METODO GENERALE

Per ritrovare infinite Serie di Triangoli Rettangoli, di cui non sono che casi particolari i proposti da Pitagora, e da Platone.

LETTERA

De' Signori Conti

GIROLAMO, E GIUSEPPE RINALDIS

Al Reverendissimo Padre

D. GIACOMO STELLINI

C. R. S. Chiarissimo Professore di Filosofia Morale nell' Università di Padova.

PEnſando noi queſti giorni addietro ſopra certi Problemi di Geometrìa, e di Fiſico-Matematica indicatici dal Sig. Ab. Suzzi, ſotto la cui direzione ci ſiamo applicati a queſti Studj, e paſſando d' una ſpeculazione] in un' altra, ſiccome richiede la natura di così fatte ricerche, ci è avvenuto di entrare per avventura in alcune conſiderazioni intorno alla proprietà del Triangolo Rettangolo dimoſtrata da Euclide, (a) e maſſimamente intorno a' numeri 3, 4, 5, che rappreſentano il primo di ſimili triangoli, i cui lati ſieno razionali, ſu i quali gli Antichi fecero grandiſſimo miſterio. E riflettendo, che oltre a quelli ve ne furono aſſegnati degli altri, che hanno la medeſima condizione, noi per dare la maggior' eſteſa poſſibile a queſta materia, abbiamo trovata per mezzo di alcune Formule Analitiche un'infinità di ſerie infinite di numeri di tal genere, che racchiudono

P 2 tutti

(a) Elem. Geom. Lib. I. Prop. 47.

tutti i casi, in cui l'Ipotenusa è commensurabile co' lati dell'accennato Triangolo. Quanto allora ci è caduto in pensiero accidentalmeute a questo proposito, ci diamo ora l'onore di parteciparlo a Vostra Paternità Reverendissima, affidati nella somma benignità, con cui ella risguarda noi, e favorisce beneficamente i nostri studj, che non debba riuscirle grave d'interrompere per brevissimo spazio di tempo il corso dell'altre sue profonde applicazioni. Sembra, che pressochè inutili debbano reputarsi somiglianti Investigazioni; questa però, qualunque sia, può servire per lo meno a manifestare l'estensione, e l'uso di uno de' più maravigliosi ed utili Teoremi, che vanti la Geometria oltrechè. Sà ottimamente Vostra Paternità Reverendissima, siccome più d'ogni altro versata nella lettura degli Antichi Filosofi, di quante cose fu fatta simbolo ed immagine l'anzidetta proprietà del nostro triangolo: Nella misteriosa Scuola di Pitagora, sotto qualunque de' numeri 3, 4, 5, co' quali egli ne espresse la natura, e da cui prese forse anche occasione di scoprirla, (a) ed applicarla alle linee, simbo-

[a] V. Meibom. in Arist. Quin. *de Re Musica Lib.* 3.

boleggiarsi soleva la giustizia, (*a*) e ciascheduno in particolare per significar altre cose naturali, e divine si adoperava. E riferisce Jamblicho (*b*) nella Vita di Pitagora, ch'egli rassomigliava le Repubbliche ad un Triangolo Rettangolo, di cui il primo lato fosse come tre, il secondo come cinque, e 'l terzo un medio Aritmetico fra gli altri due; e che nel concorso di queste linee, e negli Spazj circoscritti si raffigurava l'ottima constituzione della Repubblica.
„ Πολιτειῶν δὲ γραμμάς τινας τοιάσδε τρεῖς συ-
„ στησάμενον, τοῖς ἄκροις ἀλλήλων συμψαυούσας,
„ καὶ μίαν ὀρθὴν γωνίαν ποιούσας. τὴν μὲν ἐπι-
„ τρίτου φύσιν ἔχουσαν. τὴν δὲ πέντε τοιούτων
„ δυναμένην. τὴν δὲ τούτων ἀμφοτέρων ἀνά-
„ μεσον. Λογιζομένων δ' ἡμῶν τάς τε τῶν γραμ-
„ μῶν πρὸς ἀλλήλας συμπτώσεις, καὶ τὰς τῶν
„ χωρίων, τῶν ὑπὸ τούτων, βελτίστην ὑποτυποῦ-
„ σθαι πολιτείας εἰκόνα; soggiugnendo, che
„ Platone ne' Libri *De Rep.* s'appropriò que-
„ sto sentimento. Σφετερίσασθαι δὲ τὴν δό-
„ ξαν Πλάτωνα λέγοντα φανερῶς ἐν τῇ Πο-
„ λιτείᾳ, τὸ ἐπίτριτον ἐκεῖνον πυθμένα, τὸν
„ τῇ πεμπάδι (*c*) συζυγνύμενον, καὶ τὰς δύο
„ παρεχόμενον ἁρμονίας. Ma vegniamo al

P 3 „ no-

[*a*] Plut. de Isid. & Osiride. Nicomach. in Arith.

[*b*] Cap. 27. n. 130. Amst. 1707.

[*c*] Qui giova osservare, che Aristide Quin-

nostro Problema, il quale può essere enunziato così.

Dato nel Triangolo Rettangolo Scaleno qualunque numero per uno de' due lati, che sono intorno all'angolo retto, trovare infinite Serie di numeri razionali per i valori degli altri due.

Sia, secondo il metodo di Diofanto, il lato dato n, l'altro $pn^2 - q$, e l'Ipotenusa $pn^2 + q$; per le Condizioni del Problema sarà $n^2 + p^2n^4 - 2pqn^2 + q^2 = p^2n^4 + 2pqn^2 + q^2$, e cancellando gli eguali, resterà $n^2 - 2pqn^2 = 2pqn^2$, o sia $n^2 - 4pqn^2 = 0$, e finalmente $pq = \frac{1}{4}$; determinato dunque q per qualsivoglia numero, sarà determinato anche p, i cui valori sostituiti nella Formula Generale (A) n, $pn^2 - q$, $pn^2 + q$, daranno dell'altre particolari all'infinito per le serie de' lati cercati. Si sostituiscano prima i termini della Progressione Naturale, e si faccia $q = 1$, sarà $p = \frac{1}{4}$; e fatte le Sostituzio-

---

Quintil. Lib. 3. *de Musica* pag. 152. Edit. Meibom. rapportando questo luogo di Platone, ch'è nel Lib. 8. *de Rep.*, scrive πεντάδι in vece di πεμπάδι, che si legge nell'Edizioni di Platone, e di Aristotile, il quale nel Lib. V. *de Rep.* cita e confuta questo sentimento.

zioni, la formula A si cangierà in questa (B) $n,\ \frac{n^2-1}{4},\ \frac{n^2+1}{4}$; Sia $q=2$, sarà $p=\frac{1}{8}$, e la formula sarà (C) $n,\ \frac{n^2-2}{8}$ $\frac{n^2+2}{8}$; sia $q=3$, sarà $p=\frac{1}{12}$, e la formula (D) $n,\ \frac{n^2-3}{12}$ $\frac{n^2+3}{12}$; e così continuando in infinito a porre in luogo di q de' termini naturali, e sostituendo opportunamente, avremo una serie infinita di formule analitiche, nelle quali i denominatori di n^2 anderanno sempremai crescendo di un quaternario, e le quantità sottratte, od aggiunte $-1, +1; -2, +2$ &c. cresceranno di una unità. Si prenda ora la formula B, e mettendovi per n ciascuno de' naturali 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. verrà una Serie infinita di numeri composta d'interi e di rotti; Se vi porremo i pari principiando dal 4, cioè 4, 6, 8, 10, 12 &c., sarà tutta d'interi, come nella I Tavola; se gl'impari principiando dal 3, cioè 3, 5, 7, 9, 11 &c. Sarà tutta di rotti, come nella IV. Tavola. Così nella Formula C ponendo per n i naturali, nascerà una Serie infinita d'interi, e di fratti insieme; che se vi sostituiremo de' pari, cominciando dall' 8, denominatore di n^2, cioè 8, 12, 16, 20 &c., la cui differenza sia quat-

 tro,

tro, metà del denominatore istesso, risulterà la Tav. II. tutta d'interi; se degl'impari, che comincino dal 5, cogli altri pari che restano della Progressione Naturale, cioè a dire 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, &c. S'avrà la Tavola V. tutta di frazioni. Nella formula D pure prendendo per n ciaschedun termine della serie naturale, si formerà una serie parte d'interi, e parte di rotti composta; nella Tav. III. si contengono gl'interi, che derivano dal suppore n eguale a de' numeri pari, il primo de' quali sia 12, denominatore di n^2, e la differenza 6, metà del denominatore stesso, come 12, 18, 24, 30 &c., e nella VI. i rotti, che provengono, facendo n eguale agl'impari, che principiano dal 7, ed al rimanente de' pari naturali, cioè 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19, &c., e così procedasi in infinito a sostituire per n de' pari e degl'impari con le leggi indicate, e caveremo infinite serie di numeri interi, e di rotti per i lati cercati, che si potranno disporre in altrettante Tavole, come s'è fatto delle prime. E qui soffra di grazia, Dottissimo P. Stellini, che noi facciamo alcune osservazioni sopra le serie infinite di numeri ritrovate, e che nell'esposta maniera possono facilmente ritrovarsi. Conviene nella Tav. I. cominciare dal 4, perchè

nella

nella Soſtituzione di 2, viene 2, 0, 2, i quali lati non formano triangolo, ciò ch'è contro l'ipoteſi, e nella Tav. IV. dal 3, perchè principiando dall' unità, riſulta 1, $-\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, che danno un lato del triangolo negativo; e così è dell'altre. In tutte le formule B, C. D, &c. &c. all' infinito ſoſtituendo per n de' pari, alcuni valori de' lati deſiderati debbono eſſere interi, come ſi vede nelle Tavole I, II, III, per que' notiſſimi Teoremi, che il quadrato d'un numero pari è ſempre pari, ed aggiugnendogli o ſottraendogli quantità pari, continua ad eſſere pari, e perciò diviſibile per grandezza, che ſia pari; dal che è manifeſto, che non una ſola, ma infinite ſono le formule, che danno i valori che ſi cercano eſpreſſi per numeri interi. Le ſerie de' due lati trovate Tav. I., cioè 3, 8, 15, 24, 35, &c. e 5, 10, 17, 26, 37, &c. ſono compoſte di termini, la cui differenza non è coſtante, ma creſce coſtantemente di un binario; v. g. 3 ed 8 differiſcono di cinque; 8 e 15 di 7; 15 e 24 di 9 &c. così 5 e 10 di 5; 10 e 17 di 7 &c. Medeſimamente nelle ſerie della Tav. II. creſcono coſtantemente di un quaternario; in quelle della III. di un ſenario, e generalmente della metà del denominatore di n^2 per ciaſcheduna formula. Tal'è la differenza coſtante dell'Ipotenuſa dall'altro lato ritrovato in qualunque Tavala; nella I, 3 dal 5; 8 dal 10; 15 dal 17 ſono differenti di un binario; nella II, 6 dal 10; 16 dal 20 di un quaternario; e così nell' altre. Comparando le ſerie della I. Tavola con quelle delle ſeguenti, appariſce chiaramente, che 8, 6, 10, 12, 16, 20, &c. e ciaſcheduno de' tre lati nella II. Tavola è riſpettivamente il doppio di que'della prima cioè di 4, 3, 5, di 6, 8, 10, &c. que'della III. il triplo, ed in generale nell' altre Tavole i lati ſono nella medeſima proporzione, in cui ſono fra loro i denominatori di n^2 nella prima Tavola, ed in quella, in cui ſi prendono i lati. Quindi Ella può Scorgere una ſpeciale proprieta de' numeri, 3, 8, 15, 24, 35 &c. Tav. I.; e 6, 16, 30, 48, 70 &c. Tav. II. e 9, 24, 45, 72, 105 &c. Tav. III.; e così nell' altre; vale a dire, che ſieno numeri figurati, che ſi raccolgono da certe Serie Aritmetiche, le quali hanno il loro fondamento nella ſerie 3, 5, 7, 9, 11, &c. dalla cui ſomma derivano i figurati della I. Tavola, e prendendo il doppio di queſta ſerie fondamentale, naſce una ſeconda 6, 10, 14, 18 &c. dalla quale ſi cavano, ſommando i termini della la II. Tavola 6, 16, 30, 48 &c.; prendendone il triplo, risulta 9, 15, 21, 27, &c. donde si hanno quelli della III. Tavola 9, 24, 45, 72, &c., e così di mano in mano prendendone il quadruplo, il quintuplo &c. si comporranno delle Serie, la somma delle quali somministrerà i termini, ch'esprimono il lato, che si cerca intorno all'angolo retto della quarta, della quinta formula, &c. &c. La qual cosa ci apre l'adito ad un nuovo ordine di figurati degni di speciale osservazione. Molte altre considerazioni, si potrebbero fare sopra le Tavole I, II, III; ed alcune anche sopra la IV, V, VI, le quali noi per brevità tralasciamo.

Ora si pigli di nuovo la formula Generale A, cioè n, $pn^2 - q$, $pn^2 + q$, in in cui $pq = \frac{1}{4}$; e si metta per q ciascun termine della Progressione Armonica $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ &c. per q si determinerà p; onde sostituiti i loro valori nella formula A ne risulteranno infinite altre particolari, e quindi infinite altre serie per i lati del nostro triangolo. Si faccia $q = \frac{1}{2}$, sarà $p = \frac{1}{2}$; e la formula A si cambierà in (K) n, $\frac{n^2 - 1}{2}$, $\frac{n^2 + 1}{2}$.

Sia $q = \frac{1}{3}$, sarà $p = \frac{3}{4}$; e però sarà

(L) n, $3\frac{n^2}{4} - \frac{1}{3}$, $3\frac{n^2}{4} + \frac{1}{3}$; ſia $q = \frac{1}{4}$ ſarà, $p = \frac{4}{4} = 1$; onde ſarà (M) n, $\frac{4n^2}{4} - \frac{1}{4}$, $\frac{4n^2}{4} + \frac{1}{4}$. Sia $q = \frac{1}{5}$, ſarà $p = \frac{5}{4}$; e la formula ſarà (N) n, $\frac{5n^2}{4} - \frac{1}{5}$, $\frac{5n^2}{4} + \frac{1}{5}$; e così procedaſi in infinito a ſoſtituire per q i termini ſeguenti dell' Armonica; nelle formule, ch' indi naſceranno, fuor della prima, il denominatore di n^2 reſterà ſempre 4, il ſuo coefficiente, e 'l diviſore dell' unità aggiuntagli, o ſotrattagli creſceranno ſempre con l' iſteſſa legge principiando dal 3, cioè ſecondo i numeri naturali. Mettendo per tanto in vece di n ciaſcun termine della Progreſſione Aritmetica in (K) n, $\frac{n^2 - 1}{2}$, $\frac{n^2 + 1}{2}$ avremo una Serie d' interi e di rotti; ſe poi vi ſi ſoſtituiranno degl' impari, che comincino dal 3 per la ragione ſopradetta, ſarà la ſerie tutta d' interi; come può vederſi nella Tavola VII, perchè in fatti il quadrato di un' impari è impari, ed aggiuntagli o levatagli una quantità, che ſia impari, è pari, e però diviſibile per due; ſe vi porremo i pari, ella diverrà tutta di frazioni, come nella Tav. IX. per l' inverſa dimomoſtrazione. Quanto è poi all'altre formule L, M, N, &c. prendendo per N qualunque de' naturali, verranno le Serie tutte di rotti, come nella Tavola VIII.; e così nell'altre; perciochè ſe $\frac{3n^2}{4} - \frac{1}{3}$ poteſſe eſſer numero intero, ſarebbe tale, quando $3n^2$ ſi divideſſe per 4; ma allora ſe gli toglie o ſegli aggiugne una frazione $\frac{1}{3}$; dunque $\frac{3n^2}{4} - \frac{1}{3}$ deve eſſere fratto. L'iſteſſo ſi dica dell'altre formule M, N, &c., in cui qualunque numero ſi ponga per n o pari od impari, i valori de' lati non poſſono mai eſſere interi. I numeri 4, 12, 24, 40 &c. della Tav. VII. ſono figurati che ſi raccolgono dalla ſerie Aritmetica 4, 8, 12, 16, &c. la cui differenza coſtante è quattro; ciaſcheduno poi di queſti decreſce dall'Ipotenuſa corriſpondente di una unità. Nelle Tavole VIII, IX. &c. Soſtituendo immediatamente l'unità, abbiamo valori poſitivi ed aſſegnabili a differenza dell'altre per ragione de' coefficienti di n^2; e qui ſi poſſono aggiugnere alcune dell'oſſervazioni fatte ſopra le prime Tavole.

Reſta da conſiderare, che qualunque intero che ſi poſſa ſoſtituire in luogo di q nella Formula An, $pn^2 - q$, $pn^2 + q$, è compreſo nella Progreſſione Naturale,

ma

ma non ogni fratto nell' Armonica aſſunta, come ſono $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$, &c. all' infinito. Laonde pigliando per q qualſivoglia altra frazione, naſceranno infinite altre formule analitiche particolari, e da queſte infinite altre Serie numeriche per i lati cercati del noſtro triangolo. Così infinite altre Serie s'avranno, ſe porremo per n in tutte le formule particolari, delle frazioni di ogni genere, non avendovi finora poſti, che interi. Generalmente in ciaſcheduna Tavola i numeri, che rappreſentano i tre lati, poſſono dividerſi, o moltiplicarſi per qualunque altro, ed i multiplici o ſubmultipli daranno altri valori all' infinito nelle condizioni del Problema; perciocchè dividendo o moltiplicando tre termini qualunque proporzionali per una ſteſſa grandezza, creſcono o diminuiſcono in quantità, ma non in proporzione. Alcuna volta però i multiplici di una Tavola ſono caſi particolari di un' altra. Per cagion d'eſempio moltiplicando per due i lati nella Tav. IX., cioè 2, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$; 4, $\frac{15}{2}$, $\frac{17}{2}$ &c. divengono caſi particolari della prima. Parimente tutti i multipli di que' della prima Tavola ſono termini della II, o della III, &c., ſiccome abbiamo di già oſſervato. Così pure tutti i multipli della II, o del-

della III, &c. ſono compreſi nell'altre Tavole ſeguenti ed ecco trovato un numero infinito di ſerie infinite, e calcolati i caſi poſſibili del noſtro Problema.

Queſto è quanto noi penſammo allora ſu queſta materia. Alcuni giorni dopo venutaci la curioſità di ſapere, com'è ben noto a V. Sig. Reverendiſs. Se niente di ſimile ſi trovaſſe ſcritto preſſo alcuno degli Antichi o de' Moderni, abbiamo ritrovato tra gli Antichi ne' Comentarj di Proclo ſopra Euclide il ſeguente luogo (*a*);

» Παραδέδονται δὲ καὶ μέθοδοί τινες τῆς εὑρέ-
» σεως τῶν τοιούτων τριγώνων, ὧν τὴν μὲν εἰς
» Πλάτωνα ἀναπέμπουσιν, τὴν δὲ εἰς Πυθα-
» γόραν, ἡ ἀπὸ περιττῶν ἐστὶν ἀριθμῶν. τί-
» θησι γὰρ τὸν δοθέντα περιττὸν ὡς ἐλάσσονα τῶν
» περὶ τὴν ὀρθὴν, καὶ λαβοῦσα τὸν ἀπ' αὐτοῦ
» τετράγωνον, καὶ τούτου μονάδα ἀφελοῦσα τοῦ λοι-
» ποῦ τὸ ἥμισυ τίθησι τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τὴν
» μείζονα. προσθεῖσα δὲ καὶ τούτῳ μονάδα, τὴν
» λοιπὴν ποιεῖ τὴν ὑποτείνουσαν. οἷον τὰ τρία λα-
» βοῦσα καὶ τετραγωνίσασα καὶ ἀφελοῦσα τῶν ἐν-
» νέα μονάδα, τῶν η λαμβάνει τὸ ἥμισυ, τὰ δ
» καὶ τούτῳ προστίθησι πάλιν μονάδα, καὶ ποιεῖ
» τὰ ε, καὶ εὕρηται τρίγωνον ὀρθογώνιον, ἔχον
» τὴν μὲν τριῶν, τὴν τεσσάρων, τὴν δὲ ε.
» ἡ δὲ Πλατωνικὴ, ἀπὸ τῶν ἀρτίων ἐπιχειρεῖ.
» λαβοῦσα τὸν δοθέντα ἄρτιον, τίθησιν αὐτὸν ὡς
» μίαν

[*a*] Lib. IV. Comment. in 47. Elem. I. Eucl.

μίαν πλευρὰν τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, καὶ τοῦτον διελοῦσα δίχα, καὶ τετραγωνίσασα τὸ ἥμισυ μονάδα μὲν τῷ τετραγώνῳ προσθεῖσα, ποιεῖ τὴν ὑποτείνουσαν, μονάδα δὲ ἀφελοῦσα τοῦ τετραγώνου, ποιεῖ τὴν ἑτέραν τῶν περὶ τὴν ὀρθήν. οἷον τὰ τέσσαρα λαβοῦσα, καὶ τούτου τὰ β τετραγωνίσασα καὶ ποιήσασα αὐτὰ δ, ἀφελοῦσα μὲν μονάδα ποιεῖ τὰ γ, προσθεῖσα δὲ ποιεῖ τὰ ε, καὶ ἔχει τὸ αὐτὸ γινόμενον τρίγωνον, ὃ καὶ ἐκ τῆς ἑτέρας ἀπετελεῖτο μεθόδου. τὸ γὰρ ἀπὸ τούτου ἴσον, τῷ ἀπὸ τοῦ γ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ δ, συντίθησι ,, cioè ,, Vi sono pure stati lasciati alcuni metodi per l'invenzione de' triangoli rettangoli, l'uno de' quali si attribuisce a Platone, l'altro a Pitagora, che comincia da' numeri impari. Perciocchè suppone egli un dato numero impari pel minore de' lati che sono intorno all'angolo retto; e formandone il quadrato, e togliendogli una unità, prende la metà del residuo pel maggiore de' lati intorno al retto; ed aggiugnendo pur'a questo una unità, egli fa l'Ipotenusa. Per esempio prendendo tre, e facendone il quadrato, e da nove sottraendo una unità, piglia la mettà di otto, ch'è quattro, ed a questo aggiugnendovi una unità, forma cinque; ed ecco trovato il triangolo rettangolo, che ha un lato tre, l'altro quattro, e 'l terzo cinque. Il metodo poi di Platone principia da'

,, pa-

„ pari; poichè pigliando un dato nume-
„ ro pari, egli'l ſuppone per uno de'la-
„ ti che ſtanno intorno all'angolo ret-
„ to, e dividendolo per due, e qua-
„ drandone la metà, ed al quadrato ag-
„ giugnendo una unità, forma l'Ipote-
„ nuſa, e levandogliela, fa l'altro la-
„ to intorno al retto. Ex. gr. prenden-
„ do quattro, e quadrandone la metà
„ ch'è due, e facendo quattro, toglien-
„ dovi una unità forma tre, ed aggiu-
„ gnendovela, forma cinque; ed ecco
„ fatto il triangolo di prima; poichè il
„ quadrato di cinque eguaglia i quadra-
„ ti di tre, e di quattro. Ella ben ve-
de che i due metodi rapportati da Pro-
clo per conſtruire il triangolo rettango-
lo, non ſono che due caſi particolari del
noſtro Metodo Generale, poichè ſi ri-
ducono alle noſtre Formule B e K, le
quali è certo che non ſoddisfanno a tut-
ti i caſi del Problema, non ſolamente
riſpetto a qualunque numero in genere,
ma neppure riſpetto agl' interi in iſpe-
cieltà, ſendovi neceſſarie le altre partico-
lari formule C, D, &c. che abbiamo tro-
vate; perchè ſuppoſto per eſempio un lato
12, non ſolo gli altri due lati poſsono
eſſere 35, e 37, come ſi ha dalla B, ma
16, e 20 come ſi cava dalla C; 9 e 15
come ſegue dalla D; i quai lati ſervono tut-
ti per la coſtruzione del noſtro triangolo

nel-

nella data Ipotesi;e l'istesso dicasi dell'altre.

Dalle nostre formule si deduce pure per modo di Corollario ciò, che osservò tra' Moderni Mr. Amaud ne' suoi Nuovi Elementi di Geometria (*a*), che tutti i numeri composti di due quadrati od i loro multipli hanno il loro quadrato eguale a due quadrati; sendo in fatti tutte l'Ipotenuse trovate di questo genere, e potendo dimostrarsi dalla sola inspezione delle Formule Algebraiche, che tali debbono essere tutte l'altre; dal che rimane dimostrato, e che i multipli ed i submultipli generalmente hanno la medesima proprietà, il che Mr. Amaud non dimostrò se non del doppio e del Subduplo nel terzo e nel quarto Corol. a quel Problema, e che non vi sieno altri numeri di tal fatta, ciocchè egli accennò solamente,senza farvi dimostrazione alcuna. Il nostro Problema serve pure ad illustrare, ed estendere molti altri, che si leggono in Diofanto,in Prestet,ed in altrettali.

Molte altre cose potremmo soggiugnere, ma avendo abbastanza incomodata V. Sig. Reverendiss. volentieri, le sorpassiamo; tanto più, che ci caderà forse in acconcio di parlarne altrove, e specialmente in una Dissertazione Analitica, che insieme con due altre di Geometria e di Fisica andiamo ora lavorando.

(*a*) Nouveaux Element. de Geom. Liv. 4. Probl. II.