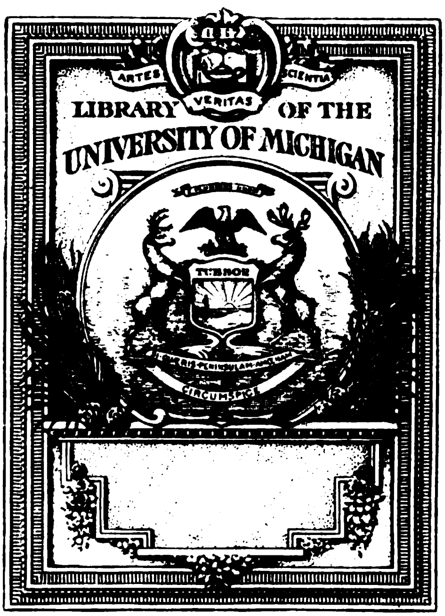
NICOLAO DE NOBILI

DVCE MINERVA, COMITE FORTUNA



INCLINATIONVM APPENDIX

Seù TÒ GEOMETRIÆ ΠΛΗΡΩΜΑ

PER

ANTONIVM SANCTINIVM LVCENSEM

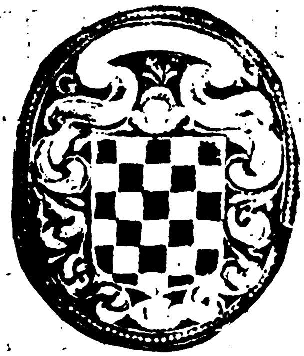
C. R. S. ac in

Almo VRBIS Gymnasio Professorem.

MACERATÆ,

Ex Typographia Philippi Camaccij. M.DC.XLVIII.

Superiorum Permissu.



Illustrissimo, ac Excellentissimo Domino

ANDREÆ IVSTINIANO

PRINCIPI BASSANI,

Ac S. D. N. INNOCENTII PP. X. Nepoti

S.

GEOMETRÆ quippe veteres P. E. vt pro felici, quo fuerant ingenio donati, facultatem hanc præclaris adornarent inuentis, immensis sanè laboribus, longè acutiores apposuere industrias; attamen non modicũ experti, quouis conatu, quædam educere minimè licuisse, sibi illico suaserant, citra reatum alienis à proprio potuerint commendari generibus; exindè quibus locum Geometria denegat, non pauca è Mechanicis inuecta fuere molimina, & valdè mirum fuerat, inter eorum Authores magnus ille accenseri Pergæus, quum è doctrina ab eo inclinationum proposita, vnico problemate cuncta inquisita potuerint accuratè perfici, ac exhiberi; Indicium planè perspicuum haud eorum perspectam habuerit omnium solutionem, quæ aliquando contemplanti mihi in animum induxerant eximij illi veteres, ex ritè parum collecto enthymemate, se & alios illusisse; immò & vlterius se insinuabat cogitatio, quod scilicet in ipsa re, dioptram oblique ad scopum collimauerint: ex legibus namque Dialecticorum habetur haud rectè consequi, nempè ex quo sedulò inquisita res inuenta non fuerit, *idcirco suo non comprehendi, ac ineße genere: nusquàm planè reperitur eius amplitudinis recessus, ac cuncta perlustrasse diuerticula, quæ adhuc animum adiecerant; vt agelli tàm destituti lubens culturam susceperim exercendam, quare post glebarum euersa reiectaue plurima, qui factum (sincerè ignorare me fateor) fortasse benignitate genij dixerim verius oblatum, quam inuentum quæsitum, cuius Compositio admodum simplex, quam Geometria ipsa suppeditat, in altum me adduxerat stuporem, quo scilicet modo per tot sæcula præstantissimos potuerit latère Cultores, lusus quippè dicerem Naturæ fuiße, quæ soleat suum quandoque sublimioribus subducere influxum, & alijs porrò ingenijs gestiat explicare sinum.*

Opusculum igitur hoc, & quæpiam non minus inopinata affert, Tuoque P. E. Nomini nuncupandum mea erga Te deuotio, ac obseruantia postulabat, vt aliquo attestari documento, & paruum quippè si molem, at prole eius fœcundissima, adultum intuenti protinus apparebit, qualecumque illud sane fuerit, si ad animi, qua optime non ignoras oblatum. Inclinationem aspexeris, pro ea qua ditatus es benignitate, humanissimè à Te conspecti sum ratus.

Cæterum ad encomia stilum diuertere, præsens quippè inhibet Institutum, & quis quæso pro dignitate credat, vel compendio indicari quæ pro Amplissimis vndiquè Meritis singulares prosequutæ sunt historiæ? De Illustrissima familiæ Prosapia, de Heroibus, Dominio, Proauorumuè in rebus gerendis præstantia, de Purpuræ splendore pauca enunciari non decet, verum eiusmodi, vt extera quodammodo haberi queunt, quæ deindè personam comitantur, indiuidua

plane

planè illa sunt, & propria, Dotes, nimirum virtutes exercitio comparatæ, Studia, animi Moderatio in prosperis, Mentis Constantia in arduis, Temperantia, & in omnibus Magnificentia: hæc & alia quamplurima, quæ disertissimi postularent oratoris eloquium silentio preteream, mihi tamen fiat indultum proloqui, quod censeam verius, ab artis scilicet facundia, quæ protinus fluens, ac sæpius ex industria plurima adfectare didicit, minimè sunt exoptanda encomia, verum è proprio rerum gestarum tenore, qui se constantèr moderatur, sincerius colligendæ sunt laudes, eoque facilius imprimuntur, & ad æmulationem frequentiùs excitant: Ideò tam cumulatè, quæ in Te suspici optimè queunt, haud paucis in exemplum haberi merito decerent. V.

Illustriss. ac Excellentiss. D. T.

Deuotissimus
Antonius Sanctinius.

INGENVO LECTORI S.

NVlla quippè facultas, nulla ars fuit vnquàm inter acquisitas, quę in sua primęua origine totam recepisset pulchitudinem, quin nouis deindè accessionibus, specie fieret illustrior: neque in re admodum scita afferenda sunt exempla, verùm in mathesi præstantissimi industria authores, tam accuratè culturam exercuere, vt quam maximè liceat ambigi, an in illo antiquorum (quod dixerant) sapientissimo, vel à duobus proximè sęculis extiterit fæcundiorem, in hoc tamèn conueniunt vniuersi, vnum geometriæ agellum ab omnibus fuisse renuntiatum, & ad excolendum neglectum, vt pro eòdem conqueri nullatenus facultas quiesceret, quò etenim vberiores, ignotum minimè erat, expectari messes, eò amplius magis hærerent, & suos labores subducerent, quare siuè indignata, siuè impatiens effecta tandem, vt hoc dedecus aliquando à se properet commendari vtcumque sibi consultum voluit: Idcircò quæ hoc opusculo prodeunt industriorem expectant manum, nobis quidem satis fuerit primùm indigitasse, haud facultati impossibilia, immò parabilia admodum, quæ ad illius Culmen optimè pertinere enunciarunt omnes, errata postea, quæ nostra erunt humanitati indiuidua, benignè indulgenda confidimus, & quæ ex vitio typis consueto habentur, emendari licebit, nec omnia prosequuti sumus minutiora Vale.

Cum à nostris Prædecessoribus facta fuerit R. P. D. Antonio Sanctinio nostræ Congregationis Professo facultas imprimendi quoddam eius de rebus Geometricis opusculum, quatenus ad Nos spectat, eandem confirmamus. Datum Papiæ in Collegio nostro Sancti Maioli IX. Kal. Aprilis. 1648.

D. Io: Baptista Spinola Vic. Gener. Congregationis Somaschæ.

Si placet Illustriss. & Reuerendiss. D. D. Papirio de Siluestris Episc. Maceratæ.

Imprimatur Fr. Vincentius de Gulijs Min. Conu. Sac. Theol. Magister, in Patria vniuersitate Philosophiæ Professor.

Imprimatur.

Ludouicus Signorius Vicarius Generalis, & Auditor.

Ego Iosephus Talianus Maceratensis Collegiatæ S. Saluatoris eiusdem Ciuitatis Canonicus, & Mathematicarum scientiarum òlim in hac Patria vniuersitate Professor, iubente Reuerendissimo P. F. Io: Vincentio Paulino Sacræ Theologiç Magistro, ac Anconæ, & annexorum Generali Inquisitore Ordinis Prædicatorum, Opus inscriptum Geometriæ Appendix, & Inclinationum Parergon, authore Admodum R.P.D. Antonio Sanctinio Congregationis Somaschæ, atque in almo Vrbis Gymnasio præstantissimo Mathematices Interprete, attentè perlegi, & quia nihil inueni, quod aut Catholicæ Fidei obsit, aut mores lædat, immo noua, & scitu dignissima reperi, ideo, vt in lucem prodeat, & Typis mandetur, perutilè censeo. In quorum fidem, &c. Datum Maceratæ Kal. Iulij. 1648.

Iosephus Talianus, qui supra manu propria.

Imprimatur.

Fr. Io: Baptista Talianus Vicarius S. Officij Maceratæ Ord. Prædicatorum.

INCLINATIONVM GEOMETRIÆ APPENDIX.

INclinationum doctrinam Apollonij Geometriæ cognomento magni, plurimis quippe sæculis apud doctissimũ Pappum cineribus vix respersis tumulatam, ipso collectionũ septimi Libri vestibulo, nostra tandem tempestate excitauit, ac præclarè Ghetaldus, duobusuè libellis distributam euulgauit, at pro vnico, & quidem generali problemate in operis aggressu statim obuio, non paucos, & sanè rationabiliter admirari percepimus, cur doctus auctor, & alioquin admodum accuratus, de eodem nec vllum indicasset verbum, ac silentio tàm alto illud dissimulare studuerit. Vt igitur quid super hoc à nobis sentiatur clarius concipiatur, oportunum satis erit eiusdem Apollonii in medium verba afferri, quę sunt sequentia, ex eodem Pappo desumpta.

„ *Duabus lineis positione datis, inter ipsas ponere rectam*
„ *magnitudine datam, quæ ad datum pertineat punctum*

Nec in dubium verti potest, in qualibet facultate, ac in mathesi præcipuè, magni semper fieri propositiones, ac pręcepta generalia, ex eo vel maximè, quod plurima videantur stipari familia, dum singularia priuatim absq; prole incedant; verum ne super celebrium virorum fragmenta, quidpiam inædificari videamur voluisse nobis, tenemur dubio minimè suspendere solutionem, & pro clarissimo Ghetaldo de mathesi optimè merito, ac mihi dum supererat valde per litteras familiari responsum interpretari, idcircò á nemine euidenti quidem ratione infici posse supponimus, quò tribunal præsidendi authoritas sibi non reperit, ad eam tamen spontè prouocantes, sæpius non modica irrogari præiudicia. Verum vbi perpetuò primas rationi deferantur, vt in mathesi omnes fateri debent, nihil iri delatum authoritati, nihilominus illam adhuc, & ab immemorabili intrusam Ghetaldus repererat, quod planè in hisce etiam candidati haud ignorant, quare plurimis cum prædecessoribus per quam clarissimis, obductum sibi ferè iter ad progressum habuerat, vnde inanem censuerat fore laborem, vltra quod effecissent sapientissimi, proprias in hisce exercere vires, præter propterquod apud eundem Pappum ex sententia maiorum facilè obseruasset ad XXXV propositionem quarti collectionum, indictum ferè omnibus.

„ *Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito*
„ *secare solidum est, sed datum angulum, vel circumferen-*
„ *tiam in data ratione secare lineare est.*

Ad eiusmodi effectionem inter cęteras generale problema illud dirigitur, vt in progessu ostendetur, at decretum stilo tam dictatorio ab authore celeberrimo consi-

consignatum litteris, non custodire piaculum fuisse cẽsuere plurimi, à quorum placitis diuertere supponimus noluisse Ghetaldum, exindè ad eadem spectasse attributa genera cogitasse, at amplius pro eodem facere videtur, & quod nobis arrideat magis est, illud idem generale problema vidisset, ab ipsa inclinationum doctrina expunctum, à Maximo huius nostri seculi Geometrarum clarissimo Vieta, qui in postulatum in suo Geometriæ supplemento comutauerat; igitur Ghetaldo admodum licitum fuerat agenti de argumento eodem, illud illibatum pertransisse.

Verũ ne quas optamus felices viri laudari manes, vel quispiam alius in vitium, haud facile expiandum, verteret, dum scilicet vnum á censura abiisse liberum volumus, & præstantissimum circumuenisse alterum, vnde oppido tenemur eiusmodi á nobis excutere labes, mihi etenim semper in animo fuerat, Ingenium Vietęum, maiore, quam credi posset, aut experiri liceat, passim fuisse adornatum lumine: Idcirco graui quodam sibimet noto consilio, problema illud reuocari voluerit ad vnicum principium, admodum simplex, vt scilicet interim à varia perplexaue operum mole, in effectionibus geometricis subducens, defectus supplerentur, & vt erat profũdę indaginis, quod facilè mihi suadeo, fortasse pręconceperat, quod tunc exhibuerat ex ordine mechanico, imposterum per legitimè concessa posse ad leges geometricas expurgando reuocari, vt sua demonstratione munitum secluso quocumq; scrupulo ab omnibus amplecti, namq; nec semel sumus experti, haud valde liberalem se præbet naturę Genius, quod vni diuitias thesauri in totum promere assuescat quin pro modico, quod auellere quispiam studeat, laboris plurimum cogatur impendere, & sæpius optata minimè assequi; in hanc igitur sententiam inclinare me fecerant obseruata Authoris non nulla verba, in aureo suo ad artem analyticem dictata libello, vbi inductum Postulatum, quasi opus Geometricum enunciauerat, vel quia valde simplex erat, vel quod modicum distasset ab accurato, vel quod aliquando purificari supposuisset, eius namq; sunt sequentia verba.

„ *24 Ad exegeticum in Geometricis selegit, ac recenset ef-*
„ *fectiones magis canonicas, quibus æquationes laterum,*
„ *& quadratorum omninò explicantur.*
„ *25 Ad cubos, & quadratoquadrata postulat, vt quasi*
„ *Geometria suppleat Geometriæ defectus.*
„ *A quovis puncto ad duas quasvis lineas rectam ducere*
„ *interceptam, vt ab ijs præfinito possibili quocumque in-*
„ *ter segmento. Hoc autem concesso (est autem ἄιτημα*
„ *δισμήχανον) famosiora hactenus, quæ ἄλογα dicta fue-*
„ *re problemata ἐντέχνως soluit mesographicum.*

In hisce Authoris verba duo manifesta habentur; alterum scilicet (quod nostro magis inseruit instituto) quod postulati verba eadem sunt, quæ problematis Apolloniani: alterum verò quod pro quocumque aliorum molimine subrogatum dixisset opus quasi Geometricum, nec planè me præterit, vt nouum, & inopinatum omnibus ferè inuisum futurum, & modo à non nullis adeò improbari, vt ex numero impossibilium

censen-

censentes, me malè consultum selegisse argumentum, ad Geometriam verè legitimam reuocare, quod ab omnibus hactenus destitutum, ne dixerim desperatum haberetur, attamen cum veritati magis obsequi teneamur, quàm in authoritatem aliorum committere causam nihil moueret me ab instituto, vt tandem exantlatis laboribus omne arduum in facillimum adduximus opus, omnino intra limites geometricos, numquam etenim in reatum illud incidere statueram, quod legimus apud Pappum in calce libri collectionum quarti hisce verbis.

„ *Videtur quodammodo peccatum non paruum esse apud*
„ *Geometras, quum problema planum, per conica, vel*
„ *linearia ab aliquo inuenitur, & vt summatim dicam cum*
„ *ex improprio soluitur genere. Hæc ille.*

Et quidem si ostenderimus, sectionem anguli plani ad peculiare suum spectasse genus, & non tantum tripartitò, sed inqualibet analogia geometricè secari viderint alij, an vniuersos inciderint in illud grauè delictum, qui ad suum non genus remiserant authores, speramus deinceps ignotam hactenus veritatem in complexum haberi, & expurgari quam plurima. Sit igitur.

PROBLEMA PRIMVM.

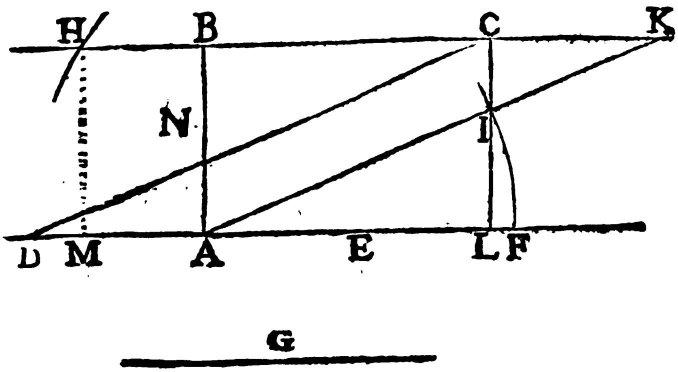
DVabus datis rectis lineis angulum quemcumque efficientibus, datoque extra puncto, & adhuc alia præfinita linea, hanc inter illas positione datas aptare, vt ad datum pertineat punctum.

Illud

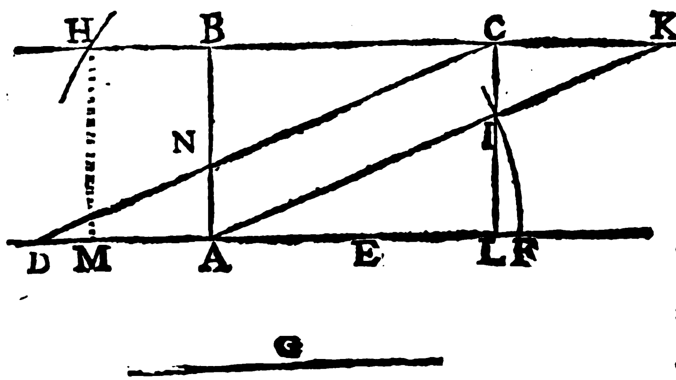
Illud ſcilicet, hoc eſt problema tam arduum, vt ab eo inquirendo uniuerſi arcerentur; fortaſſe cogitantes confuſum occultari intrà impoſſibilium chaos, ut ſpes, uel ſemita eruendi eluceſceret ulla, immò dubium admodum probabile eſt, an authori Pergæo effectio conſtitiſſet ipſa, nam inter artifices enumeratur, qui mechanica inuexerant in ſuffragium, Euthocio, & alijs atteſtantibus, quod autem in mentem uenerat, & inquirendi labores cum alijs minime repererimus, ardor planè perfectionis, tam pulchræ facultatis in cauſa fuerat, & quia ſufficiens nullum impedimentum ad aſſequendum ſe obtulerat, nec me fugit opus fuiſſe præcoces ſuſtinere cenſores, quos non moror dūmodo, nęuus huiuſmodi è geometria eluatur, nec perpetuò Mechanicorum indigeat, ut ſuas pulcherrimas, utcumque depromat effectiones, quæ omnia per nos ad ſuos remitti opifices uolumus, ſed ad rem.

Duæ lineę datæ poſſunt ad ſummū inclinationem uariare trifariam, ob ſpecies angulorum, primum igitur rectæ ſe se committant ad rectum *AB*, *BC*, & punctum extra ſit *D*, lineaue inſerenda ex præſcripto G. Agatur ex *D* ęquidiſtās *DF* ipſi *BC*, in qua ponatur *AF* ęqualis externę *G*, & ſecetur bifariam puncto *E*, ubi facto centro, ac interuallo *ED*, ſit peripheria circuli, uel occulta ſi placet, & ſignabitur punctum *H*, à quo ad *HF* diſtantiam ponatur in *DL* æqualis, & portio *AL* referatur in *BC*. Dico puncto *C* abſolui quæſitum, nimirum ducta *DC* pars eius *NC* relicta iter innclinatas *AB*, *BC* æqualis fieri AF, ſiuè G. (cum autem ex diſtan-

distantia *ED* non attingeretur *BC* ęquidistans *DA*, infra erit suum symptoma) ad demonstradum deinde duo media assumimus; alterum quasi ab effectu, & erit primum, alterũ porro à causa, vt à nemine effectio hęc pulcherrima infici possit. Ponatur ĩ directũ *BC* linea *C*K ęqualis *DA*, iunctaque *A*k, erit parallelogrã mum *AD C*k, demissa *CL* ęquidistans *AB*, se secabit cum *A*k in puncto *I*, postea centro in *A*, & distantia *AF* peripheriam transire accuratè per I sumus ostensuri. Triangula namq; *ADN*, *CIK* similia, & ęqualia euadunt, ex ęqualitate angulorum, quia *AND* ęquatur *NAI*, hoc est *AIL* alterni, & ad vertices *CI*K, & in parallelogrãmo, qui ad *D*, K opponuntur ęquales fiunt, reliqui *DAN*, K*CI* (hìc sunt recti) at ad expletionẽ duorum rectorum fiunt pares, & *DA*, *CK* facta sunt ęqualia, ergo & reliqua latera, homologè sumpta ęqualia sunt, quare duo *DN*, IK si auferri intelligantur, reliqua *NC*, *AI* paria erunt: quum verò ostenderimus *A F* æqualem ipsi *A*I factum erit quod oportuit. A puncto igi-



cto igitur *A* dato, ad lineam *CL* positione datam, si agatur linea, quæ angulum faciat datum, erit linea positione. Sit itaque angulus construendus à linea exeunte à dato puncto *A*, æqualis angulo L*C D*, & linea erit *AI*, quę faciens angulũ *A*IL æqualé interno, erit æquidistás *DC*, immo erit eadem

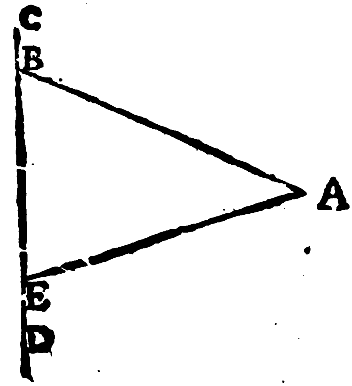


linea *AIK*, quæ secabitur cum *A*K in I eodem, sed aduersarius dicat cadere AI alibi quam in puncto illo sectionis I, ex proximo lemmate concludetur absurdum, quo circa angulus LAI non poterit augeri vel minui á magnitudine LAI, limitata per AI positione in angulo dato AIL, ergo arcus necessario erit per idem I punctũ, & semidiametri fient AF, AI; verum AI erat æqualis NC, ergo AF æquabitur NC, & pertinens ad D punctum, factum erit quod oportuit.

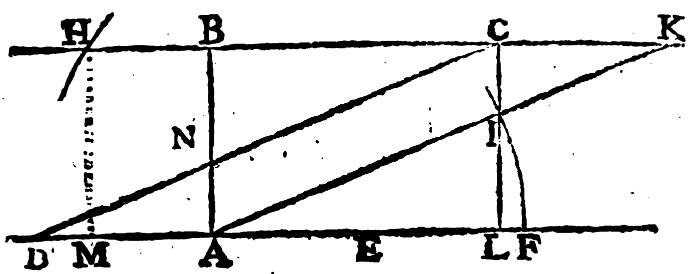
L E M M A.

EVclides ad xxx. Datorum sic arguit, si AB linea positione non dicatur, seruans quantitatem anguli G dati

G dati: excidat, & si fieri potest alibi cadat, sit *AE*, ergo duo anguli *AED*, *ABE*, internus externo in triangulo *ABE* æquales erunt, cōtra 16 primi, quod esse nequit, & absurdum hoc vbicumque extra situm *AB* probabitur; est ergo *AB* positione, & constat intentum.



At huius problematis vtique meretur præstantia, vt alio & magis á causa comprobetur medio, facta idcircò vt supra cōstructione, donec acquiratur *C* punctum, demittatur *CL* super *AF* perpendicularis, secabitur *AF*



in *L* (minor est enim *BC* ipsa *AF*) Ideò per 7 libri 2 duo quadrata *AF*, *FL*, totius nempè, & alterius partis æquantur duplo, quod fit sub *AF*, in *FL* rectangulo, vna cum quadrato *AL* reliquę partis, si ab vtraque ęqualitatis parte auferatur *FLQ* erunt æqualia

AFQ, & *ALQ*—*FLQ* † *AFL* 2

resoluto deinde *AF* quadrato per 4 secũdi, ęqualia erũt

ALQ † *FLQ* † *ALF* 2, & *ALQ*—*FLQ* † *AFL* 2

rursus ablata sub eadem specie æqualia, erunt

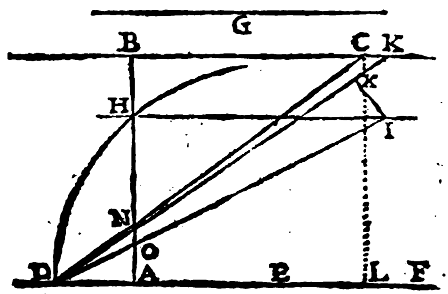
AFL 2 — *FLQ* æqualia *ALF* 2 † *FLQ*

& vlterius resoluẽdo per 3 secundi, erũt *AFL* 2 — *FLQ*, *ALF* 2 † *FLQ* paria scilicet sub ijsdem notis *ALF* 2 † *FLQ*, harum partium altera ad speciem transeat quadrati, & sit potens linea *LI*, vtrinque accedat prius sublatum *ALQ*, si hoc componetur ad rectos angulos cum *LIQ*, vtique conflabitur *AI* quadratum, & simul *AL Q* † *LFQ* † *ALF* 2 erit *AFQ* prius resolutum, ergo æqualia esse *AI*, *AF* quadrata, & latera, vel saltem hisce initiatus negabit nemo, vndè manifestò sequitur vndequaque roborata conclusio.

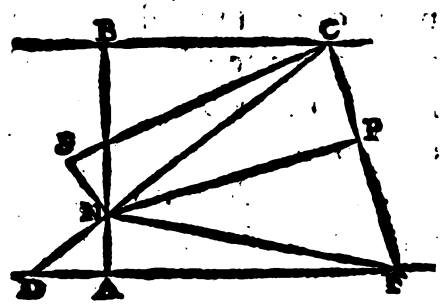
In schemate cadit *HM* linea, ne ociosa relinquatur, si quis curiosè postularet, vnica circini expansione dari *C* punctum, ex altero positione *D* dato, colligantur in vnum hæc simul spatia *EDQ* † *AEQ* † *MAF*, & hæc nihil aliud sunt quam *ADQ* † *ALQ* (si duceretur *AC* linea) & *DAL* 2 rectangulũ, scilicet resolutę partes in triangulo ambligonio *DAC* ex 12 secũdi, & habetur *HLQ* nempe DLQ, cui additum *HM* quadratũ, seu *CL*, omnia illa poterit *DC* linea, & dabitur eadem expansione vnica *C* punctũ.

At quia symptomata complectitur problema, & ratio illud construendi cuncta haud protulit, oportet illa per distinctos exhibere casus, vt generalis proponatur

tur doctrina, & ſiquidem ex diuerſa diſtantia parallelarum *DA*, *BC*, & magnitudine *G* externę contingere poteſt frequenter, quod à ſemidiametro *E D* non attingatur *BC*, vel quod vltra *AB* inter *BC* ſecetur; in horum vtroque caſu conſtructio ſic ordinanda erit.

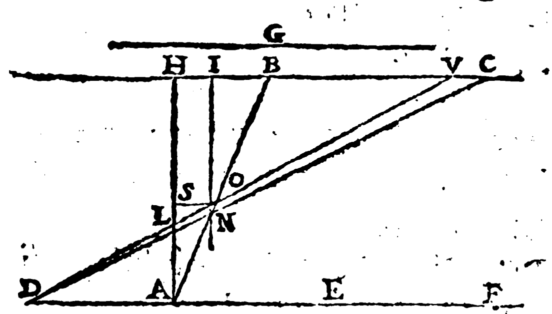


Ad idem interuallũ *ED*, vt cõtingit pars circuli ſcribatur *DH*, ſecabitur *AB* in *H*, per id punctũ agatur *HI* ipſis *DF*, *BC* ęquidiſtans, deinde inter *AH*, *HI* in angulo recto, ex *D* educatur *DOI*, ita vt intercepta *OI* æquetur datæ externę *G*: referatur poſtea HI in *BK*, et acta *DK* ſuper eam ad angulos rectos cadat *IX*, & inter *DK*, *DX* media in ratione geometrica ſit *DC*. Dico *C* puncto abſolũi quæſitum, ſcilicet intercepta *NC* ęqualis fieri datę externę *G*, ſeu *OI*, & ducta ſi placet *CL* vnã, vel alterã, ex prẽmiſſis methodum facilè repetendo oſtendetur, & iteratò eadem premere veſtigia ocioſum, ac moroſum cenſemus. Si verò alia compẽdioſiore vtamur idem concludetur, in proximo ſchemate ducta ſit tantum *DC* ſeruatis diſtantijs in reliquo, agantur *NF*, *CF*, ſuper hanc perpendicularis inſiſtat *NP*, erunt duo quadrata



NP, *PC* ęqualia *NCQ*, ſicuti *NP*, *PF* æqualia *NFQ*, ſeu duobus *AF*, *AN* quadratis; exceſſus itaque duorum quadratorum *AF*, *AN* ſupra quadratis *NP*, *PC* ponatur ad rectos angulos ſuper *NC*, erunt *NC*, & *NS* (exceſſus ille) ęqualia quadratis *FA*, *AN*, nempè *NF* quadrato, ęquabitur quadrato *CL*, quare & *NS* ipſi *AN*, vndè *AF* ipſi *NC*.

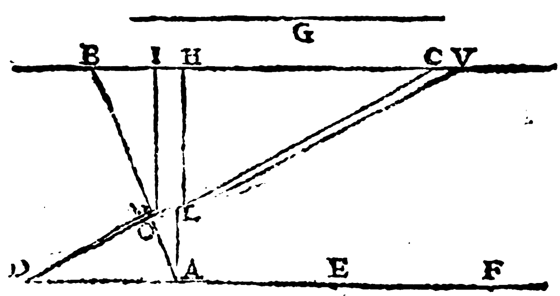
Secundus deinceps caſus erit quum lineæ *AB*, *BC* fuerint ad angulum recto maiorem inclinatę, reliqua ponantur, vt ſupra: vt conſtruatur problema; erigatur *AH* ad angulos pares, & inter *AH*, *HC* ex *D* puncto intercipiatur LV ęqualis externę, ſiue *AF*, ſecabitur inclinata *AB*



puncto *O*, á quo ſi duceretur parallela ipſi *LH* (in ſchemate non adeſt) accipienda erit media proportionalis inter illam ex *O* ducenda, & *LH* ęquidiſtantibus, & hęc ex *N* puncto ſimiliter perpendicularis facta ſuper *HV*, erit *NI* deindè differentia quadratorum *HL*, *NI*, aucto quadrato *HV*, fiet quadratum ex *IC*. Dico punctum *C* eſſe quod quæritur, duo namque quadrata *HL*, *HV* æqualia fuerant quadrato *LV*, & exceſſus *HL* quadrati ſupra quadratum *NI* additus quadrato *HV*, vt conſtituatur *IC* quadratum, ergo duo quadrata *NI*, *IC* ſunt æqualia duobus *LH*, *HV*, quare & LV æquabitur quadrato

drato *NC*, & linea pertinet ad *D* punctum datum, quo circa constat intentum.

Tertius denique casus erit quum datę *AB*, *BC* lineę conficiunt angulum recto minorem, manentibus vt supra reliquis: vt problema construatur, agatur *AH* perpendicularis inter parallelas, & à puncto *D* inclinetur per primam formam sub angulo *AHV* recto, linea *DV* relinquēs sui partem LV interceptam, vt in alijs supra, secabitur inclinata *AB* in puncto *O*, à quo si caderet æquidistans ipsi HL, interuallam; & HL esset inuenienda media *NI* proportionalis pariter incidens ad angulos rectos, quantum itaque differunt quadratum *NI*, & quadratum ex linea ducenda ex *O*, tantum imminuatur de quadrato HV, vt residuum sit *IC* quadratum, ergo duo quadrata *NI*, *IC* hoc est quadratum *NC* æquabitur quadrato LV, idest duobus LH, HV, sed *CN* pertinet ad punctum *D* datum, ergo in omnibus casibus problema absolutū perspicuè apparet.



ADNOTATIO PRIMA.

ET si in primo casu contingeret, quo nempè *AB*, *BC* se se committunt ad rectum angulum, quod distantia parallelarum *AB*, *BC* adęquaret distantiā *DA*

puncti

puncti ſcilicet *D* à perpendiculari *AB*, vtique eo caſu eſſet inclinanda *DC* quaſi ab angulo quadrati in oppoſitum latus, & problema hoc habetur ex antiquis apud Pappum propoſitione 72 libri 7 collectionum Heraclito adſcriptum; ſi verò manente vt ſupra æqualitate diſtantiarum AB, BC continerent angulum vagum, tunc ex *D* ducenda foret quaſi ab angulo rhombi, & hoc quidem problema Ghetaldus conſtruxerat propoſitione 3 primi libelli de inclinationibus agens, verum quęſito generali generalis opponenda erat doctrina.

ADNOTATIO SECVNDA.

ITaque omni ex parte problema abſolutum, per propria ſui generis, planorum, implicat quidem, induſtria quacumque ab eo amoueri poſſe; diuerſum planè eſt, ſi altera analyſeos methodo, indicent petitiores, aliquatenus ſectionum conicarum concurſu præfiniri alterа mediarum inter extremas; effectio igitur ea, et cuncta quæ aliorum conſtructa habentur molimina in ſuo conſiſtant ordine, nihil geometriæ puriori officit; torqueant ſe ſe vel minimum inhiberi queunt, ne dum naturalis effectionis efficacia eneruari, quin ſuas liberè exerat vires.

ADNOTATIO TERTIA.

IN proximo ſecundo problemate, inter cętera ordinauimus methodo alia interponere, pręfinitam inter

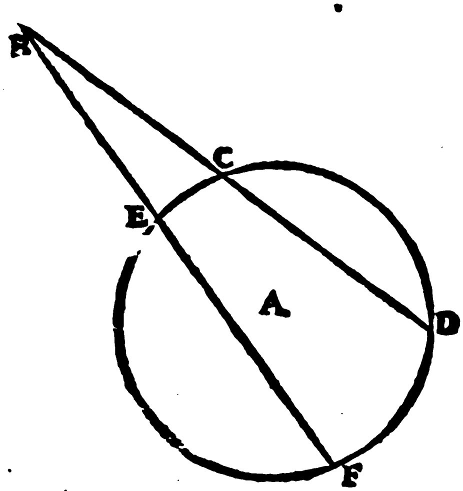
ter

ter inclinatas ad angulum recto minorem, in quo præclarè laboraſſet Vieta, niſi opus inniteretur ſuo prĩcipio, nos verò exhibituri geometricè conſtructionem, ne aliundè inquirenda ſint, quæ huc pertinent, pauca hęc ab eiuſdem authoris ſupplemento deſumpſimus geometrico, lubet hic afferre.

PROPOSITIO TERTIA
EX SVPPLEMENTO.

Si duæ rectæ lineę à puncto extra circulum eductæ ipſum ſecent, pars autem exterior primę ſit proportionalis inter partem exteriorem ſecundę, & partem interiorem eiuſdem, erit quoque pars exterior ſecundę proportionalis inter partẽ exteriorem primæ, & partem interiorem eiuſdem.

SVb A centro deſcriptum circulum eductæ ipsũ ſecent à pũcto eodẽ B duę lineę, vna quidẽ in pũctis *E*, *F*, altera vero in *C*, *D*, vnde partes exteriores ſecantiũ ſint *BC*, *BE*, interiores autem *DC*, FE, ſitq; *BE* inter *BC*, *DC* media proportionalis. Dico et



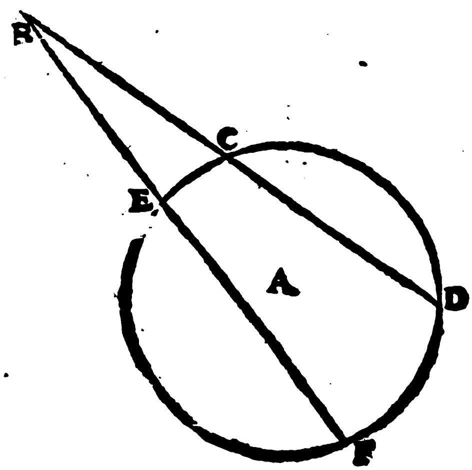
BC mediam fore proportionalem inter *FE*, *BE*, quoniam enim ab eodem puncto extra *B* circulum secant duę *BCD*, *BEF*, Ideo est vt *BE* ad *BC*, ita *BD* ad *BF*, ex hypothesi autem est *CD* ad *BE*, vt *BE* ad *BC*, quare *CD* est ad *BE*, sicut *BD* ad *BF*, & per subductionem est *CD* ad *BE*, vt *BC* ad *EF*, & consequentèr vt *CD* ad *BE*, ita *BE* ad *BC*, itaque *BC* proportionalis est media inter *BE*, & *BF*, quod erat ostendendum.

EIVSDEM AVTHORIS PROPOSITIO QVARTA *SVPPLEMENTI.*

Si duæ rectæ lineæ à puncto extra circulum ductę ipsum secent, quod autem fit sub partibus exterioribus eductarum æquale sit ei, quod fit sub interioribus; exteriores partes permutatim sumptę continuè sunt proportionales inter partes interiores.

SVb A centro circulum descriptum secent duę lineę rectę ab eodem B puncto eductæ, vna quidem in punctis C, D, altera verò in punctis E, F, vndè partes exteriores secantium sint BC, BE; interiores CD, EF, et quod fit sub BC, BE exterioribus, sit ei æquale rectangulo, quod fit sub DC, EF interioribus. Dico inter DC, et FE esse proportionales continue BC, BE, eas assumendo permutatim, vt videlicet partem interiorem primæ secantis sequatur exterior pars secantis secundæ, vel interiorem secundæ pars exterior primæ, nempè esse, vt DC ad BE, ita BE ad BC, & ita BC ad EF quo-

quoniam enim id quod fit ſub *CD*, *EF* æquale eſt ei, quod fit ſub *BC*, BE, Ideò eſt vt CD ad BE, ita *BC* ad EF, & per syneresim, vt CD ad BE, ita BD ad BF; ſed ex ratione cõſtructionis eſt BE ad BC, ſicut BD ad BF, ergo eſt vt CD ad BE, ita BE ad BD, & conſequentur BC ad EF quod erat demonſtrandum.

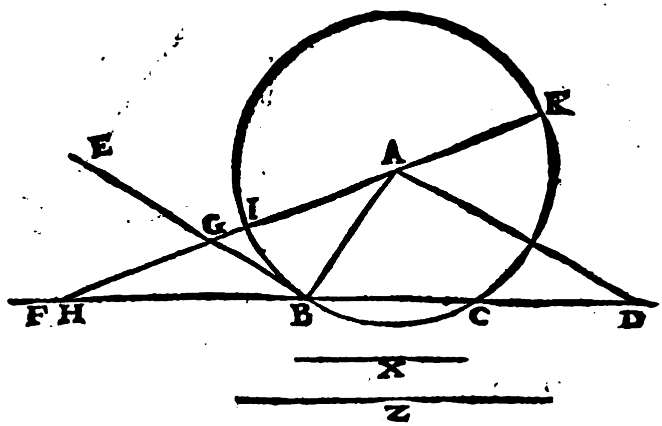


PROPOSITIO QVINTA

EIVSDEM SVPPLEMENTI.

Datis duabus lineis rectis, inuenire inter eaſdem duas proportionales medias continuè

SInt datę Z maior, X minor; centro A, ſpatio autem per ſemiſſem Z circulus ſcribatur, in quo linea aptetur BC æqualis minori X, & protrahatur in D, facta nempè BD dupla ipſius BC: Iungatur DA, cui æquidiſtans fiat ex puncto *B* indefinitè linea *BE*, deindè à puncto *A* inclinetur linea *AH* ea ratione, vt pars eius comprehensa datis *BF*, *BE* æqualis fiat expositę *AB*, quę protracta ex vtraque parte secabitur circulus punctis *I*, K: producatur etiam *DB* indefinitè in *F*, & ab *A* puncto ducatur ad duas *BE*, *BF* recta *KAIGH*, secans ipsas *BE*,*BF* in punctis *G*,*H*, itaut *GH* linea sit æqualis ipsi *AB*, circulum verò in punctis *I*, *K*, quorum proxi-



mius ipsi *H* sit *I*. Dico continuè proportionales esse *IK*, *BH*, *HI*, *BC*. Quoniam enim constructæ sunt parallelæ *DA*,*BG*, ideò est vt *HG* ad *HB*, ita *GA* ad *BD*; est autem *HG* ad *I*K, sicut *BC*, ad *BD*, simplum videlicet ad duplũ, quare est vt *IK* ad *HB*, ita *GA* ad *BC*. Ipsi autem *GA* addatur *GH*, auferatur autẽ *AI*. Quoniam igitur *GH*, *AI*, sunt æquales, erunt quoque *HI*, *GA* ęquales; ergo est vt *I*K ad *HB*, ita *HI* ad *BC*. Ab *H* igitur pũcto extra circulũ sumpto eductę sunt duę rectę ipsum secantes, & quod fit sub exterioribus earundem partibus, videlicet HB, HI

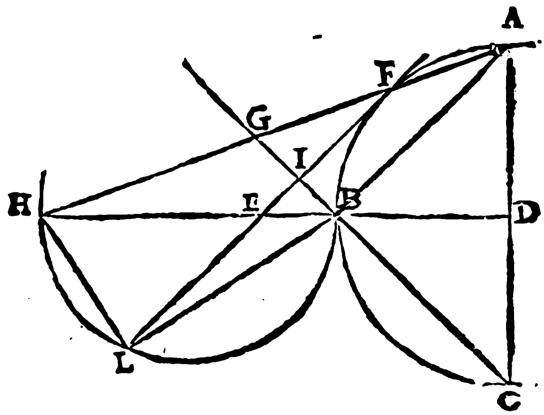
ęquale

ęquale est ei quod fit sub interioribus, videlicet *IK*, *BC*. Quare partes exteriores sunt permutatim sumptę continuè proportionales, nempè *IK*, *BH*, *HI*, *BC*. Datis igitur duabus lineis rectis Z, *X* id est IK, *BC* inuétę sunt medię continuè proportionales *HB*, *HI*, quod erat faciendum.

PROBLEMA SECVNDVM.

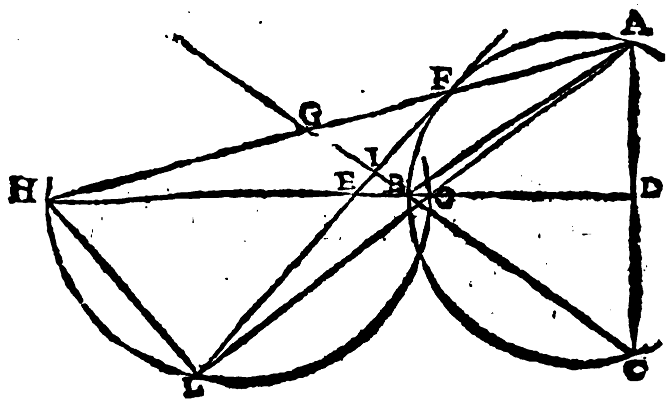
Inter duas lineas ad angulum recto minorem inclinatas pręfinitam ponere, quę ad datum pertineat punctum.

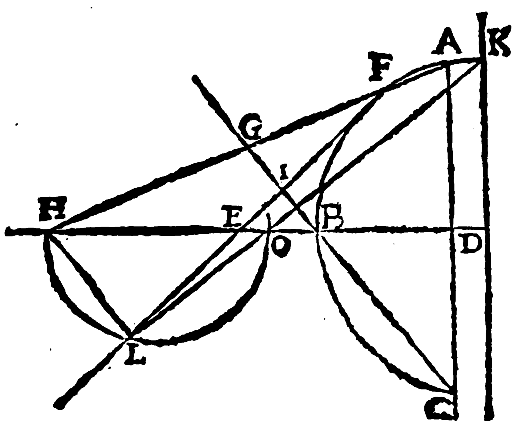
SInt BG, BH rectę ad angulum HBG inclinatę recto minorem, linea pręfinita AB, cui ęqualis inter illas oporteat inserere, vt ad A punctum pertineat datum: producantur BG, BH indefinitè, & super hanc cadat AC perpendicularis, fiet ABC triangulum isoscele, cui circũ eat portio circuli, & in primo casu pro angulo recto erit semicirculus, in secundo eo maior in angulo acuto, & in tertio



pro obtuso minor; quare *B* punctum in medio portionum, & triágula *ABC* isoscelia. Deindè ponatur *DE* ipsi *AB* æqualis, & ex puncto *E* ordinetur tangens *FE*, in qua porrecta ſignetur IL (à puncto videlicet quo ſecatur *GB*) ęqualis *AB*, hucvsque pro omnibus eſt vna conſtructio; porrò in primo caſu iunctæ *BL* ponatur ad rectos angulos *LH*, ſecabitur reliqua *BH* in puncto *H*, ad quod ſi iungatur *AH* eius intercepta *GH* pars dico æqualis fieri ipſi *AB*.

In angulo deindè acuto *ABC*, vt in ſecunda figura agatur *AL*, tunc ſecabitur *HB* in *O*, & ſuper *L* puncto



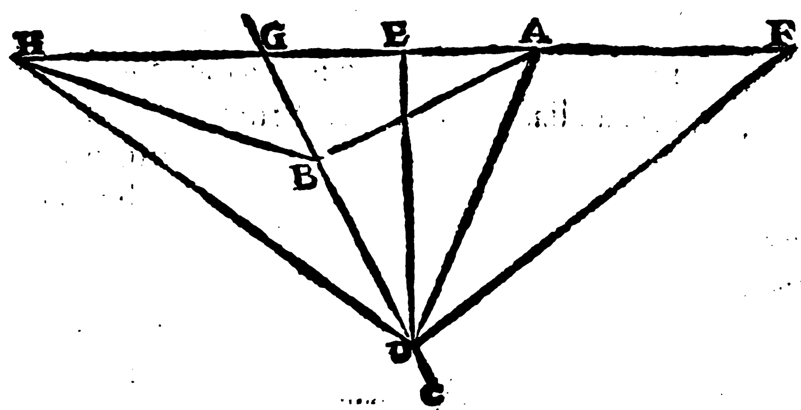


eleuetur perpendicularis *LH* erit idē punctum *H* efficiens quæſitum, vt *GH* pariter æquetur *AB*, ſeu *BC*.

Deniq; in angulo obtuſo in tertia figura, agatur ex K diameter parallela AC

AC, & iungatur kL, secabitur *HB* in *O*, & super *L* puncto erecta *LH*, erit *AH* illa eadem efficiens quesitum, & harum effectionum vna simul erit demonstratio.

Repetatur schema primum cum lineis oportunis, & in *B* puncto quadrantis est *AB* inter *HB*, *GB* interponenda; construatur ad *A* angulus *DAG* æqualis *DGA*, latera in isoscele *DA*, *DG* æqualia euadunt, & si demittatur perpendicularis *DE* diuiditur basis in *E* bifariam, seu si angulus verticis bisecetur *ADG* perpendicularis fiet *DE*, quod ad 26 primi ostendit in commentarijs Clauius, si verò in producta *HA* ponatur *AF* æqualis



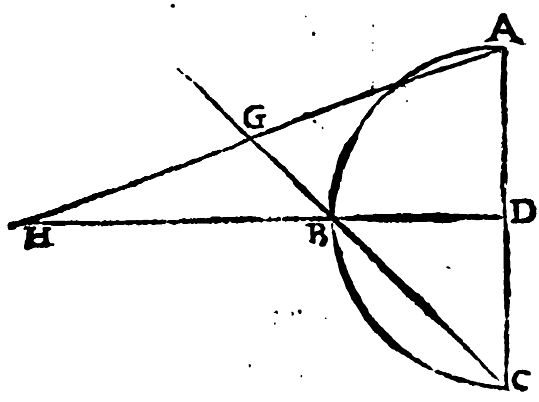
AB, & iungantur ad *D* lineæ *DH*, *DF*, & tota *FH* secetur bifariam, ostendetur esse in *E* puncto; quare in triangulis *DEF*, *DEH* duo latera *DE*, *EF* æqualia euadunt ipsis *DE*, *EH* cum angulo recto ad *H*, à quibus si auferantur æquales anguli *ADE*, *GDE* erunt reliqui

ADF

ADF, *GDH* anguli æquales, sed erant æquales *DAF*, *DGH*, vt potè residui vterque ad duos rectos, sublatis iam æqualibus in Isoscele DAG illis deinceps, ergo æquiangula sunt triangula DAF, DGH, & ex 32 primi anguli DFA, DHG æquales, vndè & DF, DH latera esse paria oportet, sed præter angulos latus vnius trianguli ADF, nempè AD æquatur DG lateri alterius trianguli GDH, quare & similia, & æqualia erunt illa triangula, ideò homologa AF, HG latera erunt æqualia, sed fuerat AF posita ipsi AB æqualis, ergo & GH eidem æquabitur, quod erat imperatum fieri.

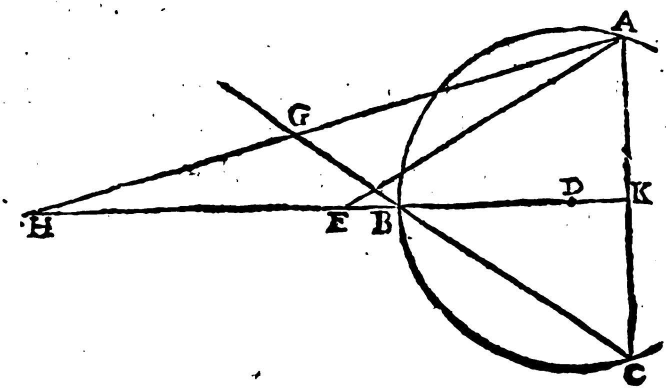
ADNOTATIO.

Neque hic fœcunditas geometriæ cohibetur, quin ad alias extendi queat methodos, in proximo enim schemate vbi angulus ABC esset rectus, si DH fiat æqualis duobus BC, erit ducta AH reliquẽs interceptam *GH* ęqualẽ *BC*.

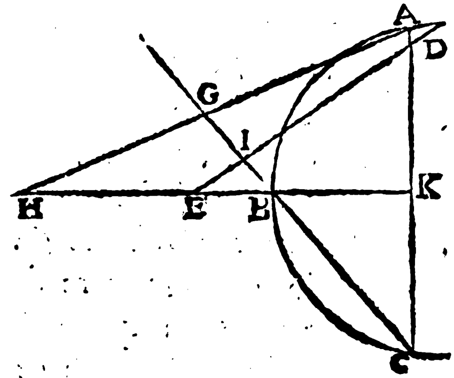


In

In ſecunda verò figura, quò eſſet angulus *ABC* acutus,



poſita K*E* æqualis *BC*, & *EH* ęqualis *AE*, erit vt ſupra *HG*, ęqualis *BC*. Demũ in tertia figura, in qua eſſet *ABC* obtuſus angulus, ponatur K*E* æqualis *BC*, & ducta *DE* ſecabitur *CG* in *I*; ponatur *CI* in *BH*, habebitur iterum *H* efficiens *HG* æqualẽ *BC*, ſeu A*B*, quæ duci non oportuit in triangulis *ABC* æquicruribus, & hæc cadere ſub demonſtratione præmiſſa liquet omnimodè, & ſi aliter ordina-



nari

ri liceret, quod fortasse alibi dicetur, etenim pro secunda hac propositione superaddi non nulla coacti fuimus. Interim quum plusquam bis edocti methodum interponendi præfinitam inter inclinatas, lubeat vnum rectificare ex veteribus opus, & sit pro Conchoide Nicomedis à iunioribus vsurpatum frequentius, vt tandem cum omnium reliquis explodantur si probauerint oportunè sibi facultas prouideri cuncta. Sit itaque.

PROBLEMA TERTIVM.

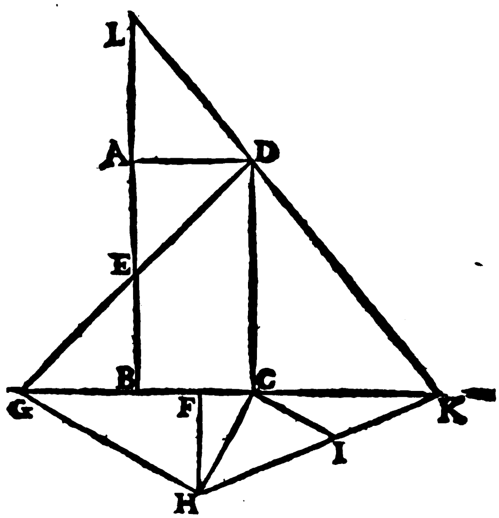
Datis duabus rectis lineis, totidem medias inter eas collocare lineas in analogia continua.

Sint igitur extremę datæ lineę *AB*, *BC* ad inueniendum medias expositæ in analogia continua. Inclinentur ad angulum rectum, & compleatur parallelogrammum *ABCD*, cuius duo latera *AB*, *BC* bisecentur punctis *EF*, & agatur *DE*, quę productę *BC* occurret in *G* puncto, deinde perpendicularis ex *F* excitetur indefinitè, & adplicetur *CH* ęqualis *AE* semissi nimirum *AB*, porrò iungatur *GH*, cui fiat *CI* ęquidistans similiter indefinitè (vsque adhuc antiquorum constructio optime intra fines geometricos se continuerat, at deinceps quum inter inclinatas K*C*, *IC* ad angulum recto minorem ex puncto extra dato *F* nequirenr lineam pręfinitam interponere, & ad opus se se conuerterant alienum) at ex deductis superius iam

con-

conſtat id legitimè poſſe fieri ex Euclidea doctrina, igitur ex altera ex premiſſis methodo à puncto *H* ponatur *I*K ęqualis *AE*, ſiue *HC*. Dico inter *AB*, *BC* extremas inuẽtas eſſe totidem medias in analogia cõtinua, & erunt *C*K maiori proxima, & *LA* reliqua, hiſcè planè reſtitutis ipſo demonſtrationis proceſſu nihil immutabitur, attamen ad rei complementum ſubnectere operæ pręțium erit.

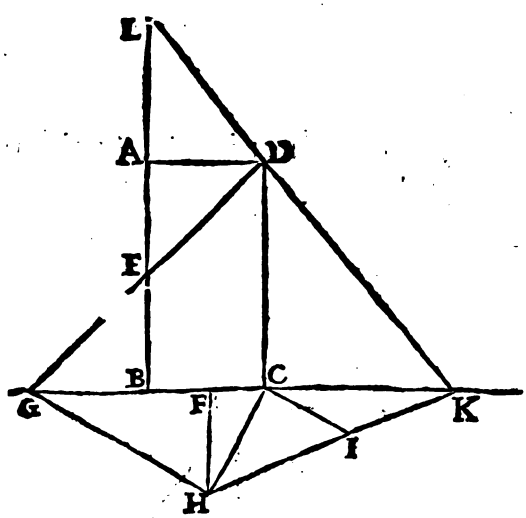
Quoniam *BC* ſecta eſt ęqualiter in *F*, & eidem in directum adiecta eſt *C*K, rectangulum *B*K*C* vna cũ quadrato *FC*, æquale eſt quadrato *FK*, communi ſi apponatur *FH*, erit *B*K*C* rectangulum vna cum duobus quadratis *FC*, *FH*, hoc eſt quadrato vnico *HC*, æquale quadrato *HK*, ſiue duobus quadratis *FH*, *FK*: at quoniam vt



LA ad *AB*, ita eſt *LD* ad *D*K, ſiue *BC* ad *C*k, & eſt *AE* ipſius *AB* ſemiſſis, & *GC* eſt dupla *BC* (etenim ex ſimilitudine triangulorum *DAE*, *GEB*, & laterum *BC*, & *AD*, ſeu *AE*, & *EB* æqualitatem habemus), ergo vt *LA* ad *AE*, ita *GC* ad *C*K, ſed vt *GC*, ad *C*k ita *HI* ad

D Ik, ob

IK, ob æquidiſtantes *GH*, *CI*; ergo componendo erit, ita *LE* ad *AE* vt HK ad *I*K: æqualis autem *AE* ipſi IK poſita fuit, quia æqualis erat *HC*, igitur conſequenter *LE* æqualis fiet *H*K, eorumque quadrata æqualia; ſed quadrato *LE* æquale rectangulum eſt *BLA*, vna cum qnadrato *AE*, & quadrato *Hk* eſt æquale oſtenſum rectangulum *BKC*, vna cũ quadrato *HC*, quod fuerat ęquale quadrato *AE*: igitur duo hæc quadrata *AE*, *HC* æqualia ſublata,



erunt reliqua duo rectangula *BLA*, *BKC* æqualia, & latera eorum proportionalia reciprocè, hoc eſt, ita *BL* ad *BK*, vt *CK* ad L*A*: vt autem *BL* ad *BK*, ita *DC* ad *CK*, & L*A* ad *AD*; ergo vt *DC* ad *CK*, ita CK ad LA, & LA ad AD, ſiue *AB* ad CK, ita CK ad LA, & LA ad AD, ſiue BC. Sunt igitur in analogia continua AB, CK, LA, BC, quod erat oſtendendum.

ADNO-

ADNOTATIO.

EX defectu itaque inuentionis duarum inter extremas totidem mediarũ accuratè, cõquerebatur solertissimus olim Andersonus in Zetetico ad Ghetaldum responso, vt obinuenti potioris inopiam, cogerentur authores ad mechanicum prouocare, idcirco oportunitas hìc sese offert eadem Geometriæ restituendi, vt porrò nulla pro eiusmodi audiatur querela, sic igitur aiebat author.

Illas verò æquationes in quibus magnitudo omninò data æquatur homogeneæ prorsus ignotæ, siue puras, siue adfectas, vt & prius, ita & nunc (nisi concessis quibusdam, quæ Geometria hactenus negauit) ad mechanicem geometriam ἐπιστημονικῶς reducere, ingenue nescire me profiteor, quę autem postulentur, vt in eiusmodi æquationibus quæsitum sciatur, ex analytica hac nostra methodo sic clarum fiet.

Ponatur A cubus æqualis solido facto ex BQ in D. si inter B & D duæ inueniantur proportionales cõtinuè, secunda *B* esse ipsam *A*, de qua quæritur, nemo est, modo hanc artem, vel à limine salutarit, qui nesciat.

Sit autem *A* cubus + *B* in *AQ* = æqualis solido dato, quod si cubus non est, ad eam reuocetur speciem, sitque *D* cubus, statim apparet huius æquationis mechanicem pendere ab hoc problemate.

„ *Ex serie quatuor proportionalium continuè data secun-*
„ *da, & recta æquali differentiæ inter primam minorem,*

 & quar-

„ *& quartam inuenire proportionales.*

Eritque harũ prima ipsa *A* de qua quęritur, *D* secũda illi proxima, & *B* differentia inter primam, et quartã;

At *A* cubus -- *B* in *A* quadratum $\sqsupset$ æquetur *D* cubo, proponatur

„ *Ex serie quatuor continuè proportionalium, data secun-*
„ *da, & differentia inter primam minorem, & quartam,*
„ *inuenire proportionales.*

Eritque *A* prima maior, *B* differentia inter quartam minorem, & primam maiorem, & *D* secunda.

Tertio *B* in *AQ* -- *A* cubo $\sqsupset$ æquetur *D* cubo, proponetur.

„ *Ex serie quatuor conitnuè proportionalium data secunda*
„ *& adgregato primæ, & quartæ inuenire proportionales.*

Eritque harum prima *A* maior, minorue secunda *D*, adgregatum primæ, & quartæ *B*, quæ ipsorum solidorum structuram consideranti clara sunt.

Quarto, *A* cubus ✱ *BQ* in *A*, æquetur *D* cubo. Ex hac æquatione statim quidem offeruntur è quatuor continuè proportionalibus, secunda *D*, tum *B* media proportionalis inter primam, & differentiam primæ, & quartę, siue rectangulum ex prima in differentiam primæ, & quartæ, at ex facto parabolismo, coefficienti dato, nimirum ipsi *B* quadrato reliquis adplicatis solidis, id est si fiat.

Vt *BQ* ad *DQ*, ita *D* ad *C*, erit *C* æqualis ipsi *A*, & præterea altitudini ortæ ex adplicatiane ipsius *A* cubi ad *B* quadratum, si igitur data *C* ita diuidetur, vt cubus vnius segmenti æqualis fiat solido, quod fit sub

altero,

altero, & dato *B* quadrato, erit latus cubi magnitudo quęsita, hoc autem est.

„ *Ex serie quatuor proportionalium data prima, & adgre-*
„ *gato secundæ, & quartæ, inuenire proportionales.*

Eritque harum *B* prima, *C* adgregatum secundę, & quartæ, *A* vero secunda.

Quinto si *A* cubus – *BQ* in *A* $\sqsupset$ ęqualis *D* cubo, & hic offertur secunda data *D*, cum *B* media proportionali inter primam, & differentiam primę, & quartę.

At verò si *D* cubus ipsi *B* quadrato adplicetur; hoc est si fiat, vt *BQ* ad *DQ*, ita *D* ad *C*, & eidem adplicari intelligatur, & *A* cubus, erit *C* ęqualis parabolę ortę ex adplicatione ipsius *A* cubi ad *B* quadratum, minus ipsa *A* longitudine, quare

„ *Ex serie quatuor proportionalium data prima minore, &*
„ *differentia secndæ & quartæ, inuenire proportionales.*

Eritque data B prima minor, C differentia secundæ & quartæ maioris, & A secunda quęsita.

Denique BQ in A, minus A cubo, ęquetur D cubo. hìc etiam statim offeruntur secunda D, tum B media proportionalis inter primam A, & adgregatum primę, & quartę. Adplicetur autem *D* cubus ipsi *B* quadrato, quodque inde oritur sit *C*, & eidem intelligatur adplicari, & *A* cubus, erit altitudo *C* ęqualis ipsi A, minus altitudine, quę oritur si adplicetur, & A cubus eidem *B* quadrato, vnde quęritur,

„ *Ex serie quatuor continnè proportionalium, data prima*
„ *maiore, & differentia inter secundam, & quartam,*
„ *inuenire proportionales.*

Erit-

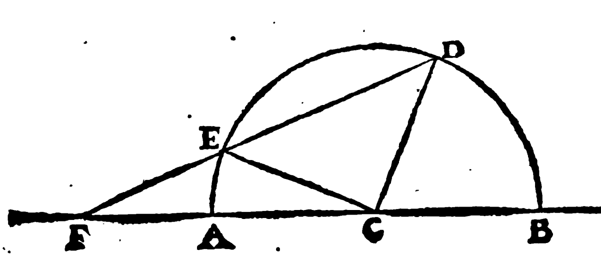
Eritque data B prima maior, C differentia ſecundæ maioris, & quartæ, & A, ſecunda de qua quæritur.

Atq; hactenus peculiaris mihi methodus in ęquationibus cubicis puris, siue vt libet adfectis, in quibus cûm exactio geometrica nondum ſit exhibita, aut inuẽta, quid in veteres illos Platonem, Eratoſtenem, Nicomedẽ, Archimedẽ, Heronem, Pappum, aliosue in similibus ad hoc negociũ ἐπιχειρήματος imitari interim liceat?

Hactenus Anderſonus, cuius propositę effectiones ex ipſo Geometrię penu erutę, modo liberum vnicuique fiet ex ſupra inductis reſtituere, & quidem vt fuerat ex ſelectis, qui & Vietèam hauſere doctrinam, ſcitè admodum enunciauit tunc temporis, ad eadem exhibendum, inuentam minimè fuiſſe exactionem, non idcircò quod inpoſterum exhiberi non potuerit, vt audacter plane nimis ſcripſerant alij.

L E M M A.

QVia ad triſectionem anguli properamus, insiſtẽtes interim in repurganda forma ad ipſo Vieta aſſumpta locus poſtulat vt reportetur 9 ipsius ſupplementi propositio, quæ sic ſe habet. Si à dato inperipheria puncto



puncto agatur linea occurrens diametro eductę tali ratione, vt intercepta conuexo peripherię, & porrecta diametri, ęquetur semediametro circuli, tunc angulus in centro, siuè opposita peripheria secabitur trifariam. Sit in semicirculo punctum D datum, à quo acta DF occurrat diametro eductę inpuncto F, adeo vt FE ęqualis sit sdmidiametro AC, tunc BD arcus fiet triplus oppositi arcus AE, siuè angulus in centro BCD triplus fiet anguli ACE, & hoc ex vi Isoscelium DCE. ECF ęqualium laterum manifeste constat, & vt demonstratio legitima est, ita constructio defectum ostẽdit, & quidem non facultati, sed cultoribus referendum, & nos inferius ostensuri ex principijs ipsius Geometrię integram constructionẽ, hinc habeatur vbi trisectus fuerit angulus adplicatam lineam EF ęqualem fieri semidiametro, & è contra, si adplicata ęquetur semidiametro, angulus incentro trisecari &c.

PROBLEMA QVARTVM.

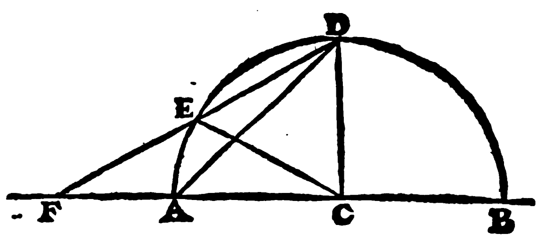
Data circuli peripheria, & in ea puncto, dataque linea præfinita, illam inter conuexum, & eductam cordam inclinare, vt ad punctum pertineat datum.

PLura quippè complectitur problema, quám effectione vna per frui queat, de semicirculo etenim, & alijs supra, et infra eo portionibus oportet intelligi, et pro qualitate lineę quæ pręstet, cedat, siue adęquet semidiametro, vel semicordæ, pariter adhuc pro

situ

ſitu puncti in ipſa peripheria dati, quare per diuerſa erit abſoluendum problema.

Sit primum data peripheria ſemiciculus ADB, pũctum verò in vertice quadrantis D, & linea pręfinita æqualis ſemidiametro; Demittatur DC, quæ in hoc caſu in centro erit, & normalis ſuper diametrum, iunctaque AD, hæc ſumatur vt media in ſerie trium proportionalium, quarum differentia extremarum ſit ſemidiameter AC, & reperiantur extremę, quarum maior ex D puncto ponatur in occursum eductę diametri, & ſit DF, quę peripheriam ſecabit in E puncto. Dico eius intercepta



pars FE æqualis fieri ſemidiametro AC. Quoniam igitur in triãgulo AFD ambligonio, latus maius DF poteſt quadrata AF, AD, & inſuper quod fit ſub FA in AC bis, ſiue vnico quod continetur rectangulo ſub FA in AB: at idem quadratum DF reſoluitur etiam in duo rectangula DFE, EDF, Ideo harum partium facta comparatione erunt ADQ ✠ FAB ✠ FAQ ęqualia EDF, DFE: at rectangulum FAB vna cum quadrato AF, æquale eſt AFB. rectangulo, id eſt æquale facto ſub EF-D, nam ex puncto F extra ductæ ſunt in circulo duæ F-D, & FB, igitur ſublata, quæ ęqualia ſunt euidenter, relinquetur DAQ ęquale EDF rectangulo, & ſi ad analogiam

logiam reuocetur ęqualitas, tres erunt proportionales *FD*, *DA*, *DE*, & harum differentia extremarum fiet *EF*, at in earumdem constructione assumpta fuerat *AC* pro differentia extremarum, quare ęquales esse *AC*, & *EF* fit euidens, & pertinet ad punctum *D* datum, quare factum erit quod oportuit.

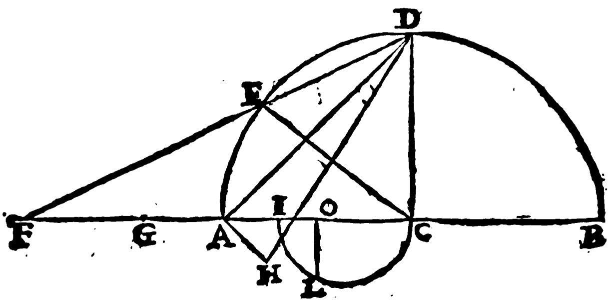
ADNOTATIO PRIMA.

Lemma suppositum ex datis media, & extremarũ differentia ad exhibendum extremas in serie triũ proportionalium, quod á diuersis habetur, & admodum facilè sit, supersedemus repetere hìc, cęterum methodo eadem vsuri in alijs casibus, scilicet in portionibus supra, vel infra semicirculum, nihilominus pro semi circulo constructio singularis & expeditissima adest, scilicet si á puncto verticis *D* adplicetur diameter in occursum eductę, quę intercipietur erit semidiametro ęqualis, hoc est diameter secabitur à peripheria circuli bifariam, quoniam *DF* potest quatuor semidiametri quadrata *AC* seù *CD*, & hoc sublato, reliqua *FC* tria poterit eiusdem quadrata, at *FCQ*, ęquale est rectangulo *AFB*, vna cum quadrato *AC*, & subducto, poterit *AFB* rectangulum, eiusdem *AC* quadrata duo, hoc est rectangulum *EFD* duo poterit quadrata eiusdem *AC*, cum ęquetur *AFB*. Ideò secabitur in *E* bifariam, maximum enim spatium, quod à partibus sectę fit, est ex puncto semissium, quare constat propositum.

E ADNO-

ADNOTATIO SECVNDA.

CVm autem adplicanda inter conuexum, et eductam diametrum diuerſa à ſemidiametro fuerit, tūc pro opportunitate lineę datę emendanda erit media, vt cum differentia extremarum, (quę ſēper erit linea data) habeantur extremę: ponatur primum quod data ſit ſemidiametro maior, et ſit ipſa CG, iuncta AD, eidem inſiſtat ad angulos rectos HA, quę media ſit inter ſemiſſem ſemidiametri, et differentiam ſemiſſium datę CG, et ſemidiametri ſemiſſis, ſitque LO ęqualis AH, nempè quę media eſt inter CO ſemiſſem ſemidiametri, et huius differentiā á ſemiſſe datę *CI*, ſcilicet *OI*; ſi deinde iungatur *DH*, hęc temperata media erit, vt cum differentia extremarum *CG*, ipsę inueniantur extremę, quarum maior inclinata ex *D* ſecabitur á peripheria in *E* puncto, vt *EF* poſtea ęquetur *CG* datę, nam quadratum medię in ſerie trium proportionalium excedit quadratum minoris in eo rectangulo, quod fit à minore in differentiam extremarum, et quod illud quadratum poteſt, cum quadrato differentię extremarum,



rum,

rum, eiusue latus medium sit inter maiorem & extremarum differentiam scilicet, *DHQ* excedit *DEQ* in eo quod potest rectāgulum *FED* sub differentia extremarum, & minorem, illudque adpositum quadrato *FE* differentiæ extremarum, est rectangulum *DFE*, & sunt iterum trium proportionalium *FD*, *FE* extremæ, quarum media sit quod illud *DFE* potest rectangulum, quod est relictum è quadrato maioris *DF*; si auferatur rectangulum sub eadem maiore *FD*, & minore, *DE*, idest quadrato mediæ assumptæ *DH*, & differentia *CG* in constructione assumpta sit eadem cum *FE* vt constat

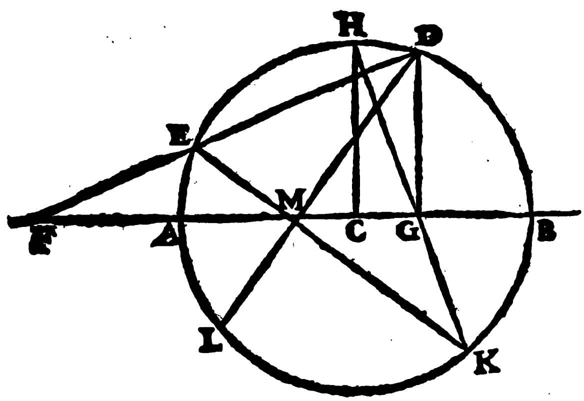
Si verò adplicanda *FE* detur, hoc est *CG* minor ipsa semidiametro, tunc quadratum eo modo inuentũ, vt *AH*, quod possit spatium sub semisse datæ, & semidiametri differentia, in semissem semidiametri, auferendum erit è quadrato *AD*; vt quę reliquum poterit statuatur media inter extremas inueniendas, quarum est differentia linea data; nequè pro hoc casu schema nouum opus est adducere, cum ex eodem facilè concipi possit, & maior linearum trium proportionalium ex *D* adplicata in diametrum educta, relinquet *EF* semidiametro minorem, & factum erit quod imperatum fuit,

Notandum hic tandem sola ea, quæ fuerit semidiametro æquali trisecari arcum, vel angulum: at in ampliorem geometriæ extensionem ad alios transferimus casus.

PROBLEMA QVINTVM.

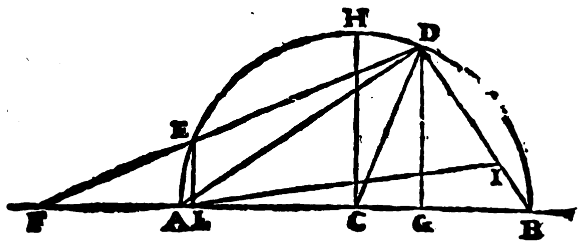
Dato semicirculo, & puncto in eius peripheria vltra verticem, lineaque semidiametro æquali, illam inter conuexum, & eductam diametrum ponere, vt ad datum pertineat punctum.

SIT circulus, & in eius peripheria punctum datum *D* vltra verticem quadrantis *H*, à quo sit inclinanda linea, adeò vt cōclusa eius pars inter conuexū peripheriæ, & diametrum eductā, æqualis sit semidiametro expositi circuli. Demittantur in diametrum *AB* normales



HC, DG, deindè secetur bifariam AG in M, per quod punctum agatur DML, & ex H per G alia HGK, & per idem punctum K aptetur in circulo KE sumpta æqualis DL, seù ex L, distantia verò semidiametri signetur punctum E, vtroque etenim modo haberi licebit. Dico illud E efficere quæsitum, scilicet ducta DEF, eius conclusa EF portio inter peripheriæ conuexum, &

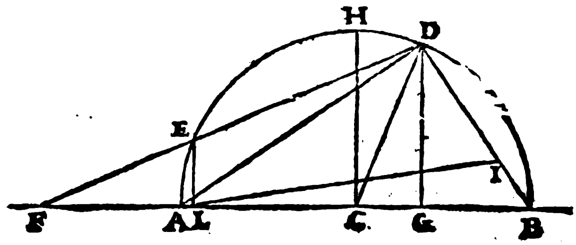
um, & eductam diametrum æqualis fieri ipsi semidiametro, quod vt sine confusione linearum ostendi queat, in circulo altero prorsus æquali eadem signentur puncta D,H,E, lineaque DF, & perpendiculares HG, DG, iungantur postea AD. & DB; et super BD ponatur *AI* ea lege, vt DI sit potens FA in GC bis, supponimus ex opere iam AF terminari ipso F puncto, deinceps verò AI assumatur, vt media in serie trium proportionalium, & cum extremarum differentia, nẽpe ipsa semidiametro AC inueniantur extremæ, quæ quidem in progressu ostendemus coæquari ipsis DF, DE, vt methodo vtẽtes resolutiua. In ãblĩgonio triangulo ADF, latus DE maius potest duo FA, AD quadrata, plus eo quod bis fit rectangulo sub FAG, & idem DF quadratum resoluitur in duo rectangula EFD, EDF, & connexa CD quadratum similiter AD ęquatur duobus AC, CD quadratis, plus eo quod sub ACG bis comprehenditur rectangulo, quare æqualitas consistet inter



EFD) & *FAQ + FAG 2*
+ EDF) *+ ACQ + ACG 2*
+ DCQ

Sed

Sed quadratum *FA*, plus rectangulo *FA* in *AB*, æquale est rectangulo *AFB*, seu *EFD*. Itaque si à rectãgulo *FA* in *AG* 2 auferatur *FAB*, reliquum erit, quod fit sub *FA* in *CG* 2, cui si accedat, factum sub *CA* in *CG* 2, efficietur *FC* in *CG* 2, Ideò auferendo æqualia æqualibus, & reliqua collecta, ęqualitas iterum consistet inter



EDF, & *ACQ* ✠ *CDQ* ✠ *FC* in *CG* 2.

At *ADQ* æquale est quadratis duobus *AC*; & *DC*, plus eo quod fit sub *AC* in *CG* 2: ergo *EDF* spatium rectangulum excedit *ADQ* in eo, quod fit sub *FA* in *CG* 2, & est *EDF* æquale *AIQ*, cuius latus *AI* in constructione trium proportionalium, vt media assumpta fuerat, & pro differentia extremarum, *AC* semidiameter, quæ ęqualis fit *EF*, cum eædem *DF*, *AI*, *FE* redeant in analogia, quare constat propositum.

ADNOTATIO PRIMA.

Assumpsimus in constructione *FA* terminatam, vtpotè habetur per adplicatam duplicem in circulo K*E*, aut *LE*; & si libeat dissimulare, illud tamen alia via assequetur, & ipsam *FA* limitatam haberemus,

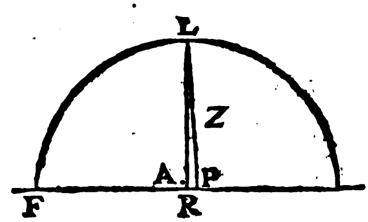
nam

nam si à quadrato AI, siue á spatio FDE auferetur quadrati AD spatium, relictum prorsus euaderet, quod sub AF in CG bis continetur, quod quidem duplæ CG adplicatum, oriunda latitudo esset FA.

At ex analogismo Algebristarum idem eruetur, si enim demittatur EL perpendicularis super diametrũ, & á quadrato AC auferri intelligatur cordę EA quadratum, spatium relictum æquale esset FAQ ✱ FAL 2, dicatur hoc aggregatum Z planum, & quod sub AL 2, quod notum est, sit B, & quæsita FA dicatur A, ęquatio igitur ad analysim stabit AQ † B in A = Z plano, quare ex analytico documento sic explicabitur

$$LV(BQ\,\tfrac{1}{4} ✱ Z\ pl.) - B\,\tfrac{1}{2} = A$$

Nec ratiocinatio speciosa à communi Algebristarum operatione distat, eiusue demonstratio sic se habet. Sit igitur AP æqualis B, scilicet ĩ proximo adhibito epilogismo, idest duplæ AL, & diuisa AP bifariam in R, erit AR æqualis semissi B, siue in superiori figura AL, erigatur PL perpendicularis, & æqualis Z (seu in figura secunda problematis DI quadrato) illud verò authores dicunt homogeneum comparationis, & iuncta RL fiat semidiameter, & semicirculus scribatur FL) erit æqualis FR, ex ipsa autem detracta AR cognita, habetur FA nota & quæsita

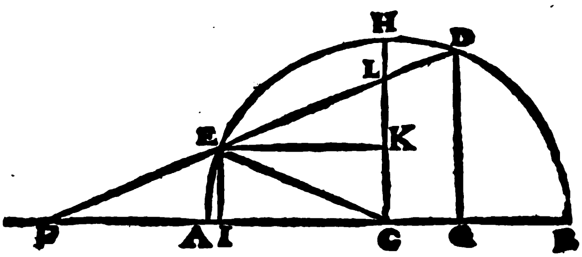


sita æqualis ipsi A ignotę, quod erat intentum.

Atque hic ex data media Z, & differentia extremarum AP, assequuntur extremę, quarum maior fit FP, & minor reliqua è diametro, quod incidenter sub nectere libuit.

ADNOTATIO SECVNDA.

PRæmissi problematis licebit, & ab effectu veritas confirmari, nempè in semicirculo ADB posita DF maior proportionalium trium inuenta vt supra, in qua fiat EL ęqualis FE, & demissis perpendicularibus HC, DG,

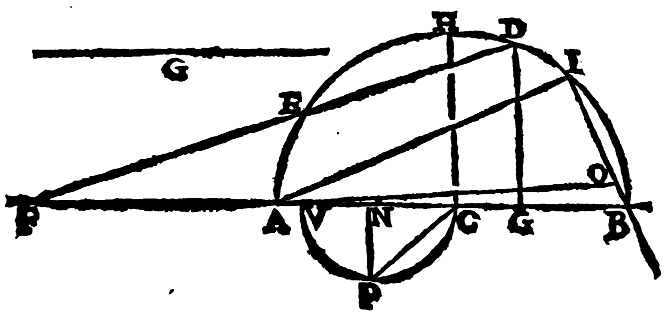


etiam EK, EI perpendiculares fiant super HC, & AC, iungaturque CE, & in hoc symptomate vbi de semicirculo agitur sēper ęqualis erit AC, quod in alijs portionibus, vt infra non continget, erunt in triangulo CFL latera duo LF, LC analogicè secta per æquidistantem EK ipsi AB, quare æquales euadunt LK, CK: immò & duo triangula EKL, EKC ęqualia, vt facile posset concludi, vndè bases EL, EC æquales, sed erat EL æqualis EF, & EC semidiametro AC. Ergo constat propositum.

ADNO-

ADNOTATIO TERTIA.

QVum autem contigerit præfinitam inſerendam lineam dari diuerſam ab ipſa ſemidiametro, vti factum eſt ſupra in cõſimili caſu, neceſſe erit media attemperari pro qualitate datæ, vt ſi maior detur ſemidiametro, ſumenda venit linea, quæ poſſit rectan-

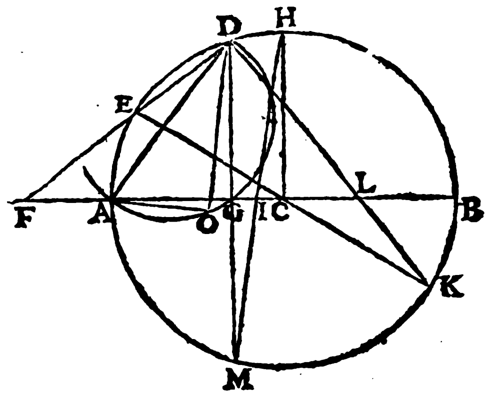


gulum ſub ſemiſſe datæ in ſemiſſem ſemicordę, vt in ſchemate ſemiſſis G ſit CV, ſemicordæ ſemiſſis CN, & ducto circello CPV, iunctaque CP, vt media inter CV, & CN, illa apponenda erit ad angulos rectos ſuper AI iam ſupra inuentam vt media, tunc cum adplicanda erit æqualis ſemicordæ, ſit illa IO, & ducta AO media emendata erit inter extremas reperiendas, quarum differentia ſit ipſa G data, & inuentis extremis, maior illarum DF aptata ex D puncto in occurſum ſemicordę, exiet intercepta EF æqualis G, quod vt ſupra oſtendendum fuerit, & ſi quidem G data ſemidiametro cedat, facta eadem conſtructione linea CP erit iuxta ſuam potentiam minuenda à quadrato AI. Ita latus reliqui emendata habebitur media ad pręstandum quęsitum.

PROBLEMA SEXTVM.

Datis iisdem ut supra, punctum verò tantum consistat citra verticem quadrantis, illud idem præstare.

Sit semicirculus, in peripheria punctum D, linea verò semidiametro æqualis AC, secetur in H circulus, & descendant ad normã HC, DG, hæc producta ĩ M, iungatur HM, secta erit diameter in I: deindè portio BI secetur bifariam in L, & iuncta DLK, acquiritur punctũ K, ex quo



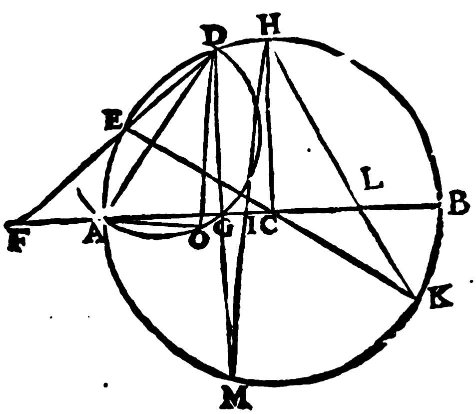
in circulo KE æqualis HM, habebitur E punctum in peripheria, per quod si agatur ex D linea DF. Dico huius partem interceptam EF ab educta diametro, ac conuexo peripheriæ, ęqualem esse ipsi AC. Nam iuncta DA, eius quadratum superabit spatium quod fit sub FDE, per rectangulum sub FA in CG bis: resoluitur enim

enim per primam, ac 12 secundi in vtrumque, ſcilicet

$$\left.\begin{array}{l} EFD \\ \maltese\, EDF \end{array}\right) \;\&\text{ in }\; \begin{array}{l} FAQ \\ \maltese\, FA \text{ in } AG2 \\ + ADQ \end{array}$$

At rectangulo *EFB* æquatur factum ſub *AFB*,
blata è quadrato *DF* plus
1 in *CG* 2, ergo per anti-
quabitur *ADQ*, ſiue *EDF*
oc ſpatium ſi ad formam
FA in *CG* 2, ſublatum ex
rati latus, nempè *DO* me-
edum extremas *DF*, *FE*,
t *FE*, & equalis *AC*, ſum-
one, ex æqualitate earun-
propoſitum, vt inculca-

Ad 6. Probl. fol. 42.



PRIMA.

in ſuperiore alio caſu li-
uidatur *BG* biſariam in
HLK, porrò agatur alia
am *M*, & aptanda erit
ex *K* puncto, vt habea-
m *E*.
ortio determinata, &
n eſt ſupra determinari,

... puncti, & ex data linea fieret, vt adpli-

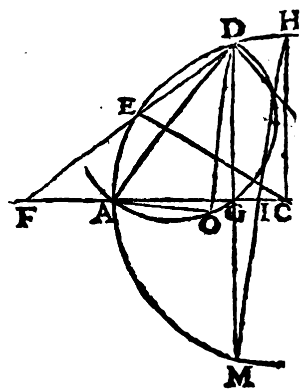
F 2 cata

tentiam minuenda à quadrato *AI*. Ita latus reliqui emendata habebitur media ad pręſtandum quęſitum.

PROBLEMA SEXTVM.

Datis iiſdem vt ſupra, pun ... *conſiſtat citra verticem quadrantis, illud*

SIt ſemicirculus, in pe
rò ſemidiametro æ



in circulo *KE* æqualis
peripheria, per quod
huius partem intercep
conuexo peripheriæ,
ſta *DA*, eius quadra
FDE, per rectan

enim

enim per primam, ac 12 secundi in vtrumque, scilicet

$$\left.\begin{matrix} EFD \\ + EDF \end{matrix}\right) \text{ \& in } \begin{matrix} FAQ \\ + FA \text{ in } AG2 \\ + ADQ \end{matrix}$$

At rectangulo *EFD* æquatur factum sub *AFB*, id est *FAQ* + *FA* in *AB*, at sublata è quadrato *DF* plus æquo auferretur quam sit *FA* in *CG2*, ergo per antithesim *EDF* + *FA* in *CG2* æquabitur *ADQ*, siue *EDF* = *ADQ* — *FA* in *CG2*, & hoc spatium si ad formam quadrati transeat, fiet *AOQ* = *FA* in *CG2*, sublatum ex quadrato *AD*, & reliqui quadrati latus, nempè *DO* media emendata erit ad inquirendum extremas *DF*, *FE*, vt earum differentia rursus fiat *FE*, & ęqualis *AC*, sumpta enim fuerat in constructione, ex æqualitate earundem extremarum, & constat propositum, vt inculcari magis non sit necesse.

ADNOTATIO PRIMA.

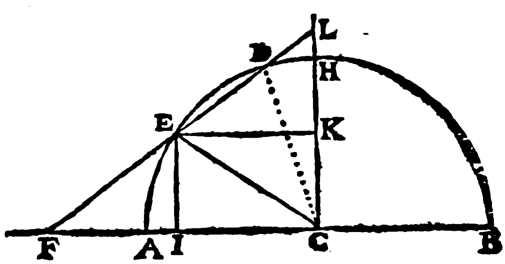
Illud idem punctum *E*, vt in superiore alio casu licebit assequi, vtpotè si diuidatur *BG* bifariam in puncto, & per idem ex *H* linea *HLK*, porrò agatur alia ex *D* in *C*, ibidem erit punctum *M*, & aptanda erit in circulo linea ęqualis *DCM* ex *K* puncto, vt habeatur rursus in peripheria punctum *E*.

Cæterum habebitur *FA* portio determinata, & posset adhuc vlterius, vt factum est supra determinari, quod indicasse sufficiat.

At si ex situ puncti, & ex data linea fieret, vt adplicata excurreret tota extra peripheriam, hoc est tantum contingeret in *D*, tunc illa esset omnium quę dari possent minima ad efficiendum problema idoneæ, & si daretur alia possibilis diuersa à semidiametro, tunc limitanda foret media *DO* inuenta, iuxta adnotata in cęteris præceptionibus, vt non oporteat idem opus repetere.

ADNOTATIO SECVNDA.

IDem ostendere licebit in alia forma quasi ab effectu, positò namque semicirculo *AHB*, & puncto in peripheria D, in eoque ap tata linea DE F, quæ porrecta occurrat eductę CH in L, & demissis EK, & EI per pēdicularibus super oppositas, erunt CKE, LKE vt prius triangula similia, & æqualia, & ideò LE, siuè FE æqualis AC, pertinetque ad punctum D; quare factum quod oportuit. Igitur constat quocumque casu contingat dari punctum in peripheria, per methodum geometricam applicari semidiametro ęqualem lineam inter conuexum, & eductam diametrum, hoc est siue arcus, siue angulus congruus



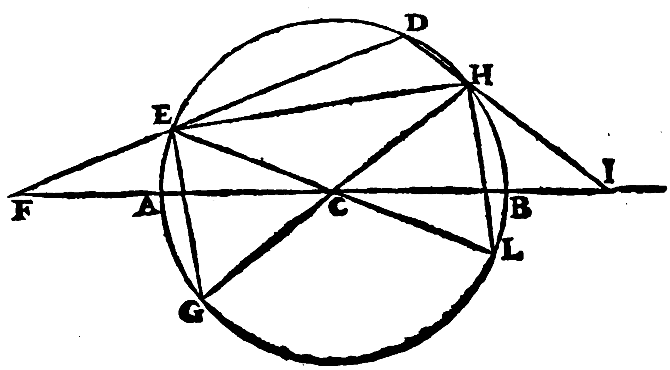
gruus

gruus in centro legitimè triſecari, vt arcus AE fiat triens arcus DB, ſiue ACE triens anguli BCD, vt incompetens, & abſurdum fiat prouocare ad poſtulatum ipſa Geometria expulſum.

PROBLEMA SEPTIMVM.

Dato in peripheria ſemicirculi puncto extra verticem quadrantis, oporteat duas inclinare ad diuerſa, diametro occurrentes eductæ, vt interceptæ ambo, abs conuexo æquentur diametro,

COmpleatur circulus in quo ſit poſitione punctum D, & acta, per aliquod præmiſſorum problema,



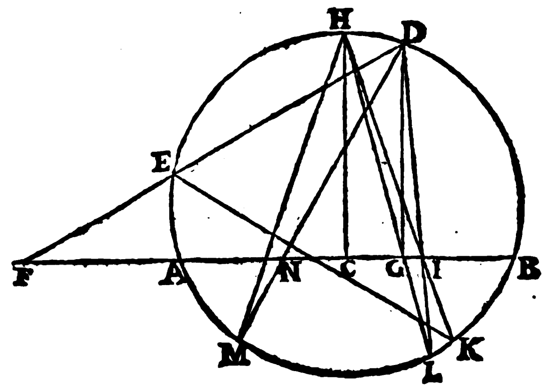
DEF, ex vna partium quod reliquum eſt per facilis quidem eſt, nam poſita *EG*, ſeu *HL* ſemidiametro ęquali, & per centrum conductæ *GCH* ſeù *LCE* punctum reliquum

quum reperitur coalternum, Immo ex altero inuento per solam adplicationem lateris Isopleuris trianguli, vt ex *E* in *H* punctum erit quod queritur, nam quadratum *GH*, seù *LE* potest, & *GE* semidiametri, & Isopleuri lateris quadrata, vnde sequitur tàm *AE* trientem esse arcus *DB*, quam *BH* arcus *AD*, quod etiam de angulis in centro oppositis ratio est eadem, quare consensus animaduerti licet totius operis, pro diuersitate puncti semper *LE*, *HG* secari bifariam in centro, non autem in alijs portionibus, vt infra.

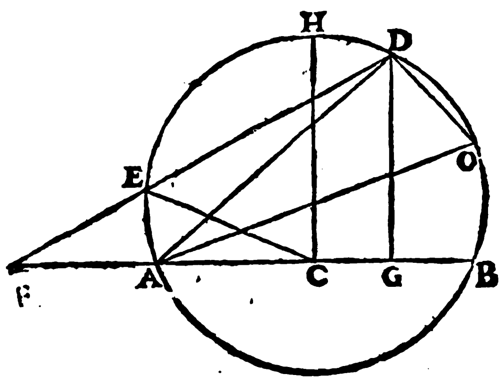
PROBLEMA OCTAVVM.

Data portione maiore semicirculo, & puncto in peripheria dato vltra quadrantis verticem, linea verò semicordæ æquali, vt inter conuexum, & eductam cordam ponatur, & pertineat ad punctum datum.

SIt *ADB* portio maior semicirculo, punctum *D*, secetur in *H* bifariam peripheria, & perpendiculares in diametrum sint *HC*, *DG*, & portio diametri *AG* secetur bifariam in *N*, & duæ deducantur lineæ *DNM*, *HGL* secantes peripheriam in punctis *M*, L, deindè iungantur *HM*, *DL*, & hæc iterum secabit diametrum in *I*, per quod, acta *HIK*, habebitur aliud punctũ in peripheria nempè *K*, ex quo ad partes *A* aptetur in circulo K*E* æqualis assumpta ipsi *HM*. Dico quod puncto *E* absoluetur problema, vtpotè ducta *DE* in occursum sũ cordæ protractæ *BA*, intercepta pars FE æquari semicordæ AC, quod vt absq; confusione linearũ ostendi queat, sit replicata portio ADB, in qua



ex inclinata DEF, habetur limitata FA portio eductæ cordę, & cum CG bis spatium, quo FDE rectangulum superat quadratum AD, cui si addatur illud potens, vt DO posita ad rectum angulum, & connexa AO, emendata fiet media proportionalis ad extremas inueniẽdum in serie trium, & differentia extremarũ sit semicorda, quibus inuẽtis, DF maior fiet, minor verò DE, vt per repetitionẽ earum resolutionum,



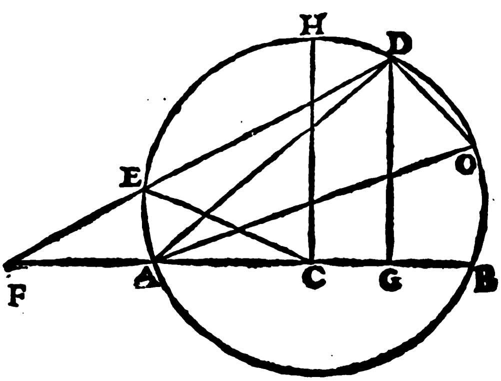
vt in consimili ostendetur, quoniam in ambligonio ADF triangulo, latus maius DF potest duo quadrata

AF,

AF, AD, plus eo quod fit ſub FA in AG bis; & pariter reſoluitur idem in duo rectangula EDF, EFD, quæ comparata, vt factum eſt ſupra, erunt

EDF)	æqualia	*FAQ*
✠*EFD*)		✠*FAG2*
		✠*ADQ*

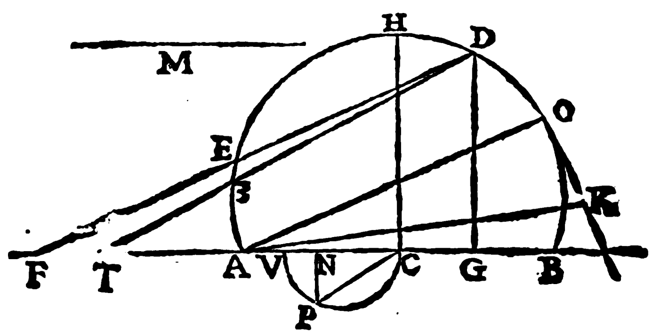
Verum duo FAG rectangula, vna cum qnadrato FA excedunt AFB rectangulum in eo, quod AG bis ſuperat cordã A*B*, hoc eſt per CG bis, ablatis ergo ęqualibus, ac reliquis collectis, fiet *EDF* rectangulum æquale ⊐*ADQ*† *FA* in *CG* 2, quare ad extremas inquirendum in ſerie trium proportionalium media fiet, quæ poſſit *FD* in *DE*, ſic differentia earundem erit *FE*, at eaſdemmet extremas acquiſimus ex media *AO* potens, nempè idem *FDE* rectangulum, & differentia *AC*; quare conſequitur neceſſario fieri æquales *AC*, & *FE*, & pertinet ad punctum *D*. Ideo factum quod oportuit.



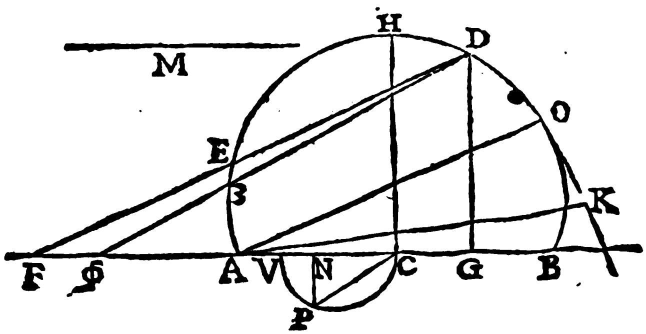
ADNO-

ADNOTATIO.

CVm in vertice portionis dabitur punctum H, media perpetuò erit ducta AH, & extremarum differentia ſemicorda AC, vt in ſemicirculo eſt demonſtratum, ita adplicata inter conuexum & eductam cordam æqualis ſemicordæ euadet, quod ex ſupra deductis facilè poſſet confirmari; cum verò aliundè à vertice D punctum datur, tunc limitari oportet media pro qualibet datæ lineæ magnitudine ſingulatim. Sit portio ſemicirculo maior ADB, punctum D vltra verticem, longitudo lineæ M, & ſit iam ducta DT,



quæ det T3 adplicatam æqualem ſemicordę, & potens TD3 ſit AO, accipiatur ſemiſſis M in CV, ſemiſſis ſemicordę in CN, & quod rectangulum poſſit ſub VC in CN ſit CP, addatur ad AO in angulo recto, & ſit OK ęqualis PC, duoque quadrata AO, & OK linea ſit poteſt AK, quę erit emendata media, vt inueniantur extremę ex datis ſcilicet AK media, & differentia extremarum ipſa M, quę de more ſi reperiantur, & maior earundem DF ex puncto D ponatur inclinata ad occurſum eductę cordę relinquetur intercepta eius pars *FE* á conuexo, quæ ipſi *M* præfinitę erit æqualis, quod quidem per eadem tranſeundo veſtigia, poſſet ordinari demonſtratio, cumque abundè ſuperius repetitum ſit in hiſce vlterius immorari, cenſemus forè inopportunum, &



ſi quidem ſemicorda *AC* maior eſſet ipſa data, quadratum OK eadem via obtentũ ſubducendum foret è quadrato *AO*, & quod reſiduum poſſet, linea ſcilicet lateris eſſet ponenda media, ſed cum data pro differentia extremarum inuenientur extremę, & illarum maior, à puncto *D* inclinata caderet inter *A3*, quod etiam pro ijs, quæ ſequentur adnotatum eſſe volumus, abſque eo quod iterentur.

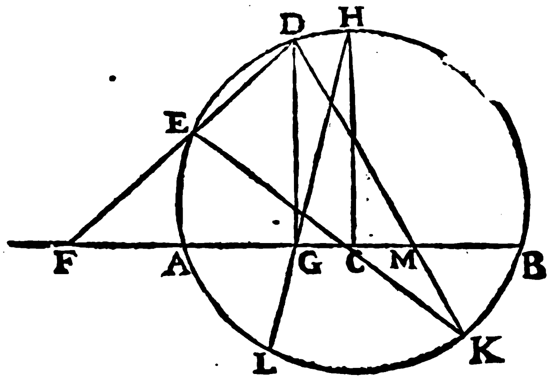
PROBLEMA NONVM.

Iiſdem quæ ſupra datis, ſitus attamen dati puncti citra conſiſtat verticem, illud idem efficere.

SIt portio *HDB* ſecta bifariam in *H*, & punctum *D* datum citra verticem portionis conſiſtat; linea

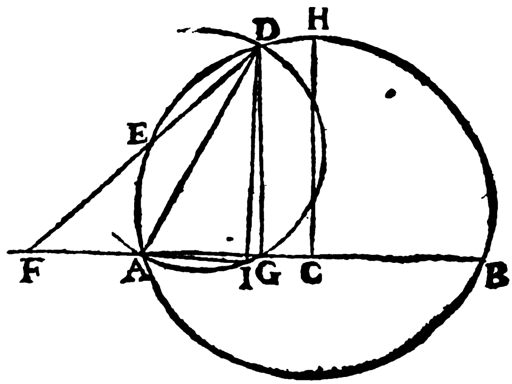
verò

verò aptanda æqualis ſemicordę, demittantur normaliter *DG*, *HC* ſuper cordam, & pars comprehenſa *BG* diuidatur bifariam in *M*, & duę agantur lineæ *DMK*, *HGL*, deindè à puncto inuento K, ponatur in circulo K*E* æqualis ipſi *HL*. Dico quod puncto *E* efficietur problema, nēpè productis *DE*, *BA* committētes ſe in F puncto, fieri adplicata *EF* æqualis ſemicordę *AC*, ponatur eadem portio in coæquali, vt in ſchemate ſecundo, & ducta *AD*, ab eius quadrato erit ſub trahendum quadratum ęquale ei rectangulo, quod fiet ſub *FA* in *GC* bis, & ſit *AI*, reliqua iuncta *DI* erit, quę ſumenda, vt media in ſerie trium proportionalium ad extremas inueniendas, cum illarum differentia *AC* ſemicordę, & erit maior illarum *DF*, de more ponenda ex *D* in occurſum eductæ cordæ, & harum demonſtratio ferè per repetitionem conſimilium oſtendi poſſet, quod non eſſe opus, ex dictis patet.



ADNOTATIO.

ET in hoc casu ex situ puncti D dati contingere posset, vt tota DF extra peripheriam caderet, hoc est tangentē esse, & ideò minima fieri omnium, quę inclinari possent per peripheriam HD, & siqui dē linea adplicanda fuerit á semicorda diuersa, iam plus quam semel tradidimus formam limitandi mediam, vt cum data tanquam differentia extremarum extremæ exhibeantur.

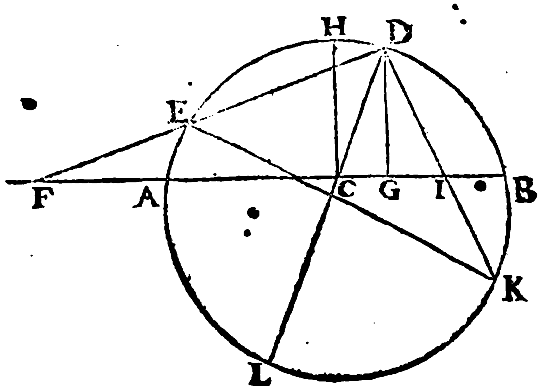


PROBLEMA DECIMVM.

Sit tandem data portio, quæ semicirculo cedat, & punctum datum, vltra verticem, adplicanda verò semicordam adæquet, oportet idem præstare.

Compleatur circulus, & in H secetur bifariam portio data AHB, in qua punctum D datum, demittantur

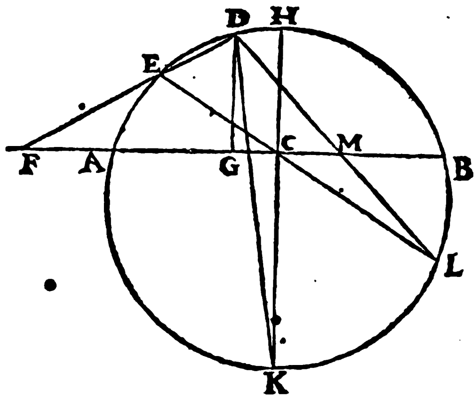
tantur HC, DG perpendiculares, deinde portio BG secetur in I bifariam, & agantur DCL, DIK, & ex K in circulo aptetur KE æqualis ipsi DL, & assequetur punctum in peripheria E, quo effici problema, si vlterius progredi libeat non discedẽs à præmissis cõ similibus ostẽdi posset, & nos vt superflua non repetimus.



PROBLEMA VNDEMVM.

Iisdemmet datis, tantum consistat punctum citra verticem portionis, & illud idem efficere.

COmpleatur circulus, & data *ADH* portio bisecetur in *H*, & vt supra *HC*, *DG* perpendiculares, á puncto nempè dato *D*, portio deindè *GB*, in *M* bifariam secta, & porrecta *HC* ad peripheriam in *K*, duæ agantur *D*K, *DML*, à quo *L* inuento puncto ponatur in circulo *LE*, quæ assumatur æqualis *D*K, & dabitur



bitur punctum *E*, per quod si agatur *DEF*, fiet adplicatâ *EF* æqualis semicordæ AC, quod ad instar aliorum casuum erit ratiocinandum.

ADNOTATIO.

ET in hoc casu eadem cautio recurrit, vt ex situ dati puncti, ac magnitudine lineæ posset totam extra peripheriam excurrere extra circulum, tangensque tantum fieri ad D punctum, verum si linea diuersa ab ipsa semicorda exponatur iam diximus ea qua limitanda media vt, idonea euaderet,

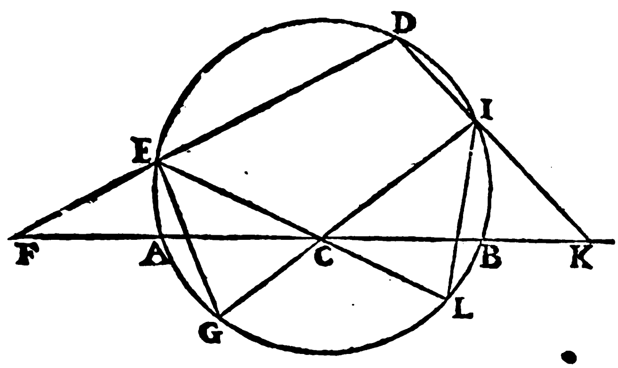
Cęterum in portionibus supra, vel infra semicirculum potest linea adplicari ad instar semicirculi, vt adplicatæ ęquales fiant cuilibet datæ supra, vel infra, aut ipsi semicordę, at sectio tripartita arcus siuè anguli numquam succedet, nisi in semicirculo, & cum intercepta fiet æqualis semidiametro, etenim propria est semicirculi, ac semidiametri passio, quæ ad portiones negat natura communicari ceteras.

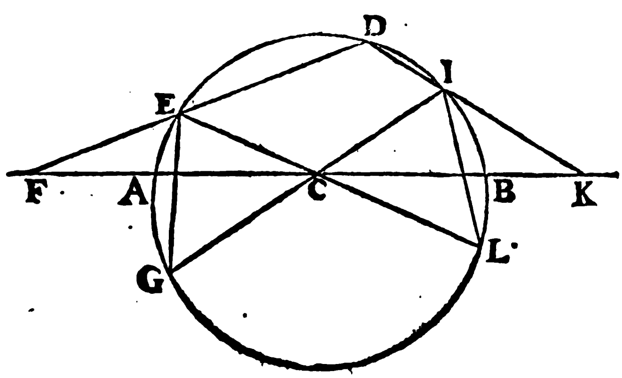
PRO-

PROBLEMA DVODECIMVM

In portionibus à ſemicirculo diuerſis, dato pũcto, & nõ in vertice, licet ex vtraque parte inclinare duas occurrẽte porrectæ cordæ, adeò vt, & æquales fiant, & cordã ſimul adæquent.

IN portione ſiuè maiore, ſiuè minore ſemicirculo ſignetur *D* punctum extra verticem, & ex congruo ſuo proble-
mate ex ſu
pra indu-
ctis agatur
ſiuè *DEF*,
ſiuè *DIK*,
vt interce-
ptę *FE*, vel
IK ſĩt ęqua
les ſemicor
dę, & per
pũctum *C*
cordę dimi
diũ ſignãs,
agatur *EC*
L, vel *IC*
G, habebi-
tur & vicis
ſim, aut pũ
ctum *I*, aut
punctũ *E*,





& erunt

& erunt aptatę *EF*, Ik ęquales ipsi *AC*, vt simul connexę sint ipsa corda *AB*, & in hoc agnoscitur elegans rei naturæ consensus, vt in semicirculo diximus in consimili iunctæ lineę *LCE*, *GCI* per centrum transire, hic per semissem cordę, etenim triangula duo *CEG*, *CIL* fiunt ęqualia, & similia, & addito trapezio *CIDE* communi, ęqualia fiunt duo alia *IDEG*, *LIDE*, nec vlterius afferetur ostensio quum ex singulis pręmissis pendeat.

PROBLEMA DECIMVMTERT.

Data portione semicirculo maiore, & in peripheria puncto, ac præfinita, quam aptare oporteat, vt inter conuexum, & porrectam cordam, ad datum pertineat punctum.

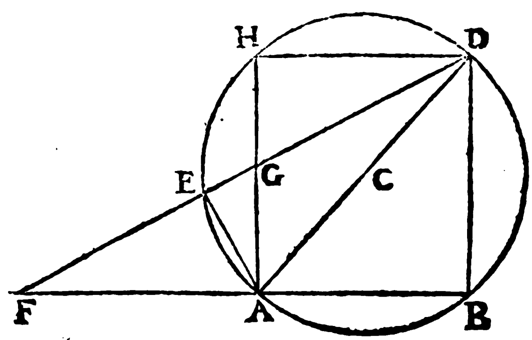
IDem fatemur esse cum octauo, vel nono problematis, sed ideò proponitur rursus ad vsum, & vt propositio sexta supplementi Vietæ ad methodum reuocetur geometricam, Ibidem namque author sic sub alijs verbis proposuerat, nempè.

„ *Datis ex tribus propositis lineis proportionalibus, prima,*
„ *& ea, cuius quadratum æquale sit ei, quo differt quadra-*
„ *tum compositæ è secunda, & tertia, à quadrato compo-*
„ *sitæ è secunda, & tertia; inuenire secundam, & ter-*
„ *tiam proportionales.*

Constructio Vietęa fuerat, ex tribus in analogia, data prima *AB*, & recta *BD*, cuius quadratum æquale sit ei, quo differt quadratum compositę è secunda, &

tertia,

tertia, à quadrato compositæ è secunda, & prima, vt discernantur proportionales, secunda & tertia. Componantur ad angulos rectos *AB*, & *BD*, & iungatur *AD*, quæ statuatur diameter circuli è centro *C*, à puncto autem *D* in eductam cordam *BA* inclinetur linea *DF*, adeò vt intercepta circuli conuexo, nempe *EF* æqualis fiat præfinitæ, scilicet *AB* (huc vsque se haberet rectè constructio, nisi pro inclinanda linea *DF* suppetias author ex postulato requisiuisset) at modo per ea, quę à nobis sunt superius allata per congruum problema, nam portio *AHDB* præstat semicirculo, agatur *DF*, adeout intercepta *FE* portio sit æqualis præfinitæ *AB*, absoluta constructione in ipsa demonstrationis serie imperfectio nulla est: resumamus igitur authoris verba, iũgantur *AE*, & *AH* æquidistans euadat *BD*, & agatur *DH*,



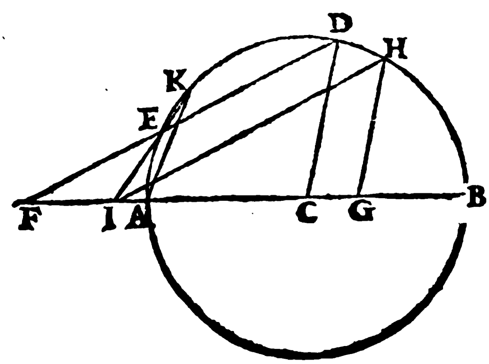
erunt triangula *DGH*, *AEF* similia, & æqualia; nam anguli ad *E* & *H* sunt recti, & *AFE* suo coalterno *HDG* sit æqualis, latera verò *DH*, seu *AB*, & *FE* æqualia sunt ex constructione, est autem vt *BA* ad *AF*, ita *DG* ad *GF*, siue *FA* ad *FG*; sunt ergo tres proportionales

BA, *AF* (seu *DG*) & *FG*; at *BF* composita est ex *BA*, & *AF*, prima nempè & secunda; *DF* verò composita ex *DG* & *FG* secunda, & tertia; quadratum denique ex *D F* differt à quadrato *BF* per quadratum *BD* datum, & factum erit quod oportuit.

PROBL. DECIMVMQVARTVM

Heptagonum regulare in circulo geometricè describere.

HIc Vietæam methodum, quæ postulato hærebat inuiso curamus expurgare, exposituri nihilominus vniuersalé infra pro quocumque polygono ordinato laterum imparium, & quidem cum supra angulum planum trifariam secuimus, iá facilè exsurgit heptagoni descriptio, quæ deinceps adhuc facilius persoluere ostendemus.



Ad propositionem 19. supplementi sic habet author in constructione heptagoni. Sit circulus cuius centrum *C*, diameter *AB*, eius triens sit *BG*, iungatur *GH*, sumpta scilicet triente semicirculi *BH*, cui æquidistet

dist et

distet ex centro, *CD*; ex puncto *D* agatur *DF*, itaut *EF* ęquetur semidiametro *AC*, quod fieri posse geometricè ostendimus in quinto problemate, & huic ex *H* puncto æquidistans fiat *HI*, porrò ex I puncto ponatur in circulo linea IK æqualis semidiametro *AC*. Dico arcum *A*K septimam partem esse totius circuli, nec vlterius hìc censemus demõstrationem addere oportunũ, poterit namque quilibet studiosus apud authorem inquirere, & quod aliàs subobscura, à plurimis videbatur, longè facilior in nupera editione Bataua (qua cuncta prius impressa vno comprehensa habentur volumine) nam ab eximio Mathematico Franc. Schooten (qui curam totius operis repurgandi in se susceperat, & elegantissimè absoluit) huic propositioni fuit subiunctum scholium, sibi ex nostra transmissum Italia, ad locũ illustrandum satis idoneum, vt ipsemet testatur in notis.

ADNOTATIO.

NON pauci pro descriptione heptagoni laborarunt, & ferè omnes in vna suarum Decadum Io: Camillus Gloriosus retulit, & vt Pseudographos reprobauerat, deinceps sanè erunt ab ipsa Geometria exulandi, nam & heptagonum, & alias figuras imparium laterum, facultas ipsa exhibet, vt infra docebimus, quod hactenus inter impossibilia erant collocata, & nihilominus adeò faciliter traduntur, vt melius optare censeatur minime posse quicquam.

PROBL· DECIMVMQVINTVM

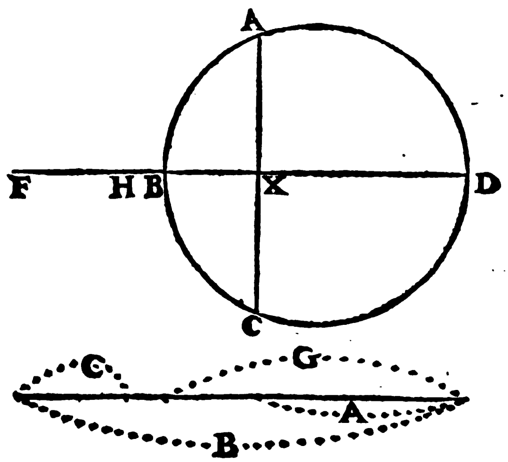
Datam ſphæram ita ſecare, vt portiones inter ſe ſint in ratione data.

DEſumimus hoc ex ſecundo de ſphęra, & cilindro, propoſitione quarta eximij illius Siculi Senis, & libenter ſupponimus authoris, quæ ad noſtra non peruenere tempora ignota haud eidem potuiſſe haberi, attamen, quæ à ſcholiaſte Eutocio, & nuper à Fleurantio repaſtinata videntur, ad conſtructionẽ completam nihil conferre omnes fatentur, vt opus fuerit ſuppetias è mechanicis implorare: nos verò profitemur cuncta debere expelli, cum viderint ſtudioſi per ſua principia facultas ſibi ſufficere.

Sit igitur ſphęra ſecanda ABCD tali plano, vt vna portio ſe habeat ad aliam in ratione R ad S data, ponatur factum, vt cum Analyſtis rem abſoluamus, & ſectio facta erit, circulus ijſdem elemẽtis ſignatus, eius diameter, atque axis BD, cui indirectum ea quæ ex centro æqualis adijciatur BF, deindè eadem ſecetur puncto H, vt ſit FH ad HB in ratione data R ad S, porro tum analyſis, tum ſyntheſis Archimedea eò conducit, vt oporteat iterum diametrum BD nouo ſecari puncto, vt verbi cauſa in X, et fiat quadratum partis DX ad quadratum diametri BD, vt longitudo FH ſe habet ad longitudinem FX, quo facto conſequẽter oſtendit author, quod planum ſecans ſphæram

per

per punctum X tranſiens, et diametro inſiſtens ad normam quęſitum abſoluere, hoc eſt fieri ADC portio ad portionem ABC in eadem eſſe ratione, veluti F*X* ad FH, ſcilicet R ad S, quare puncti illius *X* inuentio fuerat ſcopulus, in quem impacti hactenus omnes labores declinarũt proprios. Transponatur *FD* linea, (quę continet ter ſemidiametrum ſphęrę) et ſimul conceſſis punctis, deinde per analyſeos præcepta *DF* dicatur *B*: portio *FH* dicatur eſſe *C*: et diameter vocetur G, demum ignota *DX* ſit *A*, vt *F*X fingatur eſſe *B* -- *A*, ex hiſce per conſequentia artis analyſeos, quod ignotum eſt manifeſtum fiet, etenim dicebamus debere eſſe in analogia *GQ* ad *AQ*, vt *B* -- *A* ad *C* quartum, ſcilicet illud eſt vt *DBQ* ad *D*X *Q*, ſit *F*X ad *FH*, porrò ad ęqualitatem conuerſa analogia, ſolida facta ęqualia erunt



$$GQ \text{ in } C = \begin{array}{l} B \text{ in } AQ \\ -- AC \end{array}$$

Igitur res deuoluta eſt ad analyticum tertium ex ſupra inductis ab Anderſono, nempè.

Ex ſerie

„ *Ex serie quatuor proportionalium data secunda, & ag-*
„ *gregato primæ, & quartæ exhibere proportionales.*

Quare si inter G, & C magnitudines datas, inueniantur binę in analogia cōtinua, erit illarum prima maior latus cubi ęqualis solido, quod fit ex GQ in C, sit illa D, ęqualitas ergo erit noua, D cubus $= \frac{B \text{ in } AQ}{-\!-\!- AC}$

Et ideò latus cubi D erit in analogia quatuor proportionalium secunda nempè $\overset{1}{A}$; $\overset{2}{D}$; $\overset{3}{\frac{DQ}{A}}$; $\overset{4}{B -\!- A}$, & si quidem manentibus aliis, prima, & tertia ęqualiter multiplicentur per ipsum A, analogia non turbabitur & erunt $\overset{1}{AQ}$, $\overset{2}{D}$, $\overset{3}{DQ}$, $\overset{4}{B -\!- A}$, iterum proportionales, sicque vt prius adparet, quod factum sub extremis æquatur facto sub medijs, cumque prima sit A, secunda D, & adgregatum primæ & quartę ipsum B, è quo si auferatur prima A, relinquetur quarta $B—A$, & ducendo secundam in quartam fiet compositum ęquale quadrato tertię, ergo $\left.\begin{matrix} D \text{ in } B \\ -\!-\, D \text{ in } A \end{matrix}\right)$ ęquale D quadrato, porrò si ordinetur æqualitas, segregando scilicet à notis ignota, erit $\begin{matrix} D \text{ in } B \\ -\!-DQ \end{matrix} = D \text{ in } A$, adhibita nēpè antithesi, ergo si abs facto plano rectangulo sub D in B lateribus auferatur D quadratum, & quod est reliquum dicatur F quadratum, tunc æqualitas redit

FQ-

FQ = *D* in *A*, & reuocata ad analogiam

Ita *D* ad *F*, vt *F* ad *A*, at magnitudines tres priores notæ ſunt, quarta igitur ſtatim innoteſcet, quę fuerat *A*, nimirum *DX* in ſchemate, ergo punctum X quæſitum ſignatum habetur, cumque ab initio erat conuertendo,

vt *DXQ* ad *BDQ*, Ita *FH* ad *FX*

planum tranſiens ad rectos angulos ſuper diametrum, hoc eſt *AXC* ſecabit ſphæram in duas portiones *ADC*, & *ABC* in ea ratione, vt *FH* ad FX, ſcilicet *R* ad S data, quod erat faciendum.

ADNOTATIO.

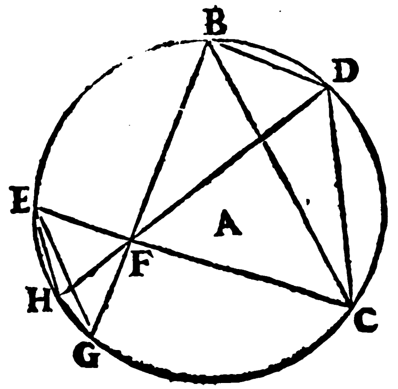
AD huius inſtar nõ pauca apud Authores plurimos poterunt reſtitui, & ad genus planorum penitus reuocari, quod relinquimus otioſioribus, nobis ſatis fuerit aperuiſſe methodum, ac prętuliſſe facem.

PROBL. DECIMVMSEXTVM

In vno, eodemque circulo ſimiles, ac inæquales duas portiones ſuſcipere.

SIt circulus circa A centrum, & in eo ducatur quęlibet linea diametro minor, vt BC (etenim propoſitio eſt de portionibus inæqualibus) fiant ſuper extrema puncta BC anguli ſemirecti CBF, FCB, erit reliquus

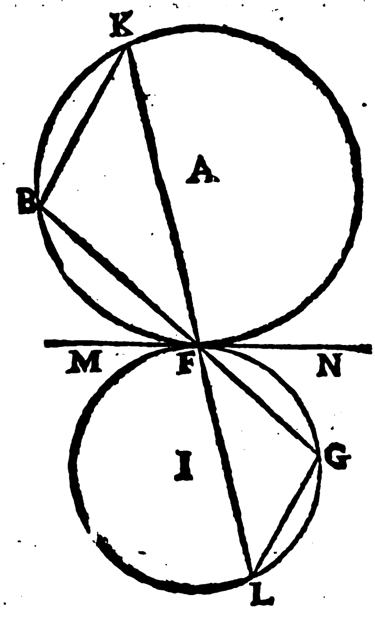
quus angulus *BFC* in eodem triangulo rectus, & productis lateribus *CF*, *BF* vſque ad peripheriam, & iuncta *EG*, etiam in alio triangulo *EFG* ſemirecti fient anguli ad baſim *EG*. Dico quod portiones *BDC*, *EH G* ſunt ſimiles in eodem circulo, & quod inæquales ſint probari non debet ex euidentia. Accipiatur aliquod punctum D, & hoc ad libitum, ex quo per F communem verticem ducatur DFH, portiones oppoſitè ſecabit ſimiliter, et fiet, vt BD, ad DC, ita GH ad HE, ſi enim iungantur cordę BD, CD, nec non HG, HE, anguli BDH, BGH ſuper eandem peripheriam BEH ęquales ſunt, vt etiam anguli DHG, DBG ſuper eandem inſiſtentes peripheriam DCG pares ſunt, reliqui verò ad F ſunt verticales, quare ex ipſa similium definitione figurarum, illa duo triangula ſimilia eſſe non poteſt infici, et eodem prorſus modo ſimilia fiunt duo oppoſita alia triangula EFH, DFC demonſtrari poterit, & quibuſuis aliis productis per aliam lineam è puncto in diuerſo ſitu abs D, Ideò ratio eadem ſit arcus B D ad DC, quę *GH*, ad HE, ſiuè alternè B*D* ad GH, vt DC ad *HE*, ſiuè componendo, et per conuerſionem, ſiuè diuidendo, igitur nihil officit ad argumentandum



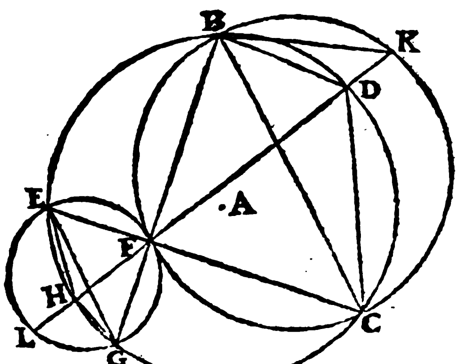
dum de angulis; vt factum est de peripherijs simul congrue ad centrum postea relatis, quare in circulo eodem duę sumptæ fuerunt portiones similes, & inęquales, quod erat faciendum

ADNOTATIO PRIMA.

VErum quę recenter inducuntur nisi ad vltimum principiorum fuerint resoluta agnouimus frequenter ingerere scrupula, præsertim ijs, qui non admodum sunt prouecti, & ad criticen fiunt procliuiores, vt igitur omnibus fiat satis, & sequentium pateant fundamenta facilius, sint duo inæquales circuli se contingentes in *F* puncto, quorum *A* & *I*, centra, constat ex 12. tertij elementorum, puncta eadem si iungantur transire per punctum contactus, & æqualiter circulos secari; at si per duas quasuis lineas non per centra, in puncto tamen *F* contactus se secantes, portiones ex aduerso similes fieri, vt in schemate *BG*, KL, & iunctę *BK*, *LG* nec non coalternę por-



tiones similes esse, nam duo sunt triangula *BF*K, *GFL*, & per contactum ad angulos pares ducta *MFN*, iam anguli *MFB*, *BKF*, vt in coalterna portione sunt ęquales, sicut *NFG*, *FLG* eadem ratione sunt ęquales, sed anguli *MFB*, *NFG* sunt verticales; ergo anguli *BKF*, *GLF* sunt æquales, quare æquiangula triangula fiunt, & portiones æqualibus angulis competentes similes fiunt, & quod in diuersis circulis contingit, in vno & eodem fieri circulo, assumi posse ostendit problema pręmissum, & sic euidentius licèt confirmari, nam si circa duo triangula *BFC*, *EFG* scribantur circuli se contingentes in *F*, & *DH* ducta linea, ex vtraque parte educatur ad signa peripheriarũ *L*, K, portiones *B D*, & *GH* similes fieri iam planum est in vno eodemque circulo, veluti in diuersis *EFGL*, *CFBK* triangula *B* K*F*, *GLF* similia, & ita se habere *BD* ad *GH*, peripheriæ



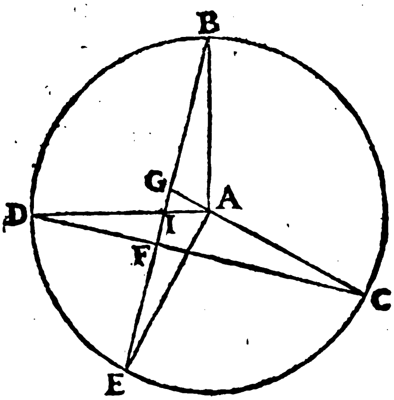
eiusdem circuli, sicuti *BK* peripheria vnius ad LG peripheriam alterius circuli, ob similitudinem triangulorum *BFK*, *GF*L, ergo & permutando erit ita *BD* peripheria ad *B*K peripheriam vt *GH* ad *G*L, arcus ad arcum, quod hæ comparationes & omnes alię fieri

poterunt ob similitudinem arcuum obtendentium angulos æquales, nam omnes ad vnum relatæ portiones circulum, habebunt angulos proportionales, competentes peripherijs inæqualium partium vnius, siuè diuersorum circulorum.

ADNOTATIO SECVNDA.

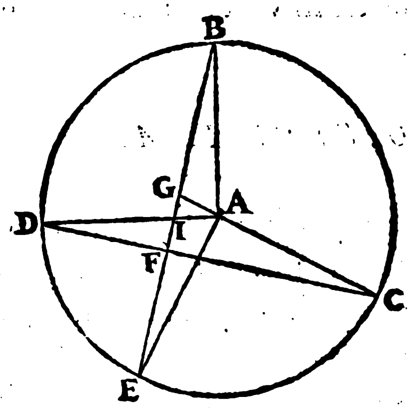
DVÆ lineæ in circulo æqualiter se secari non posse Elementator ostendit, nisi per centrum transeant, & si altera bifariam, ab altera per centrum, fieri ad angulos rectos, & è contra,

Cui non incongruè addi potest, si in circulo sint duę æquales lineę se secantes, numquam vicissim in partes ęquales nisi se comittant ad ãgulos rectos, nec similitudo exurget nisi partes reciprocè adęquantur. Sint in circulo, cuius A centrũ duæ ęquales lineæ DC, BE ita compositę ad angulos rectos in F, vt se secent, & pars BF vnius sit ęqualis parti alterius FC, sicque DF huius reliqua ęquetur FE alterius, tunc continget portiones BC, DE in eodem circulo similes euadere, quod in problemate est demonstratum,



 anguli

anguli deindè diuersorum circulorum reuocantur ad centrum vnius, siuè anguli similium partium in vno, & eodem ad centrum per incrementa, & decrementa penitùs paria, vt in circulo si iungantur lineę *BA*, *DA*, *EA*, *CA*, angulus rectus extra centrũ *EFD* reuocatur ad veram quãtitatẽ anguli *DAE* in centro debitam arcui *DE* per decrementa, nam si auferatur angulus *ADF* in triãgulo *IFD* relinquetur externus *DIF* angulus, à quo iterum auulso angulo *AEI* habetur in centro angulus *DAE*, & sanè decrementa si accedant angulo conuerticali *BFC*, angulus redibit *BAC* arcui *BC* competens, etenim si angulo recto *BFC* accedat *GCF* angulus, erit horum summa externus (porrecta *CA* in *G*) *BGA*, cui rursus additus *ABG*, fiet summa angulus in centro *BAC*; sed duo decrementa *FDI*, *AEG* ęqualia sunt incrementis *GCF*, *ABG* ex vi ęqualium Isoscelium, & angulorum supra basim, & hęc addere sustinuimus ad omnem tollendum scrupulum in sequentibus pręter familiarem nobis stilum.



PRO-

PROBL. DECIMVMSEPT.

Angulum planum quemcumque ſecare tripartitò, & in alia quælibet analogia, per ſolas quippe lineas rectas.

SVpra ex peripheria ſemicirculi, & lineas rectas geometricè angulum ſecuimus planum trifariam, modò per ſolas lineas rectas, non tripartitò tantum, ſed in alias impares ſecari aggredimur partes, & quidem de triſectione tùm alibi, tum in octauo Geometriæ practicæ libro ad xxv. propoſitionem agens Clauius ſanè inter ſcriptores clariſſimus vtebatur Nicomedeo artificio in deſcribenda Conchoide, cum aptius nihil haberetur, quod quidem mechanicum ſi rectè animaduertatur nos in primo problemate expunximus per opus legitimè Geometricum. Interim Clauij verba addi hìc poſſunt, & ſunt ſequentia

„ *Problema hoc veteres diù multumq; exagitauit, nec ab*
„ *vllo ad hanc vſque diem geometricè ſolutum eſt, &c.*

Quis vtique ſi dixiſſet augulum planum ſecari vlterius á tripartitò per loca imparia, in deſperatam reſpondiſſent vniuerſi ſolutionem incidere, at me memineram aliquando occurriſſe in ijs, quæ omnium Geometrarum maximus ſcripſerat Doſitheo ſuo, initio ſcilicet libelli de ſpiralibus, vbi ſic ait Archimedes.

„ *Quot in Geometria viſa ſunt primum impoſſibilia, quæ tempore ſuam capiunt perfectionem.*

Quæ quidem verba fateor plurimum me iuuaſſe,

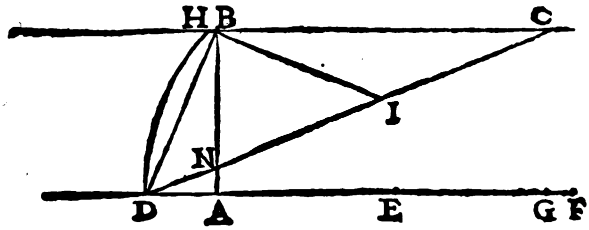
adeo

adeò vt in animum induxeram firmiter, in philoſophando minimè oportere in aliorum acquieſcere ſententiam, vbi nulla emergeret impoſſibilitas, Immò nec ignotum fuerat mihi, tantò præſtantiora ſemper haberi inuenta, quantò minus operoſa, quia ad naturæ rationem videantur accedere ſimpliciora, quam magis compoſita, idcirco omnes intenderam neruos, vt veterum, ab vſu omni ablegarentur machinamenta, & quid in hoc profecerimus aliorum eſt iudicium, ac fortaſſe non abludet vatis illud elegans

Nec omnia grandior ætas,
Quæ diſcamus habet: Seris venit vſus ab annis.

Proponimus igitur ex ſui natura in infinitum ſecari angulum planum poſſe, per ſolas lineas rectas, niſi ob nimiam ipſarum inclinationem difficultas emergeret, & hanc etiam euitabimus in proximo problemate. Sit interim propoſitus angulus triſecandus *ADB*, demittatur perpendicularis *B*A, & punctum *B* arbitrariè ſumptum, ducat parallelam *BC* ipſi *DA*, deinde ex *A* ponatur *AF* æqualis duplæ *BD*, & *AF* diuiſa bifariã in *E*, quo facto centro, ac diſtantia *ED*, vel circuli pars ſcribatur *DH* (& quia punctum *B* poteſt infra ſi oporteat accipi, ſemper reſecabitur parallela in *H* puncto, quocumq; cadat) porrò ſumpto interuallo *FH*, transferatur in *DG*, & portio *A*G in *BC*. Dico puncto *C* effici quæſitum, nimirum ducta *DC*, ſecare angulum trifariam, quoniam igitur in problemate huius opuſculi primo demonſtratum eſt, eadem conſtructione fieri *NC*, *AF* lineę æquales, ſi diuidatur *NC* bifariam

fariam in *I*, ibique centro, ac interuallo *IC*, seu *IN* circuli, vel semissis scribatur, necessariò transire per punctum *B* ob angulum rectum euidens est; igitur ducta *BI*, quatuor lineæ erunt *CI*, *IB*, *IH*, *BD*, duo constituentes isoscelia *BIC*, *DBI* æqualiũ crurũ, & ideò



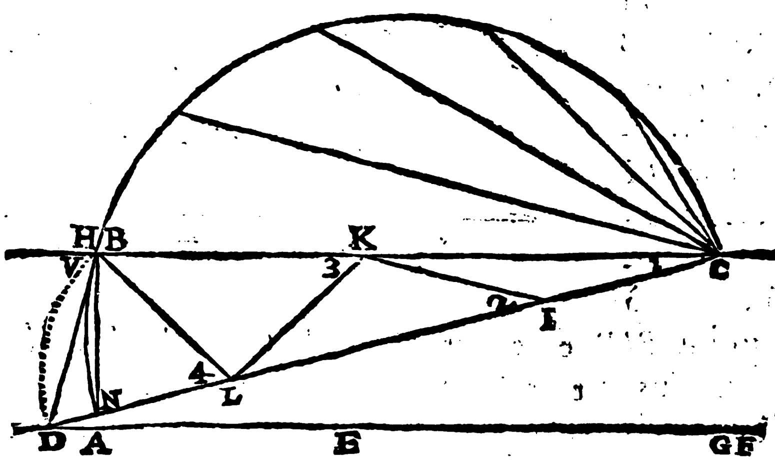
angulus *BID* externus trianguli *BIC*, duplus interni alterutrius, s t BCI, at *BID* angulus ęquatur *BDI*, in alio Isoscele, quare anguli *BCD* etiam duplus sit angulus *BDC*, & ambo *BDC*, *BCD* adequat angulus externus *DBH*, ergo sit *DBH* triplus interni *BCD*, sed angulo *DBH* est coalternus *BDA*, eidem æqualis, vt *ADN* coalternus angulo *BCD* æqualis, relinquitur ideò *BDC*, duplus anguli *ADN*, quare totus *ADB* datus angulus trifariam est sectus, eiusque triens *ADH*, quod erat fieri imperatum.

Sit deindè angulus *ADB* secandus quintufariam, ijsdem insistendo vestigijs perficietur, limitari tantum est opus appositam *AF* indirectum ipsi *DA* protractā, & in hoc casu fiat, vt contineat ipsam *BD* ter cum semisse vnius partis, deindè diuisa *AF* in *E* bifariam, & distantia *ED* acquiratur *H* punctum, & linea (si duceretur) *HF* reponatur in *DG*, sicuti *AG* in *BC*, quod

& supra

& supra idem factum fuit. Dico *C* puncto fieri quæsitũ.

Etenim si scriberetur circa *NC* semicirculus, vtiq; transiret per *B* ob rectum angulum, & si *DB* amplitu-



do alterni ponatur in *BL*, *L*K, K*I*, *IC*, erunt quatuor isoscelia æqualium crurum *CI*K, *KIL*, *L*K*B*, *BLD*, quare externus angulus K*IL* fiet duplus interni *ICK*, & *L*K*B* triplus, *BLD* quadruplus, & demum in totali triangulo *BCD* externus angulus *DBH* fiet anguli eiusdem *BCD* quintuplus, hoc est *BDA* coalternus illi quintuplus anguli *ADN* coalternus *DCB*, quare angulus datus *BDA* sectus est quintufariam, eius quintans *ADN*, quod erat, &c.

ADNOTATIO PRIMA.

Neque in alijs sectionibus imperatis imparium varium quicquam occurret, tantùm pro ratio-

ne mulne multipla longitudo lineæ *AF* venit limitanda, & pro hac damus hic canonis partem ampliandam ſi lubeat, at vt innuimus ſubobſcurè apparebunt puncta ob nimiam inclinationem, quod quidem impedimentum auferetur in ſequenti opere per ſuum genus proximum expoſituri.

Pro anguli plani triſectione per lineas rectas longitudo proportioue.

AF ad *BD* fiet	vt	2.	ad	1.
In quintupla ſectione	vt	7.	ad	2.
In ſeptupla ſectione	vt	5.	ad	1.
In noncupla ſectione	vt	13.	ad	2.

& ſic vlterius ſi placet per additionem proportionis ſeſquialteræ $\frac{3}{2}$ ad proximè ſequentes impares, &c.

ex hiſce agnouerint eiuſmodi rei ſtudioſi, quid acceſſurum ad libellum Vietæum, & ad notas Anderſoni, ad ſectiones angulares, inuentum planè ratiocinij acutiſſimi, ſub inuolucris graduum, ac poteſtatum, indicare analogias, inter latera ſe ſe in multipla ratione excedentium angulorum, verum ipſorum triangulorum exhibere magnitudines non poterant, negotium purum eſt geometricum, & ab ipſa accuratè tantum expectandum.

ADNOTATIO SECVNDA.

VErum angularis ſectio in propria ſui natura eſſe circularis, & in ſuo genere exercenda, omnes coguntur fateri, quæ verò alia methodo, siue per rectas, & circulares, siue per rectas lineas, vt proximè factum est, suas habent limitationes, aut si mauis imperfectiones, tantùm liberè, perfectè fieri queunt sectiones ex congeneo sibi arcu, quo igitur adhibito, feliciter per sectiones omnes pares, ac impares, effabiles, aut ineffabiles progredi, aut regredi licebit, ad hęc si respexissent veteres exequandi, ac explendi lacunam hanc ipsis tàm vastam vtique nobis haud reliquissent onus, at quod arduum videbatur, ingressi naturæ vestigia facillimum experitur.

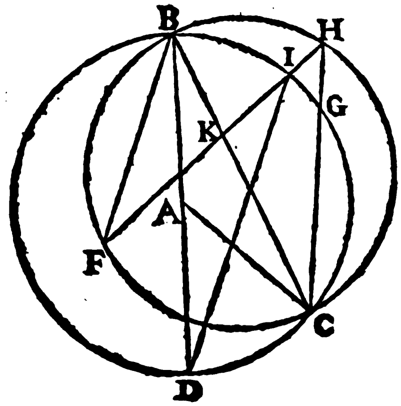
PROBL. DECIMVMOCTAVVM

Angulum datum planum secare trifariam per circuli peripherias expedire sectiones omnes poteramus vno actu generali, at lubet incitati rei pulchritudine per non nullos excurrere, & vt ijs qui hoc fieri posse inficias iuere, directè opponamus factum scilicet pro heptagono, ac enneagono &c.

SIT itaque angulus *BAC* trisecandus, siue eidem congruus arcus *BGC*, ducatur *BC*, & circulo completo *DBGC*, in eo ponatur *BG* amplitudine semidiametri pars sexta *BG*, & semicirculi triens, deinde circa cordam B*C* perficiatur circulus alius *BFCH*, in quo sumatur quadrans *BE*, aut *FC*, deinde ex puncto *C* per *G* datum punctum in peripheria ducatur recta *CGH*, secabitur circulus *BFCH* in puncto *H*, ad quod si ex puncto quadrantis *F* deducatur linea *FH*, iterum secabitur

circu-

circulus prior *DBGC* nouo puncto in *I*. Dico abſciſſam portionem *BI* trientem eſſe portionis *BGC*, ſeu ad angulum in centro relatæ, angulus *BAI* (ducta *AI* non eſt) ſubtriplus fieri angulo dato *BAC*, quoniã igitur, vt demonſtratum eſt inæqualium circulorum æquales anguli ſimiles auferunt peripherias, & ſunt in circulo ſimilia triangula *BFK*, *CKH*, etenĩ anguli *CBF*, *CHF* eidem inſiſtunt peripheriæ, & qui ad vertices K æquantur, quare



reliqui *BFH*, *BCH* æquales, quia ſuper eadem inſiſtunt peripheria *BH*, & explent duos rectos, & vera quantitas anguli *BFH* eſt angulus *BDI* in ſua peripheria *BI* deſignatus, quare ſimiles in diuerſis circulis fiunt *BG*, *BH* peripheriç, ſicut *BH*, & *BI* inter ſe ſimiles, hæc vt portio *BC*, ſiue anguli *BAC*, illa vt portio ſemicirculi ſui *BHC*, angulus namque *BFH*, & ſi non pertingat ad alterius circuli arcum, quum æqualis ſit oſtenſus alteri *BCH* pertingenti, duas facit ſimiles *BH*, *BI* portiones, ergo quæ pars fuerit *BG* ſemicirculi *BGD*, eadem fiet *BI* pars ſuç portionis aſſumptæ *BC*, hoc eſt comparatione relata ad angulos in centro, angulus *BAG*, quç pars erit duorum rectorum, aut diuidendo, quæ pars *BG* erit relata ad *GD*, ſiue angulus *BAG* ad angulum

GAD, eadem ratio erit anguli *BAI* ad angulum *IAC* ſed erat angulus *BAG* triens duorum rectorum, ergo & angulus *BAI* triens totius anguli *BAC*, quare ſectus erit arcus ſiue angulus trifariam, & quidem faciliter per planum, quod erat faciendum.

ADNOTATIO PRIMA.

NOn eſt tam propria triſectionis effectio hæc quin pro omnibus demonſtrari queat, quod infra facturi erimus vniuerſaliter, at quia deſumpſimus *BG* ſextam circuli partem, & idem licebit pro quinta, ac quin decima, quę hactenus Geometria ſuppeditare nouit, & ex demonſtratis ſequitur in eadem ratione ſe habere *GI* ad *DC*, vt *BI* ad *IC*, ſeu *BG* ad *GD*, nam vt totus arcus *BC* ad totum *BCD* arcum, ita ablatum *BG* ad ablatum *BI*, ergo & reliquus *DC* ad reliquum *BI*.

ADNOTATIO SECVNDA.

HActenus facultas minimè nouerat ad alia imparium loca, vt innuimus extendere effectiones, ars vero ex analyſi Vietęa inducta pulcherrimè quippe fuerat, at inſufficiens, vt à genere improprio ortum ducens, vt igitur aliquod, & facilius ſpecimen oſtenderet Author ingenuè pronunciauerat cap. 5 in reſponſo ad Adrianum nõ eadem facilitate quà componũtur problemata poſſe reſolui, neq; enim opus, quod geometricè cõponitur, per eadem Geometricè reſoluitur, ſcilicet.

„ *Ad da-*

„ *Ad datam primam, & secundam construo seriem conti-*
„ *nuè proportionalium* εἰς ἄπειρον *, at non ideò ex data*
„ *prima, & quarta, vel sexta exhibeo geometricè se-*
„ *cundam.*

Ponatur circuli portio, cuius corda sit *D*, & ea quę ex centro sit X, sint igitur in serie quatuor proportionalium X data prima, & *D* differentia, qua triplum secundæ superat quartam, oporteat inuenire secundam.

Peritus logista hàc inquirit arte, ponendo magnitudinem ignotam esse *A*, quare proportionales quatuor erunt

$$\overset{1}{X}. \quad \overset{2}{A}. \quad \overset{3}{\frac{AQ}{X}} \quad \overset{4}{\frac{AC}{XQ}}$$

& ex iis, quæ, ponuntur triplum secundæ sit *A3*, multatum quarta, fiet æquale *D* dato, vnde æqualitas hæc erit.

$$3A - \frac{AC}{XQ} = D$$

, quod homogeneum dicitur comparationis, & si omnia ducantur in *XQ* ad expurgandas fractiones, æquatio noua erit

$$XQ \text{ in } A3 - AC = XQ \text{ in } D$$

& quia in opere diuisionis, seu multiplicationis vnitas nihil immutat, erit $3A - AC = D$

& vsque huc Analysta suum deducit ex arte epilogismũ indicans, quod ad eruendum latus *A*, necesse haberi, vt arcus siue angulus trifariã secetur, quod à nemine hacte-

nus

nus per prĩcipia germana facultati nouimus gestum, & tunc geometriæ occurrerant per aliquod mechanicum, & arithmetricæ, per industriosam diuisionem homogenei comparationis, addendo solida, verùm sua laude inuentio eiusmodi (antiquioribus ignota) fraudari non licet, sed ad accuratè quæsitum assequendum prorsus digrediens. Porrò in serie sex linearum continuè proportionalium si daretur prima, & recta æquali secundæ quintupla, plus sexta minus quintuplo quartæ ad exhibendam secundam, similiter pro secunda poneretur *A* ignotum, & fieret logistica series,

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ X. & A. & \frac{AQ}{X} & \frac{AC}{XQ} & \frac{AQQ}{XC} & \frac{AQC}{XQQ} \end{array}$$

& æquatio ex iis, quæ proponuntur fieret,

$$5A - \frac{AC5}{XQ} + \frac{AQC}{XQQ} = D \text{ solido,}$$

& expurgatis fractionibus, omnia scilicet ducta in *XQQ* fieret *XQQ* in A5 --- XQ in AC5 + AQC = XQQ in D solidũ, & quia vnitas nihil immutat sublata, noua erit ęquatio 5N -- 5C + 1QQ = D solido sic vlterius si series fieret octo linearũ in continua analogia ex data prima, & recta qua secundæ septuplum, plus septuplo sextę superat quartam quater decies, vna cum octaua ad exhibendam secundam, esset series logistica.

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ X. & A. & \frac{AQ.}{X} & \frac{AC.}{XQ} & \frac{AQQ.}{XC} & \frac{AQC.}{XQQ} & \frac{ACC.}{XQC} & \frac{AQQC.}{XCC} \end{array}$$

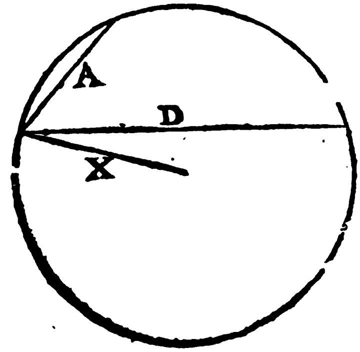
& ex ijs, quæ proponuntur æqualitas esset,

$$7A - \frac{AC}{XQ} + \frac{AQC\,7}{XQQ} - \frac{AQQC}{XCC}$$ æqualia D solido,

& si expurgentur à fractionibus æqualitas erit *XCC* in *A*7 -- *XQQ* in *AC* 14. + *XQ* in *AQC*7 -- *AQQC* = *XCC* in *D* & vbique expuncta vnitate ordinata æqualitas erit

7*N* --- 14 *C* + 7*QC* --- 1 QQC = *D* solido,

magnitudo exprimens ipsã cordã *D*, cuius *IN* latus sit heptagoni, at in sua congrua serie latus figurarũ imparium, attamen illa explicare nequit, sed sub istis algebricis inuolucris indicare, hæc induxerat ibidem doctissimus author, vt à faciliori ostenderet qua vsus fuerat methodo ad explicationem Adriani problematis, & erat prorogando præmissum thema, vt si proponeretur series quadraginta sex linearum proportionalium, & data harum prima, & recta ęquali secundę multiplici per numerum 45.



minus

45
minus quarta multiplici per numerum 3795
plus sexta multiplici per numerum 95634
minus octaua multiplici per numerum 1138500
plus decima multiplici per numerum 7811375
minus duodecima multiplici p numerũ 34512075
plus decima quarta multip. per numerũ 105306075
minus decima sexta multip. per numerũ 232676280
plus decima octaua multip. per numerũ 384942375
minus vicesima multip. per numerum 488494125
plus vicesima secũda multip. per numerũ 483841800
minus vicesima quarta mult. per numerũ 378658800
plus vicesima sexta multip. per numerũ 236030652
minus vicesima octaua mult. per numerũ 117679100
plus tricesima multiplici per numerum 46955700
minus tricesima secunda per numerum 14945040
plus tricesima quarta multip; per numeruũ 3764565
minus tricesima sexta multip. per numerum 740259
plus tricesima octaua multip. per numerum 111150
minus quadracesima multip. per numerum 12300
plus quadracesima secunda per numerum 945
minus quadracesima quarta per numerum 45
plus quadtacesima sexta

„ *Inuenire secundam*

„ *Vbi author subiungit,* Quid igitur quærit á Geometris Adrianus Romanus?

„ *Datum angulum trifariam secare.*

„ *Datum angulum quintufariam secare.*

Et quid ab Analystis?

„ *Datum*

„ *Datum solidum sub latere, & dato coefficiente plano*
„ *adfectum multa cubi resoluere.*
„ *Datum quadratocubum adfectum adiunctione quidem*
„ *plano solidi, sub latere, & dato coefficiente planoplano,*
„ *multa verò plano solidi sub cubo, & dato coefficiente*
„ *plano resoluere.*

Quare quærenti Adriano licet siue in Geometricis, siue in Arithmeticis satisfacere, *Adscito nempè eo quod ad supplementum Geometriæ inducendum fuit postulato*, hactenus eximius author, qui mira prius dexteritate non risè propositum emendauit, ac resolutum euulgauit, nihilominus quum hæreret principio minimè facultate ipsa probato, deinceps accuratum penitus adesse cognoscent studiosi, exposituri generalem formam anguli diuidendi in partes imperatas, & impares, & ex consequenti medias proportionales, quæ in serie Analogica sunt opportunæ.

ADNOTATIO TERTIA.

OMnes quippe eruditi, qui de eiusmodi doctrinis verba fecerunt, artem secandi angulos per loca imparia tàm difficilem censuere, vt nulla spes ab vllo concepta exoriretur, attamen, minimè à labore destiterant, quin Analysim Algebristarum promouerent, id quam maximè authores Brittannicę in opere tam vasto præstitisse licet inspicere, at numquam pronunciauerat quispiam effectionis impoſſibilitatem, vt etiam ex eadem inſula author, (vt alios miſſos faciamus) in opuſculo, cui Arithmetices clauis indiderat per ſequentia verba teſtatus fuit:

„ *20 de angulorum, ſiue peripheriarum biſectione, triſe-*
„ *ctione, quintuſectione pauca etiam ad analyſtices præ-*
„ *ſtantiam, vſumq; admirandum oſtendendum apponam.*
„ *Geometricam quidem praxim adhuc inuentam non ha-*
„ *bent: ſicut nec meſolabium inuentum eſt, &c.*

Alacres quippe Analyſtarum ſtudioſi hactenus incedebant, quaſi ſibi primas deberentur, quia ex earum laborioſa artis cultura plurimi fructus excerpere viderentur, & geometria quodam expoſita apparebat ludibrio, at ipſa tandem excitata accuratè, & facillimè ſuas adimplet lacunas. Pugnauit acerrimè aduerſus eam magni ſanè ingenij vir Kepplerus, qui pluries ſectionem anguli trifariam negauerat, at quia cum eo paulo infra erit noua occaſio velitandi, nihil modò reſponſi damus.

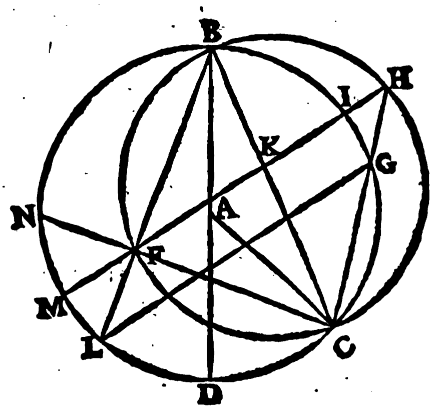
PROBL. DECIMVM NONVM

Angulum, ſiue Arcum quemlibet planum in data ratione ſecare.

SIT angulus *BAC* ſecandus ea ratione, vt ſe habet BG ad *BD*, duarum ſcilicet partium inter ſe duorum rectorum: compleatur circulus circa diametrum iunctę cordæ *BC*, ſit *BHC*F, & in eo quadrans ſumatur

BF,

BF, deinde per datum *G* punctum ex C agatur linea *CGH*, & habebitur in ſecundo circulo punctum H, ex quo ſi ducatur linea *FH* in priore circumſignabitur punctum *I*, quo aio effici imperatum; nimirum ita ſe habebit pars *BI* reſecta ad reliquam *IC*, veluti *BG* ad *GD*: ducantur per *F* punctum duæ lineæ *BL*, *CN*, quę æquales erunt, ex



paritate arcus, quibus ſunt ſubtenſę, etenim *BF*, *CF* quadrantes ſunt ex ipſo opere, ideò anguli ad *B*, & *C* vterque ſemirecti, & quadrantes ſunt etiam *BN*, *CL*, oppositę ſcilicet peripheriæ ad angulos ſemirectos, & communis addita *LN*, æquales erunt *BNL*, *CLN*, ergo & ſubtenſę *LB*, *CN* ęquantur, quæ extra centrum ſecant ſeſe ad rectos angulos, quare ex pręoſtenſis ſimiles fiunt portiones *BGC*, *LMN* in eodem circulo ſumptę, & in diuersis, ducta ſcilicet *HFM*, ergo ea erit ratio *BG* ad *GD*, quæ *BH* ad *HC*, & eadem *BH* ad *HC*, quę *BI* ad *IC*, ideo ex ęquali, vt *BG* ad *GD*, ita *BI* ad *IC*: ſecta igitur erit portiò arcus *BC* in *I* puncto in ratione data *BG* ad *GD*, & relatæ ad angulos in centro, quę ratio erat anguli dati *BA*G ad G*AD*, eadem facta erit anguli *BAI* portionis datæ, ad reliquum angulum *IAC* eiuſdē portionis, quod erat imperatum, & sequitur ita se habere *IG* ad *DC* vt supra ostendimus.

ADNOTATIO.

MAnifestum igitur relinquetur Pappi rescriptum, quod sectionem anguli plani vltra trisectionem, quam ad solidi genus pertinere voluerat, verum non esse, spectare scilicet ad lineare genus si proponeretur secari in ratione analogica; omnes omninò ex vno loco suam originem trahunt, nempè à genere primario planorum, & si me non lateat illud Poetæ.

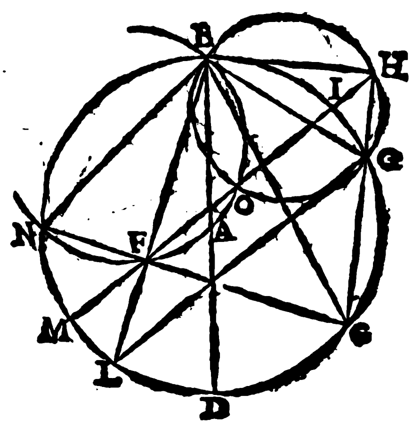
„ *Nec veniam antiquis, sed honorem, ac præmia posci.* veritati nihilominus tenemur magis, quam authoritati deferre, & quidem quos in facultatem defectus reiecerant, in cultores potius fuerant referendi, qui suas minimè curarunt experiri vires, & ne alicui scrupulum surrepat, quę hucusque sunt demõstrata ad ãgulos duobus rectis minores fuisse coarctata, generaliaq; non esse præcepta, scrupulus statim euanescet, si cuiusuis anguli dati plani per bisectionẽ quantitas reducatur ad minorem duobus rectis, & operatione peracta, per quoti duplicationem accurata pars resultabit, hæc ideò addidimus nè in scirpum nodo locus fieret.

PRO-

PROBLEMA VICESIMVM.

Tribus datis angulis, seu arcubus, quartum in analogia reperire.

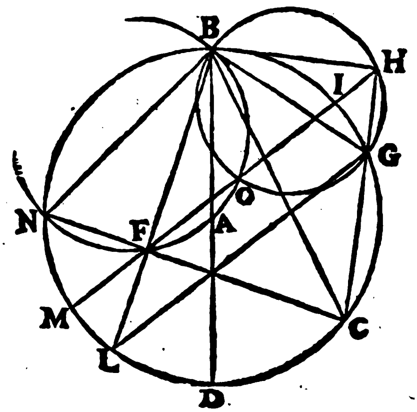
Sint angulis datis, arcus respondentes *BG*, *GD*, *BI* & oporteat quartum assignare in proportione. Compleatur circulus *BGCM*, in eoque sit *N* punctum quadrantis, & ductis B*N*, *BG* diametri sint se secantium circulorum in *O*, ex quo, & puncto *I* dato transeat *HIOM* linea, secabitur hoc casu rursus peripheria circa *BN* in *F*; deinde ex *H* per *G* etiam datum punctum agatur HC. Dico hoc *C* puncto effici quæsitum. Agantur BC, *BH*, & quia recti sunt ad *F* & *H* anguli, si circa diametrum *BC* scriberetur circulus, vtique transiret per quatuor *BHCF* puncta, iunctaque *BFL*, duę *CN*, *BL* nec non *CF*, *BF* erunt



æquales, & ideò *CN* per *F* transit, ducatur *LG*, & quia

angu-

angulus *LBC*, tàm *LGC*, quám *FBC* æquatur, vtpotè super eandem peripheriam insistentes, erunt *FHF* , *LGC* internus externo ęquales, ergo & *HM*, *GL* ęquidistátes, & *LM* , *GI* arcus æquales; & quia extra centrum se committunt in *F* ad æquales angulos *CN* , *BL* , erit partium inęqualium similitudo, nimirum *LM* ad *LN*, ita *BI* ad *BC* , & supra ostensum fuit *LN* , & *DC* fieri æquales ex cõmuni *LD* subductione ab æqualibus *DN*, *CL* quadrãtibus; ideò erunt ęquales *BN*, *CL*, quocirca *HM* transiens per *F* secat in *O* peripheri, quod esse quadrantis punctum ostendetur; itaq; proportio erit *LM* ad *LN*, hoc est *IG* , ad *DC* , ob terminorum ęqualitatem: ergo vt IG ad DC ita *BI* ad BC similis simili in eodem circulo , & permutando, componendo , & per conuersionem rationis erit *BG* ad *BI* , vt *BD* ad *BC* , & iterum permutando , ac diuidendo fiet *BG* ad *GD* , ita *BI* ad *IC*. Quare trium datorum arcuum *BG*, *GD*, *BI* quartum



repe-

reperimus in analogia, ipſum ſcilicet BC, quod erat faciendum.

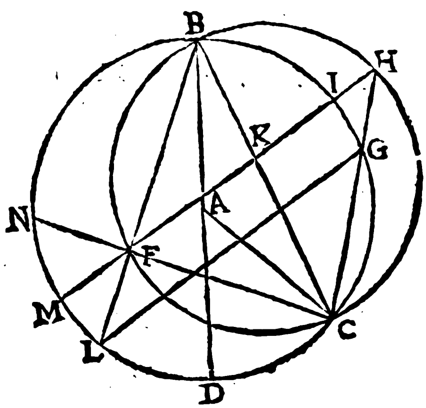
ADNOTATIO.

ET cum in quadrilatero *BFCH* ad *F*, & *H* recti erant, ductaque ſit HF ſecatur angulus BHG bifariam ob quadrantes BF, *CF* quibus ſemiſſes inſiſtunt, quare in circulo BOG*H* duo arcus quadrantes fiunt BO, & OG, quod diximus in propoſitione oſtenſuri.

PROBL. VICESIMVM PRIMVM

Data ratione duorum arcuum, in eadem opus ſit ſecare ſemicirculi peripheriam, hoc eſt ſumma duorum rectorum, in data ratione anguli ad angulum diſpeſcere.

COnuerſum erit præcedentis: ſit igitur ratio arcus BI ad IC, & ſecanda ſit in hac ratione ſemicirculi peripheria BGD: ducatur corda BC, circa quã ſcribatur circulus BF*C*H, cuius quadrans *BF*, & agatur *FI* producta ex vtraque parte ſecabitur ſecundus circulus in *H* puncto, ad quod ex alio puncto *C* iuncta *CG*, rurſus prior circulus ſecabitur in *G*,



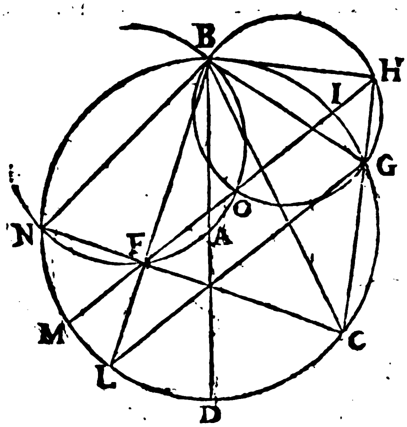
& erit

& erit quod quæritur, sitque BI ad IC, vt BG ad GD quod quidem vt in proximè præmisso ostendi poterit, nec eadem rursus repetere oportet.

PROBL. VICESIVMSECVNDVM.

Dato in peripheria semicirculi puncto, oporteat vltra citraq; illud alia duo signare, vt semicirculi partes se habent, ita portiones à communi extremo diametri terminatæ puncto remotiore, sint in eadem analogia.

IN peripheria semicirculi BGD datum sit G punctum, & in ea sint duo alia signanda vt (v. gratia) I, & C citra, & vltra G, vt ea sit ratio BG ad GD, quæ BI ad IC, sumatur BN circuli quadrans, iungantur cordæ BN, BG, circa quas duo eant circuli sese-



cantes in O pucto, deinde inter O, & N in peripheria sumatur punctum ad libitum vt F, ex quo per idem O punctum ducatur linea, quæ etiam dabit alia puncta M, IH, postea ex puncto H, si per G agatur HGC, erit absolutum quæsitum, nimirum duo puncta I, & C citra, & vltra

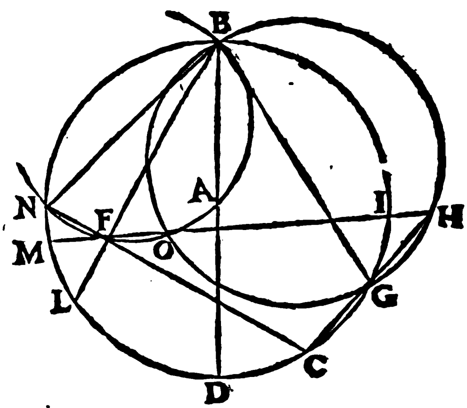
& vltra datum G ſignata erunt, & dico *BI* ad *IC* eandem eſſe rationem veluti *B*G ad G*D*. Agantur per *F* lineę *BFL*, *CFN* ſe ſecabunt ad angulos rectos in *F* ex vi ſemicirculi, quare *BF*, *FC*, nec non *NF*, *FL* erunt inter ſe ęquales, & arcus *BN*, *CL* ęquales ſcilicet quadrantes, quibus addita communis portio *LN* æquales pariter *BNL*, *CLN*, quod etiam ex ęqualitate cordarum conſtat, at *DN*, *CL* ęquales ſunt, quia quadrantes eiuſdem circuli, à quibus ſi auferri intelligatur communis peripheria *DL* erunt relictę portiones *CD*, *LN* ęquales, & ſi agatur *LG* vti eſt in 16 problemate oſtenſum, fiet vt *BI* ad *IC*, ita in ſimili *LM* ad *LN* ſiue IG ad *DC* (nam *IG* ęqualis fit *LM*, & *LN* ipſi *DC*) quare permutando, componendo, & per conuerſionem fiet ratio *B*G ad *BI* vt *BCD* ad *BC*, & iterum permutando *BG* ad *BD*, ſic *BI* ad *BC*, ac diuidendo vt *BG* ad *GD*, ita *BI* ad *IC*, duo ergo puncta inuenta ſunt *I*, & *C* efficientia quæſitũ, &c.

ADNOTATIO PRIMA.

DIximus *F* punctum inter *N*, & *O* conſiſti oportere, nam ſi in *N* fuiſſet per *O*, pertingeret ad punctum *G* præcisè, ſi verò in *O* producta tangeret peripheriam *BHGO*, & alibi inutiliter ad quæ ſitum, adeò vt oportune debeat in latitudine arcus *NO* ſuſcipi *F* punctum.

ADNOTATIO SECVNDA.

Contingere quidem posset, ex situ dati *G* puncti, & *F* assumpti, quod punctum *H* in semicirculo *BHG* excurreret, vt circulus *BGD* tangeretur à producta linea *HG*, ita vt præmissa constructio prorsus elusoria experiretur ad quæsitum exhibendum, igitur ad hoc declinandum, ducatur linea, siue corda *BG*, circa quam circulus eat *BHGO*, & inter *D*, & *G* (non quidem in ipsis præcisè punctis) sit punctum *C*, & ducta *CGH* in alio circulo *BOG* cadet, vt in puncto *H*, ex quo per datum punctum *O* acta linea, secabitur in *F* tertius circulus *BNFO*, & per punctum idẽ *F* conductæ lineæ *BFL*, *CFN* componentur ad angulos rectos ex punctis datis B, & *N*, quare similes fient portiones B*IC*, & *LMN*, æquales verò *LN*, & *DC*, vt æquales *LM*, *IG*, igitur fiet *IG* ad *DC*, vt B*I* ad B*C*, siue *BG* ad *GD*, reliqua vt supra abundè ostensa repetere non oporteat.

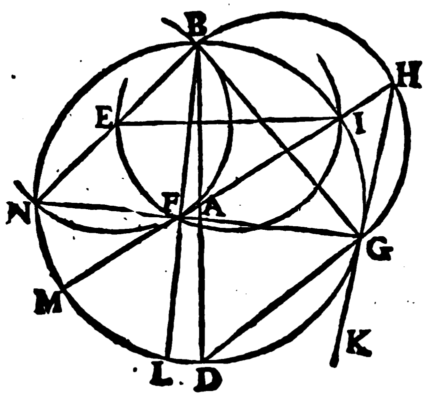


PRO-

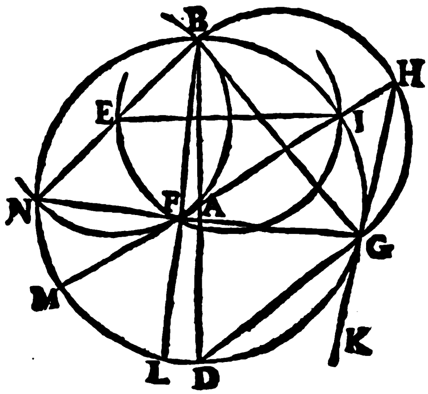
PROBL. VICESIMVMTERT.

Dato arcu, siue angulo inter eum, & semicirculi peripheriam medium in analogia reperire.

SIT semicirculi peripheria *BID*, & in ea data portio arcus (siue angulus) B*I*, & oporteat arcum reperire, qui medio loco stet in analogia inter semicirculum, & partem *BI*, quod erit inter duos rectos, & acutum angulum determinare mediū. Perficiatur circulus *BIDN* eiusq; quadrans sit *BN*, ac corda in *E* secta bifariam, iungatur *EI*, & scribātur circuli duo circa diametros *BG*, & *EI* sesecantes in *F*, aganturq; *BFL*, *GFN*. Dico punctum *G* esse quæsitum, scilicet eam



esse rationem *BI* ad *BG*, vt *BG* ad *BD* semicirculi peripheriam. Circa ductā *BG* cordam circulus fiat *BHGF*, ducaturque *FI*, hæc porrecta ex vtraque parte erunt ad peripherias puncta *M*, *H* data; deinde iungantur lineę *BH*, *DG*, *HG*, duo fient triangula BDG, BGH æquiangula, quum enim in circulo duæ lineæ BL, GN æquales sint se non in centro ad rectos angulos secantes in *F*, (iam quadrantes ſunt *BN,ND*, & *GL*) ſimiles euadunt portiones reſciſſę *BG,LN*, & ducta *IM*, portiones ex aduerſo ſimiles fiunt, hoc eſt eadem ratio fiet *LM* ad *LN*, vt *BI* ad BG, & quia æquales oſtendimus GL, DN, vt erant quadrantes ſublata portione DL comuni, remanent GD, LN pares, ergo vt LM, ad L*N*, hoc eſt ad *D*G, ſiue *I*G ad GD (nam ſi iungeretur linea LG æquidiſtaret lineæ IM quod oſtenſũ eſt ſupra) & æquales igitur fiunt IG, ML. Ideo vt BI ad BG, ita LM ad L*N*, ideſt IG ad GD, quare permutando vt BI ad *IG*, ita B*G* ad *GD*, & componendo, vt BI ad B*G*, ita B*G* ad BD. Igitur inter BI portionem, & BD ſemicirculũ media conſtituta eſt in analogia portio B*G* quod erat faciendum.



ADNOTATIO.

Ex eo quod inæqualium circulorum ſimiles ſint portiones *BH*, *BG* ſequitur anguli eiſdem inſiſtentes fieri æquales *BGH*, *BDG*, & quia in ſemicirculis ad *G*, & *H* (ducta non eſt *BH*) ſunt recti, etiam reliqui *GBH*, *GBD* æquantur; quare ſimilia fiunt triangula *DBG BGH*, id circò expeditior effectio erit ſi

NL po-

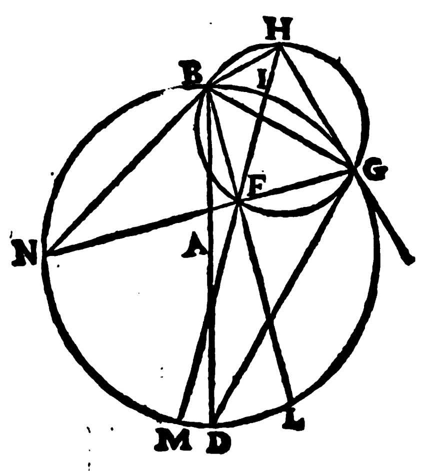
NL ponatur in *DG*, & quum in alterno ſegmento anguli *BGH*, *BDG* ſunt æquales, erit *HG* circulum tangens, & erit *G* quæſitum punctum.

PROBL. VICESIMVMQVART.

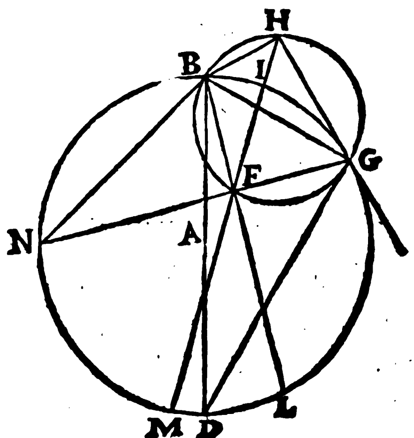
Enneagonum regulare Geometricè deſcribere.

IN ſequenti proximè, & ſi allaturi erimus generalem pro omnibus imparium laterum polygonis methodum, tamen lubet ſingularem hic proponere, & propter illius elegantiam, & quia hanc praxim quibusdam conceſſeramus amicis, puram, & hùc remiſimus ſuam operis expectare firmitudinem.

Sit igitur circulus circa *A* centrum, & in eo ſextans *BG* expanſione ſcilicet ſemidiametri, & circa cordam illius alius ſit circulus *BHGF*, in quo rurſus ſextans aptetur *BH*, deinde accipiatur quadrans *BF* agatur linea *HF*, quæ protendatur in *M*, ſecta erit data peripheria in *I* puncto. Dico arcus *IG* fieri nona pars, & *BI* octodecupla totius circuli, hoc eſt ducta corda *IG* fieri



fieri latus enneagoni quæsiti. Agatur *HG* contingens in *G* circulum, & per punctum *F* binæ educantur lineæ *BL*, *GN* erunt abscissi quadrantes *BN*, *GL* ex similitudine duorum *GF*, *BF*, iungantur deindè aliæ *BH*, *DG*, fient anguli *BGH*, *BDG* in portione coalterna à tangente æquales, & æquales sunt recti *BHG*, *BGD*, ergo & reliqui pares, ideò similia fiunt triangula, & arcus similes æqualibus, quę subsũt angulis, quare vt *DG* ad *BG*, ita *HG* ad *HB*, & in vno eodemque circulo, vt *LN* ad *BG*, ita *GI* ad *IB*, nam æquales sunt *GD*, & *NL*, quia quadrantibus *GL*, *ND* communis apposita est portio *DL*, & in circulo æquales *NG*, *BL*, secant ad angulos rectos extra centrum in *F*, quare *NL*, *BG* portiones euadunt similes, vt aliæ etiam interceptæ, ideò erit *NL* ad *MN*, ita *BG* ad *GI*, hoc est per inuersam rationem *LN* ad *LM*, vt *BG* ad *BI*, ergo erit vt *LN*, siue *DG* ad *BG*, ita *LN* ad *ML*, hoc est *BG* ad *BI*, quare componendo fiet vt *BGD* ad *BG*, ita *BG* ad *BI*, media igitur erit *BG* inter semicirculi peripheriam, & portionem *BI*, ergo *BI* erit tertia pars *BG*, sicut *BG* triens est *BD* semicirculi peripheriæ, & diuidendo *GI* fit dupla ipsius *BI*, vt *DG* dupla erat *BG*, etenim sestans assumpta fuit totius



circuli

circuli, igitur B*I* nona pars cum ſit ſemiperipheriæ, eius dupla nempe G*I* nona fiet pars totius circuli, cuius poſtea B*I* decima, ac octaua pars fieri conſequenter patet, & habetur propoſitum.

ADNOTATIO.

NON igitur ſua legitima conſtructione caruerat enneagonus, quod non à multo tempore doctiſſimus Petrus Herigonius ad notas in tertium tomum conſtanter negat in ipſo tractatu, ſcilicet de muniendis arcibus, mihi fol. 340, 341, & quidem licebat aſſerere pro tunc ignotam fuiſſe effectionem, aut non exhibitam, verum quæcumque ignoramus valde ſumus prooliues in ipſam reiicere diſciplinam, vt vt minime ignoremus perfectionem ſenſim, & longo poſt tempore ſoleant vniuerſa recipere ſuam. Igitur non modo enneagoni, & omnium imparium polygonorum laterum Geometria habet, & faciliter exhibet, quod verò nos fruſtra ſępe conemur in aſſequtione queſiti, eſt quia à veſtigiis declinamus naturæ rerum, veluti author idem in Algebræ ſupplemento ad quæſtionem quintam propoſitionis 34. mihi pagina 53, vbi ex artis analyſeos hypoteſi conatur ſeptuſariam ſecare circuli peripheriam, & in hanc incidens æquationem, ſcilicet.

7 BCC ⫬ ACC -- 7BQ in AQQ † 14 BQQ in AQ aſſerit (nec fallit) latus huius compoſiti Algebrici eſſe heptagoni in circulo inſcriptibilis, cuius verba ibidem ſunt.

In hac

„ *In hac æquatione linea radicis A eſt latus heptagoni in*
„ *circulo inſcripti, vnde liquet problema hoc non eſſe planũ,*
„ *neque hanc æquationem reduci poſſe ad quadraticam,*

Sed hoc artificiosè compoſitum geometriæ nihil officit plura ope intellectus comminiſci nouimus, quæ natura nõ profert, quis etenim vltra cubum dixerit concipi, & à parte rei haberi ex illis poteſtatibus, quę Analyſtę induxerant? ſi igitur a binomia radice ars confinxerat ſolidũ illud, quod ipſa poſtea nequit reſoluere, cur petere á genere planorum, quod non compoſuit? latus deinde, & heptagoni, & in qualibet alia multitudine figura laterum imparium per ſua propriè conſtruit, & oſtendit, quod in ſequenti erit.

PROBL. VICESIMVM QVINT.

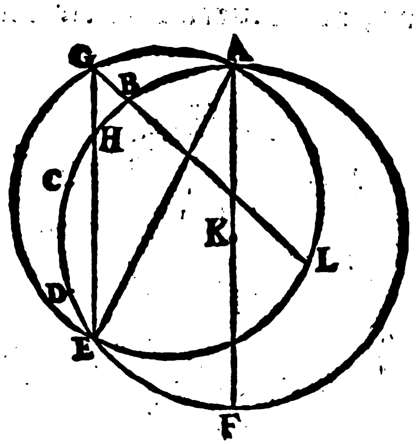
Polygonum regularem quotcumque laterum imparium Geometricè deſcribere.

TAM generalis eſt detecta à nobis methodus, vt omnibus parium, ſiue imparium polygonis cõpetat, & ab vna eademq; ſcaturigine pendeant vniuerſi, ponamus in exemplum heptagoni, ac vndecagoni deſcriptionem.

Primùm imperetur deſcribi heptagonum, exponatur circulus quicumque, cuius ſit *K* centrum, & acta diameter *AF*, ad amplitudinem circini arbitrariam (dummodo circunductus non ſuperent deſignandæ

partes

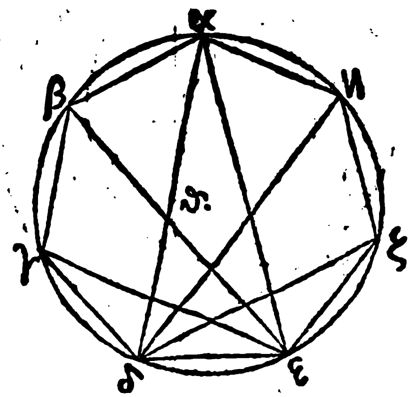
partes semicirculum) pro heptagono accipiantur partes tres, & semissis vnius, vt *AB*, *BC*, *CD* æquales, & *DE* vnius semissis, deindè connexa *AE*, quæ neque debet æquare diametrum, aut illud superare, vt diximus, completoque circulo circa eãdem *AB*, vt diameter, notetur signũ quadrantis puncto *L*, ex quo per primæ partis punctum agatur linea *LBG*, habebitur *G* punctum in secundo circulo: Ideò conducta alia EG, primus circulus secabitur nouo puncto *H*. Dico Arcum *AH* esse



septimam partem suæ integræ peripheriæ, & ducta corda *AH* latus præcisè heptagoni inscripti. Etenim ex demonstratis factæ sunt similes tres peripheriæ in duobus circulis se secantibus *AH*, *AG*, & *AG*, *AB*, & in vno eodemque circulo similes habentur, *AH* relata ad *AF*, vt *AB* relata ad *AE*, at *AB* fit vt 2 ad *AE* 7, ergo & *AH* relata ad *AF* erit vt 2 ad 7, & duplato consequente erit *AH* 2 ad totam circuli peripheriam comparata, vt 2 ad 14, hoc est diuidendo *AH* septima fiet circuli totius pars, quæ circumlata, accuratè præstabit regularem heptagonum. Ideò factum quod oportuit.

ADNOTATIO PRIMA.

SI circumferentia expoſita, in qua formula conſtructionis eſt deſignata, ſit propoſiti circuli ad inſcribendum heptagonum, iam res confecta relinquitur, at ſi diuerſus ſit circulus, tum analoga erit ſuſcipienda portio, quod per æquales in centro angulos nullo abſoluetur negocio, ſit illa pars αβ, & heptagonus totus αβγδεζη, ductiſque lineis, vt in ſchemate, factum erit αδ Iſoſcele triangulũ cuius ad baſim angulorum vterque αδε, αεδ erit triplus, ad angulum verticis, quare vna eſt pars materialis conſtitutiua heptagonum, ab oppoſita ſua peripheria limitata, vndè ante expletionem figuræ inquiſita obtineri non poterat anguli determinatio, & quidem vel ſaltem hiſce initiatus doctrinis negare audebit nemo diuerſi ordinis eſſe figura, & angulus; figura ſanè altioris eſt cum ſpatium claudat, & menſuret, quod angulus non facit, & quia in ſerie figurarum rectilinearum prima eſt triangulum, ideò propinquiorem alijs, ipſi angulo, quare cum dixerint authores inquirendum fore triangulum, optimè cenſuerant, at illud aſſequi non poterant,



rant absque eo, quod integra figura, cuius ipse fuisset pars, non reperiretur, Clauius scriptor admodum accuratus ad calcem libri quarti elementorum hæc habuit,

„ *Si igitur inuenta fuerit ars; qua isosceliа triangula con-*
„ *struantur habentia angulos ad basim multiplices eorum,*
„ *qui ad vertices sunt angulorum, quemadmodum Eucli-*
„ *des Isosceles fabricauit, habens vtrumque angulorum ad*
„ *basim duplum anguli ad verticem; facilè in circulo de-*
„ *scriberentur figuræ omnes laterum imparium: & si arcus*
„ *earum diuidantur bifariam, inscriberentur quoque*
„ *omnes figuræ parium laterum post quadratum, atque*
„ *adeò circumferentia cuiuslibet circuli in quotlibet æqua-*
„ *les partes Geometricè diuidetur, quæ res summam astro-*
„ *nomis afferret vtilitatem; verum hæc ars adhuc ignota*
„ *extitit, &c.*

Huc vsque Clauius cum pluribus, et ignoscat quæso venerabilis antiquitas, Euclides post inuentionem trianguli isoscelis, qui angulos super basim in dupla ratione ad verticalem haberet, ad effingendum pentagonum, non dixerat necessitatem pro alijs figuris imparium laterum, vt haberentur eiusmodi triangula (at secundum quandam analogiam authores deinceps vnus post alium asseruere) etenim homogeneorum refragante lege; scilicet oportere congenea comparari, quod in qualibet re ipsa docet natura, at philosophi symbola, & asymbola communicare nequeunt, hęc sanè contemplatio nobis viam aperuit, vt ad diuisionem arcus haberemus recursum.

ADNOTATIO SECVNDA.

VNica, & Generalis naturæ methodus exposita est omnibus polygonis competens, & tàm facilis, vt amplius optari nequeat; igitur canonem hìc adnotare præstat, quò ad inquisitam figuram citò ducamur, cuius ordo sic se habet.

Prima omnium figura est Isopleurum pro quo erit in circumferentia expositi circuli sumenda pro amplitudine libera, dũmodo semicirculũ non attingat pars

$1\frac{1}{2}$ pro quadrato; sumendæ erunt partes binæ;

$2\frac{1}{2}$ pro pentagono

3 pro hexagono

$3\frac{1}{2}$ pro heptagono

4 pro octagono

$4\frac{1}{2}$ pro enneagono

5 pro decagono

$5\frac{1}{2}$ pro vndecagono, & sic in infinitũ erit in reliquis progressus, vt pro numero ãgulorũ inquisitę figurę

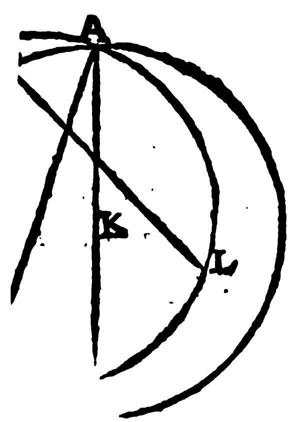
tot

tot ſemipartes in circuli peripheria ſumantur, vt pro polygono laterum 45, vt requirebat Adriani problema, partes ſuſcipiantur (in tam ampla peripheria, ... cum ſemiſſe vnius,

, quam hactenus
ſſequetur, & ſic
la iſoſcelia exur-
ngulos ad baſim
itur ad angulum
ndecagonum de-

s centrum K dia-
rio ſumptam (dũ-
attingat) accipi-

nero angulorum.



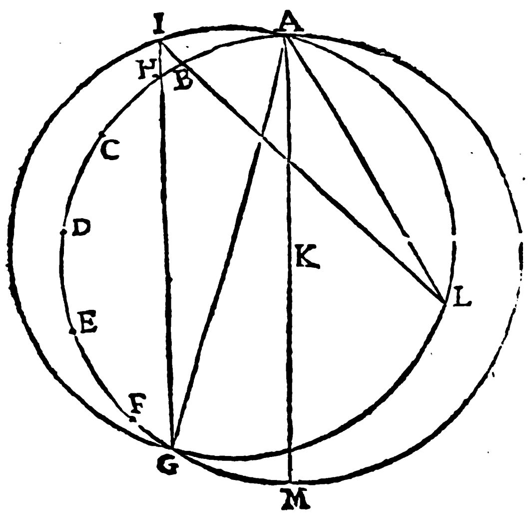
ſũptę partis *B* ducatur
linea *LB*, quę porre-

cta

ADNOTATIO SECVNDA.

VNica, & Generalis naturæ methodus exposita est omni[bus polygonis] competens, & tàm facilis, vt ampli
adnotare præst
ducamur, cuiu
Prima omi
erit in circumfer
plitudine libera,

Ad 2. Adnot. Probl. 25. fol. 101.



$1 \frac{1}{2}$ pro q

$2 \frac{1}{2}$ pro p

3 pro l

$3 \frac{1}{2}$ pro h

4 pro o

$4 \frac{1}{2}$ pro e

5 pro d

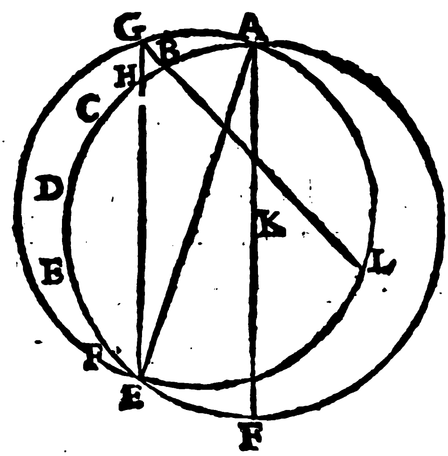
$5 \frac{1}{2}$ p

quis prog ... umero ãgulorũ inquisitę figurę

tot

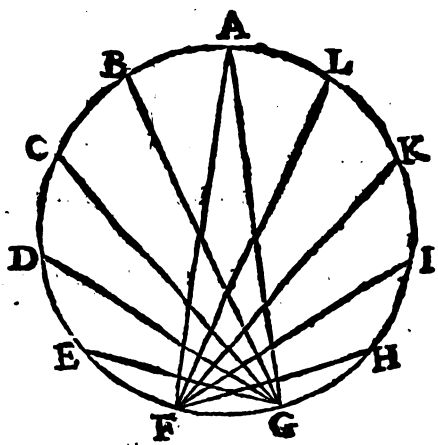
tot semipartes in circuli peripheria sumantur, vt pro polygono laterum 45, vt requirebat Adriani problema, partes suscipiantur (in tàm ampla peripheria, vt non attingant diametrum) 22 cum semisse vnius; quare in Geometricis præcisionem, quam hactenus non recepit, hac arte modò facilè assequetur, & sic ex ipsa rei natura desumpta, triangula isoscelia exurgunt cum ipsis polygonis, habentia angulos ad basim in illa ratione multipla, quæ requiritur ad angulum verticis, & hìc coronidis loco lubet vndecagonum describere.

In aliquo exposito circulo, cuius centrum K diameter *AF* ad circini aperturam arbitrio sumptam (dúmodo circumducto diametrum non attingat) accipiantur æquales partes $5\frac{1}{2}$ pro numero angulorum scilicet siuè laterum inquirendi polygoni, & sint *AB, BC, CD, DE. EF*, & semissis vnius *FG*, arcus totius *AG*, sit eius nominis corda, circa quam eat circulus, in quo quadrãs *AL*, deindè ex puncto *L* in signum primę assũptę partis *B* ducatur linea *LB*, quę porre-



cta

cta arcum secabit secundi circuli in puncto *I*, ad quod ex *G* termino ducatur linea *GI*, & secabitur prior circulus in *H*, nouo puncto. Dico portionem resectam in dato circulo *AH* esse partem vndecuplam totius, & si in coæquali referatur, & lineæ agantur, erit expleta figura *ABCDEFGHIKL* vndecagona, & triangulum *AFG* ad basim angulos habere in ratione multipla ad angulum verticis, vt *S* ad *I*, & quia constructio est generalis, diuersa nõ erit effectio in omnibus alijs, demonstratioque iam ex alijs supra habetur eadem, nam similes sũt portiones ĩ circulis diuersis *AH*, *AI*, & pariter *AI*, *AB*, & in vno, eodémque circulo similes fiunt

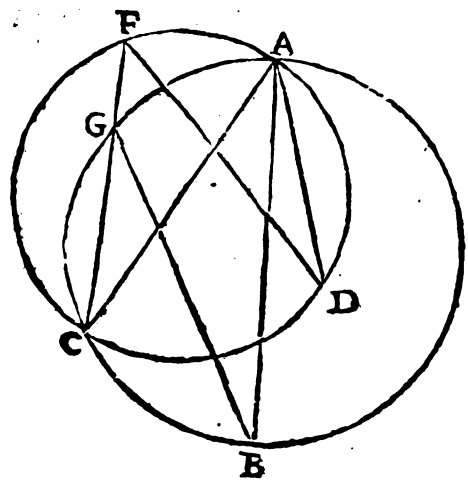


AH respectu semicirculi, vt *AB* respectu portionis *AG*, & ideò vt *AB* ad *AG* est 2. ad 11, sic *AH* ad *AF*, vt 2 ad 11; quare duplato consequente erit vt 2 ad 22, ita *AH* ad circulum integrum, scilicet in ratione sub vndecupla, quod erat faciendum.

ADNO-

ADNOTATIO TERTIA.

NON tantum hac methodo regularium polygonorum inueniuntur latera, verum etiam portiones similes inæqualium circulorum habentur, quia in circulo ABC, si ducta fuerit corda quæcumque AC, quę alterius circuli diameter euadat, & assumpto *D* quadrantis puncto in semicirculo, qui intra datum colligitur, ducta quęlibet linea *DF*, & iungendo puncta FC secabitur datus



circulus prior in *G*. Dico quod similes fiunt portiones AF, AG inęqualium circulorum, & facilè patet, nam iunctis BG, *D*A, erunt anguli ABG, ACG, æquales, quia eidem insistunt peripheriæ, pariter, & anguli ADF, ACF æquantur; eadem ratione ergo æquales euadunt diuersorum circulorum anguli ABG, ACF; Ideòque similes portiones sunt AG, AF, & aliquota, vel aliquanta sit AG, eadem in suo circulo fiet AF, quod fuit intentum.

ADNO-

ADNOTATIO QVARTA.

NObilitas amplitudinis eiusmodi effectionis postulare videtur, vt in silentium non relinquamus quicquid de polygonis locorum imparium senserint authores, & ne catalogus texatur, vnum pro omnibus selegimus celeberrimum nempè Kepplerum, qui præ ceteris mordicus defenderat heptagoni descriptionem ex numero fuisse impossibilium, & adeò constanter opinionem hanc tenuerat, vt prorsus è genere scibilium auulserat, nempè consequenter suis confictis definitionibus, ac conceptionibus, ea protulisse ex proprij ingenij feracitate potius, quam rei naturam indagasset, & si alibi præcipuè, & ex proposito in volumine harmonices libro primo capitulis 45, & 46 patet studuerit, aptari magis suis Idæis, quam realitati naturæ, quare ad hanc deuenerat sententiam, quod heptagoni descriptio fuisset ex inscibilibus, quia non præcesserat effingendi possibilitas, ideò pro dignitate quæstionis requiritur hìc non nulla eius verba excribi, quæ locis citatis habentur mihi pag. 38.

„ *Concludimus igitur analyses istas cossicas alienas esse à*
„ *præsenti contemplatione, nec vllum constituere gradum*
„ *scientiæ, cum ijs comparabilem, quos explicauimus in*
„ *superioribus.*

„ *Illud autem sunt obiter monendi metaphysici, occa-*
„ *sione huius cossæ, considerent, si quid hinc transumere*
„ *possint ad illius axiomatis explicationem, cum non en-*
„ *tis, nullæ dicuntur esse conditiones, nullæ proprietates,*

nam

„ *nam hìc quidem versamur nos in entibus scientialibus,*
„ *& rectè pronunciamus, quod latus septanguli sit ex non*
„ *entibus, puta scientialibus, quum enim sit impossibilis*
„ *eius formalis descriptio, neque igitur sciri potest à mente*
„ *humana, cum scientiæ impossibilitatem præcedat ipsa de-*
„ *scriptionis possibilitas, neque à mente omniscia actu sim-*
„ *plici æterno, quia sua natura ex inscibilibus est, & ta-*
„ *men huius non entis scientialis sunt aliquæ proprietates*
„ *scientiales, tanquam entia conditionalia, si enim esset*
„ *septangulum descriptum circulo, laterum eius proportio*
„ *tales haberet adfectiones.*

Sic ibidem author, qui insuper paulo antea fol. nimirum 34. L. C sequentia dictauerat.

„ *Itaque nullum vnquam regulare septãgulum à quoquam*
„ *constructum est sciente, & volente, & ex proposito*
„ *agente, sed bene fortuitò construi posset, & tamen igno-*
„ *rari necesse est, sit nè constructum an non?*

Non nulla sanè iste author obiecerat Analystis vera, vt pote ad latera figurarum explicandum nihil conferre per gradus scalares æqualitatem indicari, quum actu præcisè neque geometricè, neque per approximationem arithmeticè exhiberi nequeant, at deinceps in sequelam principiorum á se fabricatis, neque latus heptagoni describi, & consimilium figurarum, non iuxta naturæ thesim susceperat; nam ex ideis sibi conceptis ad possibilitatem, vel impossibilitatem rei naturaliter, fallaciter est argumentatus; idcircò delusus deuenerat in minimè tolleranda absurda, vt eiusmodi descriptiones etiam fuerint impossibi-

O possibi-

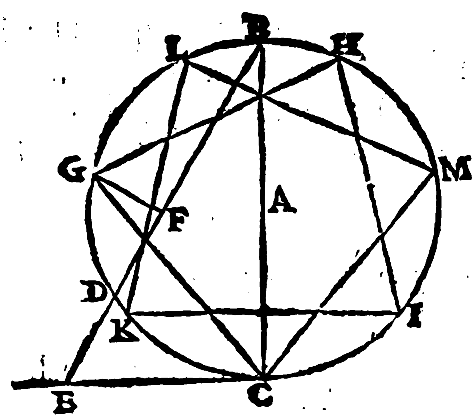
possibiles menti omnisciæ actu, nedum humanæ, & tamen fortasse vno potuerant fuisse contextu dictata (quod ex propinquitate loci argui licet) concesserat quidem casui, aut sorti, quod omnisciç subduxerat menti, at viri alioquin doctissimi, ac præclarissimi patiantur manes in rectam à diuerticulo semitam reduci, nos ordine scientiæ à rebus quidem recipimus scientias, & tunc ad veram rerum pertingimus naturam, cum earum causas agnoscimus, effectus vnde incepimus producere, non quando nostras confictas idæas assequimur non abludere ab hypotesibus. Descriptio heptagoni geometricum est opus, vt imparium omnium aliorum polygonorum, & tanquam à subalternante si ab ea accipiat aliquid musica subalternata arithmeticæ, potius quam Geometriæ nihil in reliquis turbari potest, quare inquisita à Kepplero in magnitudinibus, vt musicæ cum suis ideis inseruiret inter arcana geometriæ non penetrauit, descriptio heptagoni possibilis adest, & tàm parabilis, vt mirum sit á nemine fuisse detecta, cæterum ingenium feracissimum Keppleri plurimi semper faciendum censuimus, & quippè ad mixtionem rerum naturalium cum mathesi valdè fuerat propensum, & amplius quam ad rigorem mathematum tolerandum, ideò aliquando meretur, vt cum censura admittantur quædam eius asserta.

PRO-

PROBL. VICESIMVMSEXT.

Heptagoni altera delineatio Analystis fortaßè oportuna.

SIt circulus, cuius A centrum, BC diameter, & in C erigatur CE perpendicularis, eritque contingens circulum; ex altero verò extremo B diametri sit inscripta BD latus vnum trianguli ęquilateri, quod productum occurret ipsi *CE*, sit in puncto *E* (necessitas concursus euidentior sit, quàm vt probari sit opus) deinde *BE* secetur æqualiter in *F*, ex quo puncto erigatur eidem normalis *FG*, secabitur circuli peripheria in *G* pũcto, quo aio fieri quęsitum, scilicet iũcta *CG*, fieri corda dupli arcus heptagoni, adeò vt diuisa peripheria *CG* bifariá in K, erit *CK* arcus subseptuplus totius criculi, seu ducta corda *CK* latus vnum quęsiti heptagoni: si igitur initio facto à puncto *C* septies circunducatur amplitudo ipsius *CG*, vt *GH*, *HI*, *I* K, KL, *LM*, *MC*, in secunda circulatione regredietur ad idem *C* punctum, & quia ex æqualibus subtensis, etiam an-



guli, quos sustinent esse æquales manifestum est, quare peripheria, quę debetur angulo *GCM*, hoc est angulo ad *C*, comprehensa est

	duabus rectis	*GH*, *LM* dempto	arcu *HL*
ad *I*,	duabus	*HG*, K*L*	arcu *LG*
ad *M*,	duabus	*L*K, *CG*	arcn *G*K
ad *H*,	duabus	*GC*, *IK*	arcu *KC*
ad *L*,	duabus	K*I*, *MC*	arcu *CI*
ad *G*,	duabus	*CM*, *HI*	arcu *IM*
ad *K*,	duabus	*IH*,*LM*	arcu *M*K,

& quia omnes arcus sublati per suas portiones *HL*, *LG*, *G*K, K*C*, *CI*, *IM*, *MH* vnam restituunt pręcise circulationem, ergo & reliqui simul *LG*, *HM* : *LH*, *G*K : *GL*, K*C* : *GK*, *CI* : K*C*, *IM* : *CI*, *MH* : *IM*, *HL* alteram conficiunt circulationem accuratè, quod fieri non posset nisi ad idem punctum, à quo sumpsissent circulandi initium, perfectè regrederetur, quare Polygonus erit ordinatus heptagonus, quod inquisitum fuerat.

ADNOTATIO PRIMA.

APparet igitur Geometras pro constructione heptagoni latus habuisse paratum, quod oppositum Analystis contigit, qui sanè quæsitum tanquam concessum supponunt, sub ignota magnitudine *IN*, deindè ex nota circuli semidiametro, vt prima, & IN, vt secunda seriem instituunt octo proportionalium sub gradibus parodicis ad potestatem, cuius exempla

empla adduximus ſupra ad 18 Problema, in adnotatione 3, & facta operatione nobis exhibent hanc adfectam magnitudinem ſolidam

$$7\,N - 14\,C + 7\,QC - 1\,QQC$$

vt ex ea eruatur latus, ſiuè *IN* pro ipſo heptagoni latere, & ſecundum analyſeos præcepta optimè concludunt, ſed rem ad ſuum non deducunt ſcopum, etenim geometricè ex illo artificio nondum conſtitit haberi, ſed tantum latitaſſe quæſitum, nec ſuffragio arithmetico ad accuratum eſt deuenire, erat ideò negocium geometris commendandum, & à ſuis fontibus præcisè deducendum; præterea Analyſtę incidunt inter amphibola, cum pro multitudine adfectionis, etiam tot latera poſſe explicari, vt in ſuperiori erunt quatuor, continuatio poſtea pro ſeriè linearum proportionalium, & ſi per ſigna parodica *N*. *Q*, *C* &c. videatur aſcenſus, re vera eſt deſcenſus indicatus iiſdemmet ſignis, vt periti optimè norunt.

ADNOTATIO SECVNDA.

AT quotieſcumque magnitudo ſecundo loco poſita in ſerie proportionalium ſub *IN* ignoto latere excedit primam, tunc ſequentes augeri eſt ordinatum, verum caſu vtroque gradus parodici indicent ſuum cuiuſcumque locum, at de his alias, quod ſanè in præmiſſo problemate erit non iniucundum, illud nempè abſolui liceat vſque ad inuentionem lateris heptagoni, nulla circini facta variatione, vt quiuis ex

ſaltem

ſaltem initiatis cōmodè aduertere, ac experiri poterit. Igitur inuento *G* puncto, & ducta *GB* per biſectionem, aut arcus *CG*, aut anguli *CBG* habetur per *BD* lineam ipſa *CD* ſeptima circuli pars, quæ ſepties circumducta heptagonus explebitur accuratiſſimè: agantur lineæ *CG*, *CH*, *CI*, *CK*, *CL*, quæ cum tangente *EF* conſtituent numero angulos ſeptem *ECD*, *DCG*, *GCH*, *HCI*, *ICK*, *KCL*, *LCF*, omnes quidem æquales, ſunt namque ad contingentem *EF* cum ſecantibus anguli *ECD*, *CBD*, nec non *FCL*, *LBC* in coalternis portionibus æquales, & reliqui circumſtantes ſimiliter ob ſubſentas omnes pares fiunt, ſed ſi libeat faciamus periculum in numeris, etiamſi ad geometricam præciſionem attingere nequeant ſinuum tabulæ, vt conſtat ob numeros irrationales, ſit itaque arcus ſeptimæ partis

CD, 51. 25. 42 $\frac{6}{7}$ eiuſuè corda 86776

CG, 102. 51. 25 $\frac{5}{7}$ eiuſuè corda 156364

BD, 128. 34. 17 $\frac{1}{7}$ eiuſuè corda 180194

omnia ad radium 100000, nec ampliore indigemus, & ponamus inquirendum arcum, cui ſubtendit corda *BG*, igitur in quadrilatero *CD GB* duo diametri inter ſe ducti conſtituent (ex lemmate Ptolemaico, à pluribus

ribus

ribus euulgatum) rectangulum æquale ei, quod sub lateribus BC, & DG fiet rectangulo, vna cum reliquo sub CD, & BG simul sumptis, at rectangulum

sub diametris DB, CG est	28175854616
& factum sub BC,DC notis est	17355200000
Igitur reliquũ ęquatur ei sub CD, BG	10820654616
& adplicatum ipsi DC 86776 exiet in quoto	124696
pro cordaBG,cuius ĩquirimus arcũ,&reperitur	77.8.33
deberi partes, at ipsi CG congruę fuerant partes	102.51.25 $\frac{5}{7}$
vt simul à duobus rectis deficiant vno	179.59.59

tantum secundorum minutum, ob ineuitabilem tabularum defectum.

ADNOTATIO TERTIA.

HEptagoni indicati latus ab analystis sub suis gryphis, nos vero exhibuimus, & quia per duplicem circulationem magnitudo CG redit ad idem punctum, à quo sumpsit exordium, vt autem afferatur circulus, cuius fiat CG septima pars simplex, nullo negocio assequetur, si ad amplitudinem semidiametri BD scribatur, erit illud quęsitum efficiens, nam vt DC ad CG, sic se habet AB ad BD, & si intelligatur

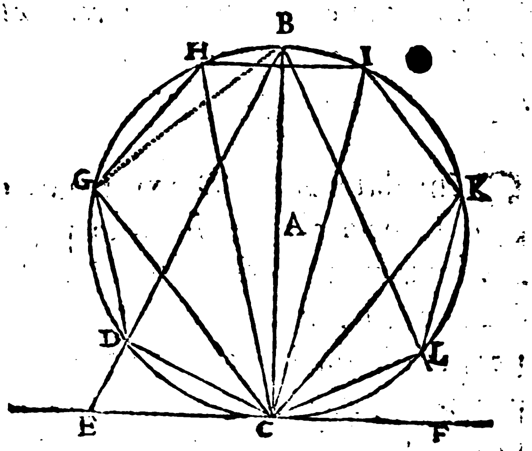
acta

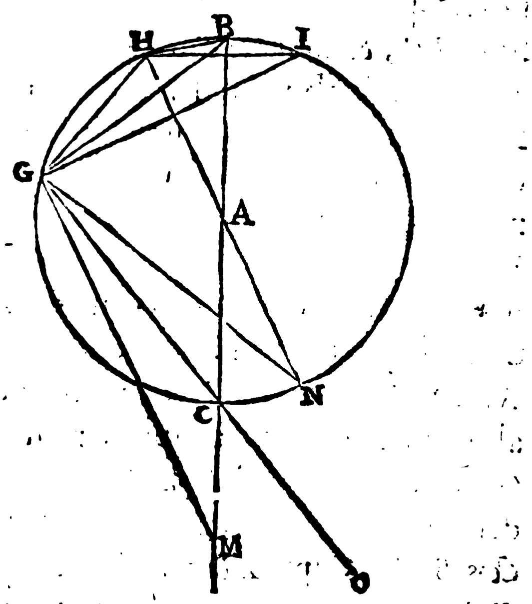
acta *AD* sũt duo triãgula *CDG*,*BAD* Isoscelia,& similia.

Porrò vt duplici circumuolutatione *CG* septies, sic *BG* triplici, per quater, & decies complentur circuli, etenim *CG*; $102^{\circ}.\ 51'.\ 25''\ \frac{5}{7}$ septies ducta efficit 720. partes, Ita *BG* $77.8.34\ \frac{2}{7}$ quater decies ducta cumulat partes 1080; nempe tres circulos, oporteat exhibere circulum, in quo *BG* quater decies sumpta illum expleat accuratè, replicetur: datus circulus (ad vitandam linearum confusionem), & in eo ponantur, vt prius puncta *G*, *H*, *I*, & agantur *GH*, *GB*, *GI*, & ad angulos reotos super *HG* ipsa *GN*, vt super *GI*. ipsa *GM*, quę cum diametro educta conueniant in puncto *M*. Dico si fiat circulus ex semidiametro *BM*, illum esse quęsitum, & in eo pręcisè *BG* quater,& decies comprehendi,quod sic ostendi poterit, cum enim anguli *HGB*, *BGI* sint ęquales, nec non *HGB*, *HCB*, quia super æquales, aut eandem sint peripheriam, anguli vero *BGC*, *HGN* in semicirculis recti, vt *MGI*, rectus ex fabrica, & prætcrea anguli *GHC*, *GBC* æquales, erunt triangula *HGC*, BGM æquiangula: recto enim HGN additus est HGC, angulus æqualis HGB, qui recto CGB appositus, erunt facti ex recto, & æquali HGC, BGM duo æquales anguli, & æquales ostendimus GHC, GBC,

quare

quare in dictis triangulis *GHC*, & *GB*M reliqui anguli ad complementum duorum rectorum *GCH*, *GMB* æquales fiunt, & ideò similia sunt triangula, & erit *GH* ad *HC*, ita *GB* ad *BM*, sed *GH* pro duabus circulationibus diametrum vnius habuit *GN*, & *GB* pro tribus assumit *BM*, seu mauis *GO* coæqualem in angulo recto *OGB*, vt erat *NGH*, & totum hoc opus breuiter excusabitur, si fiat, vt *HG* ad *HC*, ita *GB* ad *GO*, seu *BM*, circulos postea illos non describimus, quum à quolibet possint exhiberi, quare factum erit, quod volebamus.





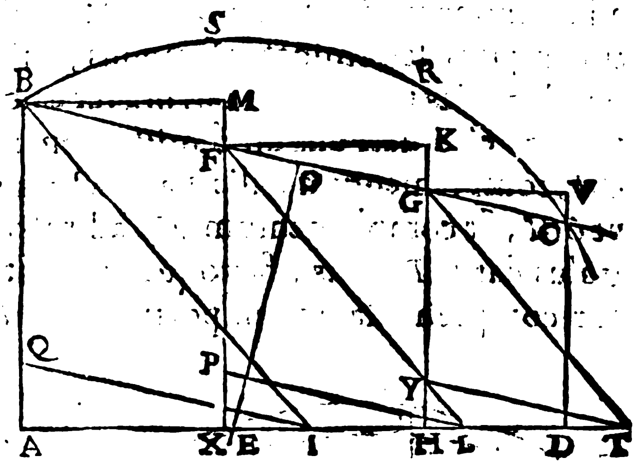
PROBL. VICESIMVMSEPT.

Medias quotcumq; lineas inter extremas in vna ratione inserere datas, seu rationem quamcumq; datam æqualiter in partes secare imperatas.

Sint datæ *AB*, *CD* extremæ, quæ in earundem distantia alternè sumpta ponantur super iacentem *AB* lineam ad rectos angulos, & copulentur *BC* puncta, per lineam bisectam in *O*, ex quo puncto eleuetur perpendicularis occurrens *AD* in puncto *E*, quod erit punctum quadrantis circuli euntis circa *BC*, ex quo portio peripheriæ scripta super *BC*, erit arcus sectus á linea *BC*, & deinde diuiso arcu pro numero mediarum suplè pro duabus medijs trifariam, pro tribus quadrifariam, & ita pro subsequentibus eodem ordine, & à punctis diuisionum in casu duarum mediarum duobus, demittātur perpendiculares, quæ secabunt cum *BC*, sit in *FG*. Aio quod portiones *FX*, *GH* sunt inquisitæ mediæ, & ratio continua quatuor *AB*, *XF*, *HG*, *DC* inuenta haberi, quod ita ostendetur. Ponatur *AI* æqualis *XF*, & *XL* æqualis *HG*, vt adhuc *HT* æqualis *DC*, & aliæ quantum fuerit opus, postea iungantur *BI*, *FL*, *GT*, à punctis verò *I*, *L*, *T* agantur *IQ*, *LP*, *TY* æquidistantes lineæ *BC*, & erunt inter se: & similiter à punctis *B*, *F*, *G* ipsi *AD* aliæ fiant æquidistantes *BM*, *FK*, *GV*, quę erunt & inter se, at quia in parallelas *BM*, *AI* incidens linea *BI* angulos efficit coalternos æquales

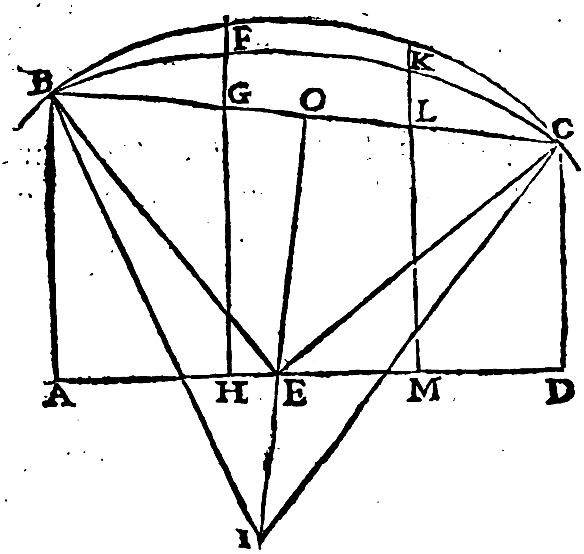
MBI

MBI, *BIA*, veluti eadem *BI* in parallelas *BF*, *QI* incidens alios coalternos æquales *FBI*, *QIB*, & sunt isti illorum portiones, quæ sublatæ relinquunt æquales *MBF*, *QIA* angulos; & ita in cæteris consequētes, præterea in parallelas *AB*, *XF*, *HG*, *DC* incidēs *BC* facit angulos *ABF*, *XFG*, *HGC* æquales, à quibus sublati ęquales *FBI*, *GFL*, *CGT* erunt residui *ABI*, *XFL*, *HGT* ęquales in rectangulis triangulis, ergo & reliqui, quare ęquiangula sunt triangula *BAI*, *FXL*, *GHT*, &c. Ideo homologa in ratione erunt latera, hoc est *AB* ad *AI*, vt *XF* ad *XI*, sed *AI*, *XF* vna, & eadem linea sunt, ergo tres *AB*, *XF*, *XI*, seu GH proportionales, & duabus postremis *XF*, *HG* relicta prima sunt in ratione, vt *XL* ad *HT*, quare & *HG*, *XL* sunt eadem linea, & erunt in analogia tres aliæ *XF*, *HG*, *CD*, in qua fuerat *AB* ad *XF*, ergo assumpta rursus *AB*, quatuor erunt in proportione *AB*, *XF*, HG, *DC* continuę, quod effici imperatum fuerat.



ADNOTATIO PRIMA.

QVod dicimus de duabus erit idem pro tribus, quatuor, & alijs, itaque negocium deuoluitur ad diuisionem anguli siue arcus, & siquidem proponatur angulus determinatus secandus, nulla habita ratione ad medias proportionales præter ea, quę supra ostensa sunt, eius dati anguli semissis constituatur in linea *OE*, complementum scilicet ad rectum ponendo ad *C*, vt *OCI*, sit complementum *OIC* ad rectum, vt totus angulus fiat *CIB* datus, factoque in *I* centro, delineabitur comprehensa anguli portio inter *BC*: deinceps secanda in partes imperatas, & apparet, quod cētra portionū arcuum, siue angulorū infra iacentem lineam, & supra, semper tamen in datam positionem rectam *OE* occurrere contingūt,

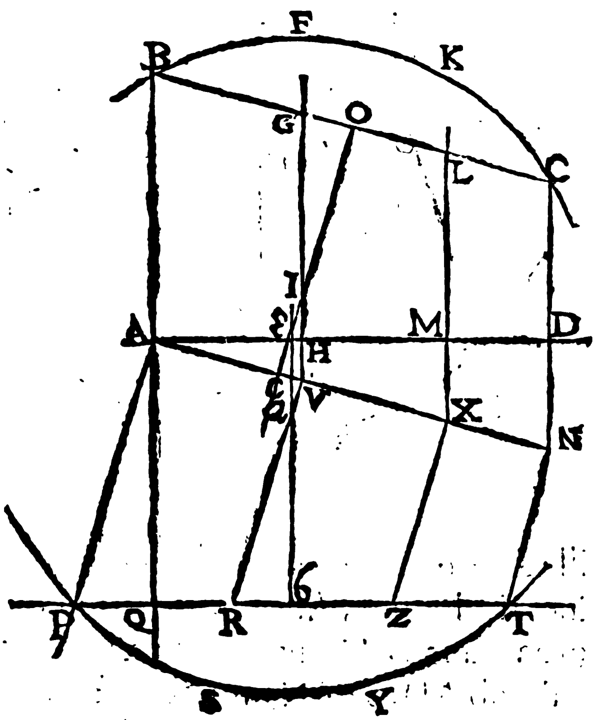


in *AD* tantum in angulo recto, quo casu obtinebimus inter extrema pcoportionales, & tunc non tantum pro-

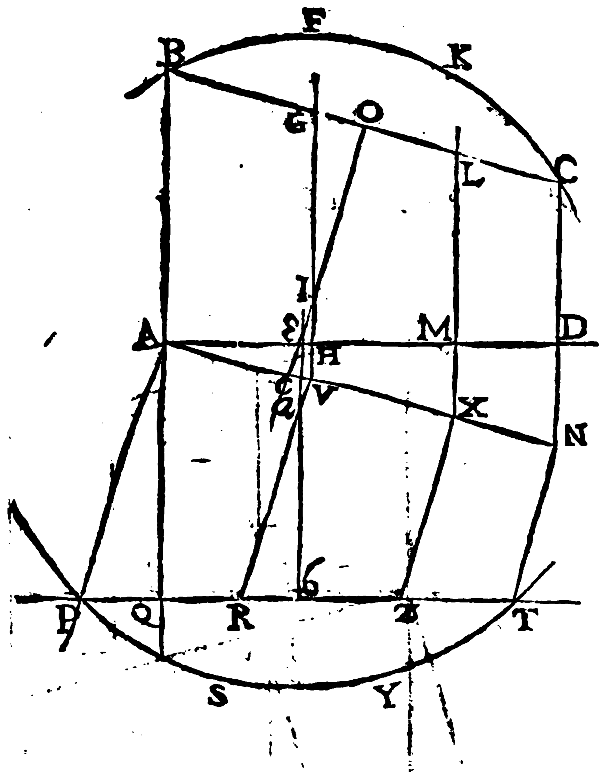
proportio erit *AB* ad *ED*, vt AE ad *CD*, ſed æqualitas permutata inter iacentem lineam, atque extremarum aggregatum, vt in conſtructione fuerat indicatum, quumque ex alio, & alio centro ſcriberentur portiones, ſemper noua triſectio ſuccedet pro mutatione angulorum, centra denique infra aut ſupra *AD* indicant adgregatum extremarum maius, aut minus ipſa iacente linea, & in ipſa quadrantis punctum, vt conſtat, quare & proportionales, & anguli ſectionum exhibentur ex prædictis.

ADNOTATIO SECVNDA.

VT igitur in problemate aſſertum eui. dentius ſe oſtendat, ex *A* púcto agatur *AN* æquidiſtans *BC*, & continuatæ GH, LM, CD ſuper ipsã cadant in punctis V, *X*, N, conſtat quod omnes erunt ipſi A B æquales, & v-



na fa-na ratio conuerſa inter partes *GH*, *LM*, *CD* erit cum adiunctis *DN*, *MX*, *HV*, porrò ſuper eandem *AN* ex prædictis punctis eleuentur normales *AP*, *VR*, *XZ*, *NT* prioribus æquales, iunctàque *PT* indubium eſt per extrema tráſire mediarum, vtque in *BC* erat *OIε* ad angulos rectos, ſimiliter ex dimidia *PT* in puncto *b* altera erecta, in eaq; eligatur punctum analogicum *a*, ex quo deſcribatur arcus *PST*, qui ſimilis fiet arcui *BFC*,



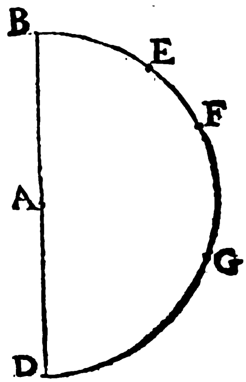
illud verò punctum *a* aſſequetur ſi dicatur *BC* ad *PT*, ita OI ad aliud, ſiue Oε ad aliud, & fient *a*, *c* congrua punctis Iε, non enim æquales erunt cordæ BC, PT; ob AD, ac AN impares, ſed nulla turbatio occurret in effectione, quia nititur ſimilitudine; duo poſtea

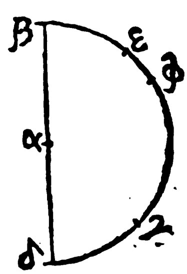
DAN

DAN, *PAQ* anguli æquales sunt, vt rectorum residui, & sunt illimet adhibiti in ordinatione demõstrationis, qui ad reliquos terminos intelligi queunt extensi, quare tam *F*, K per *HG*, *ML*, quam per *VR*, *XZ* habebuntur S, Y puncta, & constat diuisio esse in partes vtrobique pares.

PROBL. VICESIMVM OCT.

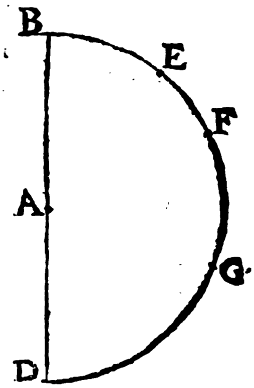
Portiones inæqualium circulorum dissimiles in eadem secare analogia.

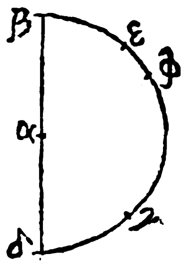




FOrtasse videbitur effectio huius cum problemate 19 coincidere, at aliter proponi non iniucundum supponimus, neq; inutile, si enim propositus angulus, siuè arcus secandus ponatur βγ, vt in aliqua fiat analogia, nempè vt se habet *BE* ad *EG* perficiam semicirculum *BGD*, hunc vero oportet secare, ex præmissis in *F*, adeò vt fiat *BF*, ad *FD*, vt *DE* ad *EG*, deindè expleto semicirculo altero βγδ, eius peripheria iterum secanda erit, ea ratione in φ, vt semicirculus prior secuimus in *F*, quod facillimũ erit per ęqua-

li



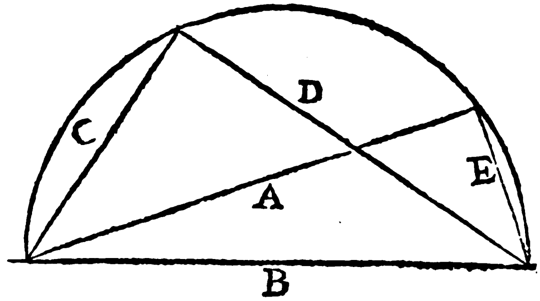


litatem angulorum in centro, deindè vt ſe habet βφ ad φδ, ita ſe habeat βε ad εγ, ex ijs pariter, quę ſupra oſtẽſis. Nã ex æqualitate, ſiue ex communi animi conceptione, quę eidem ratione cõueniunt, eſſe inter ſe ęquales, ipſa dicta ratio, erat namque vt *BE* ad *EG*, ſic *BF* ad *FD*, & vt *BF* ad *FD*, ita βφ ad φδ, & iterum βφ ad φδ ſe habet, vt βε ad εγ, ex æquo igitur ſequitur eſſe βε ad εγ, vt *BE* ad *EG*, quod erat faciendum, quæ relata ab arcubus ad angulos, erunt & *anguli in* eadem ratione, vti proponebatur.

PROBL. VICESIMVM NONVM.

Angulum planum per artem analyticam ſecare triſariam.

EX opere geometrico adhibitis rectis tantum lineis, deinde per ſemicirculi peripheriam, & diametrum eductam, poſtremò per arcus circuli, vt per genus proximius ſupra, illud idem abſoluimus, & demonſtrauimus, at quia indicauimus quo vſque Analyſtæ ſuo artificio progredi queant, ſciendum eſt, quod ſi pro si pro angulo ita trifariam secando, proponantur trianguli rectanguli omnia numero latera, etiam quãtitatem numericam laterum secundi trianguli licebit Analystæ afferre, adeò vt angulus secundi triens fiat anguli assũpti in primo triangulo, hoc est si nota dentur rectanguli trianguli omnia latera, vt *B* hypotenusa sit



1 7 5 7 6 Perpendiculum verò, sit *D*
1 6 2 8 0 Et basis, vt latus reliquo *C*
6 6 2 4 Omnia sic *BDC* trianguli latera, ex doctrina sectionum angularium, & assumendo systaticum problema ab Andersono operi Vietæo de recognitione, & emẽdatione in fine subnexũ, vt angulus sub *B*, & *C* trisecetur, & fiat angulus sub *B*, & *A* triens prioris, constituetur secundũ triangulũ *BAE*, & res ad hanc deuoluetur æquationẽ, vt cubus sub dupla base secundi trianguli, multatus solido sub quadrato hypothenusæ in eãdem secundi basim, æquetur solido sub quadrato hypothenusæ in duplum trianguli primi basim, quæ quidẽ ęqualitas sub speciebus, vt inuenta est sic proponitur

2 A C — BQ 3 in A = BQ in C 2,

& vulgo ex numeris datis ita exprimitur

1 *C* -- 926747328 *N* = 4092516200448,
Q &nisi

& nisi darentur primi trianguli *BDC* latera, & communis fieret hypothenusa *B* ad inuentionem per numeros, ars non procederet, verum geometricum non turbat, cui relinquit operi, vt linearum A, & E magnitudines limitentur, at quia cubus adfici potest tùm à latere, tùm à quadrato pro vtroq; casu exempla afferimus, & in hoc priore adfectio est sub latere, & quia cubus adfectionis negatè multitudinem excedit extractio lateris, seu 1 *N* directè fieri licet, ordinetur igitur, vt potestas solitaria ex vna parte maneat, & quod negatum est sub latere in aliam adfirmatè transeat,

1C ⚌ 40925162004 48 † 926747328, N

Latus seu 1 N	✠92 40	674 925	732 162	8 004	48	
3	278 27	024	198	4		
27 9	9 481	267 949	473 360	28 404	48	
	18	534	946	56		

6 7 4 8 4 3 0 6 9 6 4 4 8

Latus 3	54 3	6 8				
	57	68				
	9	926 804	747 306	328 964	48	

32	3	706	989	312		
1024	13	511	296	276	48	
3072 96 4.	12	288 153	6) 64)			
	12	442	24			
	1	92 069	674 056	732 276	8 48	
324 324		370	698	931	2)	
104976	1	439	755	207	68	
314928 972 4.	1	259 1	712 555	2) 64)		
	1	261	267	84		
3244 3244		9 178	267 487	473 367	28 68	
10523536		74	139	786	24)	
31570608		252	627	153	92	
9732 Latus. 8.		252	564 62	864 284 5	8) 12)	
32448.		252	627	153	92	

Latus inuentum 32448 est *A* duplum, quare ſimplum *A* quæſitũ fiet 16224, & *E* reſiduũ à quadrato ipſius *B* hypothenuſę erit 676, & trianguli ſecundi *BAE* duo latera *BA* comprehendunt trientem anguli propoſiti ſub lineis numero datis *BC*, ideò factum quod oportuit.

EXEMPLVM SECVNDVM.

Contingit aliquando ob negationis vitium, quod non tantum adficiatur poteſtas, at ipſa adficiat ſolidum, ex inde oritur ambiguitas lateris, quam vt caueat Analyſta congruum adhibit remedium, & in hoc caſu per πρότον ἔσχατον, vt ipſe inuentor docuit in opere de recognitione, ac emendatione æquationum, quo artificio latus negatum in adfirmatum tranſit quadratum, & homogenum comparationis in ſuum quadratum eleuatur, eductum deindè latus adplicandum venit propoſitum ſolidum, vt parabolæ ſemiſſis, quæſita fiat ſecundi trianguli baſis. Proponatur igitur

$$1C - 14480427N = 7993195704$$

vt lateris ambiguitas declinetur, ſic iterum proponendũ

$$1C + 14480427 = 63891177562444055616$$

& quia adfectio eſt ſub quadrato magis operoſa fit effectio ob plana expletionum, & erit vt ſequitur.

✠	14 63	480 891	427 177	562	444	055	616
Latus. 1.	1 14	480	427	lat. pri.	cubus pri n quadr.	mi lateris adfect.	aufer.
plan.exple-	tionis. 2 48	896 144 410	085 804 750	4, à co- 27 562	efficiente coefficiēs reliquum	in dupl. la lōgitudo resoluen-	teris pr. di
9	2 2 11 26	7 43 729 729 064	145 768	87 6	tripl. q.pr tripl.latus cubus à à q.lateris a latere 2.	lateris in prim.in q. latere se- secū.in co in plan ex	secundū secundi cundo efficiētem pletionis
	43	652	914	47	subtrah. à	resoluen-	do
	4	550 1 757	256 448 836	226 042 092	7 444	055	616
7	3	758 27 851 70	1 93 343 793 954	582 092	3		
	4	709	120	674	3		
0.		5 48	705 715	288 144 418	238 804 144	0 27 055	616

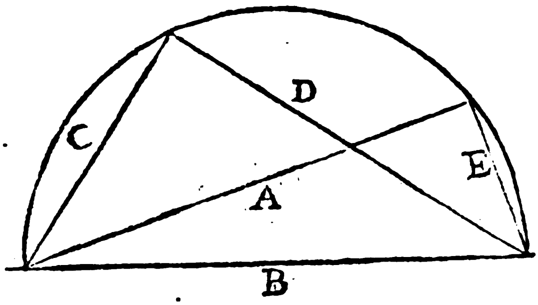
			8	149	890	0	)	
				2	895	90	)	
						343	)	
7						666	0)	
			39	937	017			
				7	095	409	23)	
							)	
			48	096	899	318	23)	
				57	073	154	977	80
					1	448	042	7
0.				618	518	825	825	16
				104	858	779	230	0)
						478	880	10)
								729)
				513	658	394	800	20)
					1	172	914	587)

Latus integrum
1970709 = 6185188258825616

collecta omnium ſubtrahendorum ſumma æqualis reliquo reſoluendo, quare erutum adfecti cubi ſub quadrato latus ſit 1970709, quod adplicatum propoſito ſolido

$\frac{7993195704}{1970709}$ erit quotus, ſeu parabola

4056 cuius ſemiſſis
2028 erit ſimplum *A* quæſitum pro baſe ſecundi triangu-
845 li, & perpendiculum eiuſdem *E*, vt differentia quadratorum *B*, *A*, ex quo in hoc ſecundo exemplo ponatur *B*
Hypo-



Hypothenusa 2197

D perpédiculú 2035

& *C* basis 828

atque incidens in æquatione, vt in priore exéplo, $A\,2\,C - B\,Q\,3$ in $A = B\,Q$ in $C\,2$, cubus etiam adfici potest adfectione duplici, vt duo sunt scalares gradus, at simul adfectio eiusmodi nihil ad trisectionem anguli in triangulo conferre potest, constat itaque quo vsque analyticum pertingat opus, nec quicquam quod geometricum sit conturbat, eidem relinquens suum illibatum munus, & quia quos vidimus authores pro trisectione anguli, ac duarum mediarum inter totidem extremas, agnoscunt assumptum suffragium haud esse geometricum culpandi non veniunt, at Ioannes Moltherus in quodam libello de duplicatione cubi edito Francfurti 1619, ac Principi Mauritio nuncupato plura pollicebatur, vt geometricè illa eadem, & alia supplere, at demum cum Vietæo coincidit postulato, & mirum quippe quàm lepidè illud dissimulet, ait namque in historica narratione de duplicatione cubi mihi fol. 26.

„ *Subtilissimus Vieta nihil quod censuram sustineret venatus est; Clauius in Geometria practica aliquot antiquorum geometrarum producit mechanemata: Verè, ac geometricè duas medias proportionales ad eam vsque diem inuen-*

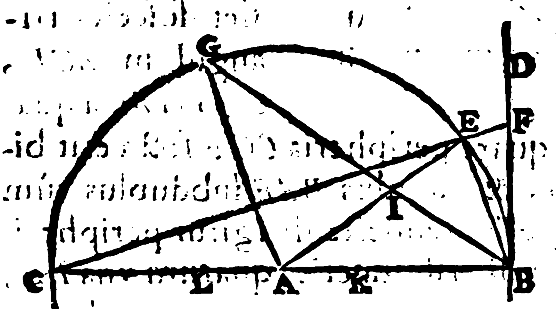
„ *inuentas disertè negat, &c.* & paulo infra nẽpe fo. 27.
„ *hoc posterius (nempe mediarum duarum) nullatenus*
„ *nec ab illis, nec à recentioribus geometricè potuit obiri.*
„ *At nos rem istam exploratæ per plurima sęcula difficulta-*
„ *tis, in qua mortalium ingeniosissimi hæsitarunt, ita ex-*
„ *peditam, facilem, obuiam, parabilem, promptamque*
„ *dudum animaduertimus, vt quia hasce postulati legitimi*
„ *conditiones obtinet, Postulatus sit proxima, meritòque*
„ *annumeranda, adeò vt nequaquam ceu problema conten-*
„ *tiosum anxiam constructionem, ac demonstrationem re-*
„ *quirat, sed tanquam principium per se manifestum, seù*
„ *contenta sit explicatione, qua adhibita à quolibet capi, &*
„ *assensum mereri possit, & hisce præmissis initio operis ait.*
„ *Postuletur, duabus lineis, punctoque in eodem plano*
„ *situ datis, vt è puncto isto linea recta applicetur, cuius*
„ *portio à lineis illis intersecta alteri rectæ longitudine da-*
„ *tæ sit æqualis.*

Quid igitur Author iste hisce ampullatis verbis inę-dificet non video, nisi quod dum Vietæum repellit po-stulatum, quod facit suum, suamet suo iudicio con-demnat, vt à geometriæ numero aliena, interim cum cæteris, & plusquam aliis reijciendus author iste, & vt cum Vieta clarissimo cepimus cũ eodem claudatur, at si geometriæ aliquid hactenus detractum æqui Cen-sores nouerint pro eorum ingenuitate speramus vnicui-que suum restitui pronuntiaturi oportere.

PRO-

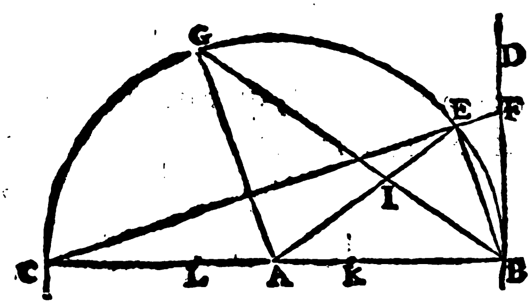
PROBLEMA TRICESIMVM.

Arcus pentagoni congruus habetur determinatus ante Isoscelis trianguli conditionarij constructionem, scilicet in quo angulus vteruis ad basim est ad reliquum verticis in ratione dupla.



SIT circulus, cuius diameter *BC*, quæ duobus punctis secetur æqualiter trifariam, vt in *L*, k, & vna partium sit *B K*, hæc ponatur in linea *BD*, quæ tãgat in *B* circulũ, & *BF* equalis ipsi *BK*, deinde ex reliquo extremo diametri *C* agatur *CF*, hæc secabit peripheriam in *E* puncto, iungatur *AE*, postea angulo *BAE*, *ABI* angulus construatur æqualis, & porrecta *BI* dabit in peripheria punctum *G*. Dico quod arcus *CG* sit totius circuli quintans. Iungantur *AG*, *BE*, quoniam duo anguli ad *A*, & *B* in triangulo *ABI* æquales facti sunt supra basim, isosceles fit triangulum, & alter angulorum est in peripheria, alter verò in centro circuli, sequitur ex conuersa propositione 20 libri 3 arcus oppositi esse in ratione dupla, sed tàm *CAG* angulus, quám *AIG* angulus, dupli sunt anguli *ABI*, nam

R illorum alter eſt in centro, alter verò externus in iſoſcele, ergo æquales ſunt anguli *CAG*, *AIG*, qui detracti è duobus rectis, relinquentur *BAG*, *BIA* æquales, & ideò iſoſcelia, & ſimilia ſunt eadem triangula, & ſi quidem ab æqualibus *BAG*, *BIA* angulis æquales anguli *BAI*, *BGA* ſubtrahi concipiantur, relinquentur ęquales *GAI*, *GIA* anguli ſupra baſim *AI*, & fiet iſoſceles triangulum *AGI*, ergo *GAI* æquabitur angulo *CAG*, quare peripheria *CGE* ſecta erit bifariam in *G* puncto, & angulus *BAE* ſubduplus tùm *CAG*, tùm *GAE* angulis, ſemicirculi igitur peripheria in quinque portiones diſtributa erit, quarum vna *BE*, & eius dupla *CG*, erit quinta pars totius peripheriæ circuli, inuenta ante omnem conſtitutionem iſoſcelis conditionarij pro quæſito Polygono laterum imparium, ab antiquis requiſiti.



ADNOTATIO PRIMA.

POterat quidem inuento puncto *E* aliter reliquũ abſolui, vel ex duplo arcu *BE*, haberi ſtatim punctum *G*, vel è centro acta *AG*, æquidiſtanti *BE* rectæ, at libuit per æqualitatem angulorum ſupra ſemidiame-

trum

trum incidere, vt forma, quæ alijs polygonis á pentagono fit communis, & præter duo iam agnita isoscelia similia *BAG*, *BIA*, duo sunt alia ad angulum communem commissa, nempè *AGI*, *IBE*, nam anguli *AGI* vnius æquatur angulo *IBE* alterius, quia *ABE* bifariam secatur, & reliquus *GAI* reliquo *BEI* æquatur: sunt igitur homologa similium latera triangulorum, hoc est *BG*, *BA*, *BI* proportionalia, vel *BG*, *GI*, *BI*, ergo in puncto I secatur *BG* media, ac extrema ratione, similiter in analogia sunt *AE*, *AI*, *IE*, quare & *AE* secatur in eodem *I* puncto media iterum, ac extrema ratione, & constat ante constructionem conditionarij trianguli isoscelis existere polygonum quinque lateribus ordinatum.

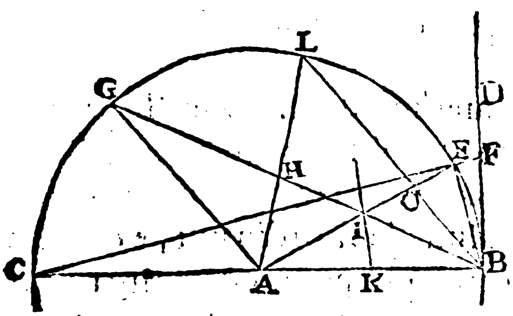
ADNOTATIO SECVNDA.

EVclides quippè methodum inscribendi pentagonum ordinatum tradidit dependenter ab isoscele iam dicto; & Ptolomeus in Almagesto ex sectione analogica semidiametri illud idem ordinauit, ex indè authores cæteri crediderant pro polygonis imparium laterum, inquiri oportere conditionaria isoscelia, sed nec exhibita à nemine fuerant, nec expectanda vlterius; quia vt in Physicis contingere nouimus, ex mixtione diuersarum specierum vltra primam, haud admittit natura deinceps proles, sic in Geometricis quasi ex compositione rerum diuersæ speciei, haud licet vltra pentagoni structuram per mixtionem linearum, & angulorum ſecare peripheriam de genere curui, & ideò ex genere proprio ſuperius, & hìc factum conſpicitur.

PROBL. TRICESIMVMPRIM.

Arcus heptagoni congruus habetur determinatus ante iſoſcelis conditionarij conſtructionem, nempè in quo angulus verticis eſt ad reliquos in ratione ſubtripla.

SIT circulus cuius diameter *BC*, & hęc æqualiter ſecetur, tribus adhibitis punctis, quadrifariam: ſit deinde tangens circulum *AD*, in eaque ponatur *BF*, vni partium nempe *BK* æqualis, & à centro *A* conducta *AF*, ſecabitur peripheria in *E*, poſtea angulo *BAE* conſtruatur ãgulus *ABI* æqualis, & porrecta *BI* dabit in peripheria punctum *G*.



Dico arcum *CG*, arcum eſſe heptagoni congruum circulo ordinati. Secetur bifariam arcus *GE* puncto *L*, & ducantur *AG*, *AL*, *BL*, *BE*, & etiam ſi lubet *CE*, fiet angulus *EBD* ad tangentem ęqualis *BCE* in ſegmento alterno, ſeu *AEC*, (hac ſcilicet quantitate anguli ſupra *BE* in iſoſcele minuuntur à recto) & anguli *ABE*,

AEB

AEB in tripla ostendentur esse ratione ad angulum verticis *BAE*; quoniam anguli *BAI*, *ABI* facti sunt æquales, oppositi arcus esse in ratione dupla *CG* ad BE supra fuit demonstratum; & ABL isosceles, quum sit anguli ALB, ABL æquales, sicuti angulus LAE in centro, æquatur angulo GBE, quia iste super duplam insistit peripheriam, ergo duo anguli ABL, G*B*E euadunt æquales, à quibus portio GBL communis sublata, relinquuntur anguli CBG, LBE æquales, quare & arcus quibus insistũt CG, LE ęquales, at G*L*, & *LE* sunt ęquales, ergo quilibet arcus *CG*, *GL*, *LE* fit duplus ad arcum BE, hoc est arcus BE septima fiet semicirculi portio, seu angulus in centro BAE, subduplus cuiuslibet angulorum *CAG*, *GAL*, *LAE*, & ęqualis fit angulis CBG, *GBL*, LBE, quare ante constructionem huius trianguli conditionarij A*B*E, & natura, & tẽpore determinata habetur portio *CG* in circulo pro heptagono opportuna, vt fuit quęsitum.

ADNOTATIO PRIMA.

SEquitur ex ostensis quod AG, *B*L sint ęquidistantes, etenim æquales euadunt anguli AL*B*, LAE, & isoscelia triangula AOL, O*BE*, non tamen similia, sed ABE, EBO similia, sicuti A*B*E, ABH similia, & æqualia, nam iterum similia fiunt ABG, IBA, & quia anguli CAG, AIG sunt æquales, quum ad A*B*I quilibet sit in ratione dupla; ergo sublati ex duobus rectis, reliqui BAG, *B*IA ęquales sunt, quare triangula A*B*G, ABI similia sunt, præter quam quod ad bases BG,

& BA

& *BA* erant anguli pares, & ideo homologa fiunt latera *BG*, *BA*, *BI*, & in triangulis *AHI*, *BIE*, & similitudo, & qualitas adest, vt ex angulis patet, ideò *HI*, *IE*, *AH*, *EB* ęquantur, & bases *AI*, *IB* erant pares, igitur æqualibus æqualia additis *BH* æquatur *AE*, & isoscelia *ABH*, *ABE*, angulus nempe *AHB* triplus fit anguli *ABH*, quod rectè consequitur, quum possit duos *HLB*, *HBL* internos, hoc est *ABL*, & *HBL*, quare erit, vt *GB* ad *BH*, ita *BH* ad *BI*, vt tota ad totam, ita ablata ad ablatam, & reliqua *GH* ad *HI*, & non nulla alia assimilari cum conicis sectionibus.

ADNOTATIO SECVNDA.

AD Punctum igitur K si eleuaretur perpendicularis transibit per *I* punctum, & erit portio æquilateri trianguli circulo inscribendi, ad hanc lineam ex A centro requirebat Vieta in 8 libro Variorum capite 7. quod inclinaretur recta hac ratione, vt *IE* æqualis efficeretur cordæ EB, nam ibidem assumpserat sub examine tres methodos pro heptagono effingendo, exhibitas ab Illustri quondam mathematico, & eius censura fuit, esse

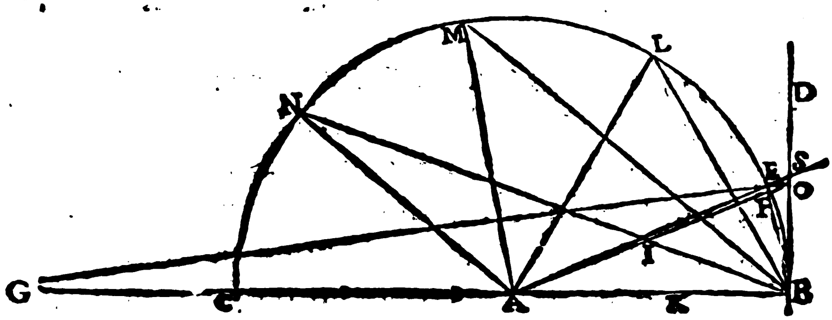
Primam geometricam, sed veræ tantum proximam, non etiam accuratam, alteram veram, & accuratam, sed non Geometricam.

Tertiam Geometricam, sed ἀσυλλόγιστον & omnes vt par erat reprobauerat, in secunda tamen forma, quæ mechanico tantum hærebat duo stabilierat, suo rat suo more elegantissima theoremata, ad illa lectoré remittimus, & ex inuenta æqualitate inclinatę *IE* ad *EB* concludebat heptagonum subsistere ordinatum, verum, & ęqualitas eadem est quid posterius ipso heptagono, quo prius à nobis multiplici ratione exhibito duo illa theoremata omni pede procedent.

PROBL. TRICESIMVMSEC.

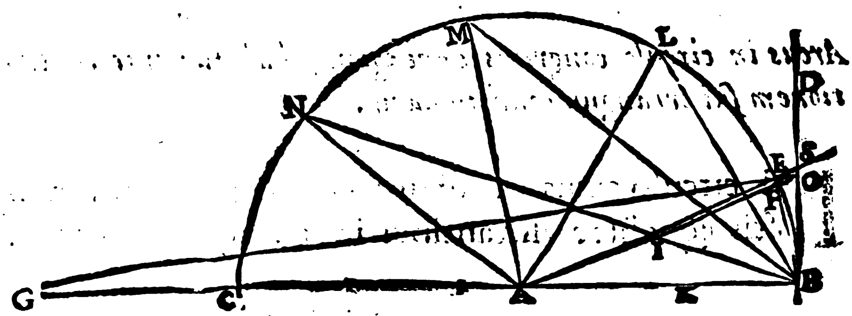
Arcus in circulo congruus enneagono, habetur ante inuentionem sui trianguli conditionarij.

IN circulo cuius BC diameter, hæc quatuor punctis ęqualiter distantibus in quinque dirimatur



portiones, quarum vna sit BK, quę vt supra in tangentem BD ponatur, vt ęqualis BK sit BS, & iungendo *A*S ex centro secabitur peripheria primum in *E*, & producta diametro ad semissem eius *CG*, agatur *GE* linea, quę vlterius secabit tangentem in puncto *O*, ex quo iterum

iterum ad *A* centrum conducta linea *AO* secabitur secundò peripheria in *F*, deinde angulo B*AF* construatur angulus AB*I*, & protracta B*I* secabitur peripheria in N. Dico quod arcus *CN* erit nona pars accuratè totius circumferentię, & sic demonstratur. Iungantur A,N, cui æquidistet BM, & arcus *MF* secetur bifariam in *L*, & alię ducantur AM, AL, *BL*, *BF*: igitur anguli NAM, AM*B* alterni sunt ęquales, & AN*B*, NBM



æquales, vt æquales CAN, CBM in centro, & ad arcum, quare tres CAN, NAM, MAL anguli ęquantur, similiter & huic postremò ęqualis *LAE*; ergo dupli omnes eiusdem anguli *BAF* fiunt, & tota semicirculi quaperipheria distributa habetur in nouē portiones, quarum vna est *BF*; & totius circumferentiæ nona pars fit eius dupla *CN*. Idcircò ante conditionarium Isosceles pro enneagono eius opportunum latus habetur natura, & tempore, quod erat intentum.

ADNO-

ADNOTATIO.

1 POterat etiam, & punctum *F* reperiri absque eo quod produceretur diameter in *G*, at forma assumpta, & commodior visa fuit, reique magis propria, nam pro figuræ primæ scilicet Isopleuri arcu, vtitur sectione diametri in centro, & semissis reflectitur intra, vt sextans fiat, reliquus verò ad semicirculum est quæsitus arcus.

2 Deinde dum secatur diameter duobus punctis trifariam æqualiter ad tangentem operatio prouocat, & limitatur arcus pẽtagoni à reliquo diametri extremo

3 Postea pro tertia figura imparium, nempè heptagono, secatur ipsa diameter tribus punctis quadrifariam, & cum tangente arcus determinatur á semidiametro ex centro.

4 Igitur quod tàm arduum censebatur, tàm facilè, & secundum naturam reperiri contingit. Si verò ad vlteriora, hac methodo progredi lubeat non vnica, sed replicata sectione, vt in enneagono factum est, posset expediri, & tunc quatuor punctis dirimetur diameter æqualiter, nempe quinque portiones, at vlterius etiam excedere licebit, & si satis implexa effectio sortiretur, nobis satfuit demonstrasse in omni polygono imparium laterum prius attingi arcus lateri competens, quã reperiatur conditionarium isosceles, quod illa deinceps inquirere superfluum videatur, ac inutile, cum aliàs haberi queant, vt ostensum fuit.

Soluentes itaque Perge magni nuncupati Geometræ manes; post amplissima vasti pelagi perlustrata iam litora; sibiq; plurima, ac prætiosa admodum oblata, adhuc neque alumnos excitare quiescentes; ad angusti Tynheni ripas dum conuergerent proras, contigit *ITER* prospexisse *REGIVM*, quo pauca hæc exorta haud indignabundæ sibi onerari adnuerant.

FINIS.

INCLINATIONVM GEOMETRIÆ PARERGON

EODEM AVTHORE.

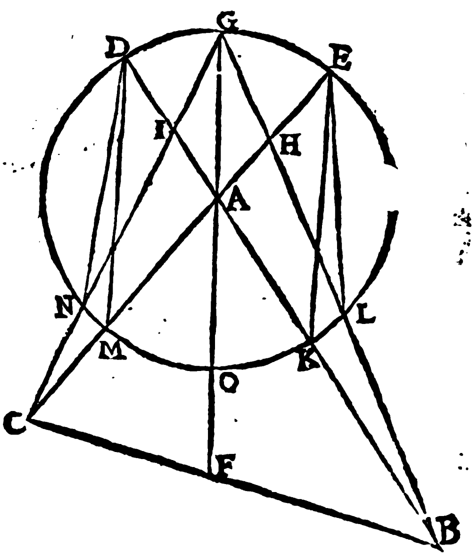
INGENVO LECTORI S.

IN primæuo exortu suo, cuiusuè nec parum indigens opusculum de reflexionis puncto agnoscebatur, industria earuit obstetrice, meritò igitur sibi postulabat reflecti, quod aliquando consensimus, & curiosè prolixa rescindere consilium fuit, vt reliqua ferè alia methodo construere, ac demonstrare, & pro illo vt supponimus fungi criticis sublatum officio, ita nec immemores, in hoc exerceri Parergo translatum, vbi tria opticorum potissima è mechanicis ad Geometriam problemata inuenies reuocata, vtinam onus aliquis susciperet totum illud nobile repurgandi, Geometriæ vè vinduandi opus. Vale.

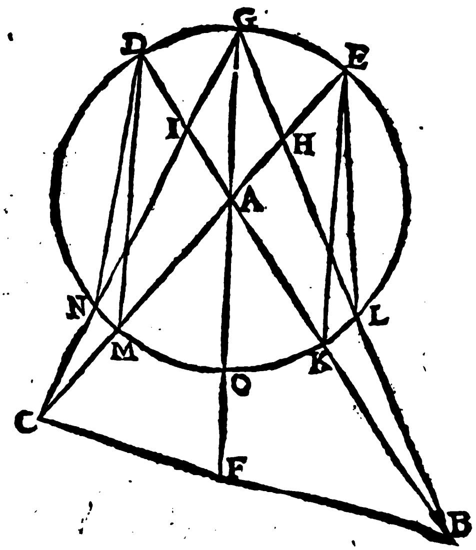
PROBLEMA PRIMVM.

Dato circulo, & duobus punctis extra inæqualiter à centro remotis, duas inclinare lineas ad angulum in peripheria, quem bifariam diameter dirimat.

SIT circulus circa *A* centrum puncta *B*, *C*, ducantur per centrum *BAD*, *CAE*, & connexa *BC* ita secetur in *F*, vt sit *BF* ad *FC*, sic *BD* ad *CE*, & ducta per centrum *FAG*. Dico punctum *G* efficere quæsitum, hoc est iunctis *BG*, *CG* angulum *BGC* bisecare linea diametri *GAF*, & ex præscriptis in opticis, dicetur *BG* incidentiæ linea, *CG* reflexionis, autècontra, vt angulus BGC reflexus, & punctũ G reflexionis. Iungantur *MD*, *ND*, K*E*, *LE*, vtq; anguli, qui ad *BC* sunt extra reuocentur ad circulum; arcus suscipiã tur *MN*, KL, siue pro eis *MDN*, K*EL* anguli cōpetētes, hisce paratis cõsiderentur triangula *BAH*, *CAI* ad angulum composita communem *BAH*, seu *CAI*, erunt *AHB*, *ABH* internis æquales simul duobus *AIC*, *ACI* cum ambo



equenęquentur vni externo *BAC*, ergo exceſſus idem fiet inter *AHB*, & *AIC*, qui inter *ACI*, & *ABH*: at angulus *AHB* æquiualet in alio *HEL* triangulo duobus internis *HEL*, *HLE*, & angulus *AIC* æquiualet in alio *IDN* triangulo duobus internis *IDN*, *IND*; quare idẽ exceſſus fiet duorum *HEL*, *HLE* angulorum ſimul, ſupra angulos *IDN*, *IND* ſimul, quam anguli *ACI* ſupra angulum *ABH*, ſeu arcus *GE* ſupra *DG* arcum, qui à prædictis angulis in oppoſita occupātur peripheria, aut ſi mauis acceptis ex aduerſo *MO*, & *OK* tantundem differre oportebit, quantum anguli adgregatum *MEL* † *ELG*, ſeu arcus *ML* † *MO* excedunt ſupra angulos *KDN* † *DNG*, ſeu arcus *KN* † *DG*, ideſt *KN* † *OK*, & ſublatis vtrobique ęqualibus *MO*, *OK* repetitis, idem erit exceſſus *ML* ſupra *NK*, qui viciſſim *GE* ſupra *DG*, & ablato communi *MK* erit exceſſus idem inter *GE*, & *DG*, ſeu *MO*, & *OK*, qui inter *KL*, & *MN*, quare erunt quatuor termini, bini, ac bini in arithmetica analogia, nimirum *MO* primus, *OK* ſecundus, *KL* tertius, & *MN* quartus, qui ſi compa-



rentur

rentur, prima cum postrema, magnitudo eadem constituetur, quam si comparentur secunda cum tertia, ideò additis arcubus *MO*, & *ON*, & alijs *KO*, & *KL*, id est duo arcus *NO*, & *OL* fient æquales, ergo & totus angulus *LGN*, id est *BGC* distinctus per æquales á diametro *GAF*, & fit *G* punctum reflexionis, & angulus *BGC* reflexus, & duo *GN*, *GL* portiones ęquales.

SCHOLIVM.

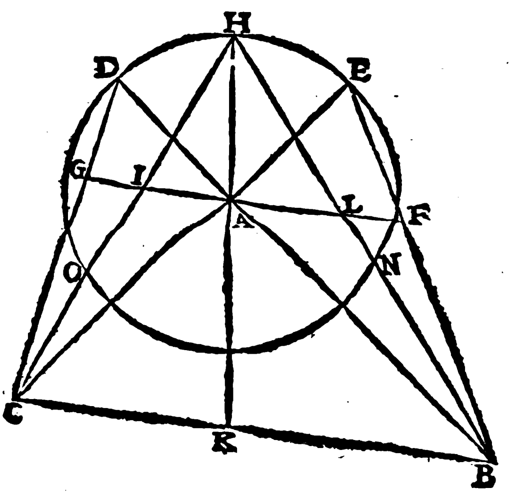
NEC poterit in caua peripheria aliud punctum reperiri præter *G*, verùm possibile est tailter haberi ex dispositione situs punctorum, vt non bisecetur angulus reflexus à diametro, sed ab altera linearum, & tunc portiones de circulo *GL*, *GN* fient inæquales, vt infra dicetur: præterea in quibusdam casibus duo licebit inuenire reflexionis puncta, vnum scilicet in latere peripheriæ, quod mixtus habeatur pro caua, & conuexa, vt in vltimo dicetur problemate: alterum vero, vt factum *EH*; & ne præmissa forma cum arithmetica analogia alicui minus arrideat, succedat constructio altera ex pluribus alias exhibitis, à quibus nunc declinamus, cum pauca abundent. Sit itaque.

PRO-

PROBLEMA SECVNDVM

Datis iisdem circulo, & duobus punctis extra idem præstare.

AGantur per centrum *BAD*, *CAE*, & iungantur *CD*, *BE*, etiam *BC* connexa, secetur in K, vt fiat *BK* ad K*C*, ita *BD* ad *CE*, deinde per centrum *A* ducatur *FG* æquidistans ipsi *BC*, & ducta KA*H*. Dico *H* púcto in peripheria effici quæsitú, nimirum connexis *BH*, *CH*, ipse angulus *BHC* dirimi à diametro *HK* bifariã; quoniam enim est, vt *BK*, ad K*C*, ita *FA* ad *AG*, hoc est *LA*, ad *AI* ob æquidistantiam *LI* à base trianguli *BC*, erit permutádo, vt *B*k ad *LA*, ita *C*k ad *AI*, seu vt *BH* ad *HL*, ita *CH* ad *HI*, & vt *B*K ad *BH*, ita *AL* ad *LH*, pariter vt k*C* ad *CH*, ita *AI* ad *IH*, & ideò conuertendo, ac permutando *HL*, ad *HI*, vt *AL* ad *AI*, quare in triangulo *LHI*, laterum ratio *LH* ad *HI*, & in eadem analogia cum baseos segmentis *L*A ad A*I*, ergo & angulus *LHI*



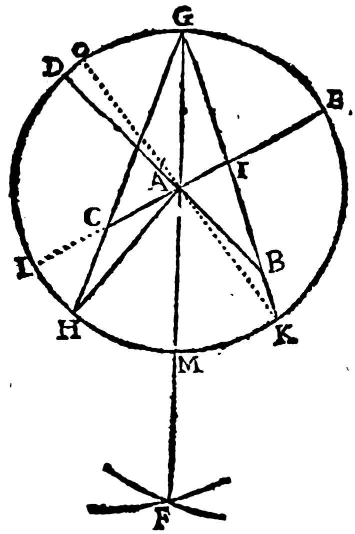
seu

ſeu *BHC* biſectus eſt à diametro *HAK*, quod fieri oportuit.

PROBLEMA TERTIVM.

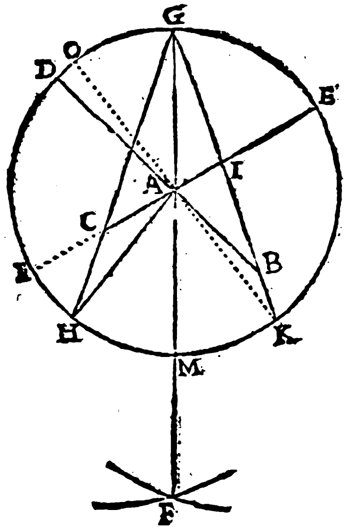
Datis circulo, & duobus punctis intra ambitum in ſitu, vbi linea connectens per centrum non tranſeat, idem efficere

SIT circulus circa *A* centrum, & duo puncta *B*, *C* intra, in diametris diuerſis, agantur *BAD*, *CAE*, & centro facto in *B*, diſtantia *CE*, & viciſſim centro in *C*, diſtantia *BD* portiones circulorum ſe mutuo ſecent in *F* puncto, è quo per centrum ſi agatur *FAG*. Dico quod *G* punctum erit quæſitum, nempe ductis *BG*, *CG*, angulum quem faciunt *BGC* biſecare diameter *GAM*, quod ita lubet oſtendere. Ducatur *KAO*, & compleatur *ECL*, porrò ſi aſſumatur triangulum *GCI*, in quo angulus externus *GIE*, & ab eodem auferatur alter internorũ, puta *GCI*, relinquetur alter *CGI*; ſed vice angulorum ſuſcipiantur competentes arcus, id eſt pro *GIE*, ſeu verticali *BIC*



T eſt arcus

eſt arcus *LK* (quod patet ſi iungeretur *LG*.) & pro angulo *GCI* eſt arcus *GE*, ſeu *LM*, qui deductus ex *LK* relinquetur *MK* pro arcu determinante magnitudinem reliqui anguli *CGI*, ſeu *HGK*, ita vt angulus in centro reſpondens arcui *MK* fiat æqualis *KGH* angulo in peripheria, ergo *MAk* duplus ſit anguli *AHk*, quod eſt verum in externo Iſoſceles *AGK*,



Deindè pergamus in eodem triangulo *CGI* aliud latus productum, erit angulus externus *ECH*, á quo ſi alter internorum *CIG* ſit ablatus, & alter rurſus *CGI* relinquetur, ideò recurrentes ad arcus congruos, erit *GOL* arcus pro angulo *CIG*, ſeu ex aduerſo arcus *MAE*, qui ſubductus de arcu *EMH* congruo ad angulum *ECH*, erit reliquus arcus *MH* competens reliquo angulo *CGI*, iſte in peripheria, & *HAM* competens *MH* in centro; quare æquales fiunt *HAM*, & *HGK*, ſiue *HAM* externus in iſoſcele *HAG*; ſed fuerat *MAK* in centro æqualis *HGK*, modo *HM* æqualis eidem *HGK*: ſequitur igitur *KM*, *MH* eſſe pares, & angulus *BGC* biſectus à diametro *GA*. quare *G* punctum ſit reflexionis, vt quæſitum fuerat.

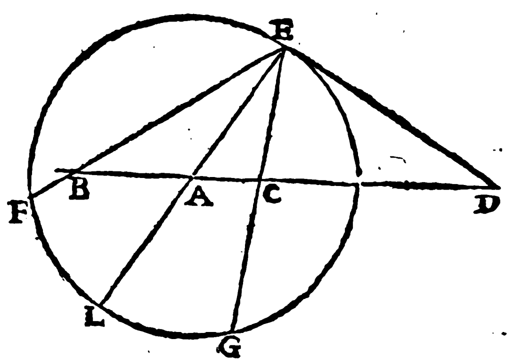
SCHO-

SCHOLIVM PRIMVM.

VT igitur nouã eiusmodi ratiocinandi, sed geometrica formam minus aliquis audeat non probare, infra problemate octauo, vbi eadem constructione vtemur, alia argumentabimur methodo, vtque sequentia per occurrentes casus melius explicentur, necesse erit aliundè non nulla hic subnectere mutuata, & pro vno symptomate sit.

SCHOLIVM SECVNDVM.

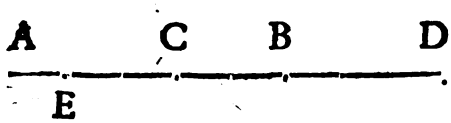
SI duo puncta intra in vnam consistant diametrũ, & quæsitum sit idem reperire punctum reflexionis, hoc iam solutum habetur apud Vitellionem propositione 17 libri 8, & apud Cõmãdinum in cõmẽtarijs collectionum Pappi ad propositionem 57 libri ά, qui authores sic ostendunt. In circulo sit linea *BC* per centrum *A*, & quæ ratio *BA* ad *AC*, ita fiat *BD* ad *DC* additam, & à puncto *D* sit ducta *DE* tangens circulum. Aio punctum *E* esse quęsitum: ducatur *AE* diameter & erit angulus *AED* re-



ctus, deindè iunctis *EBF*, *ECG* sunt duo anguli *GEL*, & *FEL* æquales, hoc est à diametro bisectus est angulus *BEC*, & fit *E* reflexionis punctum, & ad integram perceptionem huius effectionis pertinent duo sequentia lemmata.

LEMMA PRIMVM.

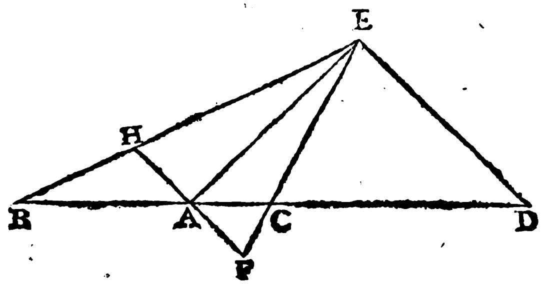
Datæ lineæ vno puncto sectæ, addere portionem, vt fiat tota, & addita, ad additam, ita ratio partium, nimirum *AB* secta sit in *C*, & eidem apponatur *CD*, vt sit eadem analogia *AC* ad *CB*, quæ aucta tota *AD* ad ipsam *BD*, facillima res est; fiat *AE* differentia partium, ponendo *CB*, *EC* æquales, & vt *AE* ad minorem *EC*, ita fiat tota data *AB* ad quartam *BD*, erit quæsitam, nam à compositione argumentando erit *AC* ad *CB*, ita *AD* ad *DB*.



LEMMA SECVNDVM.

Si linea secta fuerit duobus punctis, vt *BD* in *A*, & *C*, & sit *A* ad *C*, ita *BD* ad *DC*, & à punctis *A*, *D* inclinentur lineæ *AE*, *ED* ad angulum rectum, vt *AED*, deindè ad idem punctum iungantur etiam *BE*, *EC*, ostendit Commandinus ad propositionem 52. libri 6. in Commentarijs Pappi Collectionum, quod duo anguli

anguli *BEA*, *CEA* sunt æquales. Agatur per *A* punctum linea *FAH* æquidistans *DE*, & concurrat cum producta *EC* in *F*, erit vterque angulus ad lineam *EA* deinceps rectus ob rectũ *AED*, & cum sit ex hypothesi vt *BD* ad *DC*, ita *BA* ad *AC*, erit permutando *BD* ad *BA*, vt *DC* ad *CA*, verum vt *DC* ad *CA* (ob similia triangula *DCE*, *ACF*) ita *DE* ad *FA*, & vt *DB* ad *BA*, ita (ob eandem rationem) *DE* ad *AH*, quare eadem ratio erit *DE* ad *AF*, quæ *DE* ad *AH*; ergo æquales sunt *FA*, *AH*, quibus addita communis *AE*, duorum triangulorum latera duo *FA*, *AE*, & *AH*, *AE* æqualia habentur, & continent æquales nempe rectos angulos; igitur penitus æqualia sunt illa duo triangula *EAF*, *EAH*, & angulus *FEH* diuiditur bifariam per lineam *AE*, quod erat demonstrandum.

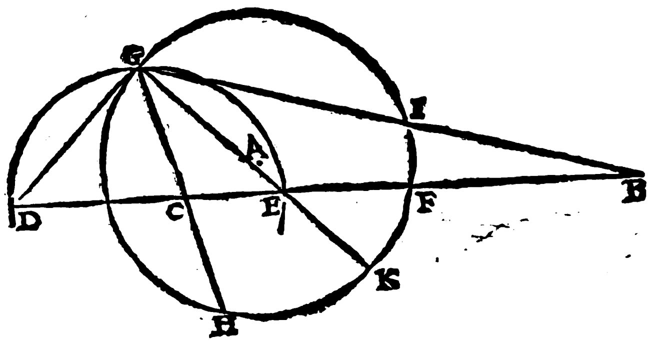


PROBLEMA QVARTVM.

Dato circulo, & punctis, altero intra, altero extra, vt iungens linea non transeat per centrum, inuenire punctum reflexionis.

Sint

Sint punctum *B* extra, *C* vero intra circulum, & *BC* non eat per centrum, secetur bifariam pars in circulo in *E* puncto, deindè fiat vt *BE* ad *EC*, ita



BD ad *DC*, & semicirculus scribatur super *DE* secans datum in *G*, ad quod si inclinentur *CG*, *BG* constituentur æquales anguli *BGE*, *CGE*, vt in secundo ostensum est lemmate, quare *G* reflexionis erit punctum, & angulus *BGH* reflexus bisecatur à diametro, & constat propositum.

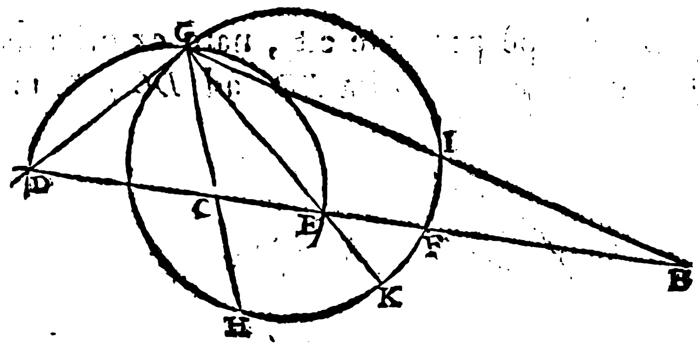
SCHOLIVM.

VT classici opticorum Authores, mechanico vsi fuere auxilio ad determinandum in sphærali punctum reflexionis, nihil illis in mentem subierat in quibusdam casibus duo ab ijsdem datis positione punctis, obiecti scilicet & potentiæ haberi posse puncta reflexionis, quos casus infra sumus explicaturi, quod

vt

vt nouum, ac iucundum fore confidimus.

Cæterum continget aliquando haberi reflexionis punctum, at angulus reflexus non à diametro bisecari, in quo casu inæquales portiones abscindentur de



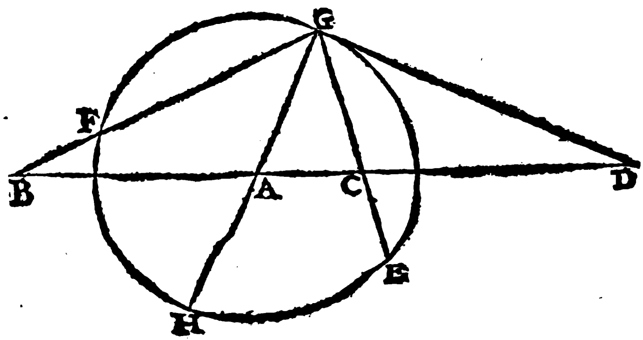
circulo, vt in præmisso problemate si pars lineæ *BC*, quæ in circulo occupatur non diuidatur (vt in *E*) bifariam, & fiat *BE* ad *EC*, ita *BD* ad *DC*, facto deindè super *DE* semicirculo, & ductis *DG*, *EG* constituetur angulus *DGE* rectus, & porrectis *CG*, *BG* etiam anguli *HGK*, *KGB* pares euadent ex demonstratis lemmate secundo, verum lineæ in circulo inæquales erunt *GI*, *GH*, quia diameter non est linea *GK* angulum reflexum bisecans, quare latius patet inuentio puncti reflexionis, quam ratio rescindendi à punctis positione datis portiones de circulo æquales, quæ perpetuo á diametro bisecari angulum exigit reflexū.

PRO-

PROBLEMA QVINTVM.

Datis iisdem, & linea iungens transeat per centrum, idem præstare.

HOc quippè perfacile est; nam ex ostensis, si fiat *BA* ad *AC*, ita *BD* ad *DC*, & tangat



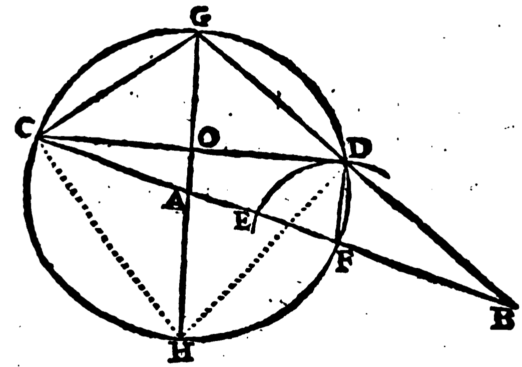
DG in puncto *G* circulum, productis namque *BG* *CG* lineis, ac diameter *GH*, palam fit ex citato lemmate secundo, quod anguli *BGA*, *CGA* sint pares, & vt supra reliqua consequentur.

PRO-

PROBLEMA SEXTVM.

Datis circulo, & punctis, quorum altero ſit in peripheria circuli, altero verò extra, lineaque iungens tranſeat per centrum, idem efficere.

SIT *B* punctum extra, *C* in peripheria, & ex hypotheſi cum tranſeat *BC* per A centrum, ſecetur diameter *CF* in puncto *E*, vt fiat *C E* ad *EF*, ita *CB* ad *BF*, & portio *FE* aptetur circulo in *FD*; porrò linea ex *B* per D dabit in peripheria punctũ G, & hoc aio, efficere quæſitum. Iungantur CG, HC, HD, & quoniam anguli CGH, CDH æquales ſunt, & æquales DCG, DHG, nec non alij ad vertices, plus quam ſimilia erunt triangula HOD, COG, ſicuti duo alia HOC, DOG, ideo homologa latera erunt in eadem ratione, nempè *H*O ad OD, vt CO ad OG, & iterum HO ad OC, vt DO ad OG, & permutando *HO* ad DO, vt *OC* ad OG, ergo æquales erunt DO, & *OC*, & ſuper diametrum GH ab angulis rectis cadentes,

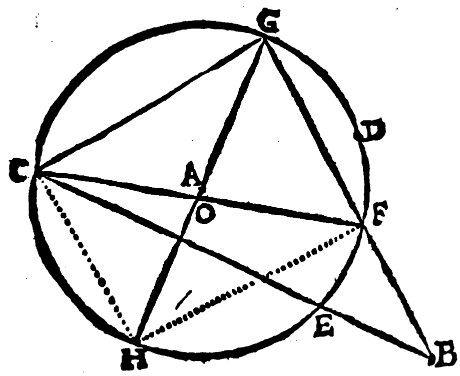


efficientur anguli GHO, GDO, ex 8 sexti æquales, & ad O recti, vnde anguli GCO, GDO æquales; ergo triangula similia, & æqualia CGO, DGO, punctum G reflexionis, & bisectus angulus BGC reflexus à diametro.

PROBLEMA SEPTIMVM.

Datis iisdem, & linea iungens non transeat per centrum, idem efficere.

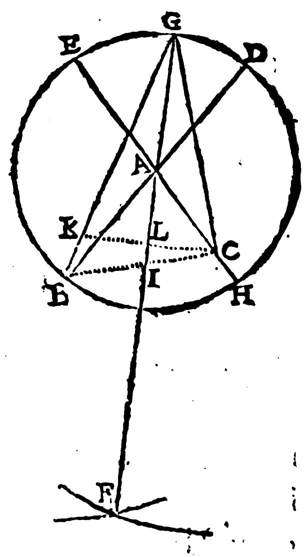
Sint puncta B extra, & C in peripheria, linea vero BC centrum non occupet A, agatur tangens, vel punctum in arcu signetur D, & pars DE comprehensæ peripheriæ secetur per æqualia in *F*, per quod punctū si ex *B* agatur linea, signabit *G* in peripheria, quo fieri quæsitum sic ostendetur. Iungantur *CG*, *CH*, *CF*, & diameter ducta *GA*, efficientur triangula GCH, GFH, & supra ostendimus, neque hic est opus iterari tám CO, quám OF esse mediam inter partes diametri *HOG*, ita vt æquales



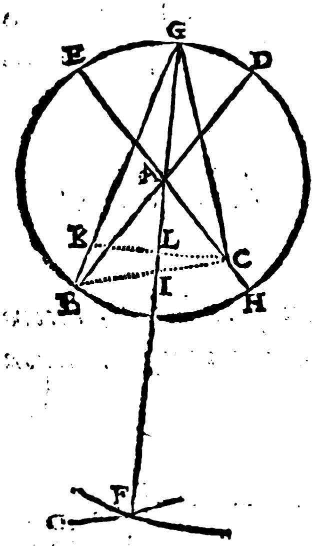
les ſint, hoc eſt ſecta ſit bifariam CF à diametro, ergo ad angulos pares, & aſſumpto OG communi, duo latera CO, *O*G duobus lateribus *FO*, *O*G æquantur, & angulos continent æquales, quare baſes CG, GF ſunt æquales, & angulus BGC dirimitur bifariam à diametro, & idcircò eſt reflexus, G vero punctum reflexionis quæſitum.

PROBLEMA OCTAVVM.

Dato circulo, & punctorum altero in peripheria, altero intra, & linea iungens illa per centrum non tranſeat, idem punctum reperire.



SIt B in arcu, C intra ſpatium circuli, agantur per centrum BD, CE lineæ, & diſtantia BD, centro facto in C, & viciſſim diſtantia CE, centro in B duæ ſcribantur circulorum portiones ſe ſecantes in puncto F, ex quo per centrum agatur FAG, erit G punctum quaſitum, & cum conſtructio concurrat cum primo problemate, hìc ali methodo ordinabitur demonſtratio. Sumantur æquales GC, GK, & connectatur Ck, fieri ad diametrum perpendicularis progressu ostendetur, nam iuncta AK, duo triangula GAC, GAK sunt similia, & ęqualia, quia ęquātur resolutę partes ex 12 libri 2 GA, AC quadrata † GAL bis rectangulo, ęquantur *GA*, *A*K quadratis † *GAL* bis eodem, & sublatis denominatis ęqualibus *GAL* bis rectā-gulo, & quadrato GA, relinquuntur æqualia quadrata AC, AK, & latera, à quorum quadratis dempto communi AL, relinquuntur quadrata duo CL, LK æqualia; igitur bisecta est *CK* ad angulos rectos, & per ęqualia à diametro GAL: ergo angulus LGC æquatur angulo bGL, & fit angulus totalis BGC reflexus, vt punctum G reflexionis, & constat propositum.



SCHOLIVM.

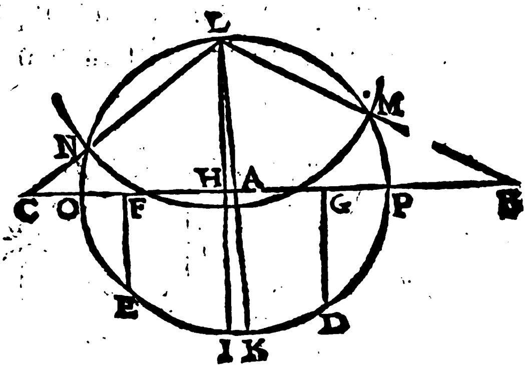
Poterat etiam ducta BC ita secari in puncto I in ratione BD, ad CE (vel ob faciliorem sectionem harum aliquotę partes) & per punctum *I*, & centrum in idem incidisset punctum *G*; verum constructio fit citra dubium per circulorum duorum mutuam sectionem accuratior.

PRO-

PROBLEMA NONVM.

Dato circulo, & duobus punctis extra, linea vero iungens per centrum transeat, idem punctum inuenire.

SInt B, C extra, intelliguntur semper inæqualiter á centro distare, vt assequatur quęsitum, primo còntactus puncta ad eandem partem signentur ex datis, sintque D, & E, à quibus demittantur super BC duę perpendidulares *DG*, EF, deindè comprehēsa *FG* portio secetur in H puncto æqualiter, à quo si linea eleuetur perpē-



dicularis HL, erit L punctum quęsitum. Demittatur per centrum LAK, & iungantur BL, CL, erunt duo BHL, CHL triangula rectangula ad angulum composita, quare eadem differentia est angulorum BLH, & CLH, quę vicissim reliquorum LCH, LBH, Ideò si semissis excessus anguli BLI supra angulum CLI, seu arcus *MPI* supra arcum *NOI* minori apponatur *NI*, scilicet arcus *IK*, efficientur arcus *MPK*, et *NOK* ęquales, seu anguli *BLK*, et CLK, ergo complementa

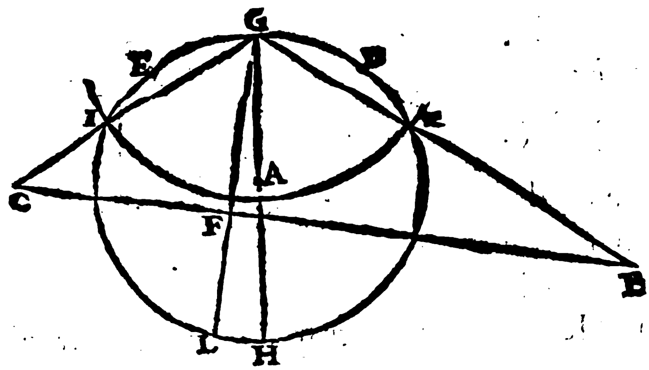
ad

ad ſemicirculos *LM*, *LN* ęqualia erunt, vnde angulus ſecatur reflexus BLC à diametro ęqualiter, et conſtat propoſitum.

PROBLEMA DECIMVM.

Iiſdem datis, linea vero connectens puncta non tranſeat per centrum, illud idem determinare.

SInt *B*, *C* puncta extra circulum, à quibus tangentes, vt prius, vel puncta in peripheria ſignentur *D*, *E*, deindè in ratione linearum *BD*, *CE* iuncta *BC*,



ſecetur in *F*, à quo puncto ſi eleuetur perpendicularis *FG*, erit in peripheria punctum *G* efficiens quæſitum. porrigatur in *L*, & per centrum agatur *GAH*, fiet arcus *LH*, ſeu angulus *LGH* ſemidifferentia anguli *BGF* ſupra angulum *CGF*, quæ minori addita, æquales redduntur *BGH*, *CGH*; ergo ductę *BG*, *CG* conſtituent angulum biſectum per diametrum, & patet intentũ.

SCHO-

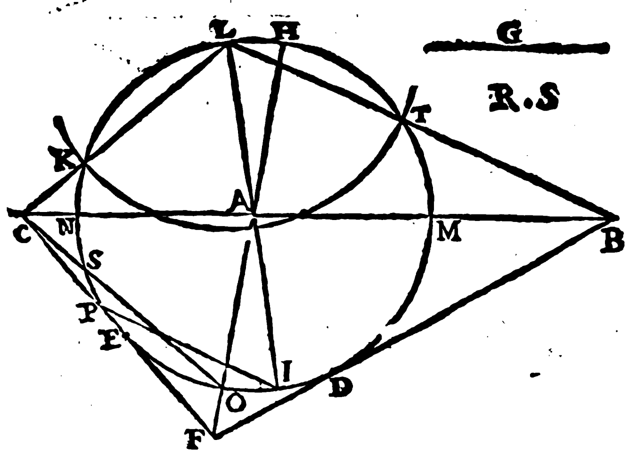
SCHOLIVM.

INcidenter hìc offertur alia ratio construendi triangulum ex datis base, lineaque angulum verticis bisecante, vna cum proportione laterum, diuersa quatenus nobis contigerit videre ab alijs constructum, sit itaque.

PROBLEMA VNDECIMVM.

Sit BC linea pro base, ratio laterum R ad S, & magnitudo lineæ bisecantis angulum verticis G, oporteat triangulum construere.

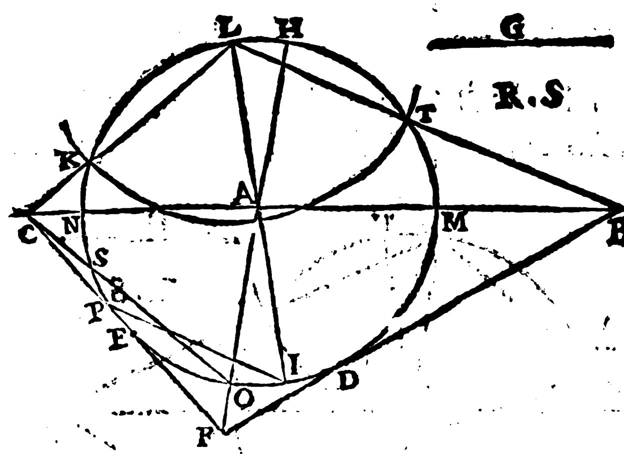
SEcetur basis *BC* in ratione laterum *R* ad *S* in puncto *A*, in quo facto centro, amplitudine li-



neæ datæ *G* scribatur circulus, deindè á punctis datis extra *B*, *C* agantur lineæ contactus ad eandem par-

tem,

tem, quæ coeant in puncto F, ex quo per centrum ducta sit *FAH*, porrò arcus *NH* reportetur in *NI*, & à puncto *I* per centrum iterum acta linea, erit in peripheria datum signum *L*, & esse id quæsitum progressu ostendetur. Ex punctis *B*, *C* iungantur ad *L* lineæ *BL*, *CL*, triangulum *BLC* habebit basim sectam in *A* data R ad S ratione; agatur *IP* æquidistans *LB*, & iuncta *CSO*, quoniam *NH*, *NI* fuerant æquales, & duæ *HL*, *IO* portiones ex aduerso æquales, relictę etiam *NL*, *NO* fiunt ęquales, sed *AL*, *AO* semi-

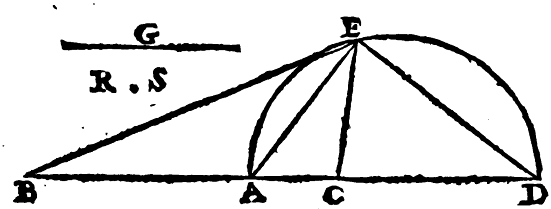


diametri, & *AC* communis, ergo duo sunt triangula *CAL*, *CAO* ęqualia, & similia, ob latera duo, & anguli comprehensi ęquales, & assumptis rursus portionibus *HL*, & *OI* à semicirculis *HSO*, *LPI*, si communis arcus LS subducatur, erunt relicti arcus SO, PI, ęquales, à quibus ablatus iterum communis *OP*, relictę

lictę portiones *SP*, *OI* æquantur: sed *IO* est æqualis *HL*; ergo *HL*, *SP* æquales, ac communis *LS* susceptus arcus erunt compositi *HS*, *LP* arcus iterum ęquales, quo circa insistentes anguli *LIP*, *HOS* erunt æquales: at *LIP* erit coalterno *BLI* æqualis ob æquidistantiam *BL*, *IP*, & angulus *HOS* ostensus fuit æqualis *CLI*; ergo duo anguli *BLA*, *CLA* æquales fiunt, & dirimitur totus verticis angulus *BLC* bifariam á diametro, seu semidiametro assumpta ęquali lineę datę *G*: ergo habet triangulum *BLC* conditiones requisitę, & factum erit quod oportuit:

SCHOLIVM.

EFfectio pręmissi problematis vniuersalior videtur quàm inducta ab antecessoribus, quę sic se habet. Data sit pro base *BC* secta in *A* pro ratione data *R* ad *S*, & linea bisecans angulum verticis sit *G*, vt prius. Protrahatur *BC* in *D*, vt eadem sit ratio *BD* ad *DC*, quę *R* ad *S*, seu *BA* ad *AC*, & scripto super *DA* semicirculo, in eo ponatur *AE* ęqualis *G*, & connexis *BE*, *CE*, *DE*, fiet triangulum quęsitum *BEC*, nam ex superius ostensis anguli *BEA*, *AEC* sunt ęquales,

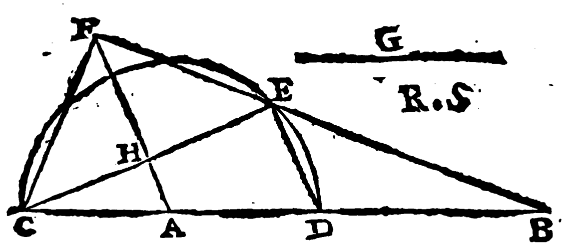


& conditiones reliquæ expletæ ; verum constructio hęc fit conditionata, vbi opus est, data *G* externa, fiat minor ipsa *AD*, aliàs triangulum haud constituetur; poterit adhuc vniuersalis ita proponere.

PROBLEMA DVODECIMVM

Data linea pro base, ratione laterum, & magnitudine linea bisecante angulum verticis inuenire triangulum.

SEcetur linea basis *BC* in *A* in ratione data *R* ad *S*, & in *CAD* diametro, facta nempe *AD* ęquali *AC*, semicirculus scribatur *CED*, erit *DB* differentia partium: fiat deindè vt *AB* ad *BD*, ita data externa ad aliam, & sit *DE*, in circuloq; aptata', agatur per *E* pũctum ex *B*



indefinitè linea; porro ex *A* eleuetur linea ęquidistans *DE*, & sit *AF*, quę occurrat *BE* in *F* puncto, cui iungatur *CF*, & *CE*. Dico triangulum *BFC* esse quęsitum, ob rectum *CED*, erit & rectum *CHA*, diuisaque bifariam *CE* in *H*, & communis *HF*, vndè fit quòd *FE*, *FC* sint ęquales, & angulus *CFE* bisectus, cumque

que sit, vt AB ad DB, ita FB ad BE, & per conuersionem BA ad AD, vt BF ad FE, & AD ad AC, vt EF ad FC; ex æquo igitur erit, vt BF ad FC, ita BA ad AD, ratio laterum eadem, quæ basis segmenta: factum igitur, quod oportuit, & sequebatur ex ipsa BFC anguli bisectione vt in elementis patet.

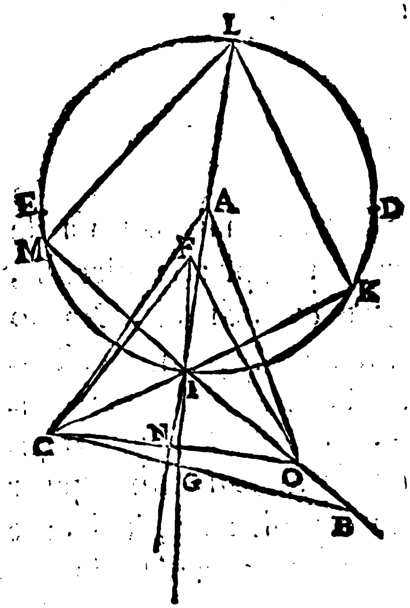
SCHOLIVM.

Exhibita, ni fallor, sunt symptomata omnia de reflexionis puncto in caua peripheria circuli, plani scilicet secantis conum, seu cylindrum; & quo ad illud punctum communicat circulus cum sectionibus cæteris, adeo vt facilè ad omnes alias extendi queat præmissa doctrina, verum integrè ad argumentum minime satis fuerit factum, nisi subrogetur pro conuexis vnum, vel alterum problema, in ijs tot discrimina casuũ ob puncta non contingunt. Sit igitur

PROBL. DECIMVMTERT.

Dato circulo, & duobus punctis à centro inæqualiter distantibus, inuenire reflexionis punctum in conuexa peripheria.

Sint B, C puncta positione possibili ad circulum circa centrum A, & signentur D, E puncta contactus, ipsæ vero lineæ BD, CE ad angulum inclinentur *BFC*, quem bifariam diuidat linea *FIG*. Dico quod *I* punctum in peripheria est quæsitum, nempè ductis *BIM*, *CIK*, angulus *BIC* bisecari à diametro, producta *AIN*, & portiones *IM*, *IK* æquales in circulo fieri: sumantur *AC*, *AO* æquales, & iungatur *CO*; erunt triangula *AIC*, *AIO* æqualia, & similia, nam duo quadrata *AI*, *IC* vna cum facto bis sub *AIN* oblongo æquantur *AC* quadrato, hoc est *AO*, cui respondent resolutæ partes *AI*, *IO* quadrata vna cum facto bis sub *AIN* rectangulo; ergo sublatæ sub vna denominatione partes *AI* quadratum, & bis facto sub *AIN*, relinquūtur *CI*, *IO* duo quadrata æqualia,



& ipsa latera: ergo anguli *ICO*, *IOC* æquales, & æquales erant in altero Isoscele *ACO* anguli *ACO*, *AOC*, à quibus sublati partiales relinquuntur æquales *ACI*, *AOI*, & triangula *AIC*, *AIO* erunt trium æqualium laterum omnino similia, & æqualia, & linea *AIN* fiet super *CO* ad rectos angulos; igitur duo triangula *CIN*, *OIN* partialia erunt similia, & æqualia, vnde angulus *OIC* erit bisectus à continuata diametro *AIN*, siue anguli verticales in circulo *AIM*, *AIK* æquales

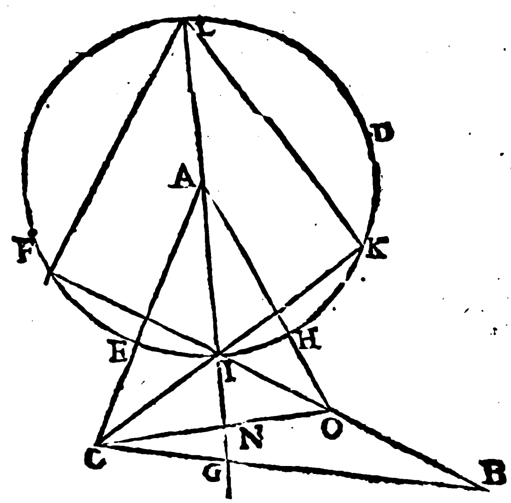
inter

inter se., ergo arcus *LM*, *LK* aequales veluti *MI*, *KI*; & est *OI* vna linea cum *BI*, ergo factum est quod oportuit.

PROBL. DECIMVMQVART.

Datis ijsdem, aliter idem reflexionis inuenire punctum.

SInt B, C puncta data, circulus vt prius circa A centrum, & puncta tangentium ex aduerso notentur, ex *B* in *E*, & ex *C* in *H* lineas duci non oportet, arcum comprehensum duobus punctis *HE* secabimus equaliter, at linea ducetur per centrum, nempè *LAIN*. Dico punctum *I* esse illud reflexionis quęsitum: ducantur *BIF*, *CIK*, et *BC*, porro sumatur *AC* ęqualis *AO*: erunt triangula *ACO*, *CIN* isoscelia, et diuiduntur per *AN* diametrũ continuatam in partialia *ANC*, *ANO*, et *INC*, *INO* ęqualia, et similia, nam ex ęqualitate *AC*, *AO* ostendentur vt supra similia &



ęqua-

ęqualia AIC; AIO triangula, per resolutionem ex duodecima Secundi, nec non et similia, et ęqualia alia duo triangula *ICN*, *ION*: sed *BOI* est linea vna continua, ergo à datis punctis *B*, *C* angulus reflexus in conuexa fit peripheria *BIC*, á diametro bisectus; quare I punctum erit reflexionis quęsitum.

SCHOLIVM.

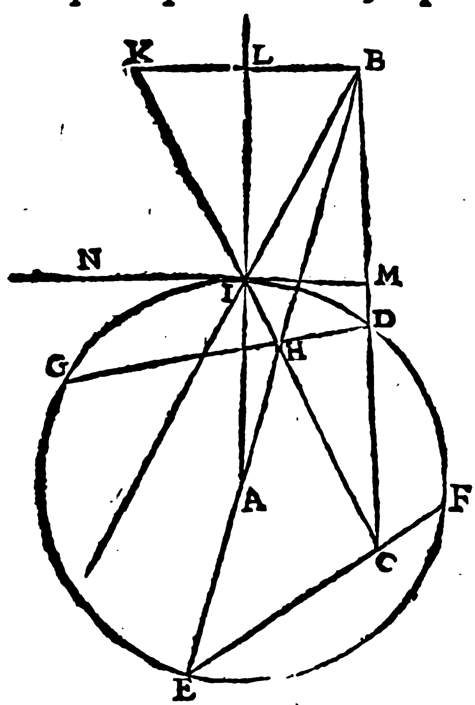
SEquitur quod LIF, LIK verticales sunt pares, vnde et lineę in circulo adplicatę ęquales IF, IK; vt sunt reliquæ LF, et LK. Cæterum hìc alias construendi formas lubentes omittimus, quum parum à præmissis differant; superest adhuc vt aliud construamus problema plurimum ab authoribus exagitatum, ac tandem quum extra naturæ præmerent vestigia cum Geometriæ probro ad mechanicum se receperant subsidium, habetur ab Halahazen libro 5 propositione 36., et à Vitellione libro primo propositione 135, at spectasse ad ditionem geometriæ paucis sumus comprehensuri. Sit itaque

PRO-

PROBL· DECIMVM QVINTVM

Datis duobus punctis, vno in circulo, alio extra, vel vtroque extra circulum, possibile est inuenire punctum in circumferentia dati circuli, ita vt angulum contentum à lineis à prædictis punctis, ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia linea in illo puncto circulum contingens. est Vitellionis 135 primi.

SINT data puncta *B* extra, *C* intra circulum cuius *A* centrum (casus reliqui sequentur infra) oporteat duas ad circumferentiam inflectere lineas, & angulum quem facient, bifariam dirimat contingens linea eodem pũcto erecta. Iungantur lineæ *BC*, qua circulus secabitur in *D*, & *BA* per cẽtrum, & secabitur altero punctorum in *E*, agatur *ECF* linea ex duobus punctis datis, & eidem æqualis aptetur ex *D* dato linea *DG*, qua secabitur *BGE* in *H*, & per hoc punctum si ducatur ex *C*



linea

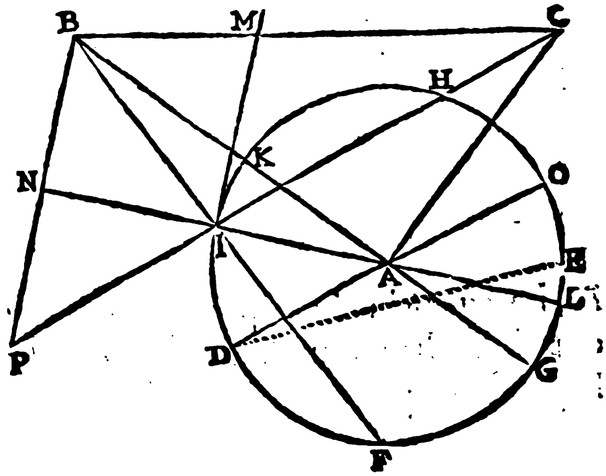
linea dabit in peripheria punctum *I*. Aio hoc ſigno effici quæſitum, nempè inclinatis lineis *CI*, *BI* angulum bifariam diſpeſcere contingens linea circulum in eodem puncto *I* erecta, quod ſic demonſtratur. Accipiatur *I*K in porrecta *CI*, æqualis *BI*, & continuata ex centro *AI* offendet in connexam *B*K in puncto *L*; cum autem *MI* contingat, angulus rectus erit *AIM*, vt etiã *LIN*, & in iſoſcele *BIK* anguli ſupra baſim *BK* fiunt æquales; ergo duo triangula *BIL*, *LIK* duo latera *BI*, *IL*, & *IK*, *IL* æqualia habentia, & eidem lateri oppoſita; ergo ſimilia, & æqualia erunt eadem triangula *BIL*, K*IL*: quare & parallelæ ſunt *BK*, *MI*. Ideò latera *CB*, *CK* in triangulo *CB*K ſecta erunt analogicè, & vt *CM* ad *MB*, ita *CI* ad *I*K, hoc eſt *CI* ad *IB*; ſecatur baſis *CB* in ratione *CI*, *IB* laterum, ergo per elementum 3 libri 6 angulus *BIC* ſecatur bifariam abs *MI* æquidiſtante baſeos. Quod fieri fuerat imperatum.

ADNOTATIO.

HInc conſpici facilè eſt tum intra, tum extra punctum reflexionis fieri commune; immò ex B in *C*, aut è contra idem commune adhuc haberi, & ex eo quod angulus *BIC* à tangente bifariam ſecatur argumentum inſurgit, quod angulos contactus non ſit penitus nihil.

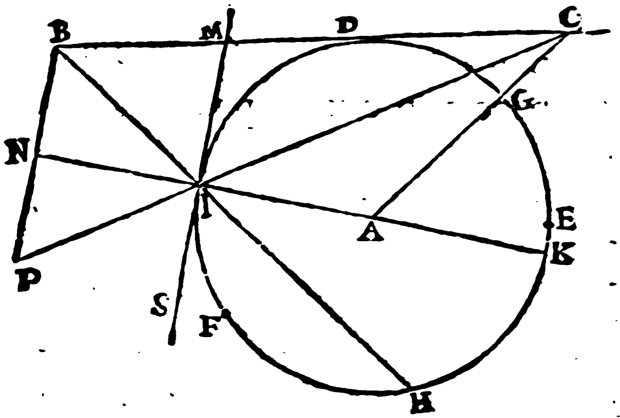
Secundus ſit caſus cum linea iungens puncta *BC* tota ſupra, ſiue extra circulum cadit, vt in proximo ſchemate; agantur ad *A* lineę *CA*, *BAG*, deinde ex *B*, *C* ſignen-

C signentur tangentium (si ducerentur) circulum puncta D, *E* ad eandem partem, & iuncta, siue distantia accepta *DE*, ex *G* puncto in circulo ponatur, erit *GI* (neque hæc ducta est linea) vel sanè ducta altera diametro *DAO*, abs quadrato huius si auferri cõcipiatur quadratũ cordæ *DE*, relinquentur cordæ arcuum *DI*, *LO* æquales: vel facilius assequetur punctum si

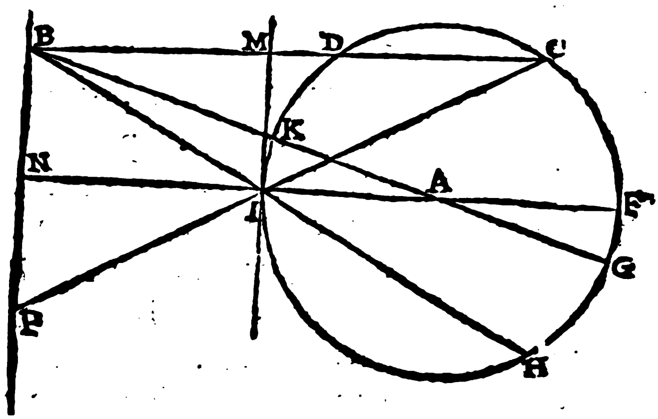


diametro ducta ex altero tangentium puncto *D*, vt *DAO*, & distantia *OE* ad aliud punctũ *E* ponatur in *GL*, & ex *LAI* erit in arcu *I* punctum, seu *OE* in KI expeditius. Quod autem ad *I* punctum sic inuentum inclinatæ *BI*, *CI* efficiant quæsitum, productis *CIP*, *BIF*, & in sequelam ratiocinii in priore adducti casu, absque eo quod iteretur, confirmare licebit.

Tertius casus erit, cum iungens linea *BC* tangit in *D* peripheriam circuli, tunc sint *F*, *E* tangentium puncta ex *B*, & *C*, & ducta *CA* secabitur in *G* peripheria; accipiatur portio *GE*, quæ in *FI* translata, dabitur punctum I efficiens problema, quod vt in cæteris pote-



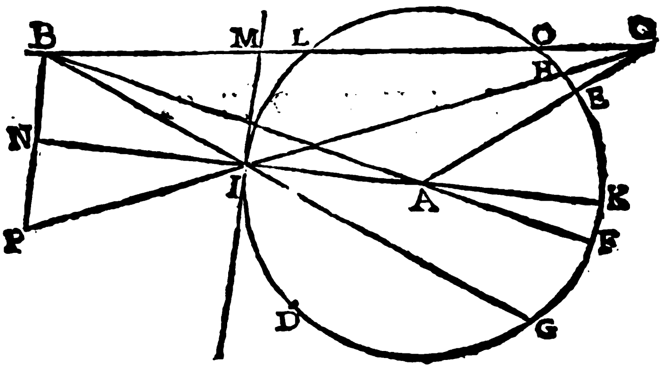
rit cōfirmari. Quartus casus erit quum alter punctorum in ipsa consistat peripheria, vt *C*, & *B* extra, tunc ductis *BC*, *BAG*, illa secabit in *D*, hæc vero in K peripheriam, & tunc minima adhuc erit difficultas, nam duplicabis *CD* in *DI*, & erit I quęsitum punctum, seu interceptæ *D*K assumens



semissem K*I* in idem recidet I punctum, & iste casus germanus fuerat in opusculo de reflexionis puncto, at ibidem schema non legitimum.

Quintus

Quintus, & postremus est casus, quum linea iungens data *BC* puncta secet circulum in *L*, & *O*, imperatum efficere; Agantur per centrum *BAF*, *CA*, & ex *B* linea contingens fit ad punctum *D* (quæ duci non oporteet) deinde distantia ex *E* puncto (vbi *CA* peripheriam secat) ad punctum *D* referatur ex *F* puncto diametri



in *FI* (neque lineæ istæ designatæ habentur) Dico puncto *I* fieri quæsitum, hoc est inclinatæ *BI*, *CI* ad angulum *BIC* eundem angulum contingens *MI* bisecare, & expleta preparatione, vt in superioribus eadem conclusio eruetur, vt reiterari non sit opus.

ADNOTATIO.

ITaq; hisce paucis assumpta á nobis problemata tria geometricæ ditioni fore restituta speramus, vtinã quæ ex prǽclaro illo opere supersunt, & eadem laborant indigentia, demum à violenta mechanicorum detentione vindicentur.

LAVS DEO.

Pag.	*Linea.*	*Errata.*	*Corrigenda. Lege.*
5	6	moueret	mouerat
10	21	† ALQ	† ACQ
	23	HLQ	HFQ
21	2	*à fine*, ad H	ad E
27	14	*verba) sic corrigantur.*	ἐπιστημονικῶς
30	8	*græca)*	ἐπιχειρήμασι
31	4	*à fine*, perfrui	perfici
37	17	latus DE	latus DF
42	8	H circulus	*adde* H circulus bifariã
	18	iuncta DLK	iuncta HLK
49	4	*à fine*, ſit poteſt	ſit potens
51	18	–mate ſecundo	–mate ſequente
71	6	CI . IB , IH , B	CI , IB , IN , B
	21	triens ADH	triens ADN
72	4	– do , alterni ,	– do alternè
77	2	*verb. græc. ſic cor.*	εἰς ἄπειρον
86	2	FHF	FHC
86	10	periphari	peripheria
86	14	& LN , DC	& DN, LC
88	15	in O , pucto	in O puncto
95	13	proo liues	procliues
105	22	nequeant	queant
126	9	825 , 16	825 , 616
133	15	LBF	LBE
138	4	Tynheni	Tyrrheni

Errata

Errata.			*Corrigenda.*
Pagina	*Linea.*		*Lege.*
143	3	, & ON	& NM
148	21	A ad C	BA ad AC
163	3	ad A D	ad AC
165	6	*à fine*, CIN Itoſcelia,	CIO Iſoſcelia
167		*vltima* BGE	BAE
168	4	*à fine* angulos	angulus

PROBLEMA VINDICATVM.

Illuſtriſs. ac Eruditiſs.

D. N. THEVENOT

A. SANCTINIVS S. P.

TVtelam eius cauſæ V. C, quæ ab omnibus habeatur pluſquam deſerta, ſiue infirmitatis omnimodè amiſſæ ſpei, curam ſuſcipere, actiones vtique ſunt ex ſui natura adeò præſumptionis extremæ, quod á temeritatis nota vix per latum lineæ, quo caret, cenſentur diſtare, at quidem aliquando ſi videantur ad votum contingere, caſui meritò oporteat adſcribi: illarum ſcilicet proceſſus nullum chartæ poſt ſe relinquunt veſtigium. Ego quippè vel in eorum altero ſuſpicabar viridiem diſcriminis momentum, ex quo in animum verſabar, aduerſus omnium placitum, ex viribus Geometriæ liceret hauriri rationes pro conſtructione problematis, cuius argumentum in præmiſſo fecimus libello, & quia ad ſecundum eius problema, in quadam notatione, & de altera methodo ſpecimen reliquimus, abſque eo quod per omnem differentiam caſus explicarentur, viſus ſum porrò nullam impoſterum contingere poſſe oportunitatem magis congruam illud perficiendi, quám ſi vna ſimul ederentur, quare & poſt reliqua typis expreſſa tuo nomini hæc pauca nuncupari libuit, vt mea erga te obſequia; quibus obnoxium me tua fecerat humanitas, & excitarem, & ſimul publicè atteſtata euulgarem, quod ſanè nil minus fore ingratum tibi ſuadeor.

Cæterum quàm maximè mihi incumbebat, ob

nimiam

nimiam plurium importunitatem aliquid rationis exponere cur pro exiguo hoc opusculo permiserim tam adeò enormes Editio implorasset moratum inducias, immò super addam, me non semel in eam descendisse cogitationem, quod vel ad euitandas molestias, vel ne aestum elegantius inutiliter alij aemularentur, satius fuisse supprimi quam luci committendum, ratio cogitatus eiusmodi fuerat, monitum à multo receptum tempore. In Belgio expediri sub praelo rerum geometricarum ingens volumen, cui impositum fronti inter Heracleas (*Plus vltra circuli quadratura*) ex circumlato folio cernere licuit, vndè non ne debueram tunc concipere exequatam fuisse priùs lacunam hanc, á viro scilicet eruditissimo, & ad labores geometricos sustinendos vtiq; nato, ac ad Zetesim omnibus numeris instructo? Interim allata exemplaria cum euoluerem occurro ad propositionem 158. libri octaui, vbi fusè de proportionalitatibus, & in Corollarium ibidem inter alia sequentia sunt verba mihi fol. 946.

„ *Ita partitio rationis, vt peripheriae in tres aequas*
„ *partes, adhuc in Geometricis desiderari.*

Paulò post Romae editum fuit aliud geometricum opus, cui author, haud doctrina minus, quam genere clarissimus, titulum fecerat, Hemisphęrium dissectum, in eo reperio ferè ad calcem suae anaceph aleoseos, mihi fol. 240 (fortè ex serie 236) haec sequentia verba.

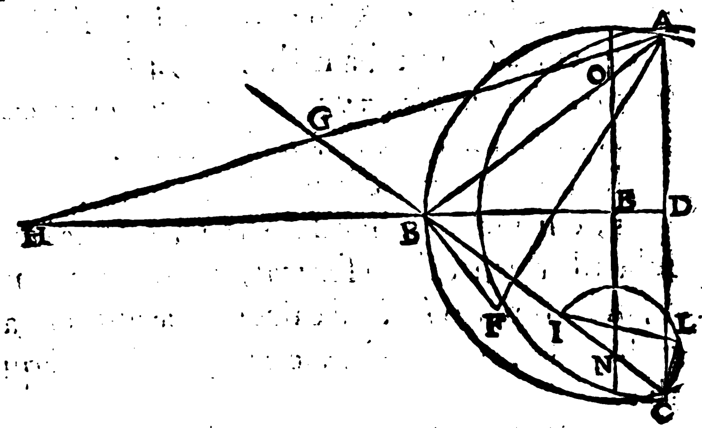
„ *Manifesta satis ex praemissis apparet ratio, quare*
„ *multa problemata nequiuerit demonstranda per media*

„ *plana, vel Euclidis elementa.* Et paulo infra: *natu-*
„ *ra enim non permittit, quod per triplicem mutationem ipsa*
„ *fecerit, per duplicem resoluatur.*

Et hisce quidem videtur vlterius aliquatenus progredi ad infirmandum primarium geometriæ genus; cæterum absq; controuersia est non sufficere Euclidis pro latitudine facultatis, at exquiri aliorum elementa. Neque videntes alios (nescio an proprius dixerim exscriptores quam auctores) quiescere à repetendis antiquorum geometriæ inuisis, tandem vt nostra aspiciat lucem permisimus, quid verò de exitu, non est meum enunciare, quò ad iudicatum methodum est vt sequitur & quidem.

Problema controuersum iam nosti.

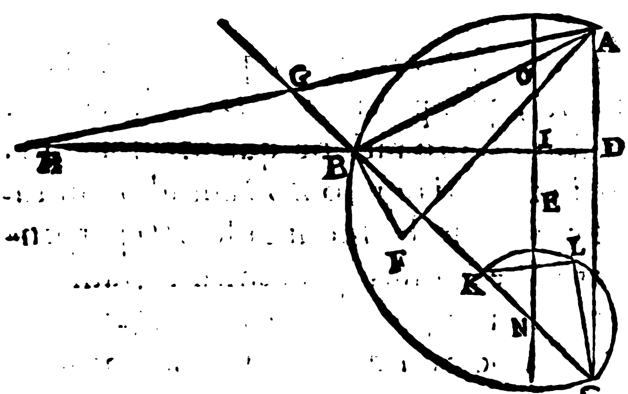
Sint datæ *BG*, *HG* angulum *HBG* efficientes recto minorem, præfinita *AB* intercipienda, vt pertineat ad *A* punctum datum, Demittatur in *BD* ex *A* perpen-



dicularis concurrens cum *GB* in puncto *C*, erit triangulum

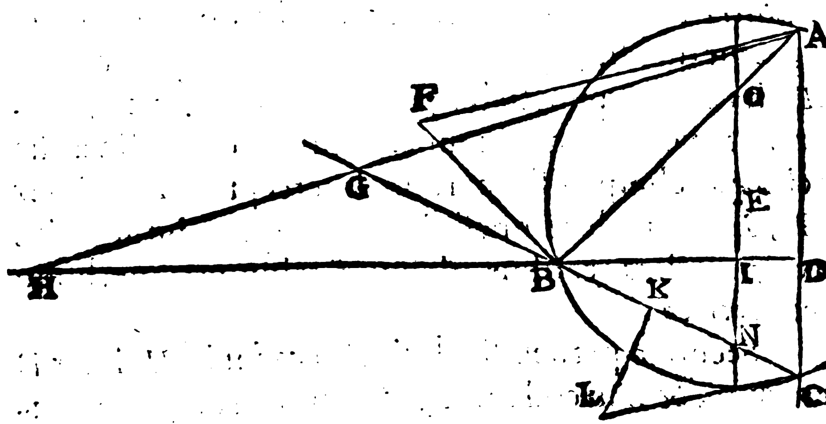
gulum ABC, circa quod scribatur circuli portio, (& hucvsque omnibus infra figuris communis fiet constructio) quae suscipiet angulum ABC acutum, obtusum, vel denique rectum, sit in prima figura angulus acutus, & AD cadat super lineam euntem per centrum E, quare isosceles erit triangulum ABC, cui Basi, AC aequidistet diameter per EN, quae secabitur in NO á lateribus trianguli, & resectae portiones in vnam lineam positae CI, ab eius quadrato auferatur quadratum DE distantiae scilicet à diametro, & quod reliquum est IL, augeatur quadrato AB, & horum summa possit linea AF, haec ex D puncto bis ponatur in DB, vt acquiratur H punctum, quo connexo cum A dato, linea sic inclinata relinquet sui partem interceptam HG, inter BG, BH aequalem praefinitae AB, quod infra vnica pro omnibus casibus demonstrabimus methodo geometrica.

Secundò perpendicularis AD cadat in BD inter E centrum, & A in eodem angulo acuto ABC (communia cũ praemisso non repetimus) in hoc casu, ex quadrato aggregati linearũ CN, AO, hoc est CK si quadratum



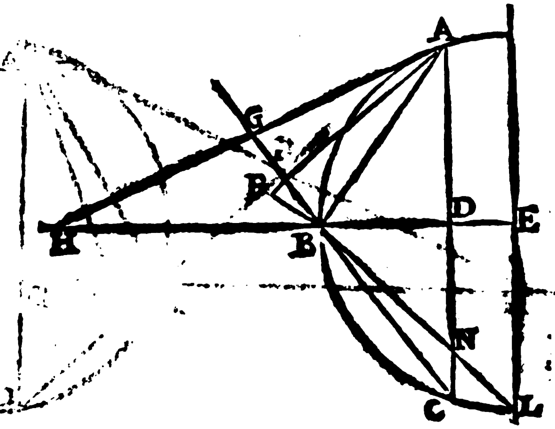
dratum auferatur duplæ *DI*, & fiat quadratũ *KL* reliĉti æquetur *BF*, quod quidem auctum quadrato *AB*, illaq; potens fit linea *FA* ponenda ex *D* bis super *DB*, & habebitur *H*, ad quod iunctum *A*, linea illa iungens quæsitum præstabit.

Tertio *AD* cadat super eductam *BD* infra centrum *E* in angulo similiter acuto *ABC*, tunc quadratas iunctæ lineæ *NC* † *AO*, vna cum quadrato duplæ



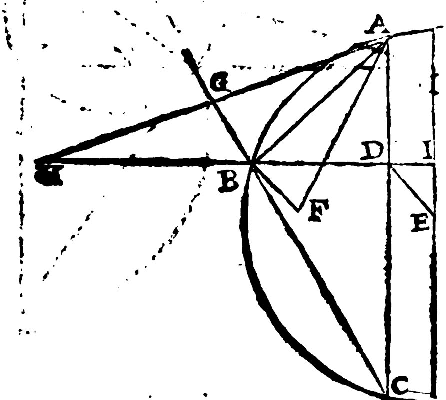
DI, nempè quadratum *CL* augeatur quadrato *AB*, vt linea potens sit *AF*, quæ ponatur ex *D* bis super *DB*. assequetur punctum *H* pro ratione quæsiti idoneum.

Quarto deinde in triangulo *ABC* angulum obtusum efficiens, & cum Isosceles fuerit cadet *AD* perpendicularis in centro siue *D* lineæ per centrum transeuntis, & ducta diameter æquidistans *EL*, iungatur *BL* secans *AC* in *N*, in hoc casu differentia quadratorum *NL*, *DE* sit ipsa *BF*, cuius quadratum auctum *AB* qua-



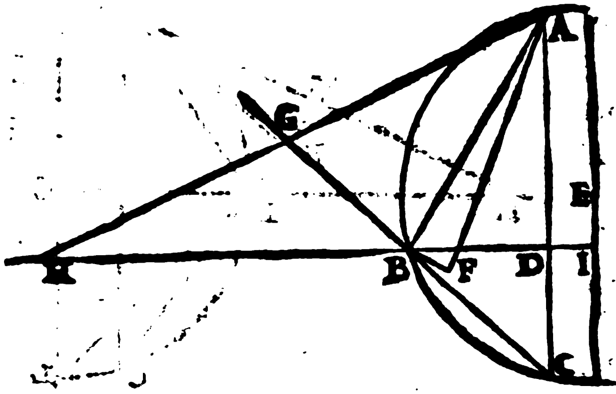
quadrato, illa duo potens erit *AF* linea ponenda ex *E* puncto bis super *DB*, & exiet *H* quaesitum.

Quinto in angulo pariter obtuso *AD* perpendicularis supra *BD* cadat inter E centrum, & *A*, acta *EI* diametro aequidistans *AC* basi trianguli *ABC*, tunc iungatur *DE*, cuius quadrato addito ipsi *AB* quadrato, erit eadem iuncta *AF* potens illa ponenda bis ex puncto *I*, & dabit *H* quaesitum punctum.

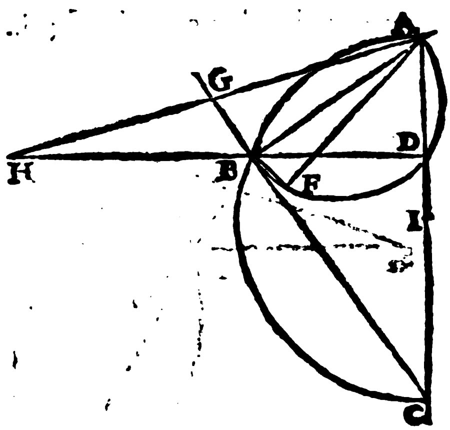


Sexto adhuc in angulo obtuso, quum super *BD* infra centrum *E* cadat *AD*, perpendicularis, vt in figura sexta, & diametro ex *D* ducta aequidistante *AC*, eo casu quadratum *AB* augeatur quadrato *BF*, aequali *DI*, & *FA*, vt in caeteris posita bis super *I* puncto in linea *DB*, dabit idem *H* quaesitũ.

Septi-

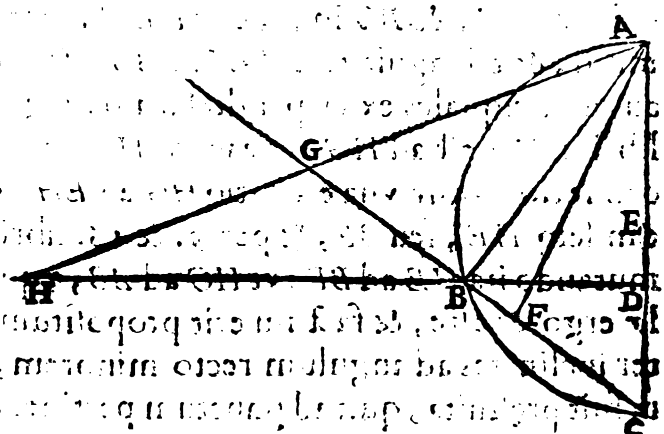


Septimo in angulo *A BC* recto triangulum sit scalenũ, vt cadat perpendicularis *BD* super diametrum *AC* inter centrum & punctum *A*, eo casu à quadrato *AB* auferatur semissis quadrati *DI* sit *BF*, & reliqua *AF* potens residuũ ponatur de more bis ex *D* super eandẽ *D B*, & signabitur *H* punctum quæsitũ ad problema, vt supra.

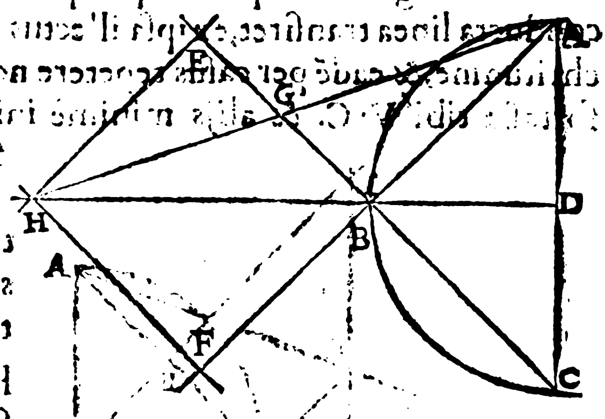


Octauo, vlterius in eodem angulo recto *ABC* trianguloque pariter scaleno *BD* super *AC* perpendicularis cadat infra *E* centrum, & punctum *C*, quo casu opus erit quadratum *DE* distantiæ à centro addere quadrato *AB*, & linea totum potens *AF*, posita super *DB*, bis exhibebit *H* quæsito idoneum.

Po-

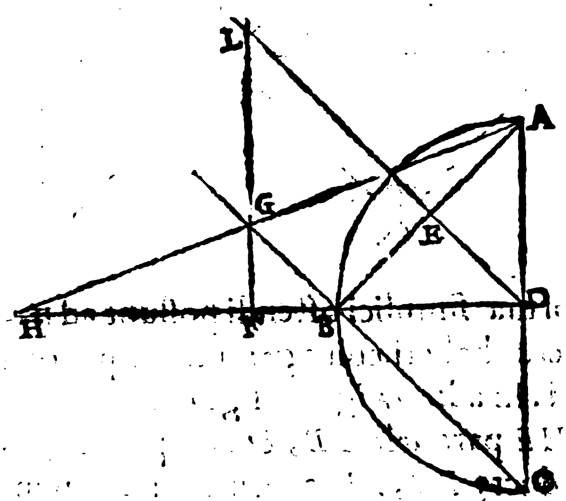


Postremũ in angulo similiter recto *ABC*, vbi perpendiculares *BD*, *AD* in centro cadunt, in triãgulo Isoscele *ABC*, vt habeatur *H* punctum, ab ipsa natura habetur, vel modica adhibita analysi: dupla enim *AB* super diametrum *DB*, ostendit *H* pũctũ, ad quod inclinata *AH* eius pars inter positas *HB*, *GB*, equalis sit ipsi *AB*; & quia omniũ synptomatum vna forma simplici ostendi possunt ad naturæ normam videtur haberi, cuius genium est per quã breuissimè operari. In adiecta igitur figura ex *H* puncto binę agantur *HE* parallela *AB*, & *HF* pariter parallela *BG*, & productę *BG*, *AB* concurrant in *F* pun-



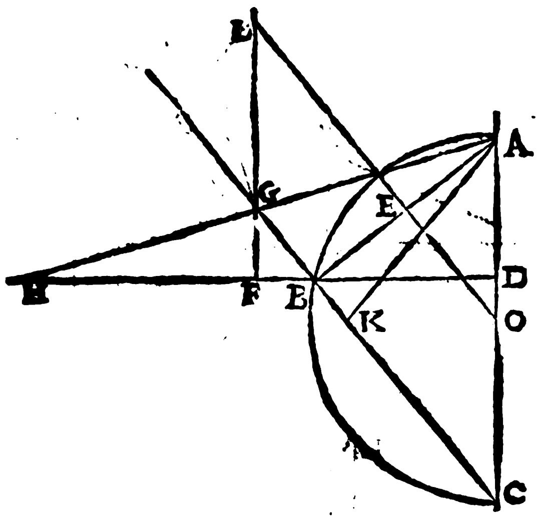
cto, vt *HE*, & *BG* in *E*, erit *B E H F* parallelogrammum, & triangula tria *AFH*, *ABG*, *HEG* similia ob angulos æquales ex vi parallelarum, ergo per 4, & 6. libri 6. *HE* est ad *HG*, vt eadem *HE*, seu *BF* ad *BA*, è conuerso igitur vna est ratio *HG* ad *EH*, quæ *AB* ad eandem *HE*, seu *BF*, & per 9. & 16. libri quinti permutando ita *HE* ad *BF*, vt *HG* ad *AB*, æquales sunt illæ ergo & istę, & factum erit propositum, scilicet inter inclinatas ad angulum recto minorem, interposita fuit prefinita, quæ ad punctum pertinet datum.

Cumq; aduerteremur eadem demonstrationis forma, non idē alios cōprehendere casus, si problema propositū curui constituendum per punctum in obliqua ex indinatis inuestigādum vtpotè *G* per quod necessariò ex *A* conducta linea transiret, ex ipsa illectus effectionis pulchritudine, & eadē per casus repetere non grauabor, & fortasse tibi V. C. & alijs minimè iniucundum fore speramus.

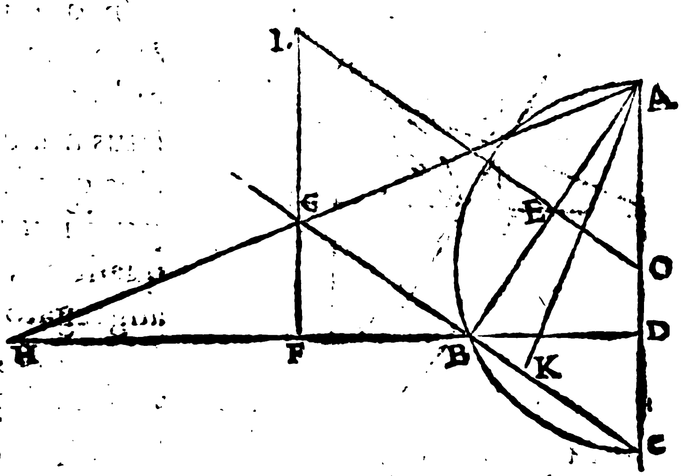


Breuiter igitur: in quolibet schemate, ex cētro circuli cuius portio quodcūq; triangulum sibi suscipit ducta est *EL*, siue *DL* parallela *BG*, & in ea scindenda pars fuerit sit pro opportunitate casus. Et

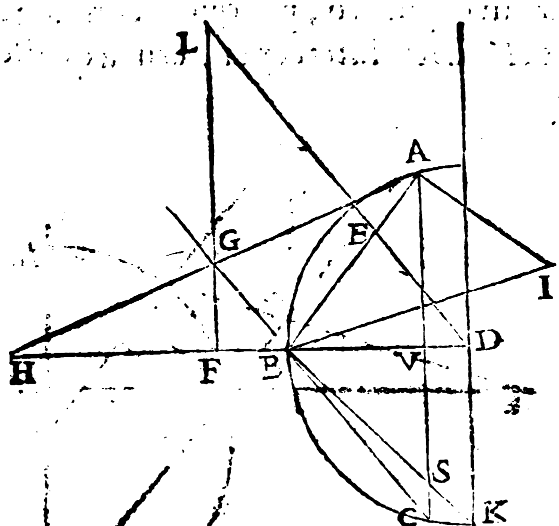
Primum in figura prima ponatur AB æqualis EL, & ex L demittatur perpendicularis LF, super reliqua BH, secabitur altera in G puncto, per quod conducta linea AH, eius pars HG datis intercepta, erit æqualis AB; quod vna pro cunctis est præmissa demonstratio, si præparetur, vt supra.



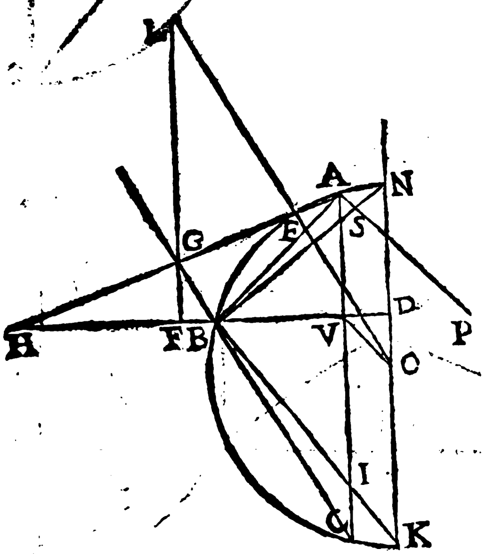
In secunda figura, angulo ABC pariter recto, & scaleno triangulo cuius minus latus sit AB, eius quadratum augeatur quadrato DO, & ipsa AK potés ponatur in EL, & demissa normalis LF secabit G aptum ad quæsitũ.



In tertia deinde figura eodem angulo recto, & latus *AB* sit in scaleno maius; eodem modo *DO* quadratum additum quadrato *AB*, idem *AK* in *EL*, &c.



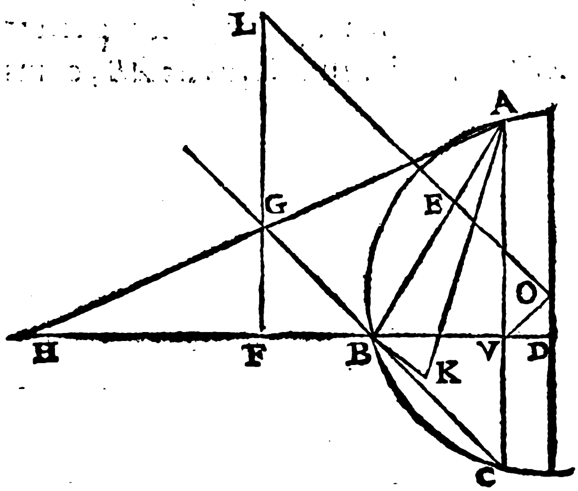
Sit in angulo obtuso *ABC* primum triangulũ Isosceles quadrato *AB* addantur duo quadrata alterũ ex dupla *SK*, & alterum ex dupla *DK*, & fiunt ipsa *AL* quadratum. Iuncta ergo *BL* ponatur in *EL*, vt in quarta figura, reliqua agãtur, vt supra.



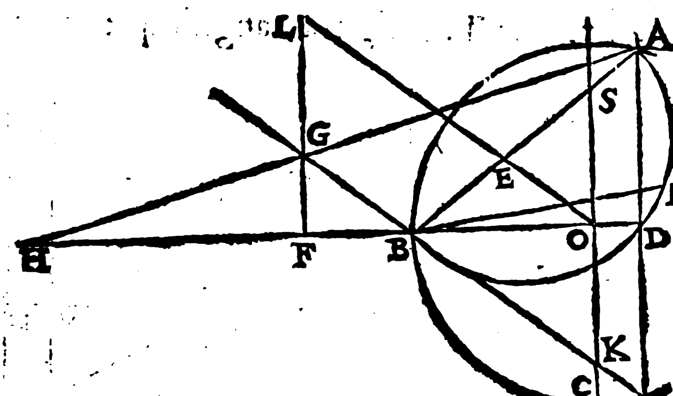
In quinta figura, & eodem obtuso angulo trianguli *ABC* latus minus sit *AB*, eius quadratum augendũ erit per duo quadrata, vnum ex adgregato linearum *SN* † *IK*, alterum verò ex dupla *VO*, sit illa, quadratum ex *AP*, li-

AP, lineá igitur (si duceretur) *BP* ponenda erit in *EL* æqualis, & reliqua sequentur vt supra.

In sexta figura eodem angulo obtuso *ABC* sit latus maius scaleni *AB*, eius quadratum augeatur per quadratum *KO*, & ipsa *AK* potens, abscindatur in *EL* æqualis, & cætera sequentur.



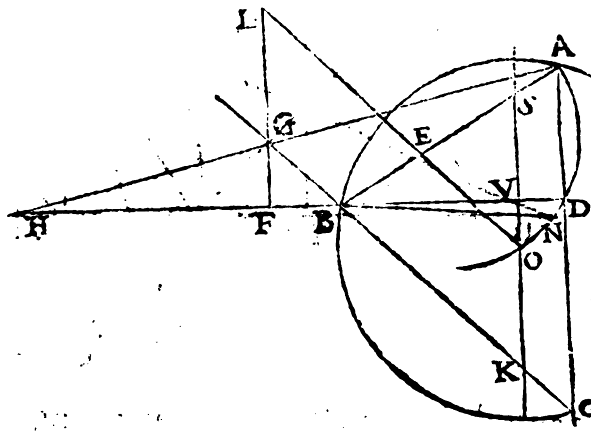
Sit porrò in angulo acuto *ABC* primùm triangulum Isósceles, vt in figura septima latus sectum *AB* opus erit minuere, quod fiet si á quadrato *AB* demantur duo quadrata, vnum ex linea dupla *CK*, alterum



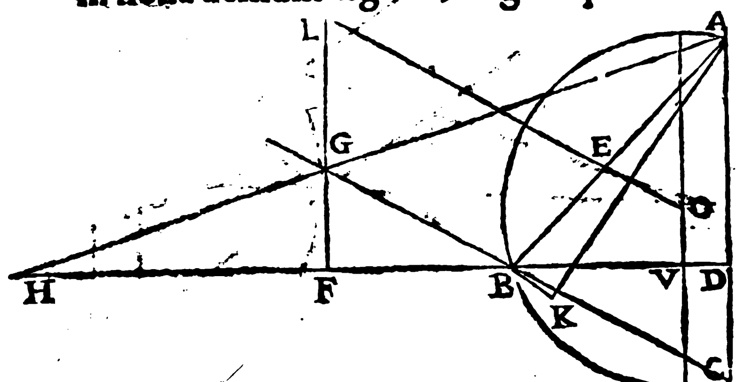
ex dupla

ex dupla *DO*, quæ duo possit linea *AN* (si ducaretur) reliqua verò *BN* ponenda erit in *EL*, vt sint æquales, & tunc demissa ex *L* perpendicularis fiet quæsitũ, &c.

In octaua figura acuto pariter angulo trianguli *ABC* scaleni minus latus sit *AB*, cuius quadratum similiter minuendũ erit, duobus quadratis; vnum à dupla *DV*, alterum à composita ex *CK* + *AS*, esset adgregatum illud (si duceretur linea) quod potest *AN*, & reliquum quadratum possit *BN*, cui æqualis ponatur *EL* linea, quæ reliqua præstabit, vt supra.



In nona demum figura, anguloque acuto trian-



guli

guli *ABG* maius latus ſit *AB* factus, ſi eius quadratum, per quadratum *DV* augeatur, linea illa potens *AK* fiet apta quæſtio, ſcilicet poſita æqualis *EL*, & demiſſa normalis *LF* ſecta erit in *G* linea *BG* per quod conducta *AGH* fiet eius pars *HG* æqualis *AB*, quod faciendum proponebatur.

Poteramus methodum inducere aliam, præmiſſis longè vtique concinniorem, liceret, & qua pro anguli varietate *GBH* facilè expedirentur omnia ſymptomata, ratioque demonſtrandi per æqualitatem, haud per proportionem procederet, at pro re nimium exagitata, in aliam remittimus opportunitatem; interim hoc feſtiuo lubeat epiſtolam claudi.

Eudoxus Gnidius (atteſtante nimirum Philoſopho) ægrè tulerat ab Eutocio Aſcalonita repulſam, ne in albo recenſeretur eorum, qui Geometriæ tunc indigenti ſua deprompſerant inuenta, nunc quippè vel excitatus, Principi Euclidi accurrens ſe proſtrauit, vt pro ſphalmate admiſſo ex perperam conceptæ analogiæ veniam impetraret, ac ſimul adire facultatem eidem Eutocio proteſtaturus, quod relata monumento codicis molimina illicò deleret, veluti ne dùm inefficacia, verùm pluribus non modicè noxia, etenim ob antiquitati venerandæ debitum delatumq; obſequium inhibuiſſent, quin præclara alumnorum ingenia ſuas exererent vires, cui vultu quippè hilari adnuens ipſe Princeps, & tanquam in diſciplina educatus Pythagoræa, inſuper voluit, quod authores, vt erant in albo relati ſibi ſiſterent (ſalua nihilominus in reliquis omnimoda eo-da eorum dignitate præstantia, atque sapientia) vt corã sponte faterentur, licentiosè nimis ab alumnis fuisse prolatum, Princeps ipse diminutus habuisse, doctrinam nobis relictam scilicet, nullò specimine cultoribus indicato pro duabus medijs inter extremas lineas, pro anguli trisectione plani, & huiusmodi tanquam ideò ad incitas reuocata facultas, cogeretur citra probrum à vernaculis improba emendicare subsidia, quod contrarium experitur modo elementa ex arte, vt par est, ac ritè componantur. Vale.

E tenebris autem, quæ sunt in luce tuemur.

MACERATÆ,

Apud Philippum Camaccium. 1648. *Superiorum permissu.*