $5x$

Ma per la supposizione $5x = x + 20$, dunque $x = 5$.

Sicchè i numeri saranno 5, e 25.

Universalmente.

Il primo sia x; il secondo mx. Ma $mx = x + a$

Dunque $x = \frac{a}{m-1}$

P R O B L E M A V.

Proposto un numero, dividerlo in due di modo che sommando insieme le parti aliquote date d'amendue, che non sieno le medesime, si abbia un numero dato. Sia da dividersi il numero 100 in due numeri di modo che la terza parte del primo e la quinta del secondo sommate insieme facciano 30.

Il primo numero sia x, il secondo sarà $100 - x$.

Ma $\frac{x}{3} + \frac{100-x}{5} = 30$; dunque $x = 75$.

Sicchè i numeri ricercati saranno 75, e 25.

Universalmente.

Il primo sia x; il secondo $a - x$. Ma $\frac{x}{m} + \frac{a-x}{n} = b$; Dunque $x = \frac{bmn - am}{n-m}$

P R O B L E M A VI.

Proposto un numero, dividerlo in due cosicchè una data parte del primo supe-

superi una data parte del secondo d'un dato numero. Sia da dividersi 100 in due numeri di modo che la quarta parte del primo superi la sesta parte del secondo di 20.

Siano i numeri x, e y

Per la supposizione $x + y = 100$; e $\frac{x}{4} = \frac{y}{6} + 20$,

Dunque $x = 100 - y$; e $\frac{x}{4} = 25 - \frac{y}{4}$

Ma $25 - \frac{y}{4} = \frac{y}{6} + 20$

Dunque $y = 12$; e $x = 88$.

Universalmente.

$x + y = a \,.\, \frac{x}{m} = \frac{y}{n} + b$, e si ha

$y = \frac{an - bmn}{m + n}$

P R O B L E M A VII.

Trovare un numero, da cui sottraendo due numeri dati i residui abbiano tra loro una data ragione. S'abbia da trovare un numero da cui sottraendosi 100, e 20, il residuo maggiore sia il triplo del minore.

Sia x il numero ricercato.

Per la supposizione $x - 100 \,.\, x - 20 :: 1 \,.\, 3$.

Sicchè $3x - 300 = x - 20$, dunque $x = 140$.

Universalmente,

$x - a \,.\, x - b :: m \,.\, 1$. Dunque $mx - mb = x - a$

E si ha $x = \frac{bm - a}{m - 1}$

P R O B L E M A VIII.

Trovare un numero, il quale aggiunto a due numeri dati i composti abbiano tra sè una data ragione. Si abbia a trovare un numero che aggiunto a 400, e a 20 il composto maggiore sia il triplo del minore.

Sia x il numero ricercato.

Per

Per la fuppofizione $x + 100 . x + 20 : 3 . 1$

Dunque $x + 100 = 3x + 60$

Sicchè $x = 20$.

Univerfalmente.

$x + a . x + b = m . 1$

Dunque $x + a = mx + bm$

E fi ha $x = \frac{a - bm}{m - 1}$

P R O B L E M A IX.

Trovare un numero, il quale fottratto da due numeri dati dia due refidui che abbiano tra sè una data ragione. Si abbia a trovare un numero che fottratto da 20, e da 100, il refiduo maggiore fia il feftuplo del minore.

Sia x il numero ricercato.

Per la fuppofizione $100 - x . 20 - x : 6 . 1$

Onde $100 - x = 120 - 6x$

Così fi ha $x = 4$.

Univerfalmente.

$a - x . b - x = m . 1$

Onde $a - x = bm - mx$

E fi ha $x = \frac{bm - a}{m - 1}$

P R O B L E M A X.

Dati due numeri trovare un numero, il quale aggiunto al minore d'effi, e fottratto dal maggiore, il compofto abbia al refiduo una data ragione. Detti i numeri 20, e 100, s'abbia a trovare un numero che aggiunto a 20, e fottratto da 100, il compofto fia il quadruplo del refiduo.

Sia x il numero che fi cerca.

Per la fuppofizione $100 - x . 10 + x = 1 . 4$

Onde $400 - 4x = 20 + x$

E fi ha $x = 76$.

Uni-

Universalmente.

$a - x \,.\, b + x :: 1 \,.\, m$

Onde $am - mx = b + x$

Dunque $x = \frac{am - b}{m + 1}$

P R O B L E M A XI.

Trovare un numero che aggiunto ad uno di due numeri dati, e sottratto dall'altro, i generati abbiano tra sè una data ragione. S'abbia a trovare un numero il quale aggiunto a 20, e sottratto da 100, il maggiore de' generati sia il triplo del minore.

Sia x il numero ricercato.

Per l'ipotesi $x + 20 \,.\, x - 100 :: 3 \,.\, 1$.

Onde $x + 20 = 3x - 300$.

Sicchè $x = 160$

Universalmente.

$x + a \,.\, x - b = m \,.\, 1$.

Dunque $x + a = mx - bm$

E si ha $x = \frac{bm + a}{m - 1}$

P R O B L E M A XII.

Proposto un numero, dividerlo due volte in due numeri tali, che uno della prima divisione ad uno della seconda abbia una data ragione, e l'altro della seconda all'altro della prima abbia pure una data ragione. Sia proposto da dividere due volte il numero 100 dimodochè il numero maggiore della prima divisione sia il duplo del minore della seconda, e il maggiore della seconda sia il triplo del minor della prima.

Parti della prima divisione $2x$, $100 - 2x$.

Parti della seconda x, $300 - 6x$.

Per la supposizione $x + 300 - 6x = 100$

Onde $x = 40$.

Dunque le parti della prima saranno 80, e 20.

Le parti della seconda 40, e 60.

Universalmente.

Sia il numero da dividersi a

Le parti della prima divisione mx, $a - mx$

Le parti della seconda x, $na - mnx$

Ma $x + na - mnx = a$

Dunque $x = \frac{na - a}{mn - 1}$

P R O B L E M A XIII.

Proposto un numero, dividerlo tre volte in due numeri tali, che uno della prima divisione ad uno della seconda divisione abbia una data ragione, e l'altro della seconda all'uno della terza abbia pure una data ragione, e l'altro della terza all'altro della prima abbia parimenti una data ragione. Sia dato il numero 100 da dividersi tre volte in due numeri; cosicchè il maggiore della prima divisione sia il triplo del minore della seconda, e il maggior della seconda sia il duplo del minor della terza; e il maggior della terza sia il quadruplo del minor della prima.

Siano le parti della prima $300 - 6x$, $6x - 200$

Le parti della seconda $2x$, $100 - 2x$

Le parti della terza $24x - 800$, x

Ma per la supposizione $25x - 800 = 100$

Dunque $x = 36$.

Le parti dunque della prima divisione saranno 16, 84

Quelle della seconda 28, 72

Quelle della terza 36, 64.

P R O B L E M A XIV.

Trovare due numeri, il prodotto de' quali sia il triplo della loro somma.

Siano i numeri x, e y

Onde per la supposizione $xy = 3x + 3y$

Si ponga $y = 3x$

Dunque $3xx = 12x$

Dunque $x = 4$, e $y = 12$.

Universalmente.

Siano i numeri x, e y

Dun-

Dunque $xy = mx + my$

Dunque $y = \frac{mx}{x - 1}$

P R O B L E M A XV.

Trovare due numeri tali, che ciascuno prendendo dall'altro un numero dato, abbia a quello che resta una data ragione. Il primo prendendo 30 unità dal secondo sia il duplo di quello che resta, e il secondo prendendo dal primo 50 unità sia il triplo di quello che resta.

Siano i numeri x, e y

Per la proposizione $x + 30 . y - 30 :: 2 . 1$.

E $x - 50 . y + 50 :: 1 . 3$.

Per la prima proporzione $x + 30 = 2y - 60$

E per la seconda $y + 50 = 3x - 150$

Nella seconda $y = 3x - 200$

Onde nella prima $x + 30 = 6x - 460$

E trasportando $5x = 490$

Dunque $x = 98$, e $y = 94$.

Universalmente.

$x + a . y - a :: m . 1$.

$x - b . y + b :: 1 . n$.

Per la prima $x + a = my - am$

Onde $\frac{x + a + am}{m} = y$

Sicchè sostituendo nella seconda

$x - b . \frac{x + a + am}{m} + b :: 1 . n$.

Onde $xn - bn = \frac{x + a + am}{m} + b$

E multiplicando $xmn - bmn = x + a + am + bm$

Onde $xmn - x = a + am + bm + bmn$

Dunque $x = \frac{a + am + bm + bmn}{mn - 1}$

P R O B L E M A XVI.

Trovare tre numeri, che presi a due a due facciano tre numeri dati. Il primo e il secondo sommati insieme facciano 20, il secondo e il terzo 30 il terzo e il primo 40.

Siano i numeri x, y, z.

Per la proposizione $x + y = 20$

$$y + z = 30$$

$$z + x = 40$$

Nella prima $x = 20 - y$

Onde sostituendo nella terza $z + 20 - y = 40$

Ma nella seconda $z = 30 - y$

Dunque sostituendo nella terza $30 - 2y + 20 = 40$

Sicchè $30 + 20 - 40 = 2y$

Dunque $y = 5$, $x = 15$, $z = 25$.

Universalmente.

$x + y = a$

$y + z = b$

$z + x = c$

Nella prima $x = a - y$

Onde nella terza $z + a - y = c$

Ma nella seconda $z = b - y$

Sicchè sostituendo nella terza $b - 2y + a = c$

E trasportando $2y = b + a - c$

Dunque $y = \frac{b + a - c}{2}$

P R O B L E M A XVII.

Trovare quattro numeri, che presi a tre a tre facciano quattro numeri ricercati. Il primo e i due seguenti presi insieme facciano 20, il secondo e i due seguenti facciano 22, il terzo il quarto e il primo facciano 24, il quarto e i due primi facciano 27.

Siano i numeri x, y, z, u.

E $x + y + z + u = S$.

Per la proposizione $x + y + z = 20$

Dun-

Dunque $u = S - 20$

Così si trova $z = S - 22$

$y = S - 24$

$x = S - 27$

Ma tutti insieme $= S$

Dunque $4S - 93 = S$

E si ha $S = 31$

Ma $u = S - 20$

Dunque sostituendo $u = 31 - 20 = 11$

Così $z = 9, y = 7, x = 4$.

Universalmente.

$x + y + z + u = S$

Ma $x + y + z = a$

Dunque $u = S - a$

Così $x = S - b$

$y = S - c$

$z = S - d$

Dunque $S = 4S - a - b - c - d$

E si ha $S = \frac{a + b + c + d}{3}$

P R O B L E M A XVIII.

Trovare tre numeri che presi a due a due eccedano l'altro di un dato numero. Il primo e il secondo superino il terzo di 20 unità; il secondo e il terzo superino il primo di 30, il terzo e il primo superino il secondo di 40 unità.

Siano i numeri x, y, z

Per la proposizione $x + y = z + 20$

$y + z = x + 30$

$z + x = y + 40$

Nella prima $x = z + 20 - y$

Onde sostituendo nella seconda $y + z = z + 30 - y$

E nella terza $2z - y = y + 20$

Sicchè $2z = 2y + 20$

e $z = y + 10$

Onde nella seconda sostituendo $2y = 50$

Dunque $y = 25, z = 35, x = 30$.

Uni-

Universalmente.

$x + y = z + a$
$y + z = x + b$
$z + x = y + c$
Nella prima $x = z + a - y$
E nella terza $2z + a - y = y + c$
E nella seconda $y + z = z + a - y + b$
Dunque $y = \frac{a + b}{2}$, $z = \frac{b + c}{2}$, $x = \frac{a + c}{2}$

P R O B L E M A XIX.

è lo stesso.

P R O B L E M A XX.

Trovare quattro numeri, che presi a tre a tre eccedano l'altro d' un dato numero. Il primo e i due seguenti presi insieme superino il quarto di 20 unità; il secondo e i due seguenti superino il primo di 30, il terzo il quarto e il primo superino il secondo di 40, il quarto e i due primi superino il terzo di 50.

Siano i numeri x, y, z, u.
Per la proposizione $x + y + z = u + 20$
$y + z + u = x + 30$
$z + u + x = y + 40$
$u + x + y = z + 50$
Nella prima $x = u + 20 - y - z$
Onde nella seconda $2y + 2z = 50$
E nella terza $2u - 2y = 30$
E nella quarta $2u - 2z = 30$
Di più nella seconda $2y = 50 - 2z$
Onde sostituendo nella terza $2u + 2z = 70$
E nella quarta $70 - 4z = 30$
Cioè trasportando $4z = 40$
Dunque $z = 10$, $u = 25$, $y = 15$, $x = 20$

PRO-

P R O B L E M A XXI.

è lo stesso.

P R O B L E M A XXII.

Proposto un numero, dividerlo in tre numeri tali, che qualsivoglia degli estremi preso con quello di mezzo abbia all'altro estremo una data ragione. Sia da dividersi 100 in tre numeri, dimodochè il primo e il secondo siano il triplo del terzo, il secondo e il terzo siano il quadruplo del primo.

Siano i numeri x, y, z.

Per la proposizione $x + y + z = 100$,

E $x + y = 3z$

E $y + z = 4x$

Nella prima $x = 100 - y - z$

Onde sostituendo nella seconda $100 = 4z$

Dunque $z = 25$, $y = 55$, $x = 20$

Universalmente.

$x + y + z = a$

$x + y = mz$

$y + z = nx$

Nella prima $x = a - y - z$

E nella seconda $mz + z = a$

Dunque $z = \frac{a}{m+1}$

P R O B L E M A XXIII.

Trovare tre numeri, il più grande de' quali superi quello di mezzo della terza parte del più piccolo, quello di mezzo superi il più piccolo della terza parte del più grande, e il più piccolo superi la terza parte di quello di mezzo di 10 unità.

Siano i numeri x, y, z

Per la proposizione $x = y + \frac{z}{3}$

$$y = z + \frac{x}{3}$$

$$z = \frac{y}{3} + 10$$

Nel-

Nella feconda $y = z + \frac{y}{3} + \frac{z}{9}$

E moltiplicando $9y = 10z + 3y$

Dunque $y = \frac{5z}{3}$, e $\frac{y}{3} = \frac{5z}{9}$

Nella terza $z = \frac{5z}{9} + 10$

Onde $4z = 90$

Dunque $z = \frac{45}{2}$, $y = \frac{75}{2}$, $x = \frac{90}{2}$

Univerfalmente.

$x = y + \frac{z}{n}$

$y = z + \frac{x}{n}$

$z = \frac{y}{n} + a$

Nella feconda $y = z + \frac{y}{n} + \frac{z}{nn}$

E multiplicando $nny = nnz + ny + z$

Onde dividendo $y = \frac{nnz + z}{nn - n}$

Nella terza $z = \frac{nnz + z}{n^3 - n^2} + a$

E multiplicando $n^3z - n^2z = nnz + z + an^3 - an^2$

Onde dividendo $z = \frac{an^3 - an^2}{n^3 - 2n^2 - 1}$

P R O B L E M A XXIV.

è lo fteffo.

P R O B L E M A XXV.

Trovare tre numeri, ciafcuno de' quali dando a quello che gli vien dietro una fua data parte, fi abbiano tre numeri uguali. Il primo dia al fecondo la fua terza parte, il fecondo dia al terzo la fua quarta, il terzo al primo la fua quinta parte, e per tale fcambievole contribuzione divengano uguali tra sè.

Siano i numeri 12, x, y.

Per

Per la proposizione $12 - \frac{12}{3} + \frac{y}{5} = x - \frac{x}{4} + \frac{12}{3} = y - \frac{y}{5} + \frac{x}{4}$

Cioè $8 + \frac{y}{5} = \frac{3x}{4} + 4 = \frac{4y}{5} + \frac{x}{4}$

Nella prima $4 + \frac{y}{5} = \frac{3x}{4}$

E multiplicando $16 + \frac{4y}{5} = 3x$

Dunque $x = \frac{16}{3} + \frac{4y}{15}$

Nella feconda $8 + \frac{y}{5} = \frac{4y}{5} + \frac{16}{12} + \frac{4y}{60}$ cioè $= \frac{4y}{5} + \frac{4}{3} + \frac{y}{15}$

Onde multiplicando e trafportando $120 - 20 = 12y + y - 3y$

Cioè $100 = 10y$

Dunque $y = 10$, e $x = 8$.

P R O B L E M A XXVI.

Trovare quattro numeri, ciafcuno de' quali dando a quello, che gli vien dietro una fua data parte, divengano eguali. Il primo dia al fecondo la fua terza parte; il fecondo dia al terzo la fua quarta parte; il terzo dia al quarto la fua quinta parte, e il quarto dia al primo la fua fefta parte, e per tale fcambievole contribuzione divengano uguali.

Siano i numeri 12, x, y, z.

Per la propofizione $12 - \frac{12}{3} + \frac{z}{6} = x - \frac{x}{4} + \frac{12}{3} = y - \frac{y}{5} + \frac{x}{4} = z - \frac{z}{6} + \frac{y}{5}$ cioè

$8 + \frac{z}{6} = \frac{3x}{4} + 4 = \frac{4y}{5} + \frac{x}{4} = \frac{5z}{6} + \frac{y}{5}$

Nella primo $4 + \frac{z}{6} = \frac{3x}{4}$

E multiplicando $16 + \frac{2z}{3} = 3x$

Onde $x = \frac{16}{3} + \frac{2z}{9}$

Nella feconda $8 + \frac{z}{6} = \frac{4y}{5} + \frac{16}{12} + \frac{2z}{36} = \frac{4y}{5} + \frac{4}{3} + \frac{z}{18}$

E moltiplicando

$144 + 3z = \frac{72y}{5} + 24 + z$

E trasportando e dividendo $\overline{144 + 3z} - \overline{24 - z}\times 5 = 72y$

Cioè $720 + 15z - 120 - 3z = 72y$

Dunque $y = \frac{300 + 5z}{36}$

Nella terza $8 + \frac{z}{6} = \frac{5z}{6} + \frac{300 + 5z}{36 \times 5}$ cioè $= \frac{5z}{6} + \frac{60 + z}{36}$

Onde multiplicando $288 + 6z = 30z + 60 + z$

E trasportando $288 - 60 = 31z - 6z$ ovvero $228 = 25z$

Dunque $z = \frac{228}{25}$, $y = \frac{2160}{9 \times 25}$, $x = \frac{1656}{9 \times 25}$,

Ovvero $z = \frac{228 \times 9}{9 \times 25}$, $y = \frac{2160}{9 \times 25}$, $x = \frac{1656}{9 \times 25}$ E $12z = \frac{12 \times 9 \times 252}{9 \times 25}$

P R O B L E M A XXVII.

Trovare tre numeri tali, che ciascuno prendendo dagli altri due sommati insieme una loro data parte diano numeri uguali. Il primo prenda dagli altri due la loro terza parte, il secondo dagli altri due la loro quarta parte, il terzo dagli altri due la loro quinta parte, e dopo restino uguali.

Siano i numeri x, y, z; e si ponga $y + z = 3$

Dunque $x + y + z = x + 3$

Per la proposizione $x + \frac{y + z}{3} = y + \frac{x + z}{4} = z + \frac{x + y}{5}$

Nella prima $x + 1 = y + \frac{x + 3 - y}{4}$

E multiplicando $4x + 4 = 4y + x + 3 - y$

Dunque $3x + 1 = 3y$

Dunque $y = x + \frac{1}{3}$

Nella seconda $x + 1 = z + \frac{2x}{5} + \frac{1}{15}$

E multiplicando $15x + 15 = 15z + 6x + 1$

Dunque $15x - 6x + 15 - 1 = 15z$

Dunque $z = \frac{9x + 14}{15}$, ovvero $= \frac{3x}{5} + \frac{14}{15}$

Ma

Ma $x + y + z = x + 3$

Ovvero sostituendo $x + x + \frac{1}{3} + \frac{3x}{5} + \frac{14}{25} = x + 3$

E multiplicando, e riducendo $24x = 26$

Dunque $x = \frac{13}{12},\ y = \frac{13}{12} + \frac{1}{3},\ z = \frac{39}{60} + \frac{14}{15}$

Cioè $\frac{13}{12},\ \frac{17}{12},\ \frac{19}{12}$

PROBLEMA XXVIII.

Trovar quattro numeri tali, che ognuno prendendo dagli altri tre sommati insieme una data parte divengano uguali. Il primo prenda dagli altri tre sommati insieme la loro terza parte, il secondo dagli altri la quarta parte, il terzo dagli altri la quinta; il quarto dagli altri la sesta, e dopo divengano uguali.

Siano i numeri x, y, z, u.

Si ponga $y + z + u = 3$

Dunque $x + y + z + u = x + 3$

Per la proposizione.

$$x + \frac{y + z + u}{3} = y + \frac{x + z + u}{4} = z + \frac{x + u + y}{5} = u + \frac{x + y + z}{6}$$

Nella prima $x + 1 = y + \frac{x + z + u}{4}$

E multiplicando $4x + 4 = 4y + x + z + u$

Onde $4y = 3x + 4 - z - u$

E $3y = 3x + 4 - u - z - y$

E $3y = 3x + 1$

Dunque $y = x + \frac{1}{3}$

Nella seconda $x + 1 = z + \frac{u + x + y}{5}$

Dunque $5x + 5 = 5z + u + x + y$

E $5x + 5 - u - x - y = 5z$

E $5x + 5 - u - x - y - z = 4z$

Onde $x + \frac{1}{2} = z$

 Nel-

Nella terza $x + 1 = u + x + \frac{y + z}{6}$

Dunque $6x + 6 = 6u + x + y + z$

E $5x + 6 - y - z = 6x$

E $5x + 6 - y - z - u = 5u$

Onde $x + \frac{3}{5} = u$

Ma $x + y + z + u = x + 3$

Dunque $x + x + \frac{1}{3} + x + \frac{1}{2} + x + \frac{3}{5} = 4x + 3$,

Dunque $x + 3 + \frac{1}{3} + x + \frac{1}{2} + x + \frac{3}{5} = x + 3$,

Dunque $3x = \frac{47}{30}$, $y = \frac{47}{30} + \frac{1}{3}$, $z = \frac{47}{30} + \frac{1}{2}$, $u = \frac{47}{30} + \frac{3}{5}$

Ovvero

$x = \frac{47}{90}$, $y = \frac{77}{90}$, $z = \frac{92}{90}$, $u = \frac{101}{90}$

PROBLEMA XXIX.

Trovare un numero, che multiplicato nel maggiore di due numeri dati formi un quadrato, e multiplicato nel minore formi il lato del quadrato medesimo.

I numeri dati sieno 200, e 5. Il numero cercato sia x.

I prodotti saranno $200x$, e $5x$

Ma per la proposizione $200x = 25x^2$

Dunque $200 = 25x$

Dunque $x = 8$.

Universalmente.

Siano i numeri dati a, e b. Il cercato sia x

I prodotti saranno ax, e bx. Ma $bbx^2 = ax$

Dunque $x = \frac{a}{bb}$

PROBLEMA XXX.

Trovare due numeri tali, che la loro somma, e il loro prodotto siano uguali a due numeri dati: la somma sia 20, il prodotto 96.

Il primo sia x; l'altro sarà $20 - x$;
E per la proposizione $20x - x = 96$
Ovvero $xx - 20x = -96$
E per compiere il quadrato aggiungendo 100 si ha
$x^2 - 20x + 100 = 100 - 96 = 4$
Onde $x - 10 = 2$
Dunque $x = 12$, e $20 - x = 8$.

Universalmente.

Sia il primo numero x, il secondo $a - x$
Onde $ax - x^2 = b$
E $x^2 - ax = -b$
Dunque $x^2 - ax + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4} - \frac{b}{4}$
Dunque $x = \sqrt{\frac{aa}{4} - b} + \frac{a}{2}$
Bisogna dunque che $\frac{aa}{4} - b$ faccia un quadrato.

P R O B L E M A XXXI

Trovare due numeri tali, che la somma loro, e la somma de' loro quadrati facciano due numeri dati. La somma de' numeri sia 20, la somma de' quadrati sia 208.

Il primo numero sia x, il secondo sarà $20 - x$
Per la proposizione $2xx + 400 - 40x = 208$
Dunque $xx + 206 - 20x = 104$
E trasportando $xx - 20x = 104 - 200 = 96$
Ed operando come nel precedente
Si ha $x = 12$, e $20 - x = 8$.

Universalmente.

Siano i numeri x, $a - x$
La somma di quadrati $aa - 2ax + 2x^2 = b$
Dunque $xx - ax = \frac{b - a^2}{2}$
Onde $x^2 - ax + \frac{aa}{4} = \frac{b - aa}{2} + \frac{aa}{4}$

Dun-

Dunque $x = \sqrt{\frac{b}{2} - \frac{aa}{2} + \frac{aa}{4}} + \frac{a}{2}$, ovvero

$x = \sqrt{\frac{2b - aa}{4}} + \frac{a}{2}$

Bisogna dunque che $\frac{2b - aa}{4}$ sia un quadrato

P R O B L E M A XXXII.

Trovare due numeri tali, che la loro somma, e la differenza de'loro quadrati facciano due numeri dati. Sia la somma de'numeri 20; la differenza de'quadrati sia 80.

Sia il primo $10 + x$, l'altro $10 - x$

I quadrati saranno $100 + 20x + x^2$, $100 - 20x + x^2$

La loro differenza sarà $40x$;

Ma per la proposizione $40x = 80$, dunque $x = 2$

I numeri dunque saranno $10 + 2$, cioè 12; e $10 - 2$, cioè 8.

Universalmente.

Siano i numeri $a + x$, $a - x$

La differenza de'loro quadrati $4ax$

Onde $4ax = b$, e si ha $x = \frac{b}{4a}$

P R O B L E M A XXXIII.

Trovare due numeri tali, che la loro differenza, e il loro prodotto facciano due dati numeri. Sia la differenza 4, il prodotto 96.

Sia il primo x, l'altro sarà $x + 4$.

Dunque per la proposizione $xx + 4x = 96$

E compiendo il quadrato $xx + 4x + 4 = 96 + 4 = 100$

Onde $x + 2 = 10$

Dunque $x = 8$, e $x + 4 = 12$

Universalmente.

Sia il primo x, l'altro $x + a$

Onde $xx + ax = b$, e $xx + ax + \frac{aa}{4} = \frac{aa}{4} + b$

Onde $x = \sqrt{\frac{aa}{4} + b} - \frac{a}{2}$

Bisogna dunque che $\frac{aa}{4} + b$ sia un quadrato.

PRO-

P R O B L E M A XXXIV.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che la somma de' loro quadrati abbia alla somma de' numeri stessi una data ragione. Il maggiore sia il triplo del minore, e la somma de' quadrati sia il quintuplo della somma de' numeri

Siano i numeri x, $3x$.

La somma de' quadrati sarà $10xx$;

Per la proposizione $10xx = 20x$

Onde dividendo per x, $10x = 20$

Dunque $x = 2$, e $3x = 6$

Universalmente.

Siano i numeri x, ax

La somma de' quadrati sarà $aaxx + xx$

Onde $aaxx + xx = mx + amx$

E si ha $x = \frac{m + am}{aa + 1}$

P R O B L E M A XXXV.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che la somma de' loro quadrati abbia una data ragione alla loro differenza de' numeri. Il maggiore sia il triplo del minore, e la somma de' quadrati sia il decuplo della loro differenza.

Siano i numeri x, e $3x$.

Per la proposizione $10xx = 20x$

Onde $10x = 20$

Dunque $x = 2$, e $3x = 6$

Universalmente.

Siano i numeri x, e ax

La differenza $ax - x$

Onde $xx + aaxx = abx - bx$; e si ha $x = \frac{ab - b}{aa - 1}$

P R O B L E M A XXXVI.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che la differenza de' loro quadrati abbia alla somma de' numeri una data ragione. Il mag-

maggiore sia il triplo del minore, e la differenza de' quadrati sia il sestuplo della somma de' numeri.

Siano i numeri x, $3x$.

La differenza de' quadrati è $8xx$

E per la proposizione $8xx = 24x$

Onde dividendo per x, $8x = 24$

Dunque $x = 3$, $3x = 9$

Universalmente.

Siano i numeri x, ax

La differenza de' quadrati è $aaxx - xx$

Onde $xaxx - xx = bx + abx$, e si ha $x = \frac{b+ab}{aa-1}$

P R O B L E M A XXXVII.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che la differenza de' loro quadrati abbia una data ragione alla differenza de' numeri. Il maggiore sia il triplo del minore, la differenza de' quadrati sia duodecupla della differenza de' numeri.

Siano i numeri x, $3x$

Per la proposizione $8xx = 24x$: Dunque $x = 3$, $3x = 9$.

Universalmente.

Siano i numeri x, ax.

Dunque $aaxx - xx = abx - bx$;

E si ha $x = \frac{ba - b}{aa - 1}$

P R O B L E M A XXXVIII.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che il quadrato del minore abbia una data ragione al numero maggiore. Il maggiore sia il triplo del minore, e il quadrato del minore sia il sestuplo del numero maggiore.

Siano i numeri x $3x$.

Per la proposizione $xx = 18x$

Dunque $x = 18$, e $3 = 54x$.

Uni-

Universalmente.

Siano i numeri x, ax

Ma $xx = abx$; Dunque $x = ab$

P R O B L E M A XXXIX.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che il quadrato del minore abbia una data ragione allo stesso minor numero. Il maggiore sia il triplo del minore, e il quadrato del minore sia il sestuplo del medesimo numero minore.

Siano i numeri x, $3x$.

Per la proposizione $xx = 6x$,

Dunque $x = 6$, $3x = 18$.

Universalmente.

Siano i numeri x, ax

Dunque $xx = bx$ Dunque $x = b$

P R O B L E M A XL.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che il quadrato del minore abbia una data ragione alla somma di tutte due. Il maggiore sia il triplo del minore, e il quadrato del minore sia al duplo della somma di tutti due i numeri.

Siano i numeri x, $3x$.

Per la proposizione $xx = 8x$

Dunque $x = 8$, $3x = 24$.

Universalmente.

Siano i numeri x, ax

$xx = mx + amx$, e si ha $x = m + ma$

P R O B L E M A XLI.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che il quadrato del minore abbia una data ragione alla loro differenza. Il maggiore sia il triplo del minore, e il quadrato del minore sia il sestuplo dalla loro differenza.

Siano i numeri x, $3x$.

Per la proposizione $xx = 12x$

Dunque $x = 12$, $3x = 36$.

Universalmente.

Siano i numeri x, ax

Per la proposizione $xx = amx - mx$;

Dunque $x = am - m$

P R O B L E M A XLII.

Collo stesso metodo si trovano due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che il quadrato del maggiore abbia una data ragione al numero minore, o allo stesso numero maggiore, o alla somma, o alla differenza de' numeri istessi.

P R O B L E M A XLIII.

Dati due numeri, trovare un altro numero tale, che di tutti tre prendendone due qualisivoglia e multiplicati per l'altro producano tre numeri che abbiano differenze uguali.

Siano i numeri dati, 3, e 5, il numero ricercato sia x.

Per la proposizione $5x, + 15$, $3x + 15$, $8x$, sono in proporzione aritmetica.

Ma la somma degli estremi è dupla del somma del mezzo;

Onde $13x + 15 = 6x + 30$

Dunque $x = \frac{15}{7}$

Che se si prenda per mezzo un altro, si averà un altro valore.

Universalmente.

Siano i numeri dati, a, b, il numero ricercato sia x

Saranno $ax + bx$, $ab + ax$, $ab + bx$ aritmeticamente proporzionali

Onde $ax + 2bx + ab = 2ab + 2ax$;

Dunque $x = \frac{ab}{2b - a}$

Fine del Primo Libro.

L I-

LIBRO SECONDO.

I primi quattro Problemi sono gli stessi che il 34. 37. 35. 36. del Libro primo.

P R O B L E M A V.

TRovare due numeri tali, che la differenza de' loro quadrati abbia una data ragione alla somma de' numeri stessi. La differenza de' quadrati sia sestupla della somma de' numeri.

Siano i numeri ricercati x, $2x$

La differenza de' loro quadrati è $3xx$

Ma per la supposizione $3xx = 18x$

Dunque dividendo per x, $3x = 18$, e $x = 6$; e $2x = 12$.

Universalmente.

Siano i numeri ricercati x, ax : la ragione sia m

Per la proposizione $aaxx - xx = mx + max$

Dunque $x = \frac{m+am}{aa-1}$

P R O B L E M A VI.

Trovare due numeri tali, che abbiano una data differenza, e la differenza de' loro quadrati superi la differenza de' numeri stessi d'un dato numero. La differenza de' numeri sia 2, la differenza de' quadrati superi la differenza de' numeri di 20. unità.

Siano i numeri ricercati x, $x+2$

La differenza de' loro quadrati è $4x+4$

Per la supposizione $4x+4 = 22$

Dunque $4x = 18$

Dunque $x = \frac{9}{2}$, e $x+2 = \frac{13}{2}$

Universalmente.

Siano i numeri x, x a

Sf ij La

La differenza de' quadrati $2ax + aa = b$

Dunque $x = \frac{b - aa}{2a}$

P R O B L E M A VII.

Trovare due numeri tali, che la differenza de' loro quadrati superi la differenza de' numeri d'un numero dato, ed abbia alla stessa differenza de' numeri una data ragione. La differenza de' quadrati sia tripla della differenza de' numeri più 20 unità.

Siano i numeri ricercati x, $x + 2$.

La differenza de' quadrati è $4x + 4$

Per la supposizione $4x + 4 = 6 + 20$

Onde $4x = 22$

Dunque $x = \frac{11}{2}$, e $x + 2 = \frac{15}{2}$

Universalmente.

Siano i numeri ricercati x, $x + a$, la ragione sia m; b il numero dato

La differenza de' quadrati è $2ax + aa$

Per la supposizione $2ax + aa = ma + b$

Dunque $x = \frac{ma + b - aa}{2a}$

P R O B L E M A VIII.

Proposto un numero quadrato dividerlo in due numeri quadrati. Sia da dividersi 16 in due quadrati.

Siano i quadrati xx, $16 - xx$

Bisogna che $16 - xx$ sia un quadrato.

Sia un quadrato formato dal lato $2x - 4$.

Sarà $16 - xx = 4xx - 16x + 16$

Onde $16 = 5x$

E $x = \frac{16}{5}$

Dunque $xx = \frac{256}{25}$, $16 - xx = \frac{144}{25}$

Un-

Universalmente.

Sia da dividersi aa in due quadrati. Il primo sia xx, l'altro $aa - ax$.
Dunque $aa - xx = aa - 4ax + 4xx$
Dunque $x = \frac{4a}{5}$

P R O B L E M A IX.

è lo stesso.

P R O B L E M A X.

Proposto un numero composto di due quadrati, dividerlo in altri due quadrati. Sia da dividersi il numero 13 composto de' due quadrati 4, e 9, in altri due quadrati.

I quadrati ricercati sieno composti da' lati $2 + x$, $2x - 3$; sarà la somma de' quadrati $5xx - 8x + 13 = 13$
Onde $x = \frac{8}{5}$.

Dunque i quadrati ricercati saranno $\frac{324}{25}$, $\frac{1}{25}$

Universalmente.

Sia il numero $aa + bb$ da dividersi in due quadrati
Sieno i lati de' quadrati ricercati $a + x$, $mx - b$,
La somma de' quadrati è $mmxx + xx - 2bmx + 2ax + aa + bb = aa + bb$
Dunque $x = \frac{2bm - 2a}{mm + 1}$

P R O B L E M A XI.

Trovare due numeri quadrati che abbiano una data differenza. La loro differenza data sia 60.
Il primo quadrato sia xx; l'altro $xx + 6x + 9$
Per la supposizione la loro differenza $6x + 9 = 60$
Dunque $x = \frac{51}{6}$.

I quadrati dunque saranno $72\frac{1}{4}$, e $132\frac{1}{4}$.

Uni-

Universalmente.

Sia il primo quadrato xx, l'altro $xx + 2ax + aa$:
La loro differenza $2ax + aa = b$
Dunque $x = \frac{b - aa}{2a}$

P R O B L E M A XII.

Trovare un numero che aggiunto a due numeri dati gli faccia diventare due quadrati. I numeri dati sieno 1, e 3.

Il numero da aggiungersi sia $xx - 1$, e così s'è soddisfatto alla prima domanda.

Ma bisogna che aggiunto a 3 faccia un quadrato.
Dunque $xx + 2 = Q$
Sia $xx + 2 = xx - 8x + 16$
Dunque $x = \frac{15}{8}$
Dunque il numero da aggiungersi sarà $\frac{97}{64}$

Universalmente.

Sia il numero da aggiungersi $xx - a$
Ma bisogna che anche $xx - a + b = Q$
Sia dunque $xx - a + b = xx - 2mx + mm$
Dunque $x = \frac{mm + a - b}{2m}$

P R O B L E M A XIII.

Trovare un numero che sottratto da due numeri dati faccia che i loro residui sieno due quadrati. Siano i numeri dati 9, e 21, da' quali sottratto uno stesso numero, i loro residui sieno quadrati.

Sia il numero ricercato $9 - xx$, e si è soddisfatto alla prima domanda.

Ma bisogna che questo stesso numero sottratto da 21, faccia un quadrato.
Onde $21 - 9 + xx$, ovvero $12 + xx = Q$
Sia $xx + 12 = xx - 8x \quad 16$
Dunque $x = \frac{1}{2}$

Dun-

Dunque il numero ricercato sarà $\frac{35}{4}$

Universalmente.

Sia il numero ricercato $a - xx$

Sottratto da b, si ha $b - a + xx$, il quale bisogna che $= Q$.

Onde $b - a + xx = xx - 2mx + mm$

E si ha $x = \frac{mm + a - b}{2m}$

P R O B L E M A XIV.

Trovare un numero, dal quale sotratti due numeri dati, i loro residui sieno due quadrati. Siano 6, e 7 da sottrarsi da uno stesso numero, e i loro residui facciano due quadrati.

Sia il numero ricercato $xx + 6$, e si è soddisfatto alla prima domanda.

Ma bisogna che da esso sottraendosi 7, s'abbia un quadrato.

Onde $xx + 6 - 7$ ovvero $xx - 1 = Q$.

Sia $xx - 1 = xx - 4x + 4$

Dunque $x = \frac{5}{4}$.

Il numero dunque ricercato sarà $\frac{121}{16}$

Universalmente.

Sia il numero ricercato $xx + a$

Ma bisogna che $xx + a - b$ sia un quadrato

Sia $xx + a - b = xx - 2mx + mm$

Dunque $x = \frac{mm - a + b}{2m}$

P R O B L E M A XV.

Dividere un numero dato in due numeri, e trovare un quadrato che prendendo ciascheduna delle due parti faccia un quadrato. Il numero da dividersi sia 20.

Si prendano due numeri tali, che la somma de' loro quadrati sia minore di 20; per esempio 2, e 3, e si facciano due quadrati da $2 + x$, $3 + x$.

I quadrati saranno $xx + 4x \quad 4$; $xx + 6x + 9$.

La

La prima parte ricercata sia $4x + 4$; l'altra $6x + 9$: poichè amendue prendendo il quadrato xx fanno un quadrato.

Ma per la proposizione queste parti hanno da comporre 20.

Onde $4x + 4 + 6x + 9 = 20$

Dunque $x = \frac{7}{10}$

Le parti ricercate saranno $6 + \frac{4}{5}, 13 + \frac{1}{5}$.

Universalmente.

Siano i due quadrati $xx + 2ax + aa$, $xx + 2bx + bb$

Le parti ricercate $2ax + aa$, $2bx + bb$

Dunque $2ax + aa + 2bx + bb = c$

E si ha $x = \frac{c - aa - bb}{2a + 2b}$.

P R O B L E M A XVI.

Dividere un numero proposto in due numeri, e trovare un quadrato, dal quale sottraendo ciascuno de' due numeri resti un quadrato. Sia 20 il numero dato.

Sia il quadrato $xx + 4x + 4$

Se da questo si sottragga $4x + 4$, resta il quadrato xx, e se si sottragga $2x + 3$ resta $xx + 2x + 1$, che è parimenti un quadrato.

Siano le parti ricercate $4x + 4$, $2x + 3$, e si è soddisfatto a due condizioni.

Resta che $4x + 4 + 2x + 3 = 20$, Ovvero trasportando $6x = 13$

Dunque $x = \frac{13}{6}$,

Le parti ricercate saranno $\frac{76}{6}, \frac{44}{6}$; il quadrato $\frac{625}{36}$

Universalmente.

Sia il quadrato $xx + 6ax + 9aa$

Le parti ricercate $6ax + 9aa$, $4ax + 8aa$, imperciocchè da amendue s'è sottrato un quadrato,

Resta che $10ax + 17aa = b$

E si ha $x = \frac{b - 17aa}{10a}$

PRO.

P R O B L E M A XVII.

Trovare due numeri tali, che abbiano una data ragione, e che amendue con un quadrato proposto facciano due quadrati. Il maggiore sia il triplo del minore, e tutti due prendendo il quadrato 9, facciano due numeri quadrati.

Sia il quadrato $xx + 6x + 9$

E il primo numero sia $xx + 6x$, e s'è soddisfatto a una delle condizioni.

Ma poichè il secondo è il triplo, egli sarà $3xx + 18x$;

Onde $3xx + 18x + 9$ dee essere un quadrato.

Sia dunque $3xx + 18x + 9 = 4xx - 12x + 9$

E si ha $x = 30$

Dunque i numeri saranno 1080, 3240.

Universalmente.

Sia il quadrato $xx + 2ax + aa$, e il numero primo $xx + 2ax$,

L'altro sarà $mxx + 2amx$;

Onde $mxx + 2amx + aa$ deve esser un quadrato.

Sia dunque $mxx + 2amx + aa = aa + 4ax + 4xx$,

E si ha $x = \frac{4a - 2am}{m - 4}$

P R O B L E M A XVIII. XIX. E XX.

Trovare tre quadrati tali, che la differenza del massimo e del medio abbia una data ragione alla differenza del medio e del minimo. La differenza sia tripla.

Sia il minimo quadrato xx

Il medio sia $xx + 2x + 1$

Il massimo sarà $xx + 8x + 4$, il quale deve esser quadrato.

Sia dunque $xx + 8x + 4 = xx + 6x + 9$

E si ha $x = \frac{5}{2}$

I quadrati dunque saranno $\frac{25}{4}$, $\frac{49}{4}$, $\frac{121}{4}$.

Universalmente.

Sia il minimo quadrato xx

Il medio $xx + 2ax + aa$

Il massimo sarà $xx + 2max + maa$

Si faccia $xx + 2max + maa = xx - 2bx + bb$

E si ha $x = \frac{bb - maa}{2ma + 2b}$

P R O B L E M A XXI.

Trovare due numeri tali, che il quadrato d'ognuno aggiuntovi l'altro numero faccia un quadrato.

Sia il primo x.

Se al suo quadrato xx si aggiunga $2x + 1$; si fa un quadrato;

Onde l'altro numero sia $2x + 1$, e s'è adempiuto alla prima condizione.

Resta che il quadrato del secondo aggiuntovi il primo faccia un quadrato.

Onde $4xx + 5x + 1 =$ ad un quadrato

Sia dunque $4xx + 5x + 1 = 4xx - 8x + 4$

E si ha $x = \frac{3}{13}$

I numeri dunque saranno $\frac{3}{13}$, $\frac{19}{13}$

P R O B L E M A XXII.

Trovare due numeri tali, che il quadrato d'ognuno sottratovi l'altro numero faccia un quadrato.

Sia il primo $x + 1$; il suo quadrato sarà $xx + 2x + 1$.

Si ponga l'altro $2x + 1$, e si è soddisfatto alla prima condizione.

Resta che il quadrato del secondo, sottrattovi il primo numero sia un quadrato.

Onde $4xx + 4x + 1 - x - 1$,

Ovvero $4xx + 3x$ sia un quadrato.

Sia dunque $4xx + 3x = 9xx$;

E $\frac{3}{5}$ e si ha $x = \frac{3}{5}$. I numeri dunque saranno $\frac{8}{5}$, e $\frac{11}{5}$

PRO-

PROBLEMA XXIII.

Trovare due numeri tali, che il quadrato d'ognuno aggiuntavi la somma de' numeri faccia un quadrato.

Sia il primo x, e perchè $xx + 2x + 1$ è quadrato, sia la somma di tutti due $2x + 1$, e s'è soddisfatto alla prima condizione.

Ma il primo essendo x l'altro sarà $x + 1$, il cui quadrato, aggiuntavi la somma di tutti due, è $xx + 4x + 2$, il quale deve essere un quadrato.

Sia dunque $xx + 4x + 2 = xx - 4x + 4$

E si ha $x = \frac{1}{4}$

I numeri dunque saranno $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{4}$.

PROBLEMA XXIV.

Trovare due numeri tali, che il quadrato d'ognuno sottrattavi la somma de' numeri faccia un quadrato.

Sia il quadrato $xx + 2x + 1$

La somma di tutti due sia $2x + 1$

Il primo $x + 1$; l'altro x.

Sottratta la somma de' numeri dal quadrato del primo resta il quadrato xx.

Ma bisogna che levata la somma de' numeri anche dal quadrato del secondo si abbia un quadrato.

Dunque $xx - 2x - 1 =$ a un quadrato;

Sia $xx - 2x - 1 = xx - 6x + 9$,

E si ha $x = \frac{5}{2}$

I numeri dunque saranno $\frac{7}{2}$, $\frac{5}{2}$.

PROBLEMA XXV.

Trovare due numeri tali, che il quadrato della loro somma aggiuntovi l'uno o l'altro d'essi numeri faccia un quadrato.

Sia il quadrato della somma xx, e il primo sia $3xx$, l'altro $8xx$:

La somma di questi è $11xx = x$

E ſi avrà $x = \frac{1}{11}$

I numeri dunque ſono $\frac{3}{121}$, $\frac{8}{121}$.

P R O B L E M A XXVI.

Trovare due numeri tali, che il quadrato della loro ſomma ſottratto l'uno o l'altro de' numeri faccia un quadrato.

Sia la ſomma $4x$, il cui quadrato è $16xx$.

I numeri ricercati ſieno $7xx$, $12xx$,

Sottratto l'uno o l'altro reſta un quadrato;

Ma la loro ſomma è $19xx = 4x$, e ſi ha $x = \frac{4}{19}$.

I numeri dunque ſono $\frac{192}{361}$, $\frac{112}{361}$

P R O B L E M A XXVII.

Trovare due numeri tali, che il loro prodotto aggiuntovi o l'uno o l'altro d'eſſi numeri faccia due quadrati, e la ſomma de' lati de' quadrati faccia un numero dato. La ſomma de' lati faccia 6.

Il prodotto ſia $4xx - x$;

Se ſi ſupponga il primo x, ſi è adempiuto alla prima condizione.

L'altro dunque ſarà $4x - 1$ ma biſogna che il prodotto aggiuntovi anche il ſecondo faccia un quadrato; onde $4xx + 3x - 1$ faccia un quadrato.

Ma poichè la ſomma de' lati $= 6$, ſarà un lato $6 - 2x$.

Dunque $4xx + 3x - 1 = 36 - 24x + 4xx$, e ſi ha $x = \frac{37}{27}$

I numeri dunque ſaranno $\frac{37}{27}$, $\frac{121}{27}$

Univerſalmente.

Sia il prodotto $aaxx - x$; il primo x, il ſecondo $aax - 1$

Biſogna che $aaxx - x + aax - 1 =$ un quadrato, il cui lato ſia $b - ax$

Onde $aaxx - x + aax - 1 = bb - 2abx + aaxx$

E si ha $x = \frac{bb + 1}{aa + 2ab - 1}$

P R O B L E M A XXVIII.

Trovare due numeri tali, che il loro prodotto sottratto l'uno o l'altro faccia due quadrati, e i lati de' quadrati facciano un numero dato, il qual numero dato sia 5.

Sia il prodotto $4xx + x$, da cui sottratto x resta il quadrato $4xx$

Sia dunque x il primo, e s'è adempiuto alla prima condizione.

L'altro dunque sarà $4x + 1$.

Resta che $4xx - 3x - 1$ sia uguale ad un quadrato

Ma perchè la somma de' lati deve essere uguale a 5, sarà un lato $5 - 2x$

Onde $4xx - 3x - 1 = 25 - 20x + 4xx$.

E si ha $x = \frac{26}{17}$.

I numeri dunque saranno $\frac{26}{17}$, $\frac{121}{17}$

P R O B L E M A XXIX.

Trovare due numeri quadrati tali, che il loro prodotto aggiuntovi o l'uno o l'altro faccia un quadrato

Siano i due numeri $aaxx$, bb

Il loro prodotto sarà $aabbxx$

Per la prima condizione $aabbxx + aaxx$ deve essere un quadrato, e dividendo per $aaxx$, $bb + 1$ deve essere un quadrato.

Bisogna dunque trovare un quadrato, il quale aggiuntavi l'unità faccia un quadrato.

Sia $\frac{16}{9}$, onde $bb = \frac{16}{9}$

E si ha il prodotto $\frac{16}{9}aaxx$.

Aggiuntovi dunque il secondo si ha $\frac{16}{9}aaxx + \frac{16}{9} =$ un quadrato, e se si fa $aa = \frac{9}{16}$, sarà $xx + \frac{16}{9} =$ a un quadrato.

Sia

Sia $xx + \frac{16}{9} = xx - 4x + 4;$

E si ha $x = \frac{5}{9}$.

I numeri dunque saranno $\frac{25}{144}$, $\frac{16}{9}$.

P R O B L E M A XXX.

Trovare due numeri quadrati tali, che il loro prodotto sottratto o l'uno o l'altro faccia due quadrati.

Siano i due quadrati $aaxx$, bb

Il loro prodotto sarà $aabbxx$

Onde $aabbxx - aaxx =$ ad un quadrato, e così $bb - 1 =$ ad un quadrato.

Sia $bb = \frac{25}{9}$.

Bisogna che anche $aabbxx - bb$ sia $=$ ad un quadrato, cioè $\frac{25}{9}aaxx - \frac{25}{9}$.

Sia $aa = \frac{9}{25}$, e si ha $xx - \frac{25}{9} =$ ad un quadrato, il cui lato sia $x - 1$, e $xx - \frac{25}{9} = xx - 2x + 1$,

E si ha $x = \frac{1}{2} + \frac{25}{18} = \frac{17}{9}$

Onde i numeri sono $\frac{2601}{2025}$, $\frac{25}{9}$

P R O B L E M A XXXI.

Trovare due numeri tali, che il loro prodotto, aggiuntavi, o sottrattavi la loro somma faccia un quadrato.

Poichè (per il Lemma) Segue se alla somma di due quadrati s'aggiunga, e si sottragga il prodotto duplo delle radici, si ha sempre un quadrato, sia il prodotto de' numeri ricercati $aaxx + bbxx$, a cui aggiungasi, o sottraggasi $2abxx$, si ha un quadrato.

Sia dunque la somma de' numeri ricercati $2abxx$, e poichè il loro prodotto è $aaxx + bbxx$, i numeri saranno $aax + bbx$, e x, la somma de' quali è $aax + bbx + x$.

Ma

Ma lo era anche $2abxx$;

Dunque $aax + bbx + x = 2abxx$:

E si ha $\frac{aa + bb + 1}{2ab} = x$:

Sia $a = 2$, $b = 3$, farà $x = \frac{7}{6}$,

E i numeri ricercati saranno $\frac{91}{6}$, $\frac{7}{6}$.

P R O B L E M A XXXII.

Trovare due numeri tali, che sieno eguali ad un quadrato, e che il loro prodotto, aggiuntavi o sottrattavi la loro somma faccia un quadrato.

Sia di nuovo il prodotto $aaxx + bbxx$, e la somma $2abxx$ e si sono adempiute due condizioni.

Ma poichè la somma deve essere eguale ad un quadrato $b = 2a$; e si ha la somma $4aaxx$, e il prodotto $5aaxx$.

Poichè dunque il prodotto è $5aaxx$, i producenti saranno $5aax$, e x;

La somma de' quali è $5aax + x$:

Ma ella era anche $4aaxx$:

Dunque $5aax + x = 4aaxx$;

E si ha $x = \frac{5aa + 1}{4aa}$

Sia $a = 1$, farà $x = \frac{3}{2}$

E i numeri saranno $\frac{3}{2}$, $\frac{15}{2}$.

P R O B L E M A XXXIII.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato di qualsivoglia di loro aggiuntovi il numero che gli seguita dopo faccia un quadrato.

Sia il primo x;

Se al suo quadrato xx si aggiunga $2x + 1$ si fa il quadrato $xx + 2x + 1$;

Sia dunque il secondo $2x + 1$, al cui quadrato $4xx + 4x + 1$ se si aggiunga $4x + 3$, si ha il quadrato $4xx + 8x + 4$,

Sia dunque il terzo $4x + 3$.

Ma

Ma bisogna che il suo quadrato $16xx + 24x + 9$ aggiuntovi il primo sia quadrato.

Onde $16xx + 25x + 9$ deve essere $=$ ad un quadrato.

Sia dunque $16xx + 25x + 9 = 16xx - 32x + 16$

E si ha $x = \frac{7}{57}$

Onde i numeri saranno $\frac{7}{57}$, $\frac{71}{57}$, $\frac{99}{57}$

P R O B L E M A XXXIV.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato di qualsivoglia di essi sottratto il numero che gli vien dopo, faccia un quadrato.

Sia il numero primo $x+1$ il cui quadrato $xx+2x+1$

Onde il secondo sia $2x+1$; e si è adempiuto alla prima condizione.

Il quadrato del secondo è $4xx+4x+1$,

Sia dunque il terzo $4x+1$:

Ma il suo quadrato $16xx+8x+1$ sottrato il primo è $16xx+7x$, il quale deve essere parimenti un quadrato,

Sia dunque $16xx+7x=25xx$

E si ha $x = \frac{7}{9}$

I tre numeri dunque sono $\frac{16}{9}$, $\frac{23}{9}$, $\frac{37}{9}$.

P R O B L E M A XXXV.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato d'ognuno aggiuntavi la somma di tutti tre faccia un quadrato.

Sia il quadrato $xx+2x+1$.

Se la somma di tutti tre sia $2x+1$ e si ponga il primo x, si adempie alla prima condizione

La somma dunque degli altri due sarà $x+1$.

Sia il secondo z, e sarà $zz+2x+1 =$ al quadrato $zz - 4z+4$,

E si ha $z = \frac{x}{2} - \frac{3}{4}$

Il terzo dunque farà $\frac{x}{2} - \frac{7}{2}$; il cui quadrato è $\frac{xx}{4} + \frac{7x}{4} + \frac{49}{16}$; il quale aggiuntavi la somma di tutti tre $2x + 1$ deve essere un quadrato.

Dunque $\frac{xx}{4} + \frac{7x}{4} + \frac{49}{16} + 2x + 1$ è uguale ad un quadrato formato dal lato $\frac{x}{2} - 3$,

E si ha $x = \frac{79}{12}$

Onde i numeri saranno $\frac{158}{24}$, $\frac{61}{24}$, $\frac{121}{24}$.

Altrimenti.

L E M M A.

Se $a - b$ si quadri, si fa $\frac{aa - 2ab + bb}{4}$.

Vi si aggiunga ab, si ha $\frac{aa}{4} + \frac{ab}{2} + \frac{bb}{4}$, il quale è parimente un quadrato.

Dunque se si quadri la semidifferenza di due numeri, e le si aggiunga il prodotto degli stessi numeri si ha un quadrato.

Si prenda dunque qualsivoglia numero per esempio 12, i cui multiplicanti sieno 3, 4 ; 2, 6, 1, 12 : saranno $\frac{1}{4} + 12$, $4 + 12$, $14 + 12$, tre quadrati.

Siano dunque i numeri ricercati $\frac{x}{2}$, $2x$, $\frac{11x}{2}$,

Sia la somma de' numeri $12xx$, ognuno de' quadrati aggiuntavi la somma farà quadrato.

Ma la somma de' numeri è $8x$.

Dunque $12xx = 8x$

E si ha $x = \frac{2}{3}$

Onde i numeri ricercati saranno $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{11}{3}$.

P R O B L E M A XXXVI.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato d'ognuno, sottrattavi la somma di tutti, faccia un quadrato.

L E M M A.

Se $\frac{a+b}{2}$ si quadri, si ha $\frac{aa}{4}+\frac{ab}{2}+\frac{bb}{4}$

Si levi ab: si ha di nuovo il quadrato $\frac{aa}{4}-\frac{ab}{2}+\frac{bb}{4}$

Dunque se si quadri la semisomma di due numeri, e da essa si levi il prodotto degli stessi numeri si ha un quadrato.

Si prenda dunque qualunque numero, per esempio 12, che è prodotto da 3, 4, 2, 6, 1, 12, e saranno $\frac{49}{4}-12$, $16-12$, e $\frac{169}{4}-12$ ognuno un quadrato.

Fine del Libro Secondo.

PRE.

PRENOZIONI

Per l' intelligenza de' Libri feguenti.

Della Equalità duplicata.

Equalità duplicata dicefi quando due Equazioni fi hanno da eguagliar ad un quadrato come fe fi dia $x + 2$ da uguagliarfi ad un quadrato, e parimenti $x + 3$ da eguagliarfi ad un quadrato.

Sei cafi fi diftinguono di fervirfi della equalità duplicata

Primo quando tutti due i membri coftano di foli numeri e di radici, ma i numeri fono inegualì, e i coefficienti della radice fono eguali.

Come $x + 2$

$x + 3$

Ovvero $10x + 6$

$10x + 54$

Ovvero $x - 6$

$x - 7$

Ovvero $9 - x$

$21 - x$

Ovvero $x + 6$

$x - 12$

L'altro cafo è quando non vi fi trova fe non radici e numeri, ma i coefficienti fono inegualì, e i numeri fono quadrati.

Come $10x + 9$

$5x + 4$

Ovvero $8x + 4$

$6x + 4$

Ovvero $36 - 6x$

$16 - x$

Ovvero $36 - x$

$16 - 9x$

Il terzo modo è quando nè i coefficienti sono eguali, nè i numeri sono quadrati, ma i coefficienti sono piani simili.

Come $65 - 6x$

$65 - 24x$

Ovvero $\frac{48}{10} + \frac{52x}{10}$

$\frac{3}{10} + \frac{13x}{10}$

Questo modo si riduce al primo se la ragione di un piano e dell'altro s'esponga pe' suoi quadrati, e i termini d'una delle equazioni si multiplichino per lo quadrato maggiore, e i termini dell'altra per lo quadrato minore.

Così perchè i coefficienti nel primo esempio sono 6, 24, la ragione de' quali è 1 : 4, si multiplichino i termini della prima equazione per 4, e que' della seconda per 1. e si ha

$$\left.\begin{matrix} 260 - 24x \\ 65 - 24x \end{matrix}\right\} = \text{ad un quadrato.}$$

Nel secondo esempio poichè i coefficienti sono come 4 : 1., ovvero come 100 : 25, si multiplichino i termini della prima equazione per 25, e i termini della seconda per 100 [per togliere le frazioni] e si ha

$$\left.\begin{matrix} 30 + 130x \\ 105 + 130x \end{matrix}\right\} = \text{ad un quadrato}$$

Il quarto modo è quando i coefficienti sono diversi, ma i quadrati delle unità sono gli stessi, il qual modo si può ridurre al secondo.

Il quinto modo è, quando nè i coefficienti sono eguali, nè l'unità sono come i quadrati.

Come $2x + 13$

$x + 7$

Ovvero $6x + 25$

$2x + 3$

I quali però sono certi casi speciali, de' quali vedi il Bacheto nel lib. 4. di Diofanto Probl. 25.

Il sesto modo è quando i numeri proposti si compongono diversamente da numeri quadrati, e da unità, e in questo caso si ricercano due condizioni.

La prima, che o i cofficienti de' quadrati, o le unità istesse sieno quadrate.

La seconda che la differenza de' proposti sia Binomia, o Monomia.

Tali sono $\left.\begin{matrix} 4xx + 3x - 1 \\ 4xx + 4x - 1 \end{matrix}\right\} = Q.$

La

La differenza de' quali è x

Ovvero $xx - 12$

$\frac{73x}{2} - 12$

La differenza de' quali è $xx - \frac{73x}{2}$

Ovvero $4xx - x - 4$

$4xx + 15x$

La differenza de' quali è $16x + 4$

Ovvero $xx + x - 1$

$xx - 1$

La differenza de' quali è x.

Quando viene proposta una Equalità duplicata da risolversi, il metodo comune è di prendere la differenza de' proposti, investigare i fattori dalla differenza, e o eguagliare il quadrato della semisomma de' fattori al membro maggiore, o eguagliare il quadrato dalla semidifferenza degli stessi fattori al membro minore, e si ha la radice cercata.

Sia per esempio $\left.\begin{matrix} x+2 \\ x+3 \end{matrix}\right\} = Q.$

La differenza è 1, i fattori $\frac{1}{2}$, e 2

La semisomma di fattori $\frac{1}{4} + 1$

Il quadrato della semisomma $\frac{1}{16} + \frac{1}{2} + 1$

Onde $x + 3 = \frac{1}{16} + \frac{1}{2} + 1$;

E si ha $x = -2 + \frac{9}{16}$

Ovvero perchè la semidifferenza de' fattori è $\frac{3}{4}$, sarà $x + 2 = \frac{9}{16}$

E di nuovo si ha $x = \frac{9}{16} - 2$

Analisi di questo metodo.

Sia la differenza de' quadrati $aa - bb$

Poichè i fattori sono $a + b$, ed $a - b$

La somma de' fattori è $2a$, e la semisomma, a il cui quadrato è aa

La differenza poi de' fattori è $2b$, la semidifferenza b, il cui quadrato è bb.

Sco-

Scolio.

Se nella risoluzione volgare escano numeri negativi, come nell' esempio addotto di sopra, nota il Fermat, che bisogna reiterare l' operazione, e sostituire invece di x una nuova radice accresciuta del valore ritrovato per avere nuovi termini, alla resoluzione de' quali gioverà la nuova Radice.

Così nell' esempio addotto di sopra si faccia $y - \frac{23}{16} = x$

E saranno $\left.\begin{array}{l} y + \frac{9}{16} \\ y + \frac{25}{16} \end{array}\right\} = Q$

La differenza è 1, i cui fattori sono $\frac{1}{3}$, 3

La semisomma de' fattori $\frac{10}{6}$

Onde $y + \frac{25}{16} = \frac{100}{36}$, onde $y = \frac{100}{36} - \frac{25}{16}$

E $x = \frac{100}{36} - \frac{1}{8}$

Che se in luogo di y si sostituisce $z + \frac{100}{36} + \frac{25}{16}$ si hanno nuove equazioni e nuove radici in infinito, il che s' osserva in tutti i casi.

Della Equalità triplicata.

Dove non bastano l' equalità duplicate, bisogna ricorrere alle triplicate, che è invenzione del Fermat.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Sia } x + 4 \\ 2x + 4 \\ 5x + 4 \end{array}\right\} = Q$$

Si metta nella prima $yy + 4y = x$

E si ha il quadrato $yy + 4y + 4$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{La seconda diventa} & 2yy + 16y + 4 \\ \text{E la terza} & 5yy + 20y + 4 \end{array}\right\} = Q$$

Che è una equalità duplicata, la quale perchè possa risolversi bisogna che ne' termini d' ogni equazione si dia qualche quadrato

Siano

Siano $1 + x$

$1 + 2x = Q$

$1 + 5x$

Si avrà $x = yy + 2y$

E l'Equazioni sono $yy + 2y + 1$

$$2yy + 4y + 1 = Q$$

$$5yy + 10y + 1$$

Ma perchè il primo Trinomio è quadrato, gli altri due si dovranno egualiare ad un quadrato, e si avrà una equalità duplicata, nella quale secondo il metodo di Diofanto si ha $y = - 6$; onde $x = 24$.

Se i quadrati dell'unità sono diversi, lo stesso metodo serve; come se si dicono

$1 + x$

$4 + 3x = Q$

$9 + 8x$

Ma per averne la soluzione bisogna ridurre le unità allo stesso quadrato; multiplicando ognuno de' quadrati per gli altri due, e si avranno

$36 + 36x$

$36 + 27x = Q$

$36 + 8x$

Si può anche risolvere l'equalità triplicata quando l'equazioni costano di soli quadrati, e di radici, purchè il coefficiente de' quadrati sia quadrato

Sieno per esempio $xx + 2x$

$$xx + x = Q$$

$$xx + 5x$$

Si faccia $y = \frac{1}{x}$

E saranno $\frac{1}{yy} + \frac{2}{y}$

$$\frac{1}{yy} + \frac{1}{y} = Q$$

$$\frac{1}{yy} + \frac{5}{y}$$

Ovve-

Ovvero $2y + 1$

$$\begin{array}{l} y + 1 = Q \\ 5y + 1 \end{array}$$

Che è il primo caso.

Ma poichè y è 24, sarà $x = \frac{1}{24}$

Così se siano $4xx + 2x$

$$\begin{array}{l} 4xx + 6x = Q \\ 4xx + 9x \end{array}$$

Si faccia $y = \frac{1}{x}$

E saranno $2y + 4$

$$\begin{array}{l} 6y + 4 = Q \\ 9y + 4 \end{array}$$

In questi col metodo volgare si trova $y = \frac{2080}{2209}$

Onde $x = \frac{2209}{2080}$

Siano in terzo luogo $9xx + 9x$

$$\begin{array}{l} 9xx + 24x = Q \\ 9xx + 72x \end{array}$$

Si ponga $x = \frac{1}{3y}$

E saranno $3y + 1$

$$\begin{array}{l} 8y + 1 = Q \\ 24y + 1 \end{array}$$

Ovvero si faccia $9xx = yy$

E saranno $yy + 3y$

$$\begin{array}{l} yy + 8y = Q \\ yy + 24y \end{array}$$

Scolio I.

Sia $\begin{array}{l} xx - 2x + 1 \\ 4x + 1 \end{array} = Q$

Per lo metodo di Diofanto s'ha $x = 2$, e $x = \frac{3}{4}$

Per aver nuove radici si faccia col metodo del Fermat $y + 2 = x$

E saranno $4y + 9$

$$yy + 2y + 9 = Q$$

E

E si ha $y = \frac{17}{4}$

Onde $x = \frac{17}{4} + 2$

Di nuovo si faccia $y + \frac{3}{4} = x$

E faranno $4y + 4$
$$yy - \frac{y}{2} + \frac{1}{16} = Q$$

Dove $y = \frac{72}{280}$, e $x = \frac{72}{280} + \frac{3}{4}$

Se si fa $z + \frac{72}{280} + \frac{3}{4} = x$ nasceranno nuovi termini, e nuove radici.

Ma dee avvertirsi in questo metodo, che la differenza al più dee essere binomia, e se è binomia, non doversi comporre d' unità e d' incognite, ma solamente d' incognite

Siano $\left.\begin{matrix} 9xx - 21x + 15 \\ 9xx - 48x + 24 \end{matrix}\right\} = Q$

La differenza è $27x - 9$ che dal metodo del Fermat viene esclusa

Il qual inconveniente spesso si può schifare.

Imperciocchè siano $\left.\begin{matrix} xx + x + 2 \\ xx + 3x + 3 \end{matrix}\right\} = Q$

Per lo metodo di Diofanto $x = -2$

Onde se col metodo del Fermat si faccia $y - 2 = x$

Saranno $\left.\begin{matrix} yy - 3y + 4 \\ yy - y + 1 \end{matrix}\right\} = Q$

La differenza di questi è $2y - 3$, ovvero $3 - 2y$

Ma per mezzo di queste differenze indarno si cerca una nuova radice

Poichè dunque le unità sono quadrate, si multiplichino i termini della seconda equazione per 4, e si avranno

$$\left.\begin{matrix} yy - 3y + 4 \\ 4yy - 4y + 4 \end{matrix}\right\} = Q$$

La differenza de' quali è $3yy - y$

Di nuovo fieno $\left.\begin{array}{r} xx - 8x + 16 \\ 3xx - 48x + 64 \end{array}\right\} = Q$

Per lo metodo di Diofanto $x = 16$

Onde si avrà $y + 16 = x$

E faranno $\left.\begin{array}{r} yy + 24y + 256 \\ 3yy + 144y + 1600 \end{array}\right\} = Q$

La differenza de' quali è $2yy + 120y + 1344$ che è inutile.

Si riducano dunque le unità allo stesso quadrato multiplicando i termini dalla prima equazione per $\frac{1600}{256}$, e si avranno $\left.\begin{array}{r} \frac{25yy}{4} + 150y + 1600 \\ 3yy + 144y + 1600 \end{array}\right\} = Q$

Scolio II.

Nella soluzione dell' Equalità duplicate il Fermat alle volte usa metodi particolari

Sia $\left.\begin{array}{r} 25xx + 4x - 6 \\ 9xx + 20x - 6 \end{array}\right\} = Q$

Il metodo volgare è di ridurre i coefficienti xx all' eguaglianza multiplicando i termini della seconda equazione per $\frac{25}{9}$

Il Fermat prende la differenza che è $16xx - 16x$, di poi stabilisce due fattori tali che la semisomma contenga $5x$, quali sono $8x$, e $2x - 2$, la semisomma de' quali è $5x - 1$, il cui quadrato $= 25xx + 4x - 6$, e si avrà il valore di x

Di nuovo sia da risolversi l'equalità duplicata

$169xx + 5746x + 169$

$xx + 10x + 169$

Secondo il metodo volgare in due maniere si può risolvere questa quistione

Primo, prendendo la differenza de' numeri, che è $168xx + 5736x$, e scegliendo due produttori, uno de' quali contenga 26, cioè il duplo della radice 13.

Secondo, riducendo i coefficienti all' eguaglianza, ciò che si fa multiplicando i termini della seconda per 169, e si hanno

$169xx + 574x + 169$

$169xx + 1690x + 169$

Giu-

Giusta il metodo del Fermat si prende la differenza $168xx + 5736x$, i cui fattori debbono eleggersi

$14x$, e $12x + \frac{2868}{7}$

La semisomma de' quali sarà $13x + \frac{2868}{14}$

Il cui quadrato da eguagliarsi $169xx + 5746x + 169$

Della Equazione quadratica.

Equazione quadratica dicesi quella, nella quale la quantità incognita è elevata ad un quadrato. Come se si dia $xx = 3$ ovvero $xx + 6x = 3$

Tutte l'Equazioni quadratiche si ponno ridurre a quattro formule

I. $xx + 3x + 6 = 0$ II. $xx + 3x - 6 = 0$

III. $xx - 3x + 6 = 0$ IV. $xx - 3x - 6 = 0$

Ovvero universalmente.

$xx + ax + b = 0$

$xx + ax - b = 0$

$xx - ax + b = 0$

$xx - ax - b = 0$

Il quadrato xx dicesi primo termine; il piano ax, il secondo, b il terzo.

Il numero dato a, che multiplica l'incognita x nel secondo termine, dicesi il coefficiente del secondo termine, e il numero dato b, che è libero da ogni incognita, dicesi omogeneo

Per risolvere la prima equazione

Sia $xx + ax = -b$

Aggiungasi da una parte e dall' altra il quadrato aa fatto dalla metà del coefficiente

E si ha $xx + ax + \frac{aa}{4} = b$, ed estratta da una parte e dall'altra la radice s' ha $x + \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{aa}{4} - b}$

E finalmente $x = \pm \sqrt{\frac{aa}{4} - b} - \frac{a}{2}$

Se $\frac{aa}{4} - b$ è quadrato, s'ha x rationale, se non è quadrato, x è irrazionale, e se $\frac{aa}{4}$ è minore dell' omogeneo b, allora la radice è immaginaria, e il Problema è impossibile.

La regola dunque generale per risolvere tutte l' equazioni quadratiche è, che i due primi termini s'uguaglino all' omogeneo, e s' aggiunga da una parte e dall'altra il quadrato del semicoefficiente, ed estratta la radice da amendue le parti s' avrà il valore dell' incognita x.

Sia dunque $xx - 4x + 3 = 0$, sarà $xx - 4x = -3$

Onde $xx - 4x + 4 = 4 - 3$, e $x - 2 \pm 1$

Finalmente $x = \pm 1 + 2$

Cioè $x = 3$, ovvero 1.

Sia in secondo luogo $x + 6x + 18 = 0$

Sarà $xx + 6x = -18$

Onde $xx + 6x + 9 = -9$

E $x + 3 = \pm \sqrt{-9}$

Onde x è immaginaria

Dove anche il primo termine ha il suo coefficiente, si dividano per esso tutti i termini dall' equazione, e l' equazione si ridurrà alle formule sopraddette.

Sia $6xx + 36x + 48 = 0$

Dividendo i termini per 6, sarà $xx + 6x + 8 = 0$

Onde $xx + 6x = -8$

E $xx + 6x + 9 = 1$

Onde si ha $x = \pm 1 - 3$

Si supponga dunque universalmente

$mxx - ax + b = 0$

Sarà $xx - \frac{ax}{m} + \frac{b}{m} = 0$

E $xx - \frac{ax}{m} = -\frac{b}{m}$

Onde $xx - \frac{ax}{m} + \frac{aa}{4mm} = \frac{aa}{4mm} - \frac{b}{m}$

Ovvero riducendo la frazione $\frac{b}{m}$ alla stessa denominazione

$\frac{xx}{m} - \frac{ax}{4mm} + aa = \frac{aa - 4bm}{4mm}$

Perchè dunque x sia razionale, bisogna che $\frac{aa - 4bm}{4mm}$ sia un quadrato, e

per-

perchè il denominatore è quadrato, bisogna che sia quadrato il numeratore.

Dunque $aa - 4bm$ deve esser quadrato:

Ovvero dividendo per 4, $\frac{aa}{4} - bm$ sarà quadrato.

Si faccia dunque un quadrato della metà del coefficiente del secondo termine, dal quale sottraggasi bm, cioè il prodotto dell' omogeneo per lo coefficiente del primo termine; e se il residuo è quadrato, si ha x razionale.

Se l'omogeneo b è affetto del segno contrario, il piano mb deve aggiugnersi al quadrato $\frac{aa}{4}$.

Le quali cose siano dette perchè s'intenda il metodo di Diofanto nella soluzione dell'equazioni quadratiche.

Sia dunque $7xx - 3x - 4 = 0$

E sarà $7xx - 3x = 4$

Onde $28 + \frac{9}{4}$ deve essere un quadrato, perchè x sia razionale.

E sa $\frac{121}{4}$.

Ma se si ha $6xx - 3x - 4 = 0$

Poichè $24 + \frac{9}{4}$ non è quadrato, x non è razionale.

LIBRO TERZO.

PROBLEMA PRIMO.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato d'ognuno di essi sottratto dalla somma di tutti tre i numeri faccia un quadrato.

Sia la somma di tutti tre $5xx$, dalla quale se si sottragga xx, ovvero $4xx$, il residuo è sempre quadrato. Il primo numero dunque sarà x, il secondo $2x$.

Bisogna dunque trovare il terzo, il cui quadrato sottratto da $5xx$ lasci un quadrato.

Dividasi dunque 5 in due quadrati che siano

$yy + 2y + 1$

$4yy - 8y + 4$

Onde $5yy - 6y + 5 = 5$

E si ha $y = \frac{6}{5}$

Onde sostituendo questo valore, il primo de' due quadrati sarà $\frac{121}{25}$, la cui radice è $\frac{11}{5}$; il secondo sarà $\frac{4}{25}$ la cui radice è $\frac{2}{5}$.

Sia dunque il terzo $\frac{2x}{5}$

La somma di tutti è $\frac{17x}{5} = 5xx$

Onde $x = \frac{17}{25}$

Dunque i numeri sono $\frac{85}{125}$, $\frac{170}{125}$, $\frac{34}{125}$.

PROBLEMA II.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato della loro somma aggiunto a qualsivoglia d'essi faccia un quadrato.

Sia il quadrato della somma xx

I numeri ricercati $3xx$, $8xx$, $15xx$

La

La ſomma di queſti è $26xx$

Ma lo è anche x

Dunque $26xx = x$

E ſi ha $x = \frac{1}{26}$

Dunque i numeri ricercati ſono $\frac{3,\ 8,\ 15}{676}$

P R O B L E M A III.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato della loro ſomma, ſottrattovi qualſivoglia d'eſſi, faccia un quadrato

Sia il quadrato della ſomma $16xx$

I numeri ricercati ſiano $7xx$, $12xx$, $15xx$

La ſomma di queſti è $34xx$;

Ma lo è anche $4x$

Dunque $34xx = 4x$

E ſi ha $x = \frac{2}{17}$

Dunque i numeri ricercati ſono $\frac{28,\ 48,\ 60}{289}$

P R O B L E M A IV.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato della loro ſomma ſottratto da qualſivuglia d'eſſi faccia un quadrato.

Sia il quadrato dalla ſomma xx

I numeri ricercati ſieno $2xx$, $10xx$, $5xx$

La ſomma di queſti è $17xx$

Ma lo è anche x

Dunque $17xx = x$

E ſi ha $x = \frac{1}{17}$

Dunque i numeri ricercati ſono $\frac{2,\ 10,\ 5}{289}$

P R O B L E M A V.

Trovare tre numeri eguali ad un quadrato, i quali preſi a due a due ſuperino l'altro d'un numero quadrato.

Sia

Sia la ſomma di tutti tre $xx + 2x + 1$

E ſi ponga il terzo $\frac{xx}{2} + x$: Imperciocchè così il primo e il ſecondo ſuperanno il terzo dell'unità

La ſomma dunque del primo e del ſecondo è $\frac{xx}{2} + x + 1$:

Se il primo ſi chiami y, il ſecondo z, ſarà $y + z = \frac{xx}{2} + x + 1$

Ma per condizione del problema il ſecondo e il terzo ſuperano il primo d'un quadrato $\frac{xx}{2} + x + z = y + xx$

Dunque $z = y + \frac{xx}{2} - x$.

Ma ſi aveva prima $y + z = \frac{xx}{2} + x + 1$;

Dunque $z = \frac{xx}{2} + x + 1 - y$

E perciò $y + \frac{xx}{2} + x = \frac{xx}{2} + x + 1 - y$

E ſi ha $y = x + \frac{1}{2}$

E in conſeguenza $z = \frac{xx}{2} + \frac{1}{2}$

Reſta che il primo e il terzo ſuperino il ſecondo di un quadrato.

Lo ſuperano di $2x$ ſi faccia dunque $2x$ eguale al quadrato 16, e ſarà $x = 8$.

Dunque i numeri ricercati ſaranno $8\frac{1}{2}$, $32\frac{1}{2}$, 40.

P R O B L E M A VI.

è lo ſteſſo.

P R O B L E M A VII.

Trovare tre numeri eguali ad un quadrato, che preſi a due a due facciano un quadrato.

Siano tutti tre inſieme $xx + 2x + 1$

La ſomma del primo e del ſecondo ſia xx

Onde

Onde il terzo sarà $2x + 1$

Sia il secondo col terzo $xx - 2x + 1$

E poichè tutti tre insieme sono $xx + 2x + 1$, sottraendo il quadrato di sopra da questo, resta il primo numero $4x$.

Il secondo dunque sarà $xx - 4x$

Resta che il primo col terzo siano uguali ad un quadrato.

Onde $6x + 1$ è uguale ad un quadrato

Sia dunque $6x + 1 = 121$

E si ha $x = 20$

Dunque i numeri ricercati sono 80, 320, 41.

P R O B L E M A VIII.

è lo stesso.

P R O B L E M A IX.

Trovare tre numeri d'ugual differenza, che presi a due a due facciano un quadrato.

Siano i numeri ricercati a, $a + m$, $a + 2m$.

Saranno per la condizion del Problema

$2a + m$, $2a + 2m$, $2a + 3m$ ognuno uguale ad un quadrato.

Bisogna dunque trovare tre quadrati aritmeticamente proporzionali, i quali siano 961, 1681, 2401

Sottraendo il primo dal secondo si ha $m = 720$, e sottraendo m dal primo si ha $2a = 241$.

Dunque i numeri ricercati saranno

$\frac{241}{2}$, $\frac{241}{2} + 720$, $\frac{241}{2} + 1440$

P R O B L E M A X.

Dato un qualche numero trovarne tre altri tali, che presi a due a due aggiuntovi il numero dato facciano un quadrato, ma che anche la somma de' tre aggiuntovi il numero dato faccia un quadrato.

Sia il numero dato 3

La somma de' due primi sia $xx + 4x + 1$

La somma del secondo e del terzo sia $xx + 6x + 6$

La somma di tutti tre $xx + 8x + 13$

E aggiuntovi 3 a qualunque somma si ha un quadrato.

Se dalla somma di tutti tre si sottragga la somma del primo e del secondo, resterà il terzo numero $4x + 2$

Se si sottragga la somma del secondo e del terzo resterà il primo $2x + 2$

Sottratto il primo dalla somma del primo e del secondo resterà il secondo $xx + 2x - 6$.

Resta che il primo col terzo faccia un quadrato.

Ma fa $6x + 22$: è dunque $6x + 22 = 100$

E si ha $x = 13$.

Dunque i numeri ricercati saranno 33, 189, 64.

P R O B L E M A XI.

Dato un qualche numero trovarne altri tre tali, che presi a due a due e sottrattone il numero dato facciano un quadrato, ma che anche la somma di tutti tre sottrattone il numero dato faccia un quadrato.

Sia di nuovo il numero dato 3.

Sia la somma de' due primi $xx + 3$

La somma del secondo e del terzo $xx + 2x + 4$

La somma di tutti tre $xx + 4x + 7$

Se dalla somma di tutti tre si sottragga la somma del primo e del secondo resta il terzo $4x + 4$

Se dalla somma del secondo e del terzo si sottragga il terzo resta il secondo $xx - 2x$

Finalmente se dalla somma del primo e del secondo si sottragga il secondo resta il primo $2x + 3$

Resta che il primo col terzo sottratto 3 faccia un quadrato.

Ma fa $6x + 4$: onde $6x + 4 = 64$

E si ha $x = 10$

Dunque i numeri ricercati sono 23, 80, 44.

P R O B L E M A XII.

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due aggiuntovi un numero dato, faccia un quadrato.

Il numero dato sia 12.

Sia

Sia il prodotto del primo e del secondo aa

Il prodotto del secondo e del terzo bb

Se il primo si dica aax, sarà il secondo $\frac{1}{x}$, e il terzo bbx

Bisogna dunque trovare due quadrati aa, bb, i quali aggiuntovi 12 facciano un quadrato, e sono $\frac{1}{4}$, 4

Sarà dunque $aa = \frac{1}{4}$, $bb = 4$

Onde i numeri ricercati saranno $\frac{x}{4}$, $\frac{1}{x}$, $4x$

Resta che il primo e il terzo aggiuntovi 12 facciano un quadrato.

Onde $xx + 12 =$ ad un quadrato, il cui lato sia $x + 3$.

E si ha $x = \frac{1}{2}$

Dunque i numeri sono $\frac{1}{8}$, 2, 2.

P R O B L E M A XIII.

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due, e sottratovi un numero dato, faccia un quadrato.

Sia il numero dato 10.

Sia il prodotto del primo e del secondo aa, e il primo sia aax, l'altro $\frac{1}{x}$;

Ma bisogna che $aa - 10$ sia un quadrato

Onde sia $aa - 10 = aa - 4a + 4$, e si ha $a = \frac{7}{2}$

Il primo numero dunque sarà $\frac{49x}{4}$, il secondo $\frac{1}{x}$

Sia il terzo z

E poichè il prodotto del secondo e del terzo sottratovi 10 deve essere un quadrato sia $\frac{z}{x} - 10 = bb$, e si ha $z = bbx + 10x$

Resta che il prodotto del primo per il terzo sottrattovi 10 sia quadrato:

Onde $aabbxx + 10aaxx - 10 =$ al quadrato bb

Si ponga $bb + 10 =$ ad un quadrato

E fia $bb - 10b + 25$

E farà $b = \frac{3}{2}$

Sia finalmente $aabbxx + 10aaxx = bb + 10$

E fi ha $x = \frac{1}{a}$

I numeri ricercati dunque faranno a, a, $\frac{49}{4a}$

Cioè $\frac{7}{2}$ $\frac{7}{2}$ $\frac{7}{2}$

Che fe $aabbxx + 10aaxx = 4 . \overline{bb + 10}$

Allora fi fa $x = \frac{1}{a} = \frac{4}{7}$

Onde i numeri farebbero $\frac{49}{7}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{49}{7}$

P R O B L E M A XIV.

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due aggiuntovi l'altro numero faccia un quadrato.

Sia il quadrato $xx + 6x + 9$

Se fi ponga il terzo numero 9, farà $xx + 6x$ il prodotto del primo e del fecondo.

Sia dunque il primo x

Sarà il fecondo $x + 6$.

Ma bifogna che il prodotto del fecondo e del terzo aggiuntovi 9 fia quadrato.

Onde $10x + 54 =$ Q.

Bifogna che anche il prodotto del primo e del terzo aggiuntovi il fecondo fia un quadrato:

Onde $10x + 6 =$ Q. E nafce una duplicata equalità.

La differenza è 48

I fattori 4, 12

La femidifferenza de' fattori 4

Sia dunque $10x + 6 = 16$, e fi ha $x = 1$

Dunque i numeri fono 1, 7, 9

P R O B L E M A XV.

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due sottrattavi l'altro numero, faccia un quadrato.

Sia il primo x, il secondo $x + 4$

Il loro prodotto sarà $xx + 4x$

Onde se il terzo sia $4x$, s'adempie una condizione.

Il prodotto del secondo e del terzo è $4xx + 16x$

Il prodotto del primo e del terzo è $4xx$

Bisogna dunque che $4xx + 15xx$ sia un quadrato, e che parimenti $4xx - x - 4$ sia un quadrato, e nasce una duplicata equalità.

La differenza de' quadrati è $16x + 4$

I fattori 4, e $4x + 1$

La semisomma de' fattori $2x + \frac{5}{2}$

Il cui quadrato è

$4xx + 10x + \frac{25}{4} = 4xx + 15x$

E si ha $x = \frac{5}{4}$

Dunque i numeri sono $\frac{5}{4}$, $\frac{21}{4}$, 5

P R O B L E M A XVI

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due aggiuntovi il quadrato dall'altro numero, facciano un quadrato.

Sia il numero primo x, l'altro $4x + 4$, il terzo 1

Il prodotto del primo e del secondo è $4xx + 4x$, e aggiuntovi 1, quadrato del terzo si ha un quadrato.

Il prodotto del secondo e del terzo è $4x + 4$, e aggiuntovi xx, quadrato del primo, si ha un quadrato.

Resta che il prodotto del primo e del terzo aggiuntovi il quadrato del secondo sia un quadrato.

Dunque $16xx + 33x + 16 =$ ad un quadrato formato dal lato $4x - 5$;

E

E si ha $x = \frac{0}{73}$.

I numeri dunque saranno 9, 328, 73.

P R O B L E M A XVII.

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due aggiuntavi la loro somma faccia un quadrato.

Perchè per il Lemma il prodotto di due quadrati che siano immediatamente prossimi, aggiuntavi la somma di amendue fa un quadrato, siano due numeri 4, e 9, e si adempie alla prima condizione. Imperciocchè 36 + 13 sarà un quadrato.

Sia il terzo numero x;

Bisogna che $10x + 9$ sia un quadrato, e parimenti $5x + 4$, e nasce una duplicata equalità

La differenza è $5x + 5$

I fattori $x + 1$, e 5:

La semisomma de' fattori $\frac{x}{2} + 3$.

Sarà dunque $\frac{xx}{4} + 3x + 9 = 10x + 9$.

E si ha $x = 28$.

Dunque i numeri saranno 4, 9, 28.

P R O B L E M A XVIII

è lo stesso.

P R O B L E M A XIX.

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due sottrattavi la somma di ambedue facciano un quadrato.

Sia il primo 2, l'altro 3, e la prima condizione è adempiuta.

Sia il terzo x

Dunque $x - 2 = Q$.

E $2x - 3 = Q$

La differenza è $x - 1$

[illegible]ttori sono 1, e $x - 1$.

La

La femifomma de' fattori $\frac{x}{2}$;

Onde $\frac{xx}{4} = 2x - 3$

La quale equazione fciolta fi ha $x = 6$

Dunque i numeri fono $2, 3, 6$.

P R O B L E M A XX.

Trovare due numeri il prodotto de' quali aggiuntovi l' uno o l' altro, o aggiuntavi la fomma faccia un quadrato.

Sia il prodotto $4xx - x$. Il primo numero fia x per adempiere alla prima condizione.

Il fecondo farà $4x - 1$.

Allora reftano da compirfi due de' poftulati, cioè che il loro prodotto, aggiuntovi il fecondo e tutti due infieme, faccia un quadrato.

Dunque $4xx + 3x - 1 = Q$

E $\quad 4xx + 4x - 1 = Q$

La loro differenza è x

I fattori $\frac{1}{4}$, e $4x$

E fi ha $x = \frac{65}{224}$

I numeri dunque fono $\frac{65}{224}$, $\frac{36}{224}$.

P R O B L E M A XXI.

Trovare due numeri, il prodotto de' quali, fottrattovi l'uno o l'altro, o la fomma di ambedue faccia un quadrato.

Sia il prodotto $4xx + 4x$, e fia il fecondo $4x$.

Sottratto dunque il fecondo fi ha un quadrato, e s'è adempiuto alla prima condizione.

Divifo il prodotto per $4x$ fi ha il primo $x + 1$.

Ma bifogna che il prodotto fottrattovi il primo, e ambedue facciano un quadrato.

Onde

Onde $4xx + 3x - 1 = Q$

E $4xx - x - 1 = Q$

La loro differenza è $4x$,

I fattori sono 1, e $4x$

La semisomma $2x + \frac{1}{2}$;

E si ha $x = \frac{5}{4}$

Dunque i numeri ricercati sono $\frac{9}{4}$, 5.

P R O B L E M A XXII.

al Libro VI.

P R O B L E M A XXIII.

Dato un numero, dividerlo in due numeri; e trovare un quadrato, il quale sottrattavi ciascuna delle due parti del numero diviso faccia un quadrato.

Sia il numero dato 10.

Sia il quadrato $xx + 2x + 1$

Se da questo si sottragga tanto $4x$, quanto $2x + 1$ resta un quadrato.

Siano dunque le parti $4x$, $2x + 1$; la somma delle quali $6x + 1 = 10$,

E si ha $x = \frac{3}{2}$

Dunque le parti sono 6, e 4; e il quadrato $\frac{25}{4}$

P R O B L E M A XXIV.

Dato un numero, dividerlo in due numeri; e trovare un quadrato, il quale, aggiuntavi ciascuna delle due parti del numero diviso, faccia un quadrato.

Sia il numero dato 20.

Si

Si ponga il quadrato $xx + 2x + 1$, a questo aggiungasi o $2x + 3$, o $4x + 8$ si ha un quadrato

Si prendano dunque le parti $2x + 3$, $4x + 8$; la somma delle quali $6x + 11 = 20$;

E si ha $x = \frac{3}{2}$

Dunque le parti sono 6, e 14 : e il quadrato $\frac{25}{4}$

Fine del Libro Terzo.

LIBRO QUARTO.

PROBLEMA PRIMO.

DAto un numero, dividerlo in due cubi, la somma de' lati de' quali sia data. Sia da dividersi 370 in due cubi, la somma de' lati de' quali faccia 10.

Siano i lati de' cubi $5 + x$, $5 - x$: saranno i cubi

$x^3 + 15xx + 75x + 125$

$x^3 + 15xx - 75x + 125$

La somma de' quali è $30xx + 250 = 370$

E si ha $x = 2$

Dunque i lati de' cubi sono 7, e 3.

Universalmente.

Sia da dividersi a in due cubi, i cui lati facciano b.

Un lato sia $\frac{1}{2}b$, l'altro $\frac{1}{2}b - x$.

I cubi insieme saranno

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{8}b^3 + 3b\,x + 3bx^2 + x^3 \\ \frac{1}{8}b^3 - 3b^2x + 3bx^2 - x^3 \end{array}\right\} = \frac{2}{8}b^3 + \frac{bx}{2} = \frac{1}{4}b^3 + 3bx^2 = a$$

Dunque $x_2 = \dfrac{a - \frac{1}{4}b^3}{36}$ che dee essere un quadrato, perchè il Problema si possa sciogliere

PROBLEMA II.

Trovare due numeri d'una data differenza, e i cubi nati da essi abbiano pure una differenza data.

Sia la differenza de' numeri 6;

La differenza de' cubi sia 504.

Siano i lati de' cubi $x + 3$, $x - 3$, e resta la loro differenza 6.

I cubi sono

$x^3 + 9xx + 27x + 27$

$x^3 - 9xx + 27x - 27$

La

La differenza de' quali $18xx + 54 = 504$

E si ha $x = 5$.

Dunque i lati de' cubi sono 8, e 2.

Universalmente.

Sia la differenza de' numeri $2a$, e quella de' cubi b.

Siano i lati $x + a$, $x - a$

I cubi sono $x^3 + 3axx + 3aax + a^3$

$x^3 - 3axx + 3aax - a^3$

La differenza de' quali $6axx + 2a^3 = b$

E si ha $x = \frac{\sqrt{b - 2a^3}}{6a}$

P R O B L E M A III.

Multiplicare un istesso numero per un numero quadrato e per il suo lato e fare che il prodotto del numero per il lato sia un cubo, il prodotto del numero per il quadrato il lato del cubo

Sia il quadrato xx, il cui lato è x

Il numero ricercato sia z.

Dunque $zxx = \sqrt{zx}$, e $z^2x^5 = zx$

Sia $z = \frac{a^3}{x}$;

Sarà $a^6x^3 = a^3$

E si ha $x = \frac{1}{aa}$.

Si ponga dunque $a = 2$

Sarà $x = \frac{1}{4}$, e $z = 32$.

P R O B L E M A IV.

Aggiungere un istesso numero a un quadrato, e al suo lato, e fare le stesse cose

Sia il quadrato xx, il cui lato è x.

Il numero ricercato sia z:

Dunque $xx + z = Q$

E $x + z = \sqrt{xx + z}$

Sia $z = 3xx$, e si è adempiuto alla prima condizione.

Si ha anche $3xx + x = \sqrt{4xx} = 2x$

Z z 1 Dun-

Dunque $x = \frac{1}{3}$

Il quadrato dunque sarà $\frac{1}{9}$, il cui lato è $\frac{1}{3}$

E il numero da aggiugnersi sarà $\frac{1}{3}$.

P R O B L E M A V.

Aggiungere a un quadrato e al suo lato un istesso numero, e fare le stesse cose con ordine inverso.

Sia il quadrato xx, la cui radice è x.

Il numero da aggiungersi sia z.

Dunque $xx + z = \sqrt{x + z}$

Sia $z = 4xx - x$,

Sarà $4xx - x = \sqrt{4xx} = 2x$

E si ha $x = \frac{3}{5}$

Dunque il quadrato sarà $\frac{9}{25}$

E il numero da aggiungersi $\frac{21}{25}$

P R O B L E M A VI.

Aggiungere un istesso numero quadrato a un cubo, e ad un quadrato e fare le stesse cose.

Sia il cubo x^3,

Il quadrato $9xx$

Il numero da aggiungersi $16xx$

Il quale aggiunto al quadrato fa il quadrato $25xx$;

E si è adempiuto alla prima condizione.

Ma bisogna che aggiunto al cubo faccia un cubo.

Onde $x^3 + 16xx = 8x^3$

E si ha $x = \frac{16}{7}$

Dun-

Dunque il cubo farà $\frac{4096}{343}$;

Il quadrato $\frac{2304}{49}$

Il numero da aggiungersi $\frac{4096}{49}$

P R O B L E M A VII.

Aggiungere un istesso quadrato a un cubo, e ad un quadrato, e fare le stesse cose con ordine inverso.

Sia il cubo x^3,

Il quadrato x^2

Il quadrato da aggiungersi $4x^2$.

Per la proposizione $x^2 + 4xx = x^3$;

Onde $x = 1 + 4 = 5$.

Il cubo dunque è 125,

Il quadrato 25.

Il quadrato da aggiungersi 100.

Il quadrato che si fa dal cubo 125 e dal quadrato 100, è 225, il cui lato è 15.

P R O B L E M A VIII.

è lo istesso.

P R O B L E M A IX.

Aggiugnere un istesso numero a un cubo e al lato, e fare le cose stesse.

Sia il cubo x^3, il lato x

Il numero da aggiungersi y,

$x^3 + y = \overline{x+y}^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ per lo Problema IV.

$1 = 3x^2 + 3xy + y^2$ che deve essere un quadrato.

Si faccia un quadrato di $y - 2x$.

Dunque $3x^2 + 3xy + y^2 = y^2 - 4xy + 4xx$,

Dal che nasce $3y + 4y = x^2$,

Onde $y = \frac{1}{7}x$;

Il qual valore sostituito nell'equazione $1 = 3x^2 + 3xy + y^2$ dà,
$1 = 3x^2 + \frac{3}{7}x^2 + \frac{1}{49}x^2 = \frac{169x^2}{49}$

Onde $x = \frac{7}{13}$ e $y \frac{5}{13}$.

Il cubo dunque è $\frac{349}{2197}$

Il lato $\frac{7}{13}$

Il numero da aggiugnersi $\frac{1}{13}$, che aggiunto al lato si ha $\frac{8}{13}$, che multiplicato tre volte in sè stesso si fa $\frac{1}{3} \times \frac{343}{2197}$

P R O B L E M A X.

Aggiugnere un istesso numero ad un cubo e al lato, e fare lo stesso con ordine inverso.

Sia il cubo x^3, il lato x

Il numero da aggiugnersi $y^3 - x$

Per la proposizione $y^3 + x - x$ dee essere un cubo fatto dal lato $x^3 + y^3 - x$

Onde $y = x^3 + y^3 - x$.

Ovvero $y + x = y^3 + x^3$

Ovvero $1 = \frac{y^3 + x^3}{y + x}$

Sia $y + x = 2$,

Onde $y = 2 - x$

E $y^3 = 8 - 12x + 6x^2 - x^3$

E $\frac{x^3 + y^3}{y + x} = \frac{8 - 12x + 6x^2}{2} = 4 - 6x + 3x^2$ la cui radice si finga $2 - 4x$.

Onde $4 - 6x + 3x^2 = 4 - 16x + 16x^2$

Dal che nasce $\frac{10}{13} = x$

Onde $y = 2 - x = 2 - \frac{10}{13} = \frac{26 - 10}{13} = \frac{16}{13}$

Onde $x . y :: \frac{10}{13} . \frac{16}{13} :: 10 . 16 :: 5 . 8$.

E' dunque $5y = 8x$; e $y = \frac{8x}{5}$

$y^3 +$

$y^3 + x^3 = \frac{512x^3}{125}$

$y^3 + x^3 - x = \frac{637x^3 - 125x}{125} = y = \frac{8x}{5}$.

$637x^2 = \frac{8}{5}\,125 + 125 = 8\times25 + 125 = 325$

$x^2 = \frac{325}{637} = \frac{25}{49},\ x = \frac{5}{7}$

$y^3 - x = \frac{512}{125} \times \frac{125}{343} - \frac{5}{7} = \frac{512}{343} - \frac{5}{7}$

$= \frac{512 - 5\times49}{49\times7} = \frac{512 - 245}{343} = \frac{267}{343}$

P R O B L E M A XI.

Trovare due cubi eguali a' loro lati.

Siano i cubi x^3, y^3 i lati x, y.

Per la proposizione $x^3 + y^3 = x + y$

Ovvero $1 = \frac{x^3 + y^3}{x + y}$

Per lo precedente $y = \frac{8x}{5}$

Onde $y^3 = \frac{512x^3}{125}$

$y^3 + x^3 = \frac{512x^3 + 125x^3}{125} = \frac{637x^3}{125}$

$y + x = y + x = \frac{8}{5}x + x = \frac{13x}{5} = \frac{637x^3}{125}$

Onde $\frac{13}{5} = \frac{637x^2}{125}$,

$13\times25 = 637x^2 = 13\times49x^2$;

$\frac{25}{49} = x^2$;

$\frac{5}{7} = x$

$\frac{8\times5}{5\times7} = y = \frac{8}{7}$

P R O B L E M A XII.

Trovare due cubi, la differenza de' quali sia eguale alla differenza de' lati.

Siano i cubi x^3, y^3: i lati x, y

Per

Per la proposizione $x^3 - y^3 = x - y$:

Si ponga $x = y + 1$

Onde $y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 = y + 1 - y$, cioè $3y^2 + 3y + 1 = 1$, che dee essere un quadrato.

Si ponga la radice $1 - 2y$

Dunque $3y^2 + 3y + 1 = 1 - 4y + 4y^2$

Dal che nasce $7 = y$, $8 = x$

Onde $y = \frac{7}{8}x$

$y^3 = \frac{343x^3}{512}$

$x^3 - y^3 = x^3 - \frac{343x^3}{512} = \frac{169x^3}{512} = x - \frac{7x}{8} = \frac{1}{8}x$;

Onde $\frac{169x^3}{512} = \frac{1}{8}$

$\frac{169 \times 8x^2}{64 \times 8} = 1 = \frac{169x^2}{64}$

Dal che nasce $\frac{64}{169} = x^2$,

E finalmente $\frac{8}{13} = x$,

$y = \frac{7 \times 8}{13 \times 8} = \frac{7}{13}$

La differenza de' quali è $\frac{1}{13}$, come de' cubi $\frac{512}{2197}$, $\frac{343}{219}$, la differenza de' quali è $\frac{169}{2197} = \frac{13 \times 13}{13 \times 13 \times 3}$

Che è lo stesso che $\frac{1}{13}$

P R O B L E M A XIII.

Trovare due numeri tali, che il cubo del maggiore aggiuntovi il minore sia eguale al cubo del minore aggiuntovi il maggiore.

Siano i numeri x, y.

Per la proposizione $x^3 + y = y^3 + x$

Onde $x^3 - y^3 = x - y$,

Dal che è manifesto essere l'istesso che il problema antecedente.

P R O B L E M A XIV.

Trovare due numeri tali, che ciascheduno d'essi aggiuntavi l'unità faccia un quadrato, come pure la loro somma aggiuntavi l'unità faccia un quadrato; e parimenti la loro differenza aggiuntavi l'unità faccia un quadrato

Sia il quadrato $9xx + 6x + 1$

E si ponga il primo numero $9xx + 6x$

È soddisfatto alla prima condizione

Sia l'altro $zz - 1$, e s'è soddisfatto alla seconda.

Ma bisogna che $zz - 1 + 9xx + 6x + 1$ sia un quadrato

Onde $zz + 9xx + 6x = Q$

Si cerchi un quadrato, a cui aggiungendovi $9xx + 6x$ faccia un quadrato,

E sia $16xx + 24x + 9$, e si ha $zz = 16xx + 24x + 9$

Onde il secondo numeri è $16xx + 24x + 8$

Resta che la differenza de' numeri aggiuntavi l'unità faccia un quadrato.

Ma sia $7xx + 18x + 9$:

Onde $7xx + 18x + 9 = Q$, il cui lato sia $3 - 3x$,

E si ha $x = 18$.

Dunque i numeri ricercati saranno 3024, 5624.

P R O B L E M A XV.

Trovare tre numeri la somma de' quali sia eguale alla somma delle loro differenze.

Siano i tre quadrati yy, xx, zz

Dunque $yy + xx + zz = yy - xx + yy - zz + xx - zz = 2yy - zz$.

Dunque la somma di tutti tre è eguale a due volte la differenza del primo e del terzo

Sia dunque il primo $ss + 2s + 1$, il terzo 1;

La differenza è $ss + 2s$

Dunque la somma di tutti tre è $= 2ss + 4s$

Ma la somma del primo è del terzo è $ss + 2s + 2$

Dunque il secondo sarà $ss + 2s - 2$, il quale bisogna eguagliare ad un quadrato.

Sia il quadrato del lato $s - 4$

E si ha $s = \frac{9}{5}$

Dunque i quadrati ricercati sono $\frac{196}{25}$, $\frac{225}{25}$, $\imath$

P R O B L E M A XVI.

Trovare tre numeri tali, che presi a due a due e multiplicati nel terzo facciano i numeri dati.

Si voglia che la somma del primo e del secondo nel terzo faccia 35; la somma del secondo e del terzo nel primo faccia 27; la somma del primo e del terzo nel secondo faccia 32.

Siano i numeri ricercati x, y, z

Dunque $\overline{x+y}\cdot z = 35$

$\overline{y+z}\cdot x = 27$

$\overline{x+z}\cdot y = 32$

Dunque $x + y = \frac{35}{z}$

E $y = \frac{35}{z} - x$

Si ponga $x = \frac{a}{z}$

Sarà $y = \frac{35 - a}{z}$

Dunque nella seconda equazione sarà

$\overline{\frac{35 - a}{z} + z}\cdot\frac{a}{z} = 27$

E nella terza

$\frac{35a - aa}{zz} + 35 - a = 32$, ovvero

$\frac{35a - aa}{zz} + 30 - a = 27$

Onde $\overline{\frac{35 - a}{z} + z}\cdot\frac{a}{z} = \frac{35a - aa}{zz} + 30 - a$

E si ha $a = 15$

I nu-

I numeri dunque sono $\frac{15}{z}$, $\frac{20}{z}$, z

E perchè $\frac{35z - zz}{zz} + 30 - z = 27$

Si ha $z = 5$

Dunque i numeri sono 3, 4, 5.

PROBLEMA XVII.

Trovare tre numeri eguali ad un quadrato, così che il quadrato di ognuno, aggiuntovi il numero che gli vien dietro, faccia un quadrato.

Sia il quadrato $xx - 2x + 1$

Se ad esso si aggiunga $4x$ si fa un quadrato

Si ponga dunque il primo $x - 1$, l'altro $4x$

Sia di nuovo il quadrato $16xx + 8x + 1$

E poichè $16xx$ aggiuntovi $8x + 1$ fa un quadrato

Sia il numero terzo $8x + 1$

Di nuovo perchè la somma dee essere eguale a un quadrato.

Sia $13x = 13^2xx$,

E si ha $x = 13xx$

Si pongano dunque i numeri $13xx - 1$, $51xx$, e $104xx + 1$

Resta che il quadrato del terzo, aggiuntovi il primo, faccia un quadrato.

Fa $10816x^4 + 221xx$

Ovvero $10816xx + 221$;

Il quale s'uguagli al quadrato del lato $104x + 1$, e si ha $x = \frac{55}{52}$

Onde i numeri sono $\frac{36621}{3704}$, $\frac{157300}{2704}$, $\frac{317304}{2704}$

Altrimenti secondo il Fermat.

Sia il primo x, l'altro $2x + 1$, e s'è soddisfatto alla prima condizione:

Se al quadrato del secondo $4xx + 4x + 1$ si aggiunga $4x + 3$, si fa un quadrato.

Sia dunque il terzo $4x + 3$

Resta che la somma di tutti tre, e il quadrato del terzo aggiuntovi il primo faccia un quadrato.

Onde $7x + 4$

E $16xx + 25x + 9$ $= Q$

La quale è una duplicata equalità.

P R O B L E M A XVIII.

Trovare tre numeri eguali ad un quadrato, così che il quadrato d'ognuno, sottrattovi quello che gli vien dietro, faccia un quadrato.

Sia il quadrato $xx + 2x + 1$, dal quale sottrattovi $4x$ si fa un altro quadrato.

Sia dunque il primo $x + 1$, il secondo $4x$.

Di nuovo sia il quadrato $16xx - 8x + 1$,

E sia il terzo $8x - 1$, imperciocchè sottratto da $16xx$ fa un quadrato.

Ma poichè la somma di tutti tre deve essere un quadrato

Sia $13x = \overline{13}^2 xx$,

E si ha $x = 13xx$:

Onde i tre numeri saranno $13xx + 1$, $52xx$, $104xx - 1$

Resta che il quadrato del terzo, sottrattovi il primo, faccia un quadrato.

Onde $\overline{104}^2 x^4 - 221xx = Q$, ovvero $\overline{104}^2 xx - 221$

Sia il quadrato dal lato $104x - 1$,

E si ha $x = \frac{111}{104}$.

Dunque i numeri saranno $\frac{170989,\ 640692,\ 1270568}{10816}$

Altrimenti secondo il Fermat.

Sia il primo $x + 1$, l'altro $2x + 1$, il terzo $4x + 1$, e s'è soddisfatto a due condizioni. Resta che

$7x + 3$

E $4xx + 5x + 2$ $= Q$

La quale è una duplicata equalità.

PRO-

P R O B L E M A XIX.

Trovare due numeri tali, che il cubo del primo aggiuntovi il secondo faccia un cubo, e il quadrato del secondo aggiuntovi il primo faccia parimenti un quadrato.

Sia il primo x, l'altro $a^6 - x^3$, e si è soddisfatto alla prima condizione.

Resta che $a^{12} - 2a^6x^3 + x^6 + x$ sia un quadrato.

Sia un quadrato dal lato $a^6 + x^3$

E si ha $x = 4a^6x^3$, e $\frac{1}{4xx} = a^6$

Bisogna dunque che a^6 sia un quadrato cubo.

Sia 1, e $x = \frac{1}{2}$

E i numeri ricercati saranno $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{8}$.

P R O B L E M A XX.

Trovare tre numeri indefinitamente, che i prodotti di due per due, aggiuntavi l'unità, facciano un quadrato.

Sia il quadrato $xx + 2x + 1$, e il prodotto del primo e del secondo sia $xx + 2x$, perchè si soddisfi alla prima condizione.

Il primo sia $x + 2$, l'altro sarà x

Sia di nuovo il quadrato $4xx + 4x + 1$;

E il prodotto del secondo nel terzo sia $4xx + 4x$;

Sarà dunque il terzo $4x + 4$.

Ma poichè il prodotto del primo e del terzo, aggiuntavi l'unità, è $4xx + 12x + 9$, che è quadrato, segue che si possano aver infiniti numeri, e x può prendersi ad arbitrio.

Sia $x = 1$,

I numeri saranno 3, 1, 8.

P R O B L E M A XXI.

Trovar quattro numeri tali, i prodotti de' quali multiplicati a due a due, aggiuntavi l'unità, facciano un quadrato.

Sia il quadrato $xx + 2x + 1$,

E sia il prodotto del primo e del secondo $xx + 2x$.

Si ponga il primo x, sarà il secondo $x + 2$.

Sia parimenti il quadrato $4xx + 4x + 1$

E il prodotto del primo e del terzo sia $4xx + 4x$

Sarà il terzo $4x + 4$

Sia in terzo luogo il quadrato $9xx + 6x + 1$,

E il prodotto del primo e del quarto sia $9xx + 6x$,

Sarà il quarto $9x + 6$

Succede che il prodotto del secondo nel terzo, e del terzo nel quarto, aggiuntavi l'unità, sia un quadrato.

Resta dunque che il prodotto del secondo nel quarto aggiuntavi l'unità faccia lo stesso.

Ma è $9xx + 24x + 13$

Sia dunque eguale a $9xx - 24x + 16$

E si ha $x = \frac{1}{16}$

Onde i numeri sono $\frac{1}{16}$, $\frac{33}{16}$, $\frac{68}{16}$, $\frac{105}{16}$

Altrimenti secondo il Fermat.

Si cerchino tre numeri tali, che multiplicati a due per due i prodotti loro aggiuntavi l'unità facciano un quadrato; quali sono 3, 1, 5.

Si ponga il quarto x.

Dunque $3x + 1$

$\quad x + 1 = Q$

$\quad 5x + 1$

La quale è una triplicata equalità.

P R O B L E M A XXII.

Trovare tre numeri proporzionali tali, che la differenza di due qualsivoglia sia un numero quadrato.

Siano i numeri x, $x + aa$, $x + aa + bb$

Perchè però la differenza del primo e del terzo sia un quadrato, bisogna che $aa + bb$ sia un quadrato.

Sia dunque $aa = 9$, $bb = 16$, e saranno i numeri x, $x + 9$, $x + 25$.

E.

E perchè sono geometricamente proporzionali sarà $xx + 25x = xx + 18x + 81$.

E si ha $x = \frac{81}{7}$

Dunque i numeri ricercati sono $\frac{81}{7}$, $\frac{144}{7}$, $\frac{256}{7}$

PROBLEMA XXIII.

Trovare tre numeri tali, che il solido contenuto sotto d'essi, aggiuntovi qualunque d'essi, faccia un quadrato.

Sia il solido de' tre numeri $xx - 2x$

E sia il primo 1, l'altro $2x$, e due condizioni sono adempiute.

Diviso il solido de' tre per lo prodotto del primo e del secondo $2x$, si ha al terzo $\frac{x}{2} - 1$.

Resta che lo stesso solido, aggiuntovi il terzo, faccia un quadrato.

Dunque $xx - \frac{3x}{2} - 1 = Q$, il cui lato sia $x - 3$,

E si ha $x = \frac{20}{9}$.

I numeri dunque sono 1, $\frac{40}{9}$, $\frac{1}{9}$.

PROBLEMA XXIV.

Trovare tre numeri tali, che il solido contenuto sotto d'essi, sottrattovi qualunque d'essi, faccia un quadrato.

Sia il solido de' tre $xx + x$

Si ponga il primo x, e la prima condizione s'è adempiuta.

Diviso il solido per x, si averà il prodotto del secondo e del terzo $x + 1$.

Sia dunque il secondo 1, sarà il terzo $x + 1$

Ma bisogna che $xx + x - 1$ sia un quadrato, e lo sia parimenti $xx - 1$.

Onde nasce una duplicata equalità. La differenza è x

I fattori sono $\frac{1}{2}$, $2x$.

La

La femifomma de' fattori è $x + \frac{1}{4}$

Onde $xx + x - 1 = xx + \frac{x}{2} + \frac{1}{16}$

E fi ha $x = \frac{17}{8}$.

I numeri dunque fono $\frac{17}{8}$, 1, $\frac{25}{8}$.

P R O B L E M A XXV.

Dato un numero, dividerlo in due numeri tali, che multiplicati tra loro il prodotto fia un cubo fottrattovi il fuo lato. Sia il numero dato 6.

Sia il primo numero x, l'altro $6 - x$

Il prodotto farà $6x - xx$,

Si faccia un cubo, il cui lato fia $ax - 1$

E il cubo farà $a^3x^3 - 3aaxx + 3ax - 1$

Da cui fe fi fottragga il fuo lato $ax - 1$

Refta $a^3x^3 - 3aaxx + 2ax = 6x - xx$

Si ponga $6x = 2ax$

E fi ha $a = 3$, $x = \frac{26}{27}$

Dunque i numeri fono $\frac{26}{27}$, $\frac{136}{27}$

P R O B L E M A XXVI

Dato un numero, dividerlo in tre numeri tali, che il folido nato da effi fia un cubo, il cui lato fia la fomma delle differenze che hanno tra loro prefi a due a due. Sia il numero dato 4.

Siano i numeri x, y, z

Dunque $x + y + z = 4$

Sia il folido a^3x^3, il cui lato è ax

Ma poichè la fomma di tutte le differenze è dupla della differenza del primo e del terzo, farà ax la differenza dupla del primo e del terzo.

Sia dunque il primo ax, farà il terzo $\frac{ax}{2}$.

E poichè divifo il folido per lo prodotto de' due s'ha l'altro, farà quel di mezzo $2ax$

Ma tutti fono $\frac{7ax}{2} = 4$

On-

Onde $x = \frac{8}{7a}$

Posto $a = 8$, si ha $x = \frac{1}{7}$,

E i numeri sono $\frac{8}{7}$, $\frac{16}{7}$, $\frac{4}{7}$

P R O B L E M A XXVII.

Trovare due numeri tali, che il loro prodotto aggiuntovi qualsivoglia d' essi, faccia un cubo

Sia il primo numero a^3x, il secondo $xx - 1$

Sarà il loro prodotto $a^3x^3 - a^3x$.

Onde aggiuntovi il primo si ha un cubo.

Ma bisogna che s' abbia anche aggiuntovi il secondo.

Dunque $a^3x^3 - ax + xx - 1 =$ ad un cubo,

Sia il cubo dal lato $3x - 1$,

E posto $a = 2$, si ha $x = \frac{14}{13}$

I numeri dunque sono $\frac{112}{13}$, $\frac{27}{169}$

P R O B L E M A XXVIII.

Trovare due numeri tali, che il loro prodotto, sottrattovi l'uno o l'altro, faccia un cubo.

Sia il prodotto $a^3x^3 + xx$

Sia il secondo xx, sarà il primo $a^3x + 1$,

E sottrattovi il secondo il prodotto è cubo.

Ma deve esserlo anche sottrattovi il primo.

Dunque $a^3x^3 + xx - a^3x - 1 =$ a un cubo, il cui lato sia $ax - 1$,

E si ha $x = \frac{a^3 + 3a}{3aa + 1}$

Posto $a = 2$, si ha $x = \frac{14}{13}$

I numeri dunque sono $\frac{112}{13}$, $\frac{27}{169}$.

P R O B L E M A XXIX.

Trovare due numeri tali, che il loro prodotto, aggiuntovi, o sottrattavi la loro somma, faccia un cubo.

L E M M A

Diviso qualunque quadrato in due parti, una dalle quali sia il suo lato, il prodotto di queste parti, aggiuntavi la loro somma, è un cubo.

Imperciocchè sia xx, le cui parti sono x, e $xx - x$

Il loro prodotto è $x^3 - x^2$, a cui aggiuntavi la somma xx, si fa il cubo x^3.

Sia dunque la somma de' numeri xx, e i numeri x, e $xx - x$, e s'è soddisfatto alla prima condizione.

Resta che dal loro prodotto sottratta la somma si abbia un cubo

Onde $x^3 - 2x^2 = a^3x^3$

E si ha $x = \frac{2}{1 - a^3}$

Si ponga $a = \frac{1}{8}$, si ha $x = \frac{1024}{511}$

Onde i numeri sono $\frac{523264}{261121}$, $\frac{525312}{261121}$

P R O B L E M A XXX.

è lo stesso.

P R O B L E M A XXXI.

Trovare quattro numeri quadrati, la somma de' quali unita alla somma de' lati faccia un numero dato. Sia il numero dato 12.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Sia } xx + x \\ zz + z \\ yy + y \\ ss + s \end{array}\right\} = 12$$

Poichè ognuno di questi binomj, aggiuntavi $\frac{1}{4}$ fa un quadrato, sarà

$xx + x \quad \frac{1}{4}$

$zz + z + \frac{1}{4}$

$yy + y + \frac{1}{4} = 13$

$ss + s + \frac{1}{4}$

Bisogna dunque dividere 13 in quattro quadrati, e porchè si divide in due 4, e 9, si divida di nuovo [per il Problema VIII, del lib. 2.] 4 in due, e 9 in due, e faranno $\frac{64, 36, 144, 81}{25}$, i quali sono eguali il primo a $xx + x + \frac{1}{4}$, e così gli altri successivamente ciascheduno al suo corrispondente.

I lati di questi sono $\frac{8, 6, 12, 9}{5}$, i quali sono eguali il primo $ax + \frac{1}{2}$, e così gli altri successivamente ciascheduno al suo corrispondente,

Onde se da ogni alto si sottragga $\frac{1}{2}$ si hanno i numeri ricercati

$x = \frac{11}{10}$, $z = \frac{7}{10}$, $y = \frac{19}{10}$, $s = \frac{13}{10}$.

P R O B L E M A XXXII.

Trovare quattro numeri quadrati, la somma de' quali, sottrattavi la somma de' lati, faccia un numero dato. Sia il numero dato 4.

Sia $xx - x$

$zz - z$

$yy - y = 4$

$ss - s$

Dunque $xx - x + \frac{1}{4}$

$zz - z + \frac{1}{4} = 5$

$yy - y + \frac{1}{4}$

$ss - s + \frac{1}{4}$

Si divida dunque 5 in quattro quadrati, e sono

$\frac{9,\ 16,\ 64,\ 36}{25}$

I cui lati sono $\frac{3,\ 4,\ 8,\ 6}{5}$

Ad ogni lato vi si aggiunga $\frac{1}{2}$, si avranno i numeri ricercati

$\frac{11,\ 13,\ 21,\ 17}{10}$

P R O B L E M A XXXIII.

Dividere l'unità in due numeri tali, che ognuno aggiuntovi un numero dato, e il loro prodotto faccia un quadrato.

I numeri da aggiungersi sieno 3, e 5.

Sia la prima parte x, l'altra $1 - x$

Se alla prima s'aggiunga 3, si ha $x + 3$;

E alla seconda se si aggiunga 5, si ha $6 - x$:

Il loro prodotto sarà $3x + 18 - xx$ da eguagliarsi ad un quadrato.

Sia eguale ad $aaxx$

E si ha $aaxx + xx - 3x = 18$

Per risolvere l'equazione bisogna, che $72aa + 81 = Q$

Sia dunque eguale a un quadrato dal lato $8a + 9$.

E si ha $a = 18$

Onde $3x + 18 - xx = 324xx$,

E si risolve razionalmente, e si ha $x = \frac{78}{325} = \frac{6}{25}$.

Dunque i numeri sono $\frac{6}{25}$, $\frac{19}{25}$

P R O B L E M A XXXIV.

È lo stesso.

P R O B L E M A XXXV.

Dato un numero, dividerlo in tre numeri tali, che il prodotto del primo nel secondo, aggiuntovi o sottrattovi il terzo, faccia un quadrato. Sia il numero dato 6.

Sia

Sia il terzo x, il secondo y, il primo $6 - x - y$

Il prodotto del primo nel secondo è $6y - xy - yy$

Bisogna dunque che
$$\left.\begin{array}{l} 6y - yy - xy - x \\ \text{e} \quad 6y - yy - xy + x \end{array}\right\} = Q$$

E nasce una duplicata equalità.

Ma per risolverla i coefficienti x deggiono essere in ragione de' quadrati

Ma sono $1 - y$, e $- 1 - y$

Si faccia dunque $1 - y : - 1 - y = 1 : 4$

E si ha $y = \frac{5}{3}$

Si pongano dunque i numeri $\frac{13}{3} - x$, $\frac{5}{3}$, x

Il prodotto del primo nel secondo aggiuntovi il terzo è $\frac{65}{9} - \frac{2x}{3}$

E lo stesso prodotto, sottrattovi il terzo, è $\frac{65}{9} - \frac{8x}{3}$

Onde
$$\left.\begin{array}{l} \frac{65}{9} - \frac{2x}{3} \\ \text{e} \quad \frac{65}{9} - \frac{8x}{3} \end{array}\right\} = Q$$

E multiplicando tutto per 9 s'averà
$$\left.\begin{array}{l} 65 - 6x \\ 65 - 24x \end{array}\right\} = Q$$

E multiplicando la prima equazione per 4, si hanno
$$\left.\begin{array}{l} 260 - 24x \\ 65 - 24x \end{array}\right\} =$$

La loro differenza è 195

I cui fattori sono 13, 15.

La semidifferenza de' fattori è 1.

Onde $65 - 24x = 1$

E si ha $x = \frac{8}{3}$

I numeri ricercati dunque sono $\frac{5}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{8}{3}$

P R O B L E M A XXXVI.

Trovare due numeri tali, che se uno prenda dall' altro la stessa parte, o le stesse

stesse parti, la ragione al restante sia una ragione data. Si voglia che il primo prendendo dal secondo qualche parte, o parti sia triplo del restante. E il secondo prendendo dal primo la stessa parte, o le stesse parti sia il quintuplo del restante.

Siano i numeri x, e y, e la parte simile m

Dunque $x + \frac{y}{m} = 3y - \frac{3y}{m}$

e $y + \frac{x}{m} = 5x - \frac{5x}{m}$

Nella prima $y = \frac{mx}{3m - 4}$

Onde nella seconda $\frac{mx}{3m - 4} = 5x - \frac{6x}{m}$

E levando le frazioni, e dividendo per x

$mm = 15mm - 38m + 24$

Onde $14mm - 38m + 24 = 0$

La risoluzione di questa equazione dà $m = \frac{12}{7}$

Si ponga dunque $y = 12$, sarà $x = 8$

P R O B L E M A XXXVII.

Trovare due numeri tali indefinitamente che il loro prodotto colla loro somma faccia un numero dato. Il numero dato sia 8.

Siano i numeri x, e y, e sarà

$xy + x + y = 8$

Onde $y = \frac{8 - x}{x + 1}$

Sia $x = 3$.

I numeri saranno 3, e $\frac{5}{4}$

P R O B L E M A XXXVIII.

Trovare tre numeri, multiplicati a due a due il cui prodotto aggiuntavi la loro somma, faccia tre numeri dati

Si voglia che il prodotto del primo nel secondo aggiuntavi la loro somma faccia 8, il prodotto del secondo nel terzo aggiuntavi la loro somma faccia 15. Finalmente il prodotto del primo nel terzo aggiuntavi la loro somma faccia 24.

Sia-

Siano i numeri x, y, z

Dunque $xy + x + y = 8$

$yz + y + z = 15$

$xz + x + z = 24$

Per la prima $x = \frac{8 - y}{y + 1}$

Per la seconda $x = \frac{15 - y}{y + 1}$

Dunque la terza è

$$\frac{8 - y}{y + 1} \times \frac{15 - y}{y + 1} + \frac{8 - y}{y + 1} + \frac{15 - y}{y + 1} = Q$$

E levando le frazioni si ha

$25yy + 50y = 119$

Onde $yy + 2y = \frac{119}{25}$

La cui soluzione dà $y = \frac{7}{5}$

E perciò $x = \frac{33}{12}$

$z = \frac{17}{3}$

P R O B L E M A XXXIX.

Trovare due numeri indefinitamente, cosicchè il loro prodotto, sottrattavi la loro somma, faccia un numero dato. Il numero dato sia 8.

Sia il primo x, l'altro ax

Dunque $axx - ax - x = 8$

E $a = \frac{8 + x}{xx - x}$

I numeri dunque saranno x, e $\frac{8 + x}{x - 1}$

Onde se $x = 2$, i numeri saranno 2, 10.

P R O B L E M A XL.

Trovare tre numeri che scambievolmente moltiplicati, i loro prodotti, sottrattavi la loro somma facciano tre numeri dati.

Si voglia che il prodotto del primo nel secondo, sottrattavi la loro somma, faccia 8, il prodotto del secondo nel terzo, sottrattavi la loro somma, fac-

cia

cia 15; & il prodotto del primo nel terzo, sottrattavi la loro somma faccia 24.

Siano i tre numeri x, y, z.

Dunque $xy - x - y = 8$

$yz - y - z = 15$

$xz - x - z = 24$

Per la prima $x = \frac{8 + y}{y - 1}$

Per la seconda $z = \frac{15 + y}{y - 1}$

Dunque la terza è

$$\frac{8+y}{y-1} \times \frac{15+y}{y-1} - \frac{8-y}{y-1} - \frac{15-y}{y-1} = Q$$

La soluzione della qual equazione dà $y = \frac{17}{5}$

Onde i numeri sono $\frac{285,\ 204,\ 460}{60}$

P R O B L E M A XLI.

Trovare due numeri indefinitamente cosicchè il loro prodotto abbia una data ragione alla loro somma. Sia il prodotto triplo dalla somma.

Sia il primo x, l'altro ax

Dunque $axx = 3x + 3ax$

E si ha $a = \frac{3}{x - 3}$

Onde i numeri sono x, $\frac{3x}{x - 3}$

Sia $x = 4$, l'altro sarà 12.

P R O B L E M A XLII

Trovare tre numeri, i prodotti de'quali multiplicati a due a due abbiano alla loro somma una data ragione. Sia il prodotto del primo nel secondo triplo della loro somma, il prodotto del secondo nel terzo sia quadruplo della loro somma, e il prodotto del primo nel terzo sia quintuplo della loro somma.

Siano i numeri x, y, x

Dun-

Dunque $xy = 3x + 3y$

$yz = 4y + 4z$

$xz = 5x + 5z$

Per la prima $x = \frac{3y}{y-3}$

Per la seconda $z = \frac{4y}{y-4}$

Onde la terza sarà

$$\frac{12yy}{y-3 \cdot y-4} = \frac{15y}{y-3} + \frac{20y}{y-4}$$

Onde si ha $y = \frac{120}{23}$

Dunque $x = \frac{360}{51}$

E $z = \frac{480}{28}$

PROBLEMA XLIII.

Trovare tre numeri, che multiplicati scambievolmente i prodotti abbiano una data ragione alla somma di tutti tre

Siano i numeri, x, y z. La somma S.

E sia $xy = 3S$

$yz = 4S$

$xz = 5S$

Dunque $y = \frac{3S}{x}$

$z = \frac{4x}{3}$

Dunque $\frac{3S}{x} + \frac{7x}{3} = S$

E si ha $7xx - 3Sx = -9S$

Dunque $xx - \frac{3Sx}{7} + \frac{9SS}{196} = \frac{9SS - 252S}{196}$

Per risolvere l'equazione bisogna dunque che

$9SS - 252S = Q$

Parte II. Ccc On-

Onde sia $9SS - 252\,S = SS$

E si ha $S = 31\frac{1}{2}$

Sarà dunque $\frac{189}{2x} + \frac{7x}{3} = \frac{63}{2}$

E risolta l'equazione si ha $x = 9$

I numeri dunque sono 9, $\frac{21}{2}$, 12

La somma de' quali è $\frac{63}{2}$

P R O B L E M A XLIV.

Trovare tre numeri tali, che la loro somma multiplicata nel primo faccia un triangolo, multiplicata nel secondo faccia un quadrato, multiplicata nel terzo faccia un cubo.

L E M M A.

Ogni triangolo multiplicato per 8, e aggiuntavi l'unità fa un quadrato.

Sia n il numero d'una serie naturale, ogni triangolo sarà $\frac{nn + n}{2}$. Dunque $\frac{8nn + 8n}{2} + 1 = Q.$

Sia la somma di tre numeri xx

Il primo numero qualsisia triangolo diviso per xx, il secondo qualsisia quadrato, il terzo qualsisia cubo, e siano $\frac{6}{xx}$, $\frac{4}{xx}$, $\frac{8}{xx}$ e tre condizioni sono adempiute.

Ma bisogna che $\frac{18}{xx} = xx$,

Onde $18 = x^4$,

Perciò dee trovarsi un quadrato che abbia per lato un quadrato e che sia composto d'un triangolo, d'un quadrato, e d'un cubo.

Sia il quadrato y^4;

Il quadrato da sottrarsi sia $y^4 - 2yy + 1$.

Fat-

Fatto dalle radice $yy - 1$,

E sottraendolo da y^3 resta $2yy - 1$

Il quale dee contenere un triangolo ad un cubo.

Si sottragga da questa somma qualunque cubo, per esempio 8, resta dunque il triangolo $2yy - 9$.

Ma per il Lemma questo triangolo multiplicato per 8, e aggiuntavi l'unità fa un quadrato.

Dunque $16yy - 71 = Q$, il cui lato sia $4y - 1$,

E si ha $y = 9$.

Onde il triangolo da prendersi sarà 153, il quadrato 6400, il cubo 8

Onde invece de' numeri $\frac{6,\ 4,\ 8}{xx}$

Si pongono dunque i numeri $\frac{153}{xx}$, $\frac{6400}{xx}$, $\frac{8}{xx}$

La somma de' quali $\frac{6561}{xx} = xx$

E si ha $x = 9$

I numeri dunque ricercati sono $\frac{153,\ 6400,\ 8}{81}$

P R O B L E M A XLV.

Trovare tre numeri tali, che la differenza del maggiore e del mezzo abbia una data ragione alla differenza del mezzo e del minore, e di più presi a due a due facciano un quadrato. Sia la differenza del maggiore e del mezzo tripla della differenza del mezzo e dal minore.

Siano i numeri $x - a$, x, $x + 3a$, e si sono adempiute tre condizioni.

Ma bisogna che
$$\left.\begin{array}{l} 2x - a \\ 2x + 2a \\ 2x + 3a \end{array}\right\} = Q$$

Sia dunque $2x - a = bb$

E sarà $2x = bb + a$

Onde sostituendo nella seconda e nella terza equazione

$$\left.\begin{array}{l} bb + 3a \\ bb + 4a \end{array}\right\} = Q$$

E nasce una duplicata equalità.

La differenza è a

I fattori sono $\frac{a}{2b}$, e $2b$.

La semisomma de' fattori $\frac{a}{4b}$, e b, il cui quadrato $\frac{aa}{16bb} + \frac{ab}{2b} + bb = bb + 4a$

Posto $bb = \frac{1}{49}$, si ha $a = \frac{8}{7}$

E poichè $2x = bb + a$,

Sarà $x = \frac{bb + a}{2} = \frac{113}{98}$

E i numeri saranno $\frac{1}{98}$, $\frac{113}{98}$, $\frac{449}{98}$

P R O B L E M A XLVI.

Trovare tre numeri tali, che l'eccesso del quadrato del massimo sopra il quadrato del medio abbia una data ragione alla differenza del medio e del minimo, e di più presi a due a due facciano un quadrato. L'eccesso del quadrato del massimo sopra il quadrato del medio sia triplo della differenza del medio e del minimo.

Siano i numeri r, y, z

La somma $r + y = 16xx$

E poichè r è il massimo, sarà maggiore di $8xx$

Sia dunque $8xx + a$, sarà $y = 8xx - a$

Si ponga la somma $r + z = 9xx$

Il terzo dunque $= xx - a$

La differenza de' quadrati massimo e medio è $32axx$.

E la differenza del medio e del minimo è $7xx$

Onde $32axx = 21xx$, e si ha $a = \frac{21}{32}$

Si pongano dunque i numeri $8xx + \frac{21}{32}$, $8xx - \frac{21}{32}$, e $xx - \frac{21}{32}$.

Resta che il secondo col terzo faccia un quadrato.

Onde $9xx - 42 = Q$, il cui lato sia $3x - 6$

E si ha $x = \frac{597}{576}$.

I numeri dunque saranno $\frac{3069000,\ 2633544,\ 138681}{331776}$.

Fine del Libro Quarto.

P O R I S M I

Necessarj all'intelligenza delle cose, che seguono.

P O R I S M A P R I M O.

Fare un triangolo rettangolo di due qualsivoglia numeri.

L E M M A.

Se la differenza de' quadrati $aa - bb$ si quadri, e ad essa si aggiunga il quadrato $4aabb$ si farà il quadrato $a^4 + 2aabb + b^4$, la cui radice è $aa + bb$.

Dunque se in un triangolo rettangolo un lato sia la differenza di due quadrati, il prodotto duplo de' lati, l'ipotenusa sarà la somma de' quadrati.

Dati dunque i numeri a e b, si esponga qualunque triangolo per questi lati

L'Ipotenusa $aa + bb$
Il perpendicolo $aa - bb$
La base $2ab$

Siano dunque i numeri producenti, 1, e 2, sarà il triangolo 5, 4, 3.
Se i numeri siano 2, 3, il triangolo è 13, 5, 12.

P O R I S M A II.

Di due piani simili formare un triangolo.

L E M M A.

Se $mmab - ab$ si quadri, e se gli aggiunga il quadrato $4mmaabb$ si fa un quadrato, la cui radice è $mmab + ab$, cioè la somma de' piani.

Siano dunque piani simili $mmab$, ab, sarà

L'Ipotenusa $mmab + ab$
Il perpendicolo $mmab - ab$
La base $2mab$

Cioè

Cioè l'ipotenusa è la somma de' piani, il perpendicolo la differenza, la base il duplo del mezzo proporzionale tra' piani.

Siano i piani 8, e 2	
L'ipotenusa sarà	10
Il perpendicolo	6
La base	8

P O R I S M A III.

Di due triangoli non simili formarne altri due.

Siano i triangoli a, b, c, A, B, C, de' quali a ed A, sono l'ipotenuse, b e B, i perpendicoli, c e C le basi.

Si multiplichino le ipotenuse tra di loro, e il prodotto sia l'ipotenusa del nuovo triangolo.

Quindi il perpendicolo del primo si multiplichi nella base del secondo, e il perpendicolo del secondo nella base del primo, e la loro somma sia il perpendicolo del terzo.

Finalmente si multiplichino tra di sè i perpendicoli e le basi, e la differenza de' prodotti sarà la base, e si avrà il terzo triangolo.

L'Ipotenusa	Aa
Il perpendicolo	$Bc + bC$
La base	$Bb - Cc$

Si concepisca ora il primo triangolo essere a, c, b, dimodochè c sia il perpendicolo, b la base, sarà il secondo triangolo

L'Ipotenusa	Aa
Il perpendicolo	$Cc + Bb$
La base	$Bc - Cb$

Dimostrazione.

Imperciocchè essendo $AA = BB + CC$

E. $aa = bb + cc$

Sarà $AAaa = \overline{BB + CC} \cdot \overline{bb + cc}$

Ma i quadrati $\overline{Cc + Bb}^2 + \overline{Bc - Cb}^2$

Ovvero $\overline{Bc + bC}^2 + \overline{Bb - Cc}^2$

Sono $\overline{BB + CC} \times \overline{bb + cc}$

Duo-

Dunque $AAaa =$ alla somma di questi quadrati, e conseguentemente è l' Ipotenusa di tali triangoli

Siano dunque i due triangoli 5, 4, 3
13, 12, 5

Saranno i triangoli ricercati 65, 56, 33
65, 63, 16

P O R I S M A IV.

Trovare tre triangoli rettangoli tali, che il solido fatto da' perpendicoli al solido fatto dalle basi sieno in ragione d'un numero quadrato ad un numero quadrato.

Sia un triangolo a, b, p; e di a, b, e di a, p si formino due altri triangoli $aa + bb$, $2ab$, $aa - bb$, e $aa + pp$, $2ap$, $aa - pp$. Questi tre triangoli hanno la condizione ricercata. Perciocchè essendo $aa - bb = pp$, ed $aa - pp = bb$, come il solido de' perpendicoli a $4a^2p^2b$, così il solido delle basi è p^3b^3: onde i solidi sono in ragione di $4a^2p^2b$ a p^3b^3, ovvero dividendo per p^2b sono in ragione di $4a^2$ a b^2, che sono due quadrati.

LIBRO QUINTO.

PROBLEMA PRIMO.

Trovare tre numeri geometricamente proporzionali, che ognuno di essi sottrattovi un numero dato faccia un quadrato. Sia il numero dato 12.

Si cerchi prima un quadrato, da cui sottratto 12, resti un quadrato, e sia 16, da cui sottratto 12 resta 4.

Sia dunque il primo numero 4, il terzo xx, il medio sarà $2x$.

Ma bisogna, che $\left.\begin{array}{l} 2x - 12 \\ xx - 12 \end{array}\right\} = Q$

E nasce una duplicata equalità.

La differenza è $xx - 2x$

I fattori $x - 2$, e x

La semidifferenza de' fattori 1:

Onde $2x - 12 = 1$,

E si ha $x = \frac{13}{2}$

Dunque i numeri saranno 4, 13, $\frac{169}{4}$

PROBLEMA II.

Trovare tre numeri geometricamente proporzionali, che ognuno di loro aggiuntovi un dato numero faccia un quadrato. Sia il numero dato 20.

Siano i numeri aa, ax, xx

E si ponga primieramente $aa + 20 = Q$.

Ma anche $\left.\begin{array}{l} ax + 20 \\ xx + 20 \end{array}\right\} = Q$

Onde nasce una duplicata equalità

La differenza è $xx - ax$,

I cui fattori sono x, e $x - a$

La semidifferenza de' fattori è $\frac{a}{2}$

On-

Onde $\frac{aa}{4} = ax + 20$

Bisogna dunque che il quadrato aa, aggiuntovi 20, faccia un quadrato; e di più il suo quadrante deve essere maggiore di 20

Onde l'istesso aa sarà maggiore di 80

Si ponga dunque $a = 9 + y$

Sarà $aa = yy + 18y + 81$

E perchè aggiuntovi di nuovo 20 deve far un quadrato farà

$yy + 18y + 101 = Q$, il cui lato sia $y - 11$

E si ha $y = \frac{1}{2}$

Dunque $a = \frac{19}{2}$, e $aa = 90\frac{1}{4}$

Poichè dunque $\frac{aa}{4} = ax + 20$

Sarà $\frac{361}{16} = \frac{19x}{2} + 20$

E si ha $x = \frac{41}{152}$

Dunque i numeri ricercati sono, $90\frac{1}{4}$, $\frac{779}{304}$, $\frac{1681}{3004}$

P R O B L E M A III.

Trovare tre numeri tali, che ognuno di loro e il prodotto, che nasce dalla multiplicazione di due per due, aggiuntovi il numero dato, faccia un quadrato. Il numero dato sia 5.

L E M M A.

Siano aa, bb quadrati continuamente prossimi, e si pongano tre numeri $aa - x$, $bb - x$, $2aa + 2bb - 4x - 1$. Dico che multiplicati a due a due aggiuntovi x fanno un quadrato.

La qual cosa perchè si veda, si ponga in vece di bb il quadrato $aa + 2a + 1$, e si multiplichino a due a due, e aggiungasi x.

Si ponga per esempio $a = 2$, $b = 3$, e $x = 2$; saranno i numeri 2, 7, 17, il prodotto de' quali multiplicati a due a due aggiuntovi 2 fa un quadrato.

Siano dunque due quadrati continuamente prossimi $xx + 6x + 9$, e $xx + 8x + 16$, i cui lati sono $x + 3$, $x + 4$

Si fottragga 5 da amendue i quadrati, e s'ha $xx + 6x + 4$, e $xx + 8x + 11$, che faranno i due numeri ricercati.

Ma il terzo farà la loro fomma dupla manco uno, cioè $4xx + 28x + 29$.

E così multiplicati a due a due aggiuntovi 5, per il Lemma, farà un quadrato.

Ma anche i due primi aggiuntovi 5 fono quadrati per la coftruzione.

Refta che il terzo aggiuntovi 5 faccia un quadrato. Quindi

$4xx + 28x + 34 = Q$

Sia dunque il lato $2x - 6$; e fi ha $x = \frac{1}{26}$

Dunque i numeri fono $\frac{2861,\ 7645,\ 20336}{676}$

P R O B L E M A IV.

Dato un numero trovare tre numeri che ognuno di loro e il prodotto, che nafce dalla multiplicazione di due per due, fottrattovi un numero dato, faccia un quadrato. Sia 6 il numero dato

L E M M A.

Siano aa, bb due quadrati continuamente proffimi, e fi pongano tre numeri $aa + x$, $bb + x$, $2aa + 2bb + 2x + 1$:

Multiplicati a due a due e fottrattovi x fi faranno tre quadrati.

La dimoftrazione è la fteffa che quella del Lemma antecedente.

Siano dunque due quadrati continuamente proffimi xx, e $xx + 2x + 1$, a' quali aggiungafi 6, e fi fa $xx + 6$, e $xx + 2x + 7$, che faranno i due primi numeri.

Sia il terzo la fomma dupla de' quadrati fottrattavi l'unità, cioè $4xx + 4x + 25$, e fi foddisfa a cinque condizioni.

Refta che il terzo fottrattovi 6 faccia un quadrato, e farà $4xx + 4x + 19 = Q$, il cui lato fia $2x - 6$

E fi ha $x = \frac{17}{28}$.

Dunque i numeri fono $\frac{4704,\ 6729,\ 21260}{784}$

PRO-

P R O B L E M A V.

Trovare tre quadrati, che multiplicati a due a due, aggiuntavi o la somma de' due, o il terzo, facciano un quadrato.

L E M M A.

Se aa, bb sono due quadrati continuamente prossimi, e si pongano tre numeri aa, bb, $2aa + 2bb + 2$, il prodotto di due a due, aggiuntavi o la somma de' due, o il terzo, fa un quadrato.

Il che perchè si veda si sostituisca invece di bb il quadrato di $a + 1$.

Così se aa sia 16, bb 25, i tre numeri 16, 25, 84 averanno le condizioni predette.

Sia dunque un quadrato $xx + 2x + 1$,

E un altro $xx + 4x + 4$, che siano i due primi numeri;

Si ponga il terzo $4xx + 12x + 12$, il quale sia eguale ad un quadrato, o al quadrante di questo,

E sarà $xx + 3x + 3$ eguale ad un quadrato, il cui lato sia $x - 2$

E si ha $x = \frac{1}{7}$

I numeri dunque sono $\frac{26}{9}$, $\frac{64}{9}$, $\frac{196}{9}$

P R O B L E M A VI.

Trovare tre numeri tali, che ognuno di loro sottrattovi due faccia un quadrato, e il prodotto della multiplicazione scambievole di due a due, sottrattavi o la somma de' due, o il terzo, faccia un quadrato.

L E M M A.

Se siano due quadrati continuamente prossimi aa, bb, e si pongano $aa + 2$, $bb + 2$, $\overline{2aa + 2bb + 4}$, ogni prodotto di due a due, sottrattavi la somma de' due, o il terzo, fa un quadrato.

Si pongano dunque i numeri $xx + 2$, $xx + 2x + 3$, $4xx + 4x + 6$,

E si ha ciò che si domanda.

Resta che $4xx + 4x + 4$,

Ovvero $xx + x + 1$ sia eguale ad quadrato, il cui lato sia $x - 2$

E si ha $x = \frac{31}{5}$

Onde i numeri ricercati sono $\frac{59,\ 114,\ 246}{25}$

P R O B L E M A   VII.

L E M M A.

Trovare due numeri che multiplicati aggiuntovi il quadrato d'amendue, facciano una somma quadrata

Siano i numeri x, e y

Dunque $xy + yy + xx = Q$

Sia $y = 1$, e sarà $xx + x + 1 = Q$, il cui lato sia $x - 2$

E si ha $x = \frac{3}{5}$.

I numeri dunque saranno 1, $\frac{3}{5}$ ovvero in intieri 5, 3.

P R O B L E M A   VIII.

Trovare tre triangoli rettangoli, le cui aree sieno eguali.

Si cerchino per il Lemma antecedente due numeri, il prodotto de' quali colla somma de' quadrati faccia un quadrato; e siano a, e b; e sia $aa + bb + ab = xx$

Si formino tre triangoli il primo di a e x; il secondo di b e x; il terzo di $a + b$ e di x, e saranno

Il primo $ab + 2aa + bb$

$ab + bb$

$2ax$

Il secondo $ab + aa + 2bb$

$ab + aa$

$2bx$

Il terzo $2aa + 2ab + 2bb$

ab

$2ax + 2bx$

Le

Le aree de' quali saranno eguali.

Siano per esempio i numeri sopradetti 3, 5, il cui prodotto colla somma di quadrati è 49.

I triangoli ricercati saranno 40, 42, 58
27, 70, 74,
15, 112, 113;

La cui area è 840.

P R O B L E M A IX.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato d'ognuno, aggiuntavi, o sottratavi la somma di tutti tre, faccia un quadrato.

L E M M A.

Il quadrato dell'ipotenusa, aggiuntovi, o sottrattovi il quadruplo dell' area, è un quadrato.

Posti i lati a, e b il quadrato dell'ipotenusa è $aa + bb$, il quale, aggiuntovi, o sottrattovi $2ab$, resta un quadrato

Siano dunque i numeri ricercati tre ipotenuse di triangoli, che abbiano una stessa area, e sia la somma de' numeri il quadruplo dell' area istessa, ed il Problema è sciolto.

Poichè dunque tali sono l'ipotenuse de' triangoli sopradetti 58, 74, 113; siano i numeri ricercati $58x$, $74x$, $113x$

Il quadruplo dell' area è $3360xx$, che è eguale alla somma de' numeri $245x$,

E sarà $x = \frac{7}{96}$

I numeri ricercati dunque sono $\frac{406,\ 518,\ 791}{96}$

P R O B L E M A X.

L E M M A.

Dati tre numeri quadrati, trovare tre numeri, che multiplicati a due a due facciano questi quadrati.

Siano tre quadrati 4, 9, 16

E sia

E sia il primo numero x, l'altro $\frac{4}{x}$, il terzo $\frac{9}{x}$ e si sono adempiute due condizioni.

Resta che il prodotto del secondo nel terzo sia 16.

Ma è $\frac{36}{xx}$, dunque $\frac{36}{xx} = 16$,

E si ha $x = \frac{3}{2}$.

I numeri ricercati dunque sono $\frac{3}{2}$, $\frac{8}{3}$, 6.

P R O B L E M A XI.

Trovare tre numeri che multiplicati a due a due, aggiuntavi o suttratavi la somma di tutti tre, siano quadrati.

Si cerchino prima tre triangoli che abbiano aree eguali, come sono i sopradetti, e si prendano i quadrati dell'ipotenuse

3364, 5476, 12769

Si cerchino di poi per il Lemma antecedente tre numeri, che multiplicati a due a due facciano gli stessi quadrati, e sono

$\frac{4292}{113}$, $\frac{4181}{29}$, $\frac{3277}{37}$

Onde se aggiungasi, o suttraggasi da questi 3360, che è il quadruplo dell'area, si ha sempre un quadrato.

Siano dunque i numeri ricercati

$\frac{4292x}{113}$, $\frac{4181x}{29}$, $\frac{3277x}{27}$

La somma de' quali è $\frac{32824806x}{121249}$

Ma somma loro posta anche $3360xx$.

Onde $\frac{32824806x}{121249} = 3360xx$

E si ha $x = \frac{32824806}{407396640}$.

P R O B L E M A XII.

Dividere l'unità in due parti, e ad ogni segmento aggiungervi un numero dato, e fare un quadrato. Sia il numero dato 6.

Sia

Sia il primo fegmento x, farà l'altro $1 - x$: onde

$$\begin{matrix} x + 6 \\ e\ 7 - x \end{matrix} = Q$$

La fomma dunque de' quadrati farà 13: e perciò 13 fi dovrà dividere in due quadrati, ognuno de' quali fia maggiore di 6.

Si divida 13 in due, e ricerchi qual parte, aggiuntovi $\frac{13}{2}$, faccia un quadrato.

Sia dunque $\frac{13}{2} + y = Q$;

E multiplicando per 4, farà $26 + 4y = Q$

E ponendo $4y = \frac{1}{zz}$, farà $26zz + 1 = Q$.

Sia il lato $5z + 1$; e fi ha $z = 10$

Onde $y = \frac{1}{400}$.

Sia dunque $\frac{13}{2} + \frac{1}{400}$ un quadrato, la cui radice è $\frac{51}{20}$

I quadrati dunque, ne' quali fi dee dividere 13, debbano avere i lati proffimi a $\frac{51}{20}$

Ma perchè fi divida 13 in due quadrati, bifogna che un lato contenga un binario, l'altro un ternario,

E poichè $\frac{51}{20}$ è l'ifteffo che $2 + \frac{11}{20}$, e $3 - \frac{9}{20}$ fi ponga al primo lato $2 + 11x$, l'altro $3 - 9x$.

La fomma de' quadrati è $202xx - 10x + 13 = 13$;

E fi ha $x = \frac{5}{101}$.

Sarà dunque la radice d'un lato $\frac{257}{101}$

Quella dell'altro $\frac{258}{101}$.

Altrimenti.

Sia la prima parte x, l'altra $1 - x$

Onde $\left.\begin{array}{l} 6 + x \\ \text{e } 7 - x \end{array}\right\} = Q$

Si faccia $yy - 6y + 3 = x$

E la prima equazione diventa $yy - 6y + 9$, che è quadrata.

La seconda equazione diventa $4 + 6y - yy$, la quale si deve eguagliare ad un quadrato;

Ma nel determinare y, si dee avvertire che $yy - 6y +$ sia una frazione.

Deve dunque y esser maggiore di 5, e minore di 6.

Si ponga dunque $4 + 6y - yy = 4 - 4ay + aayy$,

E si ha $\frac{6 + 4a}{aa + 1} = y$.

E se si ponga y tra 5 e 6; come per esempio sia $= \frac{57}{12}$; si potrà determinare il coefficiente a per costruire un quadrato cosicchè $yy - 6y + 3$ sia minor dell'unità.

P R O B L E M A XIII.

Dividere l'unità, e ad ogni segmento aggiungervi un numero differente dato, e fare due quadrati. Ad un segmento si aggiunga 2, all'altro 6, e si facciano due quadrati.

Sia il primo segmento x, l'altro sarà $1 - x$. Onde

$\left.\begin{array}{l} 6 + x \\ \text{e } 3 - x \end{array}\right\} = Q$

La somma de' quali 9 poichè è quadrata si può ridurre il Problema a questo di dividere 9 in due quadrati, uno de' quali sia maggiore di 2, e minore di 3.

Siano dunque questi due quadrati yy, $9 - yy$

Bisogna che $9 - yy$ sia equale ad un quadrato di modo chè però yy sia tra 2 e 3.

Si ponga $2 = \frac{288}{144}$, $3 = \frac{432}{144}$

I quadrati intermedj sono $\frac{289}{144}$, e $\frac{361}{144}$

E concepiamo yy maggiore di $\frac{17}{12}$ e minore di $\frac{19}{12}$

Si faccia dunque $9 - yy = 9 - 6ay + aayy$

E si ha $y = \frac{6a}{aa+1}$.

Bisogna dunque, che la frazione $\frac{6a}{aa+1}$ sia maggiore di $\frac{17}{12}$, e minore di $\frac{19}{12}$

Si supponga dunque $= \frac{18}{12}$ ovvero $= \frac{3}{2}$,

E si ha $12a = 3aa + 3$

Onde $aa - 4a = -1$, ed $a = 2 + \sqrt{3}$

Onde a è maggiore di 3, e minore di 4.

Sia dunque $a = \frac{7}{2}$, e $9 - yy = 9 - 21y + \frac{49yy}{4}$, e sarà $y = \frac{84}{53}$.

Altrimenti.

Poichè $\left.\begin{array}{l} 6 + x \\ 3 - x \end{array}\right\} = Q$
E

Sia $yy - 6y + 3 = x$, e sarà

$$\left.\begin{array}{l} yy - 6y + 9 \\ 6y - yy \end{array}\right\} = Q$$

La prima equazione è quadratta per la costruzione

Resta che s'eguagli l'altra ad un quadrato

Onde $6y - yy = Q$

Ma bisogna determinare y di modo che $yy - 6y + 3$ sia una frazione.

Sia dunque $6y - yy = aayy$,

E si ha $y = \frac{6}{aa+1}$

Che se si ponga $\frac{6}{aa+1} = \frac{3}{2}$, sarà $a = \sqrt{3}$

Si ponga dunque il quadrato aa tra 3 e 4,

Ovvero tra $\frac{300}{100}$ e $\frac{400}{100}$

E sia $\frac{361}{100}$

E si ha $y = \frac{600}{461}$

P R O B L E M A XIV.

Dividere l'unità in tre numeri, e ad ognuno aggiugnere un istesso dato numero, e così farlo quadrato. Il numero dato sia 3.

Siano le parti $x, y, z = 1$

E sarà $x + 3$

$y + 3 = Q$

$z + 3$

Onde $x + y + z + 9$ sono tre quadrati,

E perciò $1 + 9$ sono tre quadrati

Bisogna dunque dividere 10 in tre quadrati che ognuno sia maggiore di 3.

Si divida in tre parti eguali che sono $3 + \frac{1}{3}$.

Si cerchi qual parte aggiunta a $3 + \frac{1}{3}$ faccia un quadrato

E questa sia q. Onde $\frac{10}{3} + q = Q$, e multiplicando per 9

$30 + 9q = Q$

E posto $9q = \frac{1}{rr}$

$30 + \frac{1}{rr} = Q$, ovvero $30rr + 1 = Q$

Si faccia un quadrato dal lato $5r + 1$; e si averà $r = 2$; $q = \frac{1}{36}$

Dunque $\frac{10}{3} + \frac{1}{36}$ costituiscono un quadrato il cui lato è $\frac{11}{6}$

Ma questi tre quadrati non fanno 10.

Bisogna dunque trovare tre quadrati che facciano 10.

Tali sono 9, $\frac{16}{25}$, $\frac{9}{25}$

I cui lati sono 3, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$ ovvero $\frac{90,\ 24,\ 18}{30}$.

Si prendano dunque i lati de' quadrati che sieno $\frac{11}{6}$, ovvero $\frac{55}{30}$,

E siano $3 - 35x$, $31x + \frac{4}{5}$, $37x + \frac{3}{5}$.

La

La somma di questi è $3555xx - 116x + 10 = 10$;

E si ha $x = \frac{116}{3555}$

P R O B L E M A XV.

Dividere l'unità in tre numeri, e ad ognuno aggiungervi un numero differente dato, e fare tre quadrati. Siano i numeri dati 2, 3, 4;

Siano le parti x, y, z.

E saranno $x + 2$, $y + 3$, $z + 4$ ognuno eguale ad un quadrato.

Onde $x + y + z + 9 =$ a tre quadrati, ovvero $1 + 9 =$ a tre quadrati,

Bisogna dunque dividere 10 in tre quadrati, uno de' quali superi 2, l'altro 3, e il terzo 4.

Ma poichè $x + y + z = 1$, si concepisca ognuno $\frac{1}{3}$

E $2 + \frac{1}{3}$, $3 + \frac{1}{3}$, $4 + \frac{1}{3}$ siano quadrati.

Cerco le parti, le quali aggiunte a questi facciano de' quadrati, e sono

$\frac{1}{1296}$, $\frac{1}{36}$, $\frac{13}{144}$

E si fanno tre quadrati $\frac{3025}{1296}$, $\frac{121}{36}$, $\frac{625}{144}$

I cui lati sono $\frac{55,\ 66,\ 75}{36}$

Ma questi insieme non fanno 10.

Bisogna dunque fingere lati di quadrati, che siano simili ad essi.

Ma 10 si divide in tre quadrati, i cui lati sono 3, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$

E riducendo alla stessa denominazione si ha

$\frac{540,\ 108,\ 144}{180}$

Ma i lati di sopra ritrovati sono $\frac{275,\ 330,\ 375.}{180}$

Si facciano dunque i lati adeguali e siano

$167x + \frac{3}{5}$

$186x + \frac{4}{5}$

$3 - 166x;$

E si fa la somma de' quadrati

$89710xx - 492x + 10 = 10$

E si ha $x = \frac{246}{44855}$.

I lati ricercati dunque sono $\frac{13599,\ 16338,\ 18795}{8971}$

P R O B L E M A XVI.

Dato un numero, dividerlo in tre numeri, che presi a due a due facciano un quadrato. Il numero dato sia 10.

Siano $x + y + z = 10$

E poichè $x + y$
$x + z = Q$
$y + z$

Dunque $2x + 2y + 2z = 3\,Q$

E perciò $20 = 3\,Q$

Bisogna dunque divider 20 in tre quadrati, ognuno de' quali sia minore di 10.

Facilmente si conosce, che 20 costa di due quadrati; e il primo essendo minore di 10 è idoneo.

Resta che si divida 16 in due quadrati minori di 10, ma maggiori di 6.

Imperciocchè se uno fosse minore di 6, l'altro sarebbe maggiore di 10.

Posto dunque il primo qq, l'altro sarà $16 - qq = 16 - 8aq + aaqq$;

E si ha $q = \frac{8a}{aa+1}$.

Ma bisogna che q sia minore di $\sqrt{10}$, e maggiore di $\sqrt{6}$.

Onde a si trova maggiore di $\frac{7}{3}$, e minore di $\frac{5}{2}$.

Pongasi dunque $\frac{12}{5}$.

Dunque $16 - qq = Q$, il cui lato è $4 - \frac{12q}{5}$

E

E si ha $9 = \frac{480}{169}$; cioè un lato d'uno de' quadrati ricercati; e l'altro è $\frac{476}{169}$

Onde i numeri fono $\frac{57122,\ 115200,\ 113288}{28561}$

P R O B L E M A XVII.

Dato un numero, dividerlo in quattro numeri tali, che presi a tre a tre facciano un quadrato. Il numero dato sia 10.

Sia $x + y + z + s = 10$

Dunque
$$\left.\begin{matrix} x + y + z \\ y + z + s \\ z + s + x \\ s + x + y \end{matrix}\right\} = Q$$

Dunque $3x + 3z + 3y + 3s = 4\,Q$

Cioè $30 = 4\,Q$

Si dee dunque dividere 30 in quattro quadrati, ognuno de' quali sia minore di 10.

Ma 30 si divide di sua natura in quattro quadrati 16, 9, 4, 1; due de' quali 9, e 4 fono minori di 10 fono idonei a ciò, che si cerca.

Si dovrà dunque dividere il restante cioè 17 in due quadrati, ognuno de' quali sia maggiore di 7, e minore di 10.

Si prenda la metà di 17, cioè $\frac{17}{2}$, e si cerchi qual parte, che ad esso aggiunta faccia un quadrato.

Questa è $\frac{1}{144}$, e si fa il quadrato $\frac{1225}{144}$, il cui lato è $\frac{35}{12}$.

Finganfi dunque i lati de' quadrati ricercati cosicchè tutti due fiano $\frac{35}{12}$

E fiano $4 - 13x$, $1 + 23x$.

La fomma de' quadrati è $17 + 698xx - 58x = 17$

E si ha $x = \frac{29}{349}$

I lati dunque de' quadrati fono $\frac{1019}{349}$, $\frac{1016}{349}$.

I quadrati, ne' quali 30 è diviso, fono

4, 9,

49, $\frac{2028361}{121801}$, e $\frac{1032256}{121801}$

Poichè presi a tre a tre fanno questi quadrati, se da 10 si sottraggano ordinatamente tali quadrati, si troveranno le parti ricercate

E sono 1, 6, $\frac{185754}{121801}$, $\frac{179649}{121801}$

P R O B L E M A XVIII.

Trovare tre numeri tali, che il cubo dalla somma loro, aggiuntovi qualsisia d'essi, faccia un cubo

Sia la somma de' tre x, il cui cubo è x^3.

E sia il primo $a^3 x^3 - x^3$

l'altro $b^3 x^3 - x^3$

il terzo $c^3 x^3 - x^3$

E le tre condizioni sono dempiute.

La loro somma è $a^3 x^3 + b^3 x^3 + c^3 x^3 - 3x^3 = x$

E si ha $x^2 = \dfrac{1}{a^3 + b^3 + c^3 - 3}$

Bisogna dunque, che il denominatore di questa frazione sia quadrato; che è lo stesso che trovare tre numeri $a^3 - 1$, $b^3 - 1$, $c^3 - 1$, ognuno de' quali aggiuntovi l'unità facciano un cubo, e la somma de' quali faccia un quadrato.

Siano i lati de' cubi $y + 1$, $2 - y$, e 2

Il primo cubo farà $y^3 + 3yy + 3y + 1$

Il secondo $8 - 12y + 6yy - y^3$

Il terzo 8

Se da ogni cubo si sottragga l'unità si hanno i numeri ricercati.

$y^3 + 3yy + 3y$

$7 - 12y + 6yy - y^3$

7

Resta che la loro somma sia quadrata.

Ma la loro somma è $9yy + 14 - 9y$, il quale s'uguagli a $9yy - 24y + 16$.

E si ha $y = \frac{2}{15}$

Il

Il primo dunque de' numeri ricercati ſarà $\frac{1538}{3375}$; l'altro $\frac{18577}{3375}$,

E il terzo 7.

Si pongano adeſſo i numeri

$\frac{1538x^3}{3375}$, $\frac{18577x^3}{3375}$, $7x^3$

La ſomma de' quali è $\frac{43740x^3}{3375} = x$

E ſi hanno $2916xx = 225$, e $x = \frac{15}{54}$

P R O B L E M A XIX.

Trovare tre numeri tali, che il cubo della loro ſomma, ſottrattovi qualſiſia d'eſſi, faccia un cubo.

Sia il cubo della ſomma x^3

Il primo numero $x^3 - a^3x^3$

Il ſecondo $x^3 - b^3x^3$

Il terzo $x^3 - c^3x^3$

La loro ſomma è $3x^3 - x^3 \times a^3 + b^3 + c^3 = x$

E ſi ha $xx = \frac{1}{3 - a^3 - b^3 - c^3}$

Biſogna dunque trovare tre cubi, la ſomma de' quali ſottratta dal 3. laſci un quadrato.

Se ſi ponga il quadrato $\frac{9}{4}$ e queſto ſi ſottragga dal 3.

Reſtano $\frac{3}{4}$ da dividerſi in tre cubi

Si riducano $\frac{3}{4}$ alla denominazione cubica $\frac{162}{216}$

E ſi dovrà dividere 162 in tre cubi, uno de' quali è 125,

E reſta 37 da dividerſi in due.

Ma 37 è la differenza de' due cubi 64 e 27

Onde ſi potrà dividere 10 due cubi

Siano i lati $4 - x$, e $ax - 3$.

Saranno i cubi

$64 - 48x + 12xx - x^3$

$a^3x^3 - 9aaxx + 27ax - 27$

La somma de' quali è

$a^3x^3 - x^3 + 12xx - 9aaxx + 27ax - 48x + 37 = 37$

Che se $27a = 48$

Sarà $a^3x^3 - x^3 + 12xx - 9aaxx = 0$

E $a^3x - x + 12 - 9aa = 0$

E si ha $x = \frac{9aa - 12}{a^3 - 1}$

In questa maniera si trovano i lati de' cubi $\frac{40}{91}$ e $\frac{303}{91}$

E i cubi di questi lati presi insieme $= 27$.

I tre cubi dunque 225, $\frac{64000}{753571}$, $\frac{27818127}{753571}$ fanno 162,

E dividendo ognuno per 216 perchè siano

$\frac{125}{216}$, $\frac{64000}{753571 \times 216}$, e $\frac{27818127}{753571 \times 216}$

Si fanno tre cubi, la somma de' quali è $\frac{3}{4}$

Determinati dunque i coefficienti in questa maniera

Si ha $x = \frac{2}{3}$.

P R O B L E M A XX.

Trovare tre numeri tali, che il cubo della loro somma sottratto da qualunque d'essi faccia un cubo.

Si ponga di nuovo il cubo della somma x^3

E siano i numeri $a^3x^3 + x^3$

$b^3x^3 + x^3$

$c^3x^3 + x^3$

La somma di questi è $a^3x^3 + b^3x^3 + c^3x^3 + 3x^3 = x$

E si ha $xx = \frac{1}{a^3 + b^3 + c^3 + 3}$

Bisogna dunque trovare tre cubi, i quali aggiuntovi il ternario facciano un cubo.

Sia

Sia y il lato del primo cubo, $3 - y$ del secondo, 1 del terzo;
Sarà la somma de' cubi $9yy - 27y + 28$
E aggiungendovi 3, si faccia $9yy - 27y + 31 = Q$ dal lato $3y - 7$;
E si ha $y = \frac{6}{5}$

Saranno dunque i lati de' cubi $\frac{6}{5}$, $\frac{9}{5}$, 1

Ora sieno i numeri $\frac{341x^3}{125}$, $\frac{654x^3}{125}$, $2x^3$

La somma de' quali è $11x^3 + \frac{14x^3}{25} = x$

E si ha $x = \frac{5}{17}$

P R O B L E M A   XXI

Trovare tre numeri eguali ad un quadrato, così che il cubo della loro somma, aggiuntovi ognuno di loro, faccia un quadrato

Si ponga la somma xx, e sarà il cubo x^6

Siano i numeri $aax^6 - x^6$

$bbx^6 - x^6$

$ccx^6 - x^6$

E le prime condizioni sono adempiute

Resta che la loro somma sia eguale a xx

Ma tutti tre insieme sono $\overline{aa + bb + cc - 3} \cdot x^6 = xx$

Onde $x^4 = \frac{1}{\overline{aa + bb + cc - 3}}$

Bisogna dunque trovare tre quadrati, da ognuno de' quali sottratta l'unità si faccia una somma quadrato-quadrata.

Siano i quadrati $y^4 - 2yy + 1$

$yy + 2y + 1$

$yy - 2y + 1$

I numeri dunque ricercati saranno $y^4 - 2y^2$; $yy + 2y$; $yy - 2y$

La somma de' quali è y^4.

E in questa maniera si sono determinati i coefficienti indefinitamente

Ora prendasi $y = 2$

Saranno i numeri da porsi $63x^6$, $15x^6$, $3x^6$, la somma de' quali $81x^6 = xx$

E si ha $x = \frac{1}{3}$.

I numeri ricercati dunque sono $\frac{63,\ 15,\ 8}{729}$

P R O B L E M A   XXII.

Trovare tre numeri uguali ad un numero dato, cosicchè il cubo della loro somma, sottrattovi ognuno d'essi aduno aduno, faccia un quadrato

Sia la somma de' numeri 2, e i numeri siano x, y, z

Dunque $8 - x$
$8 - y = Q$
$8 - z$

Onde $24 - x - y - z = 3\,Q$.

Ma $x + y + z = 2$

Dunque bisogna dividere 22 in tre quadrati, ognuno de' quali sia maggiore di 6, e minore di 8. Perchè se fosse minore di 6, allora x sarebbe maggiore di 2; e perciò i numeri ricercati tutt' insieme non sarebbero 2.

Ma se fosse maggiore di 8, allora i numeri diventerebbero negativi.

Perchè dunque si divida 22 in tre quadrati di questa sorte, si prenda la terza parte che è $\frac{22}{3}$, e si cerchi qual parte ad essi aggiunta faccia un quadrato.

Questa è $\frac{1}{576}$; e si fa un quadrato, il cui lato è $\frac{65}{24}$

Ma si divide 22 in tre quadrati; i cui lati sono 3, 3, 2.

Si pongano dunque per adequalità i lati de' quadrati ricercati

$3 - 7x$, $3 - 7x$, $2 + 17x$

La somma de' quadrati è $387xx - 16x + 22 = 22$

E si ha $x = \frac{16}{387}$

I lati dunque de' quadrati sono $\frac{1049,\ 1049,\ 1046}{387}$;

I quadrati de' quali sottraendoli aduno aduno da 8 restano le parti ricercate

$\frac{9791,\ 9791,\ 104036}{149769}$

PRO-

P R O B L E M A XXIII.

Data una parte, dividerla in tre parti tali, che ognuna sottrattovi il cubo della loro somma faccia un quadrato.

Sia la parte data $\frac{1}{4}$, e sia da dividersi $\frac{1}{4}$ in tre parti come s'è ordinata.

Ogni parte dunque sottrattovi $\frac{1}{64}$ farà un quadrato:

Perciò sottratti tutti tre $\frac{3}{64}$ saranno tre quadrati.

Ma $\frac{1}{4} = \frac{16}{64}$

Dunque s' è arrivato a questo che $\frac{13}{14}$ si divida in tre quadrati.

Ma questa parte è composta di due quadrati, che sono $\frac{9}{64}$, e $\frac{4}{64}$

Onde se se ne prenda uno, e sia $\frac{9}{64}$, si dovrà dividere l'altro in due quadrati

Ma si può dividere in $\frac{36, \ e\ 64}{40000}$

I quadrati dunque saranno $\frac{9}{64}$, $\frac{36}{40000}$, $\frac{e\ 64}{40000}$, ad ognuno de' quali se si aggiunga $\frac{1}{64}$ si avranno le parti ricercate $\frac{250,\ 61,\ 89}{1600}$;

La somma delle quali è $\frac{1}{4}$

P R O B L E M A XXIV.

Trovare tre numeri tali, che il solido contenuto sotto d'essi, aggiuntovi qualsivoglia d'essi, faccia un quadrato.

Sia il solido xx.

E poichè in ogni triangolo rettangolo il quadrato dell'ipotenusa è uguale a' quadrati de' lati, siano tre triangoli rettangoli, le cui basi sieno a, a, A, i perpendicoli b, b, B, E si pongano i numeri ricercati $\frac{aaxx}{bb}$, $\frac{\mathrm{aa}xx}{\mathrm{bb}}$, $\frac{AAxx}{BB}$, e ognuno aggiuntovi il solido xx si faccia quadrato,

Resta che il solido di questi numeri sia eguale a xx.

Onde $\frac{aa\mathrm{aa}AAx^6}{bb\,\mathrm{bb}\,BB} = x^4$,

Ed estraendo la radice si ha $\frac{a\mathrm{a}Ax^3}{b\mathrm{b}B} = xx$.

Onde $\frac{a\mathrm{a}A}{b\mathrm{b}B} = \frac{1}{xx}$

Bisogna dunque tre triangoli rettangoli, ne' quali il solido delle basi sia al solido de' perpendicoli come un quadrato a un quadrato

Ma questo si fa per lo Porisma quarto

Imperciocchè sia il triangolo primo 3, 4, 5,

Saranno gli altri due

9, 40, 41

8, 15, 17

Ne' quali il solido sotto i perpendicoli è al solido sotto le basi come 100 a 9.

Si pongano dunque i numeri ricercati $\frac{9xx}{16}$, $\frac{81xx}{1600}$, $\frac{64xx}{225}$

Il solido contenuto sotto di questi è $\frac{46656x^6}{57600} = xx$

E si ha $x = \frac{10}{3}$

Dunque i numeri ricercati sono $\frac{25}{4}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{256}{81}$

PROBLEMA XXV.

Trovare tre quadrati tali, che il solido contenuto sotto d'essi, sottrattovi qualsivoglia d'essi, faccia un quadrato.

Siano tre triangoli rettangoli, i cui perpendicoli siano $b\mathrm{b}B$ l' ipotenuse $d\mathrm{d}D$

E si pongano i numeri $\frac{bbxx}{dd}$, $\frac{\mathrm{bb}xx}{\mathrm{dd}}$, $\frac{BBxx}{DD}$

Imperciocchè così ognuno sottrattovi il solido xx saranno quadrati:

Resta che il loro solido sia eguale a xx

Dun-

Dunque $\frac{hhbbBBx^6}{dddDD} = xx$

E si ha $\frac{hbB}{ddD} = \frac{1}{xx}$

Bisogna dunque trovare tre triangoli, che il solido sotto i perpendicoli sia al solido sotto le basi in ragione di quadrato a quadrato.

E questo si fa per il Porisma, e sono i triangoli

5, 4, 3
13, 5, 12
65, 63, 16

Ne' quali il solido sotto l'ipotenuse è al solido sotto le basi come 4225 576.

Si stabiliscano dunque i numeri ricercati $\frac{9xx}{25}$, $\frac{144xx}{169}$, $\frac{256xx}{4225}$

Il solido contenuto sotto d'essi è $\frac{331776x^6}{17850625} = xx$

E si ha $x = \frac{65}{24}$

Dunque i quadrati ricercati sono $\frac{169}{64}$, $\frac{25}{4}$, $\frac{4}{9}$

P R O B L E M A XXVI.

Trovare tre quadrati tali, che il solido contenuto sotto d'essi sottratto da qualsivoglia d'essi faccia un quadrato.

Si prendano le stesse frazioni con ordine inverso, e siano i quadrati ricercati $\frac{25xx}{9}$, $\frac{169xx}{144}$, $\frac{4225xx}{256}$, e sottraendovi da ognuno xx resteranno quadrati.

Il solido sotto i tre è $\frac{17850625x^6}{331776} = xx$

E si ha $x = \frac{24}{63}$

Dunque i numeri ricercati sono $\frac{64}{169}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{9}{4}$

P R O B L E M A XXVII.

Trovare tre quadrati tali, che multiplicati a due a due i prodotti, aggiuntavi l'unità, siano quadrati.

Essen-

Essendosi per lo Problema 24 trovati tre quadrati, il cui solido aggiuntovi qualsivoglia d'essi faccia un quadrato, si vede che gli stessi sono anche tali, che il loro prodotto di due a due, aggiuntavi l'unità fa un quadrato

Imperciocchè siano tre quadrati aa, bb, cc, quali si cercano nel Problema 24.

Sarà dunque $aabbcc + aa$ un quadrato.

Dunque $bbcc + 1$ sarà pure un quadrato.

I numeri dunque saranno come sopra $\frac{25}{4}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{256}{81}$

P R O B L E M A XXVIII.

Trovare tre quadrati tali, che multiplicati a due a due i prodotti, sottrattavi l'unità, sieno quadrati

Si suppongano tre quadrati aa, bb, cc, cosicchè il solido fatto tutti tre $aabbcc$, sottrattovi qualsivoglia d'essi, faccia un quadrato; sarà $aabbcc - aa$ un quadrato:

Onde anche $bbcc - 1$.

I numeri dunque saranno gli stessi che nel Problema 25, cioè $\frac{169}{64}$, $\frac{25}{4}$, $\frac{4}{9}$.

P R O B L E M A XXIX.

Trovare tre quadrati tali, che multiplicati a due a due i prodotti sottratti dall' unità siano quadrati.

Se siano i quadrati aa, bb, cc, cosicchè il loro solido sottratto da qualsivoglia d'essi faccia un quadrato, sarà anche un quadrato, se il prodotto di due a due si sottragga dall' unità.

Imperciocchè sieno aa, bb, cc, e sia $a - aabbcc$ un quadrato anche $1 - bbcc$ sarà un quadrato.

I numeri dunque del Problema 26, cioè $\frac{64}{169}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{9}{4}$ serviranno anche a questo Problema

P R O B L E M A XXX.

Dato un numero, trovare tre numeri quadrati, che presi a due a due aggiuntovi il numero dato, faccia un quadrato. Sia il numero dato 15.

Dun-

Dunque $xx + yy + 15$

$yy + zz + 15 = Q$

$xx + zz + 15$

Si ponga $xx = 9$

Dunque $yy + 24$

$yy + zz + 25 = Q$

$zz + 24$

Bisogna dunque trovare due quadrati, i quali, aggiuntovi 24, facciano due quadrati, e di più aggiuntovi 15 alla loro somma si faccia un quadrato.

Prendiamo dunque i numeri fattori di 24, che sieno lati d'un triangolo rettangolo.

Tali sono $\frac{3}{x}$ e $8x$, $\frac{4}{x}$ e $6x$:

Le semidifferenze de' quali sono $4x - \frac{3}{2x}$, e $3x - \frac{2}{x}$; i cui quadrati aggiuntovi 24 diventaranno quadrati, e si è soddisfatto a due condizioni.

Resta che alla loro somma aggiuntovi 15, si faccia un quadrato.

Ma si fa $\frac{25}{4xx} + 25xx - 9$;

S'uguagli dunque a $25xx$:

E si ha $x = \frac{3}{6}$

I lati dunque de' quadrati sono $\frac{1}{10}$ e $\frac{23}{15}$

E i quadrati ricercati sono 9, $\frac{1}{100}$, $\frac{529}{225}$.

Scolio.

Ma bisogna che i fattori siano lati d' un triangolo rettangolo, imperciocchè, prendendo i quadrati formati da essi si averanno termini quadrati, e perciò facilmente si potrà risolvere l'equazione.

PROBLEMA XXXI.

Dato un numero, trovare tre quadrati, i quali presi a due a due, sottrattovi il numero dato, sieno quadrati. Sia il numero dato 13

Dun-

Dunque $xx + yy - 13$

$$yy + zz - 13 = Q$$

$$zz + xx - 13$$

Si ponga $xx = 25$, e

$yy + 12$

$yy + z - 13 = Q$

$zz + 12$

Bisogna dunque cercare due quadrati, i quali, aggiuntovi 12, sieno quadrati, e la cui somma, sottrattovi 13, sia parimenti quadrata.

Sieno i fattori 3, e 4

E siano i lati de' quadrati $\frac{3x}{14} - \frac{2}{x}$, e $2x - \frac{3}{2x}$; e ognuno di questi quadrati, aggiuntovi 12, fa un quadrato.

Resta che tutti due insieme, sottrattovi 13, facciano un quadrato.

Ma fanno $\frac{25xx}{4} + \frac{25}{4xx} - 25 = \frac{25}{4xx}$

E si ha $x = 2$.

Saranno dunque i quadrati 25, 4, $\frac{169}{16}$.

Scolio.

E' da avvertirsi anche qui, che i fattori siano lati d'un triangolo circa un retto, perchè la somma di que' quadrati faccia termini quadrati.

PROBLEMA XXXII.

Trovare tre quadrati tali, che il composto de' quadrati degli stessi faccia un quadrato.

Siano i quadrati xx, yy, zz. Dunque $x^4 + y^4 + z^4 = Q$.

Sia $= x^4 - 20xx + 10$;

E si ha $\frac{10 - y^4 - z^4}{20} = xx$

Onde si dee trovare un coefficiente, dal cui quadrato, se si sottraggano i quadrati de' due quadrati ricercati, il residuo sia al coefficiente duplo, come quadrato a quadrato. Si ponga il coefficiente $yy+4$, e si pongano due de' quadrati ricercati yy, 4.

Se

Se dal quadrato del coefficiente si sottraggano i loro quadrati resta $8yy$

Dunque $8yy$ a $2yy + 8$ deve esser in ragion di quadrato a quadrato.

Lo farà dunque anche $4yy$ a $yy + 4$

Ma $4yy$ è quadrato, bisogna dunque, che $yy + 4$ sia un quadrato

Sia il lato $y + 1$,

E si ha $y = \frac{3}{2}$

Ricorriamo dunque al proposto da principio, e due de' quadrati ricercati siano $\frac{9}{4}$, e 4, ovvero 9, e 16, sarà $x^4 + 81 + 256 = x^4 - 50x^2 + 625$.

Questi sono eguali al quadrato fatto dal lato $xx - 25$,

E si ha $x = \frac{12}{5}$.

Dunque i quadrati cercati sono $\frac{144}{25}$, 16, 9.

Fine del Libro Quinto.

LIBRO SESTO.

PROBLEMA PRIMO.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'ipotenusa, sottrattovi l'uno o l'altro de' lati, faccia un cubo.

Sia il triangolo ricercato da' due numeri x, e y

Cioè sia l'ipotenusa $xx + yy$

La base $xx - yy$

Il perpendicolo $2xy$

L'Ipotenusa, sottratta la base, fa $2yy$

Onde $2yy =$ a un cubo $= y^3$.

E si ha $y = 2$

Sarà dunque il triangolo $xx + 4$

$xx - 4$

$4x$

Ma l'ipotenusa, sottrattovi il perpendicolo, dee fare un cubo

Dunque $xx - 4x + 4 =$ ad un cubo

Ma poichè il primo membro dell'equazione è quadrato, anche la sua radice si potrà uguagliare ad un cubo.

Sia dunque $x - 2 = 8$

E si ha $x = 10$,

Onde il triangolo ricercato è 104

96

40.

PROBLEMA II.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'ipotenusa, aggiuntovi l'uno o l'altro de' lati, faccia un cubo.

Sia di nuovo del triangolo ricercato

L'ipotenusa $xx + yy$

La base $xx - yy$

Il perpendicolo $2xy$

L'Ipotenusa colla base $= 2xx$

Onde

Onde $2xx =$ a un cubo $= 8$

E si ha $x = 2$

Dunque il triangolo fa $4 + yy$

$4 - yy$

$4y$

Ma bisogna, che $4 + 4y + yy =$ ad un cubo; ovvero, $2 + y =$ ad un cubo.

Ma y deve essere minore di 2

Dunque il cubo deve essere minore di 4, ma anche maggiore di 2.

Deve dunque essere tra 4 e 2.

Riducansi dunque 4 e 2 alla stessa denominazione cubica, e saranno $\frac{32}{8}$, $\frac{16}{8}$ tra' quali v'è il cubo $\frac{27}{8}$.

Sia dunque $y + 2 = \frac{27}{8}$,

E si ha $y = \frac{11}{8}$

Si faccia dunque un triangolo di 2 e $\frac{11}{8}$, ovvero di 16 e 11.

P R O B L E M A III.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che la sua area, aggiuntavi il numero dato 5, faccia un quadrato.

Sia il triangolo $3x$, $4x$, $5x$

L'area è $6xx$

Onde $6xx + 5 = Q$

E $\frac{Q - 6xx}{5} = 1$

Bisogna dunque trovare un quadrato e l'area d'un triangolo tali, che la loro differenza sia la quinta parte d'un quadrato.

Sia il nuovo triangolo da' numeri y, e $\frac{1}{y}$,

E sia $yy + \frac{1}{yy}$

$yy - \frac{1}{yy}$

2

Onde l'area farà $yy - \frac{1}{yy}$

Sia il lato del quadrato $y + \frac{10}{y}$

E si ha il quadrato $yy + 20 + \frac{100}{yy}$

Onde sottratta l'area resta $\frac{101}{yy} + 20$, che è la quinta parte d'un quadrato.

Onde $\frac{505}{yy} + 100 = Q$, ovvero $505 + 100yy = Q$

Sia il lato $10y + 5$, e si ha $y = \frac{24}{5}$

Si formi dunque il triangolo di $\frac{24}{5}$ e $\frac{5}{24}$, e si multiplichino i lati per x e farà il nuovo triangolo

$\frac{332401x}{14400}$, $\frac{331151x}{14400}$, $2x$

La sua area, aggiuntavi $5 = \frac{331151xx}{14400} + 5 = Q = \overline{y + \frac{10}{2}}^2 xx = \frac{682276xx}{14400}$

E si ha $x = \frac{24}{53}$

P R O B L E M A IV.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, sottrattovi il numero 6, faccia un quadrato.

Sia di nuovo il triangolo $3x$, $4x$, $5x$, la cui area è $6xx$.

Onde $6xx - 6 = Q$; e $6xx - Q = 6$

Bisogna dunque trovare un triangolo e un quadrato, che sottratto dall'area dallo stesso triangolo dia la sesta parte del quadrato.

Sia il nuovo triangolo da y e $\frac{1}{y}$

E il lato del quadrato sia $y - \frac{3}{y}$

Sarà il quadrato $yy - 6 + \frac{9}{yy}$

Che

Che sottratto dall' area $yy - \frac{1}{yy}$ resta $6 - \frac{10}{yy}$ sesta parte d'un quadrato.

Onde $36 - \frac{60}{yy} = Q$, ovvero $36yy = 60 = Q$

Sia il quadrato dal lato $6y - 2$

E si ha $y = \frac{8}{3}$

Si prendano dunque i lati del triangolo

$\frac{4177x}{576}$, $\frac{4015x}{576}$, $2x$

La cui area è $\frac{4015xx}{576}$

Dunque $\frac{4015xx}{576} - 6 = \frac{1369xx}{576}$

E si ha $x = \frac{8}{7}$

P R O B L E M A V.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che il numero dell' area sottratto da 10 faccia un quadrato

Sia il triangolo $3x$, $4x$, $5x$.

Onde $10 - 6xx = Q$, e $10 = Q + 6xx$

Bisogna dunque trovare un quadrato e un' area di un triangolo, la cui somma sia la decima parte d'un quadrato

Sia il triangolo $yy + \frac{1}{yy}$

$$yy - \frac{1}{yy}$$

$$2$$

Sia il quadrato $25yy + 10 + \frac{1}{yy}$

Che, aggiuntavi l'area, fa $26yy + 10$, e questa è la decima parte d'un quadrato.

Onde $260yy + 100$ sarà Q, ovvero $65yy + 25$

Sia eguale a $25 + 80y + 64yy$;

E

E si ha $y = 80$.

Sia dunque il triangolo da 80, e $\frac{1}{80}$, e si multiplichino i lati per x

E si ha $x = \frac{1}{129}$

P R O B L E M A VI.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, aggiuntovi un lato, faccia 7

Sia di nuovo il triangolo $3x$, $4x$, $5x$

E si ha $6xx + 3x = 7$

Ma x è irrazionale.

Bisogna dunque trovare un triangolo tale, che il numero dell'area multiplicato per 7, e aggiuntovi il quadrato della metà d'un lato, faccia un quadrato.

Sia dunque un lato y, l'altro 1, l'area sarà $\frac{y}{2}$

Onde $\frac{7}{2}y + \frac{1}{4} = Q$, ovvero $14y + 1 = Q$

Ma perchè vogliamo un triangolo razionale, sarà l'ipotenusa razionale: onde $yy + 1 = Q$.

E si ha una duplicata equalità

La differenza è $yy - 14y$

I fattori y, $y - 14$.

La semidifferenza de' fattori 7:

Onde $14y + 1 = 49$

E si ha $y = \frac{24}{7}$

Sia dunque un triangolo, i cui lati siano $\frac{24x}{7}$, e x, o togliendo le frazioni $24x$, e $7x$;

E sarà l'ipotenusa $25x$

L'area è $84xx$,

La quale, aggiuntovi un lato, diventa $84xx + 7x = 7$

E

E si ha $x = \frac{1}{4}$

I lati dunque del triangolo ricercato sono $6, \frac{7}{4}, \frac{25}{4}$,

Ovvero in intieri 24, 7, 25.

P R O B L E M A VII.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, sottrattovi un lato, faccia 7.

Posto il triangolo $3x$, $4x$, $5x$, si ha $6xx - 3x = 7$

E di nuovo deve trovarsi un triangolo tale, che il settuplo dell'area, aggiuntovi il quadrato della metà del lato, faccia un quadrato, e dalle cose dette è 24, 7, 25.

Si faccia dunque un triangolo nuovo $24x$, $7x$, $25x$, la cui area è $84xx$

Onde $84xx - 7x = 7$

E si ha $x = \frac{1}{3}$

Sarà dunque il triangolo ricercato in intieri 24, 7, 25

P R O B L E M A VIII.

Trovare un triangolo tale, che l'area, aggiuntivi tutti due i lati, faccia un numero dato. Il numero dato sia 6

Sia $3x$, $4x$, $5x$.

Dunque $6xx + 7x = 6$

Bisogna dunque trovare un triangolo tale, che il quadrato dalla metà della somma de' lati, aggiuntovi il sestuplo dell'area sia quadrato.

Si pongano di nuovo i lati y, e 1 sarà il quadrato della semisomma de' lati $\frac{yy}{4} + \frac{y}{2} + \frac{1}{4}$.

L'area $\frac{y}{2}$, il suo sestuplo è $3y$,

Onde $\frac{yy}{4} + \frac{7y}{2} + \frac{1}{4} = Q$.

Ma anche $yy + 1 = Q$ e nasce una duplicata equalità.

La differenza è $14y$

I fat-

I fattori $2y$; e 7

La femidifferenza de' fattori $y - \frac{7}{2}$,

Il cui quadrato è $yy - 7y + \frac{49}{4} = yy + 1$

E si ha $y = \frac{45}{28}$.

I lati dunque del triangolo saranno 45, 28, 53.

Si pongano dunque $45x$, $28x$, $53x$,

E l'area, aggiungendovi tutti due i lati, è $630xx + 73x = 6$;

E si ha $x = \frac{1}{18}$

P R O B L E M A IX.

Trovare un triangolo tale; che il numero dell'area, sottrattavi la somma de' lati, faccia 6.

Sia di nuovo $3x$; $2x$; $5x$;

E $6xx - 7x = 6$

Si dee dunque cercare un triangolo tale, che il quadrato della semisomma de' lati, aggiuntovi il sestuplo dell'area, faccia un quadrato.

Ma egli è 45, 28, 53;

Onde $45x$; $28x$; $53x$;

E si ha $630xx - 73x = 6$;

E $x = \frac{6}{35}$

P R O B L E M A X.

Trovare un triangolo rettangolo tale; che l'area; aggiuntavi l'ipotenusa, ed un lato, faccia 4.

Posto il triangolo $3x$; $4x$; $5x$, sarà $6xx + 8x = 4$

Onde si deve trovare un triangolo tale; che il quadrato della semisomma del lato, e dell'ipotenusa, aggiuntovi il quadruplo dell'area, faccia un quadrato.

Sia il triangolo ricercato da' numeri y; e $y + 1$

Il quadrato della somma del lato e dell' ipotenusa è $y^4 + 4y^3 + 6yy + 4y + 1$

Il quadruplo dell'area è $8y^3 + 12yy + 4y$

Per

Per tanto $y^4 + 12y^3 + 18yy + 8y + 1 = Q$, il cui lato fia $yy + 6y - 1$,

E fi ha $y = \frac{5}{4}$

Si faccia dunque un triangolo di $\frac{5}{4}$ e $\frac{9}{4}$, ovvero di 5 e 9; che ridotta a' minimi termini farà 28, 45, 53.

Onde fia $28x$, $45x$, $53x$

E l'area, aggiuntavi l'ipotenufa e il lato, è $630xx + 81x = 4$

E fi ha $x = \frac{4}{105}$

P R O B L E M A XI.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, fottrattavi l'ipotenufa e il lato, faccia 4.

Il triangolo antecedente ferve;

E fi ha $630xx - 81x = 4$

Onde $x = \frac{1}{6}$

P R O B L E M A XII.

Trovare un triangolo tale, che la differenza de' lati fia un quadrato, e lo fia anche il lato maggiore; e di più l'area col lato minore faccia un quadrato.

Sia il triangolo $4xx$, $3xx$, $5xx$, e fi è foddisfatto alle due prime condizioni.

Refta, che l'area del triangolo col lato minore faccia un quadrato

Ma fa $6x^4 + 3xx$:

Onde $6xx + 3 = Q = 9$

E fi ha $x = 1$

Dunque il triangolo ricercato farà 3, 4, 5

P R O B L E M A XIII.

Trovare un triangolo rettangolo, che l'area, aggiuntovi l' uno e l' altro lato, faccia un quadrato.

L E M M A.

Sieno due numeri, la cui somma è quadrata, come 6, e 3, trovare infiniti quadrati, ognuno de' quali multiplicato in uno de' numeri dati, e aggiuntovi l'altro, faccia un quadrato.

Sia il quadrato $xx + 2x + 1$, multiplicata per 3, e aggiuntovi 6 fa $3xx + 6x + 9$.

Se si eguaglia ad un quadrato, il cui lato è $3x - 3$, si ha $x = 4$.

Il quadrato ricercato dunque è 25,

E nell'istesso modo se ne ponno ritrovare infiniti altri.

Sia ora il triangolo ax, abx, dx

Sarà primamente $abxx + ax = Q$

Secondariamente $abxx + 2bx = Q$

Sia nella prima $abx^2 + ax = yyxx$,

E si avrà $x = \frac{a}{yy - ab}$.

Dunque $xx = \frac{aa}{\overline{yy - ab}^2}$

Sostituendo nella seconda si ha $\frac{a^3b}{\overline{yy - ab}^2} + \frac{2ab}{yy - ab} = Q$

E riducendo alla stessa denominazione

$a^3b + 2abyy - 2aabb = Q$

E se a si ponga quadrato, si averà $aab - 2abb + 2byy = Q$

Che se $aab - 2abb + 2b$ faccia un quadrato, si è ridotto a questo, che per il Lemma si trovi yy, cosicchè tutto il trinomio sia quadrato

Ma $aab - 2abb + 2b$ è l'area ab multiplicata per la differenza de' lati $a - ab$, e aggiuntovi il lato $2b$.

Bisogna dunque trovare un triangolo, la cui area multiplicata per la differenza de' lati, e aggiuntovi il minor lato, faccia un quadrato.

Ma questo sarà 3, 4, 5.

Onde $a = 4$, $ab = 3$. Donque l'area multiplicata per la differenza de' lati, e aggiuntovi il lato, fa 9; onde per il Lemma yy sarà 25, e $y = 5$

E poichè per le cose dette di sopra $x = \frac{a}{yy - ab}$, sarà $x = \frac{4}{19}$

Onde

Onde il triangolo ricercato farà $\frac{16}{19}$, $\frac{12}{19}$, $\frac{20}{19}$

PROBLEMA XIV.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, fottrattovi l'uno o l'altro de' lati, faccia un quadrato.

Sia come prima ax, $2bx$, dx

Onde $abxx - ax = Q$

E $abxx - 2bx = Q$

Se fi ufi lo fteffo metodo, di cui s'è fatto ufo nel Problema antecedente, fi trova $aabb - 2abb + 2byy = Q$

Onde fi deve ritrovare un triangolo, nel quale il folido dell'area e della differenza de' lati, aggiuntovi il lato minore, faccia un quadrato.

Onde ferve il triangolo 3, 4, 5

Pofti dunque i lati $3x$, $4x$, $5x$

Sarà $6xx - 4x = Q$

E $6xx - 3x = Q$

Dunque fia $6xx - 4x = yyxx$

E fi ha $x = \frac{4}{6 - yy}$

Onde foftituendo nella feconda equazione, e riducendo ai minimi termini fi averà $6 + 3yy = Q$

Se fi ponga $y = 1$

Sarà $x = \frac{4}{5}$

E il triangolo cercato farà $\frac{12}{5}$, $\frac{16}{5}$, $\frac{20}{5}$

PROBLEMA XV.

Trovare un triangolo tale, che l'area, fottrattavi tanto l'ipotenufa, quanto un lato, faccia un quadrato.

Sia il triangolo ax, bx, cx, di cui

L'area fia Axx

$$\left.\begin{array}{l}\text{Onde } Axx - cx \\ \text{E } \quad Axx - ax\end{array}\right\} = Q$$

Sia dunque $Axx - ax = yyxx$,

E si ha $x = \frac{a}{A - yy}$

Sostituendo nella prima si ha $Aaa - Aac + acyy = Q$

Si dee dunque trovare il quadrato yy, che multiplicato per il piano ac dal lato e dell'ipotenusa, aggiuntovi il solido di A, a, ed $a - c$, cioè dall' area, dall' ipotenusa, e dalla differenza dal lato e dall' ipotenusa, faccia un quadrato.

. Sia il triangolo di piani simili mm, e 1

Sarà l'ipotenusa $mm + 1$

Il perpendicolo $mm - 1$

La base $2m$

L'area $m^3 - m$

Dunque $\overline{2m^4 + 2mm} \cdot yy + \overline{2mm - 2m^5} \cdot mm \cdot \overline{m^4 - 2mm + 1} = Q$.

Pongasi $yy = mm \cdot \overline{m^4 - 2mm + 1}$; e si averà $2m^5 + 2mm - 2m^6 + 2m^7 = 4mm$

Sia dunque un triangolo simile de' numeri 4, e 1; cioè 17, 15, 8; e sarà $yy = 36$

Il solido dell'area, della base, e della differenza della ipotenusa e della base $= 4320$.

Il piano dell' ipotenusa e della base $= 136$

Se si multiplichi 136 per 36, si ha 4336; e si sottragga 4320, resta il quadrato 16.

Ora dunque sia il triangolo $8x$, $15x$, $17x$, e sarà

$60xx - 8x = 36xx$, e si ha $x = \frac{1}{3}$

Onde il triangolo ricercato è $\frac{8}{3}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{17}{3}$

PRO-

P R O B L E M A XVI.

è il Lemma del seguente.

P R O B L E M A XVII.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, aggiuntavi tanto l'ipotenusa, quanto un lato, faccia un quadrato.

L E M M A.

Dati due numeri, uno de' quali multiplicato per qualche quadrato, e sottovi l'altro, faccia un quadrato, trovare altri quadrati maggiori, che facciano questo stesso.

Siano i numeri 3, e 11, e sia $3aa - 11 = bb$

Bisogna trovare un altro quadrato, che faccia questo stesso.

Sia $zz + 2az + aa$, e sarà

$3zz + 6az + 3aa - 11 = Q$

Onde $3zz + 6az + bb = Q$

Sia il quadrato dal lato $b - 2z$

E sarà $3zz + 6az + bb = bb - 4bz + 4zz$; e si ha $z = 6a + 4b$

Suppongasi $a = 5$; $b = 8$, sarà $z = 62$

Sia ora il triangolo ricercato ax, bx, cx

Dunque $Axx + cx = Q$

E $\quad Axx + ax = Q$

Sia $Axx + ax = yyxx$

E sarà $a = yyx - Ax$

Onde $x = \dfrac{a}{yy - A}$

Sostituendo nella prima

Si ha $Aaa + acyy - Aac = Q$

Di nuovo dunque devesi trovare un quadrato, il quale multiplicato nel piano dell' ipotenusa e del lato, sottrattovi il solido dell' area, del lato, e della differenza dell' ipotenusa e del lato faccia un quadrato. il che si ha dal triangolo antecedente 17, 15, 8

Ma il quadrato trovato 36 è minore dell'area, e x è negativo.

Bi-

Bisogna dunque cercare per il Lemma un altro quadrato, che faccia lo stesso.

Sia 676, esposto il triangolo $17x$, $15x$, $8x$, la cui area è $60xx$,

Si ha $x = \frac{8}{676 - 60}$

Ovvero $x = \frac{1}{77}$

E il triangolo ricercato è $\frac{8}{77}$, $\frac{15}{77}$, $\frac{17}{77}$

P R O B L E M A XVIII.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che divisi i suoi angoli acuti in due parti, il numero del secante l'angolo sia razionale.

Sia AD $5x$, AB $4x$, BD $3x$

$BC = 3$, sarà $CD = 3 - 3x$

Ma per la supposizione $BD \,.\, DC :: AB \,.\, AC$.

Dunque $3x \,.\, 3-3x :: 4 \,.\, 4-x$

Dunque $AC = 4 - x$

Resta, che $AC^2 = AB^2 - BC^2$

Dunque $16 - 32x + 16xx = 16xx + 9$

E si ha $x = \frac{7}{32}$

P R O B L E M A XIX.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area coll'ipotenusa faccia un quadrato, e la circonferenza un cubo

Sia l'area x

L'Ipotenusa $aa - x$

E la prima condizione è adempiuta

Ma essendo l'area x, sarà il prodotto de' lati $2x$: onde sia uno x, l'altro 2

Bisogna che anche la circonferenza sia un cubo

Onde $aa + 2 =$ ad un cubo

Bi-

Bisogna dunque trovare un quadrato, che accresciuto d'un binario faccia un cubo.

Sia il quadrato $yy + 2y + 1$.

Dunque $yy + 2y + 3 =$ ad un cubo dal lato $y - 1$,

E si ha $y^3 - 4yy + y = 4$

Pongasi $y^3 - 4yy = 0$, e si ha $y = 4$, onde $a = 5$, e il quadrato ricercato 25.

Sia dunque di nuovo l'area x, l'ipotenusa $25 - x$, uno de' lati 2, l'altro x

E poichè il quadrato dell'ipotenusa è eguale ai quadrati de' lati, sarà $xx - 50x + 625 = xx + 4$, e si ha $x = \frac{621}{50}$

Il triangolo dunque sarà $2, \frac{621}{50}, 25 - \frac{621}{50}$

P R O B L E M A XX.

Trovare un triangolo tale, che l'area coll'ipotenusa faccia un cubo, e la circonferenza un quadrato.

Sia l'area x

L'ipotenusa $a^3 - x$

Un lato 2

L'altro x

La circonferenza sarà $a^3 + 2$

Onde $a^3 + 2 = Q$

Bisogna dunque trovare un cubo, che, aggiuntovi un binario, faccia un quadrato.

Sia il cubo $y^3 - 3yy + 3y - 1$; e aggiuntovi un binario

Si ha $y^3 - 3yy + 3y + 1 = \frac{9yy}{4} + 3y + 1$,

E si ha $y = \frac{21}{4}$: onde $a = \frac{17}{4}$

Sia dunque l'ipotenusa $\frac{4913}{64} - x$

Un lato 2

L'altro x

Re-

Resta che il quadrato dell'ipotenusa sia eguale ai quadrati de' lati; e si ha $x = \frac{628864}{24121185}$

P R O B L E M A XXI

Trovare un triangolo rettangolo tale, che il numero dell'area, aggiuntovi un lato, faccia un quadrato, e la circoferenza un cubo.

Sia il triangolo di x, e $x + 1$

E sarà $2xx + 2x + 1$

$2xx + 2x$

$2x + 1$

La circoferenza dunque $4xx + 6x + 2 =$ ad cubo;

E perchè si può dividere per $x + 1$, e si ha $4x + 2$,

Dividasi qualsivoglia lato per $x + 1$, e si averà $4x + 2 =$ ad un cubo.

Resta che l'area, aggiuntovi un lato faccia un quadrato.

Ma l'area è $\frac{2x^3 + 3xx + x}{xx + 2x + 1}$

Onde quest'area, aggiuntovi il lato $\frac{2x + 1}{x + 1}$ è eguale ad un quadrato

Riducendo alla stessa denominazione

$\frac{2x^3 + 5xx + 4x + 1}{xx + 2x + 1} = Q$

Ma questa frazione è l'istessa che $2x + 1$

Dunque $2x + 1 = Q$

Era $4x + 2 =$ ad un cubo

Bisogna dunque trovare un cubo duplo d'un quadrato.

Lo è 8 rispetto a 4;

E si ha $x = \frac{3}{2}$

Onde il triangolo sarà $\frac{8}{5}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{17}{5}$

PRO-

P R O B L E M A XXII.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, aggiuntovi un lato, faccia un cubo, e la circonferenza sia un quadrato

Se facciamo uso dello stesso metodo arriveremo a questo, che $4x + 2 = Q$, e $2x + 1 =$ ad un cubo.

Onde si dee trovare un quadrato duplo d'un cubo

Sia egli 16 rispetto a 8,

E si ha $x = \frac{7}{2}$

I lati dunque saranno $\frac{16}{9}$, $\frac{63}{9}$, $\frac{65}{9}$.

P R O B L E M A XXIII.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che la circonferenza sia un quadrato, e l'area colla circonferenza sia un cubo.

Sia il triangolo di x, e di 1

E sarà $xx + 1$, $xx - 1$, $2x$

La circonferenza è $2xx + 2x$

L'area $x^3 - x$

Onde $2xx + 2x = Q$

E $x^3 + 2xx + x =$ ad un cubo

Sia $2xx + 2x = aaxx$

E si ha $x = \frac{2}{aa - 2}$

Onde $x^3 = \frac{8}{\overline{aa - 2}^3}$

$2xx = \frac{8}{\overline{aa - 2}^2}$

Onde $\frac{8}{\overline{aa - 2}^3} + \frac{8}{\overline{aa - 2}^2} + \frac{2}{aa - 2} =$ ad un cubo;

E riducendo tutto alla stessa denominazione si ha

$8 + 8 \cdot \overline{aa - 2} + 2 \cdot \overline{aa - 2}^2 =$ ad un cubo

Onde $2a^3 =$ ad un cubo

Ciò che si può fare in infiniti modi.

Ma bisogna proccurare, che il quadrato aa sia maggior d'un binario; perchè x uscirebbe negativo, e minore d'un quaternario. Imperciocchè se si ponga eguale a 4, x sarebbe 1, onde la base sarebbe 0. Se si ponga maggiore di 4, x sarebbe una frazione, e la base sarebbe negativa. Sia dunque $2a^4 = b^3a^3$, e si ha $a = \frac{b^3}{2}$; e $aa = \frac{b^6}{4}$

E poichè $\frac{b^6}{4}$ deve essere maggiore di 2, e minore di 4, sarà b^6 maggiore di 8, e minore di 16

Riducansi dunque 8 e 16 a una frazione quadrato-cuba; e sia $\frac{512}{64}$, $\frac{1024}{64}$

Il quadrato-cubo intermedio è $\frac{729}{64}$.

Onde sia $b^6 = \frac{729}{64}$, e si ha $b^3 = \frac{27}{8}$

E poichè $aa = b^6$, e perciò $2a = b^3$, sarà

$a = \frac{27}{16}$; e $x = \frac{512}{217}$;

Onde si ha il triangolo ricercato.

P R O B L E M A XXIV.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che la circonferenza sia un cubo, e, aggiuntevi l'area, faccia un quadrato.

Sia la circonferenza 64:

L'Area $= x$

Un lato $= y$

L'altro $= \frac{2x}{y}$

Sarà l'Ipotenusa $= 64 - y - \frac{2x}{y}$

E perchè il quadrato dell'ipotenusa è eguale ai quadrati de' lati sarà

$$4096 - 128y - \frac{124x}{y} + yy + 2x + \frac{4xx}{yy} = yy + \frac{4xx}{yy}$$

E si ha $yy - \frac{4096}{128} - \frac{2xy}{128} = - 2x$

Bisogna dunque, che $\overline{2048 - x^4} - 51984x$ sia un Quadrato

Ma di più per forza del Problema $64 + x = Q$, e nasce la duplicata equalità, per cui si trova $x = 175 + \frac{49}{225} =$ all'area

Sustituendo un tal valore nella ultima equazione si ha $y = 19 + \frac{5}{9}$

Onde si determina il triangolo, i cui lati sono

$19 + \frac{5}{9}$, $17 + \frac{253}{225}$, $26 + \frac{1298}{2475}$

P R O B L E M A XXV.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che il quadrato dell'ipotenusa sia eguale a uno degli altri due quadrati colla radice, e diviso per l'altro faccia un cubo e il lato.

Sia un lato $= x$

L'altro $= xx$

L'Ipotenusa $= \sqrt{x^4 + xx}$

E si soddisfa a due condizioni

Resta che $x^4 + xx = Q$:

Onde $xx + 1 = xx - 4x + 4$,

E si ha $x = \frac{3}{4}$.

Dunque il triangolo ricercato è $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{225}{256}$

P R O B L E M A XXVI.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che un lato sia cubo; l'altro sia cubo sottrattovi il suo lato, l'ipotenusa un cubo aggiuntovi il suo lato.

Sia l'ipotenusa $x^3 + x$

La base $x^3 - x$

Il resto sarà $2xx$

Onde $2xx =$ ad un cubo $= x^3$; e si ha $x = 2$

Dunque il triangolo sarà 6, 8, 10.

Fine del Sesto, ed ultimo Libro di Diofanto Alessandrino.

NOI RIFORMATORI

Dello Studio di Padova.

AVendo veduto per la Fede di revisione, ed approvazione del P. F. Paolo Tommaso Manuelli Inquisitore di Venezia nel Libro intitolato *Elementi di Fisica esposti da Giovanni Crivelli C. R. S. con aggiunte dello stesso Autore* non v'esser cosa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per Attestato del Segretario Nostro, niente contro Principi, e buoni costumi, concediamo Licenza che possa essere stampato, osservando gli ordini in materia di stampe, e presentando le solite copie alle pubbliche Librerie di Venezia, e di Padova.

Data li 9. Dicembre 1743.

(*Gio. Pietro Pasqualigo Rif.*
(*Daniele Bragadin Cav. Proc. Rif.*
(

Registrato in Libro a carte 23. al num. 148.

Michel Angelo Marini Segretario.

Adì 23. detto
Registrato nel Magistrato Eccellentiss. degli Esecutori contro la Bestemmia.

Alvise Legrenzi Segretario.

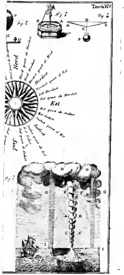


Tavola XIV
Nord
Nord quart de Nordest
Nord Nordest
Nordest quart de Nord
Nordest
Nordest quart d'Est
Est Nordest
Est quart de Nordest
Est
Est quart de Sudest
Est Sudest
Sudest quart d'Est
Sudest
Sudest quart de Sud
Sud Sudest
Sud quart de Sudest
Sud

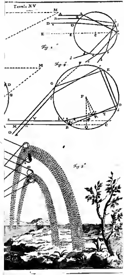
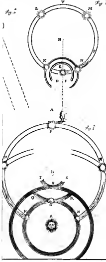


Tavola XV

Tavola XVI



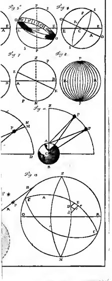


Fig 5
Fig 4
Fig 7
Fig 8
Fig 11
Fig 13

Tavola XVIII

Fig 3

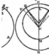


Fig 4

Fig 6

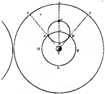
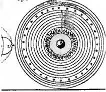
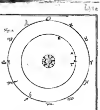
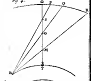
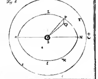


Fig 8

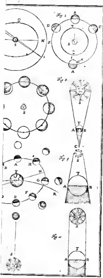





O
P
Q
R
S
G
M
T
B


L
P
Q
T
N
S
l

438 f



429

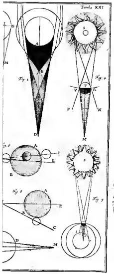


Tavola XXII

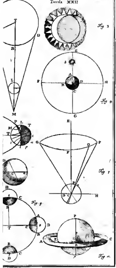
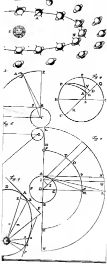


Tavola XXIII



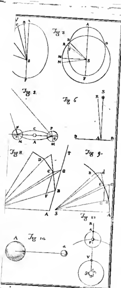


Fig 5
Fig 6
Fig 8
Fig 9
Fig 13
Fig 12

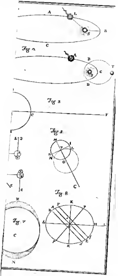


Fig 2
Fig 3
Fig 5
Fig 6
Fig 7

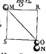


Fig. 2.
M
R
S
O
N

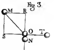
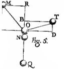
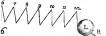
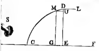
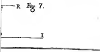


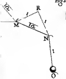
Fig. 3.
M
R
S
O
T
N
Q

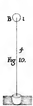

M
R
B
O
T
D
N
Fig. 5.
Q


6
7
8
9
10
11
12
L
R
6


M
D
U
L
S
C
G
E
F


R
Fig. 7.
I





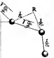
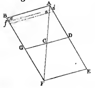


Fig 12.



ELEMENTI DI FISICA

005662350