DE REFLEXIONIS PVNCTO AD OPTICEN,

GEOMETRICA INSTAVRATIO.

Authore A. S. L.

LVTETIÆ PARISIORVM.
Apud PETRVM DES-HAYES, viâ Citharœdicâ, ſub ſigno Roſæ rubræ.

M. DC. XLV.

Summa Priuilegij Regij.

LVDOVICI XIV. Galliarum, & Nauarræ Regis diplomate cautum est, ne quis in ipsius Regnis, alijsve Locis eius Ditioni subjectis, intra proximos annos quinque, à die primæ Impressionis inchoandos, excudat, vendat, excudendum, vendendumque quouis modo ac ratione curet librum, qui inscribitur, *De Reflexionis Puncto ad Opticen, Geometrica instauratio. Authore A. S. L.* per extraneos, aut aliâ quâcunque viâ editionem procurando, præter illius Authorem, aut illos quibus ipse concesserit: idque prohibitum sub pœnâ 3000. librarum Turonensium, & alijs originali diplomate contra delinquentes expressis. Quod datũ est Parisijs die decimâ-tertiâ Nouembris anno Domini millesimo sexcentesimo quadragesimo tertio. De mandato Regis Signatum, LE BRVN: necnon sigillo magno Regio munitum.

Absoluta est prima Editio die vltimâ Maij Anno millesimo sexcentesimo quadragesimo quinto à PETRO DES-HAYES, Typographo & Bibliopolâ Parisiensi; cui ab Authore concessa est facultas librum cudendi, vendendique per tempus Priuilegio Regio latum.

Les Exemplaires du present liure, & du Supplement de Viete fait par cét Autheur imprimé l'année derniere, ont esté fournis à la Bibliotheque du Roy, & à celle de Monseigneur le Chancellier.

ILLVSTRISSIMO,

PAVLINO SANCTINIO LVCENSI PATRICIO S.

QVÆ in Ethicis locum virtutis, curiositas non reperit, honestissimum planè meretur in disciplinis. Originem quippe ex eâdem suam habuere plurima, quæ sic tempestiue, aut numquam lucem vidissent. Circumlatum problema curiositate excepi, quâ idonea sese obtulit occasio, vt duo nobilissimam Opticis restituerentur. Opusculum id circo vtrumque præstare visum est amicis. Res quidem parua, at in Mathesi id est peculiare; Volumine non effici pondus. Tuo nuncupatum nomini sustineas quæso, CLARISSIME VIR. Fateor quod beneficia, necessitudo, beneuolentiaque, quâ me semper es prosecutus, majore aliquo exquisiuissent monumento, meam erga te obseruantiam attestari. Verum vbi non attingunt vires, mensuram excipere ex animi

ã ij

propensione humanitatem decet, Quâ igitur plurimum polles amplecti munusculum non hæreo, & vehementer opto. Vale.

A. S. L.

DE REFLEXIONIS PVNCTO.

DOctrinam Catoptrices hactenus ab Authoribus expositam, non recte in suo constitisse fundamento, tum ab alijs, tum à Philosophorum disertissimo Keplero in suo Paralipomenon ad Vitellionem capite tertio, diffuse asseueratur, & planè pro suscepto itidem argumento non pauca ex Geometriæ campo syncere nobis excoluisse videri debebat, nisi ab effuso fere vbique Physico-Mathematico genio, præiudicium suscepisset, immò pro acutissimis in vtraque facultate detectis alijs, veniam implorasset: quam quidem, veluti de speciali concessione eidem, pro alijs non licet vsurpare. Nimirum qui post illum de obiecto eodem susceperunt tractatus, ac Volumina edidêre excusari nequeunt, pro eo quod imperfecta à Maioribus agnita suo absoluere ac ingenio perficere non sunt prosequuti. Vt quid igitur gradus ad ea, quæ facultatis magis erant recondita promouêre, & in fundamento Optices hærere? Disputant namque Optici de imaginum loco, admirandiue enuntiantur effectus, & de reflexionis puncto, à quo maximè pendeant nihil Geometrici, hoc est, firmiter constitutum habuerunt. Videantur inter cætera duo Vitellionis in thesauro loca, supple libri 6. propositio 22. & libri 8 propositio 28. vel si placet ab antiquiore Alhazeno libri 5. propositiones 39. & 72. vsurpatæ, quibus Authores illi de reflexionis inquirentes puncto, sibi & nobis graue imposuerunt onus, quod quidem studiosorum nemini videretur nimium, nisi post longum itineris decursum à recto declinasse, & ad suffragium mechanicorum, amandatum, se illusum agnosceret? Quid igitur insignes hac ætate addiderint Mathematici, Georgius Tanstеter, & Petrus Apianus? non apparet. quid ad sæculi deinceps quadrantem Federicus Reisnerus? iterum vastum illud sub prælo opus committens, si quid in typis expurgauerit, ad medullas sane minime traduxit, vt eâdem indigentia, quam prius laborare videatur. Cæteri vero qui nostra ætate eadem repastinarunt per illam et vestigia nihil altius imprimendo transierunt. Qua vero de caussa ad duo præcitata Problemata manum porrexerimus, hæc nobis oblata fuerat.

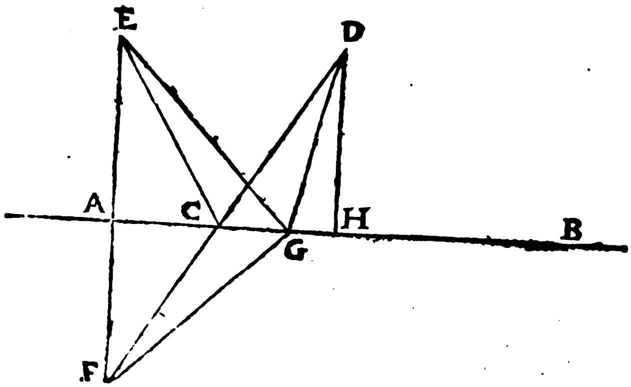
Dum paucis ab hinc annis Mediolani ageremus, quædam circumlata fuerunt Algebrica Problemata, ac paulo infra Benedictus Maghettus nobilis Assisinates qui Anconæ tunc, modò, vt accepimus vrbis Maceratensis Medicinæ Professor primarius, vnum etiam Problema Geometricum ad amicos construendum transmiserat, cuius solutio nec ad me spectabat, neque ille direxerat. Verum quum vltro citroque Literæ inter nos recurrerent, & pro Algebricis morem illi gessissem, etiam in aliorum defectu, & alterum Geometricè aliquando ſoluturum ſcripſeram, vt ferè incautè noſtra interponeretur fides, attamen non mediocris tunc ſpes aderat, ab aliquo in hiſce exercitato liberari. Vel ſaltem à Ioanne Camillo Glorioſo Neapoli, plurimorum annorum amiciſſimo, quem ad Decades, quas proſequebatur explendas, Minuta etiam corrogaſſe cognouimus. Res tamē in oppoſitum abijt, quum ad ſeſquiannum exactum, ille acuto correptus morbo deceſſiſſet, nec aliunde aut aleretur, aut exſurgeret ſpes aſſequendi altera, ne decurſu temporis maiore contumacia augeretur, vt noſtra aliquando exhibita liberaretur fides, coacti fuimus ad propria regredi, ac excutere ſcriniola. Cumque ab initio Problema aſpexiſſem, & cum altero ex ſupra indicatis Opticorum coincidere ſtatim vidiſſem, vno igitur & eodem contextu exiſtimaui poſſe & illi ſatisfieri, & oportunè loca eadem reſtitui, vt è regione Geometrarum, facti genera eliminarentur impropria, quæcunque in noſtro inſtaurato Magni Vietæ Supplemento iure poſſe, & deberi nuper demonſtrauimus. Igitur vos alloquor Nobiles, & quos veritatis inquirendæ cultores altius cura tangit, ne in poſterum impuros aut mechanicos, aut linearis generis excitatores permittatis audiri, quum facultas ipſa, & admodum feliciter per propria abſoluere queat, quæcunque quorum cauſſa priſci illa eadem admiſerunt, & in vſu poſteritas craſſe tranſire permiſerat, ſinite deinceps ad operarios regredi ſuos. Nos ad ſequentia hunc ſeruabimus ordinem, per quem breuiter.

Primo loco Problema proponetur, cui vnica ſufficeret, & priuatim per epiſtolam liberum fuerat efficere, immo vnam vel alteram conſtruendi formam dedimus demonſtratione tamen retenta, & quia ab alijs fortaſſe poterit ſuppleri, & quia ex multiplici methodo commodè ad explicandum reſeruauimus. Quæ modo in ſequentibus diſponentur, deinde ad cætera ex variatione Datorum Symptomata extendentur: poſtea ad inquirendum in conuexo aliquæ offerentur formæ, quatenus ſuſceptum poſtulare videtur argumentum.

PROBLEMA PROPOSITVM.

Dato circulo & duobus punctis extra, inæqualiter à centro remotis duas oporteat inclinare lineas in peripheria caua ad angulum, quæ de circulo binas æquales auferant portiones.

CVi harum ſtudioſo rerum in aperto non fuerit? hoc ferè cum Opticorũ Problemate conuenire, in quo datis obiecto ac potentia non æqualiter diſtantibus à centro concaui ſpeculi, authores de reflexionis puncto inquirunt: & pro conſtructione vnius quicquid aſtruatur, ad alterum transferri oportere. At vnum altero latius patere, & quid ſit illud infra aperiemus. Nunc vero vt ab omnibus comprehendi poſſint quæ dicturi ſumus, hoc breuiter addimus. Opticorum nimirum Authores definiunt ac probant imaginum loca à natura eſſe conſtituta in concurſu communi catheti, & productæ incidentiæ lineæ, ſcilicet ſi pro A B, intelligatur ſpeculum planum in quo, à puncto obiecti E cadat perpendicularis E A, & oculus ponatur eſſe in D, dum cernat ipſum E, nam linea D E (quæ incidentiæ nuncupatur) ſolidum inueniens corpus A B, tranſire non potens à puncto C (quod eſt punctũ refle-



xionis) repercutitur ad E, linea mediante C E (& hæc dicitur reflexionis linea) & si cogitemus idolum non posse speculum penetrare, tamen natura suas non dimittit vires, producatur D C linea, & perpendiculum simul ad concursum, qui sit in F, locus obiecti erit F. E oculus prospectat in F, punctũ D hac lege, vt tantum infra reperiatur F, quantum supra speculum eleuatum habetur E, & hæc naturæ operatio adeo conformis inuenitur, vt per breuissima procedat, & immediata: ex qua ratione sequitur inquirere semper, vt linea incidentiæ, & linea reflexionis, cum plano subiecto angulos, nimirum D C B, & E C A, faciat æquales, qui dicuntur hic reflexionis, ille incidentiæ angulus. Duo igitur confirmare hic debemus. Primum punctum F, tantum infra intelligi, quantum E reuera erigatur supra planum.

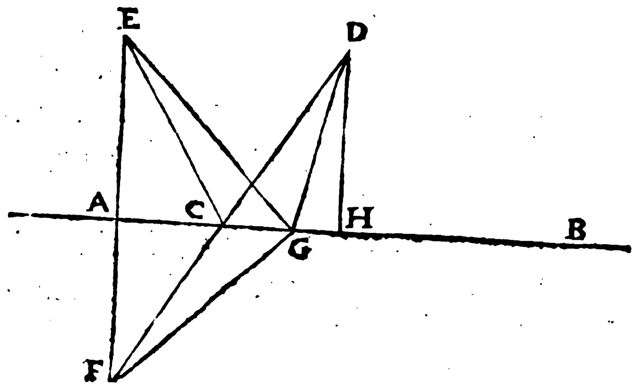
Secundum angulos D C B, E C A, incidentiæ ac reflexionis supponendo æquales, per immediata procedere naturæ operationem, adeo vt per inæquales, effectus explicare recuset, Sit igitur.

LEMMA PRIMVM.

Duæ lineæ rectæ angulos continentes æquales ad vnum plane punctum, breuiores fiunt omnibus alijs quæ inæquales conficiant angulos.

IN figurâ ſuperiori deſumptâ ex Vitellione Propoſitione 17. primi, (vnde etiam Clauius ad Propoſitionem 7. Libri 8. Geometriæ practicæ acceptam repoſuit, & ſtudioſi inuenient, & apud alios poſtea,) ponamus lineas DC, CE, angulos continere æquales, ad C punctum, ponatur aliud punctum G, & lineas DG, EG, angulos conſtituere inæquales: Dico aggregatum priorum minus eſſe aggregato poſteriorum.

Producatur DC, donec cum producta EA concurrat in F, duo ſunt triangula EAC, FAC, in quibus duo anguli ACE, & EAC, æquales ſunt duobus ACF, FAC, nam alter rectus, & alter ex hypotheſi,

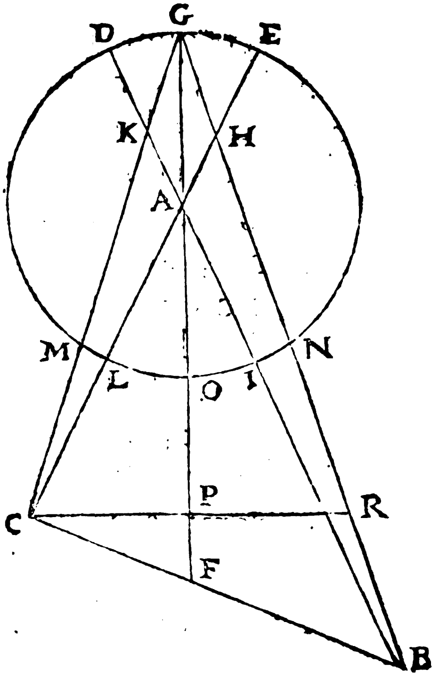


quia anguli BCD, ACF, verticales æquantur, tertius ergo angulus ęqualis habetur, & quum æquiangulorum triangulorum latus vnum A C, commune ſit, neceſſariò lineæ A E, AF æquantur, veluti EC, CF, & in altero triangulo E G F, æqualia ſimiliter habentur latera ,ex æqualitate EC, CG, & CF, CG, comprehendentia æquales angulos E C G, FCG, vt complementa æqualium, ergo EG, FG, erunt æqualia latera, ſed in triangulo DGF, duo latera DG, GF, (ſiue EG) ſunt reliquo DF maiora, id eſt DC, CE, ergo operatio Naturæ quæ ſemper fit per breuiſſima & immediata angulos incidentiæ DCB, & reflexionis E C A, æquales requirit, reliquos omnes, vt indeterminatos reſpuit & ignorat.

SOLVTIO PROBLEMATIS PRIMA.

Circulus datus circa centrum A, *&* *duo puncta* B,O, *ſiue lineæ* BC *extrema, inæqualiter à centro remota, oporteat ab eiſdem ad Cauam Peripheriam duas inflectere ad angulum lineas, quæ portiones de circulo abſcindant æquales, aut quod eodem recidit, diametro angulus ille biſecetur æqualiter.*

SIt circulus, & per eius centrum ducantur B A D, C A E, & Linea B C, ita in F diuidatur, vt ſe habet BD, ad C E, deinde ex F per centrum agatur linea F A G. Dico punctum G in peripheriâ eſſe illud problema abſoluens, ſcilicet ſi ducantur B G, C G lineæ, auferre de circulo G M, G N, portiones æquales, aut à Diametro G A O angulum B G C, æqualiter diuidi in



BGA, CGA, & hoc illud est quod Problema requirit, & Optici dicunt quod angulus quem cum tangente facit plano, in puncto G linea BG incidétiæ æquetur angulo à lineâ reflexionis in eodem puncto G: igitur vnicâ constructione & vnicâ Demonstratione pariter fiet satis. Considerentur in Schemate duo triangula BAH, CAK ad angulum composita communem BAC, & sint latera triangulorum vicissim producta, ergo idem angulus æquiualet tam angulis internis oppositis H & B quam in altero triangulo, reliquis ad C & K: Igitur quantum angulus H ab angulo K differt, tantum vicissim angulus C ab angulo B distat, hoc est interpretando pro angulis, arcus obuersos accipientes, scilicet quantum arcus GE, GD differunt, tantum NI ab ipsis ML, nam pro angulis H, & K arcus arcubus N L, M I acceptis, & qui communis habetur L I ablato, eadem differentia inuenitur inter N L, & M L, quæ erat inter N L, & M I: Igitur eadem reperitur differentia inter G E, & D E, id eſt L O, & O I, quæ inter N I, M L: ſunt ergo quatuor magnitudines L O, O I, N I, M L, in diſiunctâ Arithmeticâ ratione, eodem ſcilicet interuallo differentes, ergo extremæ ac mediæ ſi iungantur duas magnitudines conſtituunt æquales: ſed L O, & M L, faciunt arcum M O, reliquæ O I, & I N, faciunt O N, qui æquales ſunt: ideo arcus M O, O N quum ſint pares, reſidui G M, G N æquantur, & cordæ eorũdem pariter, ergo cum partes ſint linearum B G, C G, erit G Punctum Reflexionis, & Angulus B G C, à Diametro bifariam diuiſus. Quod erat demonſtrandum. At quia nonnulli ſunt magis ad Criticem, quam ad Zeteſin ſeu ad aſſequendum poriſma procliues, ne videamur noua hac demonſtrandi ratione, ſponte voluiſſe ab Euclidea diſcedere, ducatur linea C P R, & ſint aſſumptæ G C, G R, æquales, (at in hoc liberum erit quoduis aliud ſumere punctum) & in duobus triangulis C P G, R P G: duo latera vnius G C, G P, ſunt æqualia lateribus duobus alterius G R, G P, & angulus vnius G C P, æquatur angulo alterius G R P (nam ſupra baſin ſunt in vno Iſoſcele G C R) eidem lateri oppoſitus: quum vero conſtet de ſpecie anguli oppoſiti reliquo lateri in vtroque triangulo, vt præcipitur communiter in doctrina planorum triangulorum, diſcrepante nullo: ſequitur quod triangula C G P, R G P, æqualia, & æquiangula ſint: & anguli deinceps ad P recti, & lineæ C P, P R, æquales: ergo, vt prius lineæ B G, C G ſunt à centro æqualiter remotæ. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

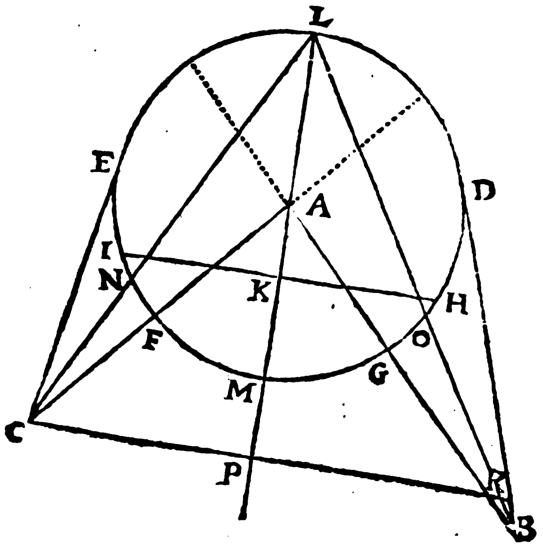
IDem punctum G faciliter assequemur, si lineæ B D, C E, ad angulum compositæ illum bifariam diuidant, & linea dabit producta in base B C, punctum F, ex quo & centro linea ducta in peripheriam signabit idem G, nec inter nouas construendi methodos reponimus.

Cæterum via Euclidea vbi infra non fuerit apposita facile intelligi poterit, ne eadem sæpius cautio audiatur.

ALITER.
SOLVTIO SECVNDA.

Datis, vt supra, circulo & duobus punctis, illud idem efficere.

SInt puncta B, C, & tangentes fiant B D, C E, & aliæ ad centrum A B, A C, quæ arcus rescindant D G, &

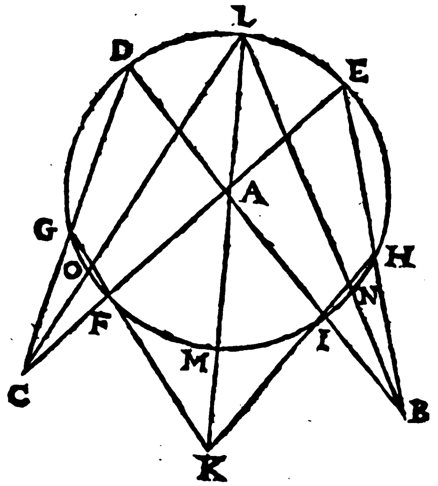


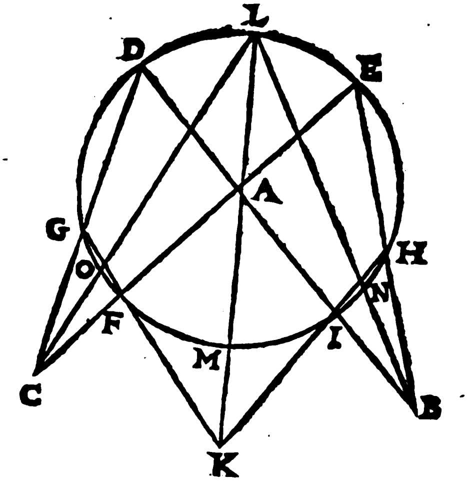
EF, inæquales (ex inæquali distantia punctorum B, C) secentur æqualiter & ducatur per puncta sectionum HI linea, qua etiam in K bifariam secta, per centrum eat linea KAL. Dico esse punctum quæsitum: & re bene agnita, eadem ratione quâ supra magnitudines MF, MG & GO, FN æqualiter se excedent: & ideo MN, GO, æquales fient, aut si mauis Euclidea methodo ducta CPR, æqualia, & similia concludentur triangula CLP, RLP: & iterum constabit propositum.

ALITER.

SOLVTIO TERTIA.

SIt circulus, & puncta B, C. ducantur per centrum lineæ BAD, & CAE, & aliæ iungantur BE, CD,



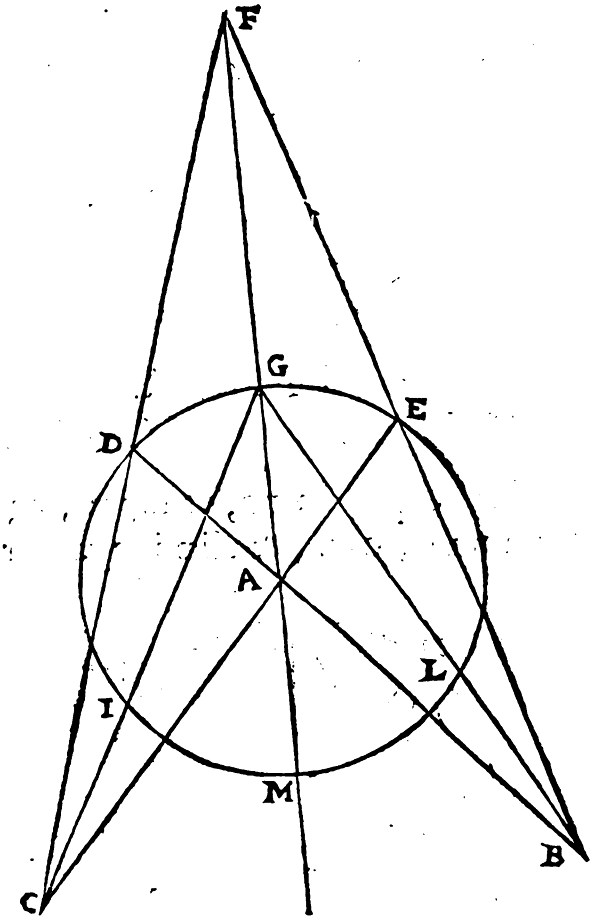


circulum in punctis G F, H I, secantes, per quæ lineæ duæ agantur G F, & H I conuenientes in puncto K (conuenire autem est necesse, ex conditione & inæquali distantia à centro circuli punctorum B, C,) à puncto deinde K, per centrum agatur linea K A L, erit in peripheria punctum L, quod problema perficiet: nam aut prima aut secunda methodo, vt supra ex Euclide assumpta idem vt in reliquis concludetur, nec opereprætium est eadem repeti.

ALITER

SOLVTIO QVARTA.

SIt circulus & puncta B, C, vt supra, eædem ducantur lineæ B D, C E, & B E, C D, & duæ postremæ ad concursum producantur (cõuenire est necesse iux ta pũctorum situm) concursus sit ad superiorem partem in F,



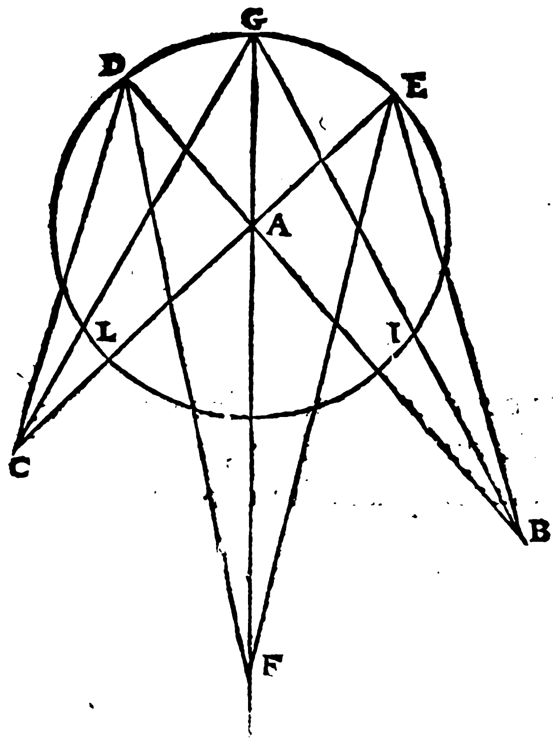
à quo per centrum agatur linea F G A M. Dico punctum G esse quod quæritur, quod similiter vna vel altera forma vt supra facile concludetur.

SCHOLIVM.

Duabus proxime præmißis effectionibus, pulchrum ſane videtur ac iucundum, vt nulla circinj intercedente opera perficiatur problema, aliquibus tam arduum, tamque reconditum, & vt diximus, concurrere debent lineæ, nam ex punctorum inæquali diſtantia parallelißmum recuſant.

ALITER.
SOLVTIO QVINTA.

SIt circulus, & puncta BC, vt ſupra, agantur per centrum BAD, CAE, & aliæ iungantur BE, CD,

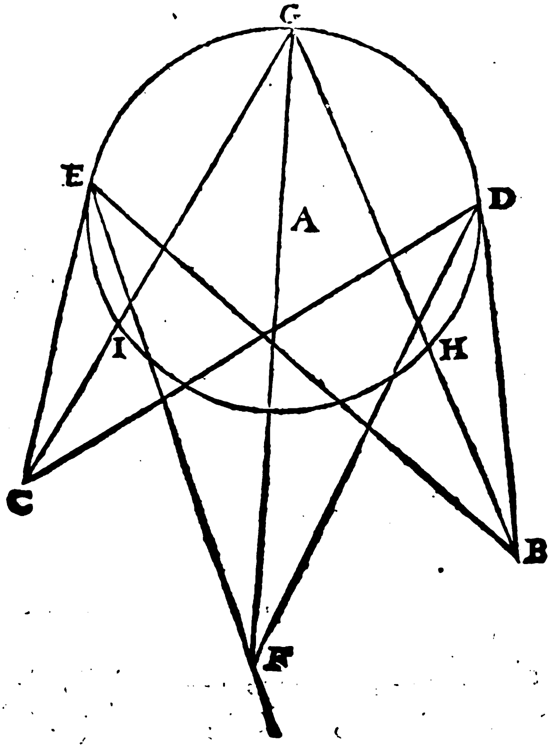


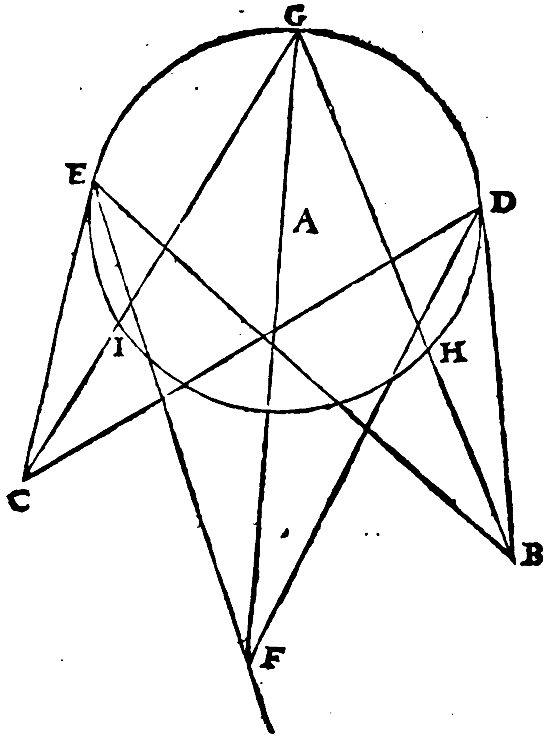
anguli vero effecti BEC, BDC, bifariam lineis ex D, & E secentur, quæ in F concurrant, (nam conuenire necesse habent, quum FEC, BDF, anguli sint duobus rectis minores) à puncto F concursus per centrum A ducta linea FAG ad peripheriam, dabitur punctum G quæsitum: quod quidem breui vt supra syllogismo firmari poterit, & methodo vtraque.

ALITER.

SOLVTIO SEXTA.

SIt circulus & puncta BC vt prius, & ducantur lineæ tangentes BD, CE, ac duæ transuersales BE, CP,



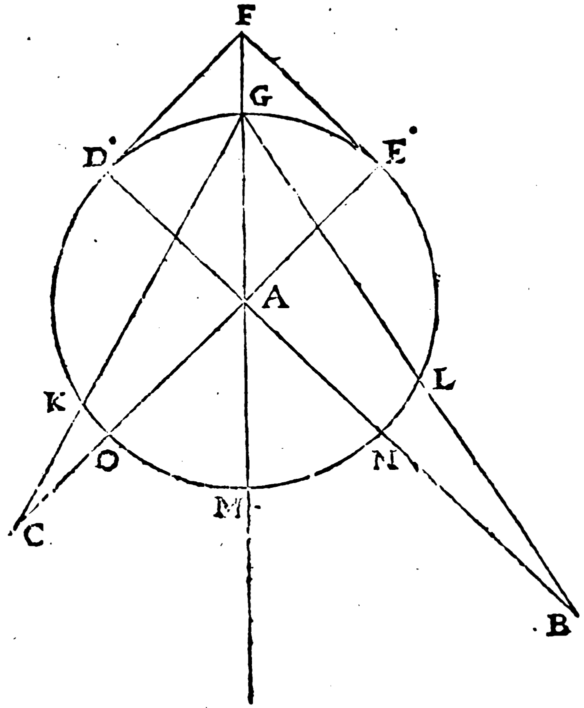


anguli deinde effecti B D C, B D E, per E F, D F bifariam secentur, & ex puncto concursus F (concurrere necessarium est, vt supra in alijs diximus) & ab eodem puncto F per centrum linea protracta, dabitur in peripheria vt antea G punctum, illud idem perficiens problema, quod vt in cæteris duplici methodo confirmari poterit.

ALITER.

SOLVTIO SEPTIMA.

DAtis circulo & punctis, vt supra B, C, ducantur per centrum B D, & C E, & ad puncta D & E, eisdem



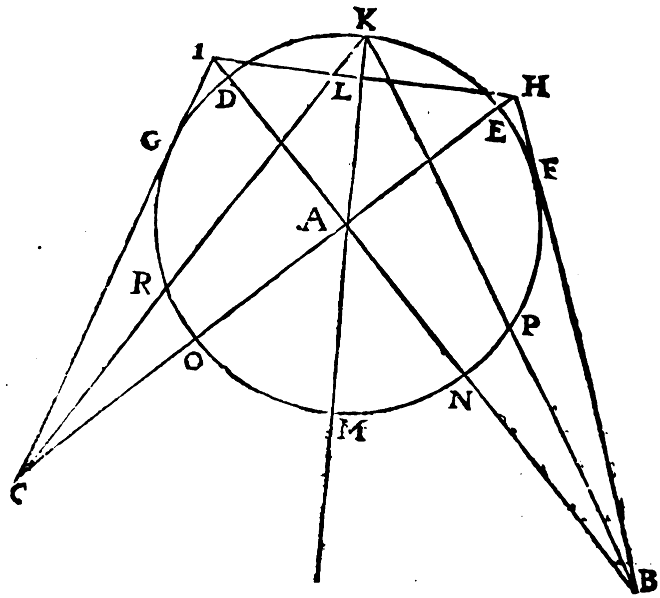
eiſdem erigantur, perpendiculares EF, DF, quæ neceſſario in F concurrent, quum anguli duo ad E & D recti ſint, ex puncto igitur F, per centrum linea agatur FGA. Dico G punctum in perpiheria quæſitum perficere, cuius veritas, & in forma vtraque vt in reliquis oſtendi poteſt.

ALITER.

SOLVTIO OCTAVA.

Datis vt supra circulo & punctis B, C, *illud idem efficere.*

Sint puncta B, C, à quibus ductis & tangentibus, & per centrum lineis B F, C G, & B D, C E, vtræque

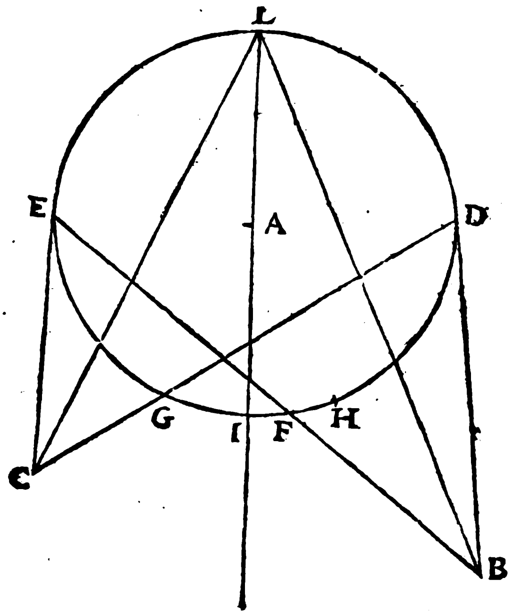


producantur vsque ad concursum in H, I, (concurrrere namque necesse patet) & linea iuncta H I, diuidatur bifariam in L, ex quo puncto, & centro A iuncta linea circulum secet in K & M. Dico punctum K efficere problema: demonstratio, vt in reliquis, poterit institui. & factum erit quod oportuit.

ALITER.

SOLVTIO NONA.

DAtis circulo & duobus punctis B, L, ducantur tangentes & transuersales lineæ BD, CE, & BE, CD: differentia autem arcuum DG, & EF, sit FH: &

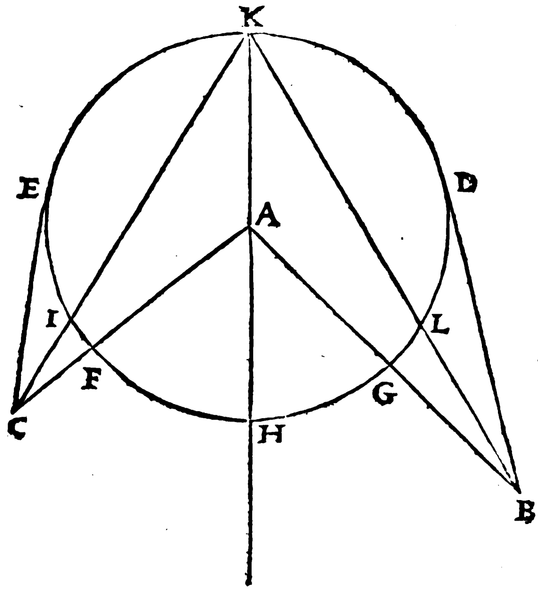


apponatur minori EF, deinde tota GH, bifariam secetur in I per quod agatur & centrum linea IAL, erit punctum L in peripheria efficiens problema, scilicet iunctis vt in alijs BL, CL, fiat L punctm reflexionis, & LI, dirimat bifariam angulum BLC, quæ omnia possunt vt supra ostendi: factum igitur est quod oportuit.

ALITER.

SOLVTIO DECIMA.

SIt circulus, & puncta B, C, ducantur vt prius tangentes BD, CE, & ad centrum aliæ BA, CA,

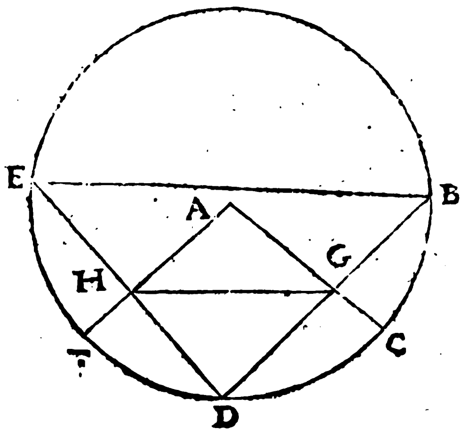


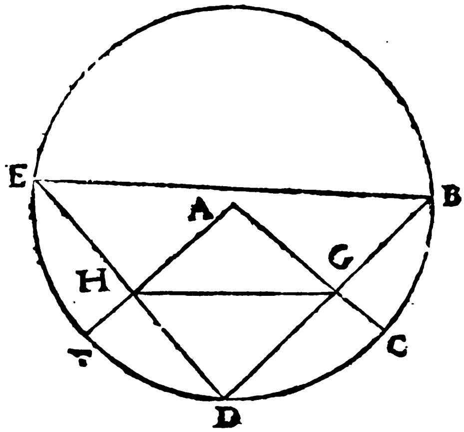
arcus deinde FG, à lineis ad centrum comprehensus secetur geometrice in puncto H, vt fiat FH, ad HG, vt se habent DG, ad EF, à puncto postea H per A centrum linea ad peripheriam perducta secet in K. Dico punctum K efficere vt supra in alijs problema: nam præter communem vt supra demonstrationem, sunt arcus DG, ad EF, vt FH, ad HG, ita & cordæ, & arcus extremi si iungantur, hoc est, DH, & medij hoc est HE, ita postea arithmetice se habent in ratione, vt quantum DH, excedet arcum HE, viciſſim KE, excedet DK: compoſiti iterum extremi HD, DK, æqualitatem conſtituunt, cum compoſitis ex medijs HE, KE: ſed dirimuntur à linea per centrum KAH. ſunt itaque ſemicirculi: lineæ igitur BK, ad CK, ad planum tangentem in puncto K, angulos conficiunt incidentiæ & reflexionis pares: quod volebamus: ideoque.

LEMMA SECVNDVM.

Dicitur in præmiſſo problemate, vt arcus FG, *diuidatur in ratione arcuum* DG, *ad* EF, *quod facile fiet; & pro minus exercitatis apponere lemma hoc placuit.*

SIt arcus DE diuidendus in ratione arcus BC, ad CD: ducatur corda BD, & ex C, per A centrum AC ſecans BD in G: iunctis DE, BE, ducatur ex G parallela GH, ipſi BE ſecans DE in H, ex quo & centro A ſit





diameter AF, erit diuiſus DE arcus in F, vt diuiſus ſupponebatur BD in C. cordæ & arcus in doctrina ſinuum veniunt in eadem inter ſe ratione: ideo linea BG, ad GD, vt EF ad FD: & ſic ſe habent etiam arcus BC, ad CD, vt arcus EF ad FD. Quod faciendum ſumpſimus.

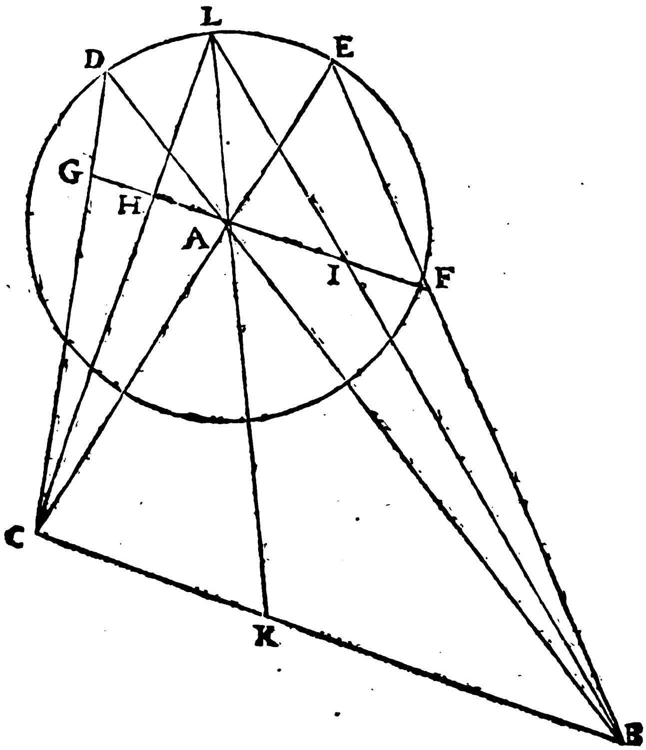
ADNOTATIO.

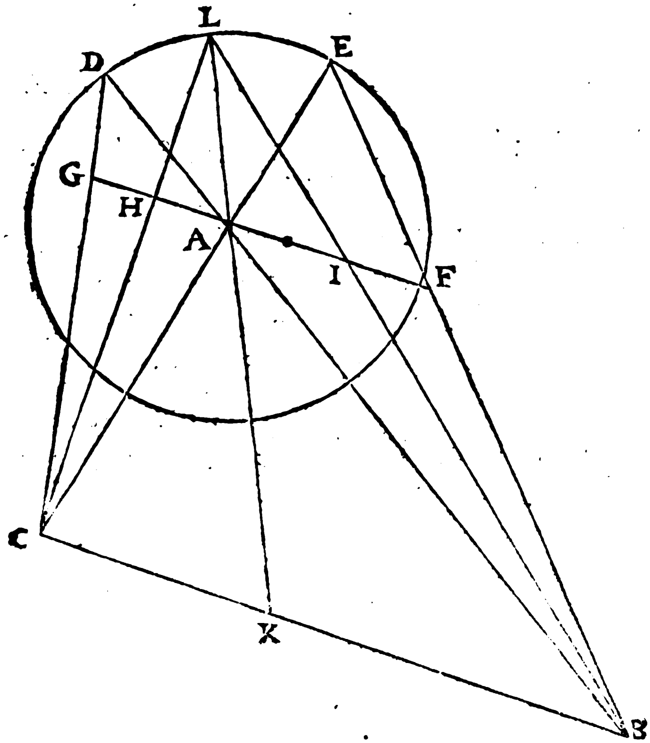
IGitur ad decem formas produximus conſtructionem vnius problematis: & nonnullas parum diſtantes à præmiſſis reiecimus. alteram debueramus adnectere: quin ſeorſim ſubiungere libuit, quam & nos etiam cogitauimus: ſed quia illam à Proponente Maghetto intelleximus prouenire, nudam tamen ſine vlla demonſtratione, quam credere nos iuuat penes ſe habuiſſe, interim noſtra accedet, & eſt vt ſequitur.

ALITER.

SOLVTIO VNDECIMA.

SIt circulus circa A centrum, & duo puncta B, C, extra: oportet illud idem vt ſupra in alijs facere. ducatur linea B C, & per centrum B A D, C A E: iungantur etiam B E, C D, & ex Puncto A ducatur F G, parallella ipſi B C, & hæc ſecetur in K, vt ſit ita F A ad A G, vt B K, ad K C, ex quo puncto K, per centrum A ducta linea ad peripheriam, ſecabit illam, & ſit in puncto L. Dico illud eſſe punctum quod perficit problema.





Quoniam enim eſt vt BK, ad KC, ita FA, ad AG, hoc eſt, ita IA ad AH, erit vt BK ad AI, ita BL, ad LI, & pariter vt CK ad AH: ita CL ad LH, & permutando fiet BK ad BL, vt AI ad LI, hoc eſt, CK ad CL, vt AH, ad LH, & conuertendo, permutandoue: vt IL ad IH, ita AI ad AH: ergo anguli BLA, CLA, æquales ſunt, & à linea LK bifariam quum ſecetur angulus BLC, & linea diuiden sper centrum tranſit, ideo lineæ BL, LC, ab eodem æqualiter diſtant: vnde & L fit punctum reflexionis, & de circulo reſcinduntur portiones æquales: quod erat imperatum & demonſtrare oportebat.

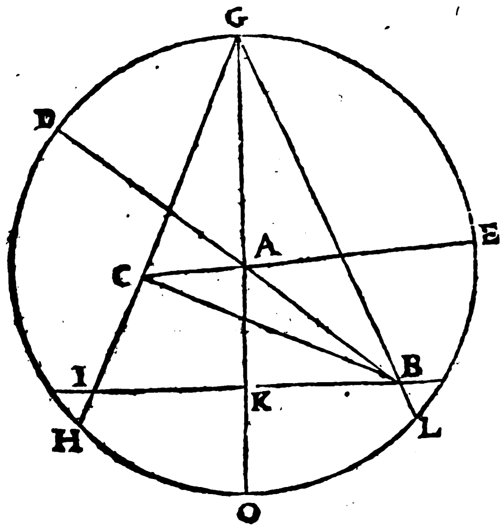
ADNOTATIO.

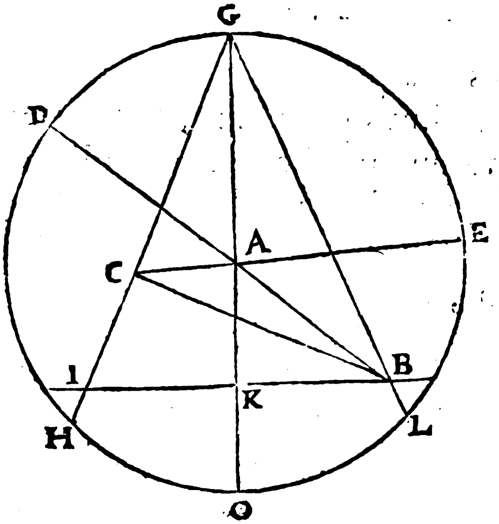
ADNOTATIO.

PLuribus itaque medijs hactenus construximus, & ostendimus problema, & sane non discedendo à planorum methodo, vt nullo modo recurrendum fuerat ad aliquod improprium genus: at supra adnotauimus problema hoc coincidere cum illo Opticorum, quando in caua peripheria inquiritur de reflexionis puncto, cui addit, debere lineas angulum facientes esse in circulo pares. Vt igitur ad omnia quæ ex vario situ punctorum contingere possent symptomata illud idem efficiatur: hæc sequentia ordinemus.

PROBLEMA SECVNDVM.

SIt circulus, & duo puncta B, C intra, inæqualiter tamen à centro distantia, oporteat per duas





æquales in circulo lineas, à dictis punctis punctum reflexionis inuenire. Cadant primo in diametris diuersis puncta B, & C, iungantur BC, & per centrum BAD, CAE: deinde linea BC secetur in F, vt portiones eiusdem se habeant in ratione BD, ad CE, & à puncto illo F, per circuli centrum transeat linea ad peripheriam in G puncto pertingens, quod illud est quod absoluit problema: iunctis namque BG, CG, & ad peripheriam perductis in H, L, ostendentur HG, LG æquales, & angulum BGC, à linea diametrali bifariam diuidi. sumatur punctum I, vt sint BG, IG æquales, vel alibi duæ æquales auferantur de BG, IG, & iuncta BI, supra basim anguli æquales fiunt ad I & B, & in duobus triangulis IKG, BKG, duo sunt latera BG, GK, duobus lateribus IG, GK æqualia: & angulus vnius, æqualis angulo alterius, ad idem latus oppoſitus: quum vero conſtet de ſpecie reliquorum angulorum tertio congruo lateri oppoſitorum, vt in doctrina de triangulis præcipitur: ideo triangulus GKI, triangulo GKB æquatur, & omnia vnius mẽbra ad omnia alterius membra, vnde anguli BGK, IGK pares fiunt: & eorum oppoſiti arcus LO, OH: ergo reliqui de ſemicirculo GL, GH æquantur, & ſimiliter eorundem cordæ: quare conſtat propoſitum.

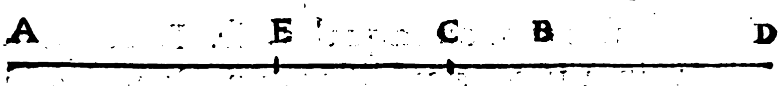
SCHOLIVM.

Lineam diximus diuidentem bifariam angulum BGC, per A centrum tranſire, vt fiant BG, GC, æquales, nam vt infra videbitur, bifariam angulus verticis diuidi poteſt: & lineæ illum conſtituentes in circulo portiones relinquere inæquales.

LEMMA TERTIVM.

Data linea vnico ſecta puncto, nouo altero ſecare, vt ratio eadem fiat totius cum adiecta, ad ipſam adiectam, quæ erat partium lineæ datæ inter ſe.

Scilicet, ſit AB ſecta in C, & oporteat illi addere portionem, vt BD: ita vt fiat AC, ad CB, ſicuti AD, to-



ta compoſita ad adiectam BD, res per quam facilis eſt: ſumatur differentia AC, ſuper CB, id eſt ponendo EC, CB æquales: & fiat vt AE, ad EC: ita tota

AB, ad BD, erit componendo, vt AD composita tota ad DB adiectam, ita AC, ad CB.

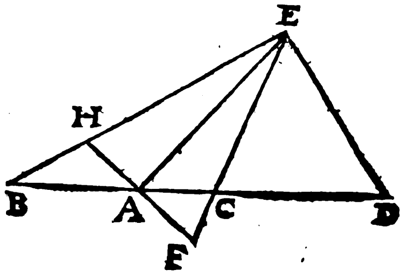
LEMMA QVARTVM.

Si detur AD, *secta in* B, *ita nouo secanda puncto, vt fiat* AD, *ad* DB, *ita* AC *ad* CB.

PRo inueniendo puncto C, secetur AB in C, vt fiat AD, BD, quod est Euclideum.

LEMMA QVINTVM.

In linea BD *si fuerit, vt* BD *ad* DC, *ita* BA, *ad* AC, *& angulus* DEA *sit rectus. Iunctis lineis* BE, CE.



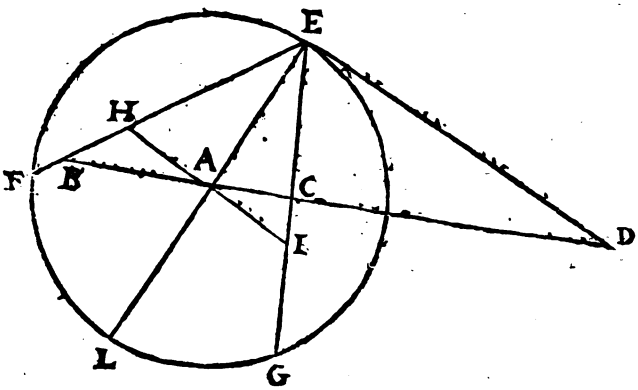
DIco angulos BEA, CEA æquales esse. Fiat ex puncto A linea HAF, æquidistans DE, & producta EC, in F, duo erunt triangula HEA, FEA, rectangula in A: nam rectus est angulus DEA, ex hypothesi: igitur duo quadrata HA, AE æqualia duobus quadratis FA, AC: ablato igitur quod commune est

AE, relinquuntur duo quadrata HA, AF æqualia, & latera eorumdem, ideo totus triangulus, toti triangulo, ergo anguli BEA, CEA æquales fient: patet ergo quod ex dato angulo recto DEA, & lineæ partes se habent, vt BD ad DC, ita BA, ad AC: anguli duo ab ijsdem punctis, scilicet BEA, AEC sunt pares. Quod erat demonstrandum.

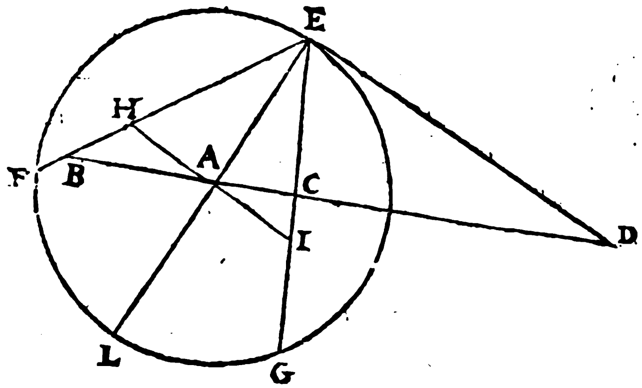
PROBLEMA TERTIVM.

Circulo dato & duobus punctis in vna diametro, inæqualiter tamen à centro distantibus: illud idem efficere.

SInt puncta in circulo B, C, & linea connectens illa transeat per A centrum: fiat per lemma tertium, vt differentia maioris distantiæ ad minorem, ita linea tota BC ad aliam, & sit CD: erit vt BD ad



DC, ita BA, ad AC: à puncto D ducatur tangens DE, & ad punctum E, lineæ aliæ iungantur BE, AE,



CE: quia angulus DEA est rectus: & ratio BD ad DC, est vt BA ad AC: & anguli BEA, AEC sunt æquales: at linea angulum BEC bisecans transit per centrum: ergo latera EF, EG in circulo, vel circuli portiones recisæ, æquales fiunt. Et hoc erat ostendendum.

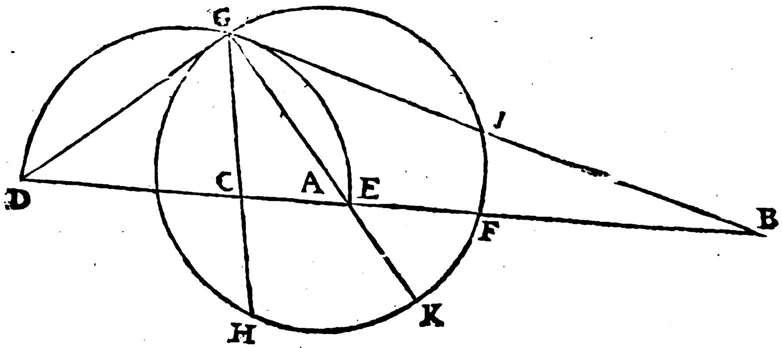
SCHOLIVM.

HAbetur præmissum problema in terminis, apud Vitellionem libro vj propositione xvij. & apud Pappum in Commentarijs docti Commandini ad propositionem lvij. libri vj. ex quibus, ab alijs qui de Opticis scripserunt reperitum.

PROBLEMA QVARTVM.

Dato circulo, & duobus punctis: altero intra, altero extra, in diuersis diametris: illud idem efficere.

SInt puncta B, C, & circulus circa A, iuncta linea BC, portio quæ in circulo cadit bifariam in E

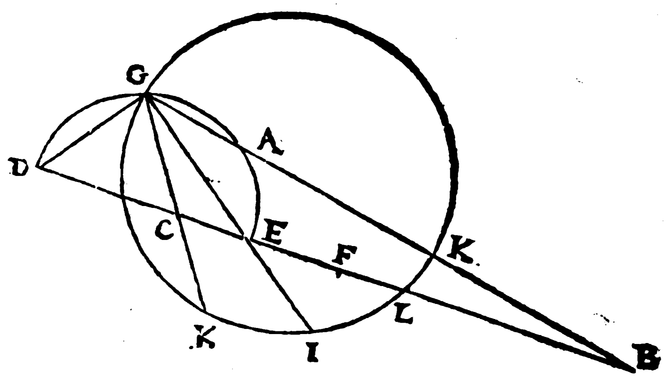


secetur, & per lemma quintum reperiatur punctum D, taliter vt sit BD, ad DC, vt BE, ad EC, & quum sit DGE angulus rectus, erunt iunctæ lineæ CG, GE, BG, anguli BGE, EGC æquales, & etiam lineæ GI, GH & æquantur, quum transeat GA, per centrum dati circuli. Et factum erit quod oportuit.

SCHOLIVM PRIMVM.

In scholio problematis secundi, diximus punctum haberi posse, aliquando & angulum bifariam sectum per lineam, non diametrum & tunc in circulo constituentes angulum lineas inæquales esse. quod vt demonstremus.

SIt circulus circa A centrum, duo puncta B, C, & linea iungens non per centrum transeat, portio



illius quæ in circulum cadit, vt CL non bifariam secetur in E, vt CE, & CF, æquales sint, deinde per lemma tertium, ita secetur, vt se habeat BD, ad DC, sicuti BE ad EC, & circa DE circulus describatur, & quum fuerint ad G punctum (in quo DGE semicirculus datum circulum secat) ductæ lineæ BG, GE, GC, DG, erit angulus DGE rectus, & anguli BGE, CGE, æquales, per lemma quintum: ita vt productæ lineæ in circulo HG, GK inæquales sint: tamen angulus HGK, diuisus est bifariam à linea GE, quæ per

per centrum non transit: ideo punctum reflexionis datur à punctis B, C, non tamen lineæ rescindunt de circulo portiones æquales. Quod demonstrare oportebat.

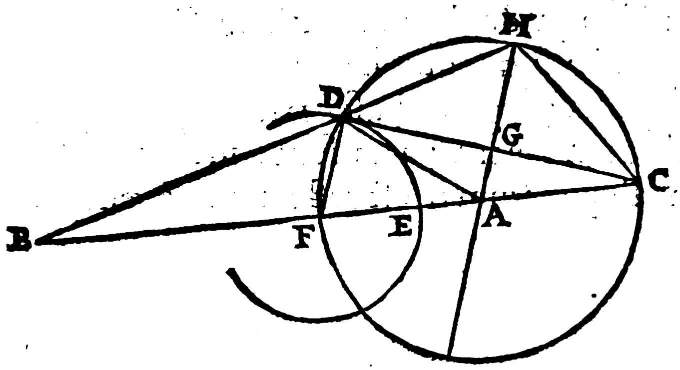
SCHOLIVM SECVNDVM.

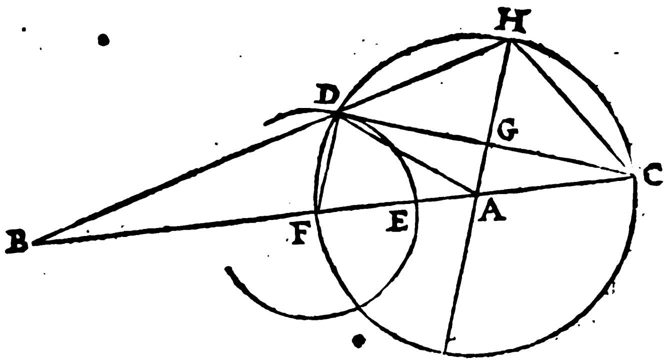
Ex hisce innotescit lineam, quæ bifariam angulum BGC diuidere debet, esse trianguli DGE rectanguli vnum laterum, & punctum bisectionis fieri ac reperiri in communi circulorum sectione: quâ de re inferiùs sermo recurret.

PROBLEMA QVINTVM.

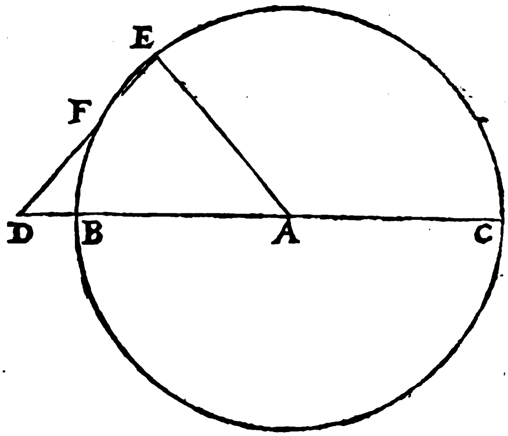
Dato circulo, & duobus punctis, vno in peripheria, altero extra in vna diametro, illud idem efficere.

Sint puncta B, C, ducta per centrum linea, fiat vt CB, ad BF: ita CE ad EF, & in circulo aptata





FD æqualis fiat FE, & per BD ducta linea BDH. Dico punctum H efficere problema, id est iunctis CH, HA angulos BHA, CHA, esse æquales: ducatur enim DA. In duobus triangulis DAG, CAG, sunt duo latera DA, AG vnius, æqualia duobus lateribus alterius AC, AG: & anguli ADG, ACG æquales, & quum de specie constet anguli tertio lateri oppositi: sequitur duo illa triangula æqualia & æquiangula esse: quare anguli deinceps ad G recti fiunt, & DC, bifariam secta: ideo in duobus alijs triangulis DGH & CGH, rectangulis in G, duo latera DG, GH duobus CG, GH æqualia: ergo & bases DH, HC, æquantur, & anguli CHA, BHA pares sunt: ideo constat propositum. Et punctum H est reflexionis quæsitum.



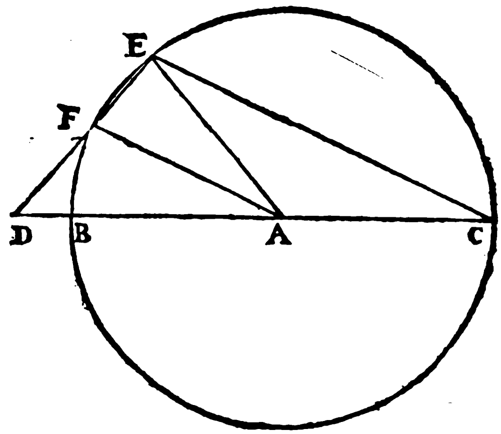
tutum igitur Triangulum est DEA æquicrurum, vt Differentia DB, inter Basin, & Crus AE, vel DE, sit ad DA Basin, sicut Quadratum EA, vel ED, ad Quadratum Compositæ ex Base DA, & Crure EA. Quod erat Demonstrandum.

PROPOSITIO DVODECIMA.

THEOREMA PRIMVM.

Si fuerit Triangulum Æquicrurum, & Differentia inter Basin, & alterum è Cruribus sit ad Basin, sicut Quadratum Cruris ad Quadratum Compositæ ex Base, & Crure; Quæ à Termino Basis ducetur ad Crus Linea Recta, ipsi Cruri Æqualis secabit Bifariàm Angulum ad Basin.

Est Vietæ, in Supplemento Geometriæ, Propositione xxi.



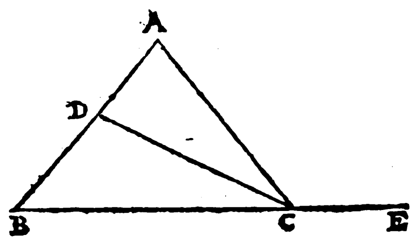
REpetatur antecedens Constructio: Actaque DE secet quoque Circulum in F, & iungatur AF. Dico AF Bifariàm secare Angulum EAD. Quoniam enim ex Hypothesi est, vt DB ad DA, ita Quadratum ex AB, ad Quadratum ex DC. Ideò est vt DB ad AB, ita quod fit sub DA, AB, ad Quadratum ex DC. Sed DB ad DE, seu AB; est vt DF ad DC. Quare est DF ad DC, vt id quod fit sub DA, AB, ad Quadratum ex DC. Et consequenter est DF ad AB, seu DE; sicut DA ad DC, Et subducendo est DF ad FE, sicut AD ad AC. quare connexa EC, fit ipsius FA Parallela. Itaque Angulus ECD, Angulo FAD est æqualis. Sed Angulus EAD, Duplus est Anguli ECD, cùm ille sit in Centro, hic in Circumferentiâ. Angulus igitur EAD, sectus est Bifariàm à Rectâ AF. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO DECIMA-TERTIA.

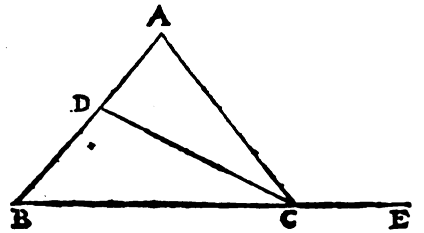
THEOREMA SECVNDVM.

Si fuerit Triangulum Æquicrurum, Quæ autem à Termino Basis ducitur ad Crus Linea Recta ipsi Cruri Æqualis, secet Bifariàm Angulum ad Basin, Angulus ad Verticem Æquicruri Sesqui-alter est vtriusque Angulorum ad Basin.

Est Vietæ, in Supplemento Geometriæ, Propositione XXII.



SIt Triangulum ABC, habens AB, AC, Crura æqualia: à cuius Termino C, cùm ducitur ad Crus ei Oppositum Recta Linea CD, Cruri æqualis, ipsum ACB Angulum Bifariàm secat. Dico Angulum BAC, esse Sesquialterum Anguli ABC, seu ACB. quoniam enim à Termino C, Basis Trianguli æquicruri ABC, ducitur Recta CD ipsi Cruri AB, vel AC æqualis: ideò Angulus ACE Exterior, Triplus est Anguli ACB, vel ABC. qualium itaque Angulus ABC, seu ACB, Partium est Duarum; talium Exterior Anguli DCB, est Partium Sex. Angulus verò DCA, qui Dimidius est Anguli ACB, eorundem est vna, vt etiam Angulus DCB. Constant igitur DCB Angulus, & suus



Exterior talibus Septem Partibus: valent autem duos Rectos, ficut Tres Anguli Trianguli. Cùm igitur Anguli ABC, ACB, quilibet fint Duarum Partium, Angulus BAC, relinquitur earundem Trium. Eft igitur BAC, Sefqui-alter vtriufvis Anguli ABC, feu ACB. quod erat Demonftrandum.

PROPOSITIO DECIMA-QVARTA.

THEOREMA TERTIVM.

Si fuerit Triangulum Æquicrurum, cuius Angulus qui exiftit in Vertice, fit Sefquialter vtriufque Angulorum qui funt ad Bafin, & à Termino Bafis ducatur ad Crus Linea Recta ipfi Cruri Æqualis, vnde Triangulum rurfus fiat Æqualium Crurum, quorum vnum eft educta fecans, alterum Crus Primi non fectum, Erit in ifto Secundo Triangulo vterque Angulorum qui funt ad Bafin, Triplus reliqui.

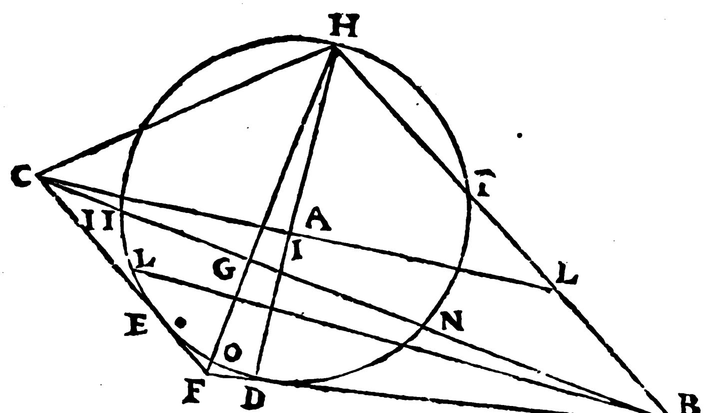
Eft Vietæ, in Supplemento Geometriæ, Propofitione XXIII.

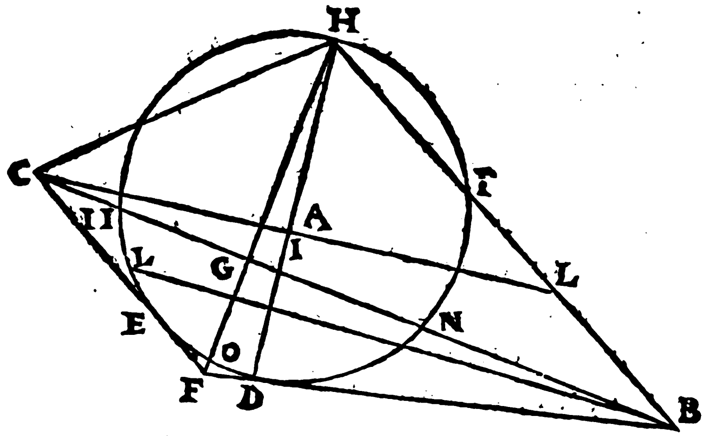
SIt Triangulum ABC, habens Crura AB, AC, æqualia, & fit Angulus BAC, Sefqui-alter vtriufque Angulorum ABC, ACB, Et à Termino Bafis C, ducatur in Crus AD, pares, ex æqualitate oppositorum arcuum LR, RO, ergo bases CO, OL æquales fiunt, & triangula prorsus æqualia: ideo anguli CLA, BOA, æquales sunt: sed angulus COA, æquatur angulo LID: quia arcus LG, & OI pares sunt, & communis LS si apponatur, erunt arcus compositi GS, & LP æquales: & anguli ipsis insistentes erunt æquales GOP, LIP, sed angulus LIP æquatur suo coalterno BLI: ergo angulus BLI æqualis fit angulo COG, hoc est CLA: sed LAI linea per centrum dirimi per æqualem angulum: igitur arcus MI, NI, æquales sunt, & residui ad semicirculum LM, LN, æquales: vnde constat propositum.

PROBLEMA DECIMVM

Datis vt supra circulo, & duobus punctis extra, & linea illa connectens non transeat per centrum. illud idem operari.

SInt puncta B, C, & per centrum transeat linea illa connectens: ducantur duæ tangentes ad eam.





dem partem BD, CE: concurrant productæ in F à puncto deinde F ſuper BC demiſſa perpendicularis FG, & ad peripheriam protenſa, ſecabit in H. Dico punctum H efficere problema: iungantur DH, CH, & per centrum HAI, erunt duo triangula CGH, BGH, rectangula: ideo anguli HCB, HBC tantum differunt quantum reliqui duo BHG, CHG, diuiſo igitur angulo BHC bifariam per diametrum HAI, erit differentia angulorum arcus OI, qui tranſlatus in ML, fiet arcus OL, æqualis arcui PN, & arcus NL ita diuidatur bifariam in I, vt PO in H: totus igitur OI, arcus æqualis fiet arcui PI, & reſiduus OH, æqualis PH. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIVM.

NE alicui videatur infirma ratio præmiſſa, & ſponte ab Euclideâ me diſceſſiſſe formâ: ducatur CT, linea abſcindens æqualia latera CH, HT, ſunt ergo

ergo anguli ad C, & T ſupra baſin æquales: duo vero latera duorum triangulorum CL, HL, & ST, HS æqualia habentur, cum angulo vni laterum oppoſito æquali: & conſtat de ſpecie anguli oppoſiti tertio lateri. Per ea igitur quę de triangulorum traduntur doctrina, erunt duo illa triangula & æqualia, & æquiangula: anguli ergo deinceps ad S, æquales; ideo recti, & æqualia latera CS, ST: ergo angulus BHC diuiditur bifariam per lineam HS per centrum: & lineæ BH, CH efficientes illum, relinquunt portiones HP, HO æquales in circulo, ſiue arcus PD, fiunt æquales: adeo vt nullus intercedere queat ſcrupulus.

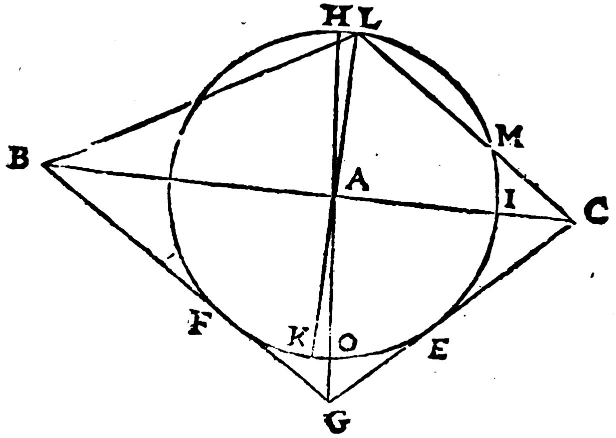
SCHOLIVM SECVNDVM.

EX hactenus expoſitis (ni fallor) omnia quæ pro argumento ſuſcepto contingere poſſunt ſymptomata adnotata ſunt: ſed quia noua poſſet ad ampliſſimam triangulorum doctrinam propoſitio excogitari: obiter probléma ſequens adiecimus, à nemine (quantum mihi conſtat) productum: cuius constructio facillima traditur.

PROBLEMA VNDECIMVM.

Datâ plani trianguli base, & linea qua angulum verticis secet bifariam, laterumue ratione, oporteat exhibere triangulum.

SIt linea BC, ratio laterum R ad S, linea D bisecans angulum, diuidatur basis BC in A puncto, in ratione data, & facto centro A, interuallo lineæ D descri-



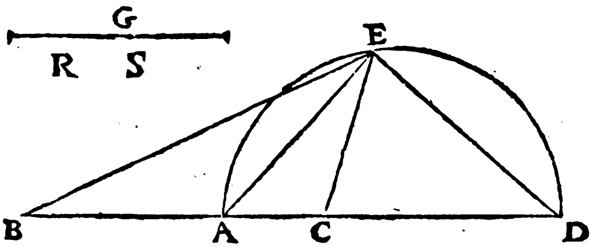
batur circulus, & vt cadere accidat puncta B, C, efficietur problema: in hoc casu, ambo sunt extra circulum: ideo sequatur propria constitutio: nimirum tangentes agantur BF, CE coeuntes in G protractæ, ex quo puncto per centrum linea sit GOAH, & portio circuli OI ponatur in IL. Dico punctum L esse quod quæritur, hoc est si producantur BC, CL, resecare de circulo portiones LM, LN, & angulos

CLA, BLA, continere æquales : ideo in proportione basis BA ad AC se habebunt latera trianguli BL, & LI: ideo factum erit quod oportuit.

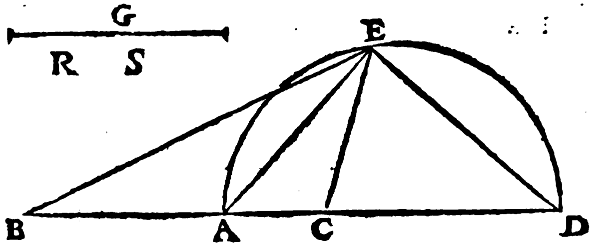
SCHOLIVM.

PRo quocunque alio casu, in quo puncta diuersimode se habeant intra, aut mixtim, intra & extra, aut in peripheria, præmissa sunt problemata id efficientia : sed aliter ex antiquorum traditis ac facilius exequetur vt infra.

SIt igitur basis BC diuisa in A in ratione data R ad S, vt prius, & per tertium lemma portio reperiatur



CD lineæ: ita vt fiat BA ad AC, tanquam BD ad DC, & circa AD, describatur semicirculus, & in eo linea aptetur æqualis G datæ, quæ sit AE, erit E punctum, ad quod si ducantur BE, CE, DE, constructum erit BEC, triangulum quæsitum: quoniam in circulo DEA angulus est rectus, & se habet in linea BD ad DC, vt BA ad AC, ex lemmate quinto erunt anguli BEA, CEA æquales : & factum erit quod oportuit. Verum, tamen est in hoc casu, quod ex quibuslibet datis non construetur

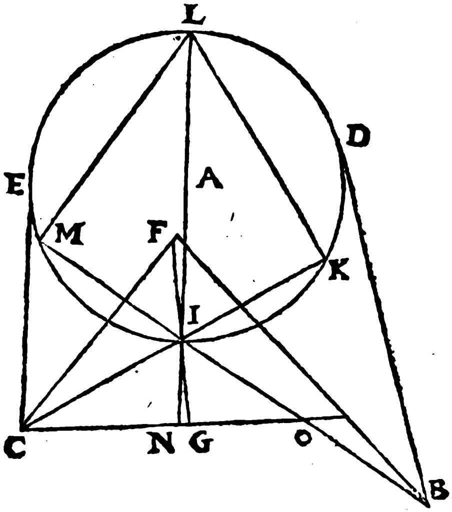


triangulum: quod in priore non cótingit. Neque enim ex omnibus datis cóstrui poterit triangulum, quum sit de genere determinato. Ideo quando linea A E diuidere debet angulum B E C bifariam, si minor non fuerit ipsâ A D, quæ recto opponitur angulo, seruatâ proportione laterum, construi non poterit: at quum proponetur possibilis, nulla supererit difficultas.

PROBLEMA DVODECIMVM.

Datis circulo, & duobus punctis inæqualiter à centro distantibus, oportet ab ipsis ducere in peripheria conuexa lineas ad angulum, vt protracta in circulo relinquant duas æquales chordas: & erit etiam illud reflexionis punctum in conuexo.

SIt circulus circa A centrum, duo puncta B, C, à quibus fiant tangentes B D, C E, & inclinentur simul ad angulum, vt B F C: quem bifariam secet deinde linea F I G, & circulum in L puncto. Dico hoc punctũ efficere problema: nimirum iunctis lineis B I M, C I K, portiones in circulo L M, L K fieri æquales: secetur bifariam angulus B I C, linea N I A L; &



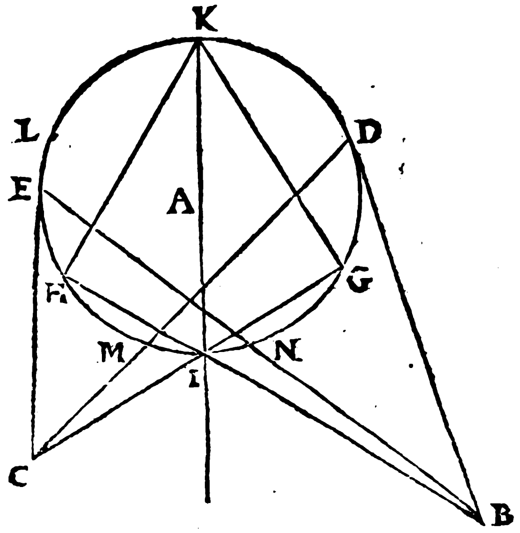
æqualis CI, ponatur OI, & iungatur CO: in duobus triangulis CNI, ONI, latera duo CI, IN paria duobus alijs IO, IN ſunt: & de ſpecie anguli oppoſiti tertio lateri conſtat: ideo ſunt triangula, æquiangula & æqualia: & anguli deinceps ad N æquales, ideo recti: ductis deinde LM, LK, in alijs duobus triangulis LMI, NIO ſunt duo anguli vnius, duobus angulis alterius æquales: ſcilicet NIO, ad vertices MIL, & anguli ad M, N recti: igitur reliquus MLI, erit NOI reliquo æqualis: idem in duobus triangulis LKI, & CNI, oſtendetur: Et cum CNI, ONI ſint æquales, & æquales ſint LMI, LKI, vnde anguli MIL, KIL, & eis verticales CIN, OIN æquales: ideo IM, IK in circulo pares fiunt, & punctum I reſpectu punctorum B, C, ſit punctum reflexionis. Quod erat demonſtrandum.

ALITER,

PROBLEMA DECIMVM-TERTIVM.

Datis iisdem vt supra, idem punctum inuenire.

SIt circulus circa A, & sint puncta B, C, ducantur vt prius tangentes BD, CE, & aliæ transuersales BE,



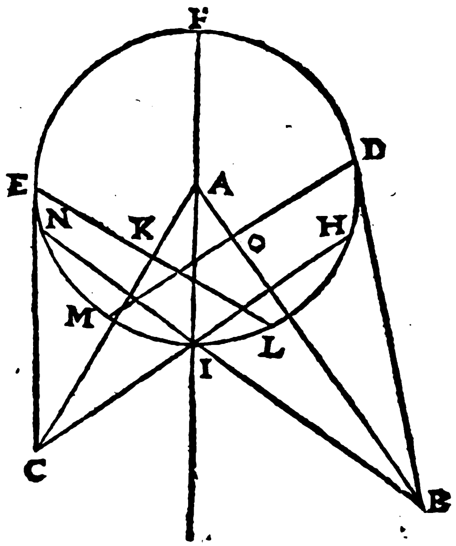
CE, differentia comprehensorum arcuum sub BI, DM, EN, scilicet EL, ponatur vt ante supra minorem portionem, vel chorda MD, ex NL eadem fiat: & reliqui arcus DKL, siue DIL, bifariam per lineam KAIF diuidantur: in circulo punctum I quæsitum perficiet, namque protractis BIH, CIG lineis, relinquentur in circulo portiones IH, IG, æquales: & punctum I reflexionis erit. quod patebit per repetionem eorum quæ in antecedente assumpta fuerunt nam triangula duo KAI, KGI æqualia & æquiangula concludentur: & ideo factum fuerit quod oportuit.

ALITER.

PROBLEMA DECIMVM-QVARTVM.

Iisdemmet datis, vt supra, illud idem efficere.

Sint puncta B, C, & ad centrum A ducantur BA, CA, & aliæ tangentes BD, CE, à punctis vero



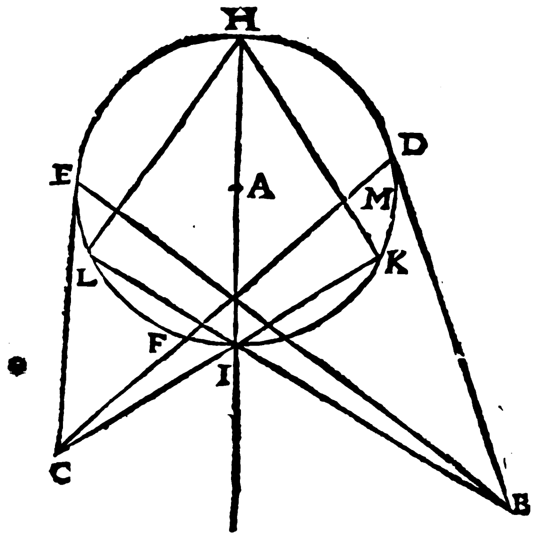
D, E fiant perpendiculares super AD, ipsa DOM: & super AC alia EKL: deinde arcus ab istis interceptus, nempe ML, bifariam secetur puncto I. Dico quod illud, erit reflexionis: vt antea, agatur per centrum IAF: & à punctis B, C, ducantur per I lineæ BIN, CIN. Vt in superioribus factum est, poterit ordinari demonstratio, vt iam repetere prorsus videatur otiosum: & intentum habuimus.

ALITER.

PROBLEMA DECIMVM-QVINTVM

Positis ijsdem, vt supra, illud idem assequi.

SInt B, C puncta, tangentes BD, CE: transuersales vero BE, CD: ponatur minor chorda EG ex



altera parte, siue ex F puncto in FM, & arcus MHE. siue MIE bifariam diuidantur lineâ HAI. ductis deinde BIL, CIK: reliqua vt in schemate concludentur, & portiones IL, IK æquales fieri, & punctum I illud reflexionis. quod quæsitum fuerat, vt in alijs supra demonstratum est.

Hisce igitur, & abunde problemati, & plus quam satis

ſatis Opticis videtur factum, ex ipſis Geometricis fontibus, abſque eo quod in conſilium veniant effectiones ignobiles, nec ſcientificæ.

VLTERIVS.

QVia fere eodem tempore ex occaſione quæſtionum Algebricarum inter aliquos & ipſum Magnetum, quædam exſuſcitata fuerat controuerſia, pro qua etiam, & in publicum opuſcula apparuerunt, vnde authores in diuerſa ſuam propugnant opinionem: hîc obiter à nobis afferetur examen cuiuſdam Geometrici problematis: ex quo ratiocinio facile in aperto erit, quid res ipſa ex natura requirat: neque hiſce meum intelligatur aperiri ſenſum, & per me quilibet in ſuo abundet, niſi vt cenſendum exiſtimo, potius controuerſia fiat in modo quam in ſubſtantia. Diſputationis igitur ſtatus in hoc hæret, an in multiplicatione Algebrica, dum in altero ſint radices, & in altero gradus aliquis ſcalaris, vt procedat multiplicatio, ſicuti numeri ad formam radicum reducuntur, ita etiam gradus ſcalaris ſit eleuandus, verbi cauſſa, proponitur $\gamma\,\frac{3}{4} — \frac{1}{2}$ ℞
ducendum in $\gamma\,\frac{3}{4} — \frac{1}{2}$ ℞ quod eſt inquirere quadratum, dum ex lege Logiſtices $\frac{1}{2}$ ℞ vt cum $\gamma\,\frac{3}{4}$ poſſit duci, fit $\gamma\,\frac{1}{4}$ pro gradu ȝ quem habuit, ſit poſt reductionem illud ℞ apponendum, aut ſignum ȝ reſpondens radici? & hæc eſt tota quæſtionis concertatio.

In vna igitur opinione est

$\sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{1}{2}$ ꝛ

$\sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{1}{2}$ ꝛ

$- \sqrt{\frac{3}{16}}$ ꝛ $+ \frac{1}{4}$ ȝ

$\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{3}{16}}$ ꝛ

Factũ $\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{3}{4}}$ ꝛ $+ \frac{1}{4}$ ȝ

In prima ſignum $- \sqrt{\frac{3}{4}}$ ꝛ non adficit gradum ꝛ.

In altera opinione,

$\sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{1}{2}$ ꝛ

$\sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{1}{2}$ ꝛ

$- \sqrt{\frac{3}{16}}$ ȝ $+ \frac{1}{4}$ ȝ

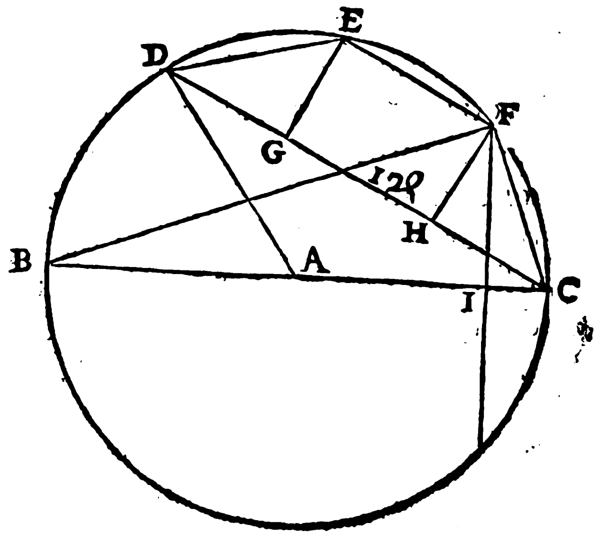
$\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{3}{16}}$ ȝ

Factũ $\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{3}{4}}$ ȝ $+ \frac{1}{4}$ ȝ

In ſecunda ſignũ $- \sqrt{\frac{3}{4}}$ ȝ etiam cóplectitur gradũ ȝ.

Ut igitur videatur quid ipſa requirat natura rei, propono ratiocinium ex Ludolpho deſumptum, & Geometriæ aptatum.

SIt circulus cuius diameter B C, in eo latus inſcripti æquilateri trianguli C D, ſiue angulus D A C



trisecandus, quod quidem per problema nonum, aut commodius per problema decimum-quintum instauratæ Geometriæ à nobis nuper editæ geometricè fiet, & sint CF, FE, ED, iungantur FD, CE, & perpendiculares fiant EG, FH, super CP: veluti & FI, super BC, quæ etiam producatur in K, peripheriæ punctum: his ita constructis, ponatur pro vna qualibet CF, FE, ED, quod sint 1 ℞, & diameter circuli sit 2, vnde ex elementis latus CD, trianguli æquilateri est $\sqrt{3}$, & CH, $\sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{1}{2}$ ℞, sicut DH, erit $\sqrt{\frac{3}{4}} + \frac{1}{2}$ ℞, & iuxta primam methodum quadratum CH supra fuit $\frac{1}{4}$ ʒ $- \sqrt{\frac{3}{4}}$ ℞ $+ \frac{3}{4}$.

Si auferri intelligatur ex quadrato FC, id est 1 ʒ, residuum siue $\frac{3}{4}$ ʒ $+ \sqrt{\frac{3}{4}}$ ℞ $- \frac{3}{4}$ erit quadratum FH. Huic si accedat quadratum DH, hoc est * $\frac{1}{4}$ ʒ $+ \sqrt{\frac{3}{4}}$ ℞ $+ \frac{3}{4}$ fit 1 ʒ $+ \sqrt{3}$ ℞ quadratum FD.

DH $\sqrt{\frac{3}{4}} + \frac{1}{2}$ ℞	siue ʒ CK,
$\sqrt{\frac{3}{4}} + \frac{1}{2}$ ℞	siue ʒ CE,
* $\frac{3}{4} + \sqrt{\frac{3}{4}}$ ℞ $+ \frac{1}{4}$ ʒ.	Latus igitur FD, erit $\sqrt{.}$ ʒ $+ \sqrt{3}$ ℞, & hoc seruetur.

Aggrediamur modò aliam inuestigandi eiusmodi latus formam, & sit differentia quadrati FC à quadrato diametri BC, hoc est quadratum BF, & quum diameter fuit posita 2, quadratum BF erit $4 - 1$ ʒ & eius latus $\sqrt{4 - 1}$ ʒ & quum FI normalis ducta sit, triangula BCF, CFI, similia sunt, & latera sibi respondent homologa, quare vt BC 2, ad BF $\sqrt{4 - 1}$ ʒ: ita FC 1 ʒ, ad FI.

Et vt magnitudo ſecunda cum tertia commode duci poſſit ad quadrata eleuentur, vt BC 2, ad BF 4 - 1 ɤ: ita FC 1 ɤ ad FI.

& facta multiplicatione ſecundæ & tertiæ magnitudinum prouenit 4 ɤ — 1 ɤɤ, & eius latus √. 4. ɤ — 1 ɤɤ, Quod ſi à primâ analogiæ magnitudine BC diuidatur, erit FI, $\frac{\sqrt{.}\,4\ ɤ — 1\ ɤɤ}{2}$,

& eius duplum pro ipſa FK (auferendo diuiſorem 2) erit √. 4 ɤ — 1 ɤɤ, ſed FK & FD æquales ſunt, erat enim FD, vt ſupra √. 1 ɤ + √ 3 ꝛ, quare duo hæc prorſus æqualia ſunt,

√. 4 ɤ — 1 ɤɤ = √. 1 ɤ + √ 3 ꝛ, & eorum quadrata 4 ɤ — 1 ɤɤ = 1 ɤ + √ 3 ꝛ, & auferendo ſimilia : 3 ɤ — 1 ɤɤ = √ 3 ꝛ & diuidendo per ꝛ æqualia erunt 3 ꝛ — 1 C = √ 3, ſed quando tertia pars anguli vel arcus accipitur, illa eadem magnitudo reperitur.

Videamus deinceps quò nos ducat methodus altera, quæ præcipit cum numero adiiciente, eleuari etiam gradus.

DH √ $\frac{3}{4}$ + $\frac{1}{2}$ ꝛ, √ $\frac{3}{4}$ + $\frac{1}{2}$ ꝛ,	CH √ $\frac{3}{4}$ — $\frac{1}{2}$ ꝛ, √ $\frac{3}{4}$ — $\frac{1}{2}$ ꝛ,
DH ɤ fit $\frac{1}{4}$ ɤ + √ $\frac{3}{4}$ ɤ + $\frac{3}{4}$.	CH ɤ = $\frac{1}{4}$ ɤ — √ $\frac{3}{4}$ ɤ + $\frac{3}{4}$.

Per eadem veſtigia ſuperiore epilogiſmo repetito, ſubtrahendo ſcilicet CH quadratum ex FC quadrato, & reliqua vt ſequitur.

ȝ FC = 1 ȝ
ȝ CH = 1 ȝ — ν $\frac{3}{4}$ ȝ + $\frac{3}{4}$.

$\frac{3}{4}$ ȝ + ν $\frac{3}{4}$ ȝ — $\frac{3}{4}$.

cui addatur DH $\frac{1}{4}$ ȝ + ν $\frac{3}{4}$ ȝ + $\frac{3}{4}$. Et ſumma fiet quadratum ex FD,

DF = 1 ȝ + ν 3 ȝ.

aut ȝ ex FK illi æqualis, & erunt æqualia vt in altero epilogiſmo ſuperiore 1 ȝ + ν 3 ȝ = 4 ȝ — 1 ȝȝ, hoc eſt ſublatis communibus ν 3 ȝ = 3 ȝ — 1 ȝȝ, & diuidendo per commune ſignum ȝ, ν 3 = 3 — 1 ȝ, in priore vero ſupputatione erat ν 3 = 3 ℞ — 1 C, vnde ſequitur æqualia fieri 3 ℞ — 1 C = 3 — 1 ȝ, quod nequit fieri, niſi in caſu quando valor ℞ eſt vnitas, qua non immutari magnitudines notum eſt.

Igitur ſecundùm exigentiam rei videtur methodus prior iuxta naturam progredi, quod animaduerſum ab aliquibus cum Stiphelio in conſimili contingentia enunciari queat.

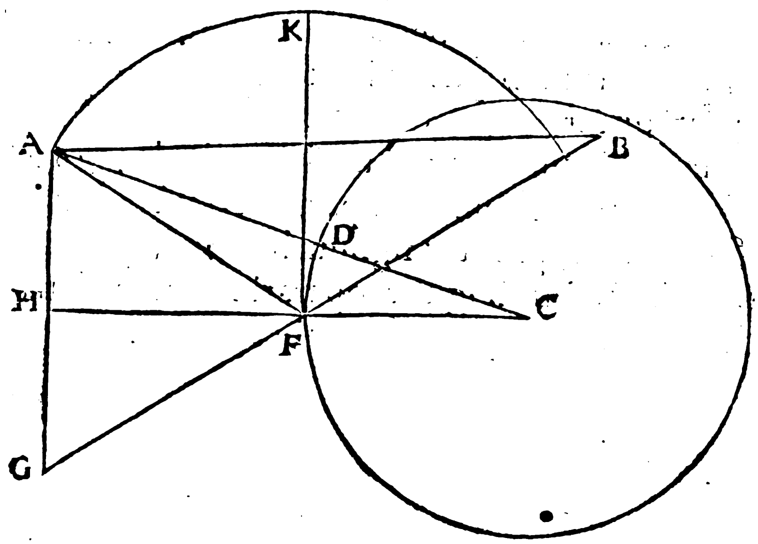
Obſeruabis autem quod in iſta particula ν ȝ 648 ȝ hoc ſignum ȝ poſitum eſt à parte dexterâ, reputatur pro ſigno iſto ℞, propter ſignum hoc ν ȝ, quod ſtat à parte ſiniſtrâ. Nihil igitur operari cernitur eleuatio gradus, at quiſque quò magis lubet proxime accedat.

PROBLEMA DECIMVM-SEXTVM.

Datis duobus punctis, vno in circulo, alio extra circulum, vel vtroque extra circulum, possibile est inuenire punctum in circumferentia dati circuli, ita vt angulum contentum a lineis à prædictis punctis ad punctum inuentum ductis, diuidat per æqualia, linea per centrum in illo puncto circulum contingenti occurrens.

Est Vitellionis propositio cxxxv. libri primi, & Alhazeni propositio xxxvj. libri quinti.

SIt circulus circa centrum c, & duo puncta positione AB, (nec aliter fieri oportet, si alterum in pe-



ripheria sisteret) problema construere, vt imperatum est.

Ducantur lineæ AB, & AC, portionis autem interceptæ DE, sit semissis DF. Dico punctum F esse illud in peripheria quæsitum. Erigatur FK supra CF, in F puncto ad angulos rectos, & in producta BF assumatur FG æqualis ductæ AF: anguli igitur in triangulo AFG: (iuncta nimirum AG) sunt FAG, FCA, supra basin Isoscelis: ergo æquales, & quum duo latera AF, FH (educta scilicet CF in H) duobus lateribus FG, FH angulive duo oppositi, duorum triangulorum AFH, GFH, æquales: ideo prorsus æqualia sunt duo illa triangula, & anguli deinceps H æquales, hoc est recti: ideo AG, æquidistans ipsi KF, ergo anguli AGF, & BFK interni, & externi sunt pares, nec non & coalterni GAF, AFK, at duo anguli FAG, FGA, erant æquales, ideo angulus BFA diuisus est bifariam, lineâ KF, quæ ad extremum diametri super F puncto erecta est: ideo ad angulos rectos. Igitur factum est quod oportuit.

ADNOTATIO.

METHODO tunc breuissimâ quæstiones absoluuntur, quotiescunque ipsius naturæ semitam ingredi contingat, à qua longius digredientes difficiliorem inueniunt solutionem, & tunc sæpius ab alijs carpi solent si forma efficiendi elegantior detegatur. Præstaret fortasse hic exscribi tria illa Vitellionis & Alhazeni problemata à nobis emendata, & ab ipsis tantum à rectâ digressis, methodo, vt ignorarent ex inuoluto discursu se se expeditius liberare, quàm ab opere ipso mechanico subsidia implorando, quod est nimium à præceptis Geometriæ declinâsse: at illa hîc referentes, esset citra oportunitatem studiosos onerare, & aduersus eorum genium, qui medullas inquirentes rerum propria augeri in volumen opuscula refugiunt. Mirum sane esse debet, quod ex tot qui de Opticis scripserunt Authoribus, ad reformandum tam nobile & classicum argumentum, supplendaque quæ illi deesse videntur, studium hactenus applicuisset nemo. Cæterum de puncto reflexionis libantes cum Opticis egimus, physicè namque differentes de eodem cum motu ac quiete illud contemplentur.

FINIS.

ERRATA CORRIGENDA.

Pagina.	Linea.		
7.	16.	puncta B O.	lege B C.
9.	4.	inter G E & D E.	inter G E, & D G.
10.	8.	sæpius cautio	sæpius cantio.
11.	7.	M N, G O.	M N & M O.
15.	11.	B E, C P,	B E, C D.
16.	1.	B D C, B D E.	B D C, B E C.
19.	3.	punctis B, L,	punctis B, C.
22.	4	vt F E, ad F D.	vt E H, ad H D.
26.		In schemate lineæ L, B. deest F adiiciendum.	
37.	6.	illo intra.	illud extra.
38.		In schemate lineæ B C, deest M adiiciendum.	
38.	7.	partem B D.	partem B D, & C E.
39.	2.	bases C O, O L.	bases C O, C L.
ibid.	3.	anguli C L A, B O A.	C L A, C O A.
ibid.	10.	centrum dirimi	centrum dirimit.
39.		Schema renouatum vt infra, vt consequenter reliqua se habeant.	
40.	9.	arcus O I.	arcus Q I.
41.	2.	C L, H L, & S T, H S.	C H, S H, & T H, S H.
44.	4.	à fine in L.	in I.
46.	6.	C E differentia.	C D differentia.
46.	6.	sub E I, D M.	delendum E I.
ibid.	8.	K A I F.	deest in schemate F.
47.	3.	à fine B I N, C I H.	B I N, C I H.
48.		In schemate in linea B F deest G apponendum.