



Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

- + *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.
- + *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.
- + *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.
- + *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertarti di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da <http://books.google.com>



A. W. G.

133963
20

MAT

FH 2695

891

3254

1000

FRANCISCI VIETÆ
OPERA
MATHEMATICA,

In unum Volumen congesta,
ac recognita,

Operâ atque studio

FRANCISCI à SCHOOTEN Leydenfis,
Matheseos Professoris.



LVGDVNI BATAVORVM,

Ex Officinâ Bonaventuræ & Abrahami Elzeviriorum.

M. 156561

CLC LC C XLVI.

Biblioth. Coll. Sen.

Cashal Inscript.

e. 10. 947

27. 10. 1000
-106-
51(081)
V05 4



Clarissimo, Doctissimoque Viro

D. I A C O B O G O L I O,
Mathematicum, Linguarumque Orientalium in illustri
Academia Lugduno-Batava Professore,

F R A N C I S C V S à S C H O O T E N,

S. P. D.



Inter eos, qui liberalium artium cultura (Vir Clarissime) ceteros antecellerunt mortales, atque præclaris monumentis suis apud posteros gloriam sibi paraverunt immortalem; minimè postremis annumerandus est Vir insignis **F R A N C I S C V S V I E T A F O N T E N Æ E N S I S**, Analyseos Speciosæ autor primus. Quantum enim ex hoc aliisque inventis ipsius colligere liceat fructum, vel inde patet: quod ab eo usque tempore, quo viri eruditi ejus Analyse incubuerunt, Scientia hæc amplissimum incrementum ceperit, ac Mathesis tanquam sepulta è tenebris lucidum caput extulerit. Quocirca cum iteratam operum ipsius editionem studiosi Matheseos omnes meritò desiderarent; quippe quorum exemplaria jam dudum distracta essent, Tu inprimis Vir Clarissime, laudabili eorum desiderio atque studiis hisce consultum volens, hortatu tuo Typographos instigasti, ut ea simul omnia denuò vulgarent. Verumtamen operandum hoc præterea fuisset, ut tuis quoque lucubrationibus ac notis locupletiora in lucem prodire potuissent: præsertim cum in his finibus nostris, quantum quidem mihi constat, nullus reperiat, cui Sparta hæc justius committi queat. Neque enim me Tibi adulari decet, ut quicquam affirmem, quod non sim expertus: quandoquidem ante aliquot annos doctissimis lectionibus tuis publicis, quas quidem frequentabam, Autorem hunc quam planissimè explicuisti. Sed cum hoc tempore, quo novam istorum

operum editionem Typographi accelerarent, sub ipsorum prælo, Tute proprium opus haberes, quod te multifariam occuparet, importunum atque adeò iniquum fuisset alieni operis curâ id ipsum interpellare. Cum verò & ego quam rogabar operam declinare maluissem, tenuitatis meæ conscius, Tu animis mihi stimulisque additis spem fecisti conatus hâc parte meos nec ingratos fore, minimèque futurum ut laboris ac operæ impendendæ me unquam pœniteret. Quare amici tui animi hortationi atque consilio morem gerens, sine ulteriore scrupulo aut morâ me ad opus accinxi. In quo quidem hoc mihi propositum fuit, ut Autor, per se omni studio dignus, genuinâ formâ, quâ se impertire omnibus voluit, de novo in publicum prodiret. Quapropter quæ per alienam incuriam, aut præter Autoris mentem atque institutum (quemadmodum in ejusmodi rebus facilè contingit) irrepsisse visa sunt, ut religiosè restituerentur, Zetetica aliaque quæ hoc ipsum requirere judicabam, ad novum Artis ejusdem examen revocavi. Quorum quidem omnium, quæ à me præstita sint, quæve præcedens editio ab hâc nostrâ diversâ habeat, elenchum operi subjungere consentaneum duxi: ut de iis quilibet judicium ferre atque editionem utramque inter se comparare possit, nec minùs veteri ac novâ pro arbitrio suo uti. Nominatim autem tuæ, Vir Præstantissime, hoc quidquid est, censuræ lubens expono: & cum me studiaque mea singulari benevolentia nunquam non fueris prosequutus, Autorem hunc, quem, ut aliàs, ita & nunc novo nomine mihi commendasti, hâc formâ productum, Tibi in grati amoris testimonium oblatum cupio & velut acceptum refero. Non dubitans, quin me conatusque hosce qualescunque non modò solito favore excepturus sis, verùm etiam ob eundem Autorem gratiores habiturus. Quod superest **DEVM OPT. MAX.** precor, ut Te rei literariæ decus, quàm diutissimè servet incolumem. Vale. Lugd. Batav. V. Kalend. Sextilis. **ANNI M. DC. XLVI.**

ELZE-



ELZEVIIRII
AD
LECTOREM.



Quum magni & præclari Viri FRANCISCI VIETÆ opera Mathematica, simul in unum volumen congesta, (Benigne Lector) à Matheseos studiosis omnibus esflagitari videremus, quippe quæ singula non extarent amplius, ut ullo pretio emi poterint: id nobis negotij credidimus dari, ut typis nostris justo desiderio vestro satisfieri posset. Quocirca cum figurarum modulos de novo exprimendos curassemus, propositum illud nostrum ante biennium programme omnibus & singulis palàm fecimus, Matheseos ac Literatura amatores omnes rogantes, ut si quæ Autoris illius scripta nondam edita possiderent, sive ad finem perducta, sive adfecta; ea in commune bonum & ad gratam nominis sui memoriam suppeditare nobis dignarentur, exhibentes præterea quæ vel edita vel nondum edita ad manus nostras pervenissent. Hoc nimirum fine, ut auctiora unoque complexu in lucem denuo prodirent. Igitur cum editionem diutius, sine detrimento nostro, differre non possemus, conquestis undique quæ huc spectarent, opus prædictum prælo tandem commisimus. In quo Lector monendus videtur, nos ope & curâ Clar. Virorum P. MARRINI MERCENNI & JACOBI GOLII non parùm fuisse adjutos, qui maximam partem eorum, quorum jam tibi copiam facimus, atque alia contulerunt: editionem verò ipsam operâ ac studio FRANCISCI à SCHOOTEN quàm diligentissimè fuisse recognitam, qui animadversionibus porrò suis eam ditavit. Miraberis autem fortasse, Lector amice, quòd Canonem Mathematicum, & Harmonicum Cælestæ fragmentumque eodem spectans non unâ tibi demus; quæ quidem cum reliquis Autoris monumentis emittere animus erat: verùm id consultò à nobis factum; tum quòd Canonem illum ad cætera non necessariò pertinere deprehendimus; tum quòd ille (ut ipse Autor pag. 323. testatur) infeliciter editus sit: adeò ut numeri primùm omnes novo examine à mendis fuissent vindicandi. Quod autem ad Harmonicum Cælestæ attinet, fragmentumque eodem spectans, ejus quidem exemplar olim nobis missum non ita integrum & accuratum videtur, ut aliud exemplar non

debeat non magnopere desiderari. Quàmvis verò nuper humanitate
D. ALEXANDRI HUMEI, Mathematicum peritiâ non minùs quàm ge-
neris nobilitate atque omni virtute insignis, alterum subministratum fue-
rit, unâ cum ANDERSONI popularis sui Προχρησ ad triangulorum
sphericorum epilogismum: editionem tamen ejus differre aliquantisper vi-
sum fuit, donec & alia ejusdem VIETÆ ἀνάδοξ, quæ hîc illic asserva-
ri perhibentur, fuerimus consequuti. Quorum quidem copiam instituto
nostro promovendo liberalitate suâ destinavit Vir pari laude eximius
D. d'ESPAGNET, in Burdigalensi Parlamento Senator gravissimus;
quod tum R. P. MERCENNI; tum aliorum præstantium virorum li-
teris abundè confirmatum nobis fuit. Quapropter eundem & alios quoscun-
que, qui hîc aliquid conferre possant, novâ obtestatione rogamus, ut ad opus
VIETÆ posthumum pro dignitate adornandum favore nobis opitulari
velint: cum ex volumine jam à nobis edito facîle cognoscant, nec in-
stitutum nostrum vanum esse, nec beneficia ipsorum publicæ laudis fru-
ctû caritura. His autem interim, Benigne Lector, frueri ac in usum tuum
converti. Vale.



FRAN-



FRANCISCI VIETÆ
VITÆ

Ex Jac. Augusti Tbuani Historiarum Libro CXXIX.

Lutetiz Parisiorum anno climacterico suo ad Deum migravit An. 1603; FRANCISCUS VIETÆ Fontenaio in inferiore Pictonum provinciâ natus, vir ingeniosâ & profundâ meditatione, cujus vi nihil illi inaccessum in abstrusioribus scientiis, nihil quod acumine mentis posset confici, difficile confectu fuit. In Mathematicis præcipuè industriam, inter alias occupationes & negotia, à quibus capax & indefatigabile ejus ingenium nunquam vacavit, totâ vitâ exercuit, in quibus ad eò excelluit, ut quicquid ab antiquis in eo genere inventum, & scriptis, quæ temporis injuriâ aut perierunt aut obsoluerunt, proditum memoratur; ipse assiduâ cogitatione invenit & renovavit, & multa ex suo ad illorum ingeniosa reperta addiderit. tam profundâ autem meditatione fuit, ut sæpius visus sit totum triduum continuum in cogitatione defixus ad mensam lucubratoriam sedere, sine cibo & somno, nisi quem cubito innixus, nec se loco movens ad refocilandam per intervalla naturam, capiebat. Scripta ejus rara, neque tamen pauca, quòd ea sumptu suo cudenda curaret, & exemplaria penes se retineret, quæ amicis, homo longè ab omni avaritiâ positus, & harum rerum peritis liberaliter distribuebat. Multa & adfecta reliquit, quibus præclaras has artes, repetitâ veterum memoriâ, summo studio instauravit, quæ PETRI ALEALMI Aurelianensis, cujus industriâ à se, dum in vivis ageret, exulta utebatur, fidei ab heredibus commissa ex eoque thesauro postea tam ab ipso, quàm ALEXANDRO ANDERSONO Scoto & aliis multa deprompta sunt, & in lucem edita, quæ admirationem in animis harum rerum peritorum majorem in dies excitant, & immortalem ejus gloriam intermori minimè patiuntur. ADRIANVS ROMANVS cum Problema omnibus totius orbis Mathematicis construendum proposuisset, VIETÆ illud continuo solvit, & cum castigationibus & auctario, & APOLLONIO præterea Gallo ad Romanum remisit, tantâ cum Romani admiratione, ut confestim ille iter in Galliam corripuerit, ut hominem sibi antea ignotum conveniret, & postea arctam cum eo amicitiam coleret. Cùm Romanus Herbipoli, ubi relicto Lovanio domicilium fixerat, Lutetiam venit, VIETÆ aberat, ad suos Pictones profectus, ut valetudinem jam infirmam curaret; quâ re cognitâ, quàmvis adhuc C Leucarum nostratium iter restaret, Romanus obfirmato semel animo in viam se dedit, & ad VIETAM, priùs per literas monitum, contendit, cum quo totum mensem fuit, & de quæstionibus,

bus, quibus ad eum instructus venerat, per otium egit, & majora omnia spe in homine minimè fucato cum stupore admiratus est, tandemque post amplexus & ægrè vale dictum, pro tam honorificâ ad se profectio-
 VIETA hospitem reducendum ad limitem curavit, & sumptus in eam rem necessarios suppeditavit. Tanti autem conatus in APOLLONIO factus est, ut VIETÆ æmulatione MARINVS GHETALDVS Ragu-
 sinus præstantissimus Mathematicus anno VII post Apollonium redi-
 vivum ediderit, unâ cum supplemento Apollonij Galli. Doluit mihi valde, quod tam stomachosè cum eo altercatus fuerit initio Scaliger, cum de Cyclometricis inter ipsos ageretur. Sed vir generosus tunc VIETAM ignorabat, & ægrè propterea ab illo reprehendi ferebat, cum nondum satis perpendisset, an citra paralogismum quod probandum susceperat, demonstrasset. Itaque postea honorificâ recantatione se ipsum castigavit, & in arcano præcipuam erga VIETAM ab eo tempore reverentiam servavit. Paulo antequam moreretur VIETA, in Calendario LILIANO defectus magnos ab aliis jam notatos cum animadvertisset, de formâ quæ in Ecclesiâ Romanâ recipi posset, seriò cogitare cœpit, & Kalendarium novum, quod verè GREGORIANVM appellabat, construxit, ad Ecclesiastica festa & ritus accommodatum, quod typis mandatum cum relatione de ejus ratione ad Ecclesiasticos doctores anno CIO IO C Cardinali ALDOBRANDINO Lugduni obtulit, cum ille de pace cum SABAYDO acturus à Pontifice ad Regem venisset. Sed nullo successu, sicuti proficiscentem, cum mihi consilij rationem exposuisset, amicè monueram, quippè qui animo providerem, emendationem apud Principes Christianos adfectatione tantâ insinuatam, & per persuasiones postremò receptam non facilè vel in melius mutatu-
 eos, qui ullâ in re errasse, aut errare posse, ne fateantur, pro imperij arcano ducunt. Sanè cum ALDOBRANDINVS post pacem factam Romam revertisset, & CHRISTOPHORVS CLAVIVS, qui pro LILIO tot editis jam scriptis anticipatâ opinione propositam emendationem protinùs rejecisset, gravem ad eum expostulationem misit VIETA, nec si diutiùs superfuisset, eo stetit contentio, nec qui mortuo barbam vellere non dubitarunt, eo superstite si ausi essent, non vapulassent. Ita autem de CLAVIO sentiebat VIETA, antequam ob illam contentionem contra eum exacerbari potuisset, optimum eum esse Mathematicorum elementorum interpretem, & eximiâ facilitate, quæ ab inventoribus obscuriùs in quâvis eorum parte tradita sunt, explicare. Cæterùm, quantum ad scientiam, ita scribere, ut scribendo quæ scribit, primùm discere videatur, nihilque de suo ingenio addat, sed exscribat omnia, suppressis ferè eorum, à quibus proficit, nominibus, nullo operæ præterea pretio, nisi quod sparsim, confusè, & minùs dilucidè ab aliis scripta, ipse colligit, ordinat, & ita perspicuè proponit, ut ex alienis propria efficiat. Leve est quod dicam vel ipso iudice VIETA, quod tamen quivis alius magni fecerit. Res Hispanorum longè latèque sparsæ, ut communicatione & consiliorum consensione jungantur, secreto egent, ad quod illi, qui vastam & longiùs plerumque iusto respicientem prudentiam adhibent, literis exoleto & incognito charactere exaratis uti solent, brevioribus ad singulos, ad universos amplioribus, & ordinem & characterem subinde per otium interpolant, vertunt, mutant; ne tempore secretum emanet. Sed cum hoc faciunt, longo temporis spatio opus habent, quo præfectos longè
 ad

ad Indias positos moneant. Tale erat illud notis amplius rō compositum instrumentum, quo per bella infesti adeò decennij contra nos utebantur, quo tempore pleræque eorum interceptæ literæ valde prolixæ, quibus consiliorum suorum rationes explicabantur, quibus ij, qui vulgò his in rebus industriam suam exercent, ob notarum tantum multitudinem expedire se minimè poterant. Itaque ad VIETAM Regis jussu missæ, nihil tale cogitantem, & qui satius habuisset, aliâ quâvis in re ingenium suum fatigare, qui familiari sibi in studiis gravioribus meditatione illud totum expiscatus, & pleræque deinceps alias maximi momenti, reperto semel arcano, nullo negotio interpretatus est. Quod res Hispanas totum biennium valde conturbavit, qui re per nostras vicissim interceptas detectâ, necessitatem instrumenti, quod inexplicabile rebantur, mutandi impositam dolebant. Itaque illi, qui ad odium & invidiam nihil non comminiscuntur, magicis artibus, nam aliter fieri non potuisse, à Rege id factum, passim & Romæ præcipuè non sine risu & indignatione rectiùs sentientium per emissarios suos publicabant.

IN-



INCLYTÆ PRINCIPI
MELVSINIDI CATHARINÆ
PARTHENÆENSI,

Piissimæ Procerum ROHANIORVM matri,

FRANCISCVS VIETA FONTENÆENSIS
honorem voveo & obsequium.



Extollent Armorici, ô Princeps Melusinis, piissima procerum Rohaniorum mater, genus & stemmata gentis Rohania, quâ haud scio an ex plenioris fidei censibus & monumentis ulla alia possit detegi in orbe terrarum antiquior & illustrior. Adgnoscent gnatos tuos Aborigenes, & è regio Conmani sanguine superstites, invasoris Neomenij vim nutu Dei non passos, tandiuque generosam eam stirpem duraturam confident, quandiu circumueuntes Salarum vestrarum lapidicinas, sylvas & stagna, ternent inscripta marmoribus, quercubus, & piscium squamis aurearum Rhomboidum, quas gestat, insignia. Suâ enim Cabalâ testabuntur ita à Deo Optimo Maximo singulari suo beneficio concessum fuisse precanti divo Meriadeco, familia quondam principi: sicut etiamnum inauditos circa sacellum, quondam suum, per medios saltus & amœniora vireta constructum, avium garritus, & alia rara, qua mihi pauca admiranti contigit non semel admirari. Ego Fontenaensis Pictô, riparum Majoris-venti frequens incola, arcis à divâ Melusina, cujus es & Ramundi beata proles, quondam constructa, Melusina & Melusinarum colo nomen & numen. addo etiam & omen. Neque verò ideo gentis Rohania Iudicælibus, Eudonibus, Erechis tuos Guidones, Godofredos, Hugones, Brunos oppono: non suis regibus Britannicis, principibus in Leonia, comitibus in Porhoeto, tuos reges Cyprorum, tuos Antiochia & Armenia principes, tuos comites Angolisma & Marchia: non sua Isabella Scoti filia, vel Isabella Navarri, tuam Isabellam regum Anglorum & avorum tuorum Lusignæanorum matrem. At piè recordor & feliciter ac veluti fatidico consilio cessisse judico, quod Melusina dea in gratiam accepti à Renato Rohanio beneficij, quod is obsessam Guisadum consilio suam arcem Lusignæanam strenuè defendisset, te suâ & Ramundi prole & herede unâ cum familia Rohania principatu statim eum donavit. Erat nempe Ramundus ipse editus ex gente Rohania, & jam Ramundi & Melusina proles ad id, à quo primùm cæperat, reversa est initium; vix unquam idcirco interitura, cum sit circuitus verum & verè physicum symbolum perpetuitatis. Sed minùs virtutes tuæ interitura sunt in hac ortus periodici restitutione. Et quemadmodum nostrates suo, quod tunc temporis usurpabatur idiomate, ataviam tuam dixere Faydam ob venerandum conspectum & raras & singulares animi dotes, sic te

poste-

6

posteritas diu *Ἰδαίω* agnosces, & te *Ἰδαίω*, *κωδύλω*, ac digniore, si quod occurrat, epitheto compellabit. Atque utinam ei grata essent vigilia nostra, quò eas tibi tuæque carissima sorori *Francisca Rohania Nemorensi & Iuliodunensi Ducissa*, ut debentur, accepto ferret. Nam qua in infelicissimis temporibus beneficia in me contulistis infinita sunt. Quid enim memorem vos ex grassatorum vinculis & faucibus Orci eripuisse me, ac denique vestrà sollicitudine & magnificentiâ toties adjuvissè, quoties erumna mea & infortunia vos monuerunt? Omnino vitam, aut, si quid mihi vitâ carius est, vobis omnem debeo: tibi autem, ô diva *Melusinis*, omne præsertim *Mathematices* studium, ad quod me excitavit tum tuus in eam amor, tum summa artis illius, quam tenes, peritiâ, immò verò nunquam satis admiranda in tuo tamque regii & nobilis generis sexu *Encyclopædia*. Colendissima Princeps, qua nova sunt solent à principio proponi rudia & informia, succedentibus deinde seculis expolienda & perficienda. Ecce ars quam profero nova est, aut demùm ita vetusta, & à barbaris defædata & conspurcata, ut novam omninò formam ei inducere, & ablegatis omnibus suis pseudo-categorematis, ne quid sua spurcitiei retineret, & veternum redoleret, excogitare necesse habuerim, & emittere nova vocabula, quibus cum parum hætenus sint adsuefacta aures, vix accidet, ut vel ab ipsò limine non deterreantur multi & offendantur. At sub suâ, quam prædicabant, & magnam artem vocabant, *Algebrâ* vel *Almucabulâ*, incomparabile latere aurum omnes agnoscebant *Mathematici*, inveniebant verò minimè. Vovebant *Hecatombas*, & sacra *Musis* parabant & *Apollini*, si quis unum vel alterum *Problema* extulisset, ex talium ordine qualium decadas & eicadas ultro exhibemus, ut est ars nostra *Mathematicum* omnium inventrix certissima. Re verò nunc consequutâ, damnabuntur hi quoque votis? Fas enim mihi sit non jam merces meas, sed tuas, tuoque beneficio comparatas & reparatas parè commendare, & desiderium meum testari, ut tui numinis felicitati, si qua eo nomine debeat gloria, non præripiatur. Non enim, ut in aliis disciplinis, sic in *Mathematicis* libera cujusque censura est, liberumque iudicium. Hic radio agitur & pulvere, nec prosunt *Rhetorum* persuasiones, vel *Advocatorum* patrocinia. Metallum quod effero, auri speciem refert quod tandiu desiderarunt. Aut chymicum aurum illud est & ementitum, aut fossile & probum. Si chymicum est, evanescat sanè in fumum vel regali cemento. Sin fossile est, ut sanè est (neque enim sum *Φουσιμάχ*) de dolo autem adversus eos non ago, qui nullo non proposito laboris solatio ad illud eruendum ex antè inaccessis, & draconum flammivomum, aliorumque noxiorum serpentum & exitialium vigili custodiâ interdictis fodinis allegerunt, jure expecto & postulo, ut saltem suam, quam laudo, non defugiant auctoritatem adversus calumniantium hominum & laudis aliena obtrectatorum inscitiam, vel proterviam. Ergo, mea Princeps, tuum opus carum habeto, & tuâ beatitate ei benedicito, relatâ omni ad supremum numinum Numen; quod religiosissimè colis & *Ψυχῆ καὶ ἀληθείᾳ*, laudum omnium laude & gloriâ. E paludibus insularum *Montanarum* carissima sororis tuae, Anno Christianissimi & Augustissimi regis nostri *Henrici IV.* perduellionum & *Χεῖροντιῶν* ultoris acerrimi & iustissimi, secundo.

CATA-

CATALOGVS OPERVM.

I.		
I	Sagoge in Artem Analyticam.	pag. 1.
II.		
	Ad Logisticen Speciosam Notæ priores.	13.
III.		
	Zeteticorum libri quinque.	42.
IV.		
	De Æquationum Recognitione, & Emendatione Tractatus duo.	82. 127.
V.		
	De Numerosâ Potestatum ad Exegesin Resolutione.	163.
VI.		
	Effectuum Geometricarum Canonica Recensio.	229.
VII.		
	Supplementum Geometriæ.	240.
VIII.		
	Pseudo-Mesolabum & alia quædam adjuncta Capitula.	258.
IX.		
	Theoremata ad Sectiones Angulares.	287.
X.		
	Responsum ad Problema, quod omnibus Mathematicis totius Orbis construendum proposuit Adrianus Romanus.	305.
XI.		
	Apollonius Gallus.	325.
XII.		
	Variorum de rebus Mathematicis Responsorum Liber VIII.	347.
XIII.		
	Munimen adversus nova Cyclometrica.	437.
XIV.		
	Ratio Kalendarij verè Gregoriani.	449.
XV.		
	Kalendarium Gregorianum perpetuum.	505.
XVI.		
	Adversus Christophorum Clavium Expostulatio.	542.

I N



IN ARTEM ANALYTICEN ISAGOGÉ.

CAPVT I.

De Definitione & Partitione Analyſeos, & de iis quæ iuvant Zeteticen.



ST veritatis inquirendæ via quædam in Mathematicis, quam Plato primus invenisse dicitur, à Theone nominata Analyſis, & ab eodem definita, Adſumptio quæſiti tanquam conceſſi per conſequentia ad verum conceſſum. Ut contrà Syntheliſis, Adſumptio conceſſi per conſequentia ad quæſiti finem & comprehenſionem. Et quanquam veteres duplicem tantùm propoſuerunt Analyſin ζητητικὴν καὶ ποριτικὴν, ad quas definitio Theonis maximè pertinet, conſtitui tamen etiam tertiam ſpeciem, quæ dicatur ῥητικὴ ἢ ἐξηγητικὴ, conſentaneum eſt, ut ſit Zeteticæ quâ invenitur æqualitas proportiove magnitudinis, de quâ quæritur, cum iis quæ data ſunt. Porifticæ, quâ de æqualitate vel proportione ordinati Theorematis veritas examinatur. Exegeticæ, quâ ex ordinata æqualitate vel proportione ipſa de qua quæritur exhibetur magnitudo. Atque adeò tota ars Analyticæ triplex illud ſibi vendicans officium definiatur, Doctrina bene inveniendi in Mathematicis. Ac quod ad Zeteticen quidem attinet, inſtituitur arte Logicâ per ſyllogiſmos & enthymemata, quorum firmamenta ſunt ea ipſa quibus æqualitates & proportiones concluduntur ſymbola, tam ex communibus derivanda notionibus, quàm ordinandis vi ipſius Analyſeos theorematis. Forma autem Zeteciſin ineundi ex arte propriâ eſt, non jam in numeris ſuam Logicam exercente, quæ fuit oſcitantia veterum Analyſtarum: ſed per Logiſticen ſub ſpecie noviter inducendam, feliciorẽ multò & potiorem numeroſâ ad comparandum inter ſe magnitudines, propoſitâ primùm homogeneorum lege, & inde conſtitutâ, ut ſit, ſolemni magnitudinum ex genere ad genus viſuâ proportionaliter adſcendentium vel deſcendentium ſerie ſeu ſcalâ, quâ gradus earundem & genera in comparationibus deſignentur ac diſtinguantur.

CAPVT II.

De Symbolis æqualitatum & proportionum.

SYMBOLA æqualitatum & proportionum notiora quæ habentur in Elementis adſumit Analyticæ ut demonſtrata, qualia ſunt ferè,

- 1 Totum ſuis partibus æquari.
- 2 Quæ eidem æquantur, inter ſe eſſe æqualia.
- 3 Si æqualia æqualibus addantur, tota eſſe æqualia.
- 4 Si æqualia æqualibus auferantur, reſidua eſſe æqualia.
- 5 Si æqualia per æqualia multiplicentur, facta eſſe æqualia.
- 6 Si æqualia per æqualia dividantur, orta eſſe æqualia.

IN ARTEM ANALITICEN

- 7 Si quæ sint proportionalia directè, esse proportionalia inversè & alternè.
 8 Si proportionalia similia proportionalibus similibus addantur, tota esse proportionalia.
 9 Si proportionalia similia proportionalibus similibus auferantur, residua esse proportionalia.
 10 Si proportionalia per proportionalia multiplicentur, facta esse proportionalia.

Etenim dum proportionalia per proportionalia multiplicantur, componuntur eadem proportiones. Quod autem proportiones qua ex iisdem proportionibus componuntur, inter se quoque eadem existant, communiter hoc ab antiquis Geometris receptum est. Vt passim apud Apollonium, Pappum, & reliquos Geometras videre est. Ipsa autem proportionum compositio fit multiplicatione terminorum antecedentium, & consequentium per invicem. Vt perspicuum est ex iis, qua Euclides 23 prop^æ libri 6^{ti}, & 5 propositione octavi libri Elementorum demonstravit.

- 11 Si proportionalia per proportionalia dividantur, orta esse proportionalia.

Nam dum proportionalia per proportionalia dividuntur, auferuntur ex proportionibus eisdem alia eadem proportiones, & ut opere multiplicationis proportiones quidem simul componuntur, ita divisione una proportio ex alia auferatur: resolvit enim divisio, quod super effecit Multiplicatio. Hujus quoque argumentandi modi vestigia apud Apollonium, & alios veteres Geometras sparsim apparent.

- 12 A communi multiplicatore vel divisore æqualitatem non immutari, vel rationem.

- 13 Facta sub singulis segmentis æquari facto sub tota.

- 14 Facta continuè sub magnitudinibus, vel ex iis continuè orta, esse æqualia quocumque magnitudinum ordine ductio vel adplicatio fiat.

Κύριον autem æqualitatum & proportionum symbolum, omnisque in Analysisibus momenti est.

- 15 Si fuerint tres quatuorve magnitudines, quod autem fit sub extremis terminis æquale est. ei quod fit à medio in se, vel sub mediis, sunt proportionales.

Et è converso,

- 16 Si fuerint tres quatuorve magnitudines, & sit ut prima ad secundam, ita secunda illa, vel tertia quæpiam ad aliam, erit quod fit sub extremis terminis æquale ei quod fit sub mediis.

Itaque Proportio potest dici constitutio æqualitatis; Æqualitas, resolutio proportionis.

CAPUT III.

De lege homogeneorum, & gradibus ac generibus magnitudinum comparatarum.

Prima & perpetua lex æqualitatum seu proportionum, quæ, quoniam de homogeneis concepta est, dicitur lex homogeneorum, hæc est:

Homogenea homogeneis comparari.

Nam quæ sunt heterogenea, quomodo inter se adfecta sint, cognosci non potest, ut dicebat Adrastus.

Itaque,

Si magnitudo magnitudini additur, hæc illi homogenea est.

Si magnitudo magnitudini subducitur, hæc illi homogenea est.

Si magnitudo in magnitudinem ducitur, quæ fit, huic & illi heterogenea est.

Si magnitudo magnitudini adplicatur, hæc illi heterogenea est.

Quibus non attendisse causa fuit multæ caliginis & cæcutiei veterum Analysisitarum.

2 Magnitudinesquæ ex genere ad genus sua vi proportionaliter adscendunt vel descendunt, vocentur Scalares.

3 Magnitudinum Scalarium prima est

Latus, seu Radix.

- 2 Quadratum.
- 3 Cubus.
- 4 Quadrato-quadratum.
- 5 Quadrato-cubus.
- 6 Cubo-cubus.
- 7 Quadrato-quadrato-cubus.
- 8 Quadrato-cubo-cubus.
- 9 Cubo-cubo-cubus.

Et eâ deinceps serie & methodo denominanda reliqua.

7 Genera magnitudinum comparatarum, uti de scalaribus enunciantur ordine, sunt:

- 1 Longitudo latitudóve.
- 2 Planum.
- 3 Solidum.
- 4 Plano-planum.
- 5 Plano-solidum.
- 6 Solido-solidum.
- 7 Plano-plano-solidum.
- 8 Plano-solido-solidum.
- 9 Solido-solido-solidum,

& eâ deinceps serie & methodo denominanda reliqua.

8 Ex serie scalarium gradus altior, in quo consistit comparata magnitudo exinde à latere, vocatur potestas. Reliquæ inferiores scalares sunt gradus parodici ad potestatem.

9 Pura est potestas, cum adfectione vacat. Adfecta, cui homogeneous sub parodico ad potestatem gradu & adscitâ coefficiente magnitudine immiscetur.

Pura potestas est, Quadratum, Cubus, Quadrato-quadratum, Quadrato-cubus, Cubo-cubus, &c. Potestas verò adfecta est,

In gradu secundo.

1. *Quadratum, unâ cum Plano ex latere in longitudinem, latitudinemve.*

In gradu tertio.

1. *Cubus, cum Solido ex Quadrato in longitudinem, latitudinemve.*
2. *Cubus, cum Solido ex latere in Planum.*
3. *Cubus, cum duplici Solido. Vno ex Quadrato in longitudinem, latitudinemve. Altero ex latere in Planum.*

In gradu quarto.

1. *Quadrato-quadratum cum Plano-plano ex Cubo in longitudinem, latitudinemve.*
2. *Quadrato-quadratum, cum Plano-plano ex Quadrato in Planum.*
3. *Quadrato-quadratum, cum Plano-plano ex latere in Solidum.*
4. *Quadrato-quadratum, cum duplici Plano-plano. Vno ex Cubo in longitudinem, latitudinemve. Altero ex Quadrato in Planum.*
5. *Quadrato-quadratum, cum duplici Plano. Vno ex Cubo in longitudinem, latitudinemve. Altero ex latere in Solidum.*
6. *Quadrato-quadratum, cum duplici Plano-plano. Vno ex Quadrato in Planum. Altero ex latere in Solidum.*

7. Quadrato-quadratum, cum triplici Plano-plano. Primo ex Cubo in longitudinem, latitudinem-ve. Secundo ex Quadrato in Planum. Tertio ex latere in Solidum.

Eodem ordine inveniuntur Potestates adfectæ in reliquis scala gradibus. Quot autem in vnoquoque gradu sint potestatum adfectarum genera, si cognoscere placuerit, sumitor numerus unitate minor quam fit in progressionem ab unitate dupla, terminus ejusdem ordinis atque potestas proposita. Vt si lubeat scire, quot sint potestates adfectæ in gradu Quadrato-quadrati, hoc est, quarto, sumendus est quartus progressionis dupla terminus, scilicet 8, à quo dempta unitate remanet 7. Tot itaque sunt in gradu quarto Potestates adfectæ, quas modò enumeravimus. Eadem ratione inveniuntur in gradu Quadrato-cubi, hoc est, quinto, esse quindecim Potestatum adfectarum genera.

10 Magnitudines adscititiæ, sub quibus & gradu parodico fit potestati quid homogeneum ad eam adficiendum, dicuntur Sub-graduales.

Subgraduales sunt, Longitudo, latitudo, Planum, Solidum, Plano-planum. Vt si fuerit Quadrato-quadratum cui immisceatur Plano-planum ex latere in Solidum; erit Solidum, subgradualis magnitudo; latus verò gradus ad Quadrato-quadratum parodici. Vel si fuerit Quadrato-quadratum unà cum duplici Plano-plano, uno ex quadrato in Planum, altero ex latere in Solidum. Erunt Planum ac Solidum subgraduales magnitudines: quadratum verò & latus, gradus ad Quadrato-quadratum parodici.

CAPUT IV.

De præceptis Logisticæ speciosæ.

Logistice numerosa est quæ per numeros, Speciosa quæ per species seu rerum formas exhibetur, ut pote per Alphabetica elementa.

Logisticen Numerosam tractavit Diophantus tredecim Arithmeticonum libris, quorum sex priores tantum extant, nunc quidem Græcè & Latine, & eruditissimis viri clarissimi Claudii Bacheti commentariis illustrati: Logisticen verò Speciosam Vieta, quinque Zeteticorum libris, quos potissimum è selectis Diophanti questionibus quas quandoque peculiari sibi methodo explicat, concinnavit. Quare si utriusque Logisticæ discrimen cum fructu dignoscere cupias, tibi simul Diophantum & Vieta consulendi, & huius Zetetica cum illius questionibus Arithmeticis dispicienda, quo in opere ut te labore sublevem, ex Diophanti questionibus concepta Zetetica breviter annotabo.

DIOPHANTVS, VIETA.

I	Quest.	I.	I.	Zetic.	I.
4.		1.	1.	2.	1.
2.		1.	1.	3.	1.
7.		1.	1.	4.	1.
9.		1.	1.	5.	1.
5.		1.	1.	7.	1.
6.		1.	1.	8.	1.
8. & 9.		2.	2.	1.	4.
10.		2.	2.	2. & 3.	4.
11.		2.	2.	6.	4.
12.		2.	2.	7.	4.
13.		2.	2.	8.	4.
14.		2.	2.	9.	4.
8.		5.	5.	11.	4.
7. & 8.		3.	3.	1.	5.
9.		3.	3.	3.	5.
10.		3.	3.	4.	5.
11.		3.	3.	5.	5.
12.		3.	3.	7.	5.
13.		3.	3.	8.	5.
9.		5.	5.	9.	5.
34.		4.	4.	13.	5.

Logisticæ speciosæ canonica præcepta sunt quatuor, ut numerosæ.

P R Æ-

Magnitudinem magnitudini addere.

Sunto duæ magnitudines A & B. Oportet alteram alteri addere.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini addenda est, homogeneæ autem heterogeneas non adficiunt, sunt quæ proponuntur addendæ duæ magnitudines homogeneæ. Plus autem vel minus non constituunt genera diversa. Quare nota copulæ seu adjunctionis commode addentur; & adgregatæ erunt A plus B, siquidem sint simplices longitudines latitudinesve.

Sed si adscendant per expositam scalam, vel adscendentibus genere communicent, sua quæ congruit designabuntur denominatione veluti dicetur A Quadratum plus B plano, vel A cubus plus B solido, & similiter in reliquis.

Solent autem Analystæ symbolo + adfectionem adjunctionis indicare.

P R Æ C E P T V M II.

Magnitudinem magnitudini subducere.

Sunto duæ magnitudines A & B, illa major, hæc minor. Oportet minorem à majore subducere.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini subducenda est, homogeneæ autem magnitudines heterogeneas non adficiunt, sunt quæ proponuntur duæ magnitudines homogeneæ. Plus autem vel minus non constituunt genera diversa. Quare nota disjunctionis seu multæ commodè minoris à majore fiet subductio, & disjunctæ erunt A minus B, siquidem sint simplices longitudines latitudinesve.

Sed si adscendant per expositam scalam vel adscendentibus genere communicent, suâ quæ congruit designabuntur denominatione: veluti dicetur A quadratum minus B plano, vel A cubus minus B solido, & similiter in reliquis.

Neque aliter opus fit, si ipsa magnitudo quæ subducenda est jam adfecta sit; cum totum & partes diverso jure non debeant censerî: ut si ab A subtrahenda sit B plus D, residua erit A minus B, minus D, subductis sigillatim magnitudinibus B & D.

At si jam negetur D de ipsa B, & B minus D ab A subtrahenda sit, Residua erit A minus B plus D, quoniam subtrahendo B magnitudinem subtrahitur plus æquo per magnitudinem D: ideo additione illius compensandum.

Solent autem Analystæ Symbolo — adfectionem multæ indicare. Et hæc λείψος est Diophanto, ut adfectio adjunctionis ὑπαρξίς.

Cum autem non proponitur ultra magnitudo sit major vel minor, & tamen subductio facienda est, nota differentia est = id est, minus incerto: ut propositis A quadrato & B plano, differentia erit A quadratum = B plano, vel B planum A = quadrato.

P R Æ C E P T V M III.

Magnitudinem in magnitudinem ducere.

Sunto duæ magnitudines A & B. Oportet alteram in alteram ducere.

Quoniam igitur magnitudo in magnitudinem ducenda est, efficient illæ ductu suo magnitudinem sibi ipsis heterogeneam, atque ideo quæ sub iis fit designabitur commode vocabulo IN vel sub, veluti A in B. quo significetur hanc in illam ductam fuisse, vel, ut alii, factam esse sub A & B, idque simpliciter, si quidem A & B sint simplices longitudines latitudinesve.

Sed si adscendant in scala, vel eis genere communicent, ipsas scalarium vel eis genere communicantium adhibere convenit denominationes, ut pote A quadratum in B, vel A quadratum in B planum solidum-ve, & similiter in reliquis.

Quod si ducendæ magnitudines, vel earum altera sint duorum vel plurium nominum, nihil ideo diversi in opere accidit. Quoniam totum est suis partibus æquale, ideoque facta sub segmentis alicujus magnitudinis æquantur factis sub tota. Et cum adfirmatum unius magnitudinis nomen ducetur in alterius quoque magnitudinis nomen adfirmatum, quod fiet erit adfirmatum, & in negatum, negatum.

Cui præcepto etiam consequens est, ut ductione negatorum nominum alterius in alterum, factum sit adfirmatum, ut cum $A = B$ ducetur in $D = G$: quoniam id quod fit ex adfirmata A in G negatam manet negatum, quod est nimium negare minuereve, quandoquidem A est ducenda magnitudo producta, non accurata. Et similiter, quod fit ex negata B in D adfirmatam manet negatum, quod est rursus nimium negare: quandoquidem D est ducenda magnitudo producta, non accurata, ideo in compensationem dum B negata ducitur in G negatam factum est adfirmatum.

Denominationes factorum à scandentibus proportionaliter ex genere ad genus magnitudinibus isto prorsus modo se habent:

Latus in se facit Quadratum.

Latus in Quadratum facit Cubum.

Latus in Cubum facit Quadrato-quadratum.

Latus in Quadrato quadratum, facit Quadrato-cubum.

Latus in Quadrato-cubum, facit Cubo-cubum.

Et permutatim, id est Quadratum in Latus facit Cubum. Cubus in Latus, facit Quadrato-quadratum &c. Rursus,

Quadratum in se facit Quadrato-quadratum.

Quadratum in Cubum, facit Quadrato-cubum.

Quadratum in Quadrato-quadratum, facit Cubo-cubum.

& permutatim Rursus,

Cubus in se facit Cubo-cubum.

Cubus in Quadrato-quadratum, facit Quadrato quadrato-cubum,

Cubus in Quadrato-cubum, facit Quadrato-cubo-cubum.

Cubus in Cubo-cubum, facit Cubo cubo-cubum.

& permutatim, eoque deinceps ordine.

Æque in homogeneis,

Latitudo in longitudinem facit Planum.

Latitudo in Planum facit Solidum.

Latitudo in Solidum facit Plano-planum.

Latitudo in Plano-planum facit Plano-solidum.

Latitudo in Plano-solidum facit Solido-solidum.

& permutatim.

Planum in Planum facit Plano-planum.

Planum in Solidum facit Plano-solidum.

Planum in Plano-planum facit Solido-solidum.

& permutatim.

Solidum in Solidum facit Solido-solidum.

Solidum in Plano-planum facit Plano-plano-solidum.

Solidum in Plano-solidum facit Plano-solido-solidum.

Solidum in Solido-solidum facit Solido-solido-solidum.

& permutatim, eoque deinceps ordine.

PRÆCEPTUM IV.

Magnitudinem magnitudini adplicare.

Sunt duę magnitudines A & B , Oporter alteram alteri adplicare.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini adplicanda est. Altiores autem depresso-ribus adplicantur, homogeneę heterogeneis, sunt quę proponuntur magnitudines heterogeneę. Esto sane A longitudo, B planum. Commode itaque intercedet virgula inter B altiore quę adplicatur, & A depresso-rem, cui fit adplicatio.

Sed & ipse magnitudines denominabuntur à suis, in quibus hæserunt, vel ad quos in

proportionalium scala vel homogenearum devector sunt, gradibus, veluti $\frac{B \text{ planum}}{A}$. Quo symbolo significetur latitudo quam facit B planum adplicatum A longitudini.

Et si B derur esse cubus, A planum, exhibebitur $\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ plano}}$ Quo symbolo significetur latitudo quam facit B cubus adplicatus A plano.

Et si ponatur B cubus, A longitudo, exhibebitur $\frac{B \text{ cubus}}{A}$. Quo symbolo significetur planum quod oritur ex adplicatione B cubi ad A, & eo in infinitum ordine.

Neque in binomiis polynomiisve magnitudinibus diversum quicquam observabitur.

Denominationes ortorum ex adplicatione à scandentibus proportionaliter ex genere ad genus gradatim magnitudinibus isto prorsus modo se habent:

Quadratum adplicatum Lateri restituit Latus.

Cubus adplicatus Lateri restituit Quadratum.

Quadrato-quadratum adplicatum Lateri restituit Cubum.

Quadrato-cubus adplicatus Lateri restituit Quadrato-quadratum.

Cubo-cubus adplicatus Lateri restituit Quadrato-cubum.

& permutatim, id est Cubus adplicatus Quadrato restituit Latus. Quadrato-quadratum Cubo latus &c. Rursus,

Quadrato-quadratum adplicatum Quadrato restituit Quadratum.

Quadrato-cubus adplicatus Quadrato restituit Cubum

Cubo-cubus adplicatus Quadrato restituit Quadrato quadratum,

& permutatim. Rursus.

Cubo-cubus adplicatus Cubo restituit Quadrato quadratum.

Quadrato-cubo-cubus adplicatus Cubo restituit Quadrato-cubum.

Cubo-cubo-cubus adplicatus Cubo restituit Cubo-cubum.

& permutatim, eoque deinceps ordine.

Æque in Homogeneis,

Planum adplicatum Latitudini restituit Longitudinem.

Solidum adplicatum Latitudini restituit Planum.

Plano-planum adplicatum Latitudini restituit Solidum.

Plano solidum adplicatum Latitudini restituit Plano-planum.

Solido-solidum adplicatum Latitudini restituit Plano-solidum.

& permutatim.

Plano-planum adplicatum Plano restituit Planum.

Plano-solidum adplicatum Plano restituit Solidum.

Solido-solidum adplicatum Plano restituit Plano-planum

& permutatim.

Solido-solidum adplicatum Solido restituit Solidum.

Plano plano-solidum adplicatum Solido restituit Plano-planum.

Plano-solido solidum adplicatum Solido restituit Plano-solidum.

Solido-solido-solidum adplicatum Solido restituit Solido-solidum;

& permutatim, eoque deinceps ordine.

Cæterum sive in additionibus & subtractionibus magnitudinum, sive in multiplicationibus & divisionibus, non officit adplicatio, quominus expositis præceptis locus sit: hoc inspecto, quod dum in adplicatione magnitudo tam altior quam depressior ducitur in eandem magnitudinem, eo opere magnitudinis ex adplicatione ortivæ generi vel valori nihil additur vel detrahitur; quoniam quod super effecit multiplicatio, idem resolvit divisio: ut $\frac{B \text{ in } A}{B}$ est A, & $\frac{B \text{ in } A}{B}$ Planum est A planum.

Itaque in Additionibus, Oporteat $\frac{A \text{ planum}}{B}$ addere Z. Summa erit $\frac{A \text{ planum} + Z \text{ in } B}{B}$

vel

vel, Oporteat $\frac{A \text{ plano}}{B}$ addere $\frac{Z \text{ quadratum}}{G}$. Summa erit $\frac{G \text{ in } A \text{ planum} + B \text{ in } Z \text{ quadrat.}}{B \text{ in } G}$.

I N Subductionibus, Oporteat $\frac{A \text{ plano}}{B}$ subducere Z. Residua erit $\frac{A \text{ planum}}{B}$

vel, Oporteat $\frac{A \text{ plano}}{B}$ subducere Z $\frac{\text{quadratum}}{G}$. Residua erit $\frac{A \text{ planum in } G - Z \text{ quad. in } B}{B \text{ in } G}$

I N multiplicationibus, Oporteat $\frac{A \text{ planum}}{B}$ ducere in B. Effecta erit A planum.

Vel, Oporteat $\frac{A \text{ planum}}{B}$ ducere in Z. Effecta erit $\frac{A \text{ planum in } Z}{B}$

Vel denique, Oporteat $\frac{A \text{ planum}}{B}$ ducere in Z $\frac{\text{quadratum}}{G}$. Effecta erit $\frac{A \text{ planum}}{B \text{ in } G}$ in Z quadratum.

I N Adplicationibus, Oporteat $\frac{A \text{ Cubum}}{B}$ adplicare ad D, Dueta utraque magnitudine in B, ortiva erit $\frac{A \text{ cubat.}}{B \text{ in } D}$

Vel, B in G Oporteat adplicare ad $\frac{A \text{ planum}}{D}$. Dueta utraque magnitudine in D, ortiva erit $\frac{B \text{ in } G \text{ in } D}{A \text{ plano}}$

Vel denique, Oporteat $\frac{B \text{ Cubum}}{Z}$ adplicare ad $\frac{A \text{ Cubum}}{D \text{ plano}}$. Ortiva erit $\frac{B \text{ Cubus in } D \text{ planum}}{Z \text{ in } A \text{ cubum}}$.

C A P V T V.

De legibus Zeteticis.

Zeteticos perficiendæ forma his fere legibus continetur:

1 Si de longitudine quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio sub involucris eorum quæ proponuntur, quæ sita longitudo Latus esto.

2 Si de planicie quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio sub involucris eorum quæ proponuntur, quæ sita planicies Quadratum esto.

3 Si de soliditate quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio sub involucris eorum quæ proponuntur, quæ sita soliditas Cubus esto. Ascendet igitur sua vi vel descendet per quoscumque gradus comparatarum magnitudinum ea de qua quæritur.

4 Magnitudines tam datæ quam quæ sitæ secundum conditionem quæstioni dictam adsimulantur & comparantur, addendo, subducendo, multiplicando & dividendo constanti ubique homogeneorum lege servatâ.

Manifestum est igitur aliquid tandem inventurum iri magnitudini de qua quæritur vel suæ ad quam ascendet potestati æquale, idque factum omnino sub magnitudinibus datis, vel factum partim sub magnitudinibus datis & incerta de qua quæritur, aut ejus parodico ad potestatem gradu.

5 Quod opus, ut arte aliqua juvetur, symbolo constanti & perpetuo ac bene conspicuo datæ magnitudines ab incertis quæ sitis distinguantur, ut pote magnitudines quæ sitas elemento A aliave litera vocali, E, I, O, V, Y, datas elementis B, G, D, aliisve consonis designando.

6 Facta sub datis omnino magnitudinibus addantur alterum alteri, vel subducantur juxta adfectionis eorundem notam, & in unum factum coalescant, quod esto homogeneum comparationis, seu sub data mensura: & ipsum unam æquationis partem facito.

7 Æque facta sub magnitudinibus datis eodemque parodico ad potestatem gradu addantur alterum alteri, vel subducantur juxta adfectionis eorundem notam, & in unum factum coalescant; quod esto homogeneum adfectionis seu sub gradu.

8 Homogenea sub gradibus potestatem, quam adficiunt vel à qua adficiuntur, comitantur, & alteram æqualitatis partem una cum ipsa potestate faciunt. Atque ideo homogeneum sub data mensura de potestate à suo genere vel ordine designata enunciatur: pure, si quidem ea pura est ab adfectione; sin eam comitantur adfectionum homogenea, indicata tum adfectionis, tum gradus symbolo, una cum ipsa, quæ cum gradu coëfficit, adficiuntur magnitudine.

9 Atque idcirco si accidat homogœneum sub data mensura immisceri homogœneo sub gradu, fiat Antithesis.

Antithesis est cum adficientes affectæve magnitudines ex una æquationis parte in alteram transeunt sub contraria adfectionis nota. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

PROPOSITIO I.

Antithesi æqualitatem non immutari.

Proponantur A quadratum minus D plano æquari G quadrato minus B in A. Dico A quadratum plus B in A æquari G quadrato plus D plano, neque per istam transpositionem sub contraria adfectionis nota æqualitatem immutari. Quoniam enim A quadratum minus D plano æquatur G quadrato minus B in A addatur utrobique D plano plus B in A. Ergo ex communi notione A quadratum, minus D plano plus D plano plus B in A æquatur G quadrato, minus B in A, plus D plano: plus B in A. Iam adfectio negata in eadem æquationis parte elidat adfirmatam: illic evanescet adfectio D plani, hic adfectio B in A, & supererit A quadratum plus B in A æquale G quadrato plus D plano.

10 Et si accidat omnes datas magnitudines duci in gradum, & idcirco homogœneum sub data omnino mensura non statim offerri, fiat Hypobiasmus.

Hypobiasmus est æquæ depressio potestatis & parodicorum graduum observato scalæ ordine, donec homogœneum sub depresso gradu cadat in datum omnino homogœneum cui comparantur reliqua. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

Hypobiasmi opus à Parabolismo differt in eo tantum quod per Hypobiasmum utraque æqualitatis pars ad quantitatem ignotam applicatur; per Parabolismo vero ad quantitatem certam, ut ex exemplis ab auctore allatis perspicuum est.

PROPOSITIO II.

Hypobiasmo æqualitatem non immutari.

Proponatur A cubus, plus B in A quadratum; æquari Z plano in A. Dico per hypobiasmum A quadratum, plus B in A; æquari Z plano.

Illud enim est omnia solida divisisse per communem divisorem, à quo non immutari æqualitatem determinatum est.

11 Et si accidat gradum altiozem, ad quem adscendet quæsitæ magnitudo, non ex se subsistere, sed in aliquam datam magnitudinem duci, fiat Parabolismus.

Parabolismus est homogœneorum, quibus constat æquatio, ad datam magnitudinem, quæ in altiozem quæsitæ gradum ducitur, communis applicatio; ut is gradus potestatis nomen sibi vendicat, & ex ea tandem æquatio subsistat. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

PROPOSITIO III.

Parabolismo æqualitatem non immutari.

Proponatur B in A quadratum plus D plano in A æquari Z solido. Dico per Parabolismo A quadratum plus $\frac{D \text{ plano}}{B}$ in A æquari $\frac{Z \text{ solido}}{B}$. Illud enim est omnia solida divisisse per B communem divisorem, à quo non immutari æqualitatem determinatum est.

12 Et tunc diferte exprimi æqualitas censetur & dicitur ordinata: ad Analogismum, si placet, revocanda, tali præsertim cautione; ut sub extremis facta, tum potestati tum adfectionum homogœneis respondeant; sub mediis vero, homogœneo sub data mensura.

13 Unde etiam Analogismus ordinatus definiatur series trium quatuorve
B magni-

magnitudinum; ita effata in terminis sive puris sive adfectis, ut omnes dentur præter eum de quo quæritur, ejusve potestatem & parodos ad eam gradus.

14 Denique æqualitate sic ordinata ordinatove Analogismo, sua munia implevisse Zeteticen existimato.

Zeteticen autem subtilissime omnium exercuit Diophantus in iis libris, qui de re Arithmetica conscripti sunt. Eam vero tanquam per numeros, non etiam per species (quibus tamen usus est) institutam exhibuit, quo sua esset magis admirationi subtilitas & solertia: quando quæ Logistæ numeroso subtiliora adparent & abstrusiora, ea utique specioso familiaria sunt & statim obvia.

C A P V T VI.

De Theorematum per Poristicen examinatione.

Perfecta Zetesi, confert se ab hypothesis ad thesin Analysta, conceptaque suæ inventionis Theoremata in artis ordinationem exhibet, legibus $\kappa\tau\pi\alpha\nu\tau\iota\varsigma$, κατ' αὐτὸ, καθ' ὅλα πρῶτον obnoxia. Quæ quanquam suam habent ex Zetesi demonstrationem & firmitudinem; attamen legi syntheseos, quæ via demonstrandi censetur λογικώτης, subjiuntur: & si quando opus est, per eam adprobantur magno artis inventricis miraculo. Atque idcirco reputantur Analyseos vestigia. Quod & ipsum Analyticum est: neque propter inductam sub specie Logisticen jam negociosum. Quod si alienum proponitur inventum, vel fortuito oblatum, cujus veritas expendenda & inquirenda est; tunc tentanda primum Poristica via est, à qua deinceps ad syntheseos fit facilis reditus: ut ea de re prolata sunt à Theone exempla in Elementis, & Apollonio Pergæo in Conicis, ac ipso etiam Archimede variis in libris.

C A P V T VII.

De officio Rbetices.

Ordinata Æquatione magnitudinis de qua quæritur, $\rho\eta\lambda\iota\kappa\eta$ ἢ ἐξηγητικῆ, quæ reliqua pars Analytica censenda est, atque potissimum ad artis ordinationem pertinere, (cum reliquæ duæ exemplorum sint potius quam præceptorum, ut Logicis jure concedendum est) suum exercet officium; tam circa numeros, si de magnitudine numero explicanda quæstio est, quàm circa longitudoines, superficies, corporave, si magnitudinem re ipsa exhiberi oporteat. Et hic se præbet Geometram Analysta, opus verum efficiendo post alius, similis vero, resolutionem: illic Logistam, potestates quascumque numero exhibitas, sive puras, sive adfectas, resolvendo. Et sive in Arithmetis, sive Geometricis, artificii sui nullum non edet specimen, secundum inventæ æqualitatis, vel de ea concepti ordinate Analogismi, conditionem.

Et vero non omnis effectio Geometrica concinna est. singula enim problemata suas habent elegantias: verum ea cæteris antefertur, quæ compositionem operis non ex æqualitate, sed æqualitatem ex compositione arguit, & demonstrat: ipsa vero compositio seipsam. Itaque artifex Geometra, quanquam Analyticum edoctus, illud dissimulat, & tanquam de opere efficiendo cogitans profert suum syntheticum problema, & explicat: Deinde Logistis auxiliaturus de proportionem vel æqualitate in eo adgnita concipit & demonstrat Theorema.

C A -

Æquationum notatio & Artis Epilogus.

A Equationis vox simpliciter prolata in Analyticis de Æqualitate per Zetésin rite ordinata accipitur.

- 2 Itaque Æquatio est magnitudinis incertæ cum certa comparatio.
- 3 Magnitudo incerta radix est vel potestas.
- 4 Rursus, potestas pura est vel adfecta,
- 5 Adfectio per negationem est vel adfirmationem.
- 6 Cum adficiens homogeneum negatur de potestate, negatio est directa.
- 8 Cum contra potestas negatur de adficiente homogeneo sub gradu, negatio est inversa.
- 7 Subgradualis metiens est homogenei adfectionis, gradus ipse mensura.
- 9 Oportet autem in parte Æquationis incerta designari ordinem tum potestatis, tum graduum, nec non adfectionis qualitatem seu notam. Ipsas etiam dari adscititias subgraduales magnitudines.
- 10 Primus ad potestatem parodicus gradus est radix de qua queritur. Extremus, is qui uno scalæ gradu inferior est potestate. Solet autem is voce Epanaphoræ exaudiri.

Ita Quadratum est Epanaphora Cubi, Cubus Quadrato-quadrati, Quadrato-quadratum Quadrato-cubi, & eadem in infinitum serie.

11 Parodicus ad potestatem gradus parodici est reciprocus, cum alterius in alterum ductu potestas fit. Sic adscititia ejus gradus quem sustinet est reciproca.

Ut si fuerit Latus, gradus ad Cubum parodicus, erit quadratum gradus reciprocus; ex latere enim in Quadratum oritur Cubus. Planum vero sublaterale erit magnitudo reciproca, quippe cum ex latere in Planum fiat Solidum, magnitudo scilicet ejusdem cum Cubo gradus.

12 A radice longitudine gradus parodici ad potestatem sunt ii ipsi qui designantur in scala.

13 A radice planâ gradus parodici sunt:

Quadratum.		P L A N V M.
Quadrato-quadratum.		P L A N I Quadratum.
Cubo-cubus.	Seu	P L A N I Cubus.

& eo deinceps ordine.

14 A radice solidâ gradus parodici sunt:

Cubus.		S O L I D V M.
Cubo-cubus.		S O L I D I Quadratum.
Cubus-cubo-cubus.	Seu	S O L I D I Cubus.

15 Quadratum, Quadrato quadratum, Quadrato-cubo-cubus, & quæ continuo eo ordine à se ipsismet fiunt, sunt potestates simplicis medii, reliquæ multiplicis.

Potestates simplicis medii ita quoque definiripossunt, ut sint, quarum numeri ordinales progrediuntur secundum proportionem Geometricam subduplam. Ita Potestates secundi gradus, Quarti, Octavi, Decimi Sexti, erunt simplicis medii. Reliquæ in gradibus intermediis consistentes, multiplicis.

16 Magnitudo certa, cui comparantur reliqua, est homogeneum comparisonis.

Ut si fuerit A cubus + A in B quadratum, equalis B in Z planum. Erit, B in Z planum. Homogeneum comparisonis.

A cubus. Potestas ad quam vi sua ascendit magnitudo interta, de qua quaritur.

A in B quadratum. Homogeneum adfectionis.

A Gradus ad potestatem parodicus.

B quadratum Subgradualis magnitudo, seu Parabola.

- 17 In numeris homogenea comparationum sunt unitates.
 18 Cum radix, de qua quæritur, in sua base consistens datæ magnitudini homogeneæ comparatur, æquatio est simplex absolute.
 19 Cum potestas radice, de qua quæritur, pura ab adfectione datæ homogeneæ comparatur, æquatio est simplex Climactica.
 20 Cum potestas radice, de qua quæritur, adfecta sub designato gradu & data coefficiente datæ magnitudini homogeneæ comparatur, Æquatio polynomia est pro adfectionum multitudine & varietate.
 21 Quot sunt gradus parodici ad potestatem, tot adfectionibus potestas potest implicari.

Itaque Quadratum potest adfici sub Latere.

Cubus sub Latere & quadrato.

Quadrato-quadratum sub Latere, Quadrato, & Cubo. Quadrato-cubus sub latere, Quadrato, & Cubo, & ea in infinitum serie.

22 Analogissimi à generibus Æquationum in quas incidunt resoluti, distinguuntur & nomenclaturam accipiunt.

23 Ad Exegeticen in Arithmetice instruitur Analysta edoctus

Numerum numero addere.

Numerum numero subducere.

Numerum in numerum ducere.

Numerum per numerum dividere.

Potestatum porro quarumcumque, sive purarum sive (quod nesciverunt veteres atque novi) adfectarum, tradit Ars resolutionem.

24 Ad Exegeticen in Geometricis feligit & recenset effectiones magis canonicas, quibus æquationes Laterum & Quadratorum omnino explicentur.

25 Ad Cubos & Quadrato-quadrata postulat, ut quasi Geometria suppleatur Geometriæ defectus,

A quovis puncto ad duas quasvis lineas rectam ducere interceptam ab iis præfinito possibili quocumque intersegmento.

Hoc concessio (est autem *αἴτημα* non *δυσμήχανον*) famosiora, quæ hætenus *ἀλογα* dicta fuere, problemata solvit *ἐπιχνως*, mesographicum, sectionis anguli in tres partes æquales, inventionem lateris Heptagoni, ac alia quocumque in eas æquationum formulas incidunt, quibus Cubi solidis, Quadrato-quadrata Plano-planis, sive pure sive cum adfectione, comparantur.

26 Ecquis vero; cum magnitudines omnes sint lineæ, superficies, vel corpora, tantus proportionum supra triplicatam, aut demum quadruplicatam rationem potest esse usus in rebus humanis, nisi forte in sectionibus angulorum, ut ex lateribus figurarum anguli, vel ex angulis latera consequamur?

27 Ergo à nemine hætenus adgnitum mysterium angularium sectionum, sive ad Arithmetica, sive Geometrica aperit, & edocet

Data ratione angulorum dare rationem laterum.

Facere ut numerum ad numerum, ita angulum ad angulum.

28 Lineam rectam curvæ non comparat, quia angulus est medium quidam inter lineam rectam & planam figuram. Repugnare itaque videtur homogeneorum lex.

29 Denique fastuosum problema problematum ars Analytica, triplicem Zeteticæ, Poristicæ & Exegeticæ formam tandem induta, jure sibi adrogat, Quod est, **NVLLEVM NON PROBLEMA SOLVERE.**

AD



A D
L O G I S T I C E N
 S P E C I O S A M,
 N O T Æ P R I O R E S.



LOGISTICÆ specioſæ doctrina quatuor, quæ in Iſagogicis expoſita ſunt, canonicis præceptis * abſolvitur. Verumtamen præſtat exemplificari frequentiora aliquot opera, & ſubnotari ea, quæ interdum occurrunt compendia, ne Logiſtam deinceps anfractus ſimiles remorentur. Hujusmodi ſunt quæ ſequuntur.

* Scilicet Additionis, Subductionis, Multiplicationis & Divisionis, quæ traduntur capite quarto Iſagogæ, quibus inniſuntur ſequentia theoremata.

P R O P O S I T I O I.

Propoſitis tribus magnitudinibus exhibere quartam proportionalem.

Exponentur tres magnitudines, Prima, Secunda, & Tertia. Oporteat exhibere Quartam proportionalem. Ducatur Secunda in Tertiam, & factum adplicetur ad Primam. Dico igitur magnitudinem ex ea adplicatione oriundam, ſeu aliter, parabolam eſſe Quartam proportionalem. Prima enim illa ducatur in Quartam, fiet idipſum quod ex Secunda in Tertiam. Itaque ſunt proportionales. Sint igitur magnitudines,

Prima, A	Secunda, B	Tertia, C	}	Eric Quarta pro- portionalis.	}	$\frac{B \text{ in } C}{A}$
$\frac{A \text{ quadratum,}}{D}$	B	C				$\frac{B \text{ in } C \text{ in } D}{A \text{ quadrat.}}$
$\frac{A \text{ cubus,}}{D \text{ plano.}}$	$\frac{B \text{ quadrat.}}{Z}$	C				$\frac{B \text{ q. in } C \text{ in } D \text{ pl.}}{Z \text{ in } A \text{ cubum.}}$

P R O P O S I T I O II.

Propoſitis duabus magnitudinibus exhibere Tertiam proportionalem, Quartam, Quintam, & ulterioris ordinis continûe proportionales in in finitum.

Exponentur duæ magnitudines A, & B. Oporteat exhibere Tertiam proportionalem, Quartam, Quintam, & ulterioris ordinis continûe proportionales in infinitum.

Quoniam igitur est

Vt	Ad	Ita	Ad	} Erit {	} proportionalis.		
A.	B.	B.	$\frac{B \text{ quadr.}}{A}$			$\frac{B \text{ quadratum}}{A}$	Tertia
A.	B.	$\frac{B \text{ quadr.}}{A}$	$\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ quadr.}}$			$\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ quadra.}}$	Quarta
A.	B.	$\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ quadr.}}$	$\frac{B \text{ q. quad.}}{A \text{ cubo.}}$			$\frac{B \text{ quad. quadratum}}{A \text{ cubo}}$	Quinta

Et ita licebit progredi in infinitum.

C O N S E C T A R I V M.

Itaque si sit series magnitudinum in continua proportione, est,

Vt Prima, ad Tertiam, ita Quadratum è Prima, ad Quadratum è Secunda.

Et ut Prima, ad Quartam, ita Cubus è Prima, ad Cubum è Secunda.

Et Prima ad Quintam, ut Quadrato-quadratum è Prima, ad Quadrato-quadratum è Secunda.

Et ita in infinitum constanti ordine. Enimvero ex posita thesi sunt continue proportionales.

Prima, A. Secunda, B, Tertia, $\frac{B \text{ quadr.}}{A}$. Quarta $\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ quadr.}}$ Quinta $\frac{B \text{ qu. quadr.}}{A \text{ cubo}}$ &c.

At quoniam Prima est A, tertia $\frac{B \text{ quadratum}}{A}$. Ducatur utraque in A, ea itaque ductio-
ne cum sit à communi multiplicante, non immutabitur proportio, quare A ad $\frac{B \text{ quadrat.}}{A}$
erit ut A quadratum ad B quadratum.

Æque quoniam prima est, A quarta $\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ quadr.}}$ Ducatur utraque in A quadratum, ea
igitur ductione, cum sit à communi multiplicante non immutabitur proportio, quare
A ad $\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ quadrat.}}$ erit ut A cubus, ad B cubum.

Pariter, cum sit prima A quinta $\frac{B \text{ quadrato-quadr.}}{A \text{ cubo}}$. Ducatur utraque in A cubum: ea igitur
ductione, cum sit à communi multiplicante, non immutabitur proportio, quare A ad
 $\frac{B \text{ quadr. quadr.}}{A \text{ cubo.}}$ erit ut A quadrato-quadratum, ad B quadrato-quadratum.

Nec dissimiliter in ulterioribus reliquis, licet arguere & exemplificari latera ad invi-
cem in ratione simplâ, potestates earumdem in ratione multiplâ. Potestas rationis du-
plæ est Quadratum. Triplæ, Cubus. Quadruplæ, Quadrato-quadratum. Quintuplæ,
Quadrato cubus, & ea in infinitum serie & methodo.

P R O P O S I T I O I I I.

INter duo proposita quadrata exhibere medium proportionale.

Proponantur duo quadrata A quadratum, B quadratum. Oporteat invenire me-
dium inter ea proportionale. At vero constituta A prima, B secunda, exhibetur ex an-
tecedente tertia proportionalis, & se habet series huiusmodi.

Prima A, Secunda B; Tertia $\frac{B \text{ quadr.}}{A}$.

Ducantur omnes in A, cui videlicet, cum adplicatur B quadratum, oritur tertia.

Quoniam igitur A est communis multiplicator trium expositarum proportionalium;
à communi autem multiplicante non immutatur proportio; erunt facta quoque ab A
in proportionales, proportionalia. Sunt autem facta,

A quadratum, B in A, B quadratum. Quare inter duo proposita quadrata exhibui-
mus medium proportionale.

P R O P O S I T I O I V.

INter duos propositos Cubos exhibere duo media continue proportio-
nalis.

Proponantur duo Cubi A cubus, B cubus. Oporteat exhibere duo media inter ea
continue proportionalia. At vero constituta A Prima, B Secunda, exhibentur ex
pro-

propositione secunda continue proportionales in infinitum. Sit hic systema infiniti in quarta. Series igitur quatuor continue proportionalium ita se habet,

prima A, secunda B, tertia $\frac{B \text{ quadr.}}{A}$, quarta $\frac{B \text{ Cubus}}{A \text{ quadr.}}$.

Ducantur omnes in A quadratum, cui videlicet cum applicatur B cubus, oritur quarta. Quoniam igitur A quadratus communis est multiplicator expositarum quatuor continue proportionalium; à communi autem multiplicante non immutatur proportio: erunt facta in continue proportionales quoque proportionalia. Sunt autem facta, A cubus, A quadratum in B, A in B quadratum, B cubus. Quare inter duos propositos cubos exhibuimus duo media continue proportionalia. Ex his deducitur hoc generale

CONSECTARIUM.

Si duo latera attolluntur ad potestates ejusdem gradus, latus autem secundi ducatur in gradum parodicum elatiorem primi, deinde lateris secundi quadratum in gradum succedentem elatiorem primi, & eo continuo ordine: efficiuntur continue proportionalia inter potestates primi & secundi. Id enim manifestum fit ex secunda Propositione. Vnde etiam proponi potuit generalius,

Inter duas quascumque Potestates æque altas, exhibere tot media continue proportionalia, quot sunt gradus parodici ad potestatem.

PROPOSITIO V.

INter duo latera proposita exhibere quotlibet continue proportionalia.

Sunto duo latera A, B. Opórtet exhibere inter ea quotlibet continue proportionalia. Libeat exhibere quatuor. Quoniam igitur potestas, ad quam latus per totidem gradus deducitur, quot hic media continue proportionalia exiguntur, nempe quatuor, quintum sibi locum vindicet necesse est; in quinto autem gradu consistit quadrato-cubus: attollantur & A & B ad potestatem quadrato-cubi, & inter A quadrato-cubum, & B quadrato-cubum, constituentur media quatuor continue proportionalia, quorum series est hujusmodi:

1. A quadrato-cubus.
2. A quadrato-quadratum in B.
3. A cubus in B quadratum.
4. A quadratum in B cubum.
5. A in B quadrato-quadratum.
6. B quadrato-cubus.

Quæ autem sunt proportionalia potestate, proportionalia quoque sunt radice. Quare singularum sex proportionalium constitutarum sumantur latera quadrato-cubica: erunt igitur quoque continue proportionalia sex latera, qualia hic designantur: videlicet,

1. A.
2. Latus qc. A quadrat. quadrati in B.
3. Latus qc. A cubi in B quadrat.
4. Latus qc. A quadrati in B cubum.
5. Latus qc. A in B quadrato-quadratum.
6. B.

Ergo inter A & B exhibita sunt tot media continue proportionalia quot exigebantur.

PROPOSITIO VI.

DUarum magnitudinum adgregato differentiam earundem addere.

Sit A + B addenda A — B: summa fit A bis. Vnde

T H E O -

THEOREMA.

Adgregatum duarum magnitudinum adjunctum differentiz earundem, æquale est duplo magnitudinis majoris.

PROPOSITIO VII.

DUarum magnitudinum adgregato differentiam earundem subducere.

Sit ex $A + B$ auferenda $A - B$: residua sit B bis. Vnde

THEOREMA.

Adgregatum duarum magnitudinum multatum differentia earundem, æquale est duplo minoris.

PROPOSITIO VIII.

CUM eadem magnitudo contrahitur, inæquali decremento, alteram ex altera subducere.

Sit ex $A - B$ subducenda $A - E$: residua erit $E - B$. Illud autem est contractionum differentiam subnotasse. Vnde

THEOREMA.

Si magnitudo inæquali minuatur decremento, differentia contractionum eadem est quæ contractarum.

PROPOSITIO IX.

CUM eadem magnitudo protrahitur, inæquali cremento, alteram alteri subducere.

Sit ex $A + G$ subducenda $A + B$: residua erit $G - B$. Vnde

THEOREMA.

Si eadem magnitudo inæquali augeatur cremento, differentia protractionum eadem est quæ protractarum.

PROPOSITIO X.

CUM eadem magnitudo protrahitur, & contrahitur inæquali cremento & decremento, alteram alteri subducere.

Sit ex $A + G$ subducenda $A - B$: residua erit $G + B$. Vnde

THEOREMA.

Si eadem magnitudo protrahatur & contrahatur inæquali cremento & decremento, differentia protractæ & contractæ æqualis est adgregato protractionis & contractionis.

PROPOSITIO XI.

Potestatem puram à binomia radice componere.

Sit radix binomia $A + B$. Oporteat ab ea potestatem puram componere.

Primo componendum sit Quadratum. Quoniam igitur latus dum ducitur in se facit quadratum; ducatur $A + B$ in $A + B$, & colligantur singularia effecta plana: erunt illa

A quadratum.
 $+ A$ in B bis.
 $+ B$ quadrato.

Quæ ideo æquabuntur $A + B$ quadrato.

Secundo componendus sit Cubus. Quoniam igitur latus dum ducitur in sui quadratum,

dratum, facit cubum: ducatur $A + B$ in quadratum jam expositum ex $A + B$, & colligantur singularia effecta Solida. Erunt illa

A cubus, $+ A$ quadrato in B ter, $+ A$ in B quadratum ter, $+ B$ cubo. Quæ ideo æquabuntur cubo ex $A + B$.

Tertio componendum sit quadrato-quadratum. Quoniam latus dum ducitur in sui cubum, facit quadrato-quadratum: ducatur $A + B$ in cubum jam expositum abs $A + B$, & colligantur effecta singularia plano-plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, $+ A$ cubo in B quater, $+ A$ quadr. in B quadratum sexies, $+ A$ in B cubum quater, $+ B$ quadrato-quadrato. Quæ ideo æquabuntur quadrato-quadrato ex $A + B$.

Quarto componendus sit quadrato-cubus. Quoniam latus dum ducitur in sui quadrato-quadratum, facit quadrato-cubum: ducatur $A + B$ in quadrato-quadratum jam expositum abs $A + B$, & colligantur effecta singularia plano-solida. Erunt illa

A quadrato-cubus, $+ A$ quadrato-quadrato in B 5, $+ A$ cubo in B quadratum 10, $+ A$ quadrato in B cubum 10, $+ A$ in B quadrato quadratum 5, $+ B$ quadrato-cubo. Quæ quidem æquabuntur quadrato-cubo ex $A + B$.

Quinto componendus sit cubo-cubus. Quoniam latus dum ducitur in sui quadrato-cubum, facit cubo-cubum: ducatur $A + B$ in quadrato-cubum jam expositum abs $A + B$, & colligantur effecta singularia solido-solida. Erunt illa

A cubo-cubus, $+ A$ quadrato-cubo in B 6, $+ A$ quadrato-quadrato in B quadratum 15, $+ A$ cubo in B cubum 20, $+ A$ quadrato in B quadrato-quadratum 15, $+ A$ in B quadrato-cubum 6, $+ B$ cubo cubo. Quæ ideo æquabuntur cubo-cubo ex $A + B$.

Nec dissimilis erit ulteriorum quarumcumque potestatum synthesis. A quibus ideo derivantur & uniformi methodo concipiuntur ad universam Logisticen valentia, & quæ etiam ad Zeteticen in promptu sunt, theoremata.

T H E O R E M A

genesis quadrati.

SI fuerint duo latera: quadratum lateris primi, plus plano à duplo latere primo in latus secundi, plus quadrato lateris secundi, æquatur quadrato adgregari laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A quadratum, $+ A$ in B bis, $+ B$ quadrato, æquari A $+ B$ quadrato. Ex opere multiplicationis $A + B$ per $A + B$.

T H E O R E M A

genesis cubi.

SI fuerint duo latera: cubus lateri primi, plus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, æquatur cubo adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A cubum, $+ A$ quadrato in B ter, $+ A$ in B quadratum ter, $+ B$ cubo, æquari A $+ B$ cubo. Ex opere multiplicationis A quadrati $+ A$ in B 2, $+ B$ quadrato, per $A + B$.

T H E O R E M A

genesis quadrato-quadrati.

SI fuerint duo latera: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A quad.-quadratum, $+ A$ cubo in B quater, $+ A$ quadrato in B quadratum sexies, $+ A$ in B cubum quater, $+ B$ quad. quadrato, æquari A $+ B$ quad.-quadrato. Ex opere multiplicationis A cubi, $+ A$ quadrato in B 3, $+ A$ in B quadratum 3, $+ B$ cubo, per $A + B$.

G

T H E O

THEOREMA

geneſeos quadrati-cubi.

SI fuerint duo latera: quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus secundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-quadratum quintuplum, plus lateris secundi quadrato-cubo, æquatur quadrato-cubo adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A quadrato-cubum, + A quad. quadrato B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quad. quadratum 5, + B quadrato-cubo, æquari A + B quadrato-cubo. Ex opere multiplicationis A quadrato quadrati, + A cubo in B 4, + A quad. in B quadratum 6, + A in B cubum quater, + B quadrato-quadrato, per A + B.

THEOREMA

geneſeos cubo-cubi.

SI fuerint duo latera: cubo-cubus lateris primi, plus quadrato-cubo lateris primi in latus secundum sextuplum, plus quadrato-quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum decuquintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi cubum vigecuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadrato-quadratum decuquintuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-cubum sextuplum, plus lateris secundi cubo-cubo, æquatur cubo-cubo adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A cubo-cubum, + A quadrato-cubo in B 6, + A quad. quadrato in B quadratum 15, + A cubo in B cubum 20, + A quadrato in B quadrato-quadratum 15, + A in B quadrato-cubum 6, + B cubo-cubo, æquari A + B cubo-cubo. Ex opere multiplicationis A quadrato cubi, + A quad. quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quad. quadratum 5, + B quadrato-cubo, per A + B.

Cum autem placuerit à differentia laterum, non etiam adgregato, potestatem componi, eadem omnino efficientur singularia compositionis homogenea, sed affirmabuntur & negabuntur alterne initio sumpto à majoris lateris potestate, quando par est singularorum homogeneorum numerus, ut in cubo, quadrato-cubo, & exinde alternis: in reliquis verò sive à majoris lateris potestate, sive à potestate minoris ducant initium, nihil refert; eodem enim opus recidit.

CONSECTARIUM.

SINGULARIA compositionis homogenea, quibus constat potestas effecta à binomia radice semel & ordinatim sumpta, sunt continue proportionalia ex generali consecratio propositionis quartæ.

SI c sunt proportionalia à duobus lateribus A & B effecta tria Plana.

- A quadratum.
- A in B.
- B quadratum.
- Nec non & quatuor solida.
- A cubus.
- A quadratum in B.
- A in B quadratum.
- B cubus.

- Pari jure & quinque plano-plana.
- A quadrato-quadratum.
- A cubus in B.
- A quadratum in B quadratum.
- A in cubum.
- B quadrato-quadratum.

Et

- Et proportionalia sex plano-solida,
 A quadrato-cubus.
 A quadrato-quadratum in B.
 A cubus in B quadratum.
 A quadratum in B cubum.
 A in B quadrato-quadratum.
 B quadrato-cubum.
- Et proportionalia denique continuè septem solido-solida,
 A cubo-cubus.
 A quadrato-cubus in B.
 A quadrato-quadratum in B quadratum.
 A cubus in B cubum.
 A quadratum in B quadrato-quadratum.
 A in B quadrato-cubum.
 B cubo-cubus.
- Et sic deinceps.

PROPOSITIO XII.

QUADRATO adgregati laterum, quadratum differentiarum eorundem addere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat $A + B$ quadrato, $A = B$ quadratum addere. At verò quadratum effectum abs $A + B$, constat A quadrato, $+ A$ in B bis, $+ B$ quadrato. Quadratum autem effectum abs $A = B$, constat A quadrato, $- A$ in B bis, $+ B$ quadrato. Fiat igitur horum additio. Summa erit A quadratum bis, $+ B$ quadrato bis. Quare factum est quod oportuit. Hinc

THEOREMA.

QUADRATVM adgregati laterum plus quadrato differentiarum eorundem, æquatur adgregato duplo quadratorum.

PROPOSITIO XIII.

QUADRATO adgregati duorum laterum, quadratum differentiarum eorundem demere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat $A + B$ quadrato, $A = B$ quadratum auferre. Abs planis singularibus quibus constat effingendum abs $A + B$ quadratum, auferentur singularia plana, quibus constat quadratum abs $A = B$: & erit differentia B in A quater. Hinc

THEOREMA.

QUADRATVM adgregati duorum laterum, minus quadrato differentiarum eorundem, æquatur plano quadruplo sub lateribus.

CONSECTARIVM.

PLANVM sub duobus lateribus cedit quadrato dimidij adgregati laterum. Æqualitatis enim per theorema ordinatæ utraque pars subquadruplicetur. Quadratum adgregati dimidij laterum præstabit plano sub lateribus per quadratum dimidiæ differentiarum, aut non erunt latera diversa, sed æqualia. Quod animadvertisse fuit operæpretium.

PROPOSITIO XIV.

DIFFERENTIAM duorum laterum, in eorundem adgregatum ducere.

SIT latus majus A, minus B. Ducatur $A - B$ in $A + B$, & singularia plana colligantur. Erunt illa A quadratum, $- B$ quadrato. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in adgregatum eorundem, æquale est differentiarum quadratorum.

DIFFERENTIA quadratorum si adplicetur differentia laterum, orietur adgregatum laterum: & contra. Differentia quadratorum si adplicetur adgregato laterum, orietur differentia laterum. Quandoquidem divisio restitutio est: resolutione ejus operis, quod compositione multiplicatio efficit.

PROPOSITIO XV.

CVBO adgregati duorum laterum, cubum differentia eorundem addere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat $A + B$ cubo, $A = B$ cubum addere. At verò cubus effectus abs $A + B$, constat A cubo, $+ A$ quadrato in B ter, $+ A$ in B quadratum ter, $+ B$ cubo. Cubus autem abs $A = B$ constat A cubo, $- A$ quadrato in B ter, $+ A$ in B quadratum ter, $- B$ cubo. Fiat igitur horum additio: summa est A cubus bis, $+ A$ in B quadratum sexies. Hinc ordinatur

THEOREMA.

CVBS adgregati duorum laterum, plus cubo differentia eorundem, æquatur duplo cubo lateris majoris, plus sextuplo solido à latere majore in lateris minoris quadratum.

PROPOSITIO XVI.

CVBO adgregati duorum laterum, cubum differentia eorundem demere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat $A + B$ cubo, cubum ex $A = B$ demere. Abs solidis singularibus, quibus constat componendus abs $A + B$ cubus, demantur singularia solida, quibus constat cubus abs $A = B$: orietur A quadratum in B sexies, $+ B$ cubo bis. Hinc

THEOREMA.

CVBS adgregati duorum laterum minus cubo differentia eorundem, æquatur sextuplo solido à latere minore in quadratum majoris, plus duplo cubo lateris minoris.

PROPOSITIO XVII.

DIFFERENTIAM duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT latus majus A, minus B. Oporteat $A - B$ ducere in A quadratum, $+ A$ in B, $+ B$ quadrato. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia solida. Erunt illa A cubus, $- B$ cubo. Hinc

THEOREMA.

QUOD fit ex differentia duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati ipsorum laterum semel sumpta, æquale est differentia cuborum.

CONSECTARIUM.

DIFFERENTIA cuborum si adplicetur ad differentiam laterum, orientur tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati laterum semel sumpta. Et permittim,

DIFFERENTIA cuborum si adplicetur ad tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati laterum semel sumpta, orietur differentia laterum.

PROPOSITIO XVIII.

ADGREGATIVM duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum differentia ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat $A+B$ ducere in A quadratum, — B in A, $+B$ quadrato. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia solida. Erunt illa A cubus $+B$ cubo. Vnde

T H E O R E M A.

QVOD fit ex adgregato duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum differentię ipsorum laterum semel sumpta, æquale est adgregato cuborum.

C O N S E C T A R I V M.

ADGREGATVM cuborum si adplicetur ad adgregatum laterum, oriuntur singularia tria plana, quibus constat quadratum differentię ipsorum, semel sumpta. Et permutatim.

P R O P O S I T I O X I X.

D I F F E R E N T I A M duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT majus latus A, minus B. Oporteat $A - B$ ducere in A cubum, $+ A$ quadrato in B, $+ A$ in B quadratum, $+ B$ cubo. Fiat particularis ductio & colligantur singularia plano-plana. Erunt illa A quadrato-quadratum, — B quadrato-quadrato.

T H E O R E M A.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati ipsorum laterum semel sumpta, æquale est differentię quadrato-quadratorum.

C O N S E C T A R I V M.

D I F F E R E N T I A duorum quadrato-quadratorum si adplicetur ad differentiam laterum, oriuntur quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati laterum, semel sumpta. Et permutatim.

P R O P O S I T I O X X.

A D G R E G A T V M duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentię ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

O P O R T E A T $A + B$ ducere in A cubum, — A quadrato in B, $+ A$ in B quadratum, — B cubo. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia plano-plana. Erunt illa A quadrato-quadratum, — B quadrato-quadrato.

T H E O R E M A.

QVOD fit ex adgregato duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentię ipsorum laterum semel sumpta, æquale est differentię quadrato-quadratorum.

C O N S E C T A R I V M.

D I F F E R E N T I A quadrato-quadratorum si adplicetur ad adgregatum laterum, oriuntur quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentię laterum, semel sumpta.

Aliud C O N S E C T A R I V M.

V T differentia laterum ad adgregatum, ita quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentię ipsorum laterum semel sumpta ad quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati eorundem laterum, semel quoque sumpta.

P R O P O S I T I O X X I.

D I F F E R E N T I A M duorum laterum in singularia quinque plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum adgregati, ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT latus majus A, minus B. Oporteat $A - B$ ducere in A quadrato-quadratum, $+ A$ cubo in B, $+ A$ quadrato in B quadratum, $+ A$ in B cubum, $+ B$ quadrato-quadrato.

drato. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia plano solida. Erunt illa A quadrato-cubus, — B quadrato-cubo. Hinc

T H E O R E M A.

Q V O D fit ex differentia duorum laterum in quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, æquale est differentie quadrato-cuborum.

C O N S E C T A R I V M.

D I F F E R E N T I A quadrato-cuborum si adplicetur ad differentiam laterum, oriuntur quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum adgregati ipsorum laterum, semel sumpta. Et contra.

P R O P O S I T I O XXII.

A D G R E G A T V M duorum laterum in quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum differentie ipsorum, semel sumpta, ducere.

S I T latus unum A, alterum B. Oporteat $A + B$ ducere in A quadrato-quadratum, — A cubo in B, + A quadrato in B quadratum, — A in B cubum, + B quadrato-quadrato. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia plano-solida. Erunt illa A quadrato-cubus, + B quadrato-cubus. Hinc

T H E O R E M A.

Q V O D fit ex adgregato duorum laterum in quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum differentie ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale adgregato quadrato-cuborum.

C O N S E C T A R I V M.

A D G R E G A T V M quadrato-cuborum si adplicetur ad adgregatum laterum, oriuntur quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum differentie ipsorum, semel sumpta. Et permutatim.

P R O P O S I T I O XXIII.

D I F F E R E N T I A M duorum laterum in sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus adgregati ipsorum, semel sumpta, ducere.

S I T latus majus A, minus B. Oporteat $A - B$ ducere in A quadrato-cubum, + A quadrato-quadrato in B, + A cubo in B quadratum, + A quadrato in B cubum, + A in B quadrato-quadratum, + B quadrato-cubo. Fiat particularis ductio & colligantur singularia solido-solida. Erunt illa A cubo-cubus, — B cubo-cubo. Hinc

T H E O R E M A.

Q V O D fit ex differentia duorum laterum in sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale differentie cubo-cuborum.

C O N S E C T A R I V M.

D I F F E R E N T I A cubo-cuborum si adplicetur ad differentiam laterum, oriuntur sex singularia plano solida, quibus constat quadrato-cubus adgregati ipsorum, semel sumpta.

P R O P O S I T I O XXIV.

A D G R E G A T V M duorum laterum in sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus differentie ipsorum, semel sumpta, ducere.

S I T latus unum A, alterum B. Oporteat $A + B$ ducere in A quadrato-cubum, — A quadrato-quadrato in B, + A cubo in B quadratum, — A quadrato in B cubum, + A in B quadrato-quadratum, — B quadrato-cubo. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia solido-solida. Erunt illa A cubo-cubus, — B cubo-cubus. Hinc

T H E O -

T H E O R E M A .

Quod fit ex adgregato duorum laterum in sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus differentiz ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale differentiz cubo-cuborum.

C O N S E C T A R I V M .

Differentia cubo-cuborum si adplicetur ad adgregatum duorum laterum, orientur sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus differentiz ipsorum laterum, semel sumpta.

Aliud C O N S E C T A R I V M .

Vt differentia laterum ad adgregatum, ita sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus differentiz ipsorum laterum, semel sumpta, ad sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus adgregati ipsorum laterum, sumpta quoque semel.

Ex propositionibus præcedentibus deducuntur Theoremata universalia.

T H E O R E M A I .

Quod fit ex differentia duorum laterum in singularia homogenea, quibus constat potestas adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale differentiz potestatum gradus proxime superioris. Hinc

C O N S E C T A R I V M .

Differentia potestatum si adplicetur ad differentiam laterum, orientur singularia homogenea, quibus constat potestas gradus proxime inferioris adgregati ipsorum laterum, semel sumpta. Et contra

Differentia potestatum si adplicetur ad singularia homogenea, quibus constat potestas gradus proxime inferioris adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, orientur differentia laterum.

T H E O R E M A I I .

Quod fit ex adgregato duorum laterum in singularia homogenea, quibus constat potestas differentiz ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale adgregato vel differentiz potestatum ordinis proxime superioris: adgregato quidem, si impar fuerit singularium homogeneorum numerus: differentiz vero, si par fuerit singularium homogeneorum numerus. Hinc

C O N S E C T A R I V M .

Adgregatum vel differentia potestatum si adplicetur ad adgregatum laterum, orientur singularia homogenea, quibus constat potestas ordinis proxime inferioris differentiz ipsorum laterum, semel sumpta.

Aliud C O N S E C T A R I V M .

Si par fuerit numerus singulorum homogeneorum, quibus constat potestas adgregati vel differentiz laterum, erit: ut differentia laterum ad adgregatum; ita singularia homogenea, quibus constat potestas differentiz ipsorum laterum, semel sumpta ad singularia homogenea, quibus constat potestas ejusdem gradus, adgregati ipsorum laterum, semel sumpta.

GENESIS P O T E S T A T U M A D F E C T A R U M ,

& primo adfirmate.

P R O P O S I T I O XXV.

Q U A D R A T U M adfectum adjunctione plani sub latere, adscita congruenter sublaterali coefficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia $A + B$. Coefficientis sublateralis D longitudo. Oporteat quadratum
abs

abs $A + B$, adfectum adjunctione plani sub D & $A + B$, componere. Ducatur $A + B$ in $A + B + D$, & colligantur effecta singularia plana. Erunt illa

A quadratum, $+ A$ in B bis, $+ B$ quadrato, $+ D$ in A , $+ D$ in B . Quæ ideo æquabuntur quadrato abs $A + B$, adfecto adjunctione plani ex $A + B$ in D longitudinem. Hinc autem ordinatur

T H E O R E M A

generis quadrati adfecti affirmative sub latere.

Si fuerint duo latera & præterea coefficientis sublateralis longitudo : quadratum lateris primi, plus plano à latere primo in latus secundum duplum, plus quadrato lateris secundi, plus plano à latere primo in coefficientem longitudinem, plus plano à latere secundo in eandem coefficientem longitudinem, æquatur quadrato adgregati laterum adfecto adjunctione plani sub coefficiente illa, & dicto adgregato.

Sit latus unum A , alterum B , coefficientis sub lateralis longitudo D . Dico A quadratum, $+ A$ in B bis, $+ B$ quadrato, $+ D$ in A , $+ D$ in B , æquari $A + B$ quadrato, $+ D$ in $A + B$. Ex opere multiplicationis $A + B$ per $A + B + D$.

Aliud T H E O R E M A.

Si ab eadem binomia radice componantur duo quadrata, unum purum, alterum adfirmate adfectum sub radice & adscita coefficiente longitudine : singularia plana, quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Planum à latere primo in coefficientem longitudinem.

Planum à latere secundo in eandem ipsam coefficientem longitudinem. Ex collatione utriusque suppositionis.

P R O P O S I T I O XXVI.

Cubum adfectum adjunctione solidi sub latere, à binomia radice, adscito congruenter sublaterali plano coefficiente, componere.

Sit radix binomia $A + B$, coefficientis sublaterale D planum. Oporteat cubum abs $A + B$ adfecto adjunctione solidi sub D plano, & ipsa $A + B$ componere. Effingatur quadratum abs $A + B$, & in illud superaddito D plano ducatur $A + B$, & colligantur effecta singularia solida. Erunt illa

A cubus, $+ A$ quadrato in B ter, $+ A$ in B quadratum ter, $+ B$ cubo, $+ D$ plano in A , $+ D$ plano in B . Quæ ideo æquabuntur cubo abs $A + B$, adfecto adjunctione solidi sub $A + B$ & D plano. Hinc ordinatur

T H E O R E M A.

Si fuerint duo latera & præterea coefficientis sublaterale planum : cubus lateris primi, plus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, plus solido à latere primo in coefficientis planum, plus solido à latere secundo in idem coefficientis planum, æquatur cubo adgregati laterum adfecto adjunctione solidi sub coefficiente plano & adgregato prædicto.

P R O P O S I T I O XXVII.

Cvbum adfectum adjunctione solidi sub quadrato, à radice binomia, adscita congruenter subquadratica coefficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia $A + B$, coefficientis subquadratica D longitudo. Oporteat cubum abs $A + B$ adfectum adjunctione solidi sub D , & quadrato abs $A + B$ componere. Effingatur quadratum abs $A + B$, & ducatur in $A + B + D$, & colligantur effecta singularia solida. Erunt illa

A cubus, $+ A$ quadrato in B ter, $+ A$ in B quadratum ter, $+ B$ cubo, $+ A$ quadrato in D , $+ A$ in B bis in D , $+ B$ quadrato in D . Quæ propterea æqualia erunt cubo abs $A + B$, adfecto adjunctione solidi sub $A + B$ quadrato & D longitudine. Hinc concipitur

T H E O -

THEOREMA

generis cubi adfecti adfirmate sub quadrato.

Si fuerint duo latera, ac præterea coëfficiens subquadratica longitudo: cubus lateris primi, plus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, plus solido à lateris primi quadrato in coëfficiens longitudo, plus solido à plano-duplo sub lateribus in coëfficiens longitudo, plus solido à lateris secundi quadrato in coëfficiens longitudo, est æqualis cubo adgregati laterum adfecto adjunctione solidi, sub coëfficiente illa & dicti adgregati laterum quadrato.

Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens sub quadratica longitudo D. Dico A cubum, + A quadrato in B 3, + A in B quadratum 3, + B cubo, + A quadrato in D, + A in B in D 2, + B quadrato in D, æquari A + B cubo, + D in A + B quadratum. Ex opere multiplicationis A quadrati, + A in B 2, + B quadrato, per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eadem binomia radice componantur duo cubi, unus purus, alter adfirmate adfectus sub ipsius radicis quadrato & adscita coëfficiente longitudo: singularia solida quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Solidum à quadrato lateris primi in coëfficiens longitudo.

Solidum à latere secundo in duplum planum quod fit à latere primo in coëfficiens longitudo.

Solidum à quadrato lateris secundi in coëfficiens longitudo. Ex collatione utriusque suppositionis.

PROPOSITIO XXVIII.

Quadrato-quadratum adfectum adjunctione plano-plani sublatare, à binomia radice, adscito congruenter sub laterali coëfficiente solido, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens sublatare D solidum. Oporteat quadrato-quadratum abs A + B adfectum adjunctione plano-plani sub A + B, & ipso D solido, componere. Effingatur cubus abs A + B, & in illum superaddito D solido, ducatur A + B, & colligantur effecta singularia plano-plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, + A in D solidum, + B in D solidum. Quæ ideo æquabuntur quadrato-quadrato abs A + B, adfecto adjunctione plano-plani sub A + B, & ipso D solido. Hinc

THEOREMA.

generis quadrato-quadrati adfecti adfirmate sublatare.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens solidum: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, plus latere primo in coëfficiens solidum, plus latere secundo in coëfficiens solidum, est æquale quadrato-quadrato adgregati laterum adfecto adjunctione plano-plani, sub dicto adgregato & coëfficiente solido.

Sit latus unum A alterum B, coëfficiens sublatare solidum D. Dico A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, + A in D solidum, + B in D solidum, æquari A + B quadrato-quadrato, + D solido in A + B. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadrato in B 3, + A in B quadratum 3, + B cubo, + D solido per A + B.

D

P R O-

PROPOSITIO XXIX.

Quadrato quadratum adfectum adjunctione plano-plani sub cubo, à radice binomia, adscito congruenter subcubico coefficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia $A + B$, coefficientis D longitudo. Oporteat quadrato-quadratum abs $A + B$, adfectum adjunctione plano-plani sub cubo ex $A + B$ in D longitudinem, componere. Effingatur cubus abs $A + B$, & in illud ducatur $A + B + D$, & colligantur effecta singularia plano-plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, $+ A$ cubo in B^4 , $+ A$ quadrato in B quadratum 6 , $+ A$ in B cubum 4 , $+ B$ quadrato-quadrato, $+ A$ cubo in D , $+ A$ quadrato in B ter in D . $+ A$ in B quadratum ter in D , $+ B$ cubo in D . Quæ propterea æqualia erunt quadrato-quadrato ab $A + B$ adfecto adjunctione plano-plani sub $A + B$ cubo, & ipsa D longitudine. Hinc

THEOREMA

generales plano-plani adfecti cubo adfirmatè.

Si fuerint duo latera, & coefficientis longitudo: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, plus cubo lateris primi in coefficientem longitudinem, plus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in coefficientem longitudinem, plus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in coefficientem longitudinem, plus cubo lateris secundi in coefficientem longitudinem, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum adfecto adjunctione plano-plani sub cubo adgregati prædicti, & coefficiente longitudine.

Sit latus unum A , alterum B , coefficientis longitudo D . Dico A quadrato-quadratum, $+ A$ cubo in B^4 , $+ A$ quadrato in B quadratum 6 , $+ A$ in B cubum 4 , $+ B$ quadrato-quadrato, $+ A$ cubo in D , $+ A$ quadrato in B in D^3 , $+ A$ in B quadratum in D^3 , $+ B$ cubo in D , æquari $A + B$ quadrato-quadrato, $+ D$ in $A + B$ cubum. Ex opere multiplicationis A cubi, $+ A$ quadrato in B^3 , $+ A$ in B quadratum 3 , $+ B$ cubo, per $A + B + D$.

Aliud THEOREMA.

Si ab eadem binomia radice componantur duo quadrato-quadrata, unum pure, alterum adfectum adjunctione plano-plani sub ipsius radice cubo & adscita coefficiente longitudine. Singularia plano-plana quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Plano-planum à lateris primi cubo in coefficientem longitudinem.

Plano-planum à quadrato lateris primi in triplum planum quod fit ex latere secundo in coefficientem longitudinem.

Plano-planum à latere primo in triplum solidum quod fit ex quadrato lateris secundi in coefficientem longitudinem.

Plano-planum à cubo lateris secundi in coefficientem longitudinem. Ex collatione utriusque suppositionis.

Purum.

A quadrato-quadratum.

A cubus in B^4 .

A quadratum in B quadratum 6 .

A in B cubum 4 .

B quadrato-quadratum.

Adfectum.

A quadrato-quadratum.

A cubus in B^4 .

A quadratum in B quadratum 6 .

A in B cubum 4 .

B quadrato-quadratum.

I. A cubus in D .

II. A quadratum in B in D^3 .

III. A in B quadratum in D^3 .

IV. B cubus in D .

Ex

Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadrato in B 3, A in B quadratum 3, plus B cubo, per A + B + D.

PROPOSITIO XXX.

Quadrato-quadratum adfectum adjunctione duplicis plano-plani, unius sub latere, & alterius sub quadrato, à radice binomia adscitis congruenter sublaterali coefficiente solido & subquadratico coefficiente plano, componere.

Sit radix binomia A + B, coefficientis sublaterale D solidum, coefficientis subquadraticum G planum. Oporteat quadrato-quadratum abs A + B adfectum adjunctione duplicis plano-plani, unius sub A + B & D solido, alterius sub A + B quadrato & G plano componere. Effingatur quadratum abs A + B, & in illud superaddito G plano, ducatur A + B, & in effecta solida superaddito D solido, ducatur rursus A + B, & colligantur singularia effecta plano-plana, quæ quidem erunt

A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4. + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, + A quadrato in G planum, + A in B bis in G planum, + B quadrato in G planum, + A in D solidum, + B in D solidum. Hæc itaque plano-plana æquantur quadrato-quadrato abs A + B, adfecto adjunctione plano-plani sub A + B quadrato & G plano, & plano-plani sub A + B radice, & D solido. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coefficientis duplex, unum quidem planum subquadraticum, alterum vero sublaterale solidum. Erit

Quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, plus quadrato lateris primi in coefficientis planum, plus duplo plano sub lateribus in coefficientis planum, plus quadrato lateris secundi in coefficientis planum, plus latere primo in coefficientis solidum, plus latere secundo in coefficientis solidum, æquale quadrato quadrato adgregati laterum, adfecto adjunctione duplicis plano-plani, unius sub quadrato adgregati laterum, & coefficiente plano, alterius sub adgregato laterum, & coefficiente solido.

PROPOSITIO XXXI.

Quadrato-cubum adfectum adjunctione plano solidi sub latere à radice binomia, adscito congruenter sublaterali coefficiente plano-plano, componere.

Sit radix binomia A + B, coefficientis sublaterale D plano-planum. Oporteat componere quadrato-cubum abs A + B adfectum adjunctione plano-solidi sub A + B, & D plano-plano. Componantur quadrato-quadratum abs A + B, & in illud, superaddito D plano-plano, ducatur A + B, & colligantur effecta singularia plano-solidi. Erunt illa

A quadrato-cubus, + A quadrato-quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quadrato-quadratum 5, + B quadrato-cubo, + A in D plano-planum, + B in D plano-planum. Quæ ideo æquabuntur quadrato-cubo abs A + B, adfecto adjunctione plano-solidi sub A + B, & D plano-plano. Hinc concipitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coefficientis sublaterale plano-planum: quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus secundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-quadratum quintuplum, plus quadrato-cubo lateris secundi, plus latere primo in coefficientis plano-planum, plus latere secundo in coefficientis plano-planum, est æqualis quadrato-

D 2

drato-cubo adgregati laterum adfecto adjunctione plano-solidi sub coëfficiente plano-plano, & adgregato laterum.

P R O P O S I T I O X X X I I .

Quadrato-cubum adfectum adjunctione plano-solidi sub cubo à radice binomia, adscito congruenter subcubico coëfficiente plano, componere.

Sit radix binomia $A + B$, coëfficiens subcubicum D planum. Oporteat quadrato-cubum abs $A + B$ adfectum adjunctione plano-solidi sub $A + B$ cubo, & D plano, componere. Sumatur quadratum abs $A + B$, & in illud superaddito D plano, ducatur cubus abs $A + B$, & colligantur effecta singularia plano-solida. Erunt illa

A quadrato-cubus, $+ A$ quadrato-quadrato in B ζ , $+ A$ cubo in B quadratum 10 , $+ A$ quadrato in B cubum 10 , $+ A$ in B quadrato-quadratum ζ , $+ B$ quadrato-cubo, $+ A$ cubo in D planum, $+ A$ quadrato in B ter in D planum, $+ A$ in B quadratum ter in D planum, $+ B$ cubo in D planum. Hinc ordinatur

T H E O R E M A .

Si fuerint duo latera & coëfficiens planum: quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus secundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-quadratum quintuplum, plus quadrato-cubo lateris secundi, plus cubo lateris primi in coëfficiens planum, plus solido sub quadrato lateris primi, & latere secundo triplo in coëfficiens planum, plus solido sub latere primo, & lateris secundi quadrato triplo in coëfficiens planum, plus cubo lateris secundi in coëfficiens planum, æqualis est quadrato-cubo adgregati laterum adfecto adjunctione plano-solidi sub coëfficiente plano & cubo adgregati laterum.

P R O P O S I T I O X X X I I I .

Cvbo-cubum adfectum adjunctione solido-solidi sub latere, à binomia radice adscito congruenter sublaterali coëfficiente plano-solido, componere.

Sit radix binomia $A + B$, coëfficiens sublaterale D plano-solidum. Oporteat cubo-cubum abs $A + B$ adfectum adjunctione solido-solidi ex $A + B$ in D plano-solidum, componere. Effingatur quadrato-cubus abs $A + B$, & in illum D plano-solido auctum, ducatur $A + B$, & colligantur singularia effecta solido-solida. Erunt illa

A cubo-cubus, $+ A$ quadrato-cubo in B 6 , $+ A$ quadrato-quadrato in B quadratum 15 , $+ A$ cubo in B cubum 20 , $+ A$ quadrato in B quadrato-quadratum 15 , $+ A$ in B quadrato-cubum 6 , $+ B$ cubo-cubo, $+ A$ in D plano-solidum, $+ B$ in D plano-solidum. Quæ propterea æquabuntur $A + B$ cubo-cubo, plus solido-solido ex $A + B$ in D plano-solidum. Hinc

T H E O R E M A .

Si fuerint duo latera, una cum coëfficiente sublaterali plano-solido, cubo-cubus lateris primi, plus quadrato-cubo lateris primi in latus secundum sextuplum, plus quadrato-quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum decuquintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi cubum vigecuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadrato-quadratum decuquintuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-cubum sextuplum, plus cubo-cubo lateris secundi, plus latere primo in coëfficiens plano-solidum, plus latere secundo in coëfficiens plano-solidum, est æqualis cubo-cubo adgregati laterum adfecto adjunctione solido-solidi sub coëfficiente plano-solido & adgregato laterum.

G E N E -

GENESIS POTESTATUM AFFECTARUM

negate.

PROPOSITIO XXXIV.

Quadratum affectum multa plani sub latere, à binomia radice adscita congruenter sublaterali coefficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia $A + B$, coefficientis sublateralis D longitudo. Oporteat quadratum abs $A + B$ affectum multa plani sub $A + B$, & D longitudine, componere. Ducatur $A + B$ in $A + B - D$, erunt effecta plana, A quadratum, $+ A$ in B bis, $+ B$ quadrato, $- A$ in D , $- B$ in D . Quæ ideo æquabuntur quadrato abs $A + B$, affecto multa plani ex $A + B$ in D longitudinem. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, una cum coefficiente sublaterali longitudine: quadratum lateris primi, plus plano à latere primo in latus secundum duplum, plus quadrato lateris secundi, minus plano à latere primo in coefficientem longitudinem, minus plano à latere secundo in coefficientem longitudinem, est æquale quadrato adgregati laterum affecto multa plani sub dicto adgregato, & coefficiente illa.

PROPOSITIO XXXV.

Cubum affectum multa solidi sub latere, à radice binomia, adscito congruenter sublaterali coefficiente plano, effingere.

Sit radix binomia $A + B$, coefficientis sublaterale D planum. Oporteat cubum abs $A + B$ affectum multa solidi ex $A + B$ in D planum, effingere. Componatur quadratum abs $A + B$, & in illud multatum D plano ducatur $A + B$, colliganturque singularia effecta Solida. Erunt illa

A cubus, $+ A$ quadrato in B ter, $+ A$ in B quadratum ter, $+ B$ cubo, $- A$ in D planum, $- B$ in D planum, & æquabuntur cubo abs $A + B$ affecto multa solidi ex $A + B$ in D planum. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coefficientis sublaterale planum: cubus lateris primi, plus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, minus solido à latere primo in coefficientis planum, minus solido à latere secundo in coefficientis planum, est æqualis cubo adgregati laterum affecto multa solidi sub coefficiente plano, & adgregato laterum.

PROPOSITIO XXXVI.

Cubum affectum multa solidi sub quadrato, à radice binomia, adscita congruenter coefficiente subquadratica longitudine, componere.

Sit radix binomia $A + B$, coefficientis subquadratica D longitudo. Oporteat cubum abs $A + B$ affectum multa solidi sub $A + B$ quadrato, & D longitudine, componere. Effingatur quadratum abs $A + B$, & in illud ducatur $A + B - D$, & colligantur effecta singularia solida. Erunt illa

A cubus, $+ A$ quadrato in B ter, $+ A$ in B quadratum ter, $+ B$ cubo, $- A$ quadrato in D , $- A$ in B bis in D , $- B$ quadrato in D . Quæ idcirco æqualia erunt $A + B$ cubo, affecto multa solidi abs $A + B$ quadrato in D longitudinem. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coefficientis subquadratica longitudo: cubus lateris primi, plus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, minus solido à qua-

D. 3

à quadrato lateris primi in coefficientem longitudinem, minus solido à plano duplo sub lateribus in coefficientem longitudinem, minus solido à quadrato lateris secundi in coefficientem longitudinem, æquabitur cubo adgregati laterum, adfecto multa solidi sub coefficiente longitudine & quadrato adgregati laterum.

GENESIS POTESTATUM AFFECTARUM negatè mixtìm & adfirmatè.

PROPOSITIO XXXVII.

Quadrato-quadratum adfectum adjunctione quidem plano-plani sub latere, multa vero plano-plani sub cubo, à radice binomia, adscitis congruenter sublaterali coefficiente solido & subcubica coefficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia $A+B$, coefficientis sublaterale D solidum, coefficientis subcubica G longitudo. Oporteat quadrato-quadratum abs $A+B$, adfectum quidem adjunctione plano-plani ex $A+B$ in D solidum; multa vero plano-plani abs $A+B$ cubo in G longitudinem, componere. Ducatur quadratum abs $A+B$ in $A+B-G$, & in effecta solida superaddito D solido, ducatur $A+B$, & colligantur singularia effecta plano-plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, $+A$ cubo in B^4 , $+A$ quadrato in B quadratum 6 , $+A$ in B cubum 4 , $+B$ quadrato-quadrato, $-A$ cubo in G , $-A$ quadrato in B ter in G , $-A$ in B quadratum ter in G , $-B$ cubo in G , $+A$ in D solidum, $+B$ in D solidum. Quæ quidem æqualia erunt quadrato-quadrato abs $A+B$, adfecto multa plano-plani ex $A+B$ cubo in G longitudinem, & adjunctione plano-plani ex $A+B$ radice in D solidum. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coefficientis subcubica longitudo, necnon & coefficientis sublaterale solidum: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, minus cubo lateris primi in coefficientem longitudinem, minus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in coefficientem longitudinem, minus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in coefficientem longitudinem, minus cubo lateris secundi in coefficientem longitudinem, plus latere primo in coefficientem solidum, plus latere secundo in coefficientem solidum, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum, adfecto multa quidem plano-plani sub cubo adgregati laterum & coefficiente longitudine, adjunctione vero plano-plani sub adgregato eodem & coefficiente solido.

PROPOSITIO XXXVIII.

Quadrato-quadratum adfectum multa quidem plano-plani sub latere, adjunctione vero plano-plani sub cubo, à binomia radice, adscitis congruenter sublaterali coefficiente solido & subcubica coefficiente longitudine, componere.

Esto radix binomia $A+B$, coefficientis sublaterale D solidum, coefficientis subcubica G longitudo. Oporteat abs $A+B$, quadrato-quadratum adfectum multa plano-plani sub $A+B$ & D solido, atque adjunctione plano-plani sub $A+B$ cubo & G longitudine, componere. Ducatur quadratum ex $A+B$ in $A+B+G$, & in effecta solida multata D solido, ducatur $A+B$, & orta plano-plana erunt

A quadrato-quadratum, $+A$ cubo in B^4 , $+A$ quadrato in B quadratum 6 , $+A$ in B cubum 4 , $+B$ quadrato quadrato, $+A$ cubo in G , $+A$ quadrato in B ter in G , $+A$ in B quadratum in G^3 , $+B$ cubo in G , $-A$ in D solidum, $-B$ in D soli-

solidum. Quæ ideo æquabuntur quadrato-quadrato ab $A+B$, adfecto adjunctione plano-plani sub $A+B$ cubo, & G longitudine, & multa plano-plani sub $A+B$ radice & ipso D solido. Hinc concipitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens subcubica longitudo, necnon & coëfficiens sublaterale solidum: quadrato quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, plus cubo lateris primi in coëfficiens longitudinem, plus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in coëfficiens longitudinem, plus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in coëfficiens longitudinem, plus cubo lateris secundi in coëfficiens longitudinem; minus latere primo in coëfficiens solidum, minus latere secundo in coëfficiens solidum, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum, adfecto adjunctione quidem plano-plani sub cubo adgregati laterum, & coëfficiente longitudine; multa vero plano-plani sub adgregato ipso laterum, & coëfficiente solido.

PROPOSITIO XXXIX.

Quadrato-cubum adfectum adjunctione plano-solidi sub latere, & multa plano-solidi sub cubo, à binomia radice, adscitis congruenter, sublaterali coëfficiente plano-plano; & subcubico coëfficiente plano, componere.

Sit radix binomia $A+B$, coëfficiens sublaterale D plano-planum, subcubicum coëfficiens G planum. Effingendus sit quadrato-cubus abs $A+B$, adfectus adjunctione plano-solidi sub $A+B$ radice & D plano-plano, ac multa plano-solidi sub $A+B$ cubo & G plano. Componatur quadratum abs $A+B$, & in illud multatum G plano, ducatur idem quadratum ab $A+B$ & orta plano-plana augeantur D plano-plano, & ducantur in $A+B$. Orientur hæc plano-solida

A quadrato-cubus, $+A$ quadrato-quadrato in B , $+A$ cubo in B quadratum 10 , $+A$ quadrato in B cubum 10 , $+A$ in B quadrato-quadratum 5 , $+B$ quadrato-cubo, $-A$ cubo in G planum, $-A$ quadrato in B ter in G planum, $-A$ in B quadratum ter in G planum, $-B$ cubo in G planum, $+A$ in D plano-planum, $+B$ in D plano-planum. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea subcubicum coëfficiens planum, necnon & sublaterale coëfficiens plano-planum; quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus secundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-quadratum quintuplum, plus quadrato-cubo lateris secundi, minus cubo lateris primi in coëfficiens planum, minus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in coëfficiens planum, minus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in coëfficiens planum, minus cubo lateris secundi in coëfficiens planum, plus latere primo in coëfficiens plano-planum, plus latere secundo in coëfficiens plano-planum, æquatur quadrato-cubo adgregati laterum adfecto multa quidem plano-solidi sub cubo adgregati laterum & coëfficiente plano, adjunctione vero plano-solidi sub adgregato laterum, & coëfficiente plano-plano.

GENESIS POTESTATVM

avulsarum.

PROPOSITIO XL.

Planum sub latere, adfectum multa quadrati, à binomia radice, adscita congruenter sublaterali coëfficiente longitudine, componere.

Sit

Sit radix binomia $A+B$, sublateralis coëfficiens D longitudo. Oporteat planum sub $A+B$, & D longitudo, adfectum multa $A+B$ quadrati, componere. Ducatur $D-A-B$ in $A+B$, & orientur singularia plana, A in D , $+B$ in D , $-A$ quadrato, $-A$ in B^2 , $-B$ quadrato. Hinc autem ordinatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, necnon & sublateralis coëfficiens longitudo: planum à latere primo in coëfficiem longitudo, plus plano à latere secundo in coëfficiem longitudo, minus quadrato lateris primi, minus duplo plano sub lateribus, minus quadrato lateris secundi, æquatur plano sub adgregato laterum, & coëfficiente illa, adfecto multa quadrati abs adgregato laterum.

PROPOSITIO XLII.

Solidum sub latere adfectum multa cubi, à binomia radice, adscito congruenter sublaterali coëfficiente plano, effingere.

Sit radix binomia $A+B$, sublaterale coëfficiens D planum. Effingendum sit solidum sub $A+B$, & D plano, adfectum multa cubi ex $A+B$. Ducatur $A+B$ in D planum multatum $A+B$ cubo. Orientur solida, A in D planum, $+B$ in D planum, $-A$ cubo, $-A$ quadrato in B^3 , $-A$ in B quadratum 3 , $-B$ cubo. Hinc concipitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, una cum coëfficiente sublaterali plano: solidum à latere primo in coëfficiens planum, plus solido à latere secundo in coëfficiens planum, minus cubo lateris primi, minus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, minus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, minus cubo lateris secundi, æquatur solido sub adgregato laterum, & coëfficiente sublaterali plano, adfecto multa cubi abs adgregato eodem.

PROPOSITIO XLIII.

Solidum sub quadrato adfectum multa cubi, à binomia radice, adscita congruenter sub quadratica coëfficiente longitudo, effingere.

Sit radix binomia $A+B$, subquadratica coëfficiens D longitudo. Oporteat solidum sub $A+B$ quadrato, & D longitudo, adfectum multa cubi abs $A+B$ componere. In $A+B$ quadratum ducatur $D-A-B$, & orientur solida, A quadratum in D , $+A$ in B bis in D , $+B$ quadrato in D , $-A$ cubo, $-A$ quadrato in B^3 , $-A$ in B quadratum 3 , $-B$ cubo. Hinc enuntiatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & subquadratica coëfficiens longitudo: solidum à quadrato lateris primi in coëfficiem longitudo, plus solido à plano duplo sub lateribus in coëfficiem longitudo, plus solido à quadrato lateris secundi in coëfficiem longitudo, minus cubo lateris primi, minus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, minus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, minus cubo lateris secundi, est æquale solido sub quadrato adgregati laterum, & coëfficiente longitudo, adfecto multa cubi abs adgregato eodem.

PROPOSITIO XLIII.

Plano-planum sub latere adfectum multa quadrato-quadrati, à binomia radice, adscito congruenter sublaterali coëfficiente solido, componere.

Sit radix binomia $A+B$, coëfficiens sublaterale D solidum. Oporteat componere plano-planum ex D solido in $A+B$, adfectum multa $A+B$ quadrato quadrati. Auferatur $A+B$ cubus ex ipso D solido, & ducatur in $A+B$. Orientur plano-plana,
A in

A in D solidum, + Bin D solidum, — A quadrato-quadrato, — A cubo in B 4, — A quadrato in B quadratum 6, — A in B cubum 4, — B quadrato-quadrato. Hinc autem ordinatur

T H E O R E M A.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens solidum: latus primum in coëfficiens solidum, plus latere secundo in idem solidum, minus quadrato-quadrato lateris primi, minus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, minus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, minus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, minus quadrato-quadrato lateris secundi, æquatur plano-plano ex adgregato laterum in coëfficiens solidum, adfecto multa quadrato-quadrati abs adgregato prædicto.

P R O P O S I T I O XLIV.

PLano-planum sub cubo, adfectum multa quadrato-quadrati à binomia radice, adscita congruenter subcubica coëfficiente longitudine, effingere.

Si radix binomia $A + B$, subcubica coëfficiens D longitudo. Oporteat solidum abs $A + B$ cubo & ipsa D , adfectum multa quadrato-quadrati abs $A + B$, componere. In $A + B$ cubum ducatur $D - A - B$: efficientur singularia plano-plana,

A cubus in D , + A quadrato in B ter in D , + A in B quadratum ter in D , + B cubo in D , — A quadrato-quadrato, — A cubo in B 4, — A quadrato in B , quadratum 6, — A in B cubum 4, — B quadrato-quadrato. Hinc itaque ordinabitur

T H E O R E M A.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens longitudo: cubus lateris primi in coëfficientem longitudinem, plus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in eandem longitudinem, plus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in eandem longitudinem, plus cubo lateris secundi in eandem longitudinem, minus quadrato-quadrato lateris primi, minus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, minus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, minus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, minus quadrato-quadrato lateris secundi, æquatur plano-plano sub coëfficiente longitudine & cubo adgregati laterum, adfecto multa quadrato-quadrati abs adgregato eodem.

Porro monitum te cupio, singula hæc Theoremata geneseos seu syntheses potestatum adfectarum ordine respondere singulis analyseos potestatum earundem Problematis; qua solvuntur in eruditissimo opere de numerosa potestatum resolutione. Quod quidem adnotare necessarium.

GENESIS TRIANGULORUM.

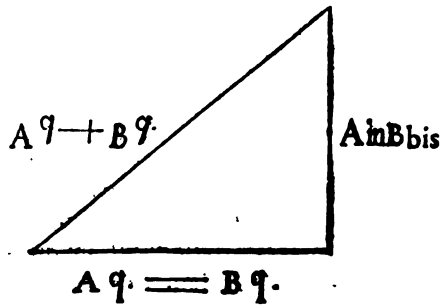
P R O P O S I T I O XLV.

Triangulum rectangulum à duabus radicibus, effingere.

Sunto duæ radices A, B . Oporteat ab iis triangulum rectangulum, effingere. Et verò docente Pythagora, quadratum lateris subtendentis angulum rectum, æquale est quadratis laterum circa rectum. Latus autem subtendens solet per excellentiam vocari hypotenusa. Latera vero circa rectum, perpendicularum & basis. Eo igitur recidit res, ut à duabus radicibus positis, effingenda sint tria quadrata, quorum unum æquatur duobus reliquis, & maximi latus assimiletur hypotenuse. Reliquorum vero latera perpendicularo & basi. Ordinarum autem jam ante est, quadratum adgregati duorum laterum, æquari quadrato differentie eorundem, & quadruplo sub eisdem lateribus rectangulo. Quare ad expositas radices A, B , subjiciatur tertia proportionalis $\frac{B \text{ quadratum}}{A}$. Et adgregatum extremarum, hypotenusa constituatur $A + \frac{B \text{ quadratum}}{A}$. Differentia earundem, basis, nempe $A - \frac{B \text{ quadratum}}{A}$. Perpendicularis erit, $B 2$, cujus videlicet quadratum æquatur rectangulo sub extremis. Omnia in A , ut ad idem genus adplicationis latera quæque revocentur: erit hypotenusa A quadratum, + B quadrato. perpendicularis A in $B 2$. basis A quadratum = B quadrato.

E

Hinc



Hinc effingere est à duobus lateribus, triangulum rectangulum. Enimvero hypotenusa fit similis adgregato quadratorum, basis differentiarum eorundem, perpendicularum duplo rectangulo. Æque effingere est à proportionalibus tribus, triangulum rectangulum. Enimvero hypotenusa fit similis adgregato extremarum, basis differentiarum eorundem, perpendicularum mediarum duplo.

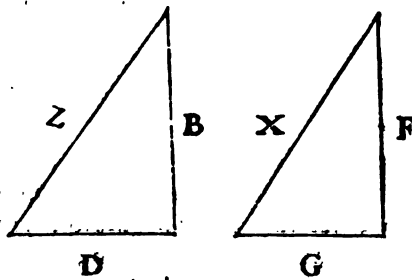
CONSECTARIUM.

Perpendicularum trianguli rectanguli medium proportionale est inter adgregatum basios & hypotenusæ, & differentiam earundem.

PROPOSITIO XLVI.

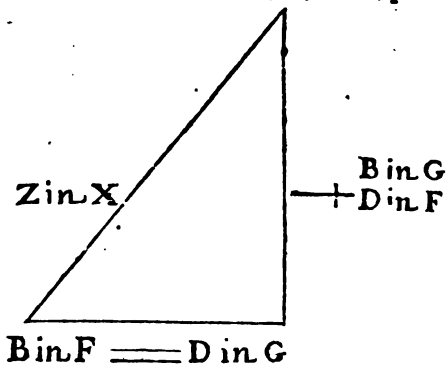
A Duobus triangulis rectangulis tertium triangulum rectangulum effingere.

Sunto triangula rectangula duo. Scilicet,

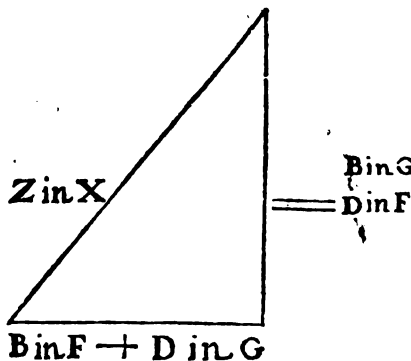


Fiat tertii hypotenusa similis ei quod fit ex hypotenusa primi in hypotenusam secundi, nempe Z in X. Plana igitur similia basi & perpendicularo ducta quadraticæ, facient Z quadratum, in X quadratum, id est per interpretationem, id quod fit ex B quadrato, + D quadrato in G quadratum, + F quadrato: quod factum constat quatuor plano-planis, nempe B quadrato in G quadratum, + D quadrato in F quadratum, & B quadrato in F quadratum, + D quadrato in G quadratum. Binis primis addatur plano-planum duplum quod fit continue abs B, D, F, G, & auferatur binis postremis, vel conversim, auferatur binis primis, & addatur binis postremis. Nihil factis deperit vel accessit, quominus facta plano-plana, plano-plano ex Z quadr. in X quadratum adæquentur; bina porro illa plano-plana adscito vel dempto bis communi illo plano-plano continue facto abs B, D, F, G, planas habent radices, quarum

Primo casu, prima est B in G, + D in F, altera B in F = D in G: secundo vero casu, prima est B in G, = D in F, altera B in F, + D in G. Utriusque casus, prima adsimilatur perpendicularo, secunda basi.



Ergo hac vel illa methodo à duobus triangulis rectangulis effingere est tertium triangulum rectangulum. Enimvero hypotenusa tertij fiet similis facto sub hypotenusis primi & secundi, perpendicularum adgregato facti à base primi in perpendicularum secundi, & facti reciproce à base secundi in perpendicularum primi; basis differentiarum, inter factum sub basibus primi & secundi, & factum sub eorundem perpendicularis.



Vel, perpendicularum adsimilatur differentiarum factorum reciproce à base unius in perpendicularum alterius. basis vero adgregato facti sub basibus, & facti sub perpendicularis.

Triangulum autem rectangulum à duobus aliis triangulis rectangulis primo exposito modo deductum, vocetur triangulum synzeseos, secundo triangulum diazeseos, ob causam suo exprimentam loco. Hinc

THEQ.

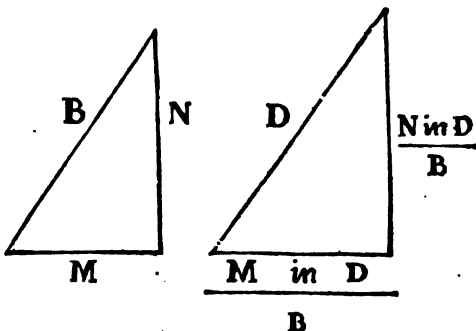
T H E O R E M A.

Si fuerint duo triangula rectangula: quadratum plani quod fit sub hypotenusa & æquatur quadrato adgregati factorum è basibus in perpendiculara reciproce, plus quadrato differentie inter factum sub basibus & factum sub perpendicularis. Vel etiam, æquatur quadrato differentie factorum è basibus in perpendiculara reciproce, plus quadrato adgregati facti sub basibus, & facti sub perpendicularis.

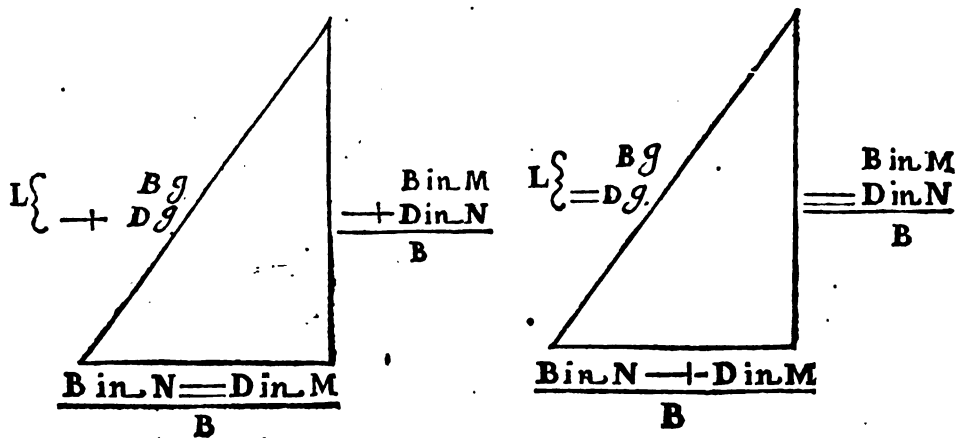
PROPOSITIO XLVII.

A duobus triangulis rectangulis similibus, tertium triangulum rectangulum ita deducere, ut hypotenusa tertii quadratum, æquale sit quadratis hypotenuse primi, & hypotenuse secundi.

Sint duo similia triangula rectangula. Primum, cujus hypotenusa B, perpendicularum N, basis M. Alterum, cujus hypotenusa D, perpendicularum consequenter $\frac{N \text{ in } D}{B}$, basis $\frac{M \text{ in } D}{B}$. Oporteat ab illis duobus tertium triangulum rectangulum deducere, ita ut hypotenuse illius quadratum æquetur B quadrato, + D quadrato. Quoniam igitur hypotenuse quadratum constat B quadrato, + D quadrato. Tantum erit quadratum perpendiculari adjunctum quadrato basis diducendi trianguli. At si B quadrato, + D quadrato ducatur in M. quadr. + N quadrato, & divisio fiat per B quadratum, nihil quadrato hypotenuse ducti accedit vel deperit, quominus M quadratum, + N quadrato æquetur ex hypothesi B quadrato. Fiat igitur ductio, factum certe constabit quatuor plano-planis, nempe B quadrato in M quadratum, + D quadrato in N quadratum, & B quadrato in N quadratum, + D quadrato in M quadratum. Binis primis addatur plano-planum duplum quod fit continue abs B, D, M, N, & auferatur binis postremis, vel conversim, auferatur binis primis, & addatur binis postremis. Nihil factis accrescit aut deperit quominus facta plano-plana, plano-plano abs B quadrato, + D quadrato in B quadratum æquentur. Bina porro illa plano-plana, adscito vel dempto bis communi illo plano-plano continue facto abs B, D, M, N, planas habent radices, quarum



Primo casu, prima est B in M, + D in N. Altera B in N, = D in M. Secundo vero



casu, prima est B in M, = D in N. Altera B in N, + D in M. Fiat igitur communis ad B applicatio, & utriusvis casus, prima adsimilabitur perpendicularo, secunda basi.

T H E O R E M A.

Si fuerint duo similia triangula rectangula, adgregatum quadratorum ab hypotenusa

lis, æquatur quadrato adgregati ex base primi, & perpendicularo secundi, plus quadrato differentie inter perpendicularum primi & basin secundi, vel etiam, æquatur quadrato adgregati ex perpendicularo primi & base secundi, plus quadrato differentie inter basin primi & perpendicularum secundi.

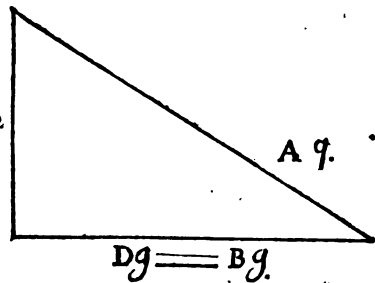
PROPOSITIO XLVIII.

A Duobus triangulis rectangulis æqualibus & æquiangularis, tertium triangulum rectangulum, constituere.

Sunto duo triangula rectangula, quorum communia latera hypotenuſa quidem A, perpendicularum B, basis D. Oporteat ab illis duobus tertium triangulum rectangulum constituere. Fiat deductio sicut docuit Propositio 46. casu primo. Deduci enim tantum potest synæreseos via, non autem diæreseos. Fit hypotenuſa similis A quadrato. Basis, D quadrato = B quadrato. Perpendicularum B in D 2. Tertium autem illud, vocetur triangulum anguli dupli, & ejus respectu primum vel secundum dicitur anguli simpli ob causas * suo ponendas loco.

* Causa est quod angulus acutus trianguli rectanguli à duobus triangulis via synæreseos effecti æquetur angulis acutis horum triangulorum simul adgregatis, cujus theorematuſi conversum demonstravit Andersonus theoremate secundo sectionum angularium. Porro acuti voce intelligitur is angulus, DinB2 cui Perpendicularum subtenditur.

Triangulum anguli dupli.

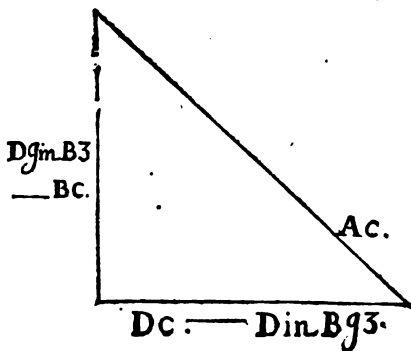


PROPOSITIO XLIX.

A Triangulo rectangulo simpli, & triangulo rectangulo anguli dupli, triangulum rectangulum effingere. Vocetur autem tertium illud, triangulum anguli tripli.

Sunto duo triangula rectangula, unum anguli simpli, cujus hypotenuſa A, perpendicularum B, basis D. Alterum anguli dupli, cujus consequenter hypotenuſa fit similis A quadrato, basis D quadrato = B quadrato, perpendicularum simile plano duplo, ex D in B. Oporteat ab illis duobus triangulis rectangulis, tertium triangulum rectangulum effingere. Fiat deductio, ut docuit Propositio 46. primo casu. Effingi enim tantum potest synæreseos via, non autem diæreseos. Fit hypotenuſa, A cubus. Basis, D cubus — D in B quadratum 3. Perpendicularum, D quad. in B 3 — B cubo.

Triangulum anguli tripli.



Dc, — D in Bq. 3. Perpendicularum, simile Dq. in B3, — Bc. Oporteat ab illis tertium triangulum rectangulum constituere. Fiat deductio, ut docuit Propositio 46. casu primo. Fit hypotenuſa similis, A qq. Basis Dqq. — Dq. in Bq. 6, + Bqq. Perpendicularum B in Dc 4, — Bc in D 4.

PROPOSITIO L.

A Triangulo rectangulo anguli simpli, & triangulo rectangulo anguli tripli, tertium triangulum rectangulum constituere. Vocetur autem illud, triangulum anguli quadrupli.

Sunto duo triangula rectangula. Vnum anguli simpli, cujus hypotenuſa A, perpendicularum B, basis D. Alterum anguli tripli, cujus hypotenuſa consequenter fit similis, A cubo. Basis,

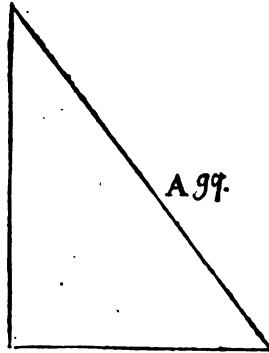
PRO-

Triangulum anguli quadrupli.

PROPOSITIO LI.

A Triangulo rectangulo anguli simpli, & triangulo rectangulo anguli quadrupli, tertium triangulum rectangulum via synæreseos, constituere. Vocetur autem illud, anguli .quintupli.

B in DC. 4
BC. in D 4



D 99 — Dg. in Bg 6 — Bg 9.

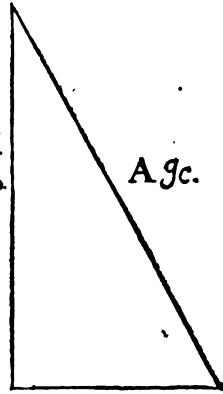
Sunto duo triangula rectangula. Vnum anguli simpli, cujus hypotenusa A, basis D, perpendicularum B. Alterum anguli quadrupli, cujus hypotenusa consequenter similis A quadrato-quadrato, &c. Oporteat ab illis duobus tertium via synæreseos, constituere. Fiat deductio, ut docuit propositio 46. casu primo. Fit hypotenusa similis A qc. Basis D qc, — Dc in Bq 10. — D in B qq. 5. Perpendicularum simile Dqq. in B 5, — Dq. in Bc. 10, — Bqc.

Triangulum anguli quintupli.

EX HIS ARGVITUR

Confectarium generale in deductionibus triangulorum rectangulorum.

B in DJ 7.5.
— Bc. in Dg 10.
— Bqc.



D 9c — Dc. in Bg 10.
— D in Bg 9. 5.

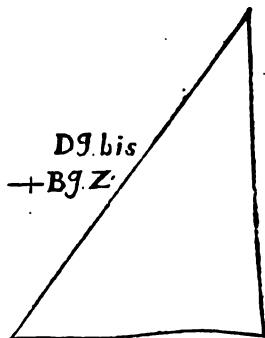
Si qua potestas componatur à binomia radice, & singularia facta homogenea distribuatur in duas partes successive, utrobique primum adfirmata deinde negata, & harum primæ parti similis fiat basis trianguli rectanguli alicujus, perpendicularum alteri. Erit hypotenusa similis ipsi potestati. Cum autem triangulum illud cujus basis similis sit, vel æqualis uni è radicibus compositionis, perpendicularum vero alteri, à suo cui perpendicularum subtenditur angulo, denominationem sortietur. Triangula sane ab iisdem radicibus deducta, per quoscunque potestatum ordines commode ab eodem angulo multiplici denominabuntur, secundum conditionem potestatis. Duplo, videlicet cum potestas est quadratum. Triplo, cum cubus. Quadruplo, cum quadrato-quadratum. Quintuplo, cum quadrato-cubus, & eo in infinitum progressu.

PROPOSITIO LII.

Ex adgregato duarum radicum & differentia earundem, triangulum rectangulum, componere.

Sunto duæ radices B, D. Oporteat abs B + D, ut nomine uno, & B = D ut nomine altero. triangulum rectangulum componere. Hypotenusa igitur ex jam tradita methodo, fiet similis quadrato abs B + D, + quadrato abs B = D, quæ duo quadrata valent Bq. 2, + Dq. 2. Basis fiet similis quadrato ex B + D — quadrato ex B = D, id est similis fiet B in D 4. Perpendicularum denique ei quod sit abs B + D in B = D 2, id est Bq. 2, — Dq. 2.

Dg bis
+ Bg 2.
Dg bis
— Bg bis.



B in D quater.

Quod opus in idem recidit, ac si ab ipsis radicibus componeretur lateribus, quæ rectum angulum constituunt permutatis.

E 3

CON-

CONSECTARIUM.

Si componantur duo triangula rectangula, unum à duabus radicibus, alterum ab adgregato earundem & differentia, similia illa sunt, lateribus circa rectum angulum permutatis.

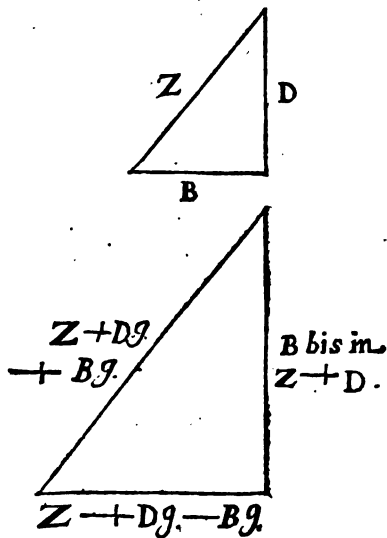
PROPOSITIO LIII.

A Base constituti trianguli rectanguli, & composita ex hypotenusa, & perpendicularo ejusdem, triangulum rectangulum componere.

Sit triangulum rectangulum cujus hypotenusa Z, basis B, perpendicularum D. Oporteat à B & Z + D triangulum rectangulum constituere. Hypotenusa igitur ex solita methodo fit similis B quadrato, + quadrato abs Z + D. Basis differentie eorundem quadratorum. Perpendicularum plano duplo ex B in Z + D, quo opere bene examinato deprehenditur triangulum illud simile primo.

Hoc autem ita demonstrabimus, quoniam à communi multiplicante non immutatur proportio, sumatur $Z^2 + D^2$, & ducatur tam in B, quam in D. Erit itaque B ad D, sicut B in Z^2 , + B in D^2 ad D in Z^2 , + Dq. 2. Est autem Dq. æquale $Zq. - Bq.$ Quare si à quarta magnitudine proportionali auferatur Dq. semel, & substituat $Zq. - Bq.$ erit quoque B ad D, ut B in Z^2 , + B in D^2 ad $Zq. + D$ in Z^2 , + Dq. - Bq. Sed tertia proportionalis est magnitudo ex ductu ipsius B 2, in Z + D orta. Æque $Zq. + D$ in Z^2 , + Dq. est quadratum abs Z + D. Ideo erit ut B ad D, ita B bis in Z, + D ad Z + D quadratum, - Bq.

Quare cum hæc triangula circa angulum rectum habeant latera proportionalia, erunt æquiangula. Quod demonstrandum erat.



Itaque perpendicularum primi ad basin secundi istius trianguli, eandem habet rationem quam basis primi ad perpendicularum secundi.

CONSECTARIUM I.

Si à base constituti trianguli rectanguli, & composita ex hypotenusa & perpendicularo, effingitur alterum triangulum rectangulum, secundum illud simile est primo lateribus permutatis.

CONSECTARIUM II.

In triangulis rectangulis est ut composita ex hypotenusa & perpendicularo ad basin, sic adgregatum radicum à quibus compositum est triangulum ad differentiam earundem. Ex collatione Consectarii primi, cum Consectario antecedentis Propositionis.

Hoc Consectarium ita quoque potest demonstrari. Resumatur schema Propositionis 45. in qua ex radicibus A & B compositum est triangulum rectangulum.

Quoniam itaque proportionem non immutat communis multiplicator, ducatur A + B tam in A + B, quam in A = B. Erit igitur Aq. + Bq. + A in B 2 ad Aq. = Bq. sicut A + B ad A = B. Sed Aq. + Bq. est hypotenusa trianguli abs A + B compositi. Æque A in B 2 est ejusdem trianguli perpendicularum, & Aq. = Bq. basis.

Quamobrem composita ex hypotenusa & perpendicularo ad basin, est ut adgregatum radicum ad earundem differentiam. Quod erat demonstrandum.

CONSECTARIUM III.

In triangulis rectangulis est ut composita ex hypotenusa & perpendicularo multata base ad compositam eandem adjunctam basi, ita minor radicem ad majorem. Per diæresin & synæresin antecedentis analogiæ.

Enimvero per diæresin analogiæ antecedentis Consectarii fit, ut composita ex hypotenusa & perpendicularo multata base ad basin, ita radix minor bis sumpta ad radicem differentiam.

Et

Et per synæresin ejusdem analogiæ, ut composita ex hypotenusa perpendicularo & base ad basin, ita radix major bis sumpta ad radicem differentiam.

Et hunc analogismum invertendo, erit ut basis ad compositam ex hypotenusa perpendicularo & base, ita differentia radicem ad radicem majorem duplam.

Quamobrem ex æquo erit, ut composita ex hypotenusa & perpendicularo multata base ad compositam ex hypotenusa & perpendicularo adjunctam basi, ut minor radix ad majorem. Quod est ipsummet consecrarium tertium, cujus Laconice expressa demonstratio erat exemplificanda, quamvis absque antecedentis consecrarii auxilio brevius demonstrari possit.

CONSECRARIUM IV.

In triangulo rectangulo, ut est composita ex hypotenusa & perpendicularo multata base ad compositam eandem adjunctam basi, ita differentia basis & hypotenusæ ad perpendicularum.

Nam differentia basis & hypotenusæ ad perpendicularum se habet, ut minor radicem ad majorem. Adsumpris enim duabus radicibus B & D, illa minore, hac majore, cum sit hypotenusa similis B quadrato + D quadrato, basis D quadrato - B quadrato, fit differentia B quadratum bis, perpendicularum vero simile B in D bis. Utrumque planum ad B bis adplicetur, differentia illa ad perpendicularum erit, ut B ad D.

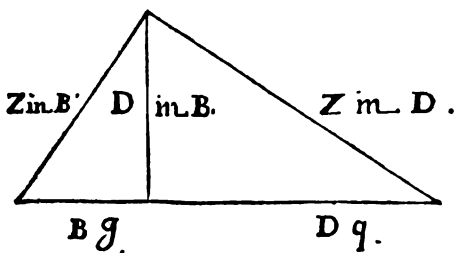
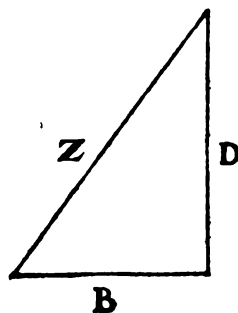
PROPOSITIO LIV.

A Triangulo rectangulo deducere duo triangula rectangula æque alta, ex quorum coitione quod componetur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenusis in vicem crurum, adgregato vero basium in basin, habebit angulum verticis rectum.

In fine hujus propositionis ut & sequentium legebantur hæc verba, *erit angulus verticis rectus*, pro quibus ad delendum in leges Grammaticas peccatum reposui, habebit angulum verticis rectum.

Exponatur triangulum rectangulum cujus hypotenusa Z, basis B, perpendicularum D. Oporteat facere quod imperatur.

Abs Z + D ut radice una, & B ut radice altera, effingatur aliud triangulum rectangulum. Hypotenusa sit similis ipsi Z, basis ipsi D, perpendicularum ipsi B. Cui secundo triangulo constituatur aliud simile idem habens perpendicularum D faciens, ut B ad D, ita D ad basin, quæ ideo erit $\frac{D \text{ quadr.}}{B}$ & ita Z ad hypotenusam, quæ erit $\frac{Z \text{ in } D}{B}$. Latera denique tum istius tum expositi ducantur in B. Duo igitur sunt triangula rectangula. Primum cujus hypotenusa Z in B, basis B quadratum, perpendicularum B in D. Alterum cujus hypotenusa Z in D, basis D quadratum, perpendicularum rursus B in D. Coëant in unum illa duo triangula rectangula. Videlicet hypotenusæ fiant crura alterius trianguli, adgregatum basium ipsarum in directum positarum, basis; altitudo igitur manet eadem & proportionalis inter basis segmenta. Est enim B in D proportionale inter B quadratum & D quadratum. In figuris autem planis similitudo laterum, ut docet Geometria, arguit æqualitatem angulorum, quare angulus quem subtendit perpendicularum in triangulo primo, æqualis est angulo quem subtendit basis in triangulo secundo. Angulus igitur effectus ab hypotenusis ex coitione est rectus.

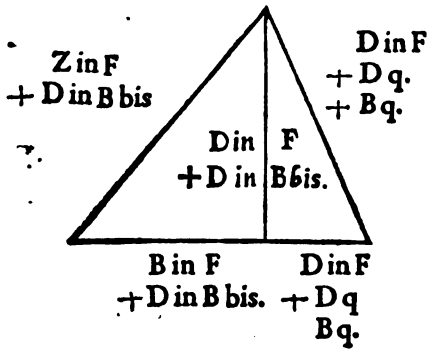


PROPOSITIO LV.

A Triangulo rectangulo deducere duo alia triangula æque alta, ex quorum coitione quod componitur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenusis in vicem crurum, adgregato vero basium in basin, habebit angulum verticis acutum.

Expo-

Exponatur triangulum rectangulum, cuius hypotenusâ Z, basis B, perpendicularum D. Oporteat facere quod imperatur. Sumatur quædam F minor ipsa Z, & abs F + D ut radice una, & B ut radice altera, effingatur aliud triangulum rectangulum. Fit hypotenusâ, similis quadrato abs F + D, + B quadrato. Basis, quadrato abs F + D, - B quadrato. Perpendicularum F + D in B bis. Cui secundo triangulo aliud constituitur simile habens perpendicularum D, faciendo ut F + D in B bis ad quadratum abs F + D, - B quadrato, ita D ad basin, quæ ideo erit $\frac{D \text{ in } F + D \text{ quadr.} - B \text{ quadr.}}{F + D, \text{ in } B \text{ bis.}}$ Et ut F + D in B bis ad quadratum abs F + D, + B quadrato, ita D ad hypotenusam, quæ ideo erit $\frac{D \text{ in } F + D \text{ quadr.}}{F + D, \text{ in } B \text{ bis.}}$ Latera denique tum istius tum expositi trianguli rectanguli, ducantur in F + D in B 2. Duo igitur sunt triangula rectangula. Primum cuius similis hypotenusâ, Z in F + D in B 2. basis B in F + D in B 2. perpendicularum D in F + D in B 2. Alterum triangulum cuius similis hypotenusâ, D in F + D quadrato + B quadrato. basis, D in F + D q. - B quadrato. perpendicularum idem ac supra in priore triangulo,



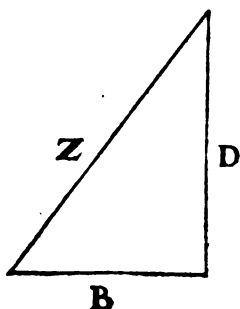
Coëant igitur in unum duo illa triangula rectangula, hypotenusâ videlicet fiant crura alterius trianguli, adgregatum basium in directum positarum, basis. Altitudo igitur manet eadem: Cæterum, ut basis primi ad altitudinem, ita altitudo ad majorem base secundi. Est enim

* Ut B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2, ita D in F + D in B 2 ad D cubum 2, + D quadrato in F 2. Basis autem secundi similis est, D in F + D quadrato - B quadrato. hoc est F quadratum in D, + D quadrato in F 2, + D cubo, - B quadrato in D. Utrinque abdicatur F in D quadratum 2, & addatur B quadratum in D. Reliqua denique solida

dividuntur per D. Illic remanet D quadratum, + Z quadrato, hic D quadratum, + F quadrato. Cedit autem per hypothesin, F quadratum ipsi Z quadrato. Est igitur altitudo proportionalis inter basin primi, & majorem base secundi. Quare angulus quem subtendit basis secundi, minor est eo quem subtendit perpendicularum primi. Angulus itaque effectus ab hypotenusis seu cruribus est acutus. Igitur à triangulo rectangulo deducta sunt duo triangula rectangula æque alta, à quorum coitione quod componitur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenusis in vicem crurum, adgregato vero basium in basin, habebit angulum verticis acutum. Apparet autem talem F assumi oportere, ut quadratum abs F + D præstet ipsi B quadrato, ut ad constitutionem basis secundi, B quadratum ex quadrato abs F + D possit auferri.

* Quoniam enim ut B in F + D, ad D in F + D, ita esse B in F + D ad D in F + D, luce clarius est. Tam prima quam secunda proportionalis magnitudo, ducatur in B 2. Tertia vero & quarta ducatur in D 2. Erit itaque ut B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2, ita B in F + D in D 2 ad D quadratum 2 in F + D. Sed B in F + D in D 2, æquatur D in F + D in B 2. Æque D quadratum 2 in F + D, non differt à D cubo 2, + D quadrato in F 2. Quamobrem ut B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2, ita D in F + D in B 2 ad D cubum 2, + D quadrato in F 2. Quod quidem à viro clarissimo adsumptum erat.

PROPOSITIO LVI.



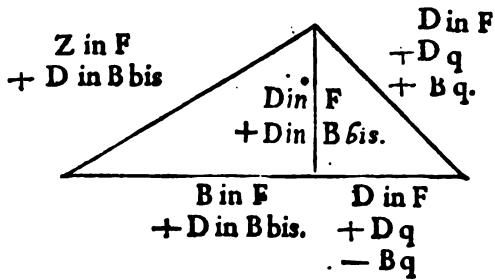
A Triangulo rectangulo deducere duo alia triangula rectangula æque alta, ex quorum coitione quod conflatur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenusis in vicem crurum, adgregato vero basium in basin, habebit angulum verticis obtusum.

Exponatur triangulum rectangulum cuius hypotenusâ Z. basis

sis B, perpendicularum D. Oporteat facere quod imperatur. Sumatur F major ipsa Z, & abs F + D ut radice una & B ut radice altera, effingatur aliud triangulum rectangulum. Itaque fit similis hypotenusa F + D quadrato, + B quadrato. Basis vero F + D quadrato, - B quadrato. Perpendicularum F + D in B 2. Cui secundo triangulo rectangulo aliud constituitur simile, cujus perpendicularum sit D, faciendo

Ut F + D in B 2 ad F + D quadr. - B quadrato, ita D ad basin, quæ ideo erit, $\frac{D \text{ in } F, + D \text{ quadr.} - B \text{ quadr.}}{F + D \text{ in } B 2}$. Et ut F + D in B 2 ad quadratum ex F + D + B quadrato ita D ad hypotenusam, quæ ideo erit, $\frac{D \text{ in } F + D \text{ quadrat.} + B \text{ quadr.}}{F + D \text{ in } B 2}$. Latera denique tum istius tum expositi trianguli rectanguli ducantur in F + D in B 2. Duo igitur sunt triangula rectangula. Primum, cujus similis hypotenusa Z in F + D in B 2, basis B in F + D in B 2, perpendicularum D in F + D in B 2. Secundum, cujus similis hypotenusa D in F + D quadrato + B quadrato. Basis D in F + D quadrato - B quadrato. Perpendicularum idem ac supra in priori triangulo rectangulo.

Coëant igitur in unum duo triangula rectangula, hypotenuse videlicet fiant crura alterius trianguli, aggregatum vero basium in directum positarum, basis. Altitudo igitur manet eadem: Cæterum ut basis primi ad altitudinem, ita altitudo ad minorem base secundi. Est enim



Vt B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2; ita eadem magnitudo ad D cubum 2, + D quadrato in F 2. At ipsa basis secundi similis est D in F + D quadratum, - B quadrato; hoc est, F quadratum in D, + D cubo, + D quadrato in F 2, - B quadrato in D. Utrique abdicatur F in D quadratum 2, & addatur B quadratum in D. Reliqua denique solida dividantur per D. Illic remanet D quadratum, + Z quadrato. Hic D quadratum, + F quadrato. Præstat autem per hypothesin F, ipsi Z. Est igitur altitudo proportionalis inter basim primi, & minorem base secundi. Itaque angulus quem subtendit basis secundi, major est eo quem subtendit perpendicularum primi. Angulus itaque effectus ab hypotenuse seu cruribus est obrusus. Quod faciendum erat.

FINIS NOTARUM PRIORUM.





FRANCISCI VIETÆ
ZETETICORVM
LIBER PRIMVS.

ZETETICVM I.

Data differentia duorum laterum, & adgregato eorumdem, invenire latera.

Sit data B differentia duorum laterum, & datum quoque D adgregatum eorumdem. Oportet invenire latera.
Latus minus esto A, majus igitur erit $A + B$. Adgregatum ideo laterum $A^2 + B$. At idem datum est D. Quare $A^2 + B$ æquatur D. Et per antithesim, A^2 æquabitur $D - B$, & omnibus subduplatis, A æquabitur $D^{\frac{1}{2}} - B^{\frac{1}{2}}$.

Vel, latus majus esto E. Minus igitur erit $E - B$. Adgregatum ideo laterum, $E^2 - B$. At idem datum est D. Quare $E^2 - B$ æquabitur D. & per antithesim, E æquabitur $D + B$, & omnibus subduplatis E æquabitur $D^{\frac{1}{2}} + B^{\frac{1}{2}}$.

Data igitur differentia duorum laterum & adgregato eorumdem, inveniuntur latera. Enimvero

Adgregatum dimidium laterum minus dimidia differentia æquale est lateri minori, plus eadem, majori.

Quod ipsum est quod arguit Zeteticus.

Sit B 40. D 100 A fit 30. E 70.

ZETETICVM II.

Data differentia duorum laterum, & ratione eorumdem, invenire latera.

Sit data B differentia duorum laterum, data quoque ratio minoris lateris ad majus, ut R ad S. Oportet invenire latera.

Latus minus esto A. Ergo latus majus erit $A + B$. Quare A ad $A + B$, est ut R ad S. Quo analogismo resolutio; S in A æquabitur R in A, + R in B. Et per translationem sub contraria adfectionis nota S in A, - R in A æquabitur R in B. & omnibus per $S - R$ divisus; $\frac{R \text{ in } B}{S - R}$ æquabitur A. unde est, ut $S - R$ ad R, ita B ad A.

Vel latus majus esto E. Ergo latus - erit $E - B$. Quare E ad $E - B$, est ut S ad R. Quo analogismo resolutio; R in E æquabitur S in E, - S in B. Et per translationem congruam S in E, - R in E æquabitur S in B. Unde est, ut $S - R$ ad S, ita B ad E.

Data igitur differentia duorum laterum, & ratione eorumdem, inveniuntur latera. Enimvero

Est ut differentia similium duorum laterum ad simile latus majus minusve, ita differentia laterum verorum ad latus verum majus minusve.

Sit B 12. R 2. S 3. fit A 24. E 36.

ZETE-

Data summa laterum, & ratione eorundem: invenire latera.

Sit data summa duorum laterum G, & ratio minoris ad majus ut R ad S. Oportet invenire latera.

Latus minus esto A. Ergo latus majus erit G—A. Quare est A ad G—A, ut R ad S. Quo analogismo resoluto S in A æquabitur R in G, —R in A. Et facta secundum artem translatione, S in A, + R in A æquabitur R in G. Vnde erit, ut S + R ad R, ita G ad A.

Vel, latus majus esto E. Ergo latus minus erit G—E. Quare ut E ad G—E, ita S ad R. Quo analogismo resoluto R in E æquatur S in G, —S in E. Et facta secundum artem translatione, S in E, + R in E æquabitur S in G. Vnde erit, ut S + R ad S, ita G ad E.

Data igitur summa duorum laterum & ratione eorundem: dantur latera. Est enim

Vt summa similium duorum laterum ad simile latus majus minusve, ita summa laterum verorum ad latus verum majus minusve.

Sit G 60. R 2. S 3. A erit 24. E 36.

ZETETICVM IV.

Datis duobus lateribus deficientibus à justo, una cum ratione defectuum: invenire latus justum.

Sint data duo latera deficientia à justo, primum B, secundum D: data quoque ratio defectus primi ad defectum secundi ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Defectus primi esto A. Ergo B + A erit latus justum. Quoniam autem est ut R ad S, ita A ad $\frac{S \text{ in } A}{R}$. Igitur $\frac{S \text{ in } A}{R}$ erit defectus secundi. Quare D + $\frac{S \text{ in } A}{R}$ erit quoque latus justum, & ideo D + $\frac{S \text{ in } A}{R}$ æquabitur B + A.

Omnia in R. Ergo D in R, + S in A æquabitur B in R, + A in R.

Et æqualitate ordinata D in R, = B in R æquabitur R in A, = S in A.

Vnde erit, ut R = S ad R, ita D = B ad A.

Vel, defectus secundi esto E. Ergo D + E erit latus justum. Quoniam autem est ut S ad R, ita E ad $\frac{R \text{ in } E}{S}$. Igitur $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit defectus primi. Quare B + $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit quoque latus justum, & ideo æquabitur D + E. Omnia in S.

Ergo B in S, + R in E æquabitur D in S, + S in E.

Et æqualitate ordinata D in S, = B in S, æquabitur R in E, = S in E.

Vnde erit, ut R = S ad S, ita D = B ad E.

Datis igitur duobus lateribus deficientibus à justo cum ratione defectuum: invenitur latus justum. Enimvero est

Vt differentia similium defectuum ad similem defectum lateris primi vel secundi, ita differentia laterum deficientium vera (qua & defectuum) ad defectum verum lateris primi vel secundi. Quo defectu congruenter restituito lateri deficienti, fit latus justum.

Sit B 76. D 4. R 1. S 4. A sit 24. E 96.

A L I T E R.

Datis duobus lateribus deficientibus à justo, una cum ratione defectuum; invenire latus justum.

Sint rursus duo latera deficientia à justo, primum B, secundum D: data quoque ratio defectus primi ad defectum secundi ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Esto illud A. Ergo A—B erit defectus primi & A—D defectus secundi. Quare ut A—B ad A—D, sic R ad S. Quo analogismo resoluto R in A, —R in D æquabitur

bitur S in A, — S in B. Factaque secundum artem translatione, S in A = R in A, æquabitur S in B = R in D. Itaque $\frac{s \text{ in } B}{s} = \frac{R \text{ in } D}{R}$ æquabitur A.

Datis igitur duobus lateribus deficientibus à vero una cum ratione defectuum, invenitur latus justum. Enimvero

Cum differentia inter rectangulum sub primo latere deficiente & simili defectu secundi, & rectangulum sub secundo latere deficiente & simili defectu primi applicabitur ad differentiam similium defectuum, orietur latus justum de quo queritur.

Sit B 76. D 4. R 1. S 4. A fit 100.

Z E T E T I C V M V.

Datis duobus lateribus excedentibus justum, una cum ratione excessuum: invenire latus justum.

Sint data duo latera excedentia justum, primum B, secundum D: data quoque ratio excessus primi ad excessum secundi ut R ad S. Oportet invenire latus justum. Excessus primi esto A. Ergo B — A erit latus justum. Quoniam autem est ut R ad S, ita A ad $\frac{s \text{ in } A}{R}$ Ergo $\frac{s \text{ in } A}{R}$ erit excessus secundi. Quare D, — $\frac{s \text{ in } A}{R}$ erit quoque latus justum, & ideo æquabitur B — A. Omnia in R. Ergo D in R — S in A, æquabitur B in R, — R in A. Et æqualitate ordinata D in R = B in R, æquabitur S in A = R in A.

Vnde erit, ut S = R ad R, ita D = B ad A.

Vel excessus secundi esto E. Ergo D — E erit latus justum. Quoniam autem est, ut S ad R, ita E ad $\frac{R \text{ in } E}{S}$. Ergo $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit excessus primi. Quare B — $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit quoque latus justum, & ideo æquabitur D — E. Omnia ducantur in S. Ergo B in S — R in E, æquabitur D in S, — S in E. Et æqualitate ordinata D in S = B in S, æquabitur S in E = R in E.

Vnde erit, ut S = R ad S, ita D = B ad E.

Datis igitur duobus lateribus excedentibus justum una cum ratione excessuum: invenitur latus justum. Enimvero est

Vt differentia similium excessuum ad similem excessum lateris primi vel secundi, ita differentia excedentium vera (qua & excessum) ad excessum verum primi vel secundi. Quo congruenter ablato à latere excedente, fit latus justum.

Sit B 60. D 40. S 3. R 1. fit A 40. E 120.

A L I T E R.

Datis duobus lateribus excedentibus justum, una cum ratione excessuum: invenire latus justum.

Sint rursus data duo latera excedentia justum, primum B, secundum D: data quoque ratio excessus primi ad excessum secundi ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Esto illud A. Ergo B — A erit excessus primi & D — A excessus secundi. Quare ut B — A ad D — A, ita R ad S. Quo analogismo resoluto, R in D — R in A, æquabitur S in B — S in A. Factaque secundum artem translatione, S in A = R in A, æquabitur S in B = R in D. Itaque $\frac{s \text{ in } B}{s} = \frac{R \text{ in } D}{R}$ æquabitur A.

Datis igitur duobus lateribus excedentibus justum una cum ratione excessuum: invenitur latus justum. Enimvero

Cum differentia inter rectangulum sub primo latere excedente & simili excessu secundi & rectangulum sub secundo latere excedente & simili excessu primi applicabitur ad differentiam similium excessuum, orietur latus justum.

Sit B 60. D 40. S 3. R 1. A fit 20.

ZETETICVM VI.

Datis duobus lateribus uno deficiente à justo, altero justum excedente, una cum ratione defectus ad excessum: invenire latus justum.

Sint data duo latera, unum B deficiens à justo, alterum D excedens: data quoque ratio defectus ad excessum ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Defectus esto A. Ergo latus justum erit $B + A$. Quoniam autem est ut R ad S, ita A ad $\frac{R \text{ in } A}{S}$. Ergo $\frac{S \text{ in } A}{R}$ erit excessus. Quare $D - \frac{S \text{ in } A}{R}$ erit quoque latus justum, & ideo æquatur $B + A$. Omnia in R. Ergo D in R — S in A, æquabitur B in R, + R in A. Et æqualitate ordinata R in A + S in A, æquabitur D in R, — B in R.

Vnde erit, ut $S + R$ ad R ita $D - B$ ad A.

Vel excessus esto E. Ergo latus justum erit $D - E$. Quoniam autem est ut S ad R, ita E ad $\frac{R \text{ in } R}{S}$. Ergo $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit defectus. Quare $B + \frac{R \text{ in } E}{S}$ erit quoque latus justum, & ideo æquatur $D - E$. Omnia in S. Ergo B in S, + R in E, æquabitur D in S, — S in E. Et æqualitate ordinata R in E, + S in E, æquabitur D in S, — B in S.

Vnde erit, ut $S - R$ ad S, ita $D - B$ ad E.

Datis igitur duobus lateribus uno deficiente à justo altero justum excedente, una cum ratione defectus ad excessum: invenitur latus justum. Enimvero est

Vt adgregatum similis defectus & similis excessus ad similem defectum vel excessum, ita differentia deficientis & excedentis vera (qua summa est veri defectus & excessus) ad defectum vel excessum verum. Itaque restituto defectu lateri deficienti, vel amputato excessu à latere excedente, fit latus justum.

Sit B 60 D 180 R 1 S 5 A fit 20 E 100.

A L I T E R.

Datis duobus lateribus uno deficiente à justo, altero justum excedente, una cum ratione defectus ad excessum: invenire latus justum.

Sint rursus data duo latera, unum B deficiens à justo, alterum D excedens justum: data quoque ratio defectus ad excessum ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Esto illud A. Ergo $A - B$ erit defectus. Et $D - A$ erit excessus. Quare est ut $A - B$ ad $D - A$, ita R ad S. Quo analogismo resoluta, R in $D - R$ in A, æquatur S in $A - S$ in B. Factaque secundum artem translatione, S in A + R in A, æquatur R in D, + S in B. Itaque $\frac{R \text{ in } D + S \text{ in } B}{S + R}$ æquabitur A.

Datis igitur duobus lateribus uno deficiente à justo, altero justum excedente, una cum ratione defectus ad excessum: invenitur latus justum. Enimvero

Cum adgregatum factum ex simili defectu in latus excedens, & facti ex simili excessu in latus deficiens, applicabitur ad adgregatum similium excessus & defectus, orietur latus justum.

Sit B 60 D 180 R 1 S 5 A fit 80.

ZETETICVM VII.

Datum latus ita secare, ut præfinitæ uncix unius segmenti, adjunctæ præfinitis uncis alterius: æquent summam præscriptam.

Sit datum B latus ita secandum in duo segmenta, ut cum portio primi segmenti se habens ad assen, id est, ad ipsum primum segmentum ut D ad B; adjecta portioni secundi segmenti se habentis ad assen, id est, ad ipsum segmentum ut F ad B: faciat H. Portio à primo segmento præstanda ut faciat H, esto A. Portio igitur à secundo contribuenta erit $H - A$. Et quoniam est ut D ad B, ita A ad $\frac{B \text{ in } A}{D}$, ideo $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit as primi segmenti. Et quoniam est ut F ad B, ita $H - A$ ad $\frac{B \text{ in } H}{F}$; ideo $\frac{B \text{ in } H}{F}$ erit as secundi segmenti: quæ duo segmenta æquantur toti lateri dispescendo. Ergo $\frac{B \text{ in } A}{D} + \frac{B \text{ in } H}{F} = B \text{ in } A$.

F 3

$\frac{B \text{ in } E, \frac{B \text{ in } A}{F}}{F}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata, omnibus videlicet per D in F ductis & abs B divisus, adhibitaque congrua translatione, siquidem D majores sint unciæ quam F, $\frac{H \text{ in } D, \frac{F \text{ in } D}{F}}{D}$ æquabitur A. Unde erit ut D — F ad H — F, ita D ad A.

Vel portio à secundo segmento præstanda ut faciat H, esto E. Portio igitur à primo contribuenda erit H — E. Et quoniam est ut F ad B, ita E ad $\frac{B \text{ in } E}{F}$: ideo $\frac{B \text{ in } E}{F}$ erit as secundi segmenti. Et quoniam est ut D ad B, ita H — E ad $\frac{B \text{ in } E, \frac{B \text{ in } E}{D}}{D}$: ideo $\frac{B \text{ in } E, \frac{B \text{ in } E}{D}}{D}$ erit as primi segmenti: quæ duo segmenta æquantur toti lateri dispendendo.

Ergo $\frac{B \text{ in } E}{F} + \frac{B \text{ in } E, \frac{B \text{ in } E}{D}}{D}$ æquabitur B.

Qua æqualitate ordinata, omnibus videlicet per F in D ductis & abs B divisus, adhibitaque congrua translatione, eo ipso casu quo D intelligantur unciæ majores quam F, $\frac{D \text{ in } F, \frac{H \text{ in } F}{F}}{D}$ æquabitur E. Unde erit ut D — F ad D — H, ita F ad E.

Datis autem unciis præstitutorum segmentorum, dabuntur asses seu ipsa segmenta. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit primum segmentum, & $\frac{B \text{ in } E}{F}$ secundum.

Datum igitur latus ita secatur, ut præfinitæ unciæ unius segmenti cum præfinitis unciis alterius, æquent summam præscriptam. Enimvero

Secundo latere dato ut assis ad similitudinem unciarum præstandarum à segmentis.

Fit,

Vt similes unciæ præstanda à primo segmento (siquidem majores unciæ præstat illud primum quam secundum) minus similibus unciis præstandis à secundo ad summam præstationum præscriptam minus similibus unciis præstandis à secundo segmento, ita similes unciæ præstanda à primo ad portionem veram à primo præstandam.

Vel,

Vt similes unciæ præstanda à primo segmento minus similibus unciis præstandis à secundo ad similes unciæ præstandas à primo segmento minus summa præstationum præscripta, ita similes unciæ præstanda à secundo ad portionem veram à secundo præstandam.

Sit B 60 D 20 F 12 H 14 composita ex A & E. Fit A 5 E 9.

Apparet autem eandem H summam præstationum præscribi oportere, ut media sit inter D & F. Illa scilicet minorem, hac majorem.

Vt hic 14 est minor 20, sed major 12.

Z E T E T I C V M VIII.

Datum latus ita secare, ut præfinitæ unciæ primi segmenti, multatæ præfinitis unciis secundi segmenti: æquent differentiam præscriptam.

Sit datum B latus secundum in duo segmenta, ut cum portio primi segmenti se habens ad assen, hoc est, ad ipsum segmentum ut D ad B; multabitur portione secundi segmenti se habente ad assen, hoc est, ad ipsum segmentum secundum ut F ad B: faciat H. Sane alia sectio continget, si majores unciæ exigantur à primo segmento, penes quod proponitur excessus, quam si minores. Attamen utroque casu idem opus sit. Sint igitur D majores, minoresve unciæ, quam B. Et portio à primo segmento præstanda, esto A. Portio igitur exigenda à secundo erit A — H. Et quoniam est ut D ad B, ita A ad $\frac{B \text{ in } A}{D}$: erit $\frac{B \text{ in } A}{D}$ primum segmentum. Æque, cum sit ut F ad B, ita A — H ad $\frac{B \text{ in } A, \frac{B \text{ in } E}{F}}{F}$: erit $\frac{B \text{ in } A, \frac{B \text{ in } E}{F}}{F}$ secundum. Quæ duo segmenta æquantur toti lateri dispendendo.

Ergo $\frac{B \text{ in } A}{D} + \frac{B \text{ in } A, \frac{B \text{ in } E}{F}}{F}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata $\frac{D \text{ in } F, \frac{D \text{ in } E}{D+F}}{D+F}$ æquabitur A.

Vnde erit ut D + F ad F + H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda sit A — H: ideo relinquetur ea cum subducatur H abs $\frac{D \text{ in } F, \frac{D \text{ in } E}{D+F}}$. Sit igitur illa E. Ergo $\frac{D \text{ in } F, \frac{D \text{ in } E}{D+F}}{D+F}$ æquabitur E.

Vnde

Vnde erit ut $D + F$ ad $D - H$, ita F ad E .

Datis autem unciis præstitutorum segmentorum, dabuntur asses seu ipsa segmenta. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit primum segmentum, & $\frac{B \text{ in } E}{F}$ secundum.

Datum igitur latus ita secatur, ut præfinitæ unciz primi segmenti, multatæ præfinitis unciis secundi, æquent differentiam præscriptam. Enimvero

Secito latere dato ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à segmentis.

Fit,

Vt similes uncia præstanda tam à primo segmento quam secundo ad differentiam præstationum præscriptam plus similibus unciis præstandis à secundo, ita similes uncia præstanda à primo ad veras uncias præstandas à primo.

Vel;

Vt similes uncia præstanda tam à primo segmento quam secundo ad similes uncias præstandas à primo minus differentia præstationum præscripta, ita similes uncia præstanda à secundo ad veras uncias præstandas à secundo.

Sit B 84 D 28 F 21 H 7 fit A 16 E 9.

Apparet autem talem H differentiam præstationum præscribi oportere, ut minor sit unciis D præstandis à primo segmento, penes quod proponitur excessus, sive ille sint majores sive minores præstandis à secundo segmento.

Vt in posteriore casu 7 est minor 21.

Z E T E T I C V M IX.

Invenire duo latera, quorum differentia sit ea quæ præscribitur, & præterea præfinitæ unciz lateris unius, adjectæ præfinitis unciis alterius, æquabunt summam præscriptam.

Sit data B differentia duorum laterum, quorum primi portio se habens ad assem, hoc est, ad ipsum latus primum ut D ad B ; adjecta portioni minoris se habenti ad assem, hoc est, ad ipsum latus secundum ut F ad B , faciat H . Oporteat invenire duo illa latera.

Aut primum latus intelligitur majus, vel minus. Primo casu intelligitor majus, & ideo portio quam contribuit primum latus, idemque majus, esto A . Portio igitur quam contribuit latus secundum, idemque minus, erit $H - A$. Et quoniam est ut D ad B , ita A ad $\frac{B \text{ in } A}{D}$; erit $\frac{B \text{ in } A}{D}$ latus majus. Et quoniam est ut F ad B , ita $H - A$ ad $\frac{B \text{ in } E}{F}$; erit $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus minus. Quare $\frac{B \text{ in } A}{D} - \frac{B \text{ in } E}{F} = \frac{B \text{ in } A}{D} - \frac{B \text{ in } E}{F}$ æquabitur B . Et æqualitate ordinata; $\frac{D \text{ in } F + D \text{ in } E}{F + D}$ æquabitur A .

Vnde erit $F + D$ ad $F + H$, ita D ad A .

Porro cum portio à secundo præstanda sit $H - A$: ideo relinquetur ea cum abs H subducetur $\frac{D \text{ in } F + H \text{ in } D}{F + D}$.

Sit igitur illa E . Ergo $\frac{H \text{ in } F - D \text{ in } F}{F + D}$ æquabitur E .

Vnde erit ut $F + D$ ad $H - D$, ita F ad E .

Secundo casu primum segmentum intelligitor minus. Ergo secundum segmentum erit majus. Portio itaque à secundo præstanda rursus esto E . Portio igitur quam contribuit primum, idemque minus, erit $H - E$. Et quoniam est ut F ad B , ita E ad $\frac{B \text{ in } E}{F}$; erit $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus secundum, idemque majus. Æque quoniam est ut D ad B , ita $H - E$ ad $\frac{B \text{ in } A}{D}$; erit $\frac{B \text{ in } A}{D}$ latus primum, idemque minus. Quare $\frac{B \text{ in } E}{F} - \frac{B \text{ in } A}{D} = \frac{B \text{ in } E}{F} - \frac{B \text{ in } A}{D}$ æquabitur B , & æqualitate ordinata $\frac{F \text{ in } H + F \text{ in } D}{D + F}$ æquabitur E .

Vnde erit ut $D + F$ ad $H + D$, ita F ad E .

Porro cum portio à primo præstanda sit $H - E$: ideo relinquetur ea cum abs H subducetur $\frac{F \text{ in } H + F \text{ in } D}{D + F}$.

Sit igitur illa A . Ergo $\frac{H \text{ in } D - F \text{ in } D}{F + D}$ æquabitur A ,

Vnde erit ut $F + D$ ad $H - F$, ita D ad A .

Datis

Datis autem unciis laterum dabuntur asses, seu ipsa latera. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit latus primum, $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus secundum.

Inveniuntur ergo duo latera, quorum differentia sit quæ præscribitur & præterea præfinitæ uncia lateris unius, adjectæ præfinitis unciis alterius: æquabunt summam præscriptam. Enimvero

Secunda laterum de quibus queritur differentia ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à lateribus.

Fit,

Vt similes uncia præstanda tam à majore quam minore latere ad summam præstationum præscriptam plus similibus unciis lateris minoris, ita similes uncia majoris ad uncias veras à majore latere præstandas.

Vel,

Vt similes uncia præstanda tam à majore quam minore latere ad summam præstationum præscriptam minus similibus unciis lateris majoris, ita similes uncia minoris ad veras uncias à minore latere præstandas.

Sit B 84 D 28 F 21 H 98 A fit 68 E 30.

Apparet autem talem summam præstationum præscribi oportere, ut ea major sit D, unciis similibus præstandis à majore segmento.

Vt 98 major est 28.

Z E T E T I C V M X.

Invenire duo latera, quorum differentia sit ea quæ præscribitur, & præterea præfinitæ uncia primi, multatæ præfinitis unciis secundi, æquent differentiam quoque inter eas datam.

Sit data B differentia duorum laterum, quorum primi portio se habens ad assem, hoc est, ad ipsum latus primum, ut D ad B, cum multabitur portione secundi se habente ad assem, hoc est, ad ipsum latus secundum, ut F ad B, faciat H, Oportet invenire duo illa latera.

Aut primum latus intelligitur majus duorum, vel minus. Sive autem ab eo exigantur uncia majores sive minores quam à secundo, idem fere opus fit.

Sint igitur D majores minoresve uncia à primo præstandæ. Verum primo casu primum illud latus à quo præstandæ uncia multam patiuntur sit majus duorum. Et portio sui præstanda esto A. Portio igitur à secundo præstanda erit A — H, ut sit præstationum illarum differentia H, cum existat excessus penes primum. Et erit latus primum $\frac{B \text{ in } A}{D}$, secundum $\frac{B \text{ in } A}{F} - \frac{B \text{ in } H}{F}$. Itaque $\frac{B \text{ in } A}{D} - \frac{B \text{ in } A}{F} - \frac{B \text{ in } H}{F}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata, siquidem F sunt majores uncia quam D, $\frac{F \text{ in } D}{F} - \frac{H \text{ in } D}{F}$ æquabitur A. Vnde erit ut F — D ad F — H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda sit A — H. Ideo relinquetur, cum abs $\frac{F \text{ in } D}{F} - \frac{H \text{ in } D}{F}$ auferetur H. Sit igitur illa E. Ergo $\frac{F \text{ in } D}{F} - \frac{F \text{ in } H}{F}$ æquabitur E. Vnde erit ut F — D ad D — H, ita F ad E.

Quod si è contra D majores sint uncia quam F. Erit ut D — F ad H — F, ita D ad A. Et ut D — F ad H — D, ita F ad E.

Secundo casu latus primum esto minus duorum & portio sui præstanda esto rursus A. Portio igitur à secundo præstanda eoque majore erit A — H. Et erit latus primum $\frac{B \text{ in } A}{D}$, secundum $\frac{B \text{ in } A}{F} - \frac{B \text{ in } H}{F}$. Itaque $\frac{B \text{ in } A}{D} - \frac{B \text{ in } A}{F} - \frac{B \text{ in } H}{F}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata $\frac{F \text{ in } D}{D} + \frac{H \text{ in } D}{F}$ æquatur A. Vnde erit ut D — F ad F + H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda eoque majore sit A — H, ideo relinquetur illa cum abs $\frac{F \text{ in } D}{D} + \frac{H \text{ in } D}{F}$ subducetur H. Sit igitur illa E. Ergo $\frac{D \text{ in } F}{D} + \frac{H \text{ in } F}{F}$ æquabitur E. Vnde erit ut D — F ad D + H, ita F ad E.

Series

Series autem operis demonstrat hoc secundo casu majores uncias exigendas esse à primo quam à secundo.

Porro datis unciis quæstorum laterum, dabuntur asses ipsave latera. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit latus primum, & $\frac{B \text{ in } A}{D}$ latus secundum.

Inveniuntur ergo duo latera, quorum differentia sit quæ præscribitur, & præterea præfinitæ uncia primæ, multatæ præfinitis unciis secundæ, æquent differentiam quoque inter eas datam. Enimvero

Secunda laterum de quibus queritur differentia ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à lateribus, siquidem primum sit majus duorum laterum, majoresque ab eo exigantur uncia.

Fict,

Vt similes uncia à primo præstanda minus similibus unciis præstandis à secundo ad differentiam præstationum præscriptam minus similibus unciis præstandis à secundo, ita similes uncia præstanda à primo ad uncias veras ab eodem primo præstandas.

Vel,

Vt similes uncia à primo præstanda minus similibus unciis à secundo præstandis ad differentiam præstationum præscriptam minus similibus unciis à primo præstandis, ita similes uncia præstanda à secundo ad uncias veras à secundo præstandas.

Quod si à primo illo majore minores exigantur uncia quam à secundo minore, eadem vigent analogia facta negationum inversione.

Cum vero primum illud latus cujus uncia præfinita multam patiuntur est minus quæstorum, & majores ab eo semper exiguntur uncia.

Fit,

Vt similes uncia à primo præstanda minus similibus unciis à secundo præstandis ad similes uncias præstandas à secundo plus differentia præstationum præscripta, ita similes uncia à primo præstanda ad veras uncias ab eodem primo præstandas.

Vel,

Vt similes uncia à primo præstanda minus similibus unciis à secundo præstandis ad similes uncias à primo præstandas plus differentia præstationum præscripta, ita similes uncia à secundo præstanda ad uncias veras à secundo præstandas.

Denique tres sunt Casus.

Primus est cum latus primum, seu cujus uncia multam patiuntur, est majus duorum, majoresque ab eo exiguntur uncia.

Secundus cum latus idem remanet majus, & minores ab eo exiguntur uncia.

Tertius cum latus illud primum est minus duorum, & majores exiguntur uncia. Neque enim possunt exigi minores.

Primo casu oportet talem præscribi H, ut major sit unciis similibus primi segmenti & consequenter major quoque F unciis similibus secundi segmenti.

Secundo casu minorem esse oportet ipsis D vel F.

Tertio casu H minor est vel major ipsis D vel F. Itaque potest is tertius casus concurrere sive cum primo, sive cum secundo.

I.

Sit B 12 differentia duorum laterum. D 4. F 3. H 9 differentia qua A præstat ipsi F.

Quoniam H major est sive ipsa D, sive ipsa F.

Aut $\frac{B \text{ in } A}{D}$ intelligitur latus majus, aut minus.

G

t. Si

1. Si majus. A fit 24. E 15.

Et $\frac{B \text{ in } A}{D}$ est 72. latus primum & majus. $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 60 latus secundum & minus. Et horum differentia est B praescripta.

2. Sin $\frac{B \text{ in } A}{D}$ intelligitur latus minus, A fit 48. E 39. Et $\frac{B \text{ in } A}{D}$ est 144. $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 156. Et horum differentia est B praescripta.

I I.

1 Rursus fit B 48 differentia duorum laterum. D 16. F 12. H 10. differentia qua A praestat ipsi D.

Quoniam H minor est sive ipsa D, sive ipsa F. D vero major est ipsa F, necessario $\frac{B \text{ in } A}{D}$ est latus minus, & $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus majus. Et fit A 88. E 78. Et $\frac{B \text{ in } A}{D}$ fit 264. $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 312. Et horum differentia est B praescripta.

2 Aut fit D 12. F 16. manente B 48, H 10, necessario $\frac{B \text{ in } A}{D}$ est latus majus. Et fit A 18. E 8. Et $\frac{B \text{ in } A}{D}$ 72. Et $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 24. Et horum differentia est B praescripta.

L I B E R S E C U N D U S.

Z E T E T I C V M I.



Dato rectangulo sub lateribus, & ratione laterum, invenire latera.

Vox pluralis simpliciter prolata, duorum numero contenta est.

Sit igitur datum B planum, rectangulum sub lateribus duobus, quorum majoris ad minus ratio quoque data sit, ut S ad R. Oportet invenire latera.

Latus majus esto A. Quoniam igitur est ut S ad R, ita A ad $\frac{R \text{ in } A}{S}$: ideo $\frac{R \text{ in } A}{S}$ erit latus minus. Planum itaque quod fit sub lateribus, erit $\frac{R \text{ in } A \text{ in } A}{S \text{ quadr.}}$ & ideo æquale dato B plano. Omnia ducantur in S. Ergo R in A quadr. æquatur S in B planum. Itaque revocata ad analogismum æqualitate, est ut R ad S, ita B planum ad A quadratum.

Aliter latus minus esto E. Quoniam igitur est ut R ad S, ita E ad $\frac{S \text{ in } E}{R}$: ideo $\frac{S \text{ in } E}{R}$ erit latus majus. Rectangulum itaque sub lateribus, erit $\frac{S \text{ in } E \text{ in } E}{R \text{ quadr.}}$ æquale consequenter B plano. Omnia ducantur per R. Ergo S in E quadr. æquatur R in B planum. Itaque revocata ad analogismum æqualitate, est ut S ad R, ita B planum ad E quadratum.

Dato igitur plano quod fit sub lateribus, una cum ratione laterum, inveniuntur latera.

Enimvero est,

Vt simile latus primum ad simile latus secundum majus minusve, ita rectangulum sub lateribus ad quadratum à latere secundo majore minoreve.

Sit B planum 20. R 1. S 5. A 1 N, 1 Q æquatur 100. Vel sit E. 1 N. 1 Q æquatur 4.

Z E T E T I C V M I I.

Dato rectangulo sub lateribus, & adgregato quadratorum, inveniuntur latera.

Enimvero,

Duplum planum sub lateribus; adjectum quidem adgregato quadratorum, æquatur quadrato summa laterum. Ablatum vero, quadrato differentia.

Vt apparet ex genesi quadrati. Data autem differentia duorum laterum & eorum summa, dantur latera.

Sit 20. Rectangulum sub lateribus à quibus adgregata quadrata faciunt 104. Summa laterum esto 1 N, 1 Q æquatur 144. Vel differentia esto 1 N, 1 Q æquatur 64.

Z E T E -

Z E T E T I C V M III.

Dato rectangulo sub lateribus, & differentia laterum: inveniuntur latera.

Enimvero quadratum differentia laterum, adjunctum quadruplo rectangulo sub lateribus: aequatur quadrato adgregati laterum.

Jam enim ordinatum est, Quadratum adgregati laterum, minus quadrato differentia, aequari quadruplo rectangulo sub lateribus: adeo ut sola fuerit opus antithesi. Data porro differentia duorum laterum & eorum summa, dantur latera.

Sit 10. Rectangulum sub duobus lateribus quorum differentia est 8. Summa laterum esto 1N. IQ aequatur 144.

Z E T E T I C V M IV.

Dato rectangulo sub lateribus, & adgregato laterum: inveniuntur latera.

Enimvero quadratum adgregati laterum, minus quadruplo rectangulo sub lateribus: aequatur quadrato differentia laterum.

Vt rursus ex proxime repetita ordinatione licet inferre per antithesin.

Sit 20. Rectangulum sub duobus lateribus quorum summa est 12. Differentia laterum esto 1N. IQ aequatur 64.

Z E T E T I C V M V.

Data differentia laterum, & adgregato quadratorum: inveniuntur latera.

Enimvero duplum adgregatum quadratorum, minus quadrato differentia laterum: aequatur quadrato adgregati laterum.

Jam enim ordinatum est quadratum adgregati laterum plus quadrato differentia, aequari duplo adgregato quadratorum, adeo ut sola fuerit opus antithesi.

Sit differentia laterum 8. Adgregatum quadratorum 104. Summa laterum esto 1N. IQ aequatur 144.

Z E T E T I C V M VI.

Dato adgregato laterum, & adgregato quadratorum: inveniuntur latera.

Enimvero duplum adgregatum quadratorum, minus quadrato adgregati laterum: aequatur quadrato differentia laterum.

Vt rursus ex proxime repetita ordinatione licet inferre per antithesin.

Sit adgregatum laterum 12. Quadratorum 104. Differentia laterum esto 1N. IQ aequatur 64.

Z E T E T I C V M VII.

Data differentia laterum, & differentia quadratorum: inveniuntur latera.

Enimvero cum differentia quadratorum, adplicabitur ad differentiam laterum: Orietur summa laterum.

Jam enim ordinatum est differentiam laterum, cum ducitur in adgregatum laterum, facere differentiam quadratorum. At adplicatio restitutio est operis quod efficit multiplicatio.

Sit differentia laterum 8. Quadratorum 96. Summa laterum sit 12. Itaq; latus majus est 10. minus 2.

Data summa laterum, & differentia quadratorum, inveniuntur latera.

Enimvero

Cum differentia quadratorum, applicabitur ad summam laterum orietur differentia laterum.

Vt ex antecedente nota fit perspicuum.

Sit summa laterum 12. Differentia quadratorum 96. Differentia laterum sit 8, ideoque latus majus est 10. minus 2.

Z E T E T I C V M IX.

Dato rectangulo sub lateribus, & differentia quadratorum, invenire latera.

Sit datum B planum, rectangulum sub lateribus. Datum quoque D planum, differentia quadratorum. Oportet invenire latera. Adgregatum quadratorum esto A planum. Quadratum igitur summæ laterum, erit A planum, + B plano 2: differentiæ vero, A planum, — B plano 2. Summa autem laterum ducta in differentiam, facit differentiam quadratorum. Quare quadratum summæ laterum ductum in quadratum differentiæ, faciet differentiam quadratorum ductam in se. Itaque A plano-planum, — B plano-plano 4, æquabitur D plano-plano. Et ordinando æquationem, A plano-planum æquabitur D plano-plano, + B plano-plano 4. Porro dato adgregato quadratorum, & eorum differentia, vel sub lateribus rectangulo, dantur latera.

Dato igitur rectangulo sub lateribus, & differentia quadratorum, dantur latera.

Enimvero

Quadratum abs differentia quadratorum, adjunctum quadrato dupli rectanguli, æquale est quadrato adgregati quadratorum.

Sit B planum 20. D planum 96. A planum 12. 12 æquatur 10816.

Z E T E T I C V M X.

Dato plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus, tum quadratis singulorum laterum, datoque è lateribus uno, invenire latus reliquum.

Sit datum B planum, constans rectangulo sub lateribus & quadratis singulorum laterum, & præterea sit datum D, unum ex illis lateribus, Oportet invenire latus reliquum.

Latus de quo quæritur adjectum lateri dimidio dato, esto A. Latus igitur justum de quo quæritur erit $A - D\frac{1}{2}$. Et ejus quadratum est, A quadratum, — D in A, + D quadrato $\frac{1}{4}$. Quadratum vero dati est D quadratum, quæ duo quadrata addita rectangulo sub lateribus, æquantur B plano, secundum ea quæ proponuntur. Rectangulum autem sub lateribus est D in A, — D quadrato $\frac{1}{2}$. Quare A quadratum, + D quadrato $\frac{1}{4}$ æquabitur B plano, & ordinando æquationem, A quadratum æquabitur B plano, — D quadrato $\frac{1}{4}$.

Dato igitur plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus, tum quadratis singulorum laterum, datoque è lateribus uno, invenitur latus reliquum.

Enimvero

Planum constans rectangulo sub lateribus & quadratis singulorum laterum, multatum dodrante quadrati lateris dati, æquale est quadrato lateris compositi, ex quasito latere & dimidio dati.

Sit B planum 124. D 2. A 12. 12 æq. 121. Itaque $\sqrt{121-1}$, est latus quasitum.

Vel sit B planum 124. D 10. A 12. 12 æquatur 49. Itaque $\sqrt{49-5}$, est latus quasitum.

Z E T E T I C V M XI.

Dato plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus, tum quadratis singulorum laterum, dataque laterum illorum summa, discernere latera.

Sit datum B planum, constans rectangulo sub lateribus, & quadratis singulorum laterum,

terum, & præterea sit data G, summa illorum laterum. Oportet discernere latera.

Rectangulum sub lateribus, esto A planum. Quoniam igitur quadratum summæ laterum æquatur quadratis singulorum laterum, plus duplo rectangulo. Consequenter G quadratum æquabitur B plano, + A plano. Et ordinando æquationem, G quadratum, — B plano æquabitur A plano.

Data autem summa laterum, & rectangulo sub lateribus, dantur latera.

Dato igitur plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus tum quadratis singulorum laterum, ac insuper data laterum illorum summa, discernuntur latera. Enimvero

Quadratum summæ, multatum composito illo plano, relinquit rectangulum sub lateribus.

Sit B planum 124. G 12. A planum sit 20. Itaque quadratum differentia laterum erit 64. & ideo 12 + $\sqrt{64}$ sit duplum lateris majoris. Et 12 — $\sqrt{64}$ duplum lateris minoris.

Z E T E T I C V M XII.

Dato plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus, tum quadratis singulorum laterum, datoque rectangulo illo, discernuntur latera.

Enimvero

Compositum illud planum, adjectum rectangulo, æquabitur quadrato summæ laterum.

Per illud ipsum quod superiore Zeterico inventum est & ordinatum.

Sit 124 planum constans rectangulo sub lateribus & quadratis singulorum laterum. Rectangulum autem ipsum 20. Summa laterum 1 N, 1 Q æquatur 144 à quo dum demetur quadruplum ipsum 20, relinquetur 64 quadratum differentia. Itaque $\sqrt{144}$ + $\sqrt{64}$ sit duplum lateris majoris. $\sqrt{144}$ — $\sqrt{64}$ duplum lateris minoris.

Z E T E T I C V M XIII.

Dato adgregato quadratorum, & differentia eorundem, invenire latera.

Sit datum adgregatum quadratorum, D planum, & differentia eorundem, B planum. Oportet invenire latera.

Duplum igitur quadratum majoris, erit D planum, + B plano. Iuxta doctrinam in lateribus jam ordinatam. Dato autem duplo datur simplum, & datis quadratis, datur quadratorum latera.

Neque vero nova opus est ordinatione, quando quæ de lateribus adnotantur, ad alias quascumque simplices magnitudines trahi posse, vix exemplificandum fuit.

Sit D planum 104, B planum 96, Latus majus 1 N, 1 Q æquatur 100. Sit Latus minus 1 N, 1 Q æquatur 4.

Z E T E T I C V M XIV.

Data differentia cuborum, & adgregato eorundem, invenire latera.

Sit data differentia cuborum, B solidum. Datum quoque adgregatum eorundem, D solidum. Oportet invenire latera.

Duplus igitur cubus majoris lateris, erit D solidum, + B solido. Duplus cubus minoris, D solidum, — B solido. Iuxta doctrinam in lateribus jam ordinatam, & in quadratis rursus exemplificatam, ubi ad cujuscumque generis magnitudines trahi, monuimus. Dato autem duplo datur simplum, & datis cubis dantur radices, ut Zeteticum hoc vix suo sit dignum nomine.

Sit B solidum 316. D solidum 370. Latus majus 1 N, 1 C æquatur 343. Sit Latus minus 1 N, 1 C æquatur 27.

Z E T E T I C V M XV.

Data differentia cuborum, & rectangulo sub lateribus, inveniuntur latera.

G 3

Enim-

Enimvero quadratum differentia cuborum, plus rectanguli sub lateribus quadruplo cubo: aequatur quadrato adgregati cuborum.

Iam enim ordinatum est, quadratum adgregati cuborum minus quadrato differentiz: æquari quadruplo cubo rectanguli. Vt sola fuerit opus antithesi.

Sit differentia Cuborum 316. Rectangulum sub lateribus 21. Adgregatum Cuborum 1 N, 1 Q aequatur 136900.

Duplus ideo Cubus major $\sqrt{136900 + 316}$.

Duplus minor $\sqrt{136900 - 316}$.

Z E T E T I C V M XVI.

Dato adgregato cuborum, & rectangulo sub lateribus: inveniuntur latera. Enimvero,

Quadratum adgregati cuborum, minus quadruplo cubo rectanguli sub lateribus: aequatur quadrato differentia cuborum.

Vt rursus ex proxime repetita ordinatione licet inferre per antithesin.

Sit adgregatum cuborum 370. Rectangulum sub lateribus 21. Differentia cuborum 1 N, 1 Q aequatur 99256.

Z E T E T I C V M XVII.

Data differentia laterum, & differentia cuborum: invenire latera.

Sit data B, differentia laterum. Differentia vero cuborum, D solidum. Oportet invenire latera.

Summa laterum esto E, ergo $E + B$ erit duplum lateris majoris, & $E - B$ erit duplum lateris minoris. Differentia autem cuborum illorum, est; B in E quadratum 6; + B cubo 2, æqualis consequenter D solido 8. Quare $\frac{D \text{ sol. } 8, - B \text{ cubo.}}{B}$ æquatur E quadrato.

Dati autem quadrati datur latus, & data differentia laterum & eorumdem summa, dantur latera.

Data igitur differentia laterum, & differentia cuborum: invenitur summa laterum. Enimvero,

Differentia cuborum quadrupla, minus cubo differentia laterum, si adplicetur ad triplum differentia laterum: oritur quadratum adgregati laterum.

Sit B 6, D solidum 504, summa laterum 1 N, 1 Q aequatur 100.

Z E T E T I C V M XVIII.

Data summa laterum & summa cuborum distinguere latera.

Sit data B, summa laterum, D solidum vero, summa cuborum. Oportet distinguere latera. Differentia laterum, esto E. Ergo $B + E$ est duplum lateris majoris, $B - E$ duplum lateris minoris. Summa itaque cuborum, est; B cubus 2, + B in E quadratum 6, æqualis consequenter D solido 8. Quare $\frac{D \text{ sol. } 8, - B \text{ cubo.}}{B}$ æquatur E quadrato.

Dati autem quadrati datur latus, & data summa laterum & differentia eorumdem: dantur latera.

Data igitur summa laterum & summa cuborum: dantur latera. Enimvero,

Summa cuborum quadrupla, minus cubo summa laterum, si adplicetur ad triplum summa laterum: orietur quadratum differentia laterum.

Sit B 10, D solidum 370. E 1 N, 1 Q aequatur 16.

Z E T E T I C V M XIX.

Data differentia laterum, & differentia cuborum: invenire latera.

Sit data B differentia laterum, & datum quoque D solidum, differentia cuborum. Oportet invenire latera. Rectangulum sub lateribus esto A planum. Et vero adparet ex
genesi

genesi cubi, si à differentia cuborum auferatur cubus differentia laterum, relinqui triplum solidum, quod fit à differentia laterum in rectangulum sub lateribus. Itaque D solidum, — B cubo, æquabitur A plano; in B , & omnibus per 3 divisis, $\frac{D \text{ solidum} - B \text{ cubo}}{B^3}$ æquatur A plano.

Dato autem rectangulo sub lateribus, & differentia laterum, dantur latera.

Data igitur differentia laterum, & differentia cuborum, inveniuntur latera.

Enimvero,

Differentia cuborum à lateribus, multata cubo differentia laterum, si applicetur ad triplum ipsius differentia laterum, quod inde oritur planum, rectangulum est sub lateribus.

Sit B 4. D solidum 316. A planum fit 21, rectangulum sub lateribus 7 & 3.

Quod si ex differentia cuborum, & rectangulo inquireretur de differentia laterum. Ut si innotesceret A planum, esse F planum; ac de B quæstio esset, sit illa A . Ita procederet æqualitas. A cubus, + F plano; in A , æquatur D solido.

Id est,

Cubus differentia laterum, plus solido triplo à rectangulo sub lateribus in differentiam laterum, æquatur differentia cuborum.

Quod animadvertisse fuit operepretium.

Z E T E T I C V M XX.

Rursus quoque Dato adgregato laterum, & adgregato cuborum, invenire latera.

Sit datum G adgregatum laterum, & datum quoque D solidum adgregatum cuborum. Oportet invenire latera. Esto A planum rectangulum sub lateribus. Et vero adparet ex genesi cubi, si à cubo adgregati laterum subducatur adgregatum cuborum, relinqui triplum solidum, quod fit ab adgregato laterum in rectangulum sub lateribus. Itaque $\frac{G \text{ cubus} - D \text{ solido}}{G^3}$ æquabitur A plano. Dato autem rectangulo sub lateribus & adgregato laterum, dantur latera.

Dato igitur adgregato laterum, & adgregato cuborum, inveniuntur latera.

Enimvero,

Cubus adgregati laterum, multatus adgregato cuborum, si applicetur ad triplum ipsius adgregati laterum, quod inde oritur planum, rectangulum est sub lateribus.

Sit G 10. D solidum 370. A planum fit 21, rectangulum sub lateribus 7 & 3.

Quod si ex adgregato cuborum, & rectangulo inquireretur de adgregato laterum. Ut si innotesceret A planum, esse B planum; ac de G esset quæstio, sit illud A . Ita procederet æqualitas A cubus, — B plano; in A , æquatur D solido.

Id est,

Cubus adgregati laterum, minus solido triplo à rectangulo sub lateribus in adgregatum laterum, æquatur adgregato cuborum.

Quod animadvertisse operepretium fuit.

Z E T E T I C V M XXI.

Datis solidis duobus, uno quod fit abs differentia laterum in differentiam quadratorum, altero quod fit abs adgregato laterum in adgregatum quadratorum, invenire latera.

Solidum primum expositum detur B solidum. Secundum, D solidum. Summa autem laterum esto A . Erit igitur $\frac{B \text{ solidum}}{A}$ quadratum differentia laterum. Et $\frac{D \text{ solidum}}{A}$ adgregatum quadratorum. Duplum autem adgregatum quadratorum, minus quadrato differentia laterum, facit quadratum adgregati laterum. Quare $\frac{D \text{ solidum} \cdot 2 - B \text{ solido}}{A}$ æquabitur A quadrato. Omnia ducantur in A . Igitur D solidum 2, — B solido, æquabitur A cubo.

Datis igitur duobus expositis solidis, inveniuntur latera.

Enim.

Enimvero,

Duplum solidum abs adgregato laterum in adgregatum quadratorum, multatum solido abs differentia laterum in differentiam quadratorum: aequatur cubo adgregati laterum.

Sit B solidum 32. D solidum 272. fit A cubus 512, summa igitur laterum 8. Differentia quadratum $\frac{3^2}{8}$, id est 4. atque adeo ipsa differentia $\sqrt[3]{4}$. latus itaque minus est 4, minus medietate lateris 4. Majus, est 4 plus eadem medietate.

Sit B solidum 10. D solidum 20 fit A cubus 30. Summa igitur laterum $\sqrt[3]{C. 30}$. Differentia quadratum $\frac{10}{\sqrt[3]{C. 30}}$, aliter $\sqrt[3]{C. \frac{100}{3}}$. Atque adeo ipsa differentia $\sqrt[3]{QC. \frac{100}{3}}$, latus itaque minus est $\sqrt[3]{C. \frac{30}{8}} - \sqrt[3]{QC. \frac{100}{192}}$, latus majus $\sqrt[3]{C. \frac{30}{8}} + \sqrt[3]{QC. \frac{100}{192}}$.

At Cardanus in Arithmetica questione 93. Cap. 66. bene animadvertit in hac hypotesi laterum proportionem esse, minoris nempe ad majus, ut 2 — $\sqrt[3]{3}$ ad 1, seu ut 1. ad 2 + $\sqrt[3]{3}$, sed latera ipsa subnotavit infeliciter.

Z E T E T I C V M XXII.

Dato adgregato quadratorum, & ratione rectanguli sub lateribus ad quadratum differentiae laterum, invenire latera.

Sit datum B planum, adgregatum quadratorum, Rectangulum autem sub lateribus ad quadratum differentiae laterum, se habeat ut R ad S. Oportet invenire latera. Rectangulum sub lateribus esto A planum. Quadratum igitur differentiae laterum erit $\frac{S}{R}$ in A planum, cui cum adjungetur duplum rectangulum, fiet adgregatum quadratorum. Ergo $\frac{S}{R}$ in A planum, + $\frac{R}{R}$ in A planum 2: æquabitur B plano. Qua æqualitate ad analogisimum revocata, erit ut S + R 2 ad R, ita B planum ad A planum.

Datis igitur quæ exposita sunt, dantur latera.

Enimvero est,

Vt quadratum differentia laterum, plus duplo simili rectangulo sub lateribus ad rectangulum simile sub lateribus, ita adgregatum quorum quadratorum ad verum rectangulum.

Sit adgregatum quadratum 20. Rectangulum autem sub lateribus ad quadratum differentia eorumdem se habeto, ut 2 ad 1: erit ut S + R 2 ad R, ita 20 ad 8. Quare 8 est rectangulum de quo queritur. Itaque 20 — 16 id est 4, est quadratum differentia laterum, & 20 + 16 est quadratum adgregati. Vnde differentia est $\sqrt[3]{4}$. Summa $\sqrt[3]{36}$. latus minus $\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{1}$, vel 2, majus vero $\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{1}$, vel 4.

Sed stante adgregato quadratorum 20. Rectangulum sub lateribus ad quadratum differentia laterum se habeto, ut 1 ad 1; hoc videlicet fit illi aequale: erit ut 3 ad 1, ita 20 ad $\frac{20}{3}$. Quare $\frac{20}{3}$ est rectangulum sub lateribus. Itaque 20 — $\frac{40}{3}$, id est $\frac{20}{3}$, erit quadratum differentia laterum; & 20 + $\frac{40}{3}$, id est $\frac{100}{3}$, erit quadratum adgregati. Vnde $\sqrt[3]{\frac{20}{3}}$ est differentia, & $\sqrt[3]{\frac{100}{3}}$ adgregatum. Atque adeo latus minus est $\sqrt[3]{\frac{20}{3}} - \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$, & latus majus $\sqrt[3]{\frac{20}{3}} + \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$. Hallucinatur itaque Cardanus in Arithmetica questione 94. Cap. 66.

L I B E R T E R T I U S.

Z E T E T I C V M I.



Ata media trium proportionalium linearum rectarum, & differentia extremarum, invenire extremas.

At vero extremae proportionales sunt ut latera. Mediae vero quadratum est ipsum rectangulum sub lateribus. Jam autem expositum est. Dato rectangulo sub lateribus, & differentia laterum. invenire latera. Itaque, quadratum differentiae dimidiae extremarum, adjunctum mediae quadrato, æquatur quadrato adgregati dimidii extremarum.

Sit differentia extremarum 10, media 12. minor extrema est 8. major 18.

Z E T E

Z E T E T I C V M II.

Data media trium proportionalium, & adgregato extremarum, invenire extremas.

Illud quoque Problema jam ante expositum est, videlicet. Dato rectangulo sub lateribus, & adgregato laterum, invenire latera,

Sit media 12, adgregatum extremarum 26, minor extrema est 8, major 18.

Z E T E T I C V M III.

Dato perpendiculo trianguli rectanguli, & differentia basis & hypotenusæ, invenire basin, & hypotenusam.

Et hoc quoque Problema jam expositum est. Ipsum enim est. Data differentia quadratorum & differentia laterum, invenire latera. Quadratum enim perpendiculi est differentia quadrati hypotenusæ à quadrato basis. Sit nempe datum trianguli rectanguli perpendiculum D, B vero differentia basis & hypotenusæ. Oportet invenire basin & hypotenusam. Summa basis & hypotenusæ, esto A. Igitur B in A æquabitur D quadrato, atque ideo $\frac{D \text{ quadratum}}{B}$ æquabitur A. Data autem differentia laterum & summa eorumdem, dantur latera.

Dato igitur perpendiculo trianguli rectanguli, & differentia basis & hypotenusæ, dantur basis, & hypotenusæ.

Enimvero,

Perpendicularum trianguli rectanguli proportionale est, inter differentiam basis & hypotenusæ & adgregatum eorumdem.

Sit D 5. B 1. Sunt proportionales 1, 5, 25. Itaque trianguli hypotenusæ est 13, basis 12, stante perpendiculo 5. Qua etiam ratione, & id esto

Z E T E T I C V M IV.

Dato perpendiculo rectanguli trianguli, & adgregato basis & hypotenusæ, discernuntur basis & hypotenusæ.

Sit perpendiculum 5, adgregatum basis & hypotenusæ 25. Sunt proportionales 25, 5, 1. Itaque differentia basis & hypotenusæ est 1. Ipsa vero basis 12, hypotenusæ 13.

Z E T E T I C V M V.

Data hypotenusæ trianguli rectanguli, & differentia laterum circa rectum, invenire latera circa rectum.

Illud autem est. Data differentia laterum, & dato adgregato quadratorum, invenire latera. Quod Problema quoque jam expositum est.

Sit nempe data D hypotenusæ trianguli rectanguli, B vero differentia laterum circa rectum. Oportet invenire latera circa rectum. Summa laterum circa rectum esto A. Ergo $A + B$ est duplum lateris majoris circa rectum, $A - B$ duplum lateris minoris. Quadrata ab iis angulis efformata, & addita faciunt $A^2 + B^2$, quæ ideo æquantur D^2 . Itaque $D^2 - B^2$ æquabitur A^2 quadrato.

Data igitur hypotenusæ trianguli rectanguli, & differentia laterum circa rectum, inveniuntur latera circa rectum.

Enimvero,

Duplum quadratum hypotenusæ, minus quadrato differentia laterum circa rectum, æquatur quadrato summa eorumdem.

Sit D 13. B 7. A 12. $13^2 - 7^2$ æquatur 289 . Et fit $12^2 = 289$. Itaque latera circa rectum sunt $\sqrt{72\frac{1}{4}} + 3\frac{1}{2}$ & $\sqrt{72\frac{1}{4}} - 3\frac{1}{2}$, sive 12 & 5.

Z E T E T I C V M VI.

Data hypotenusæ trianguli rectanguli, & summa laterum circa rectum, invenire latera circa rectum.

H Enim.

Enimvero,

*Duplum quadratum hypotenusa, minus quadrato adgregati laterum circa re-
ctum, aequatur quadrato differentiae laterum circa rectum.*

Vt licet inferre per antithelin antecedentis ordinationis.

*Sit rursus hypotenusa 13. Summa autem laterum circa rectum. 17. Differentia eorundem
1 N. 1 Q aequabitur 49. Et fit 1 N / 49. Itaque latera circa rectum sunt $8\frac{1}{2} + \sqrt{12\frac{1}{4}}$, &
 $8\frac{1}{2} - \sqrt{12\frac{1}{4}}$, sive 12 & 5.*

Z E T E T I C V M VII.

Inveniuntur tres proportionales lineæ rectæ numero.

Enimvero,

*Adsumptis duobus lateribus se habentibus, ut numerus ad numerum. Major
extrema proportionalium fiet similis, quadrato lateris adsumpti majoris. Media,
rectangulo sub lateribus. Minor extrema, quadrato minoris lateris adsumpti.*

Sint rationalia latera B & D. Cum B statuetur prima proportionalium, D vero
secunda, tertia erit $\frac{D \text{ quadratum}}{B}$. Omnia per B ducantur, & series proportionalium fiet

I.	II.	III.
B quadratum.	B in D.	D quadratum.
Sit B 2. D 3.	Fiunt proportionales 4. 6.	9.

Z E T E T I C V M VIII.

Invenitur triangulum rectangulum numero.

Enimvero,

*Constitutis tribus proportionalibus numero, hypotenusa fiet similis adgregato
extremarum, basis differentiae, perpendicularum media dupla.*

Nempe jam ordinatum est, perpendicularum trianguli proportionale esse inter diffe-
rentiam basis & hypotenusa, & adgregatum eorundem.

*Exhibentur proportionales numero 4, 6, 9. Ab his constituetur trianguli rectanguli hypote-
nusa 13, basis 5, perpendicularum 12.*

A L I T E R,

Z E T E T I C V M IX.

Invenitur triangulum rectangulum numero.

Enimvero,

*Adsumptis duobus lateribus rationalibus, hypotenusa fit similis adgregato
quadratorum, basis differentiae eorundem, perpendicularum duplo sub lateribus
rectangulo.*

Sint duo latera B & D. Sunt igitur proportionalia tria latera B, D, $\frac{D \text{ quadratum}}{B}$. Om-
nia in B. Sunt tria proportionalia plana Bq. B in D, Dq. A quibus proportionalibus
fit per antedicta, hypotenusa trianguli similis Bq. + Dq. basis Bq. — Dq. perpendicu-
lum B in D 2. Et alioqui jam ordinatum est. Quadratum ab adgregato quadratorum,
æquare quadratum à differentia quadratorum, adjunctum quadrato dupli rectanguli
sub lateribus.

*Sit B 2. D 3. Hypotenusa fiet similis 13, basis 5, perpendicularum 12.

Z E T E T I C V M X.

Dato adgregato quadratorum à singulis tribus proportionalibus, atque
ea in serie extremarum una, invenitur altera extrema.

Enimvero,

*Adgregatum illud quadratorum, multatum dodrante quadrati extreme data,
æquale est quadrato composita ex dimidio data extrema, & altera tota de qua
quaritur.*

Id

Id autem ita perspicue jam inventum est, & demonstratum, ut novo non sit opus processu.

Adgregatum quadratorum à tribus proportionalibus sit 21, harum autem extrema major sit 4. Igitur 21—12 id est 9, est quadratum composita, ex 2 & minore quaesita. At radix quadrati 9 est $\sqrt{9}$, quare minor quaesita est $\sqrt{9}-2$, id est 1.

Sed stante eodem adgregato quadratorum 21, sit extrema minor 1. Igitur $20\frac{1}{4}$, seu $\frac{81}{4}$ est quadratum composita, ex $\frac{1}{2}$ & majore quaesita. At radix quadrati $\frac{81}{4}$ est $\sqrt{\frac{81}{4}}$, quare major quaesita est $\sqrt{\frac{81}{4}}-\frac{1}{2}$, id est 4.

Z E T E T I C V M X I.

Dato adgregato quadratorum à singulis tribus proportionalibus, ac summa extremarum, discernuntur extremæ.

Enimvero,

Quadratum adgregati extremarum, multatum adgregato quadratorum à tribus, æquatur mediæ quadrato.

Data autem summa extremarum, & mediæ, dantur extremæ. Idem quoque ita perspicue jam inventum est, & demonstratum, ut novo non sit opus processu.

Sit adgregatum quadratorum à tribus 21. Summa extremarum 5, 25—21, id est 4, est mediæ quadratum. Unde est mediæ $\sqrt{4}$. Extrema 1 & 4.

Z E T E T I C V M X I I.

Dato adgregato quadratorum à singulis tribus proportionalibus, ac mediæ ipsarum, discernuntur extremæ.

Enimvero,

Adgregatum quadratorum à tribus, plus mediæ quadrato, æquatur quadrato adgregati extremarum.

Ex antecedente ordinatione adhibita artis metathesi. Data autem summa extremarum, & mediæ, dantur extremæ.

Sit adgregatum quadratorum à tribus 21. mediæ 2. 21 + 4 id est 25, sit quadratum adgregati extremarum. Unde extrema sunt 1 & 4.

Z E T E T I C V M X I I I.

Data differentia extremarum, & differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Idem quoque Problema jam ante expositum est, idque duplici Zeretico. Illud enim est. Data differentia laterum, & differentia cuborum, invenire latera. Vt processu evidens fiet.

Sit igitur data differentia extremarum D, & data B differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire continue proportionales.

Adgregatum extremarum esto A. Ergo A + D erit major extrema dupla, & A — D minor extrema dupla. Cum itaque A + D ducetur in A — D, fiet rectangulum quadruplum sub mediis vel extremis. Itaque $\frac{A \text{ quadratum} - D \text{ quadrato}}{4}$ est rectangulum illud, in quod cum ducetur extrema major, fiet cubus mediæ majoris. Cum minor, fiet cubus mediæ minoris. Cum denique utriusque extremæ differentia, fiet differentia cuborum à mediis. Quare $\frac{D \text{ in } A \text{ quadrat.} - D \text{ cubo}}{4}$, æquatur differentiæ cuborum à mediis. Si autem abs differentia cuborum auferatur cubus differentiæ laterum, quod relinquetur æquale est solido triplo ex differentia laterum in rectangulum sub lateribus, ut adparet ex genesi cubi à differentia duorum laterum.

Quare $\frac{D \text{ in } A \text{ q.} - D \text{ cubo}}{4} - B \text{ cubo } 4$, æquatur solido triplo ex differentia mediarum in rectangulum sub mediis, videlicet $\frac{B \text{ in } A \text{ q.} - B \text{ in } D \text{ q.}}{4}$. Qua æqualitate ordinata; $\frac{D \text{ cubo } 4 - B \text{ cubo } 4}{D - B}$, æquabitur A quadrato.

Data igitur differentia extremarum, & differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium, inveniuntur continue proportionales.

H 2

Enim-

Enimvero

Cum cubus differentia extremarum, plus cubo quadruplo differentia mediarum, minus solido triplo sub differentia mediarum & quadruplo quadrati differentia extremarum applicabitur ad differentiam extremarum, minus triplo differentia mediarum : Planum quod oritur, æquale est quadrato adgregati extremarum.

Sit D 7. B 2. A 1 N. 1 $\text{æquatur } 81, \text{ \& fit } 1N \sqrt{81}, \text{ adgregatum videlicet extremarum } 1 \text{ \& } 8; \text{ media vero sunt } 2 \text{ \& } 4$ I. II. III. IIII.
ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

Z E T E T I C V M XIV.

Dato adgregato extremarum, & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Idem quoque Problema jam ante expositum est duplici Zetetico. Illud enim est. Dato adgregato laterum, & adgregato cuborum, invenire latera. Ut processu evidens fiet.

Sit igitur datum D adgregatum extremarum, & B adgregatum mediarum in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire continue proportionales.

Differentia extremarum esto A. Ergo $D + A$ erit major extrema dupla, & $D - A$ minor extrema dupla. Cum itaque $D + A$ ducetur in $D - A$, fit rectangulum quadruplum sub mediis vel extremis. Itaque $\frac{D^2 - A^2}{4}$ est rectangulum illud, in quod cum ducetur extrema major, fiet cubus mediz majoris. Cum minor, fiet cubus mediz minoris. Cum denique utriusque extremæ summa, fiet adgregatum cuborum à mediis.

Quare $\frac{D \text{ cubus } - D \text{ in } A^2}{4}$ æquatur adgregato cuborum à mediis. Si autem à cubo adgregati duorum laterum auferatur adgregatum cuborum, quod relinquitur æquale est solido triplo ex adgregato laterum in rectangulum sub lateribus, ut adparet ex genesi cubi à duobus lateribus.

Quare $\frac{B \text{ cubus } 4 - D \text{ cubo } + D \text{ in } A^2}{4}$ æquatur solido triplo ex adgregato mediarum in rectangulum sub mediis, videlicet $\frac{B \text{ in } D^2 - B \text{ in } A^2}{4}$. Qua æqualitate ordinata; $\frac{B \text{ in } D^2 + D \text{ cubo } - B \text{ cubo } 4}{D + B^2}$ æquabitur Aquadrato.

Dato igitur adgregato extremarum, & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, dantur continue proportionales.

Enimvero

Solidum triplum sub adgregato mediarum, & quadrato adgregati extremarum, plus cubo adgregati extremarum, minus quadruplo cubo adgregati mediarum, si applicetur ad adgregatum extremarum, plus adgregato triplo mediarum: Planum quod oritur, æquale est quadrato differentia extremarum.

Sit D 9. B 6. A 1 N. 1 $\text{æquatur } 49. \text{ Et fit } 1N \sqrt{49}. \text{ differentia videlicet extremarum } 1 \text{ \& } 8 \text{ media vero sunt } 2 \text{ \& } 4$ I. II. III. IIII.
ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

Z E T E T I C V M XV.

Rursus, Data differentia extremarum, & differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Et illud esse, Data differentia laterum, & differentia cuborum, invenire latera. Evidens fiet per processum.

Sit igitur data D differentia extremarum, & B differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire quatuor continue proportionales.

Rectangulum sub mediis, vel extremis esto A planum. Et vero mediz majoris cubus æquatur solido ab extrema majore in rectangulum sub extremis. Et mediz minoris cubus, solido ab extrema minore in rectangulum sub extremis. Quare D in A planum, æquabitur differentiz cuborum à mediis. Si autem à differentia cuborum subducatur cubus differentiz laterum, quod relinquetur æquale est solido triplo ex differentia late-

laterum in rectangulum sub lateribus, ut adparet ex genesi cubi à differentia laterum. Quare D in A planum, — B cubo, æquabitur B in A planum 3. Qua æqualitate ordinata; $\frac{B \text{ cubus}}{D - B^3}$, æquabitur A plano. Dato autem rectangulo sub lateribus, & differentia eorundem, dantur latera.

Data igitur differentia extremarum, & differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium, dantur continue proportionales.

Enimvero est,

Vt differentia extremarum, minus triplo differentia mediarum ad differentiam mediarum, ita quadratum differentia mediarum ad rectangulum sub mediis vel extremis.

Sit D 7. B 2. A planum fit 8 rectangulum sub extremis 1 & 8 vel mediis 2 & 4

	I.	II.	III.	IIII.
ex serie continue proportionalium.	1.	2.	4.	8.

Quod si ex differentia extremarum, & rectangulo inquireretur de differentia mediarum, ut si innotescat A planum, esse F planum. At de B esset quæstio, sit illa A. Ita procederet æqualitas. $\frac{A \text{ cubus}}{D - A^3}$ æquabitur F plano. Ordinata vero æqualitate; A cubus, + F plano ter in A, æquatur F plano in D.

Id est,

Cubus differentia mediarum, plus triplo solido à rectangulo sub lateribus in differentiam mediarum, æquatur solido à rectangulo sub lateribus in differentiam extremarum.

Quod adnotasse fuit operæpretium.

Z E T E T I C V M X V I.

Rursus quoque, Dato adgregato extremarum & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Et istud esse, Dato adgregato laterum & adgregato cuborum, invenire latera. Evidens fiet per processum.

Sit igitur data Z summa extremarum, & G summa mediarum in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire continue proportionales. Rectangulum sub mediis vel extremis, esto A planum. Et vero mediæ majoris cubus, æquatur solido ab extrema majore in rectangulum sub extremis. Et mediæ minoris cubus, solido ab extrema minore in rectangulum sub extremis. Quare Z in A planum æquabitur adgregato cuborum à mediis. Si autem à cubo adgregati laterum subducatur adgregatum cuborum, quod relinquitur æquale est solido triplo ex summa laterum in rectangulum sub lateribus, ut adparet ex genesi cubi à duobus lateribus.

Quare G cubus, — Z in A planum, æquabitur G in A planum 3. Qua æqualitate ordinata; $\frac{G \text{ cubus}}{Z + G^3}$ æquabitur A plano.

Dato autem rectangulo sub lateribus & adgregato laterum, dantur latera.

Dato igitur adgregato extremarum & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, inveniuntur proportionales.

Enimvero est,

Vt adgregatum extremarum plus triplo adgregati mediarum ad adgregatum mediarum, ita quadratum adgregati mediarum ad rectangulum sub mediis vel extremis.

Sit Z 9. G 6. A planum 1 N. Fit 8 rectangulum sub extremis 1 & 8, vel mediis 2 & 4.

Quod si ex adgregato extremarum & rectangulo, inquireretur de adgregato mediarum; ut si innotesceret A planum esse B planum, at de G esset quæstio, sit illa A. Ita procederet æqualitas. A cubus — B plano ter in A, æquatur B plano in Z.

Id est,

Cubus adgregati mediarum, minus solido triplo ex eodem adgregato in rectangulum

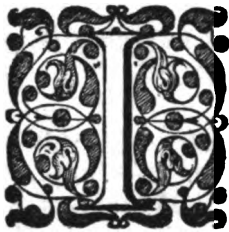
H 3

gulum sub extremis vel mediis, æquatur solido ex adgregato extremarum & re-
ctangulo sub mediis vel extremis.

Quod adnotasse fuit oportunitum.

L I B E R Q V A R T V S.

Z E T E T I C V M I.



Invenire numero duo quadrata, æqualia dato quadrato.

Sit datum numero, F quadratum. Oportet invenire duo qua-
drata, æqualia dato F quadrato.

Exponatur triangulum quodcumque rectangulum numero, &
sit hypotenusa Z; basis B, perpendicularum D. Et fiat triangulum ei
simile habens hypotenusam F, nempe faciendo, ut Z ad F, ita B ad
aliquam basim; quæ ideo erit $\frac{B \text{ in } F}{Z}$. Et rursus, ut Z ad F, ita D ad
perpendicularum; quod ideo erit $\frac{D \text{ in } F}{Z}$. Ergo quadrata abs $\frac{B \text{ in } F}{Z}$ & $\frac{D \text{ in } F}{Z}$ æquabuntur dato F
quadrato. Quod erat faciendum.

Eoque recidit Analysis Diophantæa, secundum quam oporteat B quadratum, in duo
quadrata discescere. Latus primi quadrati esto A, secundi B — $\frac{S \text{ in } A}{R}$. Primi lateris in qua-
dratum, est A quadratum. Secundi, B quad. — $\frac{S \text{ in } A \text{ in } D}{R} + \frac{S \text{ quad. in } A \text{ quad.}}{R \text{ quad.}}$. Quæ duo
quadrata ideo æqualia sunt B quadrato.

Æqualitas igitur ordinetur. $\frac{S \text{ in } R \text{ in } B}{S \text{ quad.} - R \text{ quad.}}$ æquabitur A lateri primi singularis quadrati.
Et latus secundi fit $\frac{R \text{ quad. in } B}{S \text{ quad.} - R \text{ quad.}}$. Nempe triangulum rectangulum numero ef-
fingitur à lateribus duobus S & R, & sit hypotenusa similis S quad. + R quad. basis si-
milis S quadrato — R quadrato. Perpendicularum simile S in R. Itaque ad dissectionem
B quadrati fit, ut S quad. + R quad. ad B hypotenusam similis trianguli, ita R quad.
— S quad. ad basim, latus unius singularis quadrati, & ita S in R ad perpendicularum,
latus alterius. •

Sit B 100, cujus quadrato inveniendæ sint duo quadrata æqualia. Effingatur triangulum rectangu-
lum numero abs R 4, S 3. Fit effecti trianguli hypotenusa 25, basis 7, perpendicularum 24. Itaque fiet, ut
25 ad 7, ita 100 ad 28. Et ut 25 ad 24 ita 100 ad 96. Quadratum igitur abs 100 æquabitur
quadrato ab 28, plus quadrato abs 96.

Z E T E T I C V M II.

Invenire numero duo quadrata, æqualia duobus aliis datis quadratis.

Sint data numero B quadratum & D quadratum. Oportet invenire alia duo quadra-
ta his æqualia.

Intelligitor B basis trianguli rectanguli, D perpendicularum, atque adeo quadratum
hypotenusæ æquale B quad. + D quad. & sit illa hypotenusa Z, latus rationale, irra-
tionaleve. Et exponatur aliud triangulum quodcumque rectangulum numero, cujus hy-
potenusa X, basis F, perpendicularum G. Et ab iis duobus constituatur tertium triangu-
lum rectangulum via synæreseos, diæreseos-ve, per ea quæ exposita sunt in notis. Erit per
primam methodum hypotenusa similis Z in X, perpendicularum simile B in G. + D in
F, basis similis B in F, = D in G. Per secundam hypotenusa erit similis Z in X, perpen-
dicularum B in G, = D in F, basis B in F, + D in G. Et plana omnia similia lateribus
effecti trianguli adplicentur ad X. Stante igitur Z hypotenusa, fit basis $\frac{B \text{ in } F, = D \text{ in } G}{X}$, per-
pendicularum $\frac{B \text{ in } G, + D \text{ in } F}{X}$, per primam methodum. Vel per secundam, fit basis $\frac{B \text{ in } F, + D \text{ in } G}{X}$,
perpendicularum $\frac{B \text{ in } G, = D \text{ in } F}{X}$. Itaque hæc duo à lateribus rectum angulum includenti-
bus quadrata, æquabuntur Z hypotenusæ quadrato, cui etiam æquari constructum est B
quad. + D quad. Quod erat faciendum.

Eoque recidit Analysis Diophantæa, secundum quam oporteat Z quadratum, pla-
num-

numve, in duo quadrata jam dispectum, videlicet B quadratum & D quadratum, rursus in duo alia quadrata dispecere.

Latus primi constituendi quadrati, esto $A + B$. Secundi $\frac{S \text{ in } A}{R} - D$. Et ab iis effingantur quadrata, & comparentur duobus datis quadratis.

Ergo A quadr. + B in A 2, + B quadr. + $\frac{S \text{ quadrato in A quadratum}}{R \text{ quadrato}}$, - $\frac{S \text{ in D in A 2}}{R}$, + D quadr. æquabitur B quadr. + D quadrato.

Qua æqualitate ordinata $\frac{S \text{ in R in D 2,} - R \text{ quad. in B 2.}}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$ æquabitur A. Itaque latus primi constituti quadrati, quod erat $A + B$, fit $\frac{S \text{ in R in D 2,} + S \text{ quad. in B} - R \text{ quad. in B.}}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$. Latus secundi quadrati constituti, quod erat $\frac{S \text{ in } A}{R} - D$, fit $\frac{S \text{ quad. in D,} - S \text{ in R in B 2,} - R \text{ quad. in D.}}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$. Quibus bene retextis, duo sunt constituta triangula. Primum cujus hypotenusa rationalis, irrationalis-ve Z, basis B, perpendicularum D. Secundum effectum à duobus lateribus S & R, cujus ideo hypotenusa fit similis S quad. + R quad. basis S quad. - R quad. perpendicularum S in R 2, & ab iis effingitur tertium exposita via diareseos. Et similia lateribus effecta solida applicantur ad S quad. + R quad. Vnde fit Z communis sive primi sive tertii hypotenusa. Atque adeo quadrata à lateribus circa rectum illius primi, æqualia sunt quadratis à lateribus circa rectum hujus tertii.

Quod si latus primi quadrati constituatur $A - B$, secundi $\frac{S \text{ in } A}{R} - D$, $\frac{S \text{ in R in D 2} + R \text{ quad. in B 2.}}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$ æquatur A. Et fit latus primi constituti quadrati $\frac{S \text{ in R in D 2,} - S \text{ quad. in B,} + R \text{ quad. in B.}}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$. Secundi $\frac{S \text{ in R in B 2,} + S \text{ quad. in D,} - R \text{ quad. in D.}}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$. Quod est effingere tertium triangulum via exposita synareseos.

Sit B 15, D 10, unde fit Z $\sqrt{325}$. Exponatur triangulum rectangulum numero, 5, 3, 4. Fit latus unum è quaesitis 18, alterum 1. Vel unum 6, alterum 17.

Z E T E T I C V M III.

Rursus, invenire numero duo quadrata, æqualia duobus datis quadratis.

Sint data duo quadrata, B quadratum, D quadratum. Oportet invenire duo alia quadrata iis æqualia. Effingatur triangulum rectangulum numero cujus B sit hypotenusa. Aliud rursus effingatur simile cujus D sit hypotenusa, & ab iis duobus similibus effingatur tertium triangulum, cujus hypotenuse quadratum æquale sit quadrato hypotenuse primi & secundi, methodo quæ exposita est in notis. Ergo quadratum hypotenuse hujus effecti tertii æquabitur B quad. + D quad. Quibus etiam quadratis æquabantur quadrata laterum circa rectum. Et is etiam modus elicitur ex jam tradita Analyfi Diophantæa.

Sit B 10. D 15. Primi trianguli constituantur latera circa rectum 8 & 6. Secundi primo similis, 12 & 9. Tertii latera circa rectum erunt 18 & 1, vel 6 & 17. à quibus binis quadrata, æquabuntur quadratis 10 & 15.

Z E T E T I C V M IV.

Invenire duo triangula rectangula similia datas habentes hypotenusas, & diducti ab iis tertii trianguli basis, composita ex perpendicularo primi & base secundi, erit ea quæ præfinitur.

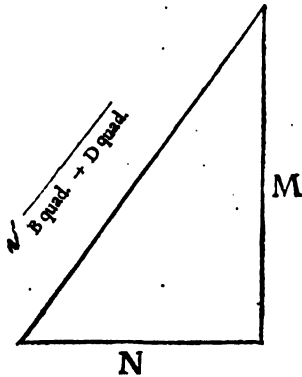
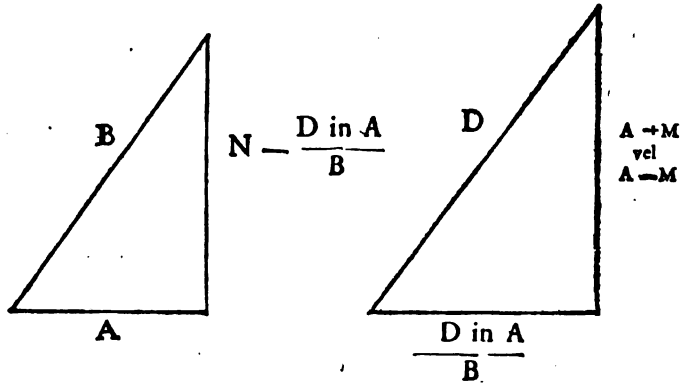
Oportebit autem basim illam præfinitam præstare hypotenuse primi.

Sit trianguli primi data B hypotenusa, secundi primo similis D. Oportet ab iis diducere tertium triangulum, cujus basis æquetur N, compositæ ex perpendicularo primi & base secundi. B quad. + D quad. - N quad. æquetur M quad. Ergo diducti trianguli perpendicularum erit M. Sit autem A basis primi. Igitur basis similis secundi erit $\frac{D \text{ in } A}{B}$. Perpendicularum ideo primi $N - \frac{D \text{ in } A}{B}$. Perpendicularum vero secundi erit $A + M$, vel $A - M$, ut sit M differentia inter basim primi & perpendicularum secundi. Sit sane primo casu $A + M$, erit igitur ut B ad D, ita $N - \frac{D \text{ in } A}{B}$ ad $A + M$. Quo analogismo resoluta & omnibus bene ordinatis, fit $\frac{D \text{ in } N \text{ in } B, - B \text{ in } M \text{ in } B}{B \text{ quad.} + D \text{ quad.}}$ æqua.

æquale A. Seu re-
vocata ad analo-
gismum æquali-
tate, est, ut Bq.
+ Dq. ad D in
N — B in M, ita
B ad A.

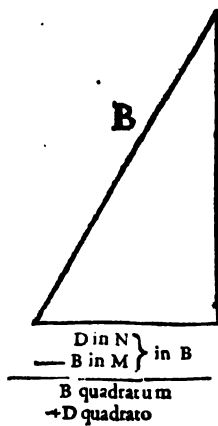
Secundo vero
casu, sit perpen-
diculum secundi
A—M. Erit igitur
ut B ad D, ita
N — $\frac{D \text{ in } A}{B}$ ad A—
M. Quo analo-
gismo resoluto,
& omnibus rite
peractis fit
 $\frac{D \text{ in } N \text{ in } B + B \text{ in } M \text{ in } B.}{B \text{ quad.} + D \text{ quad.}}$

æquale A. Seu re-
vocata ad analo-
gismum æquali-
tate, est, ut Bq.
+ Dq. ad D in
N + B in M,
ita B ad A.

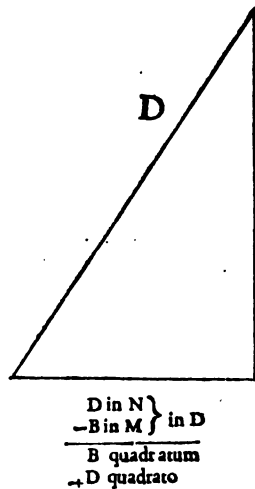


Duo igitur quaesita triangula ita se habent,
Primo casu, Primum fit.

Secundum.

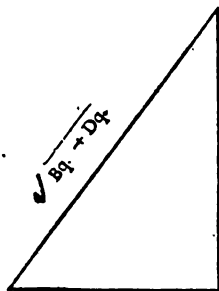


$$\frac{B \text{ in } N \text{ in } B + B \text{ in } M \text{ in } B}{B \text{ quadratum} + D \text{ quadrato}}$$



$$\frac{B \text{ in } N \text{ in } D + D \text{ in } M \text{ in } D}{B \text{ quadratum} + D \text{ quadrato}}$$

Vnde tertium.

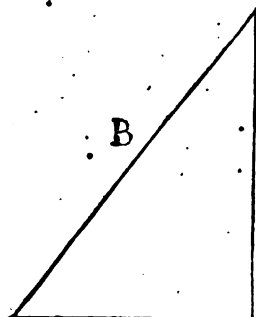


M. excessus perpendiculari secundi supra basin primi.

N. composita ex perpendiculari primi & base secundi.

Secun-

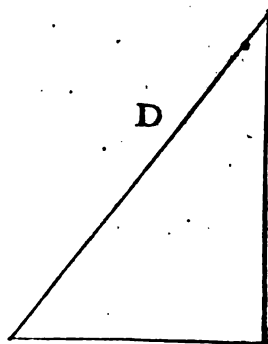
Secundo casu, Primum sit.



$$\frac{D \text{ in } N \quad \left. \begin{array}{l} \rightarrow B \text{ in } M \end{array} \right\} \text{ in } B}{B \text{ quadratum}} \\ \rightarrow D \text{ quadrato}$$

$$\frac{B \text{ in } N \quad \left. \begin{array}{l} - D \text{ in } M \end{array} \right\} \text{ in } B}{B \text{ quadratum}} \\ \rightarrow D \text{ quadrato}$$

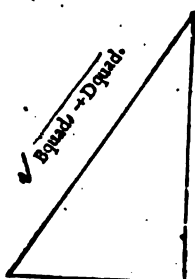
Secundum.



$$\frac{D \text{ in } N \quad \left. \begin{array}{l} \rightarrow B \text{ in } M \end{array} \right\} \text{ in } D}{B \text{ quadratum}} \\ \rightarrow D \text{ quadrato}$$

$$\frac{B \text{ in } N \quad \left. \begin{array}{l} - D \text{ in } M \end{array} \right\} \text{ in } D}{B \text{ quadratum}} \\ \rightarrow D \text{ quadrato}$$

Vnde tertium.



M. excessus basis primi supra perpendiculum secundi.

N. composita ex perpendiculo primi & base secundi.

Apparet autem primo casui tum demum locum esse, cum D in N præstat ipsi B in M. Secundo vero cum B in N præstat ipsi D in M.

ZETETICVM V.

Invenire numero duo quadrata, æqualia duobus datis quadratis, ut quætorum alterum consistat intra limites præstitutos.

Sint data B quadratum, Dq. Oportet alia duo quadrata iis æqualia constituere, quorum alterum præster quidem F plano, sed cedat G plano.

Intelligatur Zq. aliudve planum æquale Bq. + Dq. Ergo Z rationalis, irrationalisve est hypotenusâ trianguli rectanguli, cujus latera circa rectum sunt B & D. Quæritur autem aliud triangulum rectangulum, cujus hypotenusâ quoque sit Z, unum vero è lateribus circa rectum (ut pote basis) sit major N, sed minor quam S. Eo igitur reducitur res. Vt

Inveniendâ sint numero duo triangula rectangula similia, datas habentes B & D hypotenusas, & diducti ab iis tertii trianguli basis, composita ex perpendiculo primi & base secundi, consistat intra limites præfinitos.

Itaque Zq. — Nq. æquetur Mq. Et Zq. — Sq. æquetur Rq.

Si igitur N statuatur basis tertii diducendi trianguli in duobus similibus triangulis datas habentibus hypotenusas, erit per primum casum antecedentis Zetetici ratio differentiarum basis & hypotenusæ ad perpendiculum, ut Zq. = D in N, + B in M ad B in N, + D in M, seu ut X ad $\frac{X \text{ in } B \text{ in } N, + X \text{ in } D \text{ in } M.}{Z \text{ quadr.} = D \text{ in } N + B \text{ in } M.}$ qui limes est primus.

Et si S statuatur basis ejus tertii trianguli, erit ob eandem expositam causam ratio differentiarum basis & hypotenusæ ad perpendiculum, ut Zq. = D in S, + B in R ad B in S, + D in R, seu ut X ad $\frac{X \text{ in } B \text{ in } S, + X \text{ in } D \text{ in } R.}{Z \text{ quadr.} = D \text{ in } S, + B \text{ in } R.}$ Qui limes est secundus.

I

Postea

Posita igitur X ad differentiam basis & hypotenusæ in effingendis duobus similibus triangulis, adsumatur quælibet alia rationalis. Et sit T, consistens inter $\frac{X \text{ in } B \text{ in } N, + X \text{ in } D \text{ in } M.}{2 \text{ quad.} = D \text{ in } N, + B \text{ in } M.}$ & $\frac{X \text{ in } B \text{ in } S, + X \text{ in } D \text{ in } R.}{2 \text{ quad.} = D \text{ in } S, + B \text{ in } R.}$ Et ab iis duobus radicibus X & T effingetur triangulum rectangulum numero, cui similia duo effingentur triangula, primum habens B hypotenusam, alterum D. & ab iis duobus diducetur tertium, ita ut basis tertii illius composita sit ex perpendicularo primi & base secundi, ipsaque consistet inter N & S, juxta problematis conditionem.

Sit B 1, D 3, N $\sqrt{2}$, S $\sqrt{3}$, fit Z $\sqrt{10}$. M $\sqrt{8}$. R $\sqrt{7}$. Positaque X 1, eligitur quadam T consistens inter $\frac{\sqrt{20}}{10} \& \frac{\sqrt{63 + \sqrt{3}}}{10}$.

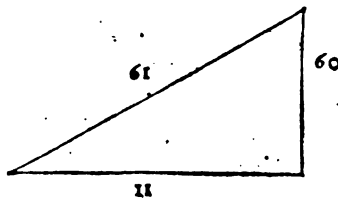
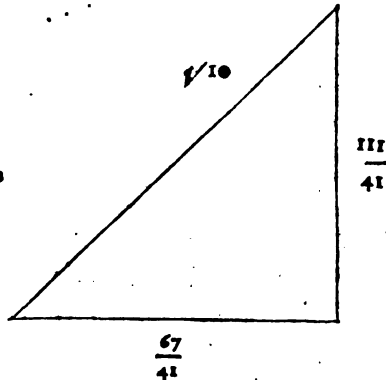
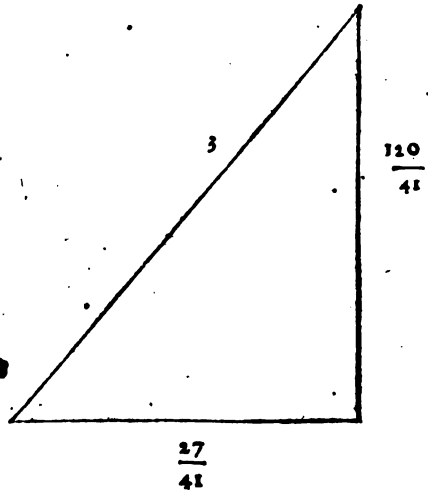
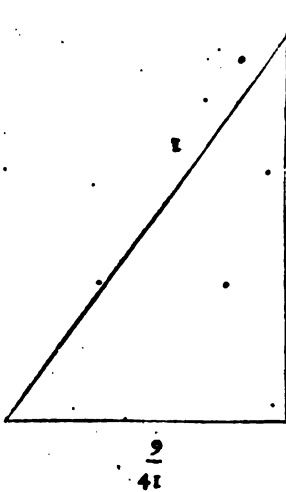
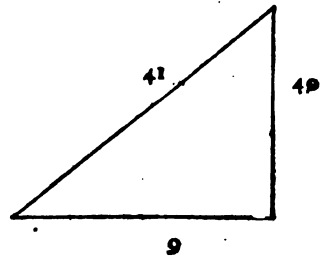
Sit illa $\frac{1}{4}$. Ergo ab 1 & $\frac{3}{4}$, seu abs 4 & 5 effingetur triangulum. Et ei similia duo effingentur triangula datas habentia hypotenusas 1 & 3. Et deducti ab iis tertii basis composita ex perpendicularo similis primi & base similis secundi fit $\frac{67}{41}$, cujus quadratum est $\frac{4489}{1681}$ majus quam 2, sed minus quam 3. Perpendicularum vero eveniet $\frac{111}{41}$, cujus quadratum est $\frac{12321}{1681}$. Qua duo quadrata valent 10 sicut quadrata abs 1 & 3.

Aliud exemplum.

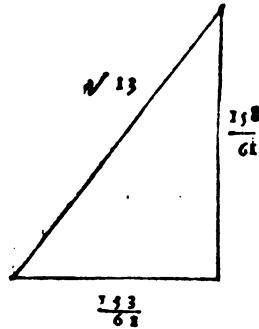
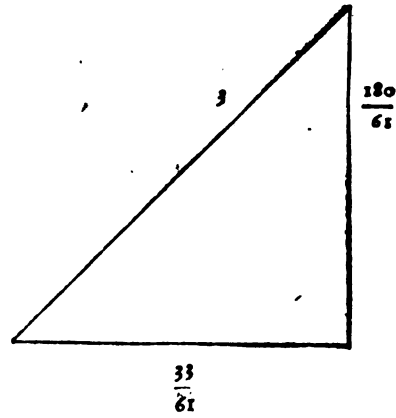
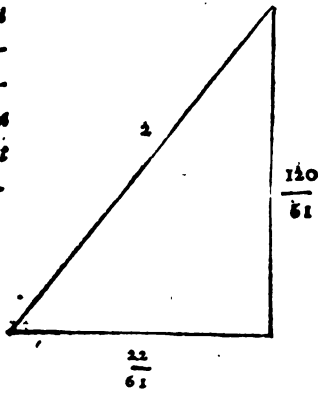
Sit B 2, D 3, N $\sqrt{6}$, S $\sqrt{7}$, fit Z $\sqrt{13}$, M $\sqrt{7}$, R $\sqrt{6}$, positaque X 1 eligitur quadam T consistens inter $\frac{\sqrt{24} + \sqrt{49}}{13 + \sqrt{28} + \sqrt{49}}$ & $\frac{\sqrt{28} + \sqrt{49}}{13 + \sqrt{24} + \sqrt{49}}$.

Sit $\frac{1}{6}$, ergo abs 1 & $\frac{5}{6}$ effingetur triangulum, seu abs 5 & 6. Et ei similia effingentur duo triangula datas habentia hypotenusas 2 & 3.

Et deducti ab iis tertii basis fit $\frac{113}{61}$ composita ex perpendicularo primi & base secundi. Hujus quadratum est $\frac{12769}{3721}$ majus quam 6, seu $\frac{22826}{3721}$, sed mi-



num quam 7, seu
 $\frac{26047}{3721}$. Perpendicu-
 lum est $\frac{158}{61}$ cuius qua-
 dratum est $\frac{24964}{3721}$. Qua
 duo quadrata valent
 $\frac{48373}{3721}$ seu 13, sicut qua-
 drata abs 2 & 3.



Z E T E T I C V M VI.

Invenire numero duo quadrata, distantia dato intervallo.

Sit datum intervallum, B planum. Oportet invenire numero duo quadrata, distantia per B planum.

Est igitur B planum quadratum a base trianguli reſt anguli, & quaeruntur quadrata hypotenuſæ & perpendiculari rationalia, quæ distabunt per datum basis quadratum.

At vero basis proportionalis est inter differentiam perpendiculari & hypotenuſæ & adgregatum eorumdem laterum.

Quare adſumatur quæcumque rationalis longitudo ad quam adplicetur B planum, orietur quoque latitudo rationalis.

Longitudo itaque ad quam facta adplicatio est, si quidem latitudine sit minor, erit differentia perpendiculari & hypotenuſæ, latitudo vero ipsa adgregatum, & e converso. Atque adeo habebuntur numero perpendicularum & hypotenuſa.

ALITER. A quadratum sit quadratum unum e quaeritis, utpote quadratum perpendiculari. Ergo A quad. + B plano æquabitur quadrato, videlicet hypotenuſæ. Sic illud abs A + D. Vnde cum sit D differentia inter perpendicularum & hypotenuſam, A quad. + D in A 2, + D quad. æquabitur A quad. + B plano. Qua æqualitate ordinata: $\frac{B \text{ plan.} - D \text{ quad.}}{D^2}$ æquabitur A.

Vnde

T H E O R E M A.

In triangulo reſt angulo, si quadratum lateris primi circa reſt um, multatum quadrato differentia inter latus secundum & hypotenuſam, adplicetur ad duplum illius differentia; latitudo quæ oritur, erit ipsi lateri secundo circa reſt um æqualis.

ALITER. Sit E quadratum unum e quaeritis, utpote quadratum hypotenuſæ.

Ergo E quad. — B plano æquabitur alteri quadrato, nimirum quadrato perpendiculari.

Sit abs E — D, unde sit D differentia inter perpendicularum & hypotenuſam.

Ergo E quad. — D in E 2, + D quad. æquabitur E quad. — B plano.

I 2

Et

Et omnibus bene ordinatis $\frac{B \text{ plan.} + D \text{ quad.}}{D^2}$ æquabitur E.

Vnde

T H E O R E M A.

In triangulo rectangulo, si quadratum unius lateris circa rectum, plus quadrato differentie inter latus reliquum circa rectum & hypotenusam adplicetur ad duplum illius differentie, latitudo quæ oritur, erit ipsi hypotenusæ æqualis.

Æque,

Si quadratum lateris unius circa rectum plus quadrato adgregati ex latere circa rectum reliquo & hypotenusâ, adplicetur ad duplum illius adgregati, latitudo quæ oritur, erit ipsi hypotenusæ æqualis.

Vnde est,

Ut adgregatum hypotenusæ & alterius laterum circa rectum ad differentiam eorundem, ita quadratum adgregati adjunctum multatum-ve quadrato lateris circa rectum reliqui ad quadratum lateris reliqui adjunctum multatum-ve quadrato differentie.

Sit B planum 240. D 6. Fit A $\frac{240-36}{6}$ seu 17. $E^2 + \frac{36}{6}$ seu 23. Quadratum igitur lateris 23. distat abs quadrato lateris 17. per 240. Illud nempe est 529, hoc 289.

Sit triangulum 5, 4, 3 est ut 9 ad 1, ita 90 ad 10, & ita 72 ad 8. Sic licet

Dato plano quadratum addere, & efficere quadratum.

Datum enim planum intelligitur quadratum alterius lateris circa rectum. Quadratum autem differentie lateris circa rectum reliqui ab hypotenusâ, vel horum summæ adsumetur bene proxima dato plano.

Sit 17 datum planum, sumetur differentia 4. Ergo 17 — 16 adplicabitur ad 8 & oritur $\frac{7}{8}$ perpendiculum. Vnde hypotenusâ quadratum est $17 \frac{1}{64}$, cujus latus est $3 \frac{3}{8}$, seu $4 \frac{1}{8}$ latus bene proximum vero quadrati 17.

Sit 15 datum planum, sumetur adgregatum 4. Ergo 15 — 16 adplicabitur ad 8, & orietur $-\frac{1}{8}$ perpendiculum. Vnde hypotenusâ quadratum est $15 \frac{1}{64}$, cujus latus est $3 \frac{1}{8}$ seu $3 \frac{7}{8}$.

Z E T E T I C V M VII.

Invenire numero planum, quod adjunctum alterutri datorum duorum planorum, conficiat quadratum.

Sint data duo plana B planum, D planum. Oportet invenire aliud planum quod adjunctum sive B plano, sive D plano, sit numero quadratum.

Adjunctum illud planum, sit A planum. Ergo B planum + A plano æquatur quadrato. Et rursus D planum + A plano æquatur quadrato. Hic igitur duplex ordinanda æquatio, inquit Diophantus. Sit autem B planum majus D plano. Differentia igitur horum effingendorum quadratorum, est B planum — D plano. At vero quadratum adgregati duorum laterum præstat quadrato differentie eorundem, per quadruplum rectangulum sub lateribus. Ergo B planum — D plano intelligitur esse quadruplum rectangulum sub lateribus. Vnde fit B planum + A plano quadratum adgregati laterum. D planum + A plano quadratum differentie. Atque adeo A planum, quadratum adgregati laterum, multatum B plano. Vel quadratum differentie laterum, multatum D plano.

Eo igitur recidit res ut $\frac{B \text{ planum} - D \text{ planum}}{G}$, id est rectangulum sub lateribus, resolvatur in duo sub quibus sit, latera. Vnum esto G, idemque majus differentia $\sqrt{B \text{ plani}}$ & $\sqrt{D \text{ plani}}$, vel minus adgregato. Alterum $\frac{B \text{ planum} - D \text{ planum}}{G}$. Latus igitur majoris quadrati erit $\frac{B \text{ planum} - D \text{ planum} + G \text{ quadrato}}{G}$, minoris $\frac{B \text{ planum} - D \text{ planum} - G \text{ quadrato}}{G}$.

Sit B planum 192, D planum 128. Differentia est 64 quadruplum rectangulum sub duobus lateribus. Simpliciter ideo est 16, factum abs lateribus 1 & 16, quorum summa 17, differentia 15, & cum à summa quadrato 289, auferatur 192, relinquit 97. Ergo 192 + 97 facit quadratum adgregati laterum,

laterum, quod est 289; & 128 + 97 consequenter facit quadratum differentia, quod est 225. Itaque Problemati satisfi.

Potuit autem opus quoque ita peragi. Quoniam siue B plano, siue D plano adjiendum est idem planum ut efficiatur quadratum. Planum illud sit A quadratum — B plano. Cum igitur ei addetur B planum, fiet quadratum, nempe A quadratum. Superest igitur ut D planum + A q. — B plano, æquetur quadrato. Effingatur abs F — A. Ergo A q. + F q. — F in A 2 æquabitur D plano, + A q. — B plano. Qua æqualitate bene ordinata, $\frac{Fq. + B \text{ plano} - D \text{ plano.}}{F 2}$ æquabitur A.

Sit B planum 18. D planum 9. F 9. Fit A 5. Planum addititium 7, quod additum ad 18 facit 25, ad 9 facit 16. quadrata ab 5 & 4.

Z E T E T I C V M VIII.

Invenire numero planum, quod ablatum alterutri duorum datorum planorum, relinquat quadratum.

Sint data numero duo plana, B planum, D planum. Oportet invenire numero aliud planum, quod demptum siue à B plano, siue D plano relinquat quadratum. Planum illud ablatitium quæsitum, esto B planum — A q. Cum igitur ab B plano auferetur B planum — A q relinquetur A q. Idem cum auferetur à D plano, relinquet D planum — B plano + A q. idcirco adæquandum quadrato. Sit illud abs A — F. Ergo $\frac{Fq. + B \text{ plano.} - D \text{ plano.}}{F 2}$ æquabitur A.

Rursus obvoluta est electio F, ut A latitudinis ortivæ quadratum cedat siue B plano, siue D plano. Quare duplex potius ordinanda æqualitas. Nempe planum ablatitium, esto A planum. Ergo B planum — A plano æquatur quadrato, & D planum — A plano æquatur quadrato. Sit B planum majus D plano. differentia horum est B planum — D plano. Quare B planum — D plano, intelligetur quadruplum rectangulum sub lateribus. B planum — A plano, summæ illorum laterum quadratum. D planum — A plano differentia illorum laterum quadratum. Ipsum vero A planum, est excessus quo B planum præstat quadrato aggregati, vel D planum quadrato differentia.

Sit igitur latus unum G, idemque majus differentia \sqrt{B} plani & \sqrt{D} plani, vel minus aggregato; alterum erit $\frac{B \text{ planum} - D \text{ plano.}}{G 4}$, & horum summæ quadratum cum auferetur abs B plano, vel quadratum differentia abs D plano, residuum erit A planum.

Sit B planum 44. D 36. G 1 latus unum, oritur 2 latus alterum, summa laterum 3. Differentia 1 quadrata 9 & 1. Planum igitur ablatitium 35, quod cum auferetur abs 44 relinquit 9, cum autem à 36 relinquit 1.

Z E T E T I C V M IX.

Invenire numero planum, à quo cum auferetur alterutrum datorum duorum planorum, conficiatur quadratum.

Sint data numero duo plana, B planum, D planum. Oportet invenire planum à quo cum auferetur siue B planum, siue D planum, relinquetur numero quadratum. Planum hujusmodi à quo subductio facienda est, esto A planum. Igitur A planum — D plano æquatur quadrato. Et rursus A planum — B plano æquatur quadrato. Atque in hac hypothesi duplex rursus æquatio ordinanda. Sit autem B planum majus D plano. Ergo majus quadratum, A planum — D plano intelligetur quadratum aggregati duorum laterum; minus vero, A planum — B plano quadratum differentia; intervallum denique B planum — D plano quadruplum rectangulum sub lateribus. Sit igitur latus unum G, alterum erit $\frac{B \text{ planum} - D \text{ plano}}{G 4}$ & horum summæ quadratum cum adjungetur B plano, vel quadratum differentia B plano, summa erit A planum, à quo cum auferetur D planum relinquetur quadratum aggregati, cum D planum quadratum differentia.

Sit B planum 56; D planum 48, G: latus unum, oritur 2 latus alterum. Summa horum 3, differentia 1. Vnde A planum fit 57 quod cum multabitur D plano, relinquitur 9; cum B plano, relinquitur 1.

Z E T E T I C V M X.

Invenire numero duo latera sub quibus quod fit planum; addito utriusque quadrato, fit quadratum.

Sit latus unum B, alterum A. Oportet Aq. + B in A, + Bq. æquati quadrato. Fingatur illud abs A—D & ordinetur æquatio. $\frac{D \text{ quad.} - B \text{ quad.}}{B + D 2}$ æquabitur A. Vnde latus primum fit simile Bq. + B in D 2. secundum Dq. — Bq. Quod autem sub iis fit, adjectum utriusque quadrato est simile D quadrato-quadrato, + B quadrato-quadrato, + B quadrato in D quadratum 3, + B cubo in D 2, + B in D cubum 2. Ipsa autem radix B quadrato, + D quadrato, + B in D.

Sit D 2, B 1. Vnum è lateribus est 5, alterum 3. radix autem quadrati compositi è singulis horum quadratis & plano sub lateribus, est 7; nempe 49 constat 25, 15, 9.

Lemma ad sequens Zeteticum.

Sunt equalia tria solida à duobus lateribus diducta, Vnum à latere primo in quadratum secundi, adjectum rectangulo sub lateribus.

Alterum à latere secundo in quadratum primi adjectum rectangulo. Tertium ab laterum summa in ipsum rectangulum.

Sunt duo latera B & D. Dico tria solida ab iis diducta esse equalia.

Primum abs B in $\frac{D \text{ quad.} + B \text{ in D.}}$

Secundum abs D in $\frac{B \text{ quad.} + B \text{ in D.}}$

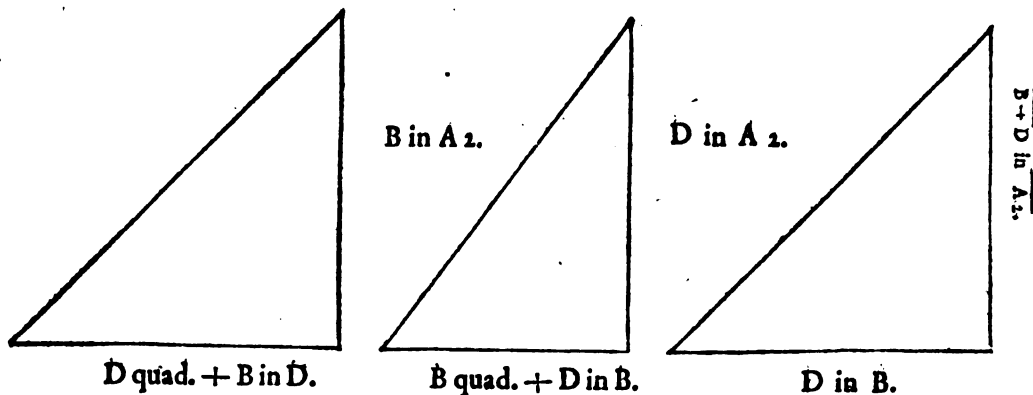
Tertium abs $\frac{B + D \text{ in } B \text{ in D.}}$

Id autem in conspicuo est: quoniam singula hæc tria solida faciunt B in Dq. + D in Bq.

Z E T E T I C V M XI.

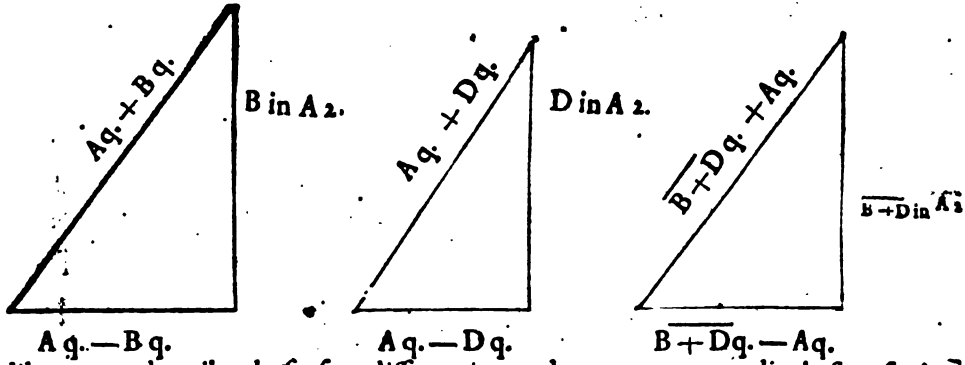
Invenire numero tria triangula rectangula, æqualis areæ.

Perpendicularum primi trianguli, esto simile B in A 2. Basis vero, Dq. + B in D. Secundi, D in A 2. Basis, Bq. + B in D. Tertii, $\frac{B + D \text{ in } A 2}$. Basis, D in B.



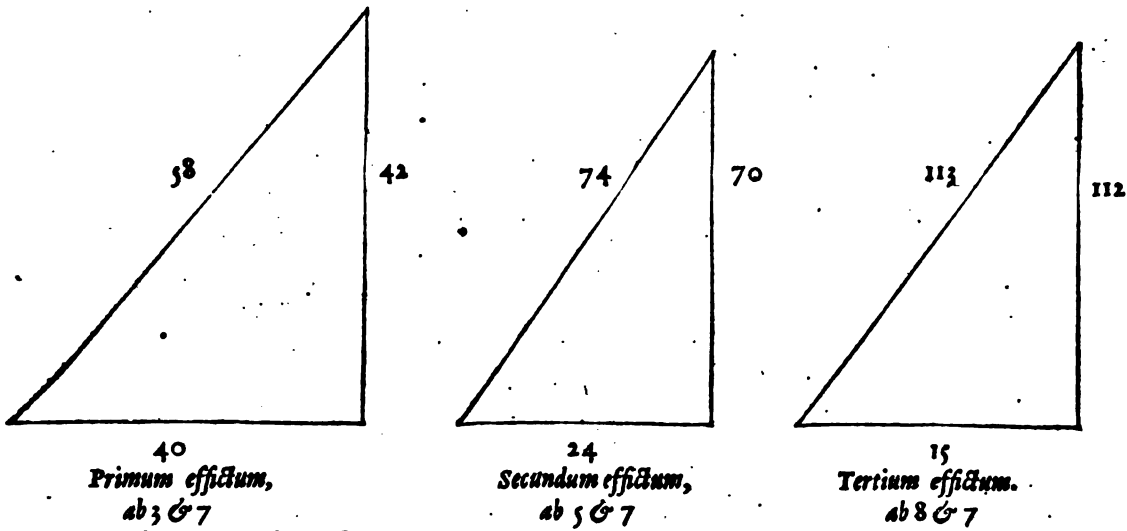
Areæ igitur erunt æquales ex antecedente Lemmate, nempe singulæ erunt B in Dq. in A, + D in Bq. in A. Superest igitur ut plana hypotenuse similia, sint rationalia. At vero talia latera B & D possunt per antecedens Zeteticum eligi, ut Bq. + Dq. + B in D, æquetur quadrato. Tale quadratum, esto Aq. fit primi trianguli basis per interpretationem Aq. — Bq. Secundi Aq. — Dq. Tertii $\frac{B + D \text{ quad.}}{A}$ quadratum, — A quad.

A qua-



A qualibus autem lateribus bases sunt differentie quadratorum, perpendiculara sunt similia duplo sub iis rectangulo. Constabunt igitur hypotenuse adgregato eorundem quadratorum, ex regulari triangulorum effectione. Vnde hypotenusa primi similis fit $Aq + Bq$. Secundi $Aq + Dq$. Tertii $B + Dq + Aq$. Itaque problemati satisficit.

Sic B 3, D 5, fit A 7. Et triangula se habent in numeris, ut hic

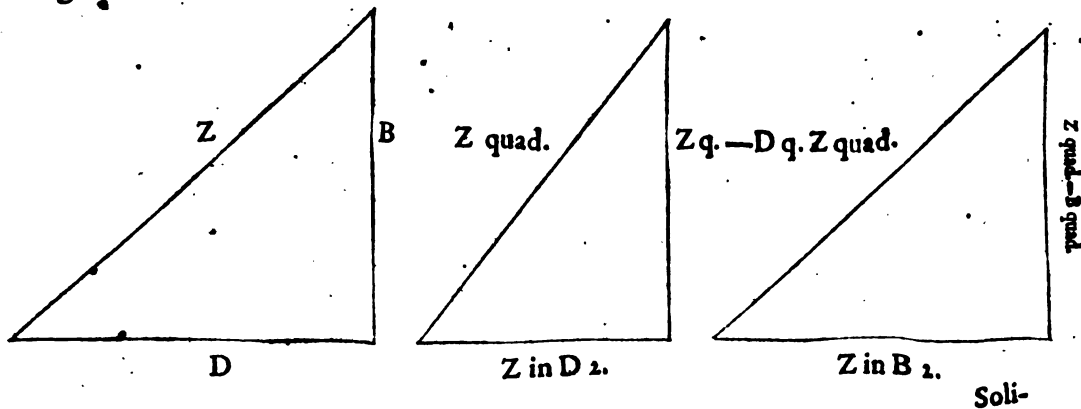


Horum trium communis area 840.

ZETETICVM XII.

Invenire numero tria triangula rectangula, ut solidum sub perpendicularis ad solidum sub basibus, se habeat ut quadratus numerus ad quadratum numerum.

Exponatur numero rectangulum quodcumque triangulum, cuius hypotenusa detur Z, basis D; perpendicularum B. Et effingatur triangulum secundum abs Z & D, & Z in D 2 adsignetur basi. Effingatur denique triangulum tertium ab Z & B, & Z in B 2 adsignetur basi.



Soli-

Solidum sub perpendicularis ad solidum sub basibus se habet ut B q. ad Z q. 4.

Sit primum triangulum 5, 3, 4.

Secundum erit 34, 30, 16.

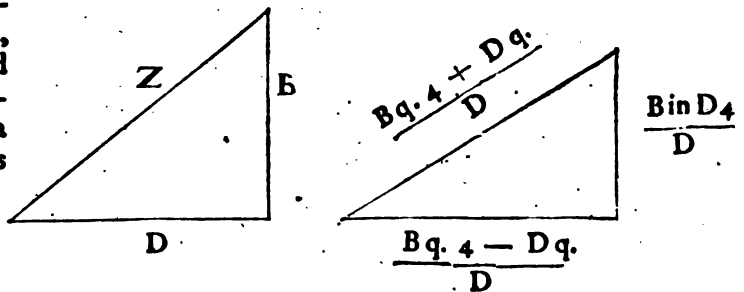
Tertium 41, 40, 9.

Solidum sub perpendicularis 4, 16, 9. ad solidum sub basibus 3, 30, 40 se habet ut quadratum abs 4 ad quadratum abs 10.

Z E T E T I C V M XIII.

Invenire numero duo triangula rectangula, ut planum sub perpendicularis, minus plano sub basibus, sit quadratum.

Exponatur numero triangulum quodvis rectangulum, cujus hypotenusa detur Z, basis D, perpendicularum B, ita tamen ut perpendicularum duplum præstet D basi. Et effingatur aliud triangulum abs B dupla & D, vel iis similibus radicibus, & B in D 4 adsignetur perpendicularo, & generaliter similia lateribus plana adplicentur ad D. Planum sub perpendicularis, multatum sub basibus plano, relinquit D qu. vel aliud simile B qu. prout radicem cum ipsis B dupla & D similitudo opus immutavit.

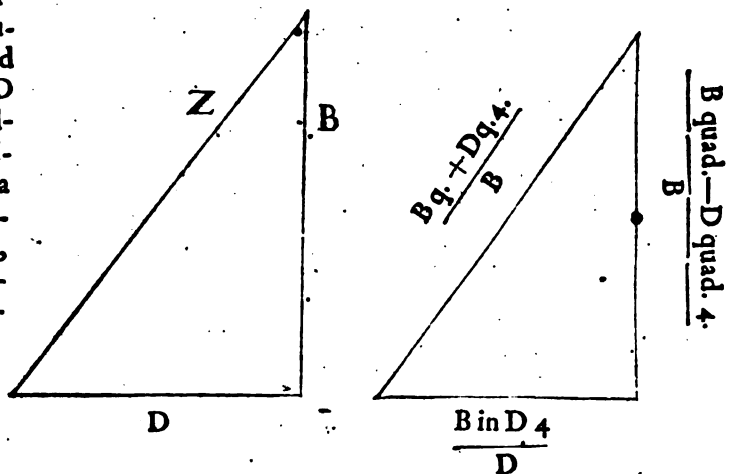


Sit primum triangulum rectangulum 15, 9, 12. Secundum erit 73, 55, 48, factum sub perpendicularis 576 differt a facto sub basibus 495, differentia 81 quadrata, cujus radix est 9.

Z E T E T I C V M XIV.

Invenire numero duo triangula rectangula, ut planum sub perpendicularis, adjunctum plano sub basibus, sit quadratum.

Exponatur numero triangulum quodvis rectangulum, cujus hypotenusa detur Z, basis D, perpendicularum B, ita tamen ut perpendicularum B præstet basi D duplæ. Et effingatur aliud triangulum abs B & D dupla, & B in D 2 bis adsignetur basi, & generaliter similia lateribus plana adplicentur ad B. Planum sub perpendicularis, adjunctum plano sub basibus componit B quadratum.

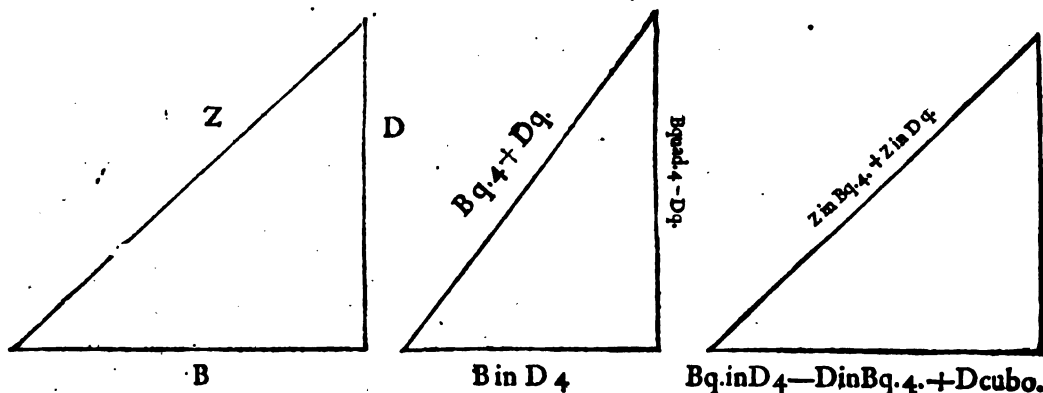


Sit primum triangulum rectangulum 13, 12, 5. Effictio triangulo abs 5 & 6, vel similibus 10 & 12. Secundum erit 61, 60, 11. Factum sub perpendicularis 396. Sub basibus 900. Summa 1296 quadrata, cujus radix est 36.

ZETETICVM XV:

Invenire numero tria triangula rectangula, ut solidum sub hypotenusa ad solidum sub basibus, se habeat ut quadratus numerus ad quadratum numerum.

Exponatur numero triangulum quodvis rectangulum cujus hypotenusa Z, basis B, perpendicularum D, ita tamen ut basis B duplum præter D perpendicularo. Et effingatur secundum triangulum abs B dupla & D. Et B in D 4 adfignetur basi. Tertii denique trianguli hypotenusa similis esto facto sub hypotenusa primi & secundi. Basis facto sub basibus eorumdem, minus facto sub perpendicularis. Vnde consequenter perpendicularum æquale est factis à basibus in perpendiculara alterne. Solidum sub hypotenusa ad solidum sub basibus se habebit, ut quadratum ad quadratum.

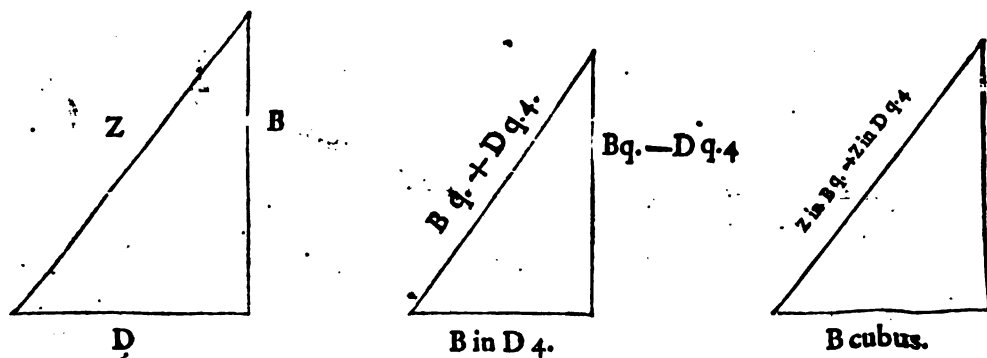


Sic primum triangulum 5, 3, 4. Secundum erit 13, 12, 5. Tertium 65, 16, 63.

Et se habet solidum sub hypotenusa ad solidum sub basibus, ut quadratum abs 65 ad quadratum abs 24.

Vel exponatur numero triangulum rectangulum, cujus hypotenusa Z, basis D, perpendicularum B, ita tamen ut B præter D basis duplo, & illud sit primum. Secundum autem effingatur abs B & D dupla, & B in D 4 adfignetur basi. Tertii denique hypotenusa similis esto, facto sub hypotenusa primi & secundi. Basis, facto sub basibus, plus facto sub perpendicularis. Unde perpendicularum æquale sit differentie factorum à basibus in perpendiculara alterne.

Solidum sub hypotenusa ad solidum sub basibus se habebit, ut quadratum ad quadratum.



Sic primum triangulum 13, 5, 12. Secundum erit 61, 60, 11. Tertium 793, 432, 665.

Et se habebit solidum sub hypotenusa ad solidum sub basibus, ut quadratum abs 793 ad quadratum abs 360.

K

ZETI-

Z E T E T I C V M XVI.

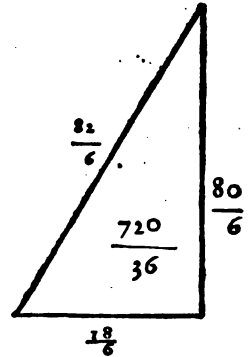
Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area æquetur datae statutis conditionibus.

Vt pote si area detur $\frac{B \text{ quad.} - X \text{ quad.}}{D}$. Effingetur triangulum abs B q. & X q. & plano-plana lateribus similia adplicabuntur ad X in D in B.

Sit B 3, X 1, D 2. Sunt igitur duo quadrato-quadrata 81 & 1, differentia quadrato-quadrata 80. Detur area $\frac{80}{4}$ id est 20; effingetur triangulum abs 9 & 1, & fit area $\frac{720}{36}$.

Itaque cum præscribitur numerus areæ, videndum est an idem qui proponitur, vel idem per quadratum numerum multiplicatus, adjecta unitate aliove quadrato-quadrato, fiat quadrato-quadratum.

Vt si proponatur 15, quoniam 15 ad 1 adjectus, facit 16 quadrato-quadratum abs 2, fiet triangulum abs 4 & 1.



Et si area detur $\frac{D \text{ cubus in } X - X \text{ cubo in } D}{X \text{ quad.}}$. Effingetur triangulum abs D & X, & plana lateribus similia adplicabuntur ad X.

Sit D 2, X 1. Atque ideo detur area 6; effingetur triangulum abs 2 & 1, & conveniet area 6. Itaque cum præscribitur numerus area, videndum erit an is qui proponitur, vel idem per quadratum numerum multiplicatus, fit cubus multatus latere.

Vt si proponatur 60. Fiet triangulum abs 4 & 1.

Z E T E T I C V M XVII.

Invenire numero tria proportionalia plana, quorum medium adscito si-ve primo si-ve postremo, sit quadratum.

Sit medium planorum E planum. Et primum statutor B quad. — E plano, postremum G q. — E plano. Cum igitur primo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe B quadratum. Æque cum postremo addetur E planum, fiet quadratum, nempe G quadratum. Restat igitur ut ea tria plana proportionalia sint, & consequenter quod a medio fit in se, æquetur ei quod fit sub extremis, qua comparatione secundum artem inita, $\frac{B \text{ quad. in } G \text{ quad.}}{B \text{ quad.} + G \text{ quad.}}$ invenitur æquari E plano. Vnde tria proportionalia plana se habent hujusmodi.

Primum	Secundum	Tertium
$\frac{B \text{ quad. quad.}}{B \text{ q.} + G \text{ quad.}}$	$\frac{B \text{ quad. in } G \text{ quad.}}{B \text{ quad.} + G \text{ quad.}}$	$\frac{G \text{ quad. quad.}}{B \text{ q.} + G \text{ quad.}}$

Sit B 1, G 2. Plana quaesita erunt. Primum $\frac{1}{3}$, Secundum $\frac{2}{3}$, Tertium $\frac{16}{3}$. Medium adscito primo, facit 1; adscito secundo, facit 4. Eadem plana ducantur in aliquot quadratum ut 25 , ad tollenda pacta. Fient 5, 20, 80, plana conditionis imperata.

Z E T E T I C V M XVIII.

Datis duobus cubis, invenire numero duos alios cubos, quorum summa æqualis sit differentiae datorum.

Sint dati duo cubi, B cubus, D cubus; ille major, hic minor. Oportet invenire duos alios cubos, quorum summa æqualis sit B cubo — D cubo. Latus primi quaerendi cubi, esto B — A. Latus secundi, $\frac{B \text{ quad. in } A}{D \text{ quad.}}$ — D. Et efformentur cubi & comparentur B cubo — D cubo, invenitur $\frac{D \text{ cubus in } B \text{ q.}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$ æquari A. Itaque primi quaesiti cubi latus $\frac{B \text{ in } B \text{ cubum} - D \text{ cubo} 2}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$ Secundi $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum} 2 - D \text{ cubo.}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo.}}$ Et horum cuborum summa æqualis est B cubo — D cubo. Sic licet invenire quatuor cubos quorum major tribus reliquis erit æqualis.

qualis. Enimvero adsumptis duobus lateribus B & D, illo majore, hoc minore. Latus compositi cubi fit simile $\frac{B}{D}$ in $\frac{B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}}$. Latus singularis primi cubi $\frac{D}{B}$ in $\frac{B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}}$. Secundi $\frac{B}{D}$ in $\frac{B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}}$. Tertii $\frac{D}{B}$ in $\frac{B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}}$. Evidens autem est ex processu exigi, ut majoris adsumpti lateris cubus prætet cubo duplo minoris.

Sit B 2. D 1. Cubus à radice 6 æquabit singulares cubos à radicibus 3, 4, 5. Cum itaque dabuntur cubi ab 6 N, & 3 N: exhibentur cubi abs 4 N & 5 N, & horum summa illorum differentia, erit æqualis.

ZETETICVM XIX.

Datis duobus cubis, invenire numero duos alios cubos, quorum differentia æquet summam datorum.

Sint dati illi duo cubi, B cubus, D cubus; ille major, hic minor. Latus primi quærendi cubi B + A, secundi $\frac{B \text{ quad. in } A}{D \text{ quad.}}$ - D. Et efformentur cubi & horum differentia comparetur B cubo + D cubo, inveniatur $\frac{D \text{ cubus in } B}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$ æquari A. Itaque majoris quærendi cubi latus erit $\frac{B \text{ in } B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$. Secundi $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$. Et horum differentia æqualis est B cubo + D cubo.

Sic licet invenire quatuor cubos quorum major tribus reliquis erit æqualis.

Enimvero adsumptis duobus lateribus B & D; illo majore, hoc minore. Latus compositi cubi fit simile, $\frac{B}{D}$ in $\frac{B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}}$. Latus singularis primi, $\frac{D}{B}$ in $\frac{B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}}$. Secundi, $\frac{B}{D}$ in $\frac{B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}}$. Tertii, $\frac{D}{B}$ in $\frac{B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}}$.

Sit B 2. D 1. Cubus ab 10 invenitur æqualis singularibus cubis abs 17, 14, 7. Cum itaque dabuntur cubi à 14 N & 7 N: exhibebuntur cubi abs 20 N & 17 N, & horum differentia summa illorum erit æqualis.

ZETETICVM XX.

Datis duobus cubis, invenire numero duos alios cubos, quorum differentia æquet differentiam datorum.

Sint dati duo cubi, B cubus, D cubus; hic major, ille minor. Latus primi quærendi cubi esto A - D. Secundi $\frac{D \text{ quad. in } A}{B \text{ quad.}}$ - B, & efformentur cubi, & horum differentia comparetur B cubo - D cubo, inveniatur $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$ æquari A. Itaque latus primi cubi fit $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$. Secundi $\frac{B \text{ in } D \text{ cubum} - B \text{ cubo}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$ & horum differentia, æqualis est differentia B cubi & D cubi. Eodem opus recidit si primi quærendi cubi radix statuatur B - A, secundi $D - \frac{B \text{ quad. in } A}{D \text{ quad.}}$.

Sic licet invenire quatuor cubos ut bini cubi sint binis cubis æquales.

Enimvero adsumptis duobus lateribus B & D; illo majore, hoc minore. latus primi cubi fit simile $\frac{D}{B}$ in $\frac{B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}}$. latus secundi $\frac{D}{B}$ in $\frac{B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}}$. latus tertii $\frac{B}{D}$ in $\frac{B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}}$. latus quarti $\frac{B}{D}$ in $\frac{B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}}$. Evidens autem est ex processu oportere B cubum etsi majorem D cubo, minorem tamen esse D cubo 2.

Sit B 5, D 4. Cubus ab 1252 & 248 æqualis est cubo abs 5 & 315. Cum itaque dabuntur cubi abs 315 N & 252 N: exhibebuntur cubi abs 248 N & 5 N, & horum differentia illorum differentia erit æqualis.

Z E T E T I C O R V M
L I B E R Q V I N T V S.

Z E T E T I C V M I.



Invenire numero tria plana, conficientia quadratum, & rursus bina juncta quadratum constituent.

Summa trium planorum, esto quadratum abs $A + B$, nempe A quad. + B in $A^2 + B$ quadrato. Primum autem cum secundo, faciat A quadratum. Tertium igitur planum erit B in $A^2 + B$ quad. Secundum cum tertio faciat quadratum abs $A - B$, hoc est A quad. - B in $A^2 + B$ quad. Secundum igitur planum relinquitur A quad. - B in A^4 . Atque adeo primum planum erit B in A^4 . quod adjunctum tertio plano facit B in $A^6 + B$ quadrato. Superest igitur ut compositum istud postremum planum ex primo & tertio, adæquetur quadrato. Sit illud D quadratum, Ergo $\frac{D \text{ quad.}}{B} = \frac{B \text{ quad.}}{B}$ æquabitur A .

Primum igitur planum simile fit D quad. in B quad. $24 - B$ quad. quad. 24 . Secundum simile D quad. quad. + B quad. quad. $25 - B$ quad. in D quad. 26 . Tertium simile B quad. in D quad. $12 + B$ quad. quad. 24 .

Sit D 11, B 1. Primum planum fit 2880. Secundum 11520. Tertium 1476. & satisfaciunt questioni. Ut etiam satisfaciunt omnibus per aliquot quadratum divisib, ut pote per 36: exurgunt plana 80, 320, 41.

Sit D 6, B 1. Primum planum fit 840. Secundum 385. Tertium 456.

Z E T E T I C V M II.

Invenire numero tria quadrata, æquo distantia intervallo.

Sit primum, A quad. Secundum, A quad. + B in $A^2 + B$ quad. Tertium igitur erit, A quad. + B in $A^4 + B$ quad. 2, cujus latus si statnatur $D - A$: fit D quad. - A in D^2 , + A quad. æquale A quad. + B in $A^4 + B$ quad. 2. Itaque $\frac{D \text{ quad.} - A \text{ in } D^2}{D + A} = \frac{B \text{ quad.} 2}{B + B}$ æquabitur A . Ergo latus primum fit simile D quad. - B quad. 2, latus secundum simile D quad. + B quad. 2 + B in D^2 . Tertium simile D quad. + B quad. 2 + B in D^4 .

Sit D 8, B 1. Fit latus primi quadrati 62, secundi 82, tertii 98. Ipsa vero ab iis quadrata sunt 3844, 6724, 9604. Et omnibus per aliquot quadratum divisib, ut pote per 4, 961, 1681, 2401 æquo inter se distantia intervallo; illa nempe per 2280; hæc per 720.

Z E T E T I C V M III.

Invenire numero tria æquidistantia plana, & bina juncta quadratum conficient.

Exponentur per antecedens Zeteticum tria quadrata æquo distantia intervallo, ac primum idemque minus sit B quadratum. Secundum B quad. + D plano. Tertium B quadratum + D plano 2. Primum autem & secundum æquidistantium trium quæ invenienda proponuntur planorum faciant B quad. Primum & tertium B quad. + D plano. Secundum denique & tertium B quad. + D plano 2. Summa vero trium esto A planum. Tertium itaque erit A planum, - B quadrato. Secundum A planum, - B quadrato, - D plano. Primum A planum, - B quadrato, - D plano 2. Itaque æquidistantur hæc tria plana. Primi enim & secundi differentia est D planum, sicuti secundi & tertii. Restat igitur ut hæc trium planorum summa quæ est A planum 3, - B quad. 3, - D plano 3, æquetur A plano, fit $\frac{B \text{ quad.} 3 + D \text{ plano} 3}{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}$ æquale A plano.

Primum igitur planum erit $\frac{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}{3}$. Secundum $\frac{B \text{ quad.} + D \text{ plano}}{2}$. Tertium $\frac{B \text{ quad.} + D \text{ plano} 2}{3}$. Et omnibus quadruplicatis. Fit primum simile B quad. 2 - D plano 2. Secundum simile B quad. 2 + D plano 2. Tertium simile B quad. 2 + D plano 6.

Intervallum est D planum 4 sive inter primum & secundum, sive secundum & tertium. Primum

Primum cum secundo facit B quad. 4. Primum cum tertio B quad. 4 + D plano 4. quadratum ex hypothesi, quoniam B quad. + D plano statuitur quadratum. Secundum cum tertio B quad. + D plano 8. quadratum quoque ex hypothesi, quoniam B quad. + D plano 2 statuitur quadratum.

Sit B quad. 961. D planum 720. Primum planum erit 482. Secundum 3362. Tertium 6242. horum intervallum est 2880. Primum cum secundo facit quadratum à latere 62. Cum tertio à latere 82. Secundum denique cum tertio quadratum à latere 98.

ZETETICVM IV.

Invenire numero tria plana, quæ bina juncta, ac etiam ipsa trium summa adscito dato plano, quadratum constituent.

Sit datum Z planum. Adgregatum vero primi quæsitæ plani & secundi, sit A quad. + B in A 2, + B quad. — Z plano, ut cum ei adgregato adjungetur Z planum efficiatur quadratum abs A + B. Adgregatum autem secundi & tertii sit A quad. + D in A 2 + D quad. — Z plano, ut cum ei adjungetur Z planum efficiatur quadratum abs A + D. Summa autem trium A quad. + G in A 2, + G quad. — Z plano, ut cum ei adjungetur Z planum efficiatur quadratum abs A + G. Cum igitur à summa subducatur adgregatum primi & secundi, relinquetur ad tertium planum G in A 2, + G quad. — B in A 2, — B quad. Et cum ab eadem summa subducatur adgregatum secundi & tertii, relinquetur ad primum planum G in A 2, + G quad. — D in A 2 — D quadrato. Adgregatum igitur primi & tertii plani adscito Z plano erit, G in A 4, + G quad. 2. — B in A 2, — B quad. — D in A 2, — D quad. + Z plano, adæquandum quadrato. Sit illud F quadratum.

Ergo, $\frac{F \text{ quad.} + D \text{ quad.} + B \text{ quad.} - G \text{ quad.} 2 - Z \text{ plano}}{G 4 - B 2 - D 2}$ æquabitur A.

Sit Z planum 3, B 1, D 2, G 3, F, 10. sit A 14. Adgregatum primi & secundi plani est 222, quadratum videlicet abs 15, multatum 3. Adgregatum secundi & tertii est 253, quadratum videlicet à 16, multatum 3. Adgregatum primi & tertii est 97, quadratum videlicet à 10, multatum 3. Summa trium est 286 quadratum videlicet à 17 multatum 3. Primum igitur planum à quæsitis erit 33, Secundum 189, Tertium 64, quæ præstant imperata.

ZETETICVM V.

Invenire numero tria plana, quæ bina juncta, ac etiam ipsa trium summa dempto dato plano, quadratum constituent.

Sit datum Z planum. Summa primi & secundi sit A quad. + Z plano, ut cum auferetur Z planum, residuum sit quadratum abs A. Summa secundi & tertii sit eadem causa A quad. + B in A 2. + B quad. + Z plano, ut cum auferetur Z planum, residuum sit quadratum abs A + B. Summa denique omnium trium sit eadem causa A quad. + D in A 2, + D quad. + Z plano, ut cum auferetur Z planum, residuum sit quadratum abs A + D. Si igitur ab summa trium auferatur adgregatum primi & secundi, relinquetur ad tertium D in A 2 + D quadrato. Et si ab eadem auferatur adgregatum secundi & tertii, relinquetur ad primum D in A 2 + D quad. — B in A 2, — B quad. Adgregatum igitur primi & tertii, dempto Z plano, erit D in A 4 + D quad. 2. — B in A 2, — B quad. — Z plano. Sit illud F quadratum. Ergo $\frac{F \text{ quad.} + B \text{ quad.} + Z \text{ plano} - D \text{ quad.} 2}{D 4 - B 2}$ æquabitur A.

Sit Z planum 3, B 1, D 2, F 8. sit A 10. Adgregatum primi & secundi plani est 103, quadratum videlicet à 10, adfectum adjunctione 3. Adgregatum secundi & tertii 124, quadratum videlicet abs 11, auctum 3. Summa trium 147, quadratum videlicet abs 12, adscito 3. Adgregatum denique primi & tertii 67, quadratum abs 8, auctum 3. Primum igitur planum à quæsitis erit 23, secundum 80, tertium 44, quæ præstant imperata.

ZETETICVM VI.

Invenire numero infinita quadrata, quorum singula adscito dato plano faciant quadratum, & reciproce infinita, quæ eodem dempto.

Sit datum Z planum, cujus subquadruplum resolvitur in duo latera, quæ ipsum conficiant, veluti B in D, & rursus F in G: unde B in D 4 æquetur Z plano, vel etiam F in G 4. Ergo $\frac{B}{D}$ quad. adscito Z plano, quod est quadruplum rectangulum sub lateribus,

K 3

faciet

faciet quadratum nempe $\overline{B + D}$ quadratum. Et rursus $\overline{F - G}$ quadratum adscito Z plano faciet quadratum, nempe $\overline{F + G}$ quad. Idem quoque locum habebit in duobus quibuscumque lateribus, ad quorum unum cum adplicabitur Z subquadruplum planum, alterum ex adplicatione orietur.

Sit Z planum 96. Hujus subquadruplum 24 fit sub 1 & 24, vel sub 2 & 12, vel sub 3 & 8, vel sub 4 & 6 & fractis innumeris aliis. Itaque quadratum abs 23 adscito 96, facit quadratum abs 25; & quadratum abs 10 adscito 96, faciet quadratum abs 14; & quadratum abs 5 adscito 96, faciet quadratum abs 11; & quadratum abs 2 adscito 96, faciet quadratum abs 10, & ita de reliquis.

Et contra $\overline{B + D}$ quadratum, multatum Z plano quod est quadruplum rectangulum sub lateribus, relinquet $\overline{B - D}$ quad. & $\overline{F + G}$ quadratum, multatum Z plano, relinquet $\overline{F - G}$ quadratum.

625 — 96. facit 529, quadratum abs 23. Et 196 — 96, facit 100, quadratum abs 10.

Z E T E T I C V M VII.

Invenire numero tria latera, sub quibus binis quod fit planum adscito dato plano, eveniat quadratum.

Sit datum Z planum. Quod autem fit sub primo & secundo latere statuitor B quadratum — Z plano, ut adscito Z plano sit quadratum, ipsumque latus secundum esto A. Primum igitur erit $\frac{B \text{ quad.} - Z \text{ plano}}{A}$. Quod vero fit sub secundo & tertio latere ea ipsa de causa sit D quad. — Z plano. Stante igitur latere secundo A, fit tertium $\frac{D \text{ quad.} - Z \text{ plano}}{A}$. Restat igitur ut quod fit à primo in tertium, id est, abs $\frac{B \text{ quad.} - Z \text{ plano}}{A}$ in $\frac{D \text{ quad.} - Z \text{ plano}}{A}$ sit adscito Z plano, quadratum. Quod si B quad. — Z plano, faceret quadratum, ut pote F quadratum; & D quadratum — Z plano, faceret quadratum, ut pote G quad. expedita esset æquatio, eo siquidem casu $\frac{F \text{ quad. in G quad.} - Z \text{ plano in A quad.}}{A \text{ quad.}}$ adæquandum erit quadrato. Quod nō erit negotiosum, velut effingendo illud quadratum abs $\frac{F \text{ in G} - H \text{ in A}}{A}$. Unde $\frac{H \text{ in F in G}}{H \text{ quad.} - Z \text{ plano}}$ æquabitur A. Et illa effictione præstat H quadratum ipsi Z plano, hoc cedit. At licet invenire infinita quadrata quæ dempto dato plano quadratum exhibeant, & reciproce infinita quæ eodem adscito. Itaque non libera quadrata, B quadratum vel D quadratum adsumenda sunt, sed quæ conditiones illas impleant, talia videlicet latera F & G eligendo à quibus singulis quadrato adscito Z plano, faciant quadratum; ut hic faciunt B quadratum, & D quadratum, & erit omnino expostæ æquationi locus.

Sit Z planum 192, F 8, G 2. Sumitor H 6. fit A $\frac{16}{3}$. Primum latus erit 52. secundum $\frac{16}{3}$, tertium $\frac{1}{3}$. Primum in secundum, facit 64. Secundum in tertium, facit 4. Primum in tertium 169. Quod fit itaque sub primo & secundo adjunctum 192 est 256, quadratum à latere 16. Quod sub secundo & tertio adjunctum 192 est 196, quadratum à latere 14. Quod denique sub primo & tertio adjunctum 192 est 361, quadratum à latere 19.

Z E T E T I C V M VIII.

Invenire numero tria latera, sub quibus binis quod fit planum, detracto dato plano, eveniat quadratum.

Sit datum planum Z planum. Quod autem fit sub primo & secundo latere statuitor B quad. + Z plano, ut dempto Z plano, sit B quad. Ipsumque latus secundum esto A. Primum igitur erit $\frac{B \text{ quad.} + Z \text{ plano}}{A}$. Quod vero fit sub secundo & tertio latere ea ipsa de causa sit D quad. + Z plano. Stante igitur latere secundo A, fit tertium $\frac{D \text{ quad.} + Z \text{ plano}}{A}$. Restat igitur ut quod fit à primo in tertium, id est, abs $\frac{B \text{ quad.} + Z \text{ plano}}{A}$ in $\frac{D \text{ quad.} + Z \text{ plano}}{A}$ detracto Z plano sit quadratum. Quod si B quad. + Z plano faceret quadratum, ut pote F quadratum; & D quad. + Z plano faceret quoque quadratum, ut pote G quadratum; expedita esset æquatio. Eo quidem casu $\frac{F \text{ quad. in G quad.} - Z \text{ plano in A quad.}}{A \text{ quad.}}$ adæquandum erit quadrato. Quod non erit negotiosum veluti effingendo illius quadr. abs $\frac{F \text{ in G} - H \text{ in A}}{A}$, unde $\frac{H \text{ in F in G}}{Z \text{ planum} - H \text{ quad.}}$ æquabitur A. At licet invenire infinita quadrata quæ adscito dato plano quadratum exhibeant, & reciproce infinita quæ eodem dempto. Itaque non libera adsumenda sunt B quadratum & D quadratum, sed quæ conditiones illas impleant, videlicet latera F & G eligendo

eligendo à quibus singulis quadrato dempto Z plano, faciant quadratum, ut hic faciunt B quadratum & D quadratum, & erit omnino expositæ æquationi locus.

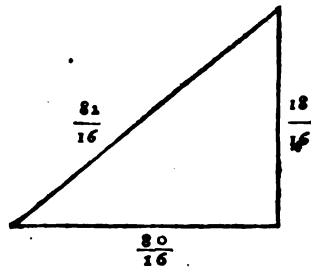
Sit Z planum 40. F 7. G 11. fit B 3. D 9. Sumatur H 24. fit A 6. Primum latus $\frac{49}{6}$. Secundum 6. Tertium $\frac{121}{6}$. Factum ex primo in secundum est 49 & dempto 40 relinquitur 9, numerus quadratus, cujus radix 3. Factum ex secundo in tertium est 121, & dempto 40 relinquitur 81, numerus quadratus, cujus radix 9. Factum ex primo in tertium est $\frac{529}{36}$ & dempto $\frac{144}{36}$, id est 40, relinquitur $\frac{4489}{36}$, numerus quadratus, cujus radix $\frac{67}{6}$.

Z E T E T I C V M IX.

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area adjuncta dato plano ex duobus quadratis composito, conficiat quadratum.

Sit datum planum Z, planum compositum ex B quadrato & D quadrato. Effingatur triangulum rectangulum abs quadrato adgregati laterum B, D, & quadrato differentie eorumdem. Hypotenusa igitur similis erit B quad. quad. 2 + B quad. in D quad. 12 + D quad. quad. 2. Basis B in D in Z planum 8. Perpendicularum $\frac{B + D}{B - D}$ quadrato in $\frac{B - D}{B + D}$ quadratum 2. Adplicentur omnia ad $\frac{B + D}{B - D}$ in $\frac{B - D}{B + D}$ quad. 2, fiet area similis $\frac{Z \text{ plano in } B \text{ in } D 2}{B - D \text{ quad.}}$. Adde Z planum; quoniam $\frac{B - D}{B + D}$ quad. + B in D 2 æquatur B quadrato + D quadrato, id est æquatur Z plano. Summa erit $\frac{Z \text{ plano-planum}}{B - D \text{ quad.}}$. Quadratum à radice $\frac{Z \text{ plani}}{B - D}$.

Sit Z planum 5, D 1, B 2. Triangulum rectangulum erit hujusmodi. Area $\frac{720}{36}$ id est 20. Adde 5. Summa fit 25, cujus radix est 5.

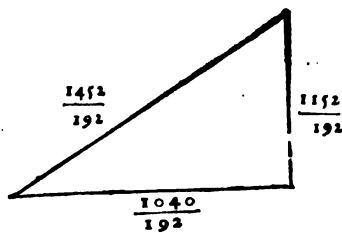


Z E T E T I C V M X.

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area diminuta dato plano, conficiat quadratum.

Sit datum planum Z planum, aliter B in D 2, & effingatur triangulum rectangulum abs quadrato adgregati laterum B, D, & quadrato differentie eorumdem. Hypotenusa igitur similis erit B quad. quad. 2 + B quad. in D quad. 12. + D quad. quad. 2. Basis B quad. in Z planum 4 + D quad. in Z planum 4. Perpendicularum $\frac{B + D}{B - D}$ quad. in $\frac{B - D}{B + D}$ quad. 2. Adplicentur omnia ad $\frac{B + D}{B - D}$ in $\frac{B - D}{B + D}$ quad. 2, fiet area similis $\frac{B \text{ quad. in } Z \text{ plani} + D \text{ quad. in } Z \text{ plani}}{B - D \text{ quad.}}$. Aufer Z planum, quoniam B quad. + D quad. $\frac{B - D}{B + D}$ quad. valet Z planum. Relinquetur $\frac{Z \text{ plano-planum}}{B - D \text{ quad.}}$ quadratum à radice $\frac{Z \text{ plani}}{B - D}$.

Sit D 1, B 5. Vnde Z planum 10. Triangulum rectangulum erit hujusmodi. Area $\frac{192040}{36864}$. Aufer 10. Relinquetur $\frac{230400}{36864}$ quadratum abs radice $\frac{480}{192}$ seu $\frac{10}{4}$.

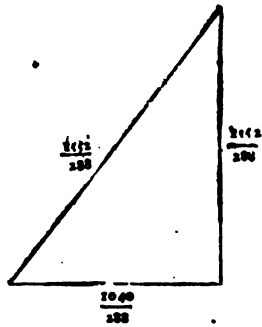


Z E T E T I C V M XI.

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area diminutum datum planum, conficiat quadratum.

Sit datum planum Z planum, aliter B in D 2. Effingatur triangulum rectangulum abs quadrato adgregati laterum B + D & quadrato differentie eorumdem. Hypotenusa igitur similis erit B quad. quad. 2 + B quad. in D quad. 12. + D quad. quad. 2. Basis B quad. in Z planum 4. + D quad. in Z planum 4. Perpendicularum $\frac{B + D}{B - D}$ quad. in $\frac{B - D}{B + D}$ quad. 2. Adplicentur omnia ad $\frac{B - D}{B + D}$ in $\frac{B + D}{B - D}$ quad. 2. Fiet area similis $\frac{B \text{ quad. in } Z \text{ planum} + D \text{ quad. in } Z \text{ plani}}{B + D \text{ quad.}}$. Dematur ex Z plano, quoniam $\frac{B + D}{B - D}$ quadratum - B quad. - D quad. valet B in D 2. Relinquetur $\frac{Z \text{ plano-planum}}{B + D \text{ quad.}}$ quadratum à radice $\frac{Z \text{ plani}}{B + D}$.

Sit



Sit D 1, B 5. Unde Z planum 10 triangulum rectangulum erit hujusmodi. Area $\frac{10 \cdot 10}{2} = 50$ auferatur à 10, relinquetur $\frac{23 \cdot 04 \cdot 00}{82944}$ quadratum abs radice $\frac{480}{288}$ seu $\frac{5}{3}$.

Z E T E T I C V M XII.

Invenire numero tria quadrata, ut quod fit sub binis plano-planum, adjunctum ei quod fit ab adgregato binorum in datæ longitudis quadratum, conficiat quadratum.

Data longitudine X. Sit primum quadratum, A quad. — X in A 2 + X quad. cujus radix A — X. Alterum, A quad. cujus radix A. Tertium, A quad. 4 — X in A 4 + X quadrato 4. Ex ductu igitur primi in secundum, adjecta summa primi & secundi ducta in X quadratum, fiet quadratum à radice plana A quad. — X in A + X quad. Ex ductu vero secundi in tertium, adjecta summa secundi & tertii ducta in X quadratum, fiet quadratum à radice plana A quad. 2. — X in A, + X quad. 2. Ex ductu denique primi in tertium, adjecta summa primi & tertii ducta in X quadratum, fiet quadratum à radice plana A quad. 2. — X in A 3, + X quad. 3. Tertii adæquandi radix esto D — A 2. Ergo $\frac{D \text{ quad.} - X \text{ quad.}}{D + X}$ æquabitur A.

Sit X 3, D 30, fit A 8. Itaque quadrata quesita sunt, primum 25, secundum 64, tertium 196, & satisfaciunt postulatù. Quod enim fit è primo in secundum adjectis 801 conficit 2401, quadratum abs 49. Et rursus quod fit è secundo in tertium adjectis 2340 facit 14884, quadratum abs 122. Ac denique quod fit è primo in tertium adjectis 1989 facit 6889, quadratum abs 83. Porro eadem quadrata tria cum adsciscunt singula duplum datæ longitudinis quadratum: quod fit sub binis plano-planum detractò eo quod fit ab adgregato binorum in datæ longitudinis quadratum, erit quadratum. Vt in exposita hypotefi duplum longitudinis quadratum est 18, quo additò unicuique trium quadratorum fiunt plana tria, primum 43, secundum 82, tertium 214 & satisfaciunt postulatù. Quod enim fit è primo in secundum ablati 1125, relinquit ipsa 2401. Et rursus quod fit è secundo in tertium ablati 2664, relinquit ipsa 14884. Ac denique quod fit è primo in tertium ablati 2313, relinquit ipsa 6889.

Z E T E T I C V M XIII.

Datam X longitudinem ita secare, ut cum primo segmento addetur B, secundo D, & ita productæ partes ducentur altera in alteram, fiat quadratum.

Primum segmentum esto A — B. Alterum igitur erit X — A + B. Cum itaque primo segmento addetur B, ipsum productum fiet A. Cum vero secundo segmento addetur D, ipsum fiet X — A + B + D. Quare $\frac{B + D - X}{X}$ in A, — A quad. adæquandù erit quadrato. Sit radix $\frac{B + D - X}{X}$ atque adeo ab ea quadratum, fit $\frac{(B + D - X)^2}{X^2}$. Ergo $\frac{B + D - X}{X}$ in X quad. — A quad. æquabitur A. Ad positiones. Primum segmentum erit $\frac{D + X \text{ in } X \text{ quad.} - B \text{ in } B \text{ quad.}}{B \text{ quad.} + X \text{ quad.}}$. Alterù $\frac{B + X \text{ in } B \text{ quad.} - D \text{ in } X \text{ quad.}}{B \text{ quad.} + X \text{ quad.}}$.

Itaque ut fit subtractioni locus oportebit S quadratum minus esse $\frac{X \text{ quad. in } D}{B + X}$, sed majus

Sit X 4, B 12, D 20. Oportebit S quadratum minus esse 32, sed majus 20. Sit 25. fit segmentum primum $\frac{8}{4}$, secundum $\frac{8}{4}$. hoc dum producitur fit $\frac{200}{4}$. Illud $\frac{176}{4}$. Factum sub illis $\frac{118400}{1600}$ quadratum à radice $\frac{720}{4}$.

Sit X 3, B 9, D 15. Oportebit S quadratum minus esse 18, sed majus 11 $\frac{1}{4}$. Sit 16. fit primum segmentum $\frac{18}{2}$, alterum $\frac{3}{2}$ hoc dum producitur fit $\frac{432}{2}$. Illud $\frac{243}{2}$. Factum sub illis $\frac{116816}{82}$ quadratum abs radice $\frac{324}{2}$.

Z E T E T I C V M XIV.

A quadratum minus G plano adæquare uni quadrato, quod fit minus quam D in A, sed majus quam B in A.

Effingatur quadratum ab A — F, igitur A quad. — F in A 2, + F quad. æquabitur A quad.

quad. — G plano, & consequenter $\frac{F \text{ quad.} + G \text{ plano}}{F^2}$ æquabitur A. At quoniam A quad. — G plano est minus quam D in A. Ideo A quadratum erit minus quam D in A, + G plano. Et rursus A quad. — D in A cedit G plano. Unde fiet A minor quã $\sqrt{D \text{ quad.} \frac{1}{4} + G \text{ plano} + D \frac{2}{2}}$. Proponatur autem S æquari vel præstare $\sqrt{D \text{ quad.} \frac{1}{4} + G \text{ plano} + D \frac{1}{2}}$. Ergo A minor erit quam S. Contra quoniam A quad. — G plano est majus quam B in A. Et rursus A quad. — B in A præstabit G plano. Unde fiet A major quam $\sqrt{B \text{ quad.} \frac{1}{4} + G \text{ plano} + B \frac{1}{2}}$. Proponatur autem R æquari vel cedere $\sqrt{B \text{ quad.} \frac{1}{4} + G \text{ plano} + B \frac{1}{2}}$. Ergo A major erit quam R. Quare F quad. + G plano erit minus quam Sin F 2, sed majus quam R in S 2. Itaque non quævis F adsumenda est sed quæ non evagetur extra limites constitutos. Ad Zeteticum fit illa E. Ergo S in E 2 — E quad. majus erit quam G planum. Unde adsumetur F minor quam S + $\sqrt{S \text{ quad.} - G \text{ plano}}$. Contra R in E 2 — E quad. minus erit quam G planum. Unde adsumetur F major quam R + $\sqrt{R \text{ quad.} - G \text{ plano}}$.

Sit G planum 60, B 5, D 8, A 1 N. 1 N minor erit $\sqrt{76 + 4}$, major vero $\sqrt{\frac{261}{4} + \frac{1}{2}}$. At 12 est minor quam $\sqrt{76 + 4}$. Et 11 est major quam $\sqrt{\frac{261}{4} + \frac{1}{2}}$. Sumatur ergo S 13, R 10. eligenda erit F minor quam 13 + $\sqrt{109}$, sed major quam 10 + $\sqrt{40}$. At 23 est minor quam 13 + $\sqrt{109}$. Et 17 est major quam 10 + $\sqrt{40}$. Quare commode F adsumetur 21 vel 19, vel alia qualibet rationalis intermedia. Adsumatur 20 fit 1 N, 11 $\frac{1}{2}$.

Atque hinc solutio Problematis ab Epigrammatario Græco propositi.

- „ Οκταδράχμης ἑ πενταδράχμης χοείας τις ἔμιξε,
- „ Τοῖς πεσπολοῖς ποιῆν χρῆσιν ἑπιπέλαγγυλον.
- „ Καὶ πηλὴ ἀπίδακεν ὑπὲρ πάντων τετραγώνου,
- „ Τὰς ἑπιταχθείσας δεξάμην μονάδας,
- „ Καὶ ποιῶντας πάλιν ἐπιρὸν σε φέρην τετραγώνου
- „ Κτησάμενον πλάραν σῦνθεμα τῶν χοεῶν.
- „ Ὡςτε διάσφλον, τὸς ὀκταδράχμης ποιήσον,
- „ Καὶ πάλι τὸς ἐπίρας, πῆι, λέγε πενταδράχμης.

σῦνθεμα τῶν χοεῶν	11 $\frac{1}{2}$	A
πενταδράχμοι	6 $\frac{7}{12}$	
ὀκταδράχμοι	4 $\frac{11}{12}$	

πμὴ πενταδραχμῶν	32 $\frac{11}{12}$	B in A
πμὴ ὀκταδραχμῶν	39 $\frac{1}{4}$	D in A
πμὴ συμπᾶσαι	72 $\frac{1}{4}$ τετραγώνου	A quad. — Z plano.

μονάδες	60	Z planum
πεσπολοῖς πμῆς ἢ μονάδων	132 $\frac{1}{4}$ τετραγώνου κτησάμενον πλάραν	
11 $\frac{1}{2}$ A quad.		

Reverit Diophantus quæstione ultima libri V. Quare & Zeticorum quintus noster finem hic accipito.

F I N I S.

L

FRAN-

FRANCISCI VIETÆ
DE
ÆQVATIONUM
RECOGNITIONE
ET
EMENDATIONE
TRACTATUS DUO.



ALEXANDER ANDERSONUS

AD

M A T H E S E O S
S T U D I O S O S.

Reditam Mathematicam analysin praeceptorum Francisco Vietae debetis Φιλομαθῆς, quam suis regulis & praeceptis suo modo concinnatam, in varia digessit opuscula; quorum quidem nomenclaturam Isagogicis praemissam cernitis. Sed quadam sive praecipiti & immaturo Auctoris fato (nobis certe iniquissimè) nondum absoluta vel perpolita; veletiam, ut erat Auctoris ingenium (qui quidem pro singulari qua pollebat animi sagacitate multa apud se praemeditata, debitoque ordine mente digesta, sed nondum scriptis consignata, ob graviora fortassis qua pro Republica incumbebant munia, suis nominibus tanquam confecta insignire solebat) tantum inchoata, vel alicubi etiamnum latentia, nostras nondum manus attigere. Hac autem, quorum iam vobis copia conceditur, licet exactissimam Auctoris limam nondum haud dubie passa, à tanto tamen viro etiam vel ruditer procusa, toti Mathematicorum scholae utilissima, & ut nihil in hoc genere simile aut secundum haecenus visum, gratissima, diutius ab eruditorum hominum conspectu, in latebris delitescere, scelus publico dignam odio duxi. Si quid inde capiunt vestra studia emolumentis, aut animus ex tam varia & jucunda speculatione oblectamenti, quas debituri gratias, Jacobo Alelmo Christianissimi Galliarum & Navarra Regis LUDOVICI XIII. Architectonica militaris ἀρχιτεκτονικῆς dignissimo, viro in hoc studiorum genere apprime versato, omnes persolvite: qui quidem Vietae adversaria liberrime mecum communicavit, ex quibus haec sunt de prompta; cuique me hoc nomine vobiscum arte obstrictum profiteor. Nec dubito, nisi gravioribus pro principe & patria distractus esset curis, quibus summa cum laude perfungitur, quin & alia ejusdem viri aeternum victura monumenta in lucem proferret. Non est quod meum ego hic insinuat laborem; qui tamen nonnullus in recensendo quo usus sum exemplari, non paucis in locis depravato, quibusdam etiam mutilo. Singula namque aequationes, tum exemplorum nota epilogistica, novo subjicienda erant examini: quo quidem pluribus, quibus sparsim scatebant mendis sunt expurgata. Quae vero in textu deesse videbantur qua fieri potuit fide pro sensus exigentia à me restituta sunt. Si quid denique hic parum exactum, aut severiore ipsius Auctoris examine minus fortassis probatum; praeproperum & praeceptum ejusdem fatum; aut etiam nostram culpate in vos animi propensionem, qui ita hac in vestrum usum evulgare maluimus, quam tot tamque egregia divini ingenii monumenta, hoc solo opere contenta, nostris scriniis in privatum nostrum bonum recondita jacere.

Valete.

L 2.

FRAN-



FRANCISCI VIETÆ
DE
RECOGNITIONE ÆQVATIONVM
TRACTATVS PRIMVS.

CAPVT I.

*De dignoscenda æquationum constitutione ex Zetesi,
Plasmate, & Syncrisi.*

Generalem & generaliter traditam de numerosa potestatum resolutione doctrinam, informat & perficit tractatus de recognitione æquationum: præparatione enim indigent æquationes sæpe-numero, antequam scilicet explicentur: ac præsertim quum potestates de homogeneis magnitudinibus negantur; vel ita mixtim homogeneæ magnitudines de potestatibus negantur & affirmantur, ut affectiones negatæ affirmatis præpolleant; ac denique quotquot æquationes fractis numeris vel asymmetris exhibentur.

In Geometricis quidem, accidens fractionis vel asymmetriæ non solet æquationibus officere, quo minus *δηχανῶς* explicentur; sicuti neque vitium negationis: est enim certum semper subjectum, sub quo operetur Geometra: at obest *πλυπύθηα*, & quo elatior est potestas, affectionisque gradus, eo major se prodit in explicando Problemate *ἀρρησις ἢ ἀλογία*.

Ecquid vero æquationis, quæ proposita est, agnita constitutione non tentabit Analysta, quo saxa & scopulos refugiat? num gnarus Anatomices invertet, deprimet, attollet, & undique operabitur secure? nova, quum res postulaverit, suscepta Zetesi sub alio, quam qui proponebatur, termino, ad propositum tamen habente datam differentiam vel rationem.

Omnino æquationum origo, & prima constitutio scitu digna est, nullaque non solertia ab Analysta capescenda & adsequenda, quo sibi pateat ad eam reductionis via.

Æqualitatum constitutio potissimum deprehenditur Zetesi, Plasmate, & Syncrisi.

CAPVT II.

De Zetesi.

Zetesi non instituet temere neque *ἀπίχως* Analysta, quum pura è puris, affecta ex affectis proficisci dicter ratio: & ideo ad deprehendum æquationum ad potestates puras pertinentium conditionem, is ex datis duobus lateribus potestates inquiret.

Ad æquationes adfectarum simpliciter potestatum, investigabit ex data diffe-

differentia vel summa laterum, vel suorum graduum, una cum dato sub iis aut eorum gradibus paribus vel disparibus facto, alterutrum ex lateribus.

Ad æquationes denique multipliciter affectarum, affectionem affectioni adjunget sub diversis laterum parodicis gradibus.

Aut etiam non se adiget uni quæstionum formulæ, sed se sub Zeteticis exercebit sub quocunque efficto vel proposito themate.

Quæ Geometrico operi aptaturus, recordabitur latera ad extremas lineas rectas in serie continue proportionalium referri, facta vero sub lateribus aut laterum paribus vel disparibus gradibus ad aliquarum è mediis potestates.

Et quum incidet in æquationem Mechanico suo bene obviam, de illa condet Theorema simile, cujuscunque æqualitatis Systaticum & Exegeticum.

Æquationem æquationi similem regulariter dicimus, quum utrobique par est potestas, seu æque alta, ipsaque affecta afficiensve, sub pari gradu & eadem affectionis nota.

Quod si aliud quiddam præterea requiritur speciale & conditionarium, similitudo anomala est.

C A P V T . III.

Constitutiva æquationum quadraticarum ex Zeteticis.

Affectorum sane, quæ adæquantur, quadratorum constitutio, ex Zeteticis dignoscitur probe: sunt autem æquationum hujusmodi tres species: Καταφατική, Ἀποφατική, Ἀμφίβολη.

Tribus itaque Theorematis de earum constitutione Analysta ita poterit ratiocinari.

T H E O R E M A . I.

Κ Α Τ Α Φ Α Τ Ι Κ Η Σ .

Si A quad. + B in A, æquetur Z quad: sunt tres proportionales radices, quarum media est Z, differentia vero extremarum B; & fit A minor extrema.

Ex Zetetico si placet:

Data media trium proportionalium linearum rectarum, & differentia inter extremas, invenire minorem extremam.

Quæ enim in lineis rectis locum habent comparationes, easdem ad radices quascunque, simplices, planas, solidasve, aut ulterioris ordinis homogenas, posse aptari, disse-ruit Campanus in libro de proportionibus.

Sit igitur data Z media trium proportionalium, B differentia extremarum, & oporteat invenire minorem extremam.

Esto illa A. major igitur erit. A + B. ducatur minor in majorem; fit A quad. + B in A. Et vero quando sunt proportionales, quod fit sub extremis æquatur mediæ quadrato. igitur A quad. + B in A, æquale est Z quad. Id autem ipsum est quod ordinatur.

I Q. + 10. N. æquatur 144. Est √144. media inter extremas differentes per 10. & fit 1 N minor extrema ex serie trium proportionalium. 8. 12. 18.

T H E O R E M A . II.

Α Π Ο Φ Α Τ Ι Κ Η Σ .

Si A quad. — B in A, æquetur Z quad: sunt tres proportionales, quarum media est Z, differentia vero extremarum est B; & fit A major extrema.

L 3

Ex ze-

Ex Zetetico:

Data media trium proportionalium & differentia inter extremas, invenire majorem extremam.

Esto illa A. minor igitur erit $A - B$. ducatur major in minorem; fit A quad. — B in A, æquale Z quad. Id autem ipsum est quod ordinatur.

1 Q—10 Naquatur 144. est $\sqrt{144}$ media inter extremas differentes per 10. & fit 1 N major extrema ex serie trium proportionalium 8. 12. 18.

THEOREMA III.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

SI B in A — A quad. æquetur Z quad: sunt tres proportionales, quarum media est Z, aggregatum extremarum B; & fit A minor, minorve extrema.

Ex Zetetico:

Data media trium proportionalium & aggregato extremarum; invenire alterutram extremam.

Sit enim data Z media, aggregatum vero extremarum B: oportet invenire minorem extremam. Esto illa A. major igitur erit $B - A$. quare B in A, — A quad. æquabitur Z quadrato.

Sed sit A major extremarum; erit $B - A$, minor extremarum. itaque rursus B in A, — A quad. æquabitur Z quad. Unde A sive de minore extremarum, sive de majore potest enunciari.

26 N—1 Quætur 144. est $\sqrt{144}$ media inter extremas quarum aggregatum est 26. & fit 1 N. minor; majorve extrema ex serie trium proportionalium 8. 12. 18.

Rursus ex Zeteticis.

CAPUT IV.

Constitutiva equationum cubicarum: ac primum earum in quibus affectiones existunt sub latere.

Æquationum quoque cubicarum affectionibus sub latere obvolutarum constitutio ex Zeteticis, scitu digna est. quo pertinent tria quæ sequuntur Theoremata.

THEOREMA I.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ:

SI A cubus + B quad. in A, æquetur B quad. in Z, sunt quatuor continue proportionales, quarum prima majorminorve inter extremas est B, aggregatum vero secundæ & quartæ est Z, & fit A secunda.

Ex Zetetico:

Data prima, & aggregato secunda & quarta in serie quatuor continue proportionalium, invenire secundam.

Esto secunda A, quarta igitur erit $Z - A$. Solido autem sub primæ quadrato & quarta, æquatur cubus è secunda: quum sit ut quadratum primæ ad quadratum secundæ, ita secunda ad quartam. Itaque A cubus, æquabitur B quad. in Z, — B quad. in A; & per antithesin, A cubus + B quad. in A, æquabitur B quad. in Z. ut est ordinatum.

Si 1 C. + 64 N. æquetur 2496. Sunt quatuor continue proportionales, quarum prima minor inter extremas est $\sqrt{64}$. id est 8. aggregatum vero secunda & quarta $\frac{2496}{8}$ id est 39. & fit 1 N. secunda ex serie proportionalium 8. 12. 18. 27.

Et si

Est 1 C. + 729 N. æquatur 18954. prima major inter extremas est $\sqrt{729}$, id est 27. aggregatum secunda & quarta $\frac{18954}{729}$ id est 26. & fit 1 N. secunda ex eadem serie.

T H E O R E M A II.

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

Si A cubus — B quadr. in A, æquetur B quad. in D : sunt quatuor continue proportionales quarum prima minor inter extremas est B, differentia secundæ & quartæ D, & fit A secunda.

Ex Zetetico:

Data prima minore inter extremas, & differentia secunda & quarta in serie quatuor continue proportionalium, inuenire secundam.

Sit data B prima minor inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet inuenire continue proportionales. Sit secunda A quarta igitur erit A + D, solido autem sub quadrato primæ & quarta, æquatur cubus è secunda; quare A cubus æquabitur B quad. in A, + B quad. in D, & per antithesin, A cubus — B quad. in A, æquabitur B quad. in D, ut est ordinatum.

Si 1 C. — 64 N æquetur 960. sunt quatuor continue proportionales, quarum prima est $\sqrt{64}$. id est 8. differentia vero secunda & quarta $\frac{960}{64}$ id est 15. & fit 1 N. secunda ex serie proportionalium 8, 12, 18, 27.

T H E O R E M A III.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

Si B quad. in A — A cubo, æquetur B quad. in D : sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major inter extremas est B. differentia vero secundæ & quartæ D, & fit A secunda.

Ex Zetetico:

Data prima majore inter extremas, & differentia secunda & quarta in serie quatuor continue proportionalium inuenire secundam.

Sit data B prima major inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet inuenire secundam. Sit secunda A, quarta igitur erit A — D, solido autem sub quadrato primæ & quarta, æquatur cubus è secunda: quare A cubus æquabitur B quad. in A, — B quad. in D & per antithesin, B quad. in A — A cubo, æquabitur B quad. in D.

Si 729 N. — 1 C. æquentur 7290. sunt quatuor continue proportionales quarum prima est $\sqrt{729}$. differentia vero secunda & quarta $\frac{7290}{729}$ id est 10. & fit 1 N. secunda ex serie proportionalium 27. 18. 12. 8.

Potest autem ea secunda duplex esse, ut in duplici quatuor continue proportionalium serie qua sequitur.

I.	II.	III.	IV.
$\sqrt{59319}$.	195.	$\sqrt{24375}$.	125.
$\sqrt{59319}$.	78.	$\sqrt{624}$.	8.

Stante eadem prima majore inter extremas $\sqrt{59319}$. & eadem differentia secunda & quarta 70. secunda hic fit 78. illic 195. Sic stante eadem prima 36. eademque differentia secunda & tertia 5. proponitur duplex series trium proportionalium.

36.	6.	1.
36.	30.	25.

C A P V T V.

Constitutiva æquationum cubicarum in quibus affectiones sunt sub quadrato.

Quæ autem cubicæ affectionibus sub quadrato obvolvuntur æquationes, iisdem fere terminis constant, quibus in affectionibus sub latere, ut ex

ut ex Zeteticis similiter clarum fit: quo pertinebunt trina quodque item enuncianda Theoremata.

THEOREMA I.

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

SI A cubus — B in A quad. æquetur B in Z quad: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major, minorve inter extremas est B, aggregatum vero secundæ & quartæ est Z, & fit A aggregatum primæ & tertię.

Ex Zetetico:

Data prima & aggregato secunda & quarta in serie quatuor continue proportionalium, invenire aggregatum prima & tertię.

Sit data primæ B, major minorve inter extremas, aggregatum vero secundæ & quartæ Z, in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire aggregatum primæ & tertię.

Sit illud A, tertia igitur erit A — B, est autem ut A ad Z, ita B ad $\frac{B \text{ in } Z}{A}$, quare $\frac{B \text{ in } Z}{A}$ erit secunda: quum sit ut aggregatum primæ & tertię ad aggregatum secundæ & quartæ, ita prima ad secundam. At rectangulum sub prima & tertię, æquabitur secundæ quadrato. Itaque B in A — B quad. æquabitur $\frac{B \text{ quad. in } Z \text{ quad.}}{A \text{ quad.}}$. Omnia multiplicentur per A quad. & dividantur per B: igitur A cubus — B in A quad. æquabitur B in Z quad. id autem est, quod ordinatur.

Si 1 C. — 8 Q. æquetur 12168. sunt quatuor continue proportionales quarum prima inter extremas est 8. aggregatum vero secundæ & quarta $\sqrt{\frac{12168}{8}}$ id est 39. & fit 1 N 26. aggregatum prima & tertię. Ex serie proportionalium I. II. III. IV.

8. 12. 18. 27.

THEOREMA II.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

SI A cubus + B in A quad. æquetur B in D quad: sunt quatuor continue proportionales; quarum prima minor inter extremas est B, differentia vero secundæ & quartæ est D, & fit A differentia primæ & tertię.

Ex Zetetico:

Data prima minore inter extremas, & differentia secunda & quarta in serie quatuor continue proportionalium, invenire differentiam prima & tertię.

Sit data B prima in serie quatuor continue proportionalium eademque minor inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet invenire differentiam primæ & tertię.

Esto illa A, tertia igitur erit A + B, est autem ut A ad D, ita B ad $\frac{B \text{ in } D}{A}$, quare $\frac{B \text{ in } D}{A}$ erit secunda: quum sit ut differentia primæ & tertię ad differentiam secundæ & quartæ, ita prima ad secundam. At rectangulum sub prima & tertię, æquatur secundæ quadrato, itaque B in A + B quad. æquabitur $\frac{B \text{ quad. in } D \text{ quad.}}{A \text{ quad.}}$. Omnia ducantur in A quad. & dividantur per B: igitur A cubus, + B in A quad. æquabitur B in D quad. id autem ipsum est, quod ordinatur.

Si 1 C + 8 Q æquetur 1800. sunt quatuor continue proportionales, quarum prima inter extremas est 8. differentia vero secundæ & quarta $\sqrt{\frac{1800}{8}}$ id est 15. & fit 1 N 10. differentia prima & tertię. Ex serie proportionalium. I. II. III. IV.

8. 12. 18. 27.

THEO-

THEOREMA III.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

SI B in A quad. — A cubo æquetur B in D quad: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major inter extremas est B, differentia vero secundæ & quartæ est D, & fit A differentia primæ & tertiz.

Ex Zetetico:

Data prima majore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium, invenire differentiam secundæ & tertiz.

Sit data B prima in serie quatuor continue proportionalium eademque major inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet invenire differentiam primæ & tertiz. Est illa A, tertia igitur erit B — A: erit autem ut A ad D, ita B ad $\frac{B \cdot \ln D}{A}$, quare $\frac{B \cdot \ln D}{A}$ erit secunda. Quum sit ut differentia primæ & tertiz ad differentiam secundæ & quartæ, ita prima ad secundam. At rectangulum sub prima & tertia, æquatur secundæ quadrato. Itaque B quad. — B in A æquabitur $\frac{B \text{ quad. in D quad.}}{A \text{ quad.}}$. Omnia ducantur in A quadratum, & per B dividantur. Igitur B in A quad. — A cubo, æquabitur B in D quad. id autem ipsum est quod ordinatur.

Si 27 Q — 1 C, æquantur 2700. sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major inter extremas est 27. differentia vero secundæ & quartæ, $\sqrt[3]{\frac{27 \cdot 00}{27}}$ id est 10. & fit 1 N. differentia primæ & tertiz. Ex serie proportionalium. I. II. III. IV.

27. 18. 12. 8.

CAPVT VI.

Alia insuper constitutio cuborum sub latere affectorum.

Ex Zeteticis.

SEd neque omittenda est ex Zeteticis quoque depromenda singularis quædam constitutio cubi, qui sub latere affirmate, atque etiam ejus qui afficitur negate: quum videlicet (is enim casus præmonendus est) quadruplus cubus è triente coefficientis plani, cedit solidi datæ mensuræ quadrato. Quocirca binâ jam proferuntur Theoremata.

THEOREMA I.

SI A cubus + B plano ter in A æquetur D solido: est B planum quod fit sub lateribus, à quibus qui fiunt cubi, differunt per D solidum, & fit A differentia laterum.

Ex Zetetico:

Data differentia cuborum, & rectangulo sub lateribus, invenire differentiam laterum.

Si 1 C. + 6 N. æquatur 7. Est $\frac{6}{3}$ seu 2. rectangulum sub lateribus à quibus cubi differunt per 7. & fit 1 N. differentia laterum: ex hypothesi laterum 1. & 2.

THEOREMA II.

SI A cubus — B plano ter in A æquetur D solido, præstet autem D solidi quadratum quadruplo B plani cubo: est B planum rectangulum sub lateribus, à quibus qui fiunt cubi componunt D solidum, & fit A aggregatum laterum.

Ex Zetetico:

Dato rectangulo sub lateribus, & aggregato cuborum, invenire latera.

M

Si

Si 1 C. — 6. N. aequatur 9, est $\frac{6}{3}$ seu 2. rectangulum sub lateribus, à quibus cubi aggregati faciunt 9. & fit 1 N. aggregatum laterum, ex hypothesi laterum 1. & 2.

Eadem autem Theoremata Geometricè ita concipiuntur:

ALITER,

PRIMUM THEOREMA.

SI A cubus, + B plano ter in A æquetur B plano in D: sunt quatuor continue proportionales lineæ rectæ, sub quarum mediis vel extremis fit B planum, differentia vero extremarum est D, & fit A differentia mediarum.

Ex Zetetico.

Data differentia extremarum, & rectangulo sub mediis vel extremis in serie quatuor proportionalium, invenire differentiam mediarum.

Si 1 C + 24 N aequatur 56. sunt quatuor continue proportionales sub quarum mediis vel extremis quod fit planum, aequale est $\frac{24}{3}$ id est 8. differentia vero extremarum est $\frac{56}{8}$ id est 7. & fit 1 N. differentia mediarum, ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

ALITER,

SECUNDUM THEOREMA.

SI A cubus — B plano ter in A, æquetur B plano in D, fit autem D semissis quadratum majus B plano: sunt quatuor continue proportionales lineæ rectæ, sub quarum mediis vel extremis fit B planum, aggregatum vero extremarum est D, & fit A aggregatum mediarum.

Ex Zetetico.

Dato aggregato extremarum, & rectangulo sub mediis vel extremis, in serie quatuor continue proportionalium, invenire aggregatum mediarum.

Si 1 C — 24 N aequatur 72. sunt quatuor continue proportionales, sub quarum extremis vel mediis quod fit planum, aequale est $\frac{24}{3}$ id est 8, aggregatum vero extremarum est $\frac{72}{8}$ id est 9. & fit 1 N. aggregatum mediarum ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

Quum autem quadruplus cubus è triente coefficientis plani, præstat solidi datæ mensuræ quadrato: aliam eò casu sortitur æqualitas constitutionem, ambigux seu ei quæ negatur inverse communem: quo pertinet sequens Theorema.

THEOREMA III.

SI A cubus — B plano ter in A, æquetur D solido, cedat autem D solidi quadratum, quadruplo B plani cubo: B planum ter in E — E cubo, æquabitur rursus D solido: & enūciatur E de duobus lateribus, à quibus singulis quadrata, adjecta rectangulo sub ipsis lateribus, faciunt B planum.

Quod autem fit ab uno laterum in quadratum reliqui, adjunctum rectangulo: seu aliter quod fit abs aggregato laterum in rectangulum est D solidum. A vero enūciatur de aggregato illorum laterum.

Ex Zetetico.

Dato plano quod constat aggregato quadratorum à duobus lateribus, plus rectangulo sub iisdem, & dato insuper solido quod fit abs aggregato laterum in rectangulum, invenire latera; vel etiam laterum aggregatum.

Si 1 C. — 21. N. æquetur 20. quoniam quadruplus cubus ex 7 major est quam 400. igitur 21 N. — 1 C.

—1 C. æquabitur 20. & sunt duo latera, a quibus quadrata adjuncta rectangulo à lateribus, faciunt 21. aggregatum autem laterum, ductum in rectangulum est 20. & fit 1 N in aequalitate inverse negata, alterutrum è lateribus, maius minusve; in directe vero negata, aggregatum ipsorum laterum, ex hypothesi laterum. 1. & 4.

Neque vero in Geometrica phrasi hic erit magna dissimilitudo: Enimvero dicit Geometra, B planum esse aggregatum quadratorum à tribus proportionalibus lineis rectis, D vero solidum quod fit ab aggregato extremarum in mediæ quadratum, seu ab alterutra extrema in aggregatum quadratorum à reliquis, & fieri A aggregatum extremarum, E vero primam vel tertiam.

Sic in exposito themate, 21. est aggregatum quadratorum à tribus proportionalibus, & solidum 20. est ab aggregato extremarum in mediæ quadratum, seu ab alterutra extrema in quadrata à reliquis ex serie proportionalium 1. 2. 4.

At elegantius & præstantius ex analyticis angularium sectionum hujusmodi æqualitatum constitutio eruitur, & ad Συμμετρίαν accommodatius in hanc formulam:

A L I T E R,

TERTIVM THEOREMA.

SI A cubus — B quad. 3 in A, æquetur B quad. in D, sit autem B major D semisse: B quad. 3 in E, — E cubo æquabitur B quad. in D.

Et sunt duo triangula rectangula æqualis B hypotenusæ, ita ut angulus acutus subtensus à perpendicularo primi, sit triplus ad angulum acutum subtensum à perpendicularo secundi; basis vero dupla primi, est D, & fit A dupla basis secundi. E vero basis simpla secundi, contracta, protractave longitudine ejus quæ potest quadrato triplum perpendiculari ejusdem.

1 C — 300 N. æquetur 432. vel etiam 300 N. — 1 C æquetur 432. sunt duo triangula rectangula, quorum hypotenusæ communis est 10: ita ut angulus acutus primi, à perpendicularo videlicet subtensus, sit triplus ad acutum secundi, à suo quoque perpendicularo subtensum; basis autem primi dupla, est 432. & 1 N in aequalitate directe negata est basis dupla secundi: in inverse vero negata, est basis simpla secundi, plus minusve ea quæ potest quadrato triplum perpendicularum secundi.

Constitutæ hypotenusæ communis 10. basi secundi trianguli 9. sit perpendicularum ejusdem secundi

✓ 19. Primi vero hypotenusæ stante 10. sit basis 2 $\frac{16}{100}$. itaque quum in ea hypothesi dicitur 1 C — 300 N. æquari 432. fiet 1 N 18. vel quum dicitur 300 N. — 1 C æquari 432. fiet 1 N. 9 + ✓ 57. vel 9 — ✓ 57.

Atque hæc ad assequendum ex Zeteticis constitutiones ad æquatarum quæ affectæ sunt potestatum, exempla nunc sufficiunt. Etsi enim de simpliciter affectis Theoremata tantum proposita sunt, tamen quemadmodum ad multipliciter affectas possint trahi, vix ignorabitur, quando præsertim detegetur earum plasma, de quo jam succedit dicendi locus. Ipsorum enim Zeteticorum à quibus antedictæ constitutiones depromptæ sunt, jam paruit processus sufficienter in expositis eclogis, hoc postremo Theoremate excepto, quod par est rejici in peculiarem Zeteticorum ad angulares sectiones pertinentium silvulam.

C A P V T VII.

De generali methodo transmutandarum æquationum.

PLasmatis ratio pendet è doctrina transmutandarum æquationum generaliter imprimis proponenda & demonstranda.

De transmutatione per alterationem radicis.

Æquationum transmutatio instituitur duplici formæ præcautione: aut enim placet alterari radicem de qua primum quaeritur, aut manere invariata.

Qualiscumque autem alteratio sit, primæva radix & nova, datam habent inter se differentiam vel rationem, adeo ut una cognita, altera non possit ignorari.

Ad opus itaque transmutationum, alterata radix quaerititia conceditur alteri quoque inquirendæ esse æqualis, atque adeo ex ea concessione novam induit speciem, sub qua æquatio primum posita dirigitur, & ordinatur nova.

Ac pluribus quidem modis radix de qua quaeritur potest artificiose alterari, & novâ specie exhiberi: ac dirigendi ratio sub ea nova specie ipsam quæ primum proposita est æquationem, constans est & uniformis, per modos illos quoscunque.

Quæ ut fiant evidentiora, proponatur æquatio quævis de A radice exponenda, & sit Z magnitudo cui adæquetur reliqua; & oporteat propositam illam æquationem alterata radice arte transmutare.

Primum igitur A radix potest alterari, & nova specie exhiberi per additionem: utpote hac concessione & argumentatione $A + B$ esto E. ergo $E - B$ erit A.

Secundo per subtractionem, utpote hac concessione & argumentatione $A - B$ esto E. ergo $E + B$ erit A. vel etiam ista $B - A$ esto E. ergo $B - E$ erit A.

Tertio per multiplicationem: utpote hac concessione & argumentatione B in A esto E planum. ergo $\frac{A \text{ planum}}{B}$ erit A.

Quarto per divisionem: utpote concedendo & argumentando $\frac{A \text{ planum}}{B}$ esto E. ergo B in E erit A planum.

Quinto, per analogiam rationis explicitæ: ut pote concedendo esse ut B ad G, ita A ad E, deinde resolvendo analogiam & argumentando, ergo $\frac{B \text{ in } G}{G}$ erit A.

Sexto per analogiam rationis implicitæ: ut pote concedendo esse ut A ad B, ita G ad E, deinde resolvendo analogiam & argumentando, ergo $\frac{B \text{ in } G}{B}$ erit A.

Septimo per Parabolicam Hypostasim in generibus quibuscunque æquationum: ut pote in quadraticis, concedendo E quad. + A in E æquari D plano, quæ æquatio est quadrati affirmative affecti, deinde argumentando, ergo $\frac{D \text{ plan.} - m - E \text{ quad.}}{E}$ erit A.

Vel concedendo E quad. - E in A æquari D plano: quæ æquatio est quadrati negatæ affecti & argumentando, ergo $\frac{E \text{ quad.} - D \text{ plano}}{E}$ æquabitur A. Vel denique concedendo E in A - E quad. æquari D plano, quæ æquatio est plani sub latere negati de quadrato: & argumentando, ergo $\frac{E \text{ quad.} - D \text{ plano}}{E}$ æquabitur A.

Postremo per modos compositos, & excogitanda ab artifice & tentanda, quæ suo fini magis inservire conjiciet, figmenta.

Quam-

Quamcunque autem speciem induit A, æquatio juxta eam transformabitur, & nova de E ordinabitur; si quæ de A enunciantur in æquatione proposita, eadem enuncientur de nova quam A induit specie.

Alteretur enim A per additionem, fingendo $A + B$ esse E, ut supra, unde $E - B$ fit A. quum igitur par potestas creabitur abs $E - B$, quæ proponebatur ab A, & similes quoque parodicigradus, in quos ducantur invariandæ coëfficientes, ad efficienda eadem affectionum homogenea: omnino facta hujusmodi æquabuntur proposito homogeneo. Expurgentur igitur secundum artis præcepta, & ita demum æquatio de E ordinetur: jamque transmutata erit in novam æquationem de E, id est ipsa A producta cremento B enunciandam, quod faciendum erat.

Quod in reliquis quibuscunque alterandi modis, quibus semper A valor exprimitur, locum habere conspicuum est.

De transmutatione invariata radice.

Quod ad secundam præcautionem attinet, invariata radice æquationem transmutare, est gradum æquationis deprimere vel attollere.

Climacticus autem sive adscensus, sive descensus, regulariter fit vel irregulariter.

Climacticus regularis adscensus fit, quum utraque propositæ æquationis pars, distributa ordinate, vel secus ex artificis industria, ducitur quadratice, cubice, & ulterius climactice: descensus contra quum dividitur subquadratice, sub-cubice, & depressius sub-climactice: adscito nempe ad id supplemento dato vel inquirendo: omnia autem post ductionem, divisionemve congrue ordinantur.

Irregularis autem adscensus fit, quum omnia quibus proposita æquatio constat, singularia homogenea ducuntur in eundem parodicum gradum, sive purum, sive affectum à datis congruentibus magnitudinibus, vel etiam eas adficiemem: & ducta congruam interpretationem accipiunt, & ordinationem.

Descensus contra, quum omnia singularia illa homogenea applicantur, sive ad radicem quæsititiam, sive radicis gradum potestate inferiorem, vel pure, vel cum adficiemibus, adfective datis congeneribus magnitudinibus: & divisa, adscito nempe ad id supplemento dato, vel inquirendo, congruam interpretationem accipiunt, & ordinationem.

Demonstratio vero in quacunque artificiosa transmutandi forma statim evidens fit, quoniam quæ æqualia sunt longitudine, æqualia quoque sunt simili potestate, & contra: neque communis divisor vel multiplicator æqualitatem immutat vel rationem.

Atque hæc ut à nobis generaliter proposita sunt, ita specialiibus indigere præceptis, & exemplis concedendum est, quæ diffundentur passim in convenientiores locos, prout edenda artificii transmutatorii exegerint specimina.

CAPVT VIII.

Singularia de Plasmate.

Plasma inesse æquationibus intelligitur, quum deducuntur potestates affectæ à puris, vel minus affectis æque altis, aut etiam altiores à depressioribus.

Itaque plasma potest institui per omnes traſmutationum modos, præter diſiſionem & climacticum deſcenſum.

Finis platiſtica ac præcipuus illius uſus eſt, ut agnitæ æquationes platiſtica in ſimpliciores à quibus educæ ſunt, curentur reſolvi, ſi quo id liceat impendio.

Quod quum deprehendet figmentarius, adnotabit ſedulo, ac ſuum tandem proferet ſymbolum, in artis commendationem & illuſtrationem.

Omniño & id eſto primum animadverſione dignum.

Si qua poteſtas affecta eſt, vel afficit ſub ſingulis gradibus ad eam parodicis, platiſtica eſt per modum additionis, vel ſubductionis: quoniam radix intelligitur adfecta fuiſſe cremento, vel decremento deſumpto ex coëfficiente ſub gradu altiore, ſecundum poteſtatis conditionem.

In quadratis videlicet, affecta fuiſſe radix, ſemiſſe coëfficientis ſub latere. In cubis, triente coëfficientis ſub quadrato. In quadrato-quadratis, quadrante coëfficientis ſub cubo. In quadrato-cubis quintante coëfficientis ſub quadrato-quadrato, & eo continuo progreſſu.

Sic quadrata quæcunque adfecta, originem ſumunt à puris. Cubi affecti ſub quadrato & latere, à cubis affectis ſub latere. Quadrato-quadrata affecta ſub cubo, quadrato, & latere, à quadrato-quadratis affectis ſub quadrato vel latere, aut tam ſub quadrato quam ſub latere, & eo deinceps ordine.

Secundum eſto, ſi qua poteſtas à radice plana eſt ſolidave, vel ulterioris ordinis homogenea, platiſtica eſt per multiplicationis modum vel implicitæ analogiæ.

Sic quadrato-quadratum affectum ſub quadrato, originem ſumit à quadrato affecto ſub latere: quoniam ducta ſunt omnia quibus æquatio conſtat ſingularia homogenea, in quadratum coëfficientis ſub latere: unde radix effecti quadrato-quadrati intelligitur media proportionalis inter coëfficientem ſub lateralem, & eam quæ primum proponebatur radicem.

Sic cubo-cubus adfectus ſub cubo, originem ſumit à quadrato quoque adfecto ſub latere, unde radix effecti cubo-cubi fit ſecunda continue proportionalium, quælium coëfficiens ſublateralis eſt prima, radix vero quæ primum proponebatur earundem quarta.

Sic cubo-cubus adfectus ſub quadrato-quadrato, originem ſumit à cubo affecto ſub quadrato, ductis omnibus quibus æquatio conſtat ſingularibus homogeneis, in cubum coëfficientis ſub quadrato: unde radix effecti cubo-cubi media proportionalis eſt inter coëfficientem ſubquadraticam, & eam quæ primum proponebatur.

Tertium eſto, omne quadrato-quadratum affectum ſub parodico ad illud gradu, uno vel pluribus, platiſticum eſt, ſuam videlicet ducens per climacticum adſcenſum originem, à quadrato affecto ſub latere.

Afficiatur quadrato-quadratum ſub latere: æquatio effecti quadrati à quo deducta quadrato-quadratica eſt, eam paſſa eſt ſuorum quibus conſtat ſingularium homogeneorum diſtributionem, ut quadrati ſymbolum fecerit partem unam æquationis, planum vero ſub latere, una cum data comparationis magnitudine, alteram: & utraque tandem parte ducta quadraticæ, interpretationem congruam acceperit homogeneum ſub quadrato, atque adeo omnia fuerint ordinata.

Adfi-

Adficiatur vero quadrato-quadratum, tam sub quadrato quam latere: æquatio affecti quadrati, à quo deducta quadrato-quadratica est, eam passa est suorum quibus constat singularium homogœorum distributionem; ut quadratica potestas, una cum dieſi dati plani comparationis, vel ejuſdem productione, fecerit partem unam æquationis, planum vero sub latere, una cum apotome dati plani comparationis, vel eodem producto, partem alteram; atque adeo utraque parte ducta quadraticæ, omnia fuerint ordinata.

Adficiatur denique quadrato-quadratum sub cubo: æquatio ad affecti quadrati, à quo deducta quadrato-quadratica est, eam suorum quibus constat singularium homogœorum passa est distributionem, ut quadrati symbolum una cum plano sub latere, fecerit partem unam æquationis, datum vero planum comparationis alteram & utraque parte ducta quadraticæ, interpretationem congruam acceperint, ut homogœa tam sub latere quam quadrato, atque adeo omnia fuerint ordinata.

Quarum esto & postremum, cubicas omnes affectiones per climacticum irregularem adscensum, è quadraticis posse deduci, verum in illis ad primævas non patere reductionis viam, nisi per æquationes potestatum æque altarum & affectarum: æquationum tamen inde constitutarum spectata proprietas maxime iuvat.

Sed & inter anomalas plasmaticas, dignæ speciali nota sunt eæ quæ pertinent ad homogœa affectionum, quæ de potestatibus negantur: creantur illæ sua primæva origine à puri quadrati æquatione, instituto plasmate per additionem vel subtractionem: nam quum ad plasma adsumitur coëfficiens quælibet major radice proposita, sive ea adfirmetur per hypothesin, sive negetur, semper inciditur in æquationem plani sub latere negati de quadrato. Vnde Porisma.

Quotiescunque potestas negatur de affectionis homogœo, radicem potestatis esse ancipitem: quoniam ex ancipite illa quadratica reliquæ omnes fluunt & deducuntur, salva radicis primævæ amphibolia.

C A P V T I X.

Deductiva quadratorum affectorum à puris.

Quæ omnia ut fiant evidentiora, Theorematum aliquot, ad plasmata de quibus monuimus pertinentium, jam sequitur farrago.

T H E O R E M A I.

SI A quad. æquetur Z plano. A + B esto E. E quad. - B in E 2 æquabitur Z plano - B quad.

Quoniam enim A quad. proponitur æquale Z plano, est autem A + B radici E æqualis, ergo E - B æquabitur A. Itaque quadratum abs E - B æquabitur Z plano: quadratum autem illud constat singularibus planis. E quad. - B in E 2 + B quad. Quare omnibus his ordinatis E quad. - B in E 2, æquabitur Z plano - B quad. ut est enunciatum.

T H E O R E M A II.

SI A quad. æquetur Z plano. A - B esto E. E quad. + B in E 2 æquabitur Z plano - B quad.

Quoniam enim A quad. æquatur Z plano, est autem A - B radici E æqualis, ergo E + B æquabitur A. Itaque quadratum abs E + B æquabitur Z plano: quadratum autem istud constat singularibus planis. E quad. + B in E 2 + B quad. Quare omnibus bene ordinatis E quad. + B in E 2, æquabitur Z plano - B quad. ut est enunciatum.

T H E O -

THEOREMA III.

SI A quad. æquetur Z plano. B—A vel A + B esto E. B in E 2—E quad, æquabitur B quad. — Z plano.

Quoniam enim A quad. proponitur æquale Z plano, est autem B — A radici E æqualis: igitur B — E æquabitur A. itaque quadratum abs B — E æquabitur Z plano: quadratum autem illud constat B quad — B in E 2 + E quad. quare omnibus bene ordinatis, B in E 2 — E quad. æquabitur B quad. — Z plano. ut est enunciatum.

Et si A + B æquetur E, igitur E — B æquatur A. itaque quadratum abs E — B æquabitur Z plano: quadratum illud constat E quad — B in E 2 + B quad. quare omnibus bene ordinatis, B in E 2 — E quad. æquabitur B quad. — Z plano. ut est quoque enunciatum.

CAPUT X.

Deductiva affectorum aliquot cuborum sub quadrato, à cubis affectis sub latere.

THEOREMA I.

SI A cubus — B quad. ter in A æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus + B in E quad. 3, æquabitur Z solido + B cubo 2.

Quoniam enim A cubus — B quad. 3 in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. Quare cubus ab $\frac{E+B}{E+B}$ multatus solido abs B quad. 3 in $\frac{E+B}{E+B}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\frac{E+B}{E+B}$ constat, E cubo + B in E quad. 3 + B quad. in E 3 + B cubo. Solidum vero affectionis, — B quad. in E 3 — B cubo 3. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus + B in E quad. 3, æquabitur Z solido + B cubo 2. ut est enunciatum.

ALITER,

THEOREMA I.

SI A cubus — B quad. ter in A æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B in E quad. 3, æquabitur Z solido — B cubo 2.

Quoniam enim A cubus — B quad. 3 in A, æquatur Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Quare cubus abs $\frac{E-B}{E-B}$ multatus solido abs B quad. 3 in $\frac{E-B}{E-B}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\frac{E-B}{E-B}$ constat, E cubo — B in E quad. 3 + B quad. in E 3 — B cubo. Solidum vero affectionis, — B quad. in E 3 + B cubo 3. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3, æquabitur Z solido — B cubo 2. ut est enunciatum.

THEOREMA II.

SI B quad. ter in A — A cubo æquetur Z solido. B — A esto E. B in E Quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 — Z solido.

Quoniam enim B quad. 3 in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A: quare solidum abs B quad. 3 in $\frac{B-E}{B-E}$, minus cubo abs $\frac{B-E}{B-E}$ æquabitur Z solido. Solidum autem illud affectum constat, B cubo 3 — B quad. in E 3. Cubus vero negatus de solido illo, — B cubo + B quad. in E 3 — E quad. in B 3 + E cubo. Quare omnibus bene ordinatis, B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 — Z solido. ut est enunciatum.

ALITER,

THEOREMA II.

SI B quad. ter in A — A cubo æquetur Z solido. B + A esto E. B in E Quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 + Z solido.

Quo-

Quoniam enim B quad. 3 in A — A cubo, æquatur Z solido, est autem B + A radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A: quare solidum abs B quad. 3 in $\overline{E-B}$, minus cubo abs $\overline{E-B}$, æquabitur Z solido. Solidum autem illud affectum constat, B quad. in E 3 — B cubo 3. Cubus vero negatus de solido illo, — E cub. + B in E quad. 3. — B quad. in E 3 + B cubo. Quare omnibus bene ordinatis, B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 + Z solido.

CAPVT XI.

Deductiva adfectorum cuborum tam sub quadrato quam sub latere, à cubis adfectis sub latere.

THEOREMA I.

SI A cubus + D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B in E quad. 3. $\overline{+B\ quad. 3 + D\ plano}$ in E, æquabitur Z solido + D plano. in B + B cubo.

Quoniam enim A cubus + D plano in A, proponitur æquari Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{E-B}$, adjunctus solido abs D plano in $\overline{E-B}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E-B}$ constat, E cubo — B in E quad. 3 + B quad. in E 3 — B cubo. Solidum vero affectionis, + D plano in $\overline{E-B}$ D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3 + $\overline{B\ quad. 3}$ + D plano in E, æquabitur Z solido + D plano in B + B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA II.

SI A cubus + D plano in A, æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus + B in E quad. 3. $\overline{+B\ quad. 3 + D\ plano}$ in E, æquabitur Z solido — D plano in B — B cubo.

Quoniam enim A cubus + D plano in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B, æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{E+B}$ adjunctus solido abs D plano in $\overline{E+B}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E+B}$ constat, E cubo + B in E quad. 3, + B quad. in E 3 + B cubo. Solidum vero affectionis, + D plano in E, + D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus + B in E quad. 3. $\overline{+B\ quad. 3. + D\ pl.}$ in E, æquabitur Z solido — D plano in B — B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA III.

SI A cubus + D plano in A, æquetur Z solido. B — A æquetur E. E cubus — B in E quad. 3. $\overline{+B\ quad. 3 + D\ plano}$ in E, æquabitur B cubo + D plano in B — Z solido.

Quoniam enim A cubus + D plano in A, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{B-E}$ adjunctus solido abs D plano in $\overline{B-E}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{B-E}$ constat, B cubo — E in B quad. 3, + E quad. in B 3 — E cubo. Solidum vero affectionis, + D plano in B, — D plano in E. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3. $\overline{+B\ quad. 3 + D\ plano}$ in E, æquabitur B cubo + D plano in B — Z solido. ut est enunciatum.

THEOREMA IV.

SI A cubus — D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B in E quad. 3. $\overline{+B\ quad. 3 - D\ plano}$ in E, æquabitur Z solido + B cubo — D plano in B.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{E-B}$ multratus solido abs D plano in $\overline{E-B}$, æquatur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E-B}$ constat. E cubo — B in E quad. 3 + B quad. in E 3 — B cubo. Solidum vero affectionis, — D plano in E + D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3. $\overline{+B\ quad. 3 - D\ plano}$ in E, æquabitur Z solido + B cubo — D plano in B. ut est enunciatum.

N

THEO-

THEOREMA V.

SI A cubus — D plano in A, æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus — B in E quad. 3 — B quad. 3 — D plano in E, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. Itaque cubus abs E + B multatus solido abs D plano in $\overline{E + B}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E + B}$ constat, E cubo + B in E quad. 3 + B quad. in E 3 + B cubo. Solidum vero affectionis, — D plano in E — D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus + B in E quad. 3 — B quad. 3 — D plano in E, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA VI.

SI A cubus — D plano in A, æquetur Z solido. B — A esto E. E cubus — B in E quad. 3 — B quad. 3 — D plano in E, æquabitur B cubo — D plano in B — Z solido.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A. Itaque cubus abs B — E multatus solido abs D plano in $\overline{B - E}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{B - E}$ constat, B cubo — B quad. in E 3 + B in E quad. 3 — E cubo. Solidum vero affectionis, — D plano in B + D plano in E. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3 — B quad. 3 — D plano in E, æquabitur B cubo — D plano in B — Z solido: ut est enunciatum.

THEOREMA VII.

SI D planum in A — A cubo, æquetur Z solido. A + B esto E. $\frac{D \text{ planum} - B \text{ quad. 3}}{E + B}$ in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo.

Quoniam enim D planum in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Itaque solidum abs D plano in $\overline{E - B}$, multatum $\overline{E - B}$ cubo, æquatur Z solido. Solidum autem abs D plano in $\overline{E - B}$ constat, D plano in E, — D plano in B. Cubus vero ablatitius, — E cubo + B in E quad. 3 — B quad. in E 3 + B cubo. Quare omnibus bene ordinatis, $\frac{D \text{ planum} - B \text{ quad. 3}}{E + B}$ in E, + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA VIII.

SI D planum in A — A cubo, æquetur Z solido. A — B esto E. $\frac{D \text{ planum} - B \text{ quad. 3}}{E - B}$ in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido — D plano in B + B cubo.

Quoniam enim D planum in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. Itaque solidum abs D plano in $\overline{E + B}$ multatum $\overline{E + B}$ cubo, æquabitur Z solido. Solidum autem abs D plano in $\overline{E + B}$ constat, D plano in E + D plano in B. Cubus vero ablatitius, — E cubo — B in E quad. 3 — B quad. in E 3 — B cubo. Quare omnibus bene ordinatis, $\frac{D \text{ planum} - B \text{ quad. 3}}{E - B}$ in E — B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido — D plano in B + B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA IX.

SI D planum in A — A cubo, æquetur Z solido. B — A esto E. $\frac{D \text{ planum} - B \text{ quad. 3}}{E + B}$ in E + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur D plano in B — B cubo — Z solido.

Quoniam enim D planum in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A. Itaque D planum in $\overline{B - E}$, minus $\overline{B - E}$ cubo, æquabitur Z solido. Solidum autem abs D plano in $\overline{B - E}$ constat, D plano in B — D plano in E. Cubus vero ablatitius, — B cubo + B quad. in E 3 — E quad. in B 3 + E cubo. Quare omnibus bene ordinatis, $\frac{D \text{ planum} - B \text{ quad. 3}}{E + B}$ in E + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur D plano in B — B cubo — Z solido. ut est enunciatum.

C A P V T XII.

Deductiva potestatum aliquot, radices planas solidasve habentium, à potestatibus simplicium radicum.

T H E O R E M A I.

SI A quad. + B in A æquetur Z plano. B in A esto E quadratum. Equad. quad. + B quad. in E quad, æquabitur B quad. in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano: est autem B in A æquale E quadrato, igitur $\frac{E \text{ quad.}}{B}$ æquabitur A. itaque quadratum abs $\frac{E \text{ quad.}}{B}$ adjunctum plano sub B & $\frac{E \text{ quad.}}{B}$. id est $\frac{E \text{ quad. quad.}}{B \text{ quad.}} + E \text{ quad.}$ æquabitur Z plano. Omnia ducantur in B quadratum, ergo E quad. quad. + B quad. in E quad, æquabitur B quad. in Z planum. ut est enunciaturum. Quum autem ipsum E quad. radix statuetur plana, hæc erit æquationis enunciatio. E plani-quadratum + B quadrato in E planum, æquabitur B quad. in Z planum.

T H E O R E M A II.

SI A quad. - B in A æquetur Z plano. B in A esto E quadratum, planumve. E quad. quad. - B quad. in E quad, æquabitur B quad. in Z planum.

A L I T E R.

B plani-quad. - B quad. in E planum, æquabitur B quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

T H E O R E M A III.

SI B in A - A quad. æquetur Z plano. B in A esto E quadratum, planumve. B q. in E q. - E quad. quad, æquabitur B q. in Z planum.

A L I T E R.

B quad in E planum - E plani quad, æquabitur B quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in primo hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

T H E O R E M A IV.

SI A quad. + B in A æquetur Z plano. B quad. in A esto E cubus, solidumve. E cubo-cubus + B cubo in E cubum, æquabitur B quad. quad. in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano: est autem B quad. in A æquale E cubo, igitur $\frac{E \text{ cubus}}{B \text{ quad.}}$ æquabitur A. itaque quadratum abs $\frac{E \text{ cubus}}{B \text{ quad.}}$, plus $\frac{B \text{ in } E \text{ cubum}}{B \text{ quad.}}$ id est $\frac{E \text{ cubo-cubus}}{B \text{ q. quad.}} + \frac{E \text{ cubo}}{B}$, æquabitur Z plano. Omnia ducantur in B quad. quad. ergo E cubo-cubus + B cubo in E cubum, æquabitur B quad. quad. in Z planum. ut est enunciaturum.

T H E O R E M A V.

SI A quad. - B in A æquetur Z plano. B quad. in A esto E cubus, solidumve. E cubo-cubus - B cubo in E cubum, æquabitur B quad. quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

T H E O R E M A VI.

SI B in A - A quad. æquetur Z plano. B quad. in A esto E cubus, solidumve. B cubus in E cubum - E cubo-cubo, æquabitur B quad. quad. in Z planum.

ALITER.

B cubus in E solidum — E solidi quadrato, æquabitur E quad. quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in quarto hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA VII.

SI A cubus + B in A quad. æquetur Z solido. B in A esto E quad. E cubo-cubus. + B quad. in E quad. quad, æquabitur B cubo in Z solidum.

Quoniam enim A cubus + B in A quad. æquatur Z solido : est autem B in A æquale E quadrato, igitur $\frac{E \text{ quad.}}{B}$ æquabitur A. quare ex iis quæ proponuntur. $\frac{B \text{ cubo-cubus}}{B \text{ cubo.}}$ + $\frac{E \text{ quad. quad.}}{B}$ æquabitur Z solido. Omnia in B cubum ducantur.

Ergo E cubo-cubus, + B quad. in E quad. quad. æquabitur B cubo in Z solidum, ut est enunciatum. Quum autem ipsum E quadratum statueretur radix plana, hæc erit enunciatio. E plani-cubus. + B quad. in E plani quad. æquatur B cubo in Z solidum.

THEOREMA VIII.

SI A cubus. — B in A quad. æquetur Z solido. B in A esto E quadratum, planumve. E cubo-cubus — B quad. in E quad. quad, æquabitur B cubo in Z solidum.

ALITER.

E plani cubus — B quad. in E plani quadratum, æquabitur B cubo in Z solidum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA IX.

SI B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido. B in A esto E quadratum, planumve. B quad. in E quad. quad. — E cubo-cubo, æquabitur B cubo in Z solidum.

ALITER.

B quad. in E plani quad. — E plani-cubo, æquabitur B cubo in Z solidum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in septimo hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

CAPUT XIII.

Deductiva adfectorum quadrato-quadratorum ab adfectis quadratis.

De quadrato-quadratis affectis sub latere.

THEOREMA I.

SI A quad. + B in A æquetur Z plano: A quad. quad. \rightarrow B cubo \rightarrow B in Z planum 2 in A, æquabitur Z plano-plano + B quad. in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano : igitur per antithesin, A quad. æquabitur Z plano — B in A. ergo A quad. quad. æquabitur Z plano-plano, — B in A in Z planum 2 + B quad. in A quad. At affectio B quadrati in A quadratum, interpretationem ex proposita æquatione accipiens, valet B quad. in Z planum — B cubo in A. Quare ea interpretatione adscita, & omnibus bene ordinatis, A quad. quad.

quad. $\xrightarrow{B \text{ cubo} \rightarrow B \text{ in } Z \text{ planum } 2}$ in A æquabitur Z plano-plano + B quad. in Z planum. ut est enunciatum.

Si $1 Q + 8 N$. æquetur 20. $1 Q Q + 832 N$. æquabitur 1680.

T H E O R E M A I I.

SI A quad. — B in A æquetur Z plano: $\xrightarrow{B \text{ cubo} \rightarrow B \text{ in } Z \text{ planum } 2}$ A quad. quad. in A, æquabitur Z plano-plano + B quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si $1 Q - 8 N$. æquetur 20. $1 Q Q - 832 N$. æquabitur 1680.

T H E O R E M A I I I.

SI B in A — A quad. æquetur Z plano: $\xrightarrow{B \text{ cubus} \rightarrow B \text{ in } Z \text{ planum } 2}$ in A — A quad. quad, æquabitur B quad. in Z planum — Z plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in primo hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

Si $12 N$. — $1 Q$. æquetur 20. $1248 N$. — $1 Q Q$. æquabitur 2480.

De quadrato-quadratis affectis sub latere, & quadrato.

T H E O R E M A I V.

SI A quad. + B in A æquetur S plano + D plano : $\xrightarrow{D \text{ plano } 2} \xrightarrow{B \text{ quad. in A quad.} + B \text{ in S planum } 2}$ in A, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur S plano + D plano, igitur per antithesin A quad. — D plano, æquabitur S plano — B in A. utraque pars ita transpositæ æquationis, ducatur quadraticè. Ergo A quad. quad, — D plano in A quad. 2 + D plano-plano, æquabitur S plano-plano — B in A in S planum 2 + B quad. in A quad. Et omnibus ite ordinatis, A quad. quad. $\xrightarrow{D \text{ plano } 2} \xrightarrow{B \text{ quad. in A quad.} + B \text{ in S planum } 2}$ in A, æquabitur S plano-plano, — D plano-plano. ut est enunciatum.

Si $1 Q + 8 N$. æquetur 20. composito ex 15 & 5. $1 Q Q - 74 Q + 240 N$. æquabitur 200.

T H E O R E M A V.

SI A quad. — B in A æquetur S plano + D plano: $\xrightarrow{D \text{ plano } 2} \xrightarrow{B \text{ quad. in A quad.} - B \text{ in S planum } 2}$ in A, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si $1 Q - 8 N$. æquetur 20. composito ex 15 & 5. $1 Q Q - 74 Q - 240 N$ æquabitur 200.

T H E O R E M A V I.

SI B in A — A quad. æquetur S plano + D plano: $\xrightarrow{B \text{ quad.} - S \text{ plano } 2}$ in A quad. — B in D planum 2 in A — A quad. quad, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in quarto hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

Si $12 N$. — $1 Q$. æquetur 20. composito ex 15 & 5. $114 Q - 120 N - 1 Q Q$. æquabitur 200.

De iisdem aliter,

THEOREMA VII.

Si $\frac{A \text{ quad.} + B \text{ in } A}{\text{no } 2 - B \text{ quad.}}$ æquetur $\frac{S \text{ plano} - D \text{ plano}}{\text{in } A \text{ quad.}}$ — $\frac{A \text{ quad.} \text{ quad.} + D \text{ plano}}{\text{no } 2 - B \text{ quad.}}$ in $A \text{ quad.}$ — $B \text{ in } S \text{ planum } 2 \text{ in } A$, æquabitur $\frac{S \text{ plano} - D \text{ plano}}{\text{no } 2 - B \text{ quad.}}$ in $A \text{ quad.}$ — $D \text{ plano} - \text{plano}$.

Quoniam enim $A \text{ quad.} + B \text{ in } A$, æquatur $S \text{ plano} - D \text{ plano}$: igitur per antithesin, $A \text{ quad.} + D \text{ plano}$, æquabitur $S \text{ plano} - B \text{ in } A$. Vtraque igitur pars ducatur quadraticè: ergo $A \text{ quad.} \text{ quad.} + D \text{ plano}$ in $A \text{ quad.}$ — $2 + D \text{ plano} - \text{plano}$, æquabitur $S \text{ plano} - \text{plano} - B \text{ in } S \text{ planum}$ in A — $2 + B \text{ quad.}$ in $A \text{ quad.}$ Et omnibus rite ordinatis, $A \text{ quad.} \text{ quad.} + D \text{ plano} - B \text{ quad.}$ in $A \text{ quad.}$ — $B \text{ in } S \text{ planum } 2 \text{ in } A$, æquabitur $S \text{ plano} - \text{plano} - D \text{ plano} - \text{plano}$. ut est enunciatum.

Si $1 Q + 8 N$ æquetur 20. differentia inter 40 & 60. $1 Q Q + 16 Q + 960 N$, æquabitur 2000.

THEOREMA VIII.

Si $\frac{A \text{ quadr.} - B \text{ in } A}{+ D \text{ plano } 2 - B \text{ quad.}}$ æquetur $\frac{S \text{ plano} - D \text{ plano}}{\text{in } A \text{ quadr.}}$ — $B \text{ in } S \text{ planum } 2 \text{ in } A$, æquabitur $\frac{S \text{ plano} - D \text{ plano}}{+ D \text{ plano } 2 - B \text{ quad.}}$ in $A \text{ quadr.}$ — $D \text{ plano} - \text{plano}$.

Nec dissimilis est ab ea quæ antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si $1 Q - 8 N$ æquetur 20. differentia inter 40 & 60. $1 Q Q + 16 Q - 960 N$, æquabitur 2000.

THEOREMA IX.

Si $\frac{B \text{ in } A - A \text{ quad.}}{+ B \text{ quad.} - S \text{ plano } 2}$ æquetur $\frac{S \text{ plano} - D \text{ plano}}{\text{in } A \text{ quad.}}$ — $A \text{ quad.} - \text{quad.}$, æquabitur $\frac{S \text{ plano} - D \text{ plano}}{+ B \text{ quad.} - S \text{ plano } 2}$ in $A \text{ quad.}$ — $D \text{ plano} - \text{plano}$.

Nec dissimilis est ab ea quæ in septimo hujus Theorematis capite exposita est demonstratio.

Si $12 N - 1 Q$ æquetur 20. differentia inter 40 & 60. $960 N + 24 Q - 1 Q Q$, æquabitur 2000.

De quadrato-quadratis affectis sub cubo.

THEOREMA X.

Si $\frac{A \text{ quad.} + B \text{ in } A}{\text{in } A \text{ cubum}}$ æquetur $\frac{Z \text{ plano}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$ — $\frac{A \text{ quad.} \text{ quad.} + B \text{ in } Z \text{ planum } 2 + B \text{ cubo}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$ in $A \text{ cubum}$, æquabitur $\frac{Z \text{ plano} - \text{plano} - \text{plano}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$.

Quoniam enim $A \text{ quad.} + B \text{ in } A$ æquatur $Z \text{ plano}$, igitur per antithesin, $A \text{ quad.}$ æquabitur $Z \text{ plano} - B \text{ in } A$. Omnia ducantur in A , ergo $A \text{ cubus}$ æquatur $Z \text{ plano}$ in $A - B \text{ in } A \text{ quad.}$ seu aliter ex designato $A \text{ quadrati}$ valore, $A \text{ cubus}$ æquatur $Z \text{ plano}$ in $A - B \text{ in } Z \text{ planum} + B \text{ quad.}$ in A . Et utraque parte hujus æquationis divisa per $Z \text{ planum} + B \text{ quad.}$ æquabitur A . Quod igitur dicitur, $A \text{ quad.}$ æquari $Z \text{ plano} - B \text{ in } A$, idipsum ex designato A valore ita exprimitur. $A \text{ quad.}$ æquatur, $\frac{Z \text{ plano} - \text{plano} - B \text{ in } A \text{ cubum}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$. Rursus venio ad primam propositam æquationem: $A \text{ quad.} + B \text{ in } A$, æquari $Z \text{ plano}$. Vtraque pars ducitor quadraticè: igitur $A \text{ quad.} \text{ quad.} + B \text{ in } A \text{ cubum} + B \text{ quad.}$ in $A \text{ quad.}$, æquabitur $Z \text{ plano} - \text{plano}$. Iam affectio $B \text{ quadrati}$ in $A \text{ quadratum}$, interpretationem accipito ex postremum designato $A \text{ quadrati}$ valore, ipsa erit $\frac{B \text{ quad.} \text{ in } Z \text{ plano} - \text{plano} - B \text{ cubo} \text{ in } A \text{ cubum}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$. Qua interpretatione adscita, & omnibus rite ordinatis; $A \text{ quad.} \text{ quad.} + B \text{ in } Z \text{ planum } 2 + B \text{ cubo}$ in $A \text{ cubum}$, æquabitur $\frac{Z \text{ plano} - \text{plano} - \text{plano}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$ ut est ordinatum.

Si $1 Q + 14 N$ æquatur 147. $1 Q Q + 20 C$, æquabitur 9261.

THEO-

THEOREMA XI.

SI A quad. — B in A, æquetur Z plano. A quad. quad. $\frac{A \text{ in } A \text{ quad.} - B \text{ cubo}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$ in A cubum, æquabitur $\frac{Z \text{ plano} \cdot \text{plan.} \cdot \text{plan.}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si $1Q - 14N$, æquetur 147. $1QQ - 20C$, æquabitur 9261.

THEOREMA XII.

SI B in A — A quadrato, æquetur Z plano. $\frac{B \text{ cubo} - B \text{ in } A \text{ quad.}}{B \text{ quad.} - Z \text{ plano}}$, æquabitur $\frac{Z \text{ plano} \cdot \text{plano} \cdot \text{plano}}{B \text{ quad.} - Z \text{ plano}}$.

Nec dissimilis est ab ea quæ in decimo hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

Si $21N - 1Q$, æquetur 98. $15C - 1QQ$, æquabitur 2744.

CAPVT XIV.

Deductiva affectorum aliquot cuborum ab affectis quadratis.

THEOREMA I.

SI A quad. + B in A, æquetur Z plano. $\frac{B \text{ quad.} + Z \text{ plano}}{A - A \text{ cubo}}$, æquabitur B in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano. Omnia ducantur in A: igitur A cubus + B in A quad. æquabitur Z plano in A. Sed & ex iis quæ proposita sunt, A quad. æquatur Z plano — B in A. Quare adscita ea interpretatione in æquatione cubica, ad exprimendum valorem solidi B in A quadratum, A cubus + B in Z planum — B quad. in A, æquabitur Z plano in A, & omnibus rite ordinatis, $\frac{Z \text{ planum} + B \text{ quad.}}{A - A \text{ cubo}}$ in A — A cubo, æquabitur B in Z planum. ut est enunciatum.

Si $1Q + 8N$, æquetur 20. $84N - 1C$, æquabitur 160.

THEOREMA II.

SI A quad. — B in A, æquetur Z plano. A cubus $\frac{-B \text{ quad.} - Z \text{ plano}}{A}$ in A, æquabitur B in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si $1Q - 8N$, æquetur 20. $1C - 84N$, æquabitur 160.

THEOREMA III.

SI B in A — A quad, æquetur Z plano. $\frac{B \text{ quad.} - Z \text{ plano}}{A - A \text{ cubo}}$ in A, æquabitur B in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in primo hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

Si $12N - 1Q$, æquetur 20. $124N - 1C$, æquabitur 240.

THEOREMA IV.

SI A quad. + B in A, æquetur B in D. A cubus + $\frac{BFD}{A}$ in A quad, æquabitur B in D quadratum.

Quoniam enim A quad. — B in A, æquatur B in D. Omnia ducantur in A, igitur A cubus

bus + B in A quad., æquabitur B in D in A. Sed ex iis quæ proponuntur $\frac{B \text{ in } D - A \text{ quad.}}{B \text{ in } D - A \text{ quad.}}$ æquatur A. Quare ea interpretatione adscita ad exprimendum valorem solidi B in D in A: A cubus + B in A quad., æquabitur B in D quad. — D in A quad. & adhibita congrua metathesi. A cubus + $\frac{B}{D}$ in A quad., æquabitur B in D quad. ut est ordinatum.

Si 1 Q + 16 N, æquatur 80. factio ex 16 in 5. 1 C. + 21 Q, æquabitur 400.

THEOREMA V.

SI A quad. — B in A, æquetur B in D. $\frac{B}{D}$ in A quad. — A cubo, æquabitur B in D quad.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 Q — 16 N, æquatur 80. factio ex 16 in 5. 21 Q — 1 C, æquabitur 400.

THEOREMA VI.

SI B in A — A quad., æquetur B in D. $\frac{B}{D}$ in A quad. — A cubo, æquabitur B in D quad.

Nec dissimilis est ab ea quæ in quarto hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

Si 9 N — 1 Q, æquetur 18. factio ex 9 in 2. 7 Q — 1 C, æquabitur 36.

CAPVT XV.

Ambiguitates radicum, quarum potestates de homogeneis adfectionum in adequationibus negantur, demonstratae.

THEOREMA.

OSTENDENDUM est quum in æquationibus potestates de homogeneis adfectionum negantur, radices esse ancipites.

Proponatur differentia inter B & A esse æqualis S: & sit B major quam S. aut igitur excessus est penes B, vel penes A. Primo casu, B — A æquetur S: itaque B — S fit A. Secundo casu A — B æquetur S: itaque B + S fit A. Quoniam autem primo casu B — A æquatur S, utraque pars æqualitatis ducatur quadraticè, igitur B quad. — B in A 2 + A quad, æquabitur S quad. & æqualitate ordinata, B in A 2 — A quad, æquale fit B quad. — S quad. Quoniam vero secundo casu, A — B æquatur S, utraque pars æqualitatis ducatur quadraticè, igitur B quad. — B in A 2 + A quad. æquabitur S quad. & æqualitate ordinata, B in A 2 — A quad. rursus æquale fit, Bq. — Sq. Vtroque igitur casu in eandem inciditur æquationis formulam: est autem radix duplex; ipsa vero formula æquationis est, ut planum sub latere, adficiatur multa quadrati.

Si B 6. S 4. A 1 N. 12 N — 1 Q, æquatur 20. & fit 1 N. 6 — 4 vel + 4.

Quam amphiboliam in omnibus similibus æquationibus locum habere satis intelligitur, ut si proponatur D in A — A quad, æquari Z plano: ipsa D dicitur esse B 2, & Z planum esse B quad. — S. quad.

Porro, per sextum Theorema antecedentis capituli, apparet ab ea quadrati ambigui æquatione, derivari cubos negatos de solidis sub paradico gradu; & per tertium, sextum, & nonum capituli duodecimi, ab eadem derivari quadrato-quadrata negata de planis sub paradico gradu, quod ad ulterioris ordinis æquationes posse extendi satis fit manifestum.

CAPVT XVI.

De Syncrifi.

SYNCRIFIS est duarum æquationum correlatarum mutua inter se ad deprehendendum earum constitutionem collatio.

Duc

Duę autem æquationes correlatę intelliguntur, quum ambę similes sunt, & præterea iisdem datis magnitudinibus constant, sive adfectionum parabolis, sive adfectionum homogeneis. Radices tamen ideo diversę sunt, quoniam vel ipsę æquationum formulę de duabus pluribusve radicibus, ex sui constitutione sunt explicabiles, vel in iis diversã est adfectionum qualitas, seu nota.

Ac de simplicioribus quidem correlatis sufficiet doctrina, id est una tantum adfectione obvolutis, ut pote quarum vi, de iis quę passionibus abundant, plastices peritus ratiocinabitur secure.

Correlatarum igitur simpliciorum æquationum, tres sunt differentię.

Prima est ancipitum, in quarum utraque potestas negatur de homogenea adfectionis.

Altera est contradicentium, in quarum una potestas adfitur adfirmate, in altera negate.

Tertia est inversarum, in quarum una, potestas adfitur multa homogeneę adfectionis, in altera contra, homogenea adfectionis multatur potestate.

Sive autem ancipitum, sive contradicentium, sive inversarum æquationum constitutio, syncrifi cognoscetur probe: in eundem siquidem syncrifeos hæc est ratio. Quoniam enim quę uni æquantur inter se æqualia sunt: proponuntur autem potestates duę adficientes, adfectivę, eidem datę omnino magnitudini homogeneę comparari; ipsum autem adfectum, adficiensve homogeneum; utrivis potestati immixtum, fieri sub parodicis iisdem gradibus, eademque parabola. Ergo potestas radicis una cum homogeneo sub suo gradu parodico, æquabitur potestati alterius una cum homogeneo sub suo quoque gradu parodico; & translatis ad unam ita constitutę quoque æquationis partem potestatibus; ad alteram vero, iis quę sub gradibus fiunt adfectionum homogeneis, erit rursus æqualitas. Unde quum differentia aut aggregatum potestatum, applicabitur ad differentiam vel aggregatum laterum, (uter vero terminus, opus indicabit.) faciet oriri magnitudinem parabolę æqualem: cujus ideo evidens erit constitutio:

Quod si postea utraque positarum æquationum, syncrifi expositarum; non jam sub ipsamet parabola exhibeatur, seu sub æquo parabolę (prout ejus constitutio agnita fuit) valore: quod ordinabitur, erit consequenter dato comparationis homogeneo æquale, cujus ideo constitutio non poterit ignorari: quoniam orietur illud ex facti ab aggregato vel differentia radicum, aut graduum, in planum sub radicibus applicatione ad eundem cui antecessens applicatio facta est terminum, sive differentiam, sive aggregatum.

Secundum quę, proficiscuntur parabolę adfectionum in ancipitibus, ex applicatione differentię potestatum ad differentiam eorum quos metitur parabola graduum.

Homogenea vero comparationum, ex applicatione differentię factorum reciproce, à potestate unius radicis in gradum alterius, ad prædictam cui altera applicatio facta est, graduum differentiam.

Id autem obiter est demonstrandum.

PROBLEMA I.

Duarum ancipitum æquationum constitutionem, ex syncrifi dignoscere.

○

Pro-

Proponatur B parabola in A gradum — A potestate, æquari Z homogeneæ. & rursus eadem B parabola in E gradum — E potestate, æquari Z homogeneæ.

Vnde par existit gradus & par potestas. Oportet ex syncrifi earum æquationum constitutionem dignoscere.

Quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se: manifestum est B parabolam in A gradum — A potestate, æquari B parabolæ in E gradum — E potestate. & per antithesin, statuendo si placet A majorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter præsuppositam radicem ἀμφιβολίαν. A potestas — E potestate, æquabitur B parabolæ in A gradum — B parabola in E gradum. Et omnibus per A gradum — E gradu divis, $\frac{A \text{ potestas} - E \text{ potestate}}{A \text{ gradus} - E \text{ gradu}}$ æquabitur B parabolæ.

Oritur ergo B parabola, ex applicatione differentię potestatum ad differentiam graduum: ut est constitutum.

Porro, quum B parabola in A gradum — A potestate, æquetur Z homogeneæ: in locum B parabolæ subrogetur jam agnitus ejus valor, & ea subrogatione æquatio reformetur: ergo $\frac{A \text{ potestas in E gradum} - E \text{ potestate in A gradum}}{A \text{ gradus} - E \text{ gradu}}$, æquabitur Z homogeneæ.

Oritur ergo Z homogenea ex applicatione differentię factorum reciproce, à potestate unius radicis in gradum alterius, ad differentiam graduum: ut est quoque constitutum.

In specie.

Proponatur B in A — A quad, æquari Z plano. Et rursus B in E — E quadr, æquari Z plano.

Oportet ex syncrifi earum æquationum constitutionem dignoscere: quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est B in A — A quad, æquari B in E — E quad. Et per antithesin, statuendo si placet A majorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter suppositam radicem ἀμφιβολίαν. A quad. — E q., æquabitur B in A — B in E, & omnibus per A — E divis, $\frac{A \text{ quad.} - E \text{ quad.}}{A - E}$ id est A + E, æquabitur B.

Est igitur B summa duorum de quibus quæritur laterum, oriunda ex applicatione differentię quadratorum, ad differentiam laterum: ut est generaliter constitutum.

Porro quum B in A — A quad, æquetur Z plano: si in locum B, subrogetur jam agnitus ipsius valor $\frac{A \text{ quad.} - E \text{ quad.}}{A - E}$ seu A + E. $\frac{A \text{ quad. in E} - E \text{ quad. in A}}{A - E}$ id est E in A, æquabitur Z plano.

Est igitur Z planum, id quod fit sub duobus de quibus quæritur lateribus, ortum ex differentię factorum reciproce à quadrato unius in radicem alterius applicatione, ad differentiam laterum: ut est quoque generaliter constitutum.

Aliud.

Proponatur B planum in A — A cubo, æquari Z solido, & rursus B planum in E — E cubo, æquari Z solido.

Oportet ex syncrifi earum æquationum constitutionem dignoscere: quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est B planum in A — A cubo, æquari B plano in E — E cubo. Et per antithesin, statuendo si placet A majorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter suppositam radicem ἀμφιβολίαν. A cubus — E cubo, æquabitur B plano in A — B plano in E. Et omnibus per A — E divis, $\frac{A \text{ cubus} - E \text{ cubo}}{A - E}$ id est A quad. + E quad. + A in E, æquabitur B plano.

Est igitur B planum aggregatum quadratorum à duobus de quibus quæritur lateribus, adjunctum ei quod sub iis fit plano: & oritur ex applicatione differentię cuborum ad differentiam laterum: ut est generaliter constitutum.

Porro quum B planum in A — A cubo, æquetur Z solido: si in locum B plan. subrogetur, agnitus ejus valor, nempe $\frac{A \text{ cubus} - E \text{ cubo}}{A - E}$ seu A q. + E q. + A in E. $\frac{A \text{ cubus in E} - E \text{ cubo in A}}{A - E}$ id est, + A q. in E + E q. in A, æquabitur Z solido. Est igitur Z solidum quod fit ab aggregato laterum in planum sub lateribus, & oritur ex differentię ipsorum factorum, reciproce à cubo unius lateris in latus alterius, applicatione ad differentiam ipsorum laterum: ut est quoque constitutum.

Constitutio igitur propositarum æquationum tandem ex syncrifi agnita est: ut faciendum erat.

Placeat exhibere formulam æquationis ancipitis quadraticę, de radice F & G, hac minore, illa majore explicabilis. dixero $F \rightarrow G$ in A — A q, æquari F in G: & fieri A, F vel G.

Sit F 10. G 2. A 1 N. formula æquationis erit 12 N — 1 Q, æquabitur 20. explicabilis de 10 vel 2. Placeat

Placeat exhibere formulam æquationis cubi negati de homogeneo adfectionis sublatare, ut sit radix de F vel G explicabilis. dixerit $F \text{ quad.} + G \text{ quad.} + F \text{ in } G \text{ in } A - A \text{ cubo}$, æquari $F \text{ in } G \text{ quad.} + G \text{ in } F \text{ quad.}$ & fieri A, F vel G.

Sit F 10. G 2. A 1 N. formula æquationis erit $124 N - 1 C$, æquabitur 240. explicabilis de 10, vel 2.

In contradicentibus, coëfficientes sub graduales proficiscuntur ex applicatione differentię potestatum, ad aggregatum eorum quos sustinent coëfficientes graduum.

Homogenea vero datę mensurę, ex applicatione aggregati factorum reciproce, à potestate radice unius in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta est graduum aggregatum: id autem quoque obiter est demonstrandum.

P R O B L E M A II.

DVarum contradicentium æquationum constitutionem ex syncrifi agnoscere.

Proponatur A potestas + B coëfficiente in A gradum, æquari Z homogeneo. Et rursus E potestas — eadem B coëfficiente in E gradum, æquari eidem Z homogeneo:

Vnde par existit gradus & par potestas. Oportet ex syncrifi earum æquationum constitutionem agnoscere.

Quoniam igitur quę uni æquantur equalia sunt inter se, manifestum est. A potestatem + B coëfficiente in A gradum, æquari E potestati — B coëfficiente in E gradum. & per antithesin E potestatem — A potestate, æquari B coëfficienti in E gradum + B coëfficiente in A gradum. Itaque omnibus per E gradum + A gradu divis. $\frac{B \text{ potestas} - A \text{ potestas}}{E \text{ gradus} + A \text{ gradu}}$ æquabitur B coëfficienti.

Oritur ergo B coëfficiens subgradualis, ex applicatione differentię potestatum, ad aggregatum eorum quos sustinet coëfficiens graduum: ut est constitutum.

Porro quum A potestas + B coëfficiente in A gradum, æquetur Z homogeneo:

In locum B coëfficientis, subrogetur jam agnitus ejus valor, videlicet $\frac{B \text{ potestas} - A \text{ potestas}}{E \text{ gradus} + A \text{ gradu}}$ & ea subrogatione æquatio reformetur. ergo A potestas + $\frac{B \text{ potestas} - A \text{ potestas}}{E \text{ gradus} + A \text{ gradu}}$ in A gradum, æqu. Z homogeneo, hoc est omnibus rite ordinatis $\frac{A \text{ potestas in } E \text{ grad.} + B \text{ potestas in } A \text{ grad.}}{E \text{ gradus} + A \text{ gradu}}$ æqu. Z homogeneo.

Oritur ergo Z homogenea, ex applicatione aggregati factorum reciproce à potestate radice unius, in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta est graduum aggregatum: ut est secundo loco enunciatum.

In inversis plane negatis, coëfficientes subgraduales proficiscuntur ex applicatione aggregati potestatum, ad aggregatum eorum in quos coëfficiens est graduum:

Homogenea vero datę mensurę, ex applicatione differentię factorum reciproce à potestate radice unius, in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta est graduum in quos coëfficiens subgradualis est, aggregatum.

Idem quoque obiter est demonstrandum.

P R O B L E M A III.

DVarum inversarum æquationum constitutionem, ex syncrifi agnoscere.

Proponatur A potestas — B coëfficiente in A gradum, æquari Z homogeneo. Et rursus eadem B coëfficiens in E gradum — E potestate, æquari eidem Z homogeneo.

Vnde intelligantur A & E pares gradus, atque adeo pares potestates. Oporteat autem æqualitatem harum constitutionem agnoscere. Quoniam igitur quę uni æquantur equalia sunt inter se, manifestum sit ex iis quę proponuntur. A potestatem — B coëfficiente in A gradum, æquari B coëfficienti in gradum — E potestate, & per antithesin A potestatem + E potestate, æquari B coëfficienti in A gradum + B coëfficiente in E gradum.

Itaque omnibus per E gradum + A gradu divis. $\frac{A \text{ potestas} + E \text{ potestas}}{A \text{ gradus} + E \text{ grad.}}$ æquabitur B coëfficienti.

Id ipsum autem est quod primo loco enunciatur. Porro quum A potestas — B coëfficiente subgraduali in A grad., æquetur Z homog. In locum B coëfficientis, subrogetur æquus valor, videlicet. $\frac{A \text{ potestas} + B \text{ potestate}}{A \text{ gradus} + B \text{ gradu.}}$ igitur A potestas — $\frac{A \text{ potestate in A grad.} + B \text{ potestate in A grad.}}{A \text{ gradus} + B \text{ gradu.}}$ æquabitur Z homog. hoc est omnibus rite ordinatis, $\frac{A \text{ potestas in B grad.} + B \text{ potestate in A grad.}}{A \text{ gradus} + B \text{ gradu.}}$ æquabitur Z homog. Quod ipsum est quod secundo loco enunciatur.

In inversis autem quarum una per adfirmationem adficitur, altera per negationem, coëfficientes subgraduales proficiuntur ex applicatione aggregati potestatum ad differentiam eorum, in quos coëfficiens est graduum.

Homogenea vero datæ mensuræ, ex applicatione aggregati factorum reciproce, à potestate radice unius in gradum alterius, ad prædictam cui altera applicatio facta est graduum in quos coëfficiens est, differentiam. Id autem quoque obiter est demonstrandum.

Proponatur si quidem A potestas + B coëfficiente in A gradum, æquari Z homog. Et rursus eadem B coëfficiens in E gradum — E potestate, æquari eidem Z homog. Vnde intelligantur A & E pares gradus, atque adeo pares potestates. Oporteat autem æqualitatum harum constitutionem agnoscere. Quoniam igitur quæ uni æquantur, equalia sunt inter se, manifestum fit ex iis quæ proponuntur. A potestatem + B coëfficiente in A gradum, æquari B coëfficienti in E gradum — E potestate, & per antithesin A potestatem + E potestate, æquari B coëfficienti in E gradum — B coëfficiente in A gradum. Itaque omnibus per E gradum — A gradu divis, $\frac{B \text{ potestas} + A \text{ potestate}}{B \text{ gradus} + A \text{ gradu.}}$ æquabitur B coëfficienti. Quod ipsum est quod primo loco enunciatur. Porro quum A potestas + B coëfficiente in A gradum, æquetur Z homog. in locum B coëfficientis subgradualis, subrogetur æquus valor, videlicet $\frac{B \text{ potestas} + A \text{ potestate}}{B \text{ gradus} + A \text{ gradu.}}$ igitur A potestas + $\frac{B \text{ potestate} + A \text{ potestate}}{B \text{ gradus} + A \text{ gradu.}}$ in A gradum, æquari Z homog. hoc est omnibus rite ordinatis $\frac{A \text{ potestas in B grad.} + B \text{ potestate in A grad.}}{B \text{ gradus} + A \text{ gradu.}}$ æquari Z homog. Quod ipsum est quod secundo loco enunciatur.

Et accipites quidem dicimus omnino & in omni potestatum ordine efficaces, quoniam agnita semel magistra, liberior est ad comitem transitus, ut ex Zetericis clarum est.

At contradicentes & inversæ, interdum efficaces sunt, interdum minime, idque è gradu potestatis definitur, ut pote contradicentes sub latere, ita demum sunt efficaces, si hærent in quadrato, vel potestatibus exinde alternis, videlicet, quadrato-quadrato, cubo-cubo: & eo continuo ordine.

In base autem & potestatibus exinde alternis, videlicet cubo, & quadrato-cubo, & eo continuo ordine, censemus pigras & inefficaces: quoniam nihil solatii præsidive afferunt Analytæ, quo sibi pateat ad ἀντιβαλλόμενας facilior sæliciorve aditus.

Vt contra, inversæ sub latere, quum utraque negata est, efficaces sunt si hærent sub cubo, quadrato-cubo, &c.

Causa est, quod quando differentia potestatum applicatur ad differentiam radicum, quæ inde oritur magnitudo, æqua fit effectis continue proportionalibus ab radicibus iisdem, serie undique affirmata, in quocunque potestatum ordine, secundum ea quæ exposita sunt in capite de genesi potestatum à binomia radice.

At quum differentia potestatum applicatur ad adgregatum radicum, quæ inde oritur magnitudo, æqua fit effectis continue proportionalibus prostaphæretice alterne tantummodo, quum potestates sunt cubi, quadrato-cubi, & eo deinceps ordine incedentes alterne.

Cæterum dum aggregatum potestatum applicatur ad differentiam radicum, nulla inde occurrit magnitudo æqua proportionalibus continue effectis, sive per gradus scalæ numero pares, sive impares, climacticæ magnitudines procedant.

CAPUT XVII.

Syncreticæ doctrinæ Geometricæ phrasis.

HÆC autem syncretica iudicia, exornantur & expoliuntur per aliquot analogias, quibus excitatur Geometrica Mechanice, ac evidentior fit & paratior.

T H E O R E M A I.

SI fuerit series trium proportionalium: est ut prima ad tertiam, ita quadratum è prima ad quadratum è secunda.

Et si quatuor: est ut prima ad quartam, ita cubus è prima ad cubum è secunda.

Et si quinque: est ut prima ad quintam, ita quadrato-quadratum è prima ad quadrato-quadratum è secunda.

Et si sex: est ut prima ad sextam, ita quadrato-cubus è prima ad quadrato-cubum è secunda.

Et si septem: est ut prima ad septimam, ita cubo-cubus è prima ad cubo-cubum è secunda.

Nam quadratum est potestas rationis duplicatæ, cubus triplicatæ, quadrato-quadratum quadruplicatæ, &c. ut alibi annotatum est: itaque potestatibus singulis, suæ addiuntur proportionalium series, secundum earum conditionem.

T H E O R E M A II.

SI fuerit series trium proportionalium: est ut prima ad tertiam, ita aggregatum quadratorum à singulis duabus primis ad aggregatum quadratorum à singulis duabus postremis.

Et si quatuor: est ut prima ad quartam, ita aggregatum cuborum à singulis tribus primis ad aggregatum cuborum à singulis tribus postremis.

Et si quinque: est ut prima ad quintam, ita aggregatum quadrato-quadratorum à singulis quatuor primis ad aggregatum quadrato-quadratorum à singulis quatuor postremis.

Et si sex: est ut prima ad sextam, ita aggregatum quadrato-cuborum à singulis quinque primis ad aggregatum quadrato-cuborum à singulis quinque postremis.

Et si septem: est ut prima ad septimam, ita aggregatum cubo-cuborum à singulis sex primis ad aggregatum cubo-cuborum à singulis sex postremis.

Quoniam enim ut prima ad tertiam, ita est quadratum primæ ad quadratum secundæ, ut vero quadratum primæ ad quadratum secundæ, ita quadratum secundæ ad quadratum tertiæ. Ergo per synæresin, est ut prima ad tertiam, ita quadratum primæ plus quadrato secundæ ad quadratum secundæ plus quadrato tertiæ. Nec dissimiliter in reliquis seriebus proportionalium & conditionariis secundum rationem extremarum potestatibus, licet arguere & ratiocinari.

T H E O R E M A III.

SI fuerit series trium proportionalium: est ut prima ad tertiam, ita quadratum compositæ è duabus primis ad quadratum compositæ è duabus postremis.

Et si quatuor: est ut prima ad quartam, ita cubus compositæ ex tribus primis ad cubum compositæ ex tribus postremis.

Et si quinque: est ut prima ad quintam, ita quadrato-quadratum compositæ è quatuor primis ad quadrato-quadratum compositæ è quatuor postremis.

Et si sex: est ut prima ad sextam, ita quadrato-cubus compositæ è quinque primis ad quadrato-cubum compositæ è quinque postremis.

Et si septem: est ut prima ad septimam, ita cubo-cubus compositæ ex sex primis ad cubo-cubum compositæ ex sex postremis.

Per syneresin enim, est ut prima ad secundam, ita composita ex omnibus minus prima ad compositam ex omnibus minus altera extrema, quotcumque proportionalium sit series. In unaquaque autem serie exponitur sua potestas conditionaria: id est tantuplicata rationis, quam extremarum comparatio exigit.

THEOREMA IV.

Si fuerit series trium proportionalium: est ut prima ad tertiam, ita differentia quadratorum à duabus primis ad differentiam quadratorum à duabus postremis.

Et si quatuor: est ut prima ad quartam, ita differentia cuborum à tribus primis alterne sumptis ad differentiam cuborum à tribus postremis alterne sumptis.

Et si quinque: est ut prima ad quintam, ita differentia quadrato-quadratorum à quatuor primis alterne sumptis ad differentiam quadrato-quadratorum à quatuor postremis alterne sumptis.

Et si sex: est ut prima ad sextam, ita differentia quadrato-cuborum à quinque primis alterne sumptis ad differentiam quadrato-cuborum à quinque postremis alterne sumptis.

Et si septem: est ut prima ad septimam, ita differentia cubo-cuborum à sex primis alterne sumptis ad differentiam cubo-cuborum à sex postremis alterne sumptis.

THEOREMA V.

Si fuerit series trium proportionalium: est ut prima ad tertiam, ita quadratum differentiarum duarum primarum ad quadratum differentiarum duarum postremarum

Et si quatuor: est ut prima ad quartam, ita cubus differentiarum trium primarum alterne sumptarum ad cubum differentiarum trium postremarum alterne sumptarum.

Et si quinque: est ut prima ad quintam, ita quadrato-quadratum differentiarum quatuor primarum alterne sumptarum ad quadrato-quadratum differentiarum quatuor postremarum alterne sumptarum.

Et si sex: est ut prima ad sextam, ita quadrato-cubus differentiarum quinque primarum alterne sumptarum ad quadrato-cubum differentiarum quinque postremarum alterne sumptarum.

Et si septem: est ut prima ad septimam, ita cubo-cubus differentiarum sex primarum alterne sumptarum ad cubo-cubum differentiarum sex postremarum alterne sumptarum.

THEOREMA VI.

Si fuerint quatuor continue proportionales: solidum compositum ex cubo quartæ, & triplo cubo secundæ, differt à solido composito ex cubo primæ & triplo cubo tertiæ, per cubum differentiarum extremarum.

Sint quatuor continue proportionales B, D, F, G, & sit G major extrema. Dico G cubum + D cubo 3 — B cubo — F cubo 3, equari $\overline{G-B}$ cubo. Enimvero $\overline{G-B}$ cubus, constat G cubo — B in G quad. 3 + B quad. in G 3 — B cubo, comparatur autem G cubo + D c. 3 — B c. — F c. 3. Superest ut B quad. in G 3 — B in G quad. 3, æquetur D cubo 3 — F cubo 3.

Id autem ita se habet, nam B quad. in G est D cubus, & B in G quad. F cubus.

THEOREMA VII.

Si fuerint quatuor continue proportionales: solidum compositum ex cubo quartæ & triplo cubo secundæ, adjunctum solido composito ex cubo primæ

primæ & triplo cubo tertiæ, æquatur cubo aggregati extremarum.
Eadem enim viget quæ in antecedente Theoremate demonstratio.

CAPVT XV.

Æquationum ancipitum constitutiua.

Agnitæ per syncrisin ancipites æquationes, aut plasmatis resolutione, aut denique Zereseos vi, isto modo fere se habent.

De affectis sub depresso gradu, seu latere.

THEOREMA I.

Si B in A — A quad., æquetur Z plano: est B composita è duobus lateribus, sub quibus quod fit rectangulum, æquum est Z plano: & fit A latus majus minusve.

Sunt duo latera 2 & 10. dicitur 12 N — 1 Q, æquari 20. & fit 1 N 2, vel 10.

THEOREMA II.

Si B planum in A — A cubo, æquetur Z solido: est B planum compositum ex quadratis trium proportionalium: & Z solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadratorum à reliquis: & fit A prima vel tertia.

Sunt proportionales. 2. 1/20. 10. dicitur 124 N — 1 C, æquari 240. & fit 1 N 2, vel 10.

THEOREMA III.

Si B solidum in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-planum: est B solidum compositum ex cubis quatuor continue proportionalium: & Z plano-planum quod fit ductu alterius extremæ, in aggregatum cuborum à tribus reliquis: & fit A prima vel quarta.

Sunt continue proportionales. 2. 1/40. 10. dicitur 1248 N — 1 Q Q, æquari 2480. & fit 1 N 2, vel 10.

THEOREMA IV.

Si B plano-planum in A — A quad.-cubo, æquetur Z plano-solido: est B plano-planum compositum ex quad.-quadratis quinque continue proportionalium: & Z plano-solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadrato-quadratorum à quatuor reliquis: & fit A prima vel quinta.

Sunt continue proportionales 2. 1/80. 1/20. 1/2000. 10. dicitur 12496 N — 1 Q C, æquari. 24960. & fit 1 N 2, vel 10.

THEOREMA V.

Si B plano-solidum in A — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B plano-solidum compositum ex quadrato-cubis sex continue proportionalium: & Z solido-solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadrato-cuborum à quinque reliquis: & fit A prima vel sexta.

Sunt continue proportionales: 2. 1/160. 1/800. 1/4000. 1/20000. 10. dicitur, 124992 N — 1 C C, æquari 249920. & fit 1 N 2, vel 10.

De affectis sub elatiore gradu, seu lateri reciproco.

THEOREMA VI.

Si B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido: est B composita ex tribus proportionalibus, & Z solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadratum compositæ è duabus reliquis: & fit A composita è duabus primis, vel è duabus postremis.

Sint proportionales, 1. 2. 4. dicitur 7 Q — 1 C, æquari 36. & fit 1 N 3, vel 6.

THEOREMA VII.

Si B in A cubum — A quad. quad. æquetur Z plano-planum: est B composita ex quatuor continue proportionalibus: & Z plano-planum, quod fit ductu alterius extremæ in cubum compositæ è tribus reliquis: & fit A composita è tribus primis, vel è tribus postremis.

Sint

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. Dicitur 15 C — 1 Q Q, avari 2744. & fit 1 N 7, vel 14.

THEOREMA VIII.

SI B in A quad. quad. — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido: est B composita ex quinque continue proportionalibus, & Z plano-solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadrato-quadratum compositæ à quatuor reliquis: & fit A composita ex quatuor primis, vel quatuor postremis.

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 31 Q Q — 1 Q C, æquabitur 810000. & fit 1 N 15, vel 30.

THEOREMA IX.

SI B in A quadrato-cubum — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B composita ex sex continue proportionalibus, & Z solido-solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadrato-cubum compositæ à reliquis: & fit A composita ex quinque primis, vel è quinque postremis.

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32. 63 Q C — 1 C C, æquatur 916132832. & fit 1 N 31, vel 62.

De affectis sub gradibus intermediis qua per interpretationem deprimuntur.

THEOREMA X.

SI B planum in A quad. — A quad. quad, æquetur Z plano-plano: est B planum compositum ex duobus quadratis duorum laterum, quorum primi ductu in secundum fit Z plano-planum: & fit A quadratum majus duorum, minusve.

Sint latera 1. 4. Dicitur 17 Q — 1 Q Q, ævari 16. & fit 1 N 1, vel 4. Quod si unus numerus intelligatur quadratum, radixve plana. 17 N — 1 Q, æquabitur 16. & fit 1 N 1, vel 16.

THEOREMA XI.

SI B solidum in A cubum — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B solidum compositum ex duobus cubis, quorum primi ductu in secundum fit Z solido-solidum, & fit A cubus major duorum, minorve.

Sunto latera 1. 8. Dicitur 513 C — 1 C C, ævari 512. & fit 1 N 1, vel 8. Quod si 1 N intelligatur cubus radixve solida, 513 N — 1 Q, æquabitur 512. & fit 1 N 1, vel 512.

THEOREMA XII.

SI B plano-planum in A quad. — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B planum compositum ex quadratis trium planorum proportionalium, & Z solido-solidum quod fit ab uno plano in aggregatum quadratorum à duobus reliquis planis: & fit A quadratum majus, minusve.

Sunto tria plana proportionalia. 1. 2. 4. Dicitur 21 Q — 1 C C, ævari 20. & fit 1 N 1, vel 2. Quod si 1 N intelligatur quadratum radixve plana, 21 N — 1 C, æquabitur 20. & fit 1 N 1, vel 4.

THEOREMA XIII.

SI B planum in A quad. quad. — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B planum compositum à tribus planis proportionalibus, & Z solido-solidum quod fit ab uno plano, in quadratum compositi ex duobus reliquis: & fit A quadratum majus duorum, minusve.

Sint

Sint tria proportionalia plana 5. 20. 80. Dicitur 105 Q Q — 1 C C, æquari 50000. & fit 1 N 5, vel 10.

Inventio autem trium planorum proportionalium, quorum medium adscito sive primo sive postremo, fit quadratum numero, patet ex hac serie.

$$\frac{B \text{ quadrato-quadratum.}}{B \text{ quadr.} + G \text{ quadr.}} \quad \frac{B \text{ quad. in } G \text{ quad.}}{B \text{ quad.} + G \text{ quad.}} \quad \frac{G \text{ quadrato-quadratum.}}{B \text{ quad.} + G \text{ quad.}}$$

Dictante videlicet Zetesi. Sit enim medium planorum E planum: & primum statuatur B quad. — E plano, postremum G quad. — E plano: quum igitur primo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe B quadratum: & quum postremo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe G quadratum: restat igitur ut ea tria plana proportionalia sint, & consequenter quod à medio fit in se, æquetur ei quod fit ab extremis; qua comparatione secundum artem inita, $\frac{B \text{ quad. in } G \text{ quad.}}{B \text{ quad.} + G \text{ quad.}}$ invenitur æquari E plano.

Sit B 1. G 2. plana quesita erunt $\frac{1}{3} \frac{4}{3} \frac{16}{3}$. Medium adscito primo facit 1. adscito vero postremo facit 4. eadem plana ducantur in aliquod quadratum ut pote 25. fiunt 5. 20. 80. qualia ad exemplum adsumpta sunt.

De reliquis.

T H E O R E M A XIII.

SI B solidum in A quad. — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido: est B solidum constans cubo compositæ è duabus primis in serie trium proportionalium, plus cubo compositæ è duabus postremis, & insuper solido, quod fit ductu alterius extremarum in quadratum compositæ ex secunda & tertia.

Et Z plano-solidum quod fit à B solido minus cubo à duabus primis in quadratum compositæ ex prima & secunda; vel à cubo compositæ ex secunda & tertia, plus solido sub tertia, & quadrato compositæ ex prima & secunda in quadratum compositæ ex prima & secunda.

Et fit A composita ex duabus primis, vel composita ex duabus postremis.

Sint proportionales 1. 2. 4. 279 Q — 1 Q C, æquabitur 2268. & fit 1 N 3, vel 6.

T H E O R E M A XV.

SI B planum in A cubum — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido: est B planum constans quadrato compositæ à tribus primis in serie quatuor continue proportionalium, plus quadrato compositæ è tribus postremis, minus plano quod fit à tertia in compositam ex tertia, secunda, & prima; vel à secunda in compositam ex secunda, tertia & quarta.

Et Z plano-solidum quod fit à B plano, minus quadrato compositæ ex tribus postremis in cubum compositæ è tribus postremis; vel abs B plano, minus quadrato compositæ ex tribus primis in cubum compositæ ex tribus primis, & fit A composita ex tribus primis, vel composita ex tribus postremis.

Sint proportionales continue 1. 2. 4 8. 217 C — 1 Q C, æquabitur 57624. & fit 1 N 7, vel 14.

C A P V T XIX.

Æqualitatum contradicentium constituti-va.

Contradicentium autem constitutio est hujusmodi.

T H E O R E M A I.

SI A quad. + B in A, æquetur Z plano, & rursus E quad. — B in E, æquetur Z plano: sunt duo latera quorum differentia est B, quod autem sub eis fit, æquum est Z plano, & fit A minus latus & E majus.

P

Sunt

Sunto latera 1. 2. $1Q + 1N$, *aequatur* 2. & *fit* 1N1. *Rursus* $1Q - 1N$, *aequabitur* 2. & *fit* 1N2.

THEOREMA II.

SI A quad. quad. + B solido in A, æquetur Z plano-plano, & rursus E quad. quad. - B solido in E, æquetur Z plano-plano: sunt quatuor continue proportionales, à quibus cubi alterne sumpti differunt per B solidum. Fit autem Z plano-planum, ductu alterius extremæ in differentiam cuborum à reliquis alterne sumptorum: & est A prima minor inter extremas, E quarta.

Sunto continue proportionales 1. \sqrt{C} . 2. \sqrt{C} . 4. 2. $1QQ + 5N$, *aequabitur* 6. & *fit* 1N1. *Rursus* $1QQ - 5N$, *aequabitur* 6. & *fit* 1N2.

THEOREMA III.

SI A cubo-cubus + B plano-solido in A, æquetur Z solido-solido, & rursus E cubo-cubus - B plano-solido in E, æquetur Z solido-solido: sunt sex continue proportionales, à quibus quadrato-cubi alterne sumpti, differunt per B plano-solidum. Fit autem Z solido-solidum, ductu alterius extremæ in differentiam quadrato-cuborum à reliquis alterne sumptorum, & est A prima minor inter extremas, E sexta.

Sunto proportionales continue 1. \sqrt{QC} . 2. \sqrt{QC} . 4. \sqrt{QC} . 8. \sqrt{QC} . 16. 2. $1CC + 21N$, *aequatur* 22. & *fit* 1N1. *Et rursus* $1CC - 21N$, *aequabitur* 22. & *fit* 1N2.

THEOREMA IV.

SI A quad. quad. + B in A cubum, æquetur Z plano-plano, & rursus E quad. quad. - B in E cubum, æquetur Z plano-plano: sunt quatuor continue proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B. Et fit Z plano-planum ex ductu utriusvis extremæ in cubum differentię reliquarum alterne sumptarum, & dum intelligitur prima minor inter extremas, est A differentia alterne sumpta trium primarum, E differentia trium postremarum.

Sunto proportionales continue 1. 2. 4. 8. $1QQ + 5C$, *aequabitur* 216. & *fit* 1N3. *Et rursus* $1QQ - 5C$, *aequabitur* 216. & *fit* 1N6.

THEOREMA V.

SI A cubo-cubus + B in A quadrato-cubum, æquetur Z solido-solido, & rursus E cubo-cubus - B in E quadrato-cubum, æquetur Z solido-solido: sunt sex continue proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B. Fit autem Z solido-solidum, ductu utriusvis extremæ in quadrato-cubum differentię reliquarum alterne sumptarum, & dum intelligitur prima minor inter extremas, fit A differentia alterne sumpta quinque primarum, & E differentia quinque postremarum.

Sunto continue proportionales, 1. 2. 4. 8. 16. 32. $1CC + 21QC$, *aequatur* 5153632. & *fit* 1N11. *Et rursus* $1CC - 21QC$, *aequabitur* 5153632. & *fit* 1N22.

CAPVT XX.

Æqualitatum inversarum constitutiva.

Inversarum denique systatica sunt hac.

THEOREMA I.

SI B planum in A - A cubo, æquetur Z solido, & rursus E cubus - B plano in E, æquetur Z solido: sunt tres proportionales, à quibus quadrata alter-

alterne sumpta, differunt per B planum. Fit autem Z solidum, ductu alterius extremæ in differentiam quadratorum à reliquis, & est A prima minor inter extremas, E tertia.

Sunt proportionales 1. $\sqrt{2}$. 2. $3N - 1C$, *aquabitur* 2. & *fit* 1 N 1. *Et rursus* 1 C $- 3N$, *aquabitur* 2. & *fit* 1 N 2.

T H E O R E M A II.

SI B plano-planum in A — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido, & rursus E quadrato-cubus — B plano plano in A, æquetur Z plano-solido: sunt quinque continue proportionales longitudines, à quibus quadrato-quadrata alterne sumpta, differunt per B plano-planum. Fit autem Z plano-solidum, ductu alterius extremæ in differentiam quadrato-quadratorum à reliquis alterne sumptis : & fit A prima minor inter extremas, E quinta.

Sint continue proportionales 1. $\sqrt{2}$. $\sqrt{4}$. $\sqrt{8}$. 2. 11 N $- 1QC$, *aquatur* 10. & *fit* 1 N 1. *Et rursus* 1 QC $- 11N$, *aquatur* 10. & *fit* 1 N 2.

T H E O R E M A III.

SI B in A quad. + A cubo, æquetur Z solido, & rursus B in E quad. — E cubo, æquetur Z solido: sunt tres proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B. Fit autem Z solidum ductu alterutrius extremæ in quadratum differentię reliquarum alterne sumptarum: & dum intelligitur prima minor inter extremas, est A differentia alterne sumpta duarum primarum, E differentia duarum postremarum.

1. II. III.

Sunt proportionales 1. 2. 4. 3 Q $+ 1C$, *aquatur* 4. & *fit* 1 N 1. *Et rursus* 3 Q $- 1C$, *aquatur* 4. & *fit* 1 N 2.

T H E O R E M A IV.

SI B in A quad. quad. + A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido; & rursus B in E quad. quad. — E quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido: sunt quinque proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B. Fit autem Z plano solidum ductu alterutrius extreme in quadrato-quad. differentię reliquarum alterne sumptarum: & dum intelligitur prima minor inter extremas, est A differentia alterne sumpta quatuor primarum, E differentia quatuor postremarum.

I. II. III. IV. V.

Sunt proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 11 Q Q $+ 1QC$, *aquatur* 10 000. & *fit* 1 N 5. *Et rursus* 11 Q Q $- 1QC$, *aquatur* 10 000. & *fit* 1 N 10.

T H E O R E M A V.

SI B planum in A cubum + A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido; & rursus B planum in E cubum — E quadr. cubo, æquetur Z plano-solido: sunt sex proportionales continue, quarum extreme ductę in differentiam quartę & primę, faciunt B planum. Fit autem Z plano--solidum ex cubo differentię quartę & primę in B planum plus ejusdem differentię quadrato-cubo; vel ex cubo differentię quintę & secundę in B planum multatum illius differentię inter quintam & secundam quadrato-cubo: & quum prima intelligitur minor inter extremas, fit A differentia quartę & primę, & E differentia quintę & secundę.

P 2

Sunt

I. II. III. IV. V. VI.

Sunt proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32. $231C + 1QC$, *æquatur* 96040. & fit 1N7. *Et rursus* $231C - 1QC$, *æquatur* 96040. & fit 1N14.

THEOREMA VI.

Si B solidum in A quad. + A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido, & rursus B solidum in E quad. - E quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido: sunt sex proportionales continue, quarum extremæ ductæ in quadratum à differentia tertiæ & primæ, faciunt B solidum. Fit autem Z plano-planum à B solido plus cubo à differentia tertiæ & primæ in quadratum differentie ejusdem; vel à B solido minus cubo à differentia secundæ & quartæ in quadratum differentie illius inter secundam & quartam: & quum prima intelligitur minor inter extremas, fit A tertia minus prima, E quarta minus secunda.

I. II. III. IV. V. VI.

Sunt proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32. $297Q + 1QC$, *æquatur* 2916. & fit 1N3. *Et rursus* $297Q - 1QC$, *æquatur* 2916. & fit 1N6.

CAPVT XXI.

Alia rursus equalitatum inuersarum constitutiva.

THEOREMA I.

Si B planum in A - A cubo, æquetur Z solido, & rursus E cubus - B plano in E, æquetur Z solido: sunt tres proportionales, quarum quadrata juncta, conficiunt B planum, summa autem extremarum ducta in mediæ quadratum, vel altera extremarum in aggregatum quadratorum à duabus reliquis, facit Z solidum. & fit A alterutra extremarum, E vero eandem summa.

Sunt proportionales 1. 2. 4. $21N - 1C$, *æquatur* 20. & fit 1N1 vel 4. *Et rursus* $1C - 21N$, *æquatur* 20. & fit 1N5.

THEOREMA II.

Si B in A quad. - A cubo, æquetur Z solido, & rursus B in E quad. + E cubo, æquetur Z solido: sunt tres proportionales radices, quarum summa est B, composita autem è duabus primis adjecta compositæ à duabus reliquis, dum ducitur in mediæ quadratum, vel altera extremarum in quadratum compositæ à duabus reliquis, facit Z solidum. & fit A alterutra prædictarum compositarum, E media inter extremas.

Sunt proportionales 1. 2. 4. $7Q - 1C$, *æquatur* 36. & fit 1N3 vel 6. *Et rursus* $7Q + 1C$, *æquatur* 36. & fit 1N1.

FRAN-



FRANCISCI VIETÆ

DE

EMENDATIONE ÆQVATIONVM
TRACTATUS SECUNDUS.

CAPVT I.

De solennibus quinque modis præparandarum æquationum, aduersus earum in numeris

ΔΥΣΜΗΧΑΝΙΑΝ.

Ac primum.

De expurgatione per uncias, quæ remedium est aduersus Πολυπαθειαν:



Gnita æquationum constitutione, Analysta ad præparandum eas quæ suam alioquin Mechanicam respiciunt, aut demum ægre subeunt, tuto se confert, & sua præparatione efficit *Διμήχανιας*. & præparandi quidem generalis doctrina est, ut nova Zetesis instituat, vel plasmatis, aut syncriseos vestigia repetantur, ac denique nullus non tentetur transmutandi modus: sed non desunt Analystæ singularia & topica remedia, aduersus vicia quæque æquationum, impedimentave, quo minus scilicet sive re, sive numero explicentur: fere autem quæ profunt Geometrix ad *Διμηχανίαν*, profunt & Arithmetico, vel etiam è contra. At etiam de effectibus Geometricis dicitur specialius suo loco: nunc autem circa numerosam Analytin magis esse intentum, nostri est instituti.

Præparationum igitur præsertim in numeris, solennes & speciales modi sunt fere quinque.

- I. Expurgatio per uncias.
- II. Transmutatio *Πρώτων-ἔχων*:
- III. Anastrophe.
- IV. Isomœria.
- V. Climactica Paraplerosis.

Omnino aduersus *πλυπαθειαν* tutissimum ac paratissimum remedium est, expurgatio per uncias.

Est autem species transmutationis per additionem, vel subtractionem. Hac æquationes potestatum adfectarum sub extremo paradico gradu, quem sustinet coefficientis radici homogenea, regulariter ea adfectione liberantur, salva numerorum symmetria: & in quadratis est diahemisy, in cubis diatritemorion, in quadrato-quadratis diatetartemorion, in quadrato-cubis diapentemorion, in cubo-cubis diectemorion, & eo in infinitum

ordine: quoniam adfectiones sub eo gradu, proficiuntur à cremento, decrementove, quo intelligitur adfecta radix de qua, cujusve potestate, pura vel adfecta, primum proponebatur æquatio.

Hujus autem camenti decrementive duplum, est coëfficiens sub latere in quadratis; & triplum coëfficiens sub quadrato in cubis; & quadruplum, coëfficiens sub cubo in quadrato-quadratis; & quintuplum coëfficiens sub quadrato-quadrato, in quadrato-cubis; & sextuplum denique, coëfficiens sub quadrato-cubo, in cubo-cubis, & eo in infinitum ordine.

Itaque ad delendum plasma, contraria retrogradaque via sumuntur uncix conditionariæ coëfficientium radici homogenearum; in quadratis videlicet, semis; in cubis triens; in quadrato-quadratis quadrans; in quadrato-cubis quintans; in cubo-cubis sextans; & eo continuo ordine: atque illis uncis conditionariis adficitur radix, atque adeo arte fit transmutatio.

Totius itaque operis structura, tres casuum differentias admittit.

Primo, sit A potestas adfecta per adjunctionem homogenei sub B coëfficiente, & A parodico extremo gradu: quoniam igitur ea adfectio affirmata est, adficietur radix affirmate à conditionariis B coëfficientis uncis, & ita adfecta, statuetur E, unde E minus conditionariis B coëfficientis uncis, æquabitur A. Sub qua nova specie, æquatio primum proposita dirigetur, & ordinabitur nova, quæ omnino eveniet immunis ab adfectione sub gradu extremo: ut opus comprobabit.

Secundo, sit A potestas adfecta per multam homogenei sub B coëfficiente, & A extremo parodico gradu: quoniam igitur ea adfectio negata est, adficietur A negatè à conditionariis B coëfficientis uncis, & ita adfecta statuetur esse E, unde E plus conditionariis illis B coëfficientis uncis, æquabitur A. Sub qua nova specie, æquatio primum proposita dirigetur, & ordinabitur nova, quæ omnino eveniet immunis ab adfectione sub gradu extremo: ut opus comprobabit.

Postremo, sit homogeneum sub B coëfficiente, & A extremo gradu, adfectum per multam A potestatis: quoniam igitur potestas potius adficit quam adficitur, ut pote quæ negatur de homogeneo adfectionis, conditionariæ B coëfficientis uncix multabuntur A potestate; & statuentur esse E, unde eadem B coëfficientis uncix minus radice E, æquabuntur A. Sub qua nova specie, æquatio primum proposita dirigetur, & ordinabitur nova; quæ omnino eveniet immunis ab adfectione sub gradu extremo: ut opus comprobabit.

Exemplum in quadrato.

Proponatur A quad. + B in A 2, æquari Z plano: quoniam igitur in climaticarum magnitudinum ordine, latus quadrato proxime succedit, proponitur autem hic quadratum adfectum sub latere, omnino æqualitas plasmatica est, aliunde efficta. est autem affectio illa affirmata, itaque plasma fuit per additionem semissis coëfficientis sub latere, prout conditio quadrati, quæ potestas est rationis duplicatæ exposcit.

Ad tollendum igitur plasma, fiat expurgatio diahemisy: & idcirco A + B esto E, ergo E — B erit A, & consequenter quadratum abs E — B adjunctum plano sub B 2 in E — B, æquabitur Z plano, per ea quæ proponuntur. Æqualitas igitur de E secundum artem ordinetur, omnibus rite perceptis, deprehenderet E quad., æquari Z plano + B quad. quæ quidem nova æquatio, pura est ab adfectione sub latere, qua primum proposita æquatio obruebatur: quum autem innotescet E, non poterit A ignorari, propter datam inter eas radices differentiam: præstat siquidem E ipsi A per longitudinem B. Quare factum est quod oportuit.

Exem-

Exemplum in cubo.

PROponatur A cubus $+ B$ in A quad. $3 + D$ plano in A, æquari Z solido: quoniam igitur in magnitudinum climacticarum ordine, quadratum cubo proxime succedit, proponitur autem hic cubus adfectus urique sub quadrato, omnino æqualitas plasmatica est, aliunde efficta. est autem adfectio illa adfirmata, quare plasma fuit per additionem trientis B coefficientis, prout conditio cubi, quæ potestas est rationis triplicatæ, exposcit. Ad tollendum igitur plasma, fiat expurgatio diatritemorion: & idcirco A $+ B$ esto E, ergo E $- B$ valebit A: & consequenter, effectus abs E $- B$ cubus, adjunctus solido abs B 3 in effingendum quoque abs E $- B$ quadratum, ac denique adjunctus solido abs D plano in E $- B$, æquabitur Z solido per ea quæ proponuntur. Æqualitas igitur de E secundum artem ordinetur, omnibus rite peractis deprehendetur, E cubus $+ D$ plano $- B$ quad. 3 in E, æquari Z solido $+ D$ plano in B $- B$ cubo 2 . Quæ quidem nova æquatio pura est ab adfectione sub quadrato, qua primum proposita obruebatur: quum autem innotescet E, non poterit A ignorari, propter datam inter eas radices differentiam: præstat siquidem E ipsi A, per longitudinem B. Quare factum est quod oportuit.

Quod si proponitur æqualitas potestatis adfectæ per negationem directæ, ut quum A quad. $- B$ in A 2 , æquatur Z plano: vel A cubus $- B$ in A quad. 3 , adæquatur Z solido: A $- B$ statuetur esse E, & æqualitas de E, ex positis vestigiis ordinabitur.

Si denique proponitur æqualitas potestatis adfectæ per negationem inversæ, ut quum B in A $2 - A$ quad., adæquatur Z plano: vel B in A quad. $3 - A$ cubo, adæquatur Z solido: B $- A$ statuetur esse E, & æqualitas de E, similiter ex positis vestigiis ordinabitur.

Sic quadrata omnia adfecta, reducuntur ad pura: adfecti qualitercunque cubi, ad cubos adfectos tantum sub latere: adfecta qualitercunque quadrato-quadrata, ad quadrato-quadrata adfecta duntaxat sub latere & quadrato: adfecti qualitercunque quadrato-cubi, ad quadrato-cubos adfectos duntaxat sub latere, quadrato & cubo: & eo deinceps ordine.

Credebant autem antiqui, quoniam hac reductione, æquationes quadraticas omnino expurgabant, & foeliciter explicabant, in ulterioribus quoque climacticis accidere ut omnino expurgarentur, & à canonica purarum resolutione negocium omne Mechanicum derivare tentarunt, adeo obstinate, ut aliunde methodum explicandi æquationes adfectas, non exquiserint.

Itaque excruciarunt se frustra & bonas horas Mathematices quam colebant, dispendio absumpserunt. In summa methodus illa explicandi æquationes adfectas quadraticas, non est catholica: catholica quidem est methodus expurgandarum æquationum adfectione singulari, salva numerorum symmetria, sed non adfectione omni, ut deinceps veterum pertinaciæ non sit inhærendum.

Juvat autem de singulis istiusmodi reductionum formulis, singula concepisse Theoremata, & ea in artem & usum proferre, qualia sunt quæ sequuntur.

*De reductione quadratorum adfectorum ad pura.**Formula tres.*

I.

SI A quad. $+ B$ 2 in A, æquetur Z plano. A $+ B$ esto E. Igitur E quad., æquabitur Z plano. $+ B$ quad.

Confectarium.

Itaque, $\sqrt{Z \text{plani} + B \text{quad.}} - B$ fit A, de qua primum quærebatur.

Sit B I. Z planum 20. A 1 N. $1Q + 2N$, æquatur 20. & fit 1 N. $\sqrt{21 - 1}$.

II. Si

II.

SI A quad. — B in A 2, æquetur Z plano. A — B esto E. Igitur E quad, æquabitur Z plano + B quad.

Confectarium.

Itaque $\sqrt{Z \text{plani} + B \text{quad.}}$ + B fit A, de qua primum quærebatur.

Sit B 1. Z planum 20. A 1 N. 1 Q — 2 N, æquabitur 20. & fit 1 N. $\sqrt{21 + 1}$.

III.

SI D 2 in A — A quad., æquetur Z plano. D — E, vel D + E esto A. E quad., æquabitur D quad. — Z plano.

Confectarium.

Itaque, D minus, plusve $\sqrt{D \text{quad.} - Z \text{plano}}$ fit A, de qua primum quærebatur.

Sit D 5. Z planum 20. A 1 N. 10 N — 1 Q, æquatur 20. & fit 1 N. 5 — $\sqrt{5}$, vel 5 + $\sqrt{5}$.

De reductione cuborum simpliciter adfectorum sub quadrato, ad cubos simpliciter adfectos sub latere.

Formula tres.

I.

SI A cubus + B 3 in A quad., æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B quad. 3 in E, æquabitur Z solido — B cubo 2.

1 C + 6 Q, æquatur 1600. est 1 N 10. 1 C — 12 N, æquatur 1584. est 1 N 12.

Ad Arithmetica non incongrue *ompiōv* aliquod superimponitur notis alteratæ radicis, ad differentiam notarum ejus, de qua primum quærebatur.

II.

SI A cubus — B 3 in A quad., æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus — B quad. 3 in E, æquabitur Z solido + B cubo 2.

1 C — 6 Q, æquetur 400. est 1 N 10. 1 C — 12 N, æquatur 416. est 1 N 8.

III.

SI B 3 in A quad. — A cubo, æquetur Z solido. A — B esto E. B quad. 3 in E. — E cubo, æquabitur Z solido — B cubo 2. Vel B — A esto E. B quad. 3 in E. — E cubo, æquabitur B cubo 2 — Z solido.

21 Q — 1 C, æquetur 972. & est 1 N 9, vel 18. 147 N — 1 C, æquatur 286. & est 1 N 2, vel 11.

9 Q — 1 C, æquetur 28. & est 1 N 2. 27 N — 1 C, æquatur 26. & est 1 N 1.

De reductione cuborum adfectorum tam sub quadrato quam latere, ad cubos adfectos simpliciter sub latere.

Formula septem.

I.

SI A cubus + B 3 in A quad. + D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus + D plano — B quad. 3 in E æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo 2.

1 C + 30 Q + 330 N, æquetur 788. & est 1 N 2. 1 C + 30 N, æquatur 2088. & est 1 N 12.

1 C +

Æ Q V A T I O N V M.

131

$1C + 24Q + 132N$, æquetur 368. & est 1N2. $1C - 60N$, æquatur 400. & est 1N10.
 $1C + 30Q + 4N$, æquetur 1320. & est 1N6. $196N - 1C$, æquatur 640. & est 1N16.

II.

Si A cubus $\rightarrow B_3$ in A quad. $- D$ plano in A, æquetur Z solido. A $\rightarrow B$
 esto E. E cubus $\xrightarrow{-B \text{ quad. } ; -D \text{ plano}}$ in E, æquabitur Z solido $- B$ cubo 2
 $- D$ plano in B.

$1C + 6Q - 48N$, æquetur 512. & est 1N8. $1C - 60N$, æquatur 400. & est 1N10.
 $1C + 30Q - 48N$, æquetur 32. & est 1N2. $348N - 1C$, æquatur 2448. & est 1N12.

III.

Si A cubus $- B_3$ in A quad. $+ D$ plano in A, æquetur Z solido. A $- B$
 esto E. E cubus $\xrightarrow{-B \text{ quad. } ; +D \text{ plano}}$ in E, æquabitur Z solido $+ B$ cubo 2
 $- D$ plano in B.

$1C - 30Q + 330N$, æquetur 1368. & est 1N12. $1C + 30N$, æquabitur 68. & est 1N2.
 $1C - 12Q + 28N$, æquetur 80. & est 1N10. $1C - 20N$, æquatur 96. & est 1N6.
 $1C - 18Q + 88N$, æquetur 80. & est 1N10. $20N - 1C$, æquatur 16. & est 1N4.

Vel B $- A$ esto E. $\xrightarrow{-B \text{ quad. } ; -D \text{ plano}}$ in E $- E$ cubo, æquabitur Z solido $+ B$
 cubo 2 $- D$ plano in B.

$1C - 30Q + 200N$, æquetur 336. & est 1N6. $100N - 1C$, æquatur 336. & est 1N4.
 $1C - 30Q + 280N$, æquetur 704. & est 1N4. $1C - 20N$, æquatur 96. & est 1N6.
 $1C - 30Q + 330N$, æquetur 1232. & est 1N8. $1C + 30N$, æquatur 68. & est 1N2.

IV.

Si A cubus $- B_3$ in A quad. $- D$ plano in A, æquetur Z solido. A $- B$
 esto E. E cubus $\xrightarrow{-B \text{ quad. } ; -D \text{ plano}}$ in E, æquabitur Z solido $+ B$ cubo 2
 $+ D$ plano in B.

$1C - 6Q - 28N$, æquetur 120. & est 1N10. $1C - 40N$, æquatur 192. & est 1N8.

V.

Si D planum in A $- B_3$ in A quad. $- A$ cubo, æquetur Z solido. A $+ B$
 esto E. $\xrightarrow{-D \text{ planum } ; -B \text{ quad. } ;}$ in E $- E$ cubo, æquabitur Z solido $+ B$ cubo 2
 $+ D$ plano in B.

$100N - 30Q - 1C$, æquetur 72. & est 1N2. $400N - 1C$, æquatur 3072. & est 1N12.

VI.

Si B_3 in A quad. $+ D$ plano in A $- A$ cubo, æquetur Z solido. A $- B$
 esto E. $\xrightarrow{-D \text{ planum } ; +B \text{ quad. } ;}$ in E $- E$ cubo, æquabitur Z solido $- D$ plano in B
 $- B$ cubo 2.

$18Q + 92N - 1C$, æquetur 1720. & est 1N10. $200N - 1C$, æquatur 736. & est 1N4.

Vel B $- A$ esto E. $\xrightarrow{-D \text{ planum } ; +B \text{ quad. } ;}$ in E $- E$ cubo, æquabitur B cubo 2 $+ D$
 plano in B $- Z$ solido.

$30Q + 100N - 1C$, æquetur 1464. & est 1N6. $400N - 1C$, æquatur 1536. & est 1N4.

VII.

Si B_3 in A quad. $- D$ plano in A $- A$ cubo, æquetur Z solido. A $- B$
 esto E. $\xrightarrow{-B \text{ quad. } ; -D \text{ plano}}$ in E $- E$ cubo, æquabitur Z solido $+ D$ plano in B
 $- B$ cubo 2.

Q

18 Q

18 Q — 78 N — 1 C, *aquetur* 20. & *est* 1 N 10. 30 N — 1 C, *equabitur* 56. & *est* 1 N 4.

12 Q — 18 N — 1 C, *aquetur* 20. & *est* 1 N 10. 1 C — 30 N, *equabitur* 36. & *est* 1 N 6.

Vel B — A esto E. $\frac{B \text{ quad. } 3 - D \text{ plano}}{\text{in E}} - E \text{ cubo, } \alpha\text{quabitur B cubo } 2 - D \text{ plano in B} - Z \text{ solido.}$

30 Q — 100 N — 1 C, *aquetur* 264. & *est* 1 N 6. 200 N — 1 C, *equabitur* 736. & *est* 1 N 4.

Ut autem expurgatione per uncias easque simplices, liberantur α quationes adfectione subgradu qui in climaticorum ordine potestatem proxime subsequitur, sic interdum per uncias triangulares & pyramidales & ex iis compositas, possunt α quationes liberari adfectione sub gradibus inferioribus reliquis, considerata coëfficiente subgraduali, ut potestate, suæque radice tot uncias adsumendo, quot requirit dicta genesis potestatum purarum à binomia radice. Ut enim coëfficientes radici de qua quæritur homogeneæ, per uncias simplices taxantur; sic homogeneæ radice quadrato, per uncias triangulares; cubo, per pyramidales; & eo continuo ordine.

Proponatur A cubus adfectus sub A & B quadrato, sumetur ad expurgationem triens B.

Et si proponatur A quadrato-quadratum adfectum sub A quadrato & B quadrato, sumetur ad expurgationem illius adfectionis sextans B.

Et si proponatur A quadrato-cubus adfectus sub A cubo & B quadrato, sumetur ad expurgationem decima pars B: nempe sunt numeri triangulares. 3. 6. 10. 15.

Proponatur autem A quadrato-quadratum adfectum sub A & B cubo, sumetur ad expurgationem illius adfectionis quadrans B.

Et si proponatur A quadrato-cubus, adfectus sub A quadrato & B cubo, sumetur ad expurgationem decima pars B: nempe sunt numeri pyramidales 4. 10. 20. 35.

Quæ quemadmodum ad ulteriora possint aptari, satis fit manifestum. Valeat autem illa unciarum triangularum, pyramidalium & ex iis compositarum expurgatio, dum illa ea adfectione qua liberanda proponitur, obruitur α qualitas: in ejus autem adfectionis deletæ locum, succedunt adfectiones singulæ sub aliis gradibus reliquis.

C A P V T II.

De transmutatione Πρώτων-ἕχατον, qua remedium est adversus vitium negationis.

ÆQuationes in quibus homogenea adfectionum validiora negantur de potestate, utiliter per transmutationem Πρώτων-ἕχατον, emendantur: ea fit per analogiam rationis implicitæ, applicando homogeneum comparisonis ad ipsam radicem de qua quæritur. Vnde oritur incerta alia radix, sub cujus specie, α quationem primum propositam liceat dirigere, & novam ordinare.

Sic enim adfectiones illic negatæ, transeunt hic in affirmatas, & è contra, salva numerorum symmetria. prodest etiam interdum ad asymmetrias.

Nomen autem Πρώτων-ἕχατον sortita est, ab eo ad quem proposita primum α quatio revocatur, analogismo: quoniam in ejus formula, terminus de quo primum quærebatur, est primus; is qui post metamorphosin primus, fit

fit postremus; vel è converso. quæ quoniam ex ipsa operis formula, facilius percipiuntur.

Proponatur A cubus — B plano in A, æquari Z solido. Sit autem explicanda æqualitas. Quoniam igitur Z solido, potestas est adfecta negare, de negatis autem ars non statuitur, quæ proponitur æquatio in explicabilem primum transmutanda est, qualis quæ adficietur adfirmate. Quocirca $\frac{Z \text{ solidum}}{B \text{ plano in } Z \text{ solidum}}$ esto E planum, ergo $\frac{Z \text{ solidum}}{E \text{ plano}}$ erit A. unde ex iis quæ proponuntur. $\frac{Z \text{ solido-solido-solidum}}{A \text{ plano-plano-plano}} = \frac{Z \text{ solidum}}{E \text{ plano}}$, æquabitur Z solido. Ducantur omnia in E plano-plano-planum, Z solido-solido-solidum — B plano in Z solidum in E plano-planum, æquabitur Z solido in E plano-plano-planum. Et omnibus per Z solido dividis, adhibitaque congrua antithesi, E plano-plano-planum + B plano in E plano-planum, æquabitur Z solido-solido.

ALITER.

E plani-cubus + B plano in E plani-quad., æquabitur Z solido-quadrato. Quæ æquatio omnino explicabilis est, ex tradita analysi potestatum cubicarum, quæ adficiuntur sub data coëfficiente adfirmate. Innotescit igitur E planum, ad quod quum applicabitur Z solido, exurget A de qua primum quærebat.

Analogismus autem æqualitatis de A enunciativus, erat

Ut A ad / c. Z solidi, ita / c. Z solido-solidi ad A quadratum — B plano, hoc est ad E planum, quo pertinet nominis Πρώτων-ἑξατών notatio.

Proponatur 1 C — 96 N, æquari 40. Efficitur $\frac{40}{10}$ esse 1 N. 1 C + 96 Q, æquabitur 1 600. & fit 1 N 4. Quare $\frac{40}{4}$ seu 10. est radix primum quæsitæ.

Et si accadat in proposita primum æquatione cubicâ, homogeneum comparisonis esse in sua soliditate irrationale, sed facultate velut quadratica rationale, ea asymmetria in æquatione nova evanesceat.

Proponatur 1 C — 10 N, æquari / 48. Efficitur $\frac{48}{12}$ esse 1 N. 1 C + 10 Q, æquabitur 48. & fit 1 N 2. Quare $\frac{48}{2}$ seu 1/12. est radix primum quæsitæ.

Rursus proponatur A quad.-quad. — B in A cubum — D plano in A quad., æquari Z plano-plano. Sit autem explicanda æqualitas. Quoniam igitur Z plano-planum est potestas adfecta negare, de negatis autem ars non statuitur; quæ proponitur æquatio in explicabilem transmutanda est qualis quæ adficietur adfirmate. Quocirca $\frac{Z \text{ plano-planum}}{A}$ esto E solido. Ergo $\frac{Z \text{ plano-planum}}{E \text{ solido}}$ erit A. Itaque ex iis proponuntur.

$\frac{Z \text{ plano-plano-plano-plano-plano-plano-plano-plano-plano-plano}}{B \text{ in } Z \text{ plano-plano-plano-plano-plano-plano}} = \frac{D \text{ plano in } Z \text{ plano-plano-plano-plano}}{E \text{ solido-solido-solido}}$ æquabitur Z plano-plano. Ducantur omnia in E solido-solido-solido-solidum, Z plano-plano-plano-plano-plano-plano-plano-plano-plano-plano — B in Z plano-plano-plano-plano-plano-plano in E solido-solidum — D plano in Z plano-plano-plano-plano in E solido-solidum, æquabitur Z plano-plano in E solido-solido-solido-solidum. Et omnibus per Z plano-planum dividis, adhibitaque antithesi, E solidi quad.-quad. + D plano in Z plano-planum in E solido-solidum. + B in Z plano-plano-plano-plano-plano in E solidum, æquabitur Z plano-plani cubo.

Proponatur 1 Q Q — 3 C — 8 Q, æquari 50. Efficitur $\frac{50}{10}$ esse 1 N. 1 Q Q + 400 Q + 7 500 N, æquabitur 1 25000. & fit 1 N 10. Quare $\frac{50}{10}$ seu 5, est radix primum quæsitæ.

Et si accadat in proposita primum æquatione quadrato-quadratica, homogeneum comparisonis esse in sua plano-planitie irrationale, sed facultate veluti cubica rationale, ea asymmetria in æquatione nova evanesceat.

Proponatur 1 Q Q — 8 N, æquari / c. 80. Efficitur $\frac{80}{10}$ esse 1 N. 1 Q Q + 8 C, æquabitur 80. & fit 1 N 2. Quare $\frac{80}{10}$ seu / c 10. est radix primum quæsitæ.

Transmutationis Πρώτων-ἑξατών opus dum retexitur in has prorsus recedit, ideo retinendas & ordinandas præceptiones.

Q 2

I. In

I.

In quadratis affectis, homogenum comparationis invariaturum consistit: in cubis ducitur quadraticè: in quadrato-quadratis, cubicè: in quadrato-cubis, quadrato-quadraticè: in cubo-cubis, quadrato cubicè: & ita deinceps.

II.

Homogenea sub gradibus adficientia negate, in homogenea sub gradibus reciprocis adficientia affirmate transeunto: & è contra, adficientia adfirmate in adficientia negate.

III.

Coëfficiens adfectionis sub latere, invariata consistat.

Coëfficiens adfectionis sub quadrato, ducitur in homogenum comparationis.

Coëfficiens adfectionis sub cubo, in homogenei comparationis quadratum.

Coëfficiens adfectionis sub quadrato-quadrato, in homogenei comparationis cubum.

Coëfficiens adfectionis sub quadrato-cubo, in homogenei comparationis quadrato-quadratum. & ita deinceps.

IV.

Atque ad cognitam radicem potestatis ita noviter adæquatæ, dum applicabitur homogenum comparationis pertinens ad æquationem quæ proponebatur, restituere latus de quo primum quærebatur pronunciato.

Plane quæcunque magnitudo ad novam quærendam radicem applicetur, ita ut ex ea applicatione oriatur radix de qua primum quæritur, si sub ea specie dirigatur proposita æquatio, & secundum artem transmutetur, semper adfectiones quæ erant negatæ, transibunt in adfirmatas salva numerorum symmetria: sed ideo convenientior est applicatio homogenei comparationis, ne forte accidens fractionis novam rursus exigit reductionem in Arithmeticis, at in Geometricis, foeliciter applicatur magnitudo homogenea quadrato radicis de qua quæritur.

Proponatur A cubus — B in A quad., æquari B in Z quad. $\frac{B}{A}$ in Z esto A. E cubus + B quad. in E, æquabitur B quad. in Z.

C A P I T U L U M III.

De Anastrophe.

Aut quemadmodum adversus vocum ἀμφιβολίας in æquationibus correlatis, ex data radice unius habetur alterius notitia.

Anastrophe est æquationum inverse negatarum in suas correlatas transmutatio, ita instituta, ut quæ prima proponitur æquatio, ea ope suæ correlatæ per irregularem climacticum descensum, reducatur ad depressiorem, ideoque magis explicabilem. pertinet ad vitandum tanquam in æqualitatibus inverse negatis accidere diximus, amphiboliam, & dysmechaniam, in cubicis, quad. cubicis & exinde per binos alternos gradus climacticis. Quod enim ad quadraticas, quadrato-quadraticas, & exinde per binos alternos gradus climacticos attinet, earum reductioni non proficit anastrophe, verum recurrendum est ad Climacticam Paraplerosin, de qua dicetur suo loco.

Ana-

Anastrophes opusita perficitur: primum potestati radice de qua quaeritur, adjicitur potestas radice æque-alta, talium enim potestatum aggregatum, commode divisionem recipit in prædicto climactericarum ordine. deinde homogeneous & addita potestate, comparatur effectæ magnitudini, quæ eandem divisionem recipiat: qua comparatione inciditur in æqualitatem correlatam, vel affirmatam, vel negatam directe. Cæterum additiæ potestatis radice cognita, oriundę magnitudines ex una parte, oriundis magnitudinibus ex altera comparantur commode, & æqualitas alioquin *δυσηχανία*, per medium *δυσχανιώσεως*, deprimitur in *δυσχανίσεως*: quod ut exemplis fiat apertius, primum ad anastrophes cubicarum.

PROBLEMA I.

Proponatur B planum in A — A cubo, æquari Z solido.

Quoniam igitur de solido negatur cubus, anceps æquatio est, neque ad Analysis idonea: vitanda igitur ambiguitas est & dysmechania: quocirca fiat anastrophe, atque idcirco ex iis quæ proponuntur, adhibita metathesi, A cubus æquatur B plano in A — Z solido. Vtrique parti addatur E cubus. ergo A cubus + E cubo, æquabitur B plano in A + E cubo — Z solido.

Prima autem æquationis pars commode divisionem recipit ab A + E, ad aggregatum enim laterum, dum applicatur aggregatum cuborum, oritur aggregatum quadratorum, minus rectangulo à lateribus, quare orietur ex ea applicatione, A quad. — E in A + E quad. Restat igitur ut altera æqualitatis pars, applicata ad A + E, faciat aliquid datum planum jam ortis reliquis comparandum, id autem commode fiet, si in locum E cubi — Z solido, substitueretur B planum in E, nascetur enim B planum. Æquivalet igitur ut substituat: quoniam igitur E cubus — Z solido, adæquatur ex hypothesis B plano in E. ergo per antithesin E cubus — B plano in E, æquabitur Z solido.

Itaque A quad. — E in A + E quad., æquabitur B plano. Nota igitur sit E ex Analysis, adhibita per antecedens caput decenti præparatione, utpote esto illa D, ergo. A quad. — A in D + D quad., æquabitur B plano. & ordinando, D in A — A quad., æquabitur D quad. — B plano.

Æquatio igitur inverse negata, in negatam directe, ejusdem ordinis transmutata est, ita ut data radice novę æquationis, fiat climacticus irregularis descensus in depressionem, de radice primum proposita explicabilem: quod opus dicitur anastrophe, & faciendum erat. Hinc ordinatur

THEOREMA I.

Si B planum in A — A cubo, æquatur Z solido, igitur E cubus — B plano in E, æquabitur Z solido. E autem innotescat esse D: D in A — A quad., æquabitur D quad. — B plano.

39 N — 1 C, æquatur 70. Igitur 1 C — 39 N, æquabitur 70, & fit sum 1 N 7. Itaque 7 N — 1 Q, æquabitur 10. & ista est radix primum quesita, & fit 2 vel 5.

PROBLEMA II.

Sed proponatur B in A quad. — A cubo, æquari Z solido. Oportet anastrophes facere.

Ex iis igitur quæ proponuntur, adhibita congrua metathesi. A cubus, æquabitur B in A quad. — Z solido, & utrique æqualitatis parti addendo E cubum, A cubus + E cubo, æquabitur B in A quad. + E cubo — Z solido.

At vero Z solidum — E cubo, æquatur B in E quad., id est E cubus + B in E quad., æquatur Z solido. A cubus + E cubo, æquabitur B in A quad. — B in E quad.

Q 3

Con-

Consequenter oportet solidum adfectum adjunctione cubi reducere: omnia dividantur per $A + E$. igitur, A quad. — E in $A + E$ quad., æquabitur B in $\overline{A - E}$.

Innotescat autem E esse D ex analysi, atque adeo ordinetur quadratica æquatio. Ergo B in $A + D$ in $A - A$ quad., æquabitur D quad. + B in D .

Æquatio igitur inverse negata, in adfirmatam ejusdem ordinis transmutata est, ita ut data radice novæ æquationis, fiat irregularis descensus, in depressiorem, quod opus dicitur anastrophe, & faciendum erat. Hinc ordinatur

THEOREMA II.

SI B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido, & E cubus + B in E quad., æquetur Z solido. E autem innotescat esse D . $\overline{D + B}$ in $A - A$ quad., æquabitur B in $D + D$ quad.

7 Q — 1 C, æquatur 36. igitur 7 Q + 1 C, æquatur 36. & fit hic 1 N 2. quare 9 N — 1 Q, æquabitur 18. & ista 1 N, est radix primum quesita, & fit 3 vel 6.

Secundo ad anastrophen quadrato-cubicarum.

PROBLEMA III.

PROponatur B plano-planum in $A - A$ quadrato-cubo, æquari Z plano-solido. Oportet anastrophen facere.

Ab $E - A$ effingatur quadrato-quadratum, singularia efficta plano-plana simpliciter sumpta nec repetita, erunt E quad. quad. — A in E cubum + A quad. in E quad. — A cubo in $E + A$ quad. quad. Ducantur in $E + A$, fit E quad.-cubus + A quad.-cubo.

At ex iis quæ proponuntur, A quad. cubus valet B plano-planum in $A - Z$ plano-solido, quare E quad.-cubus + A quad.-cubo, æquabitur E quad.-cubo + B plano-plano in $A - Z$ plano-solido.

Vtraque pars applicetur ad $E + A$. Ex prima igitur æquationis parte oritur, E quad. quad. — A in E cubum + A quad. in E quad. — A cubo in $E + A$ quad. quad. ut ratio compositionis indicat.

At quid oriatur ex secunda non liquet: sed sane comparatur tali plano-solido, ut plano-planum ortivum non possit ignorari.

Quare B plano-planum in $E + B$ plano-plano in A , æquetur alteri ejus parti, videlicet, E quad.-cubo + B plano-plano in $A - Z$ plano-solido.

Ergo deleta utrinque affectione sub A gradu, & facta congrua antithesi, E quad.-cubus — B plano-plano in E , æquabitur Z plano-solido.

Et quum innotescet E esse D : pronunciabitur D quad. quad. — D cubo in $A + D$ q. in A quad. — D in A cubum + A quad. quad., æquari B plano-plano. & æqualitate secundum artem ordinata. D cubus in $A - D$ quad. in A quad. + D in A cubum — A quad. quad., æquari D quad. quad. — B plano-plano.

Facta est igitur anastrophe sicut imperabatur. Hinc ordinatur

THEOREMA III.

SI B plano-planum in $A - A$ quad.-cubo, æquetur Z plano-solido, & E quad. cubus — B plano-plano in E , æquetur Z plano-solido. E autem innotescat esse D : D cubus in $A - D$ quad. in A quad. + D in A cubum — A quad. quad., æquabitur D quad. quad. — B plano-plano.

11 N — 1 Q C, æquetur 10. Igitur 1 Q C — 11 N, æquabitur 10. & hic fit 1 N 2. Quare 3 N — 4 Q + 2 C — 1 Q C, æquabitur 5. & ista 1 N est radix primum quesita, & fit 1.

PROBLEMA IV.

SI proponatur B in A quad. quad. — A quad.-cubo, æquari Z plano-solido. Oportet rursus anastrophen facere.

Ergo per congruam metathesin, & E quadrato-cubi communem adjunctionem A quad.-cubus

cubus + E quad. cubo, æquatur B in A quad. quad. — Z plano. solido + E quad. cubo. Vtraque pars applicetur ad A + E: illic oritur E quad. quad. — A in E cubum + A quad. in E quad. — A cubo in E + A quad. quad. Quod si B in A quad. quad. — B in E quad. quad., æquetur alteri parti.

Ea quoque commodam divisionem recipiet ab A + E, oriatur enim, B in A cubum — B in A quad. in E + B in E quad. in A — B in E cubum. Adæquetur ergo, & ea propter ut æqualitas rite ordinetur, E quad. cubus + B in E quad. quad. statuitur Z plano. solido æquale, & E innotescat esse D. tandem igitur, D quad. quad. — D cubo in A + D quad. in A quad. — D in A cubo + A quad. quad., æquatur B in A cubum — B in A quad. in D + B in D quad. in A — B in D cubum, & omnia ordinando, B in D quad. in A + D cubo in A — B in D in A quad. — D quad. in A quad. + B in A cubum + D in A cubum — A quad. quad., æquatur B in D cubum + D quad. quad.

Itaque facta est anastrophe, sicut imperabatur. Hinc ordinatur

T H E O R E M A I V.

Si B in A quad. quad. — A quad. cubo, æquetur Z plano. solido, & E quad. cubus + B in E quad. quad., æquetur Z plano. solido. E autem innotescat esse D: $\frac{B \text{ in } D \text{ quad.} + D \text{ cubo}}{\text{in } A} - \frac{B \text{ in } D - D \text{ quad.}}{\text{in } A \text{ quad.}} + \frac{B + D}{\text{in } A \text{ cubum}} - A \text{ quad. quad.},$ æquabitur B in D cubum + D quad. quadrato.

11QQ - 1QC, æquetur 10000. Igitur 11QQ + 1QC, æquabitur 10000. & fit 1N5. Quare 400N - 80Q + 16C - 1QQ, æquabitur 2000. & ista 1N, est radix primum quesita, & fit 10.

Vsurpatur quoque anastrophe contraria interdum via, ut quum in æquatione ambigua, contingit unam radicem dari è duabus pluribusve, de quibus æquatio potest explicari: repetuntur anastrophes vestigia ad assequendum radicem correlatę, variaque fluunt inde & ordinantur Theoremata, qualia sunt in cubis.

T H E O R E M A V.

Si A cubus — B plano in A, æquetur Z solido, & rursus B plan. in E — E cubo, æquetur Z solido. Innotescat autem E esse D: A quad. — D in A, æquabitur B plano — D quadrato.

Quoniam enim A cubus — B plano in A, æquatur Z solido. Et rursus B planum in D — D cubo, æquatur Z solido. Ergo A cubus — B plano in A, æquabitur B plano in D — D cubo, & per metathesin A cubus + D cubo, æquabitur B plano in A + B plano in D. Vtraque pars æquationis dividitor per A + D, fit A quad. + D quad. — D in A, æquale B plano.

Qua æquatione secundum artem concepta, A quad. — D in A, æquatur B plano — D quad. Ut est ordinatum.

Si 1C - 8N, æquetur 7. Igitur 8N - 1C, æquabitur 7. & quoniam 1N potest esse 1, 1Q - 1N, æquabitur 7. unde radix primum quesita fit $\sqrt{\frac{22}{4} + \frac{1}{2}}$.

T H E O R E M A V I.

Si B in A quad. + A cubo, æquetur Z solido, & rursus B in E quad. — E cubo, æquetur Z solido. Innotescat autem E esse D: A quad. — $\frac{B - D}{\text{in } A}$, æquabitur, B in D — D quadrato.

Quoniam enim B in A quad. + A cubo, æquatur Z solido, & rursus B in D quad. — D cubo, æquatur Z solido.

Ergo B in A quad. + A cubo, æquabitur B in D quad. — D cubo, & per metathesin D cubus + A cubo, æquabitur $\frac{B \text{ in } D \text{ quad.} - A \text{ quad.}}{\text{in } D \text{ quad.}}$ utraque pars æquationis dividitor per D + A, fit D quad. + A quad. — D in A, æquale B in $\frac{D - A}{\text{in } D - A}$. qua æquatione secundum artem concepta, A quad. + $\frac{B - D}{\text{in } A}$, æquabitur B in D — D quad. Ut est ordinatum.

Si 9Q + 1C, æquetur 8. Igitur 9Q - 1C, æquabitur 8. & quoniam 1N potest esse 1. 1Q + 8N, æquatur 8. unde radix primum quesita fit $\sqrt{24 - 4}$.

Quibus

Quibus Theorematis finitima sunt ea, quibus ex data una ambiguarum radicum, habetur alterius comitis noticia: nempe

THEOREMA VII.

SI B planum in A — A cubo, æquetur Z solido, & rursus B planum in E — E cubo, æquetur Z solido. Innotescat autem E esse D: A quad. + D in A, æquabitur B plano — D quadrato.

Quoniam enim B planum in A — A cubo, æquatur Z solido, & rursus B planum in D — D cubo, æquatur Z solido. Igitur B planum in A — A cubo, æquabitur B plano in D — D cubo, & per metathesin, A cubus — D cubo, æquabitur B plano in A — B plano in D, & utraque æquationis parte per A — D divisa, fit A quad. + D quad. + D in A, æquale B plano. Qua æquatione secundum artem concepta, A quad. + D in A, æquatur B plano — D quadrato.

Si $8N - 1C$, æquetur 7. potest $1N$ esse 1. Quare $1Q + 1N$, æquatur 7. & rursus fit $1N \sqrt{\frac{29}{4}} - \frac{1}{2}$.

THEOREMA VIII.

SI B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido, & rursus B in E quad. — E cubo, æquetur Z solido. Innotescat autem E esse D. A quad. — D — B in A, æquabitur B in D — D quad.

Quoniam enim B in A quad. — A cubo, æquatur Z solido, & rursus B in D quad. — D cubo, æquatur Z solido: igitur B in A quad. — A cubo, æquatur B in D quad. — D cubo, & per metathesin, A cubus — D cubo, æquabitur B in A quad. — D quad. Utraque pars æquationis dividitur per A — D, fit A quad. + D quad. + D in A, æquale B in A + B in D. Qua æquatione rite concepta, A quad. + D in A — B in A, æquabitur B in D — D quadrato. ut est ordinatum.

Si $9Q - 1C$, æquetur 8. potest $1N$ esse 1. Quare $1Q - 8N$, æquabitur 8. & rursus fit $1N \sqrt{24 + 4}$.

CAPUT IV.

De Isomœria, adversus vitium fractionis.

ISOMœria est species transmutationis per multiplicationem, ita instituta, ut æqualitates à fractis numeris quibus laborant liberentur.

Reducuntur videlicet fractiones ad eandem denominationem, ex lege Logistica.

Deinde fit ductio homogenei communis denominatoris, vel ortorum ab eo graduum, in datas coefficientes, datumque homogeneum comparisonis.

Radices ducantur in coefficientes longitudes, quadrata in coefficientes planas homogeneave datæ mensuræ plana, cubi in parabolæ solidas homogeneave datæ mensuræ solida, & eo constanti ordine.

Quodque fit ex denominatore communi, & radice æqualitatis propositæ, est radix æqualitatis ita præparatæ.

Interdum etiam evenit, ut multiplicatione isomœrica non opus sit, sed divisione: applicantur videlicet coefficientes longitudes ad radices coefficientis planæ, homogeneæque datæ mensuræ solidæ ad cubos, & eo constanti ordine, quodque oritur ex applicatione radices ad communem denominatorem, est radix æqualitatis ita præparatæ: fundamentum autem suum habet & demonstrationem, ex symbolo æqualitatum, quo cavetur, si æqua-

si æqualia per æqualia multiplicentur vel dividantur; facta vel orta esse æqualia.

Ita enim fecisse isomœriam in summa nihil aliud est, quam propositæ æqualitatis potestatem, & adfectionum & comparationis homogenea per eundem terminum multiplicasse, aut divisisse; multiplicationis autem parator usus est quam divisionis.

Proponatur siquidem, A cubus + $\frac{B \text{ solido in } A}{D}$, æquari Z solido. Oportet jam æqualitatem à fractionibus quibus laborat, liberare. D in A esto E planum, ergo $\frac{E \text{ planum}}{D}$ erit A. Quare $\frac{E \text{ plani cubus} + B \text{ solido in } D \text{ in } E \text{ planum}}{D \text{ cubo}}$, æquabitur Z solido. Omnia per D cubum ducantur, ergo E plani cubus + B solido in D in E planum, æquabitur Z solido in D cubum.

$1 C + \frac{3}{2} N$, aequetur 225 . Igitur κατ' ἰσομοιρίαν $1 C + 6 N$, æquabitur 1800 . & radix præparata ad radicem proposita se habet ut 2 ad 1 . Itaque quum sit hic 12 , illic erit 6 .

Et si proponatur A cubus + $\frac{B \text{ solido in } A}{D}$, æquari $\frac{Z \text{ plano-plano}}{D}$. Ipsismet vestigiis E plani cubus + B solido in D in E planum, æquabitur Z plano-plano in D quadratum.

$1 C + \frac{3}{2} N$, aequetur 225 . Igitur κατ' ἰσομοιρίαν, $1 C + 6 N$, æquabitur 1060 . & quum sit hic $1 N 10$, illic erit 5 .

Et si proponatur A cubus + $\frac{B \text{ plano in } A \text{ quad.}}{D}$, æquari Z solido. Iisdem vestigiis E plani cubus + B plano in E plani quad., æquabitur Z solido in D cubum.

$1 C + \frac{3}{2} Q$, aequetur 270 . Igitur κατ' ἰσομοιρίαν, $1 C + 3 Q$, æquabitur 2160 . & quum sit hic $1 N 12$, illic erit 6 .

Et si proponatur A cubus + $\frac{B \text{ plano in } A \text{ quad.}}{D}$, æquari $\frac{Z \text{ plano-plano}}{D}$. Iisdem vestigiis E plani cubus + B plano in E plani quad., æquabitur Z plano-plano in D quadratum.

$1 C + \frac{3}{2} Q$, aequetur 225 . Igitur κατ' ἰσομοιρίαν, $1 C + 3 Q$, æquabitur 1300 . & quum sit hic $1 N 10$, illic erit 5 .

Sed proponatur A cubus + $\frac{B \text{ solido in } A}{D}$, æquari $\frac{Z \text{ plano-solido}}{H \text{ plano}}$. D in H planum in A, esto E plano-planum, ergo $\frac{E \text{ plano-planum}}{D \text{ in } H \text{ planum}}$ erit A.

Quare E plano-plani cubus + $\frac{D \text{ in } H \text{ plano-planum in } B \text{ solidum in } H \text{ plano-planum}}{D \text{ cubo in } H \text{ plano-planum}}$ æquabitur $\frac{Z \text{ plano-solido}}{H \text{ plano}}$. Omnia per D cubum in H plano-planum ducantur, ergo E plano-plani cubus + B solido in D in H plano-planum in E plano-planum, æquabitur Z plano-solido in D cubum in H plano-planum.

$1 C + \frac{11}{2} N$, aequetur 121 . Igitur κατ' ἰσομοιρίαν $1 C + 2112 N$, æquabitur 525312 . & radix præparata ad radicem proposita se habet ut 48 ad 1 . Itaque quum sit hic $1 N 72$, illic erit $\frac{3}{2}$.

Poterit autem ad eandem fractionem quoque reduci.

$1 C + \frac{11}{2} N$, aequetur $\frac{121}{4}$. Vnde per opus ἰσομοιρίαν, $1 C + 132 N$, æquabitur 8208 . & radix præparata ad radicem proposita, se habet ut 12 ad 1 . Itaque quum sit hic $1 N 18$, illic erit $\frac{3}{2}$. Quod est præparatam primum æqualitatem divisisse ἰσομοιρίως per 4 .

$1 C + 2112 N$, aequetur 525312 . igitur isomœrica divisione, $1 C + \frac{2112}{16} N$, æquabitur $\frac{525312}{64}$. id est $1 C + 132 N$, æquabitur 8208 , & quum sit illic $1 N 72$, hic erit 18 . quia radix isomœrica divisionis est 4 .

Opus isomœricæ divisionis ita evidens fit.

Proponatur E plani-cubus + G in D in E plani-quad. + B plano in D quad. in E planum, æq Z sol. in D cub. $\frac{E \text{ planum}}{D}$ esto A. igitur D in A erit E planum. Quare D cubus in A cubum + G in D in D quad. in A quad. + B plano in D quad. in D in A, æquabitur Z solido in D cubum. Omnia dividantur per D cubum, ergo A cubus + G in A quad. + B plano in A, æquabitur Z solido.

$1 C + 12 Q + 8 N$, aequetur 2280 . & sit $1 N 10$. Dividantur omnia ἰσομοιρίως per 2 . & congrua ab ea radice scansilia, ergo $1 C + \frac{1}{2} Q + \frac{8}{4} N$, æquabitur $\frac{2280}{8}$ & sit $1 N \frac{1}{2}$, id est $1 C + 6 Q + 2 N$, æquabitur 285 . & fiet $1 N 5$.

Sic in potestatibus non adfectu $1 C$, aequetur 1728 . & sit $1 N 12$. $1 C$ æquabitur $\frac{1728}{16}$. & fiet $1 N \frac{1}{6}$. id est $1 C$, æquabitur 8 . & fiet $1 N 2$.

Est autem in Analysis opus illud magni interdum compendii.

R

CAPVT

De Symmetrica Climactismo aduersus vitium asymmetria.

Symmetrica Climactismus est species adscensus climactici: adscensum autem climacticum regulariter fere exposuimus, quum utraque propositæ æqualitatis pars attollitur climactice, quadratica quum quadraticæ, cubica quum cubicæ, & eo in infinitum ordine secundum gradus potestatum. & quum aliqui æqualitatis propositæ numeri sunt asymmetri, & ita disponuntur, ut quæ irrationali numero concepta est magnitudo, faciat unam æqualitatis partem, reliquæ reliquam, idque si res postulaverit iteratur, omnis tandem asymmetria evanescit, & æqualitas interea manet illibata, quum facta ab æqualibus sint æqualia: quod opus, id ipsum est quod vocatur symmetrica climactismus.

Profunt tamen alia quoque multa aduersus asymmetriam, ut pote ipsa interdum isomœria, variæque transmutandarum æqualitatum, ex ipsamet constitutione per Zetefin ediscendæ & ordinandæ formulæ.

De symmetrica climactismo exemplum.

Proponatur A cubus — B plano in A, æquari / Z solido-solidi. Oportet eam æqualitate asymmetria expurgare.

Quoniam igitur asymmetria est in planitie, quadrentur omnia, igitur A cubo-cubus + B plano-plano in A quad. — B plano in A quad. quad. 2, æquatur Z solido-solido. Ergo factum est quod oportuit.

$1C - 2N$, æquetur / 1200. Igitur $1C + 4N - 4Q$, æquabitur 1200. & fit $1N 12$. quadratum radicis de qua queritur.

Poterat autem reduci ad symmetricam per Πεωτων-εξαρτων.

$1C - 2N$, æquetur / 1200. Igitur $1C + 2Q$, æquatur 1200. & fit $1N 10$. unde radix proposita est / 12.

Aliud.

Proponatur A cubus — \sqrt{c} . B solido-solidi in A, æquari Z solido. Oportet eam æqualitatem asymmetria expurgare.

Quoniam igitur asymmetria est in soliditate, per ea autem quæ proponuntur adhibita metathesi, & per A divisione facta: $\frac{A \text{ cubus} - Z \text{ solido}}{A}$, æquatur \sqrt{C} . B solido-solidi. Omnia ducantur cubice, $\frac{A \text{ cubo-cubo-cubus} - Z \text{ solido in A cubo-cubus} + Z \text{ solido in A cubum} - Z \text{ solido-solido-solido}}{A \text{ cubo}}$ æquatur B solido-solido. Et omnibus in A cubum ductis & rite ordinatis, A cubo-cubo-cubus — Z solido 3 in A cubo-cubum $\rightarrow Z \text{ solido-solido} 3 - B \text{ solido-solido}$ in A cubum, æquabitur Z solido-solido-solido. Ergo factum est quod oportuit.

$1C - \sqrt{C} 18$ in $1N$, æquatur 6. $1C - 18Q + 90N$, æquatur 216. & fit $1N 12$. cubus radicis de qua queritur.

CAPVT VI.

Quemadmodum equationes quadrato-quadraticæ deprimuntur ad quadraticas, per medium cubicarum à radice plana.

Seu de Climactica Paraplerosi.

ATque hi quinque modi ad præparandum æqualitates quomodocunque adfectas, ut illæ tandem explicentur numero secundum canonica Analyticos præcepta fere sufficiunt: nam etsi radices sint asymmetræ, exhibebuntur

buntur ea methodo veris proximæ, accuratas autem exhibere, est Geometræ potius quam Arithmetici: sæpe tamen in radicum asymmetriis, iuvabit Arithmèticum ea cubicarum æquationum constitutio, quæ tradita est de differentia vel aggregato mediarum, ex data differentia vel aggregato extremarum, præter rectangulum sub medijs vel extremis; vel etiam jam tradenda doctrina de depressione æquationum quadrato-quadraticarum ad quadraticas, per medium cubicarum à radice plana: poterat autem negotium absolvi ex quadrato-quadraticarum constitutione per plasma agnita, suscepta nova Zetesi, at non minus fœliciter, ac fortassis etiam elegantius, per opus quod dicitur climactica paraplerosis, tribus quatuorve sequentibus exemplificanda Problematis.

Omnino climactica paraplerosi, non etiam anastrophe, reduci quadraticas, quadrato-quadraticas, cubo-cubicas, & exinde per binos gradus alternos climacticas æqualitates, jam ante animadvertum est. Est autem species irregularis descensus, adsumptò nempe supplemento, quo pertinet verbi parapleroseos notatio.

PROBLEMA I.

Æquationem quadrato-quadrati adfecti sub latere, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

Proponatur A quad.-quad. + B solido in A, æquari Z plano-plano. Oportet facere quod imperatum est. Ex iis igitur quæ proponuntur, A quad.-quad., æquabitur Z plano-plano — B solido in A. Vtrique æqualitatis parti addatur A quad. in E quad., + E quad. quad. $\frac{1}{4}$. Igitur A quad.-quad. + A quad. in E quad. + E quad.-quad. $\frac{1}{4}$, æquabitur Z plano-plano — B solido in A + A quad. in E quad. + E quad.-quad. $\frac{1}{4}$. Omnia dividantur subquadratice, illic oriatur A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Idcirco enim de industria A quad.-quadrato, adjecta fuerunt in supplementum duo illa plano-plana A quad. in E quad., & E quad.-quadrati $\frac{1}{4}$, quæ alioqui deficiebant à canonica genesi quadrati, instituta à duabus radicibus planis: quod si altera æqualitatis pars posset quoque dividi subquadratice, quod oriretur foret æquale A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Effingendum igitur quadratum à radice plana, cui altera illa æqualitatis pars commode compareretur, ut ei tandem radici planæ adæquetur A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Sit igitur abs $\frac{B \text{ solido}}{A^2}$ — E in A. sic enim in comparatione evanescent adfectiones sub A vel gradibus, & inciderunt in æqualitatem de E, quo tendendum est.

Effectum igitur quad. erit $\frac{B \text{ solido} \cdot \text{solidum}}{A \text{ quad.} \cdot 4}$ + E quad. in A quad. — B solido in A, æquandum Z plano-plano — B solido in A + E quad. in A quad. + E quad.-quad. $\frac{1}{4}$.

Et delectis utrinque adfectionibus E quad. in A quad. — B solido in A. Omnibusque in E quad. 4. ductis, E cubo-cubus. + Z plano-plano 4. in E quad., æquabitur B solido-solido. Innotescat autem E quad. esse D quad. Ergo $\frac{B \text{ solidum}}{D^2}$ — D in A, æquabitur A quad. + D quad. $\frac{1}{2}$, & ordinata secundum artem æqualitate A quad. + D in A, æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{D^2}$ — D quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur A quad.-quad. — B solido in A, æquari Z plano-plano.

Radix plana effingendi quadrati statuetur $\frac{B \text{ solidum}}{A^2}$ + E in A, comparanda A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Idem in æqualitate negata inverse convertendo, & sub contraria adfectionis nota argumentando. A quad.-quad. — B solido in A, æquari — Z plano-plano.

Quod erit æqualia æqualibus auferre: cedit autem E quad. semissis $\frac{B \text{ solido}}{A^2}$, quum alioqui præstet in negata directe.

Hinc poterunt ordinari tria reductionis Theoremata.

THEOREMA I.

SI A quad.-quad. + B folido in A, æquetur Z plano-plano, & E quadr. cubus + Z plano-plano 4 in E quad., æquetur B folido-folido. Innotescat autem E esse D : A quad. + D in A, æquabitur $\frac{B \text{ folido}}{D^2} - D \text{ quad. } \frac{1}{2}$.

THEOREMA II.

SI A quadr.-quadr. - B folido in A, æquetur Z plano-plano, & E quadrati-cubus + Z plano-plano 4 in E quad., æquetur B folido-folido. Innotescat autem E esse D : A quadr. - D in A, æquabitur $\frac{B \text{ folido}}{D^2} - D \text{ quadr. } \frac{1}{2}$.

Constitutione autem tum hujus tum antecedentis æquationis bene agnita : sunt duo latera, à quibus quadrato-quadratorum differentia, applicata ad aggregatum laterum, facit B solidum, id est factum duplum ex rectangulo sub lateribus in differentiam, adjunctum differentiz cubo.

Differentia vero ipsorum laterum est E seu D. & fit Z plano-planum, à quadrato differentiz laterum plus rectangulo sub lateribus in ipsum rectangulum. & A est latus unum; hic majus; illic minus.

In serie vero quatuor continue proportionalium : fit D differentia extremarum : B folidum, differentia cuborum à singulis alterne sumptorum : Z plano-planum quod fit ex utraque extremarum in differentiam cuborum à reliquis alterne sumptorum : & fit A prima; hic major inter extremas; illic minor.

Sint proportionales continue. 2. √ C 40. √ C 200. 10. 1 Q Q + 832 N, æquetur 1680. Igitur 1 Q + 8 N, æquabitur 20. & fit 1 N 2.

Est si 1 Q Q - 832 N, æquetur 1680. Igitur 1 Q - 8 N, æquabitur 20. & fit 1 N 10.

Nota autem est 8 differentia inter 2 & 10. quoniam 1 C + 6720 N, æquatur 692224. Vnde fit 1 N 64. quantum est quadratum abs 8.

THEOREMA III.

SI B folidum in A - A quad.-quadr., æquatur Z plano-plano, & E quadrati-cubus - Z plano-plano 4 in E quad., æquetur B folido-folido. Innotescat autem E esse D : D in A - A quad., æquabitur $\frac{B \text{ folido}}{D^2} - D \text{ quadr. } \frac{1}{2}$.

Constitutione autem æqualitatis bene agnita : est B folidum quod fit sub aggregato quadratorum in aggregatum laterum, seu aliter, cubus aggregati duorum laterum, multatus facto duplo abs rectangulo sub lateribus, in aggregatum laterum : & Z plano-planum factum abs quadrato aggregati laterum minus rectangulo, in ipsum rectangulum : & fit E seu D aggregatum ipsorum laterum, A majus ipsorum minusve.

In serie autem quatuor continue proportionalium : est B folidum aggregatum cuborum à quatuor singulis : Z plano-planum quod fit sub utraque extremarum in aggregatum cuborum à reliquis : D aggregatum extremarum : & fit A prima, vel quarta.

Sint proportionales continue. 2. √ C 40. √ C 200. 10. 1248 N - 1 Q Q, æquetur 2480. Igitur 12 N - 1 Q, æquabitur 20. & fit 1 N 2, vel 10. Nota autem est 12. aggregatum 2 & 10.

1 C - 9920 N, æquabitur 1557504 & fit 1 N 144. quantum est quadratum abs 12.

PROBLEMA II.

ÆQualitatem quadrato-quadrati affecti sub cubo, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

Pro-

Proponatur A quad. quad. + B in A cubum 2, æquari Z plano-plano. Oportet facere quod imperatum est. Sane si quadratum effingatur abs A quad. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$, erit illud A quad. quad. + B in A cubum 2 + B quad. in A quad. + E plan. plan. $\frac{1}{4}$ — E plan. in A quad. — E plan. in B in A.

Vtrique igitur æquationis parti addatur id quod deficit ab effectu à statuta radice plana quadrato, concludetur ex illa æqualium æqualibus additione. A quad. quad. + B in A cubum 2 + B quad. in A quad. + E plano-plano $\frac{1}{4}$ — E plano in A quad. — E plano in B in A, æquari Z plano-plano + B quad. in A quad. + E plano-plano $\frac{1}{4}$ — E plano in A quad. — E plano in B in A.

Vtraque pars dividatur subquadratica, illic revocata ad analyfin genesi, orietur manifesto, A quad. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$.

Quod si altera æqualitatis pars posset quoque dividi subquadratica, quod oriretur foret æquale radicibus illis planis è prima parte ortivis.

Effingendum est igitur quadratum à radice plana, & illud alteri æqualitatis parti, id est Z plano-plano una cum suis adfectionibus comparandum & adæquandum, ut radices quoque comparentur & adæquentur inter se: statuitor idcirco radix illa plana effingendi quadrati $\frac{E \text{ planum in } B}{\sqrt{B \text{ quad.} - E \text{ plano}}}$ in A.

Sic enim in comparatione evanescent adfectiones sub A vel ejus gradibus, & incidetur in æqualitate de E, quo tendendum est. Effectum igitur quadratum erit $\frac{E \text{ plano-plano in } B \text{ q.}}{B \text{ q.} - E \text{ pl.}}$ + B quad. in A quad. — E plano in A quad. — E plano in B in A.

Adæquandum Z plano-plano una cum reliquis quæ illud comitantur & adficiunt expositis plano-planis, & deletis utrinque adfectionibus sub A, & A quadrato. $\frac{E \text{ plano-plano in } B \text{ q.}}{B \text{ quad.} - E \text{ plano}}$ æquabitur Z plano-plano + E plano-plano $\frac{1}{4}$.

Et omnibus ductis in B quad. 4. — E plano 4. E plano-planum in B quad., æquabitur Z plano-plano in B quad. 4. + E plano-plano in B quad. — Z plano-plano in E planum 4. — E plano-plano-plano.

Et deleto utrinque E plano-plano in B quad., omnibusque rite ordinatis. E plani cubus + Z plano-plano 4 in E planum, æquabitur Z plano-plano in B quad. 4.

Innotescat autem E planum esse D planum. Ergo A quad. + B in A — D plano $\frac{1}{2}$, æquabitur $\frac{D \text{ plano in } B}{\sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}}$ in A.

Et æqualitate secundum artem ordinata A quad. + B + $\frac{D \text{ plano in } B}{\sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}}$ in A, æquabitur D plano $\frac{1}{2}$ + $\frac{D \text{ plano in } B}{\sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}}$.

Et si proponatur A quad. quad. — B in A cubum 2, æquari Z plano-plano. Radix plana effingendi quadrati statuetur. $\frac{E \text{ planum in } B}{\sqrt{B \text{ quad.} - E \text{ plano}}}$ + $\sqrt{B \text{ quad.} - E \text{ plano}}$ in A, comparanda A quad. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur B in A cubum 2 — A quad. quad., æquari Z plano-plano. Licebit argumentari. A quad. quad. — B in A cubum 2, æquari Z plano-plano. Quod erit auferre æqualia ab æqualibus. Et radix plana effingendi quadrati statuetur. $\frac{E \text{ planum in } B}{\sqrt{B \text{ quad.} - E \text{ plano}}}$ — $\sqrt{B \text{ quad.} - E \text{ plano}}$ in A, comparanda B in A + E plano $\frac{1}{2}$ — A quad. Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est. Hinc ordinabuntur tria reductionis Theoremata.

THEOREMA I.

SI A quad. quad. + B in A cubum 2, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur Z plano-plano in B quad. 4. Innotescat autem E planum esse D planum.

A quad. + $\frac{D \text{ plano in } B}{\sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}}$ in A, æquabitur $\frac{D \text{ plano in } B}{\sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}}$ + D plano $\frac{1}{2}$.

THEOREMA II.

SI A quad. quad. — B in A cubum 2, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur Z plano-plano in B quad. 4. Innotescat autem E planum esse D planum.

A quad. — $\frac{D \text{ plano in } B}{\sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}}$ in A, æquabitur $\frac{D \text{ plano in } B}{\sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}}$ + D plano $\frac{1}{2}$.

R 3 Con

Constitutione autem tum hujus tum antecedentis æqualitatis bene agnita : sunt duo latera, à quibus quadrato-quadratorum differentia, applicata ad aggregatum cuborum, facit B^2 : quadratum vero differentiarum laterum multatæ ipsa B , ablatum ex ejusdem B quadrato, relinquet D planum, sive E planum : & fit Z plano-planum ex applicatione cubi à D plano, ad differentiam quadruplam quadratorum à D & B . & A est latus unum ; hic majus ; illic minus.

In serie vero quatuor continue proportionalium : B^2 est differentia illarum omnium alterne sumptarum : Z plano-planum quod fit ab utraque extremarum in cubum differentiarum reliquarum trium alterne sumptarum : & fit E planum sive D planum differentia subquadrupla, inter quadratum differentiarum omnium alterne sumptarum, & quadratum differentiarum extremarum multatæ tripla differentiarum mediarum.

Vnde $\sqrt{B \text{ quad. } 4 - D \text{ plano } 4}$ est differentia extremarum minus tripla differentia mediarum : & quum prima intelligitur minor inter extremas ; illic fit A differentia trium primarum alterne sumptarum ; hic trium postremarum.

Sunt proportionales continue. 1. 2. 4. 8. $1QQ + 5C$, æquatur 216. Igitur $1Q + 3N$, æquabitur 18. & fit 1N 3. Et si $1QQ - 5C$, æquatur 216. Igitur $1Q - 3N$, æquabitur 18. & fit 1N 6. Nota est autem 3. quoniam $1C + 864N$, æquatur 5400. & fit 1N 6. differentia subquadrupla inter quadratum abs dato latere 5 & quadratum abs 1. unde dignoscitur ipsa longitudo qua adjecta longitudini 5, facit 6. duplum ipsius 3.

T H E O R E M A III.

SI Bin A cubum $z - A$ quad. quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur Z plano-plano in B quad. 4. Innotescat autem E planum esse D planum.

$\frac{B + \sqrt{B \text{ quad. } + D \text{ plano}}}{2}$ in $A - A$ quad., æquabitur $\frac{D \text{ plano in } B}{\sqrt{B \text{ quad. } + D \text{ plano}}} + D \text{ plano } \frac{1}{2}$.

Constitutione autem æqualitatis bene agnita : sunt duo latera, à quibus differentia quadrato-quadratorum, applicata differentiarum cuborum, facit B^2 : differentia vero inter quadrarum aggregati laterum multati B , & ipsum B quadratum, relinquit D planum : & fit Z plano-planum ex applicatione cubi à D plano, ad aggregatum quadruplum quadratorum à B & D . & est A latus majus, minusve.

In serie quatuor continue proportionalium : B^2 est composita ex illis omnibus : Z plano-planum quod fit ab utraque extremarum, in cubum compositæ ex tribus reliquis.

Et fit E planum seu D planum differentia subquadrupla, inter quadratum aggregati extremarum adjuncti triplo aggregati mediarum, & quadratum aggregati omnium.

Vnde $\sqrt{B \text{ quad. } + D \text{ plano}}$ est aggregatum extremarum, plus triplo aggregati mediarum : & fit A composita ex tribus primis, sive ex tribus postremis.

Sint proportionales continue 1. 2. 4. 8. $15C - 1QQ$, æquatur 2744. Igitur $21N - 1Q$, æquabitur 98. & fit 1N 7, vel 14. Nota est autem 21. quoniam $1C - 10976N$, æquatur 617400. Et fit 1N 126. differentia subquadrupla inter 225 & 729. Vnde dignoscitur $\sqrt{729}$, id est longitudo 27, qua adjecta longitudini 15, facit 42, duplum ipsius 21.

P R O B L E M A III.

ÆQUALITATEM quadrato-quadrati adfecti tam sub latere quam quadrato, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimerem.

Proponatur A quad. quad. + G plano in A quad. 2 + B solido in A , æquari Z plano-plano. Oportet facere quod imperatum est.

Sane si quadratum effingatur abs A quad. + G plano + E quad. $\frac{1}{2}$: erit illud A quad. quad. + G plano plano + G plano in A quad. 2. + E quad. quad. $\frac{1}{4}$ + E quad. in A quad. + G plan. in E quadratum.

Quoniam igitur ex iis quæ proposita sunt, adhibita metathesi, A quad. quad. + G plano in A quad. 2, æquatur Z plano plano — B solido in A .

Vtri-

Utrique igitur æquationis parti addatur id quod deficit ab effectu à statuta radice plana quadrato, ergo hac æquationem æqualibus additione, sursum pars parti æqualis erit.

Jam utraque pars dividitur subquadratica, illic revocata ad analysin genesi, orietur manifesto $A \text{ quad.} + G \text{ plano} + E \text{ quad.} \frac{1}{2}$.

Quod si altera quoque æqualitatis pars posset dividi subquadratica, quod orietur, foret radicibus illis planis ex prima parte ortivis æquale.

Effingendum est igitur quadratum à radice plana, & illud alteri æqualitatis parti, id est $Z \text{ plano-plano}$ una cum suis adfectionibus comparandum & adæquandum, ut radices quoque comparentur & adæquentur inter se; & statuatur idcirco radix illa plana effingendi quadrati $\frac{B \text{ solidum}}{R^2}$ — $E \text{ in } A$, sic enim in comparatione evanescent adfectiones sub A & gradibus, & incidetur in æqualitatem de E , quo tendendum est.

Effectum igitur quadratum erit. $\frac{+ B \text{ solido-solidum}}{R \text{ quad. } 4.}$ + $E \text{ quad. in } A \text{ quad.}$ — $B \text{ solido in } A$, æquale $Z \text{ plano-plano}$ — $B \text{ solido in } A$ + $G \text{ plano-plano}$ + $E \text{ quad. quad.} \frac{1}{4}$ + $E \text{ quad. in } A \text{ quad.}$ + $G \text{ plano in } E \text{ quad.}$

Et deletis utrinque adfectionibus sub A & $A \text{ quad.}$ $\frac{B \text{ solido-solidum}}{R \text{ quad. } 4.}$, æquabitur $Z \text{ plano-plano}$ + $G \text{ plano-plano}$ + $E \text{ quad. quad.} \frac{1}{4}$ + $G \text{ plano in } E \text{ quad.}$

Et omnibus in $E \text{ quad. } 4.$ ductis & rite ordinatis, $E \text{ quadrati-cubus}$ + $G \text{ plano } 4 \text{ in } E \text{ quad. quad.}$ — $Z \text{ plano-plano } 4.$ + $G \text{ plano-plano } 4.$ in $E \text{ quad.}$, æquabitur $B \text{ solido-solido}$. Innotescat autem $E \text{ esse } D: A \text{ quad.}$ + $D \text{ in } A$, æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{D^2}$ — $G \text{ plano} + D \text{ quad.} \frac{1}{2}$.

Et si proponatur $A \text{ quad. quad.}$ + $G \text{ plano in } A \text{ quad. } 2$ — $B \text{ solido in } A$, æquari $Z \text{ plano-plano}$: radix effingendi quadrati statuetur. $\frac{B \text{ solidum}}{R^2}$ — $E \text{ in } A$, comparanda $A \text{ quad.}$ + $G \text{ plano} + E \text{ quad.} \frac{1}{2}$.

Et si proponatur $A \text{ quad. quad.}$ — $G \text{ plano in } A \text{ quad. } 2$ — $B \text{ solido in } A$, æquari $Z \text{ plano-plano}$: radix plana effingendi quadrati statuetur. $\frac{B \text{ solidum}}{R^2}$ + $E \text{ in } A$, comparanda $A \text{ quad.}$ — $G \text{ plano} + E \text{ quad.} \frac{1}{2}$.

Et si proponatur $G \text{ planum in } A \text{ quad. } 2$ + $B \text{ solido in } A$ — $A \text{ quad. quad.}$, æquari $Z \text{ plano-plano}$. Inversis adfectionum notis: radix plana effingendi quadrati statuetur quoque. $\frac{B \text{ solidum}}{R^2}$ + $E \text{ in } A$, comparanda $A \text{ quad.}$ — $G \text{ plano} + E \text{ quad.} \frac{1}{2}$.

Et si proponatur $G \text{ plan. in } A \text{ quad. } 2$ — $B \text{ solido in } A$ — $A \text{ quad. quad.}$, æquari $Z \text{ plano-plano}$. Inversis adfectionum notis: radix plana effingendi quadrati statuetur $E \text{ in } A$ + $\frac{B \text{ solido}}{R^2}$, comparanda $A \text{ quad.}$ — $G \text{ plano} — E \text{ quad.} \frac{1}{2}$.

Et si proponatur denique $B \text{ solidum in } A$ — $G \text{ plano in } A \text{ quad. } 2$ — $A \text{ quad. quad.}$, æquari $Z \text{ plano-plano}$. Inversis adfectionum notis: radix plana effingendi quadrati statuetur $E \text{ in } A$ + $\frac{B \text{ solido}}{R^2}$, comparanda $A \text{ quad.}$ + $G \text{ plano} + E \text{ quad.} \frac{1}{2}$. Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est.

ALITER.

ÆQualitatem quadrato-quadrati affecti tam sub latere quam quadrato, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam reducere.

Proponatur $A \text{ quad. quad.}$ + $G \text{ plano in } A \text{ quad.}$ + $B \text{ solido in } A$, æquari $Z \text{ plano-plano}$. Oportet facere quod imperatum est.

Quoniam per ea quæ proponuntur, facta metathesi, $A \text{ quad. quad.}$, æquatur $Z \text{ plano-plano}$ — $G \text{ plano in } A \text{ quad.}$ — $B \text{ solido in } A$.

Utrobique addatur $E \text{ planum in } A \text{ quad.}$ + $E \text{ plano-plano} \frac{1}{2}$. Pars igitur parti rursus adæquabitur, & ab illa quidem quum dividitur subquadratica, oritur $A \text{ quad.}$ + $E \text{ plano} \frac{1}{2}$, dividitur igitur quoque altera pars subquadratica, & idcirco effingatur quadratum abs commoda radice, & illud comparetur, & adæquetur altera illi pars, utpote statuitur radix.

$\frac{B \text{ solidum}}{R \text{ plan. } 4.} + G \text{ plano } 4.$ — $\sqrt{E \text{ plani} - G \text{ plano in } A}$. Igitur $\frac{B \text{ solido-solidum}}{R \text{ plano } 4. - G \text{ pl. } 4.}$ — $E \text{ plano} - G \text{ plano in } A \text{ quad.}$ — $B \text{ solido in } A$, æquabitur $Z \text{ plano-plano}$ — $G \text{ plano in } A \text{ quad.}$ — $B \text{ solido in } A$ + $E \text{ plano in } A \text{ quad.}$ + $E \text{ plano-plano.} \frac{1}{4}$.

Itaque

Itaque E plani cubus — G plano in E plani quad. + Z plano-plano 4. in E plan., æquabitur B solido-solido + Z plan.-plan. in G plan. 4. E planum autem innotescat esse F planum. Igitur $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt[4]{F \text{ plani} \cdot G \text{ plano} \cdot 4}}$ — $\sqrt[4]{F \text{ plani} \cdot G \text{ plano}}$ in A, æquabitur A quadr. + F plano $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur A quad.-quad. + G plano in A quad. — B solido in A, æquari Z plano-plano. Radix plana effingendi quadrati statuetur $\sqrt[4]{E \text{ plani} \cdot G \text{ plano}}$ in A — $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt[4]{E \text{ plani} \cdot G \text{ plano}}}$, comparanda E plano $\frac{1}{2}$ + A quadrato.

Et si proponatur denique B solidum in A — G plano in A quadr. — A quadr.-quad., æquari Z plano-plano. Radix plana effingendi quadrati statuetur, $\sqrt[4]{E \text{ plani} \cdot G \text{ plano}}$ in A + $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt[4]{E \text{ plani} \cdot G \text{ plano}}}$, comparanda E plano $\frac{1}{2}$ + A quadrato.

Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est.

Ac secundum priorem quidem formulam, ordinata sunt Theoremata hæc

THEOREMA I.

Secundum priorem formulam.

SI A quad.-quad. + G plano 2 in A quad. + B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus + G plano 4 in E quad.-quad. + Z plano-plano 4 + G plano-plano 4 in E quad., æquetur B solido-solido. Innotescat autem esse D: A quad. + D in A, æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{D^2}$ — D quad. $\frac{1}{2}$ — G plano.

$1QQ + 6Q + 880N$, æquatur 1800. & fit 1N2. $1C + 12Q + 7236N$, æquatur 774400. fit 1N64. quadratum à radice 8. $1Q + 8N$, æquabitur 20. fit 1N2.

THEOREMA II.

SI A quadr.-quadr. + G plano 2 in A quadr. — B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus + G plano 4 in E quad.-quad. + Z plano-plano 4 + G plano-plano 4 in E quad., æquetur B solido-solido. Et E innotescat esse D: A quad. — D in A, æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{D^2}$ — D quad. $\frac{1}{2}$ — G plano.

$1QQ + 6Q - 880N$, æquatur 1800. fit 1N10. $1C + 12Q + 7236N$, æquatur 774400. fit 1N64. quadratum abs 8. $1Q - 8N$, æquatur 20. fit 1N10.

THEOREMA III.

SI A quad.-quad. — G plano 2 in A quad. + B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus — G plano 4 in E quad.-quad. + Z plano-plano 4 + G plano-plano 4 in E quad., æquetur B solido-solido. Et E innotescat esse D: A quad. + D in A, æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{D^2}$ — D quad. $\frac{1}{2}$ + G plano.

$1QQ - 4Q + 800N$, æquatur 1600 fit 1N2. $1C - 8Q + 6416N$, æquatur 640000. fit 1N64. quadratum abs 8. $1Q + 8N$, æquatur 20. fit 1N2.

THEOREMA IV.

SI A quad.-quad. — G plano 2 in A quad. — B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus — G plano 4 in E quad.-quad. + Z plano-plano 4 + G plano-plano 4 in E quad., æquetur B solido-solido. Et E innotescat esse D: A quad. — D in A, æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{D^2}$ — D quad. $\frac{1}{2}$ + G plano.

$1QQ - 4Q - 800N$, æquatur 1600, fit 1N10. $1C - 8Q + 6416N$, æquatur 640000. fit 1N64. quad. abs 8. $1Q - 8N$, æquatur 20. & fit 1N10.

THEOREMA V.

SI G planum 2 in A quad. + B solido in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus — G plano 4 in E quad.-quad. + $\frac{G \text{ plano}}{\text{plano} \cdot 4}$

plano 4 - Z plano-plano 4 in E quadr., æquetur B solido-solido. Et E innotescat esse D. D in A - A quad., æquabitur D quad. $\frac{1}{2}$ - G plano $\frac{-B \text{ solido}}{D^2}$.

44 Q + 720 N - 1 Q Q, æquatur 1600. fit 1 N 10 vel 2. 1 C - 88 Q - 4464 N, æquatur 518400. fit 1 N 144. quadratum abs 12. 12 N - 1 Q, æquatur 20. fit 1 N 10 vel 2.

THEOREMA VI.

SI Gplanum 2 in A quad. - B solido in A - A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus - G plano 4 in E quad.-quad. + Z plano plano 4 - G plano-plano 4 in E quad., æquetur B solido-solido. Et E innotescat esse D. D in A - A quad., æquabitur D quad. $\frac{1}{2}$ - G plano $\frac{+B \text{ solido}}{D^2}$.

114 Q - 120 N - Q Q, æquatur 200. & fit 1 N 2 vel 10. 1 C - 228 Q + 12196 N, æquatur 14400. fit 1 N 144. quad. abs 12. 12 - 1 Q, æquatur 20. fit 1 N 10 vel 2.

THEOREMA VII.

SI B solidum in A - G plano 2 in A quad. - A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus + G plano 4 in E quad.-quad. - Z plano-plano 4 + G plano-plano 4 in E quad., æquetur B solido-solido. Et E innotescat esse D. D in A - A quad., æquabitur D quad. $\frac{1}{2}$ + G plano $\frac{-B \text{ solido}}{D^2}$.

1440 N - 16 Q - 1 Q Q, æquatur 2800. & fit 1 N 10 vel 2. 1 C + 32 Q - 10944 N, æquatur 2073600. & fit 1 N. 144 quadratum abs 12. 12 N - 1 Q, æquatur 20. & fit 1 N 10 vel 2.

Ad posteriorem autem formulam pertinent quæ sequuntur.

THEOREMA I.

Secundum posteriorem formulam.

SI A quad.-quad. + G plano in A quad. + B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus - G plano in E plani quad. + Z plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido + Z plano-plano 4 in G planum. Et innotescat E planum esse F planum. A quad. + $\sqrt{F \text{ plani} - G \text{ plano}}$ in A, æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt{F \text{ plani} + G \text{ plano}}} - F \text{ plano} \frac{1}{2}$.

1 Q Q + 6 Q + 880 N, æquatur 1800. fit 1 N 2. 1 C - 6 Q + 7200 N, æquatur 817600. fit 1 N 70. 70 - 6 est quadratum abs 8. 1 Q + 8 N, æquabitur 20. fit 1 N 2.

THEOREMA II.

SI A quad.-quad. + G plano in A quad. - B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E plani cubus - G plano in E plani quad. + Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido + Z plano-plano 4 in G planum. Et innotescat E planum esse F planum. A quad. - $\sqrt{F \text{ plani} - G \text{ plano}}$ in A, æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt{F \text{ plani} + G \text{ plano}}} - F \text{ plano} \frac{1}{2}$.

1 Q Q + 6 Q - 880 N, æquatur 1800. fit 1 N 10. 1 C - 6 Q + 7200 N, æquatur 817600. fit 1 N 70. 70 - 6 est quadratum abs 8. 1 Q - 8 N, æquabitur 20. fit 1 N 10.

THEOREMA III.

SI A quad.-quad. - G plano in A quad. + B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani quad. + Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido - Z plano-plano 4 in G planum. Innotescat autem E planum esse F planum. A quad. + $\sqrt{F \text{ plani} + G \text{ plano}}$ in A, æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt{F \text{ plani} + G \text{ plano}}} - F \text{ plano} \frac{1}{2}$.

S

1 Q Q

$1 Q Q - 4 Q + 800 N$, *aquatur 1600. fit 1 N 2.* $1 C + 4 Q + 6400 N$, *aquatur 614400. fit 1 N 60.* $60 + 4$ *facit quadratum abs 8.* $1 Q + 8 N$, *aquatur 20. fit 1 N 2.*

THEOREMA IV.

SI A quad.-quad. — G plano in A quad. — B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani-quad. + Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido — Z plano-plano 4 in G planum. Et innotescat E planum esse F planum: A quad. — $\sqrt{\frac{B \text{ solido}}{F \text{ plani} + G \text{ plano}}}$ in A, æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt{F \text{ plani} + G \text{ plano}}}$ — F plano $\frac{1}{2}$.

$1 Q Q - 4 Q - 800 N$, *aquatur 1600. fit 1 N 10.* $1 C + 4 Q + 6400 N$, *aquatur 614400. fit 1 N 60.* $60 + 4$ *est quadratum abs 8.* $1 Q - 8 N$, *aquatur 20. fit 1 N 10.*

THEOREMA V.

SI G planum in A quadr. + B solido in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani-quad. — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido + Z plano-plano 4 in G planum. Et innotescat E planum esse F planum: $\sqrt{\frac{B \text{ solido}}{F \text{ plani} + G \text{ plano}}}$ in A — quad., æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ — $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt{F \text{ plani} + G \text{ plano}}}$.

$44 Q + 720 N - 1 Q Q$, *aquatur 1600. fit 1 N 10 vel 2.* $1 C + 44 Q - 6400 N$, *aquatur 800000. fit 1 N 100.* $100 + 44$ *est quadratum abs 12.* $12 N - 1 Q$, *æquabitur 20. fit 1 N 10 vel 2.*

THEOREMA VI.

SI G planum in A quadr. — B solido in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani-quad. — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido + Z plano-plano 4 in G planum. Et E planum innotescat esse F planum: $\sqrt{\frac{B \text{ solido}}{F \text{ plani} + G \text{ plano}}}$ in A — A quad., æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ + $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt{F \text{ plani} + G \text{ plano}}}$.

$114 Q - 120 N - 1 Q Q$, *aquatur 200. fit 1 N 2 vel 10.* $1 C + 114 Q + 800 N$, *aquatur 105600. fit 1 N 30.* $30 + 114$ *facit quadratum abs 12.* $12 N - 1 Q$, *aquatur 20. fit 1 N 2 vel 10.*

THEOREMA VII.

SI B solido in A — G plano in A quad. — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — G plano in E plani-quad. — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido — Z plano-plano 4 in G planum. Et E planum innotescat esse F planum: $\sqrt{\frac{B \text{ solido}}{F \text{ plani} - G \text{ plano}}}$ in A — A quad., æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ — $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt{F \text{ plani} - G \text{ plano}}}$.

$1440 N - 16 Q - 1 Q Q$, *aquatur 2800. fit 1 N 2 vel 10.* $1 C - 16 Q - 11200 N$, *aquatur 1894400. fit 1 N 160.* $160 - 16$ *facit quadratum abs 12.* $12 N - 1 Q$, *aquatur 20. fit 1 N 2 vel 10.*

Et quid attinet reliquas metatheses persequi, quum adfectiones sub cubo evanescant expurgatione per uncias quadrantes: Hæc itaque sunt fati superque.

CAPVT VII.

Quemadmodum æquationes cubicæ deprimuntur ad quadraticas à radice solida.

SEV

De Duplicata Hypostasi.

ÆQue modus transmütandi qui dicitur duplicata hypostasis, non minus elegans est & impendiosus, ad exhibendas radicum asymmetrias in cubis aliquot sub latere affectis, ac Zetefin novam instituendi cura, ex agnita singulari de qua initio præcedentis capituli monuimus, cuborum illorum constitutione.

Sequentia itaque iuvabit subjunxisse Problemata.

PROBLEMA I.

Cubum adfectum sub latere affirmate, ad quadratum radicem habens solidam, idemque adfectum, reducere.

Proponatur A cubus + B plano 3 in A, æquari Z solido 2. Oportet facere quod propositum est. E quad. + A in E, æquetur B plano.

Vnde B planum ex huiusmodi æquationis constitutione, intelligitur rectangulum sub duobus lateribus quorum minus est E, differentia à majore A. igitur $\frac{B \text{ planum} - E \text{ quad.}}{E \text{ cubo}}$ erit A.

Quare $\frac{B \text{ plano-plano-plano} - E \text{ quad. in B plano-plano} 3 - E \text{ quad. quad. in B planum} 3 - E \text{ cubo-cubo}}{E \text{ cubo.}} + \frac{E \text{ pl. 3.} - B \text{ pl. in E q. 3.}}{E}$ æquabitur Z solido 2.

Et omnibus per E cubum ductis & ex arte concinnatis. E cubi quad. + Z solido 2 in E cubum, æquabitur B plani-cubo.

Quæ æquatio est quadrati affirmate affecti, radicem habentis solidam. Facta itaque reductio est quæ imperabatur.

Confectarium:

Itaque si A cubus + B plano 3, æquetur Z solido 2, & $\sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani} + Z \text{ solido-solido} - Z \text{ solido}}$, æquetur D cubo. ergo $\frac{B \text{ planum} - D \text{ quad.}}{D}$, fit A de qua quæritur.

Si 1C + 8 1 N, æquetur 702. quoniam $\sqrt[3]{19683 + 123201}$, seu $\sqrt[3]{142884}$, seu denique 378. multatus solido 351. est 27 cubus à latere 3. Ideo $\frac{27-9}{3}$ seu 6, est 1 N. de qua quæritur.

Aliter & secundo:

E quad. — A in E, æquetur B plano. Vnde B planum ex huiusmodi æquationis constitutione, intelligitur rectangulum sub duobus lateribus, quorum majus est E, excessus vero ejusdem supra minorem A. igitur $\frac{E \text{ quad.} - B \text{ plano}}{E \text{ cubo}}$, æquabitur A. Quare per ea quæ proponuntur, omnibus ex arte concinnatis. E cubi-quadratum — Z solido 2 in E cubum, æquabitur B plani cubo. Quæ æquatio est quadrati negatæ adfecti, radicem habentis solidam. Facta itaque est rursus reductio quæ imperabatur.

Confectarium secundum.

Itaque si A cubus + B plano 3 in A, æquetur Z solido 2, & $\sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani} + Z \text{ solido}}$, æquetur G cubo. ergo $\frac{G \text{ quad.} - B \text{ plano}}{G}$, æquabitur A.

Si 1C + 8 1 N, æquetur 702. quoniam 378 + 351, est 729. cubus à latere 9. Ideo $\frac{81-27}{6}$ seu 6. est 1 N. de qua quæritur.

Confectarium

E duobus antedictis confectariis.

Denique sunt duo latera, unum idemque minus D, alterum idemque majus G, quorum differentia est A de qua quæritur.

Itaque $\sqrt{C. \sqrt{B \text{ plano-plano-plani} + Z \text{ folido-folido} + Z \text{ folido}} - \sqrt{C. \sqrt{B \text{ plano-plano-plani} + Z \text{ folido-folido} - Z \text{ folido}}}$
 Est A quaesita.

Si $1C + 6N$, aequetur 2. $\sqrt{C4} - \sqrt{C2}$. est 1 N. de qua quaeritur.

PROBLEMA II.

Cubum ad defectum sub latere negare, ad quadratum sub radice solida negatum de plano, reducere.

Oportet autem in aequatione proposita, cubum e triente coefficientis adfectionis, cedere solidi comparationis sub-quadruplo quadrato.

Proponatur A cubus — B plano 3 in A, aequari Z solido 2. Oportet facere quod propositum est. A in E — E quad., aequetur B plano.

Vnde B planum ex hujusmodi aequationis constitutione, intelligitur rectangulum sub duobus lateribus, quorum majus minusve est E, summa vero minoris ac majoris A. Igitur $\frac{B \text{ planum} + E \text{ quad.}}{E \text{ cubo}}$, aequabitur A. Quare $\frac{B \text{ plano-plano-plano} + E q. \text{ in } B \text{ pl. planum } 3 + E q. \text{ quad. in } B \text{ planum } 3 - E \text{ cubo-cubo}}{E \text{ cubo}}$, aequabitur Z solido 2.

Et omnibus per E cubum ductis & ex arte concinnatis, Z solidum 2 in E cubum — E cubi-quadrato, aequabitur B plani-cubo.

Quae aequatio est quadrati inverse negata, radicem habentis solidam. Facta itaque est reductio quae imperabatur.

Apparet autem ex aequationis illius ad quam reductio facta est proprietate, Z solidi quadratum praestare debere B plani-cubo: quo pertinet apposita lex Problemati.

Confectarium.

Itaque si A cubus — B plano 3 in A, aequetur Z solido 2.

$\sqrt{C. Z \text{ folidi}} - \sqrt{Z \text{ folido-folidi}} - B \text{ plano-plano-plano} + \sqrt{C. Z \text{ folidi}} - \sqrt{Z \text{ folido-folidi}} - B \text{ plano-plano-plano}$. Est A de qua quaeritur.

Si $1C - 81N$, aequetur 756. Quoniam $378 + 351$ est 729, cubus a latere 9. & $378 - 351$ est 27, cubus a latere 3. Ideo $9 + 3$ id est 12. est 1 N. de qua quaeritur.

CAPUT VIII.

De canonica aequationum transmutatione, ut coefficientes sub-graduales sint quae praescribuntur.

AD impendia quoque Logistica confert aequationes ita praeparare, ut coefficientes aequationum vel comparationum homogenea sint quae praescribuntur, quod libere licet ex canonica transmutandi doctrina. Statuitur coefficientis unitas, usus igitur impendii vel ex eo liquet, quod potestates adfectae sub unitate & gradu quocumque, (si modo radix est numerus) non aliter resolvuntur ac si essent purae. neque enim negotium contrahat habenda alioqui (sed quae ex isthoc opere; salva fit) paraboliarum quarum quaeque unitas est, ratio.

Et si radix inventa non est numerus, ipsam radicem de qua quaeritur non esse numerum statim convincitur.

$1C + 1N$, aequetur 10. quoniam proximus cubus est 8, cujus radix est 2, quae ducta in unitatem & adjuncta 8, facit 10. ideo radix quaesita est 2.

Aequae $1C - 1N$, aequetur 24. quoniam proxime minor cubus est 8, cujus radix est 2 & adscita unitate 3: sub qua & unitate facto solido quum multatur cubus ex 3, relinquatur 24. ideo radix quaesita est 3.

Proponatur autem $1C + 1N$, aequari 9. quoniam proximus cubus est 8, cujus

cujus radix est 1 qua ducta in unitatem & adjuncta 8, facit 10, non etiam 9. ideo 1 N est radix irrationalis.

Æque 1C—1N, æquetur 25. quoniam proxime minor cubus est 8, cujus radix est 2 & adscita unitate 3: sub qua & unitate facto solido quum multatur cubus ex 3, relinquatur 24, non etiam 25. ideo 1 N est irrationalis.

Oportet autem ad hujusmodi instituendæ transmutationis opus, coëfficiens quæ imperatur coëfficiens æquationis propositæ esse congenerem, & si quidem radix æquationis propositæ est ejusdem quoque generis, concedetur esse ut coëfficiens propositæ æquationis ad coëfficiens imperatam, ita radix de qua quærebatur ad novam statuendam radicem.

Sin coëfficiens gradui radice genere communicet, concedetur esse ut coëfficiens propositæ æquationis ad coëfficiens imperatam, ita gradus æque-altus radice de qua quærebatur ad gradum æque altum novæ statuendæ radice.

Et per resolutionem concessi analogismi, exhibebitur sub nova specie valor radice quæ sitæ; & sua proposita æqualitas dirigetur, & ordinabitur nova.

Quod, ut uno aut altero exemplo fiat apertius.

Proponatur A cubus + B in A quad., æquari Z solido. Placeat autem æquationem ita transmutare, ut adfectio maneat quidem sub quadrato, ipsaque adfirmetur, sed coëfficiens sit X, non etiam B. Esto ut B ad X, ita A ad E. ergo $\frac{B \text{ in } E}{X}$ erit A.

Quare secundum ea quæ proponuntur $\frac{B \text{ cubus in } E \text{ cubum}}{X \text{ cubo.}} + \frac{B \text{ cubo in } E \text{ quad.}}{X \text{ quad.}}$, æquabitur Z solido. Et omnibus per X cubum ductis, & B cubum divis. E cubus + X in E quad., æquabitur $\frac{X \text{ cubo in } Z \text{ solidum}}{B \text{ cubo.}}$. Ipsum igitur factum est quod oportuit.

Proponatur 1C + 10 Q; æquari 96000. 1C + 1Q, æquabitur 12. & sit 1N 2. Vnde fit radix primum quæ sita 40.

A L I V D.

Proponatur A cubus — B quad. in A, æquari Z solido. Placeat autem æquationem ita transmutare, ut adfectio quidem maneat sub latere, ipsaque negetur, sed coëfficiens sit X quadratum, non etiam B quadratum. Esto ut B quad. ad X quad., ita A quad. ad E quad., & consequenter ut B ad X ita A ad E. ergo $\frac{B \text{ in } E}{X}$ erit A.

Quare secundum ea quæ proponuntur $\frac{B \text{ cubus in } E \text{ cubum}}{X \text{ cubo.}} - \frac{B \text{ cubo in } E}{X}$, æquabitur Z solido. Et omnibus per X cubum ductis, & B cubum divis. E cubus — X quad. in E, æquabitur $\frac{X \text{ cubo in } Z \text{ solidum}}{B \text{ cubo.}}$. Ipsum igitur factum est quod oportuit.

Proponatur 1C—144N, æquari 10368. 1C—1N, æquabitur 6. & est 1N 2. Vnde fit radix primum quæ sita 24.

Neque vero opus aliter fit in præscriptis comparationum homogeneis, conceditur nimirum esse, ut magnitudo æqualis potestati quæ proponitur adfectæ ad magnitudinem præscriptam æque-altam & homogeneam, ita potestas radice de qua quærebatur ad potestatem novæ statuendæ radice: & per resolutionem concessi analogismi, exhibetur sub nova specie valor radice quæ sitæ, & proposita æqualitas dirigetur, & ordinabitur nova. Exempli causa:

Proponatur A cubus + B plano in A, æquari Z cubo. Placeat autem æquationem ita transmutare, ut potestas adfirmate adfecta sub latere & coëficiente plano, comparetur D cubo. conceditur esse ut Z ad D, ita A ad E. ergo $\frac{Z \text{ in } E}{D}$ erit A.

Quare $\frac{Z \text{ cubus in } E \text{ cubum}}{D \text{ cubo.}} + \frac{B \text{ plano in } Z \text{ in } E}{D}$, æquabitur Z cubo. Et omnibus in D cubum ductis, & per Z cubum divis. E cubus + $\frac{B \text{ plano in } D \text{ quad. in } E}{Z \text{ quad.}}$, æquabitur D cubo. Ipsum igitur factum est quod oportuit.

Proponatur $1C + 860N$, æquari 1728. $1C + 215N$, æquabitur 216. & est 1NI. Vnde fit radix primum quaesita 2.

CAPVT IX.

Anomala æquationum aliquot cubicarum ad quadraticas aut etiam simpliciores reductio.

PRæparandarum igitur æquationum solennes modi ita se habent. De irregularibus autem non statuuntur præcepta, quoniam anomalia illa non magis finita est quam artificis in indagando vis & solertia. ad excitandum tamen eam vim & solertiam, oportunum est singularia aliquot æquationum constitutiva & reductiva Theoremata adnotasse, insignem aliquam emphasin vel elegantiam præ se ferentia; qualia jam sequuntur.

THEOREMA I.

SI A cubus $-B$ quad. 2 in A, æquetur B cubo. A quad. $-B$ in A, æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur manifestum fit per antithesin: A cubum, æquari B cubo $+ B$ quad. 2 in A, & addendo utrique parti B cubum: A cubum $+ B$ cubo, æquari B cubo $+ B$ quad. 2 in A. Omnia applicentur ad $A + B$; illic oritur, A quad. $-B$ in A $+ B$ quad.; hic B quad. 2. & consequenter abjecto utrinque B quadrato. A quad. $-B$ in A, æquabitur B quadrato.

Si $1C - 18N$, æquetur 27. igitur $1Q - 3N$, æquabitur 9.

THEOREMA II.

SI B quad. 2 in A $- A$ cubo, æquetur B cubo. A quad. $+ B$ in A, æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur manifestum fit per antithesin: A cubum, æquari B quad. 2 in A $- B$ cubo, & auferendo utrique parti B cubum. A cubum $- B$ cubo, æquari B quad. 2 in A $- B$ cubo 2. Omnia applicentur ad $A - B$; illic oritur A quad. $+ B$ in A $+ B$ quad.; hic B quad. 2 & consequenter abjecto utrinque B quadrato. A quad. $+ B$ in A, æquabitur B quadrato.

Si $18N - 1C$, æquetur 27. igitur $1Q + 3N$, æquabitur 9.

THEOREMA III.

SI A cubus $- B$ quad. 3 in A, æquetur B cubo 2. B dupla est ipsa A de qua quæritur.

Quoniam enim B dupla, est ipsa A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur B cubus 8 $- B$ quad. in B 6, æquabitur B cubo 2. quod quidem ita se habet.

$1C - 12N$, æquetur 16. fit 1N 4.

THEOREMA IV.

SI B quad. 3 in A $- A$ cubo, æquetur B cubo 2. B est ipsa A de qua quæritur.

Quoniam enim B est ipsa A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur B quad. in B 3 $- B$ cubo, æquabitur B cubo 2. quod quidem ita se habet.

$6N - 1C$, æquatur $N/3$ 2. fit 1N $N/2$.

THEOREMA V.

SI A cubus $- B$ in A quad. $+ D$ plano in A, æquetur B in D planum. Ipsa B est A de qua quæritur.

Quo-

Quoniam enim B est A de qua queritur: ergo ex iis quæ proponuntur B cubus — B in B quad. + D plano in B, æquabitur B in D planum. quod quidem manifesto ita se habet.

$1C - 4Q + 5N$, æquatur 20. factò ex 4 in 5. ergo $1N$ est 4.

T H E O R E M A VI.

SI A cubus + B in A quad. — D quadr. in A, æquetur B in D quadratum. Ipsa D est A de qua queritur.

Quoniam enim ipsa D est A de qua queritur, ergo ex iis quæ proponuntur, D cubus + B in D quad. — D quadr. in D, æquabitur B in D quadratum. Quod quidem manifesto ita se habet.

$1C + 5Q - 4N$, æquatur 20. factò ex 5 in 4. ergo $1N$ fit $\sqrt{4}$ vel 2.

T H E O R E M A VII.

SI B in A quadr. + D quad. in A — A cubo, æquetur D quadrato in B. Ipsa B vel D, est A de qua queritur.

Quoniam enim ipsa B est A de qua queritur ergo ex iis quæ proponuntur B cubus + D quad. in B — B cubo, æquabitur B in D quadratum. Quod quidem ita manifesto se habet.

Rursus quoniam ipsa D est A de qua queritur, ergo ex iis quæ proponuntur, B in D quad. + D cubo — D cubo, æquabitur D quadrato in B. Quod quidem ita quoque manifesto se habet.

$6Q + 4N - 1C$, æquatur 24. fit $1N$ 6 vel 2.

T H E O R E M A VIII.

SI D in A quad. + B in D in A — A cubo, æquetur B cubo; \sqrt{D} in A — A quad., æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur, manifestum fit per antithesin. B cubum + A cubo, æquari D in A quad. + D in B in A. Vtraque pars applicetur ad A + B, ergo A quad. — B in A + B quad., æquabitur D in A.

Et per antithesin $\sqrt{D} + \sqrt{B}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato.

Si $10Q + 20N - 1C$, æquetur 8. quia latus cubicum ex 8 ductum in 10, facit 20. Igitur $12N - 1Q$, æquabitur 4. & fit $1N$ 6 — $\sqrt{32}$, vel 6 + $\sqrt{32}$.

T H E O R E M A IX.

SI A cubus — D in A quadr. + D in B in A, æquetur B cubo: $\sqrt{D - B}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur manifestum fit per antithesin, quum A intelligitur major quam B, A cubum — B cubo, æquari D in A quadr. — D in A in B. Vtraque pars æqualitatis applicetur ad A — B. Igitur A quad. + B in A + B quad., æquabitur D in A.

Et per antithesin $\sqrt{D - B}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato. Atqui quum B intelligitur major quam A, B cubus — A cubo, æquabitur D in A in B — D in A quad. Vtraque pars æqualitatis applicetur ad B — A, itaque B quad. + A quad. + B in A, æquabitur D in A. ut ante.

Si $1C - 10Q + 20N$, æquetur 8. quia \sqrt{C} . 8 ductum in 10, facit 20. Igitur $8N - 1Q$, æquabitur 4. & fit $1N$ 4 — $\sqrt{12}$, vel 4 + $\sqrt{12}$.

T H E O R E M A X.

SI A cubus — B pl. 3 in A, æquetur \sqrt{B} plano-plano-plani 2. $\frac{\sqrt{B \text{ plani } 3} + \sqrt{B \text{ plani } 2}}{2}$ fit A de qua queritur.

Quo-

Quoniam enim $\sqrt[3]{B \text{ plani } 3 + \sqrt[3]{B \text{ plani } 1}}$ est ipsa A de qua quaeritur. Ideo ex iis quae proponuntur $\sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 27} + \sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 81} + \sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 27} + \sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 1}$ $\sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 27} - \sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 9}$, æquatur $\sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 2}$. Quod quidem ita se habet, subducendo in prima æqualitatis parte ab æqualibus æqualia.

$1C - 6N, æquatur 4.$ Igitur $\sqrt[3]{3 + 1}$ fit 1N.

THEOREMA XI.

Si B plan. 3 in A — A cubo, æquetur $\sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 2}$. $\sqrt[3]{B \text{ plani } 3} - \sqrt[3]{B \text{ pl. } 2}$ fit A de qua quaeritur.

Vt apparet, insequendo vestigia antecedentis demonstrationis.

$6N - 1C, æquatur 4.$ Igitur $\sqrt[3]{3 - 1}$ fit 1N, *æque minor, altera est 2.*

CAPITULUM X.

Similium reductionum continuatio.

THEOREMA I.

Si A cubus + B in A quadr. 3 + D plano in A, æquetur B cubo 2 — D plano in B. A quad. + B in A 2, æquabitur B quad. 2 — D plano.

Quoniam enim A quadr. + B in A 2, æquatur B quadr. 2 — D plano. Ductis igitur omnibus in A. A cubus + B in A quad. 2, æquabitur B quad. in A 2 — D plano in A.

Et iisdem ductis in B. B in A quad. + B quadr. in A 2, æquabitur B cubo 2 — D plano in B. Iungatur ducta æqualia æqualibus. A cubus + B in A quad. 3 + B quad. in A 2, æquabitur B quad. in A 2 — D plano in A + B cubo 2 — D plano in B.

Et deleta utrinque adfectione B quad. in A 2, & ad æqualitatis ordinationem, translata per antithesin D plani in A adfectione. A cubus + B in A quadr. 3 + D plano in A, æquabitur B cubo 2 — D plano in B. Quod quidem ita se habet.

$1C + 30Q + 44N, æquatur 1560.$ Igitur $1Q + 20N, æquabitur 156.$ & fit 1N 6.

THEOREMA II.

Si A cubus + B in A quad. 3 — D plano in A, æquetur B cubo 2 + D plano in B. A quad. + B in A 2, æquabitur B quad. 2 + D plano.

Quoniam enim A quadr. + B in A 2, æquatur B quadr. 2 + D plano. Ductis igitur omnibus in A. A cubus + B in A quad. 2, æquabitur B quad. in A 2 + D plano in A.

Et ductis iisdem in B. B in A quad. + B quad. in A 2, æquabitur B cubo 2 + D plano in B. Iungantur ducta æqualia æqualibus. A cubus + B in A quadr. 3 + B quadr. in A 2, æquabitur B quad. in A 2 + D plano in A + B cubo 2 + D plano in B.

Et deleta utrinque adfectione B quadrati in A 2, & ad ordinationem æqualitatis, translata per antithesin D plani in A adfectione. A cubus + B in A quadr. 3 — D plano in A, æquabitur B cubo 2 + D plano in B. Quod quidem ita se habet.

$1C + 30Q - 24N, æquatur 2240.$ Igitur $1Q + 20N, æquatur 224.$ & fit 1N 8.

THEOREMA III.

Si A cubus — B in A quad. 3 + D plano in A, æquetur D plano in B — B cubo 2. Et sit B quadr. 3 majus D plano. B in A 2 — A quadr., æquabitur D plano — B quad. 2.

Quoniam enim B in A 2 — A quad., æquatur D plano — B quad. 2. Ductis omnibus in B — A. B quad. in A 2 — B in A quad. — B in A quad. 2 + A cubo 2, æquabitur B quad. in A 2 — D plano in A + D plano in B — B cubo 2.

Et ordinata æqualitate A cubus — B in A quad. 3 + D plano in A, æquabitur D plano in B — B cubo 2. Quod quidem ita se habet.

1C —

$1C - 30Q + 236N$, æquatur 360. Igitur $20N - 1Q$, æquatur 36. & fit $1N^2$ vel 18.

Iisdem positis, ipsa A fit quoque B, sive B triplum quadratum præstet, sive cedat D plano. Quoniam enim proponitur A cubus — B in A quadr. 3 + D plano in A, æquari D plano in B — B cubo 2. Ipsa autem A fit quoque B, igitur B cubus — B cubo 3 + D plano in B, æquabitur D plano in B — B cubo 2. Quod quidem ita se habet.

$1C - 30Q + 236N$, æquatur 360. & ostensa est $1N^2$ vel 18. eadem quoque est 10. $1C - 30Q + 264N$, æquatur 640. fit $1N^4$ vel 16. Nam $20N - 1Q$, æquatur 64. & fit $1N^4$ vel 16.

THEOREMA IV.

SI B in A quadr. 3 + D plano in A — A cubo, æquetur B cubo 2 + D plano in B. A quad. — B in A 2, æquabitur B quad. 2 + D plano.

Quoniam enim A quad. — B in A 2, æquatur B quad. 2 + D plano. Ductis omnibus in B — A. B in A quad. — B quadr. in A 2 — A cubo + B in A quad. 2, æquabitur B cubo 2 + B in D planum — B quad. in A 2 — D plano in A.

Et æqualitate ordinata, B in A quadr. 3 + D plano in A — A cubo, æquabitur B cubo 2 + D plano in B. Quod quidem ita se habet.

$30Q + 24N - 1C$, æquatur 2240. Igitur $1Q - 20N$, æquatur 224. & fit $1N^28$.

Iisdem expositis, fit A quoque B. Quoniam enim proponitur B in A quadr. 3 + D plano in A — A cubo, æquari B cubo 2 + D plano in B. Ipsa autem A fit quoque B, igitur B cubus 3 + D plano in B — B cubo, æquabitur B cubo 2 + D plano in B. Quod quidem ita se habet.

$30Q + 24N - 1C$, æquatur 2240. fit $1N10$.

THEOREMA V.

SI B in A quadr. 3 — D plano in A — A cubo, æquetur B cubo 2 — D plano in B. A quad. — B in A 2, æquabitur B quad. 2 — D plano.

Quoniam enim A quad. — B in A 2, æquatur B quad. 2 — D plano. Ductis omnibus in B — A, B in A quad. — B quadr. in A 2 — A cubo + B in A quad. 2, æquabitur B cubo 2 — D plano in B — B quad. in A 2 + D plano in A.

Et æqualitate ordinata, B in A quadr. 3 — D plano in A — A cubo, æquabitur B cubo 2 — D plano in B. Quod quidem ita se habet.

$30Q - 156N - 1C$, æquatur 440. Igitur $1Q - 20N$, æquatur 44. & fit $1N22$.

Iisdem positis, fit A quoque B.

Quoniam enim proponitur B in A quadr. 3 — D plano in A — A cubo, æquari B cubo 2 — D plano in B. Ipsa autem A fit quoque B, igitur B cubus 3 — D plano in B — B cubo, æquabitur B cubo 2 — D plano in B. Quod quidem ita se habet.

$30Q - 156N - 1C$, æquatur 440. fit $1N10$.

THEOREMA VI.

Ad quadrato-quadraticam pertinens.

SI A quad.-quad. — X in A cubum 2 + X cubo in A 4, æquetur X quad. quad. 2. X quad. in A quadr. 2 — A quad.-quad., æquabitur X quadr. quad. 4 — X cubo 2 in / X quad. 3.

Quoniam enim X quad. in A quad. 2 — A quad.-quad., æquatur X quad.-quad. 4 — X cubo 2 in / X quad. 3; ergo per antithesin, & ad X cubum 2 communem adplicationem. X quad.-quad. 4 + A quad.-quad. — X quadr. in A quadr. 2, æquabitur / X quad. 3.

Et omnibus quadratis, & per X cubo-cubum 4 ductis, adhibitaq; congruenter metathesi, X cubo-cubus in A quad. 16 + X quadr. in A cubo-cubum 4 — A quad.-quad. quad.-quad. — X quad.-quad. in A quad.-quad. 12, æquabitur X quad.-quad.-quad. — quad. 4. Quod quidem ita se habet: enimvero secundum primam æquationem. X cubus in A 4

T

—X in A cubum 2, æquatur X quad.-quadr. 2— A quad. quad. Cujus æqualitatis parte utraque quadrata, omnibusque rite ordinatis, in eam ipsam æqualitatem inciditur quadrato-cubica-cubicam, quæ exposita est.

Itaque A quadratum fit X quadratum plus minusve laterè binomiz residuæ, seu negatæ \sqrt{X} quad.-quadr. 12 — X quad. 3.

Sit X 1. A 1 N. $1 Q Q - 2 C + 4 N$, æquatur 2. Igitur $2 Q - 1 Q Q$, æquabitur $4 - \sqrt{12}$. & $1 Q$ fit 1 plus minusve laterè binomina negata $\sqrt{12} - 3$.

CAPUT XI.

Singularium aliquot constitutionum, ad æqualitates multipliciter adfectas pertinentium, collectio.

THEOREMA I.

SI A quad. + B in A, æqueretur B quadrato: est B dupla longitudo, secta in tria proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione semel sumpta.

THEOREMA II.

SI A cubus + B in A quad. + B quad. in A, æquetur B cubo: est B dupla longitudo, secta in quatuor continue proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione duplicata.

THEOREMA III.

SI A quad.-quad. + B in A cubum + B quadr. in A quadr. + B cubo in A, æquetur B quad.-quadrato: est B dupla longitudo, secta in quinque continue proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione triplicata.

THEOREMA IV.

SI A quad.-cubus + B in A quad.-quad. + B quadr. in A cubum + B cubo in A quad. + B quad.-quad. in A, æquetur B quadrato-cubo: est B dupla longitudo, secta in sex continue proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione quadruplicata.

THEOREMA V.

SI A cubo-cubus + B in A quadr.-cubum + B quadr. in A quadr.-quadr. + B cubo in A cubum + B quadr.-quadr. in A quadr. + B quad. cubo in A, æquetur B cubo-cubo: est B dupla longitudo, secta in septem continue proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione quintuplicata.

CAPUT XII.

Earundem collectio altera.

THEOREMA I.

SI A quad. + B in A, æquetur B in Z: est B prima minor inter extremas in serie trium proportionalium; aggregatum vero reliquarum duarum est Z, & fit A secunda.

THEO-

THEOREMA II.

SI A cubus + B in A quad. + B quad. in A, æquetur B quad. in Z: est B prima in serie quatuor continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum trium est Z, & fit A secunda.

THEOREMA III.

SI A quad. quad. + B in A cubum + B quad. in A quad. + B cubo in A æquetur B cubo in Z: est B prima in serie quinque continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum quatuor est Z, & fit A secunda.

THEOREMA IV.

SI A quad.-cubus + B in A quad. quad. + B quad. in A cubum + B cubo in A quad. + B quad. quad. in A, æquetur B quad. quad. in Z: est B prima in serie sex continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum quinque est Z, & fit A secunda.

THEOREMA V.

SI A cubo-cubus + B in A quad.-cubum + B quad. in A quad. quad. + B cubo in A cubum + B quad. quad. in A quad. + B quad.-cubo in A, æquetur B quadrato-cubo in Z: est B prima in serie septem continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum sex est Z, & fit A secunda.

CAPVT XIII.

Earundem collectio tertia.

THEOREMA I.

SI B in A — A quad., æquetur B in Z: est B prima major inter extremas in serie trium proportionalium; differentia vero duarum reliquarum est Z, & fit A secunda. potest autem esse duplex; nam est etiam differentia inter primam & secundam.

Sed si A quad. — B in A, æquetur B in Z: est B prima minor inter extremas; differentia vero duarum reliquarum est Z, & fit A similiter secunda.

Sunto proportionales 6. 9. 9N—1Q, æquatur 18. fit 1N 6, atque etiam 3. Sed si 1Q—4N, æquetur 12. fit 1N 6.

THEOREMA II.

SI A cubus — B in A quad. + B quad. in A, æquetur B quad. in Z: est B prima in serie quatuor continue proportionalium; differentia vero trium reliquarum alterne sumptarum est Z, & fit A secunda.

Sunto proportionales continue 1. 2. 4. 8. 1C—8Q+64N, æquatur 192. fit 1N 4. Vel 1C—1Q+1N, æquatur 6. fit 1N 2.

THEOREMA III.

SI B cubus in A — B quad. in A quad. + B in A cubum — A quad. quad., æquetur B cubo in Z: est B prima major in serie quinque continue proportionalium; differentia vero quatuor reliquarum alterne sumptarum est Z, & fit A secunda major inter medias. potest autem esse duplex.

Sed si A quad. quad. — B in A cubum + B quad. in A quad. — B cubo in A, æquetur B cubo in Z: est B prima minor inter extremas; differentia vero quatuor reliquarum sumptarum alterne est Z, & fit A secunda minor inter medias.

Sunto proportionales continue 1. 2. 4. 8. 16. 4096N—256Q+16C—1QQ, æquatur 20480. fit 1N 8. Vel 1QQ—1C+1Q—1N, æquatur 10. fit 1N 2.

THEOREMA IV.

SI A quad.-cubus — B in A quad. quad. + B quad. in A cubum — B cubo in A quad. + B quad. quad. in A, æquetur B quad. quad. in Z: est B prima major in serie sex continue proportionalium; differentia vero quinque reliquarum alterne sumptarum est Z, & fit A secunda.

Sunt proportionales continue 1. 2. 4. 8. 16. 32. $1QC - 32QQ + 1024C - 32768Q + 1048576N$, æquatur 11534336. fit 1N16. Vel $1QC - 1QQ + 1C - 1Q + 1N$, æquatur 22, & fit 1N2.

Et hæc singula suam habent ex Zetesi demonstrationem: at quæ jam sequitur collectio, sua analytico examini subjicienda libere relinquit Theoremata, pertinet autem ad æqualitates de multiplicibus radicibus mire explicabiles.

CAPUT XIV.

Collectio quarta.

THEOREMA I.

SI $\overline{B+D}$ in A — A quad., æquetur B in D: A explicabilis est de qualibet illarum duarum B vel D.

$3N - 1Q$, æquatur 2. fit 1N1, vel 2.

THEOREMA II.

SI A cubus — B — D — G in A quad. + B in D + B in G + D in G in A, æquetur B in D in G: A explicabilis est de qualibet illarum trium B, D, vel G.

$1C - 6Q + 11N$, æquatur 6. fit 1N1, 2, vel 3.

THEOREMA III.

SI \overline{B} in D in G + B in D in H + B in G in H + D in G in H in A — \overline{B} in D — B in G — B in H — D in G — D in H — G in H in A quad. + B + D + G + H in A cubum — A quad. quad., æquetur B in D in G in H: A explicabilis est de qualibet illarum quatuor B, D, G H.

$50N - 35Q + 10C - 1QQ$, æquatur 24. fit 1N1, 2, 3, vel 4.

THEOREMA IV.

SI A quadrato-cubus — $\overline{B-D-G-H-K}$ in A quad. quad. + B in D + B in G + B in H + B in K + D in G + D in H + D in K + G in H + G in K + H in K in A cubum — B in D in G — B in D in H — B in D in K — B in G in H — B in G in K — B in H in K — D in G in H — D in G in K — D in H in K — G in H in K in A quad. + B in D in G in H + B in D in G in K + B in D in H in K + B in G in H in K + D in G in H in K in A, æquetur B in D in G in H in K: A explicabilis est de qualibet illarum quinque B, D, G, H, K.

$1QC - 15QQ + 85C - 225Q + 274N$, æquatur 120. fit 1N1, 2, 3, 4, vel 5.

Atque hæc elegans & perpulchræ speculationis sylloge, tractatui alioquin effuso, finem aliquem & Coronida tandem imponito.

FINIS.

APPEN.

APPENDIX,

A B

ALEXANDRO ANDERSONO
OPERISUBNEXA.

Vandoquidem Theoremate tertio Capitis sexti, Tractatus prioris de æquationum, recognitione, cubicarum æquationum inverfarum, in quibus homogenea adfectionis est sublatere, constitutionem, elegantius & (suo more) acutius, in peculiarem Zeteticorum ad angulares sectiones pertinentium, silvulam, rejectit Autori noster: quæ quidem an inter alia ejus scripta hic uspiam lateat, an adhuc

*Trans Indos Euramque virens, mortalibus oras
Occupet ignotas,*

nobis nondum constitit; placuit (suadente subtilissimi judicii viro & mihi amicissimo Renato Bouclier Jurisconsulto, tum Mathematico peritissimo) hoc admitti *ἐπιματρον*, ex his quæ à me ad hanc rem demonstrata sunt. quamvis male feriat quidam homines, infrugi & infulsi, plagii me insimulare velint, quasi Vietæ Theoremata, & demonstrationes, pro meis venditasset: quum nihil in hoc genere præter nuda & demonstrationibus orba Theoremata, libro octavo variorum, & in responso ad Problema Adriani Romani à Vieta editis, mihi visum sit. quin & omnium illarum circulationum, & progressionum rectorum circuli circumferentiis in ratione Arithmetica subtenarum, ut firmissima ita & præclarissima fundamenta, Theorematis 4, 5, & 7 mei Tractatus ad Sectiones angulares, demonstrata, ex quibus Theorematum à Vieta propositorum constat veritas, à me excogitata & primum edita sunt. Loquantur qui Vieta familiariter usi sunt, (qui magno meo dispendio mihi nunquam notus) quibusque adversariis suis inscripta schediasmata, communicare solitus. Sed talpas istos loquaces non moror, qui in re non adeo jam obscura, (nisi Bœoticis fortassis istiusmodi ingeniis) profus cæcutientes, susceptos à me ad publica promovenda studia labores, (ne mihi fortassis cedere videantur.) alii adscribere malunt, quam à me profectos probando, ad meliora incitare. at viderint isti Bembices quantum à proposito sibi aberrarint scopo, dum meas lucubrationes, summo, & nunquam satis laudando viro Francisco Vietæ attribuunt, quam inde ampla & opima referam spolia:

Dum culpæ volunt, stulti, in contraria currunt.

Sed sic non vincitis: imbellis animi est ex alieni nominis injuria sibi laudes quærere; quin potius quum alat æmulatio ingenia, & nunc invidia nunc admiratio incitationem accendat, agite mecum viri umbratiles, & si quod inde mihi laudis accedit, id vobis detractum puratis, vestris (si quid luce dignum potestis) laboribus, id damni refarcire conemini.

ἐν τῇ κείρᾳ, τέλει (Διφραίνε) ὡς πρὸς ἐξοχώτερον γένει.

T H E O R E M A S Y S T A T I C U M

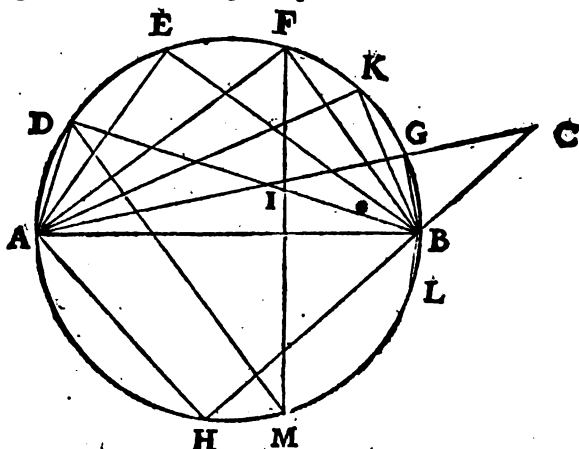
Æqualitatum quarundam cubicarum adfectarum, in quibus potestati homogenea est sub latere.

Si fuerint duo triangula rectangula æqualis hypotenusæ; & angulus acutus subtensus à perpendiculo primi, sit triplus ad angulum acutum subtensum à perpendiculo secundi: cubus ex dupla base secundi, minus solido sub triplo quadrato hypotenusæ in eandem basin duplam secundi, æquabitur solido sub quadrato hypotenusæ, in duplam basin primi.

Rursus: solidum sub quadrato triplo hypotenusæ, in basin simplam secundi, contractam protractamve longitudine ejus rectæ; quæ potest quadrato triplum perpendiculi ejusdem, minus ejusdem basis ita contractæ protractæve cubo; æquabitur eidem solido sub quadrato hypotenusæ communis; in basin duplam primi.

Sit circulus cujus diameter A B, eique inscribantur utcumque duo triangula rectangula A F B, A G B, quorum communis hypotenusæ erit ipsa diameter: & sit angulus F A B, triplus anguli G A B. Primi igitur trianguli basis sit F A, perpendiculum F B. (ut in Analyticis constitutum est.) Secundi basis G A, perpendiculum G B. Dico primo; cubum ex dupla ipsius G A, minus solido sub triplo quadrato ipsius B A in duplam ipsius G A, æquari solido sub quadrato B A in duplam ipsius F A.

Quoniam enim peripheria F B tripla est ipsius G B peripheriæ. Si secetur peripheria G F bifariam in K, erunt segmenta B G, G K, K F æqualia. ducatur jam recta A K. Erit igitur ex demonstratis à nobis Theoremate 5^{to} ad Sectiones Angulares, ut semidiameter ad rectam A G, ita recta A G ad compositam ex A B, A K: ac proinde ut diameter A B ad duplam ipsius A G, ita A G dupla ad duplam compositam ex A B, A K. Igitur A G quadratum quater, æquabitur aggregato quadrati dupli à diametro, & rectanguli sub diametro A B, & A K bis.



Iterum: est ut AB ad AG bis, ita AK bis ad duplam compositam ex AG, AF, ac proinde aggregatum rectangulorum AB in A G bis, AB in A F bis, æquabitur rectangulo quater sub AG, AK. & adhibita in priori æqualitate congrua antithesi, AG quadratum quater, minus AB quadrato bis, æquabitur AB in A K bis. Quare adsumptâ communi altitudine A K bis, erit A G quadratum quater, minus A B quadrato bis ad rectangulum quater sub A G, A K; id est ad rectangulum sub A G bis in A K bis; vel ex secundæ æqualitatis analogismo, ad aggregatum rectangulorum AB in A G bis, AB in A F bis, ut AB ad AG bis. est autem & A B quadratum ad A B in A G bis, ut A B ad A G bis: ergo si à similibus similia auferantur, nempe ab A G quadrato quater minus A B quadrato bis, ablato A B quadrato, & ab aggregato AB in A G bis, AB in A F bis, ablato A B in A G bis. Relinquentur; illic quidē A G quadratum quater minus A B quadrato ter; hic vero AB in A F bis, quæ inter se erunt ut A B ad A G bis: quare A G cubus octies, sive cubus duplæ ipsius A G, minus A B quadrato ter in A G bis, æquabitur A B quadrato in A F bis. Quod erat primo loco demonstrandū.

Secundo: à puncto B educatur recta B I, sitque segmentum B I inter B punctum, & rectam A G interceptum, æquale ipsius B G duplæ: occurrat autem ipsa B I productâ circumferentiæ circuli in D puncto, & ducatur recta A D. Quoniam igitur in triangulo rectangulo G B I, latus B I recto subtensum angulo; duplum est lateris B G. erit angulus G B I duarum tertiarum unius recti, sive triens duorum rectorum, & latus G I poterit triplum lateris G B, perpendiculi scilicet trianguli A G B.

Dico igitur solidum sub A B quadrato ter in A I, minus cubo ipsius A I, æquari solido sub A B quadrato in A F bis.

Est

Est primum circumferentia GD , angulo GBD subtensa, triens totius circularis peripheriæ; est quoque & GB triens peripheriæ BF : quare tota peripheria BD ter metietur totam peripheriam circulare, & præterea segmentum BG segmentum BF ter metietur, ducantur autem subtensa BD , DM , MF . Quoniam igitur BD , DM æquales sunt, & est AD circumferentia quæ relinquitur sublata BD circumferentia ex semicirculo, & MB ea quæ relinquitur sublata dupla ipsius BD ex integro circulo, est igitur MB circumferentia dupla ipsius AD ; atqui, ipsi MB circumferentiæ, æqualis est circumferentia FD , (æquales siquidem sunt subtensa BD , DM , ipsi DM , MF .) quare circumferentia FD , dupla erit ipsius DA . Secetur itaque circumferentia FD , bifariam in E : erunt igitur circumferentiæ AD , DE , EF æquales, & circumferentia AF ipsius AD tripla. subtendantur jam rectæ AE , BE . Quoniam igitur triangula rectangula GIB , ADI , similia sunt, erit ut BI ad BG , ita AI ad AD . est autem BI dupla ipsius BG , igitur & AI ipsius AD dupla erit. Est autem ex demonstratis à nobis Theoremate 5^{to} ad Angulares Sectiones, ut semidiameter ad ipsam AD , id est ut diameter AB ad ipsam AI , ita AD ad AB minus BE , quare AB quadratum minus AB in BE , æquabitur AI in AD , hoc est AI quadrati semissi: & adhibita congrua metathesi, AB quadratum minus AI quadrati semisse, æquabitur AB in BE . Iterum ex iisdem est, ut AB ad AI , ita BE ad AF minus AD , rectangulum igitur AB in AF minus AB in AD , æquabitur AI in BE , ergo eadem adsumpta altitudine BE , erit ut AB ad AI , ita AB quadratum minus AI quadrati semisse ad AI in BE , id est ex secundæ æqualitatis analogismo, ad AB in AF minus AB in AD : & omnibus duplatis, AB quadratum bis minus AI quadrato erit ad AB in AF bis minus AB in AD bis; ut AB ad AI .

Est quoque ut AB ad AI , ita AB quadratum ad AB in AI , vel AB in AD bis: quare si similibus similia addantur, erit AB quadratum ter minus AI quadrato ad AB in AF bis, ut AB ad AI . Ac proinde AB quadratum ter in AI minus AI cubo, æquabitur AB quadrato in AF bis. Quod erat secundo loco ostendendum.

Tertio: protrahatur ipsa AG quantum satis in C , & fiat BC dupla ipsius BG , quare quum rectangulum sit triangulum BGC , & latus BC recto subtensum angulo, duplum ipsius BG lateris alterius circa rectum, poterit GC quadrato triplum lateris BG , perpendiculi scilicet trianguli AGB .

Dico rursus, solidum triplum sub AB quadrato in AC , minus cubo ipsius AC , æquari solido sub AB quadrato & dupla ipsius AF .

Protrahatur enim CB donec iterum circumferentiam secet in H , & ducatur AH . Quoniam itaque angulus ABH exterior trianguli ABC , æquatur duobus interioribus oppositis CAB , ACB , est autem ACB tertia pars unius recti, sive semiperipheriæ, (quandoquidem in triangulo rectangulo GCB , latus CB oppositum recto, statuitur duplum lateris BG circa rectum.) & angulus BAC tertia pars est ipsius anguli BAF , seu peripheriæ BF , erit angulus ABH , sive peripheria AH tertia pars peripheriæ AHF . & quoniam triangula CHA , CGB similia sunt, erit CA ad AH , ut CB ad BG , est autem CB dupla ipsius BG . quare CA ipsius AH dupla quoque erit. Secetur jam peripheria HF bifariam in L , & ducatur recta BL . erunt segmenta AH , HL , LF æqualia, igitur ex demonstrato à nobis sæpius citato Theoremate, erit ut semidiameter ad AH , id est AB ad AC , ita AH ipsius AC semissi ad BA minus BL . Quare AB quadratum minus AB in BL , æquabitur rectangulo AC in AH , id est AC quadrati semissi. Rursus ex eodem Theoremate, ut AB ad AC , ita BL ad AF minus AH , & rectangulum AB in AF minus AB in AH , æquale erit rectangulo AC in BL . & adhibita congrua metathesi in priore æqualitate, AB quadratum minus AC quadrati semisse æquabitur AB in BL . Ergo adsumpta communi altitudine BL , erit AB quadratum minus AC quadrati semisse ad AC in BL , id est ex posterioris æqualitatis analogismo, ad AB in AF minus AB in AH , ut AB ad AC . & omnibus duplatis, erit AB quadratum bis minus AC quadrato ad AB in AF bis minus AB in AH bis, ut AB ad AC . est quoque AB quadratum ad AB in AC , vel AB in AH bis, ut AB ad AC , quare similibus, si addantur similia, erit AB quadratum ter minus AC quadrato ad AB in AF bis, ut AB ad AC . Solidum ergo sub AB quadrato ter in AC , minus AC cubo, æquale erit solido sub AB quadrato in AF bis. Quod erat tertio & ultimo loco ostendendum.

Atq; hinc constat lex ab Autore ejusmodi æqualitatum constitutioni apposita: est enim AB diameter, inscriptarum maxima.

FRANCISGI VIETÆ
DE
NUMEROSA POTESTATVM
PVRRARVM, atque ADFECTARVM
Ad Exegefin
RESOLUTIONE
TRACTATUS.



D E
 N U M E R O S A P O T E S T A T U M
 P V R A R V M R E S O L V T I O N E .

N I H I L tam naturale est, secundum Philosophos omnes, quam unumquodque resolvi eo genere quo compositum est. Purum autem quadratum, purus cubus, pura denique in quocumque magnitudinum proportionaliter scandentium gradu potestas componitur manifesto, operante Arithmetico, à tot singularibus lateribus, quot radix ipsa universalis constat numeralibus figuris in genesi, pro singularium valore distribuendis, & exprimendis.

Sit radix una numerali contenta figura 7, à qua sit componenda potestas. Ergo 7 ducetur in se, sive in sui gradum, qualem genus potestatis efflagitaverit.

Constet autem radix duabus figuris veluti 12. creatur potestas à 10, & 2.

Et si constet radix tribus figuris ut pote 124. creatur potestas ab 100 20 & 4. Et si pluribus, pluribus.

Quare resolutio quoque potestatis in tot singularia latera instituitur, quot constat radix universalis figuris numeralibus in genesi, ipsaque pro singularium valore distribuenda, & exprimenda.

Nec tamen resolutio illa uno eodemque momento perficitur, quoniam via simplicissimæ compositionis refragatur, quæ circa duo tantum est. Sed itur per subdivisiones. Id est, primum resolutio totius suscipitur in duo latera majus & majori proximum. Deinde majus & majori proximum adgregantur, & æstimantur latus unum. Et quod sequitur, latus alterum, & eo deinceps ordine.

Artificium itaque omne in his, quæ sequuntur præceptis fere consistit.

1.

Primum, extrema potestatis resolvendæ figura, quæ alioqui prima est pergendo à dextra ad lævam, sedes esto unitarum metientium potestatem lateris ex singularibus extremi & minimi, & adposito puncto subtus adnotator.

2.

Succedens figura pergendo à dextra ad lævam sedes esto gradus ad potestatem paradoci primi, quod & sua N seu S, id est simplicis nota commode designator.

3.

Succedens figura paradico gradu secundo addicitor, & sua quoque Q nota designator, & ea deinceps serie, donec deveniatur ad potestatem.

V

4. Et

4.

Et ubi deventum est ad potestatem, punctum rursus adponitur symbolum unitarum metientium potestatem lateris penultimi, & rursus post punctum progrediendo in anteriora collocantur notæ suo parodicorum graduum ordine. Et ita fiat continue, donec perveniatur ad potestatem lateris ex singularibus primi & maximi.

5.

Itaque quot punctis singularium potestatum constat resolvendo numero potestas, tot figuris numeralibus radicem, de qua quaeritur, constare pronuntiatio.

6.

Vnitates metientes primam singularem potestatem, eandemque majorem danto primum latus, idemque majus, ex communi sensu vel tabula oculis ideo exposita, quoniam potestatum, quarum latera sunt numeralis unius figuræ, negligit ars resolutionem.

7.

Lateris primi singularis gradus parodici, secundum potestatis conditionem, tantuplantur, & sede sua collocantur singuli, & subjiciuntur resolvendæ magnitudini, postquam ab ea potestas singularis prima fuerit adempta. Et quod ex adplicatione oritur, latus secundum statuitur, adplicatione inquam non omnino accurata. Nam ad ipsum quoque latus adplicationem fieri subaudiendum est. Sed ita, ut homogenea, quæ fient ex singulari illo secundo latere, suisque parodicis gradibus in latus primum, laterisque primi gradus recipros, æquentur magnitudini resolvendæ, aut ei demum cedant.

8.

Et si æquent, opus absolutum pronuntiatio. Sin cedant, & supersit aliquod punctum potestati additum, duo jam elicita latera fungantur unius vice, & sunt tanquam primum & majus, & eadem omnino via, qua ante, pergatur ad sequentis, ut minoris & secundi, inventionem, & eo deinceps continuo ordine.

9.

Quod si dum cedunt non supersit aliquod additum potestati punctum, argumentum est magnitudinis resolvendæ latus esse irrationale. Collecto itaque lateri adjungitur fragmentum cujus numerator est numerus è magnitudine resoluta reliquus. Divisores iidem, qui essent si aliquod punctum potestati additum superesset resolvendum, & tale fragmentum singularium laterum summæ adjunctum, facit latus potestatis resolutæ majus vero. Et in quadratis si denominatori addatur unitas, facit latus minus vero. In divisoribus enim inest implicite latus, quod alioqui proxime esset eliciendum, ut pote producta per numerales circulos ea quæ resolvitur, potestate, & continuato opere. At illud constat necesse est intra denarii metam, alioquin rite non fuit operatum.

Quæ, ut specialius illustrentur, imprimis proponitur ad eductiones radicem una contentarum numerali figura

TABEL-

TABELLA.

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q	1	4	9	16	25	36	49	64	81
C	1	8	27	64	125	216	343	512	729
QQ	1	16	81	256	625	1,296	2,401	4,096	6,561
QC	1	32	243	1,024	3,125	7,776	16,807	32,768	59,049
CC	1	64	729	4,096	15,625	46,656	117,649	262,144	531,441
QQC	1	128	2187	16,384	78,125	279,936	823,543	2,097,152	4,782,969
QCC	1	256	6561	65,536	390,625	1679,616	5,764,801	16,777,216	43,046,721
CCC	1	512	19,683	262,144	1,953,125	10,077,696	40,353,607	134,217,728	387,420,489

Deinde de singulis potestatibus singula concipiuntur Problemata.

PROBLEMA I.

EDato in numeris quadrato puro, latus analytice elicere.

Proponatur 1 Q, æquari 2916. Quæritur quanta magnitudo sit 1 N, radix-ve propositi puri quadrati. Propositum igitur numero quadratum intelligetur componi à tot singularibus lateribus, quot figuris latus uniuersum, de quo quæritur, constabat in generali, seu efformatione quadrati. Ad quem figurarum numerum arguendum, propositi numero quadrati figura (dum à læua ad dextram pergitur) extrema signabitur puncto, & reliquæ (in anteriora pergendo) figuræ binæ alternæ: quoniam uno gradu scanfili ad quadratum pervenitur. Cum itaque duo puncta sint, tot constare quadratum omne singularibus quadratis, latusve omne tot singularibus lateribus pronuntiabitur, cum eadem sit resolutionis via, quæ compositionis. Quando autem componitur quadratum à duobus lateribus singularibus: quadratum lateris primi, plus plano à duplo lateris primi in secundum, plus quadrato lateris secundi, æquatur composito quadrato. Ideo instituetur resolutio secundum syntheticum expositum Theorema. Itaque figura puncto primo ad lævam signata; dicitur sedes unitatum metientium quadratum lateris primi, eiusdemque majoris; & succedens sedes plani sub N. ac denique extrema sedes; unitatum metientium quadratum lateris secundi. Quod si plura superfuissent puncta, non ideo minus institueretur resolutio, quoniam quadratum intelligeretur ab initio componi tantum à duobus illis lateribus; quæ cum elicita forent fungerentur vice unius, & post intelligeretur componi ex illo adgregato, tanquam primo latete & sequente ut secundo; eoque continuo ordine.

Primi igitur quadrati latus in proposito Theoremate elicitur ex 29. qui quidem numerus non est quadratus, sed cum major sit 25 numero proxime quadrato: dicitur latus primum esse 5, si cætera consentiant. quod eventus operis statim indicabit, & una quidem figura exprimitur, sed quam sequantur (id enim subaudiendum est) tot numerales circuli quot supererunt puncta quadratica. Quando vero 25 auferentur ex 29, relinquetur 4. Vnde totus numerus residuus erit 4, 16. constans plano sub duplo lateris primi & latere secundo, plus quadrato secundi.

Latus igitur primi quadrati bis sumptum constituetur tanquam divisor sedem habens sub figura plano sub N addicta, prorupturus in anteriora si duplatio id exigat. Duplum 5 est 10, ad quod dum applicatur 4r, facit latitudinem 4. Quod si non fecisset latitudinem aliquam intra 10, argumentum fuisset latus primum elicatum 5 fuisse minus æquo, & opus de novo inchoandum, quadratique proxime majoris latus eligendum, eaque deinceps methodo.

Porro cum ducetur 4 in 10, facit 40 duplum planum sub primo & secundo lateribus. Quadratum denique à secundo latere 4 est 16, & cum illud quadratum lateris secundi sub puncto ei addicto collocabitur, planum vero sub sede plani, uti etiam consentaneum esse adparer, quandoquidem primum latus intellectu (ut adnotatum est) comitantur numerales circuli: Ea addita facient 4, 16. numerum æqualem residuo proposito quadrato. Itaque concludetur 54 latus esse quadrati 29, 16.

Paradigma analyseos quadrati puri.

I Eductio lateris singularis primi.

<i>Quadratum resolvendum</i>	29	16	$\left. \begin{array}{l} \text{N} \cdot \text{Sedes singularium} \\ \text{Q} \cdot \text{quadratorum planorumque sub lateribus} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Tot numerales circuli, quot puncta} \\ \text{2516 quadratica, latere singularia.} \end{array}$
	·	·	
	Qj	Qj	
<i>Planum ablatitium</i>	25		<i>Quadratum lateris primi</i>
<i>Reliquum resolvendi quadrati</i>	4	16	

II Eductio lateris singularis secundi.

	4	16	
<i>Divisor, duplum lateris primi</i>	1	0	
<i>Plana ablatitia</i>	4	0	<i>A latere secundo in duplum latus primus</i>
		16	<i>Quadratum lateris secundi</i>
<i>Summa planorum ablatitiorum, aequalis residuo resolvendo quadrato.</i>	4	16	

Itaque si 1 Q, aquetur 2, 916. fit 1 N 54, ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si summa planorum non fuisset aequalis residuo, sed eo minor, argumentum esset quadrati latere asymmetri. Ideo non explicabitur, sed nosam asymmetria exhibendo, quando 1 Q aequabit 2 & quaeretur 1 N, dicitur esse 2.

Sed si quaeratur proxima vero radix ex 2, elicietur latus proximum vero, & est 1 & residuum applicabitur ad duplum lateris inventi, & uti fragmentum adjicietur lateri invento. Itaque numeri 2 radix dicitur esse $1\frac{1}{2}$ eaque major vera. Vel denominatori adjicietur unitas. Itaque dicitur radix esse $1\frac{2}{3}$ eaque minor vera. Media autem radix inter utramque $1\frac{1}{2}$ bene proxima vera.

• Vel etiam proposito quadrato adiungentur bini numerales circuli in infinitum, & ex ita extenso eruetur radix, tanquam ex accurato numero quadrato. Ut si quaeratur de latere quadrati 2.

Ex quadrato si placet 2 | 00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00 elicietur latus
 141,421,356,237,309,505. Itaque latus 2 dicitur adaequare proxime $\frac{141,421,356,237,309,505}{100,000,000,000,000,000}$. Sic latus
 3 adaequat proxime $\frac{173,205,080,756,887,710}{100,000,000,000,000,000}$.

PROBLEMA II.

E Dato in numeris cubo puro latus analytice elicere.

Proponatur 1 C, æquari 157,464. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propositi puri cubi. Propositus igitur numero cubus intelligetur componi à tot singularibus lateribus, quot figuris latus universum, de quo quaeritur, constabat in genesi, seu efformatione cubi. Ad quem figurarum numerum arguendum, propositi numero cubi figura, dum à læva ad dextram pergitur, extrema signabitur puncto, & reliquæ, in anteriora pergendo, figuræ ternæ alternæ, duabus videlicet intermediis relictis, quia ab unitatibus duo sunt gradus scansiles N. Q. Cum itaque duo puncta sint, tot constare cubus omnis singularibus cubis, latusve tot singularibus lateribus pronunciabitur. Et cum eadem sit resolutionis via, quæ compositionis; quando autem componitur cubus à duobus lateribus singularibus: cubus lateris primi, plus solido à triplo lateris primi in quadratum secundi, plus solido à triplo quadrato lateris primi in latus secundum, plus cu-

bo

bo lateris secundi, æquatur composito cubo. Instituatur resolutio secundum syntheticum expositum Theorema. Itaque figura puncto, quod primum ad lævam occurrit signata, dicetur sedes unitatum merientium cubum lateris primi & majoris. Figuræ sequens, sedes tripli solidi sub quadrato ejusdem. Figura succedens, sedes tripli solidi sub ipso latere. Ac denique extrema, sedes unitatum merientium cubum lateris secundi. Quod si plura superfuissent puncta, non ideo minus institueretur resolutio, quoniam cubus intelligeretur ab initio componi tantum abs duobus illis lateribus, quæ cum elicita forent fungerentur vice unius. Et post intelligeretur componi ex illo aggregato tanquam primo latere, & sequente ut secundo, & eo in infinitum ordine. Primi igitur cubi latus in proposito themate elicietur 157, qui quidem numerus non est cubus, sed cum major sit 125 numero proxime cubo: dicetur latus primum esse 5, si cætera consentiant. Quod eventus operis statim indicabit. Et una quidem figura exprimitur, sed quam sequantur (id enim subaudiendum est) tot numerales circuli, quot supererunt puncta cubica. Quando vero 125 auferetur ex 157, relinquet 32. Unde totus numerus residuus 32, 464 constans solido sub lateris secundi quadrato & triplo primi, plus solido sub triplo quadrato primi & latere secundo inveniendò, plus cubo secundi. Triplum igitur quadratum lateris primi collocabitur sub sede gradui secundo addicta, id est à puncto cubi primi proxima. Triplum ipsum latus primum sub succedente gradui primo addicta, tanquam divisores numeri prorupturi in anteriora si res exigat. Triplum quadrati è 5 est 75, ad quod adplicatum 324, facit latitudinem 4. Itaque 4 erit latus secundum si cæteri divisores consentiant. hoc autem eventus operis statim indicabit. Quod si ita adplicatum 324 non fecisset latitudinem aliquam numeri intra 10, argumentum fuisset latus primum 5 elicitorum fuisse minus æquo, & opus de novo inchoandum, cubique proxime majoris latus eligendum, eaque deinceps methodo. Porro cum ducetur 4 in 75, facit 300. triplum solidum sub quadrato lateris primi & secundo. Quadratum vero è 4 faciens 16, cum ducetur in 15 triplum lateris primi sequenti sede collocatum, facit 240. triplum solidum sub quadrato lateris secundi & primo. Cubus denique ex 4, est 64. Et cum cubus iste lateris secundi sub puncto ei addicto collocabitur; solidum vero triplum sub quadrato lateris secundi & latere primo sub nota gradus primi; solidum denique triplum sub latere secundo & quadrato lateris primi sub nota gradus secundi, ut etiam consentaneum esse adparent, quandoquidem primum latus intellectu, ut adnotatum est, comitatur numeralis circulus: Addita hæc omnia solida, facient 32, 464 numerum æqualem residuo proposito cubo. Itaque concludetur 54 latus esse cubi 157, 464.

Paradigma analyseos cubi puri.

I. Eductio lateris singularis primi.

<i>Cubus resolvendus</i>	157	464	<table style="border-collapse: collapse; margin: 0;"> <tr> <td style="text-align: center;">00</td> <td style="padding: 0 5px;">Tot nume-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">N. 54.</td> <td style="padding: 0 5px;">rales cir-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Q. 25.16.</td> <td style="padding: 0 5px;">culi, quot</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">C. 125.64.</td> <td style="padding: 0 5px;">puncta cu-</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="padding: 0 5px;">bica, lato-</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="padding: 0 5px;">raque sin-</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="padding: 0 5px;">gularia.</td> </tr> </table>	00	Tot nume-	N. 54.	rales cir-	Q. 25.16.	culi, quot	C. 125.64.	puncta cu-		bica, lato-		raque sin-		gularia.
00	Tot nume-																
N. 54.	rales cir-																
Q. 25.16.	culi, quot																
C. 125.64.	puncta cu-																
	bica, lato-																
	raque sin-																
	gularia.																
	Cj	Q N · Sedes singularium cu- C ij borum & solidorum sub gradibus.															
<i>Solidum ablatitium</i>	125	Cubus lateris primi.															
<i>Reliquum resolvendi cubi</i>	32	464															

II Eductio lateris singularis secundi.

<i>Reliquum resolvendi cubi</i>	32	464
<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="font-size: 2em; margin-right: 5px;">{</div> <div style="margin-right: 5px;">Divisores</div> <div style="margin-right: 5px;">{</div> <div style="margin-right: 5px;">Triplum quadratum lateris primi</div> <div style="margin-right: 5px;">Triplum latus primum.</div> </div>	7	5
	7	15
<i>Summa divisorum</i>	7	65

V 3

Solida

Solidi ablatitia	{	30	0	Solidum à latere secundo in triplum quadratum lateris primi.
		2	40	Solidum à quadrato lateris secundi in triplum latus primum.
		.	64	Cubus lateris secundi.
		32	464	

Summa ablatiorum solidorum, aequalis residuo resolvendo cubo.

Itaque si 1 C, aequetur 157, 464. fit 1 N 54. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si summa solidorum non fuisset aequalis residuo, sed eo minor, argumentum esset cubi lateris asymmetri. Ideo non explicabitur sed notam asymmetriae exhibendo, quando 1 C, aequabitur 2 & quaritur 1 N, dicitur esse $\sqrt{C 2}$.

Sed si quaratur radix proxima vera, adjungentur proposito cubo terni numerales circuli in infinitum, & ex ita extenso eruetur radix tanquam ex accurato numero cubo. Ut si quaratur de latere cubi 2. Ex cubo 2, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 elicietur latus 125, 992, 104, 989. Itaque $\sqrt{C 2}$ dicitur adaequare proxime $1 \frac{25,992,104,989}{100,000,000,000}$ & amplius. Sic $\sqrt{C 4}$ adaequat $1 \frac{18,340,105,196}{100,000,000,000}$ & amplius.

PROBLEMA III.

E Dato in numeris quadrato-quadrato puro, latus analytice elicere.

Proponatur 1 Q, aequari 331, 776. Quaritur quanta sit 1 N, radixve propositi puri quadrato-quadrati.

Propositum igitur numero quadrato-quadratum intelligitur componi à tot singularibus lateribus, quot figuris latus universale, de quo quaritur, constabat in genesi, seu efformatione quadrato-quadrati. Ad quem figurarum numerum arguendum propositi numero quadrato-quadrati, figura (dum à læva ad dextram pergitur) extrema signabitur puncto, & reliquæ in anteriora regrediundo figuræ quaternæ alternæ, tribus videlicet intermediis relictis, quia ab unitatibus ad quadrato-quadratum tres sunt scansiles gradus N, Q, C. Cum itaque duo puncta sint, tot constare quadrato-quadratum universale singularibus quadrato-quadratis, latusque similiter universale tot singularibus lateribus, pronunciabitur.

Et cum eadem sit resolutionis via, quæ compositionis, quando autem componitur quadrato-quadratum à duobus singularibus lateribus

- Quadrato-quadratum lateris primi
- Plus latere secundo in cubum quadruplum lateris primi
- Plus lateris secundi quadrato in quadratum sextuplum lateris primi
- Plus lateris secundi cubo in latus quadruplum primi
- Plus lateris secundi quadrato-quadrato,

aequatur quadrato-quadrato aggregati laterum. Instituetur resolutio secundum syntheticum illud Theorema.

Itaque figura puncto quod primum ad lævam occurrit signata, dicitur sedes unitatum metientium quadrato-quadratum lateris primi, & majoris. Figura sequens, sedes plano-plani sub cubo ejusdem lateris primi quadruplando. Succedens, sedes plano-plani sub quadrato ejusdem lateris primi sextuplando. Succedens rursus, sedes plano-plani sub ipso primo latere quadruplando. Ac denique extrema, sedes unitatum metientium quadrato-quadratum lateris secundi.

Quod si plura superfuissent puncta, non idcirco minus institueretur resolutio, quoniam quadrato quadratum intelligeretur ab initio componi tantum à duobus illis lateribus, quæ, cum elicita forent, fungerentur vice unius, & post intelligeretur componi ex illo adgregato, tanquam primo latere, & sequente, ut secundo. Et eo in infinitum ordine.

Totam autem *παραμαλείαν* construxisse in propositis quadratis & cubis non fuit fortassis absonum, sed eandem in ulterioribus potestatibus inculcare supervacaneum videtur, quoniam deinceps non erit negotiosum eam in paradigmatis arguere, & intueri.

PATA-

Paradigma analyseos quadrato-quadrati puri.

I Eductio lateris singularis primi.

Quadrato-quadratum resolvendum	33	1776	<table border="0"> <tr> <td>N</td> <td>2</td> <td>4.</td> <td>Tot nume-</td> </tr> <tr> <td>Q</td> <td>4.</td> <td>16.</td> <td>rales circuli</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>8.</td> <td>64.</td> <td>quos puncta</td> </tr> <tr> <td>QQ</td> <td>16.</td> <td>256.</td> <td>quadrato-</td> </tr> </table>	N	2	4.	Tot nume-	Q	4.	16.	rales circuli	C	8.	64.	quos puncta	QQ	16.	256.	quadrato-
N	2	4.		Tot nume-															
Q	4.	16.	rales circuli																
C	8.	64.	quos puncta																
QQ	16.	256.	quadrato-																
		CQN . Sedes singularium																	
	QQj	quadrato-quadratorum & plano-planorum sub gradibus.																	
Plano-planum ablatitium.	16	Quadrato-quadratum lateris primi.																	
Reliquum resolvendi quadrato-quadrati	17	1776																	

II Eductio lateris singularis secundi,

Reliquum resolvendi quadrato-quadrati	17	1776													
Divisores	<table border="0"> <tr> <td>Quadruplus cubus lateris primi.</td> <td>3</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Sextuplum quadratum ejusdem.</td> <td></td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>Quadruplum idem latus.</td> <td></td> <td>8</td> </tr> </table>	Quadruplus cubus lateris primi.	3	2	Sextuplum quadratum ejusdem.		24	Quadruplum idem latus.		8					
		Quadruplus cubus lateris primi.	3	2											
		Sextuplum quadratum ejusdem.		24											
Quadruplum idem latus.		8													
Summa divisorum	3	448													
Plano-plana ablatitia	<table border="0"> <tr> <td>12</td> <td>8</td> <td>à latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>84</td> <td>à quadrato secundi in sextuplum quadratum primi.</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>12</td> <td>à cubo secundi in quadruplum lateris primi.</td> </tr> <tr> <td></td> <td>256</td> <td>quadrato-quadratum lateris secundi.</td> </tr> </table>	12	8	à latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.	3	84	à quadrato secundi in sextuplum quadratum primi.	5	12	à cubo secundi in quadruplum lateris primi.		256	quadrato-quadratum lateris secundi.		
		12	8	à latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.											
		3	84	à quadrato secundi in sextuplum quadratum primi.											
		5	12	à cubo secundi in quadruplum lateris primi.											
	256	quadrato-quadratum lateris secundi.													
Summa plano-planorum, equalis residuo resolvendo quadrato-quadrato.	17	1776													

Itaque si 1 QQ, aequetur 33, 1776. fit 1 N 24. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si 1 QQ, aequetur 20000. Quoniam 20000 non est quadrato-quadratus numerus accurate, latus elicietur proximum vero, adjectis quaternis numeralibus circulis in infinitum, & erit 11 $\frac{9,917}{10,000}$ latus minus vero, vel 11 $\frac{9,912}{10,000}$ latus majus vero. Medium satū propinquum 11 $\frac{9,909}{10,000}$.

PROBLEMA IV,

E dato in numeris quadrato-cubo puro latus analytice elicere.

Proponatur 1 QC, æquari 7,962,624. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propositi puri quadrato-cubi.

Propositus igitur numero quadrato-cubus intelligitur componi à tot singularibus lateribus, quot figuris latus universale, de quo quæritur, constat in genesi quadrato-cubi. Ad quem figurarum numerum arguendum, extrema numeralis figura quadrato-cubi, incipiendo à læva & ad dextram pergendo, signabitur puncto, & reliquæ in anteriora regrediundo figuræ quinæ alternæ, quatuor videlicet intermediis relictis, cum ab unitatibus ad quadrato-cubum quatuor sint gradus scanfiles N, Q, C, QQ. Cum itaque duo puncta sint, tot constare quadrato-cubus universalis singularibus quadrato-cubis, latusque similiter universale tot singularibus lateribus pronunciabitur.

Et cum eadem sit resolutionis via quæ compositionis, quando autem componitur quadrato-cubus à duobus singularibus lateribus:

Qua-

Quadrato-cubus lateris primi
 Plus latere secundo in quadrato-quadratum quintuplum lateris primi
 Plus lateris secundi quadrato in cubum decuplum lateris primi
 Plus lateris secundi cubo in quadratum decuplum lateris primi.
 Plus lateris secundi quadrato-quadrato in latus primum quintuplum
 Plus quadrato-cubo lateris secundi,

æquatur quadrato-cubo adgregati laterum. Instituetur resolutio secundum syntheticum illud Theorema.

Itaque figura puncto, quod primum ad lævam occurrit signata, dicitur sedes unitatum metientium quadrato-cubum lateris primi & majoris. Sequens numeralis figura, sedes plano-solidi sub quadrato-quadrato ejusdem lateris primi, quintuplandi. Succedens, plano-solidi sub cubo decuplandi. Succedens rursus, plano-solidi sub quadrato rursus decuplandi. Reliqua intermedia, plano-solidi sub ipso primo latere quintuplandi. Extrema tandem, sedes unitatum metientium quadrato-cubum lateris secundi. Quod si plura superfuissent puncta, non idcirco minus institueretur resolutio, quoniam quadrato-cubus intelligeretur ab initio componi tantum à duobus illis lateribus, quæ cum ellicita forent, fungerentur vice unius, & post intelligeretur componi ex illo adgregato, tanquam primo latere, & sequente ut secundo, & eo in infinitum ordine.

Paradigma analyseos quadrato-cubi puri.

I Eductio lateris singularis primi.

<p>Quadrato-cubus resolvendus</p> <p>QCj</p>	<p>79</p> <hr/> <p>32</p> <hr/> <p>47</p>	<p>6 2 6 2 4</p> <p>QC, QN</p> <hr/> <p>QCj</p> <hr/> <p>6 2 6 2 4</p>	<p>Sedes singularium</p> <p>quadrato-cuborum</p> <p>& plano-solidorum</p> <p>sub gradibus.</p>	<table border="0"> <tr> <td style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">{</td> <td style="vertical-align: middle;"> <p>o</p> <p>N. 2.</p> <p>Q. 4.</p> <p>C. 8.</p> <p>QR. 16.</p> <p>QC. 32, 1024</p> </td> <td style="vertical-align: middle;"> <p>o Tot nume-</p> <p>rales circen-</p> <p>li, quos pñ-</p> <p>drao - cu-</p> <p>bica, lase-</p> <p>rave sin-</p> <p>gularia.</p> </td> </tr> </table>	{	<p>o</p> <p>N. 2.</p> <p>Q. 4.</p> <p>C. 8.</p> <p>QR. 16.</p> <p>QC. 32, 1024</p>	<p>o Tot nume-</p> <p>rales circen-</p> <p>li, quos pñ-</p> <p>drao - cu-</p> <p>bica, lase-</p> <p>rave sin-</p> <p>gularia.</p>
{	<p>o</p> <p>N. 2.</p> <p>Q. 4.</p> <p>C. 8.</p> <p>QR. 16.</p> <p>QC. 32, 1024</p>	<p>o Tot nume-</p> <p>rales circen-</p> <p>li, quos pñ-</p> <p>drao - cu-</p> <p>bica, lase-</p> <p>rave sin-</p> <p>gularia.</p>					
<p>Plano-solidum ablatitium</p>		<p>Quadrato-cubus lateris primi.</p>					
<p>Reliquum resolvendi quadrato-cubi</p>							

II Eductio lateris singularis secundi.

<p>Reliquum resolvendi quadrato-cubi</p>	<p>47</p> <hr/> <p>8</p> <hr/> <p>12</p> <hr/> <p>2</p> <hr/> <p>47</p>	<p>6 2 6 2 4</p> <hr/> <p>0</p> <hr/> <p>80</p> <hr/> <p>40</p> <hr/> <p>10</p> <hr/> <p>8 8 4 10</p> <hr/> <p>3 2 0</p> <hr/> <p>12 80</p> <hr/> <p>2 560</p> <hr/> <p>2560</p> <hr/> <p>1024</p> <hr/> <p>6 2 6 2 4</p>	<p>Quintuplum quadrato-quadratum lateris primi.</p> <p>Decuplum cubus ejusdem.</p> <p>Decuplum quadratum ejusdem.</p> <p>Quintuplum latus primum.</p>	<p>Summa divisorum</p>	<p>Plano-solida ablatitia</p>	<p>à latere secundo in quintuplum quadrato-quadratum primi.</p> <p>à quadrato lateris secundi in decuplum cubum primi.</p> <p>à cubo lateris secundi in decuplum quadratum primi.</p> <p>à quadrato-quadrato secundi in quintuplum latus primum.</p> <p>quadrato-cubus lateris secundi.</p>
<p>Summa plano-solidorum, equalis residuo resolvendo quadrato-cubo.</p>						

Itaque si QC, æquetur 79, 62624. fit IN 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, Quod

Quod si 1 *QC*, aequetur 200,000, quoniam 200,000, non est quadrato-cubicus numerus accuratè, latus elicietur proximum vero, adscitis quinque numeralibus circulis in infinitum, & erit 11 $\frac{48,697}{100,000}$ latus minus vero. Vel 11 $\frac{48,698}{100,100}$ latus majus vero. Medium satis propinquum 11 $\frac{19,479}{40,000}$.

PROBLEMA V.

E Dato in numeris cubo-cubo puro, latus analytice elicere.

Proponatur 1 *CC*, æquari 191,102,976. Quæritur quanta sit 1 *N*, radixve propositi cubo-cubi puri.

Sub extrema numerali figura 6, ponatur punctum cubo-cubicum, designans unitates cubo-cubum extremum metientes. Et quia ab unitatibus ad cubo-cubum sunt quinque gradus *N*, *Q*, *C*, *Q**Q*, *Q**C*. quinque figuræ intermediæ relinquentur 7, 9, 2, 0, 1. & quæ occurrit rursus signabitur puncto. Est autem 1. Deinde Theorema geneleos expendetur, secundum quod

Cubo-cubus lateris primi

Plus latere secundo in quadrato-cubum primi *S E X T V P L V M*

Plus lateris secundi quadrato in quadrato-quadratum primi *D E C V Q V I N T V P L V M*

Plus lateris secundi cubo in cubum primi *V I G E C V P L V M*

Plus lateris secundi quadrato-quadrato in quadratum primi *D E C V Q V I N T V P L V M*

Plus lateris secundi quadrato-cubo in latus primum *S E X T V P L V M*

Plus lateris secundi cubo-cubo,

æquatur cubo-cubo adgregati laterum. Et secundum Theorema illud instituetur resolutio, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos cubo-cubi puri.

I Eductio lateris singularis primi.

Cubo-cubus resolvendus	191	102976						
			<i>QC, QQC, QN.</i>	Sedes fixæ	0	0	Totæ na-	
	<i>CCj</i>			gulariū	<i>N.</i> 2.	4.	merales	
				cubo-cu-	<i>Q.</i> 4.	16.	circuli,	
				bertū, &	<i>C.</i> 8.	64.	quæ pun-	
				solido-so-	<i>QQ.</i> 16.	256.	ta cubo-	
				lidorum	<i>QC.</i> 32.	1024.	cubica, la-	
				sub gra-	<i>CC.</i> 64.	4096.	teravo sin-	
				dibus.			gularia.	
Solido-solidum ablatitium	64			Cubo-cubus lateris primi.				
Reliquum resolvendi cubo-cubi	127	102976						

II Eductio lateris singularis secundi.

Reliquum resolvendi cubo-cubi.	127	102976		
Divisores	{	Sextuplus quadrato-cubus lateris primi.	10	2
		Decuquintuplum quadrato-quadratum ejusdem.	2	40
		Vigecuplus cubus ejusdem.		160
		Decuquintuplum quadratum ejusdem.		60
		Sextuplum latus primum.		12
Summa divisorum.		21	76612	

X

Solido-

DE NUMEROSA

Solido-solida ablatitia	7 6	8	A latere secundo in sextuplum quadrato cubum lateris primi.
	3 8	4 0	à quadrato secundi in decuquinsuplum quadrato-quadratum primi.
	1 0	2 4 0	à cubo secundi in vigecuplum cubum primi.
	1	5 3 6 0	à quadrato-quadrato secundi in decuquintuplum quadratum primi.
	1 1	2 2 8 8	à quadrato-cubo secundi in sextuplum latus primum.
	4 0 9 6		cubo-cubus secundi.
	1 2 7	1 0 2 9 7 6	

Summa solido-solidorum, aequalis residuo resolvendo cubo-cubo.

Itaque si ICC, aquetur 191,102976. fit IN 24. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si ICC, aquetur 2,000,000. Quoniam 2,000,000 non est numerus cubo-cubus accurate, elicitur latus proximum vero, adscitis senis numeralibus circulis & erit II $\frac{224,175}{1,000,000}$ latus minus vero. Vel II $\frac{224,176}{1,000,000}$ latus majus vero. Medium autem bene propinquum II $\frac{448,311}{2,000,000}$.



DE

NUMEROSA POTESTATVM ADFECTARUM RESOLVTIONE.



Vmerosam resolutionem potestatum purarum imitatur proxime resolutio adfectarum potestatum, præsertim cum potestates adfectæ decenter præparatæ fuerint.

Tunc autem decenter præparari intelliguntur, cum parcissime fuerint adfectionibus obrutæ, iisque omnino adfirmatis, aut negatis omnino, ita tamen ut potestas adfirmata sit, non etiam ab homogenea vel homogeneis gradu insignitis avellatur, ac denique mixtum ita negatis & adfirmatis, ut non insit ambiguitas.

Adfectæ enim huiusmodi potestates, ut tandem cornicum oculi configantur, componuntur, & resolvuntur ad purarum instar, habita duntaxat datarum insuper magnitudinum, quæ cum designato gradu faciunt adficientem homogeneam, & subgraduales dicuntur, ea qua decet ratione.

Intelliguntur videlicet componi adfectæ potestates à duobus quoque lateribus, immiscentibus se subgradualibus magnitudinibus, una vel pluribus; & in eadem resolvuntur contraria compositionis via, observato coefficientium subgradualium, sicut potestatis, & parodicorum graduum, congruente situ, ordine, lege, & progressu.

Rationemque compositionis, & de ea in artis etiam firmitudinem concipienda Theoremata, ut in potestatibus puris, edocet & præmonstrat inspectio & ἀνακεφαλαίωσις operis per Logisticen speciosam effecti, & traditum secundum eam multiplicationis præceptum.

Et laterum ex resolutione ortorum adgregatum est radix potestatis propositæ adfectæ.

Plane impossibilitatem in resolutionibus non inducit *πλυπρόθηα*: at difficultatem parit & anxietatem; sub elatioribus præsertim parodicis gradibus.

Sciendum autem est adfectione sub elatiore gradu quamcumque potestatem posse liberari.

Adfecta item quadrato-quadrata ad quadrata per medium cuborum à radice planâ reduci.

Et potestates à radice planâ, vel ulterius climactica ad potestates à radice simplici revocari.

At cum de homogenea sub gradu negatur potestas, radix est anceps.

Quæ etiam amphibolia inest aliquando in potestatibus, quæ adfectionibus partim negatis & partim adfirmatis obvolvuntur, quando coefficientes sub gradu elatiore homogeneas negatas, coefficientibus adfirmatas præpollent.

Omnis itaque dubitatio primum tollenda est, ne sit divinationi locus potius quam arti. Neque enim de ambiguis ars certa statuitur.

Cæterum, ut in puris, sic etiam in adfectis exigimus numeros proponi integros & symmetricos, non etiam fractos & asymmetricos.

Minus autem resolutorio operi idoneæ ad magis idoneas arte ita revo-
cantur, ut harum resolutione illarum resolutio obvia fiat ex nota inter am-
barum radices differentia vel ratione.

His igitur præmissis ad rem accedo, ac primum ad ANALYTICA po-
testatum adfectarum adfirmate.

PROBLEMA I.

E dato in numeris quadrato adfecto adjunctione plani sub latere & data
coefficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur $1 Q + 7 N$, adæquari 60, 750. Quæritur quanta sit magnitudo $1 N$, ra-
dixve propositi adfecti quadrati.

Id est. Quidam numerus ductus in se & in 7, facit 60, 750. Quæritur quis sit nume-
rus ille.

Est 60, 750 quadratum non purum sed adfectum sub latere & data longitudine 7.

Ac adfectum quidem omne quadratum ad purum reduci adnotatum est. Sed ars ge-
neralis generaliter proponenda est, ne incidatur in errorem veterum Analystarum.

Quadrati autem adfirmate adfecti ordinata genesis, generis quadrati puri, hoc tan-
tum addit, ut latus singulare, quod primum elicetur, ducatur in coefficientem longitu-
dinem; deinde latus quoque secundum ducatur in eandem.

Ex adfecto igitur quadrato ut eruantur latera, sedes unitatum quadrata singularia
metientium per binas alternas, ut in analysi puri quadrati, distinguuntur figuras, punctis
commode à dextra ad lævam subtus collocatis.

Et quot numerantur sedes quadratorum punctave, tot laterum simpliciumve sedes,
coefficientis longitudo constituentur per singulas figuras desuper, positisque etiam
punctis designabuntur, & in ultima laterum sede, quæ prima fit dum pergitur à læva ad
dextram, coefficientis longitudo consistet. Quæ si constet pluribus figuris quam una,
prorumpent in anteriora reliquæ.

Hisque ita constitutis latera singularia elicientur non aliter quam in analysi puri qua-
drati, nisi quod ipsa coefficientis in divisorum numerum adscribitur.

Et elicita singularia latera ducuntur in eandem, plano quod inde fit sub sede coeffi-
cientis desinente, & auferendo ex adfecto proposito quadrato.

Denique coefficientis in succedentia loca ordine subjicitur, cum subtus divisores quo-
que movebuntur reliqui, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrati adfecti sub latere adfirmate.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	7	sublateralis.
		Tot puncta la- lateralis, quot quadratica. $\left\{ \begin{array}{l} \circ \circ \circ \\ N. 2. 4. \\ Q. 4. 16. \end{array} \right.$ Tot numerales cir- culi, quot puncta quadratica, late- rave singularia.
6	0 7	5 0
.	N .	N .
Q j	Q ij	Q iij
4		Quadratum lateris primi.
	1 4	Planum à latere primo in coëfficientem.
4	1 4	
1	9 3	0

Plana ablatitia }

Summa planorum abla-
titorum

Reliquum resolvendi qua-
drati adfecti

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	{ Coëfficiens longitudo		7	
Reliquum resolvendi adfecti quadrati		1	93	50
Divisorum pars inferior	{ Duplum lateris primi.		4	
Summa divisorum			40	7
Plana ablaticia	}	1	6	
			16	
			2	8
Summa planorum auferenda		1	78	8
Reliquum resolvendi adfecti quadrati			14	70

A latere secundo in duplum primi.
Quadratum lateris secundi.
A latere secundo in coëfficientem.

Jam duo elicita latera funguntur vice unius seu primi, & fit

III. Eductio lateris singularis tertii tanquam secundi.

Divisorum pars superior	{ Coëfficiens longitudo		7	
Reliquum resolvendi adfecti quadrati		14	70	
Divisorum pars inferior	{ Duplum lateris elicit		4	8
Summa divisorum			4	87
Plana ablaticia	}	14	4	
			9	
			21	
Summa planorum auferenda, aequalis reliquo resolvendi quadrati adfecti		14	70	

A latere secundo in duplum primi.
Quadratum lateris secundi.
A latere secundo in coëfficientem.

$$\begin{matrix} & 00 & 0 \\ N & 24 & 3 \\ Q & 576 & 9 \end{matrix}$$

Itaque si $1Q + 7N$, aequetur 60, 750. fit $1N 243$. Ex retrograda, qua omnino observata certitur, compositionis via.

Interdum accidit coëfficientem magnitudinem in anteriora produci ultra ipsum adfectum quadratum, aut eo saltem loci, ut ab eo auferri non possit. Quod argumentum est non tam adfici quadratum quam adficere, quoniam minus sit adficiendo plano.

Coëfficiens itaque ad succedentes sedes ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua tunc opus inchoare magis consentaneum est.

Et quot figuris retrocedet coëfficiens, tot delebuntur quoque subtrus quadratorum loca & puncta, à quibus alioqui ducendum fuerat operis initium. Vt in Quæstione.

Quidam numerus ductus in se, & in 954, facit 18, 487. In notis 954 $N + 1Q$, æquatur 18, 487. Quæritur quis sit numerus ille.

18, 487 est quadratum adjunctum plano sub latere & coëfficiente 954. Majus autem est planum quadrato, ut indicat situs coëfficientis eo loci, ut cum ipsa sit è divisoribus à

dividendo non possit tolli. Itaque in proxime succedentem locum devolvetur. Sed & punctum quoque quadraticum, quod ad lævam primum occurrit, delebitur, & ad opus pergetur à divisione potius inchoandum, eo quod cœfficiens principalius dividar, quam ipsum latus quadrati. ut videre est in paradi-gmate.

Paradigma dum planum adfectionis majus est quadrato.

I Eductio lateris primi inanis ante devolutionem.

<i>Cœfficiens longitudo</i>	9	5 4	sublateralis, Tot puncta lateralibus quot quadratica.
<i>Quadratum adficiens resolvendum</i>	I	8 4 N	8 7 N Puncta quadratica.
	Q	Q	Q

Quoniam 9 major est unitate, fit devolutio:

II Eductio lateris primi post devolutionem.

<i>Cœfficiens longitudo</i>	9 5	4	sublateralis
	1	8 4 N	8 7 N Tot numerus circuli N 1 9 Q 1 81. quor puncta quadratica, lateris singulæria.
<i>Plana auferenda</i>	9 5 1	4	A latere primo in cœfficientem longitudinem. Quadratum lateris primi.
<i>Summa planorum ablatitorum</i>	9 6	4	
<i>Reliquum resolvendi adficiens quadrati</i>	8 8	4 7	

II Eductio lateris singularis secundi.

<i>Divisorum pars superior</i>	<i>Cœfficiens longitudo</i>	9	5 4
<i>Reliquum resolvendi adficiens quadrati</i>		8 8	4 7
<i>Divisorum pars inferior</i>	<i>Duplum lateris primi</i>		2
<i>Summa divisorum</i>		9	7 4
<i>Plana ablatitia</i>		8 5 1	8 6 8 8 1 A latere secundo in cœfficientem. A latere secundo in duplum primi. Quadratum lateris secundi.
<i>Summa planorum auferenda, equalis reliquo resolvendi adficiens quadrati.</i>		8 8	4 7

Itaque si $954N + 1Q$, æquetur 18, 487. fit $1N 19$. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

PROBLEMA II.

E Dato in numeris cubo adfecto adjunctione solidi sub latere & dato cœfficiente plano, latus analytice elicere.

Propo-

Proponatur $1C + 30N$, æquari $14, 356, 197$. Quæritur quanta sit $1N$, radixve propositi adfecti cubi.

Id est, quidam numerus ductus in sui quadratum & in 30 , facit $14, 356, 197$. Quæritur quis sit numerus ille.

Est $14, 356, 197$ cubus non purus, sed adfectus adjunctione solidi sub latere & dato plano 30 .

Cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi cubi puri hoc tantum addit, ut latus singulare, quod primum elicitur, ducatur in coëfficiens planum. Deinde in idem quoque ducatur latus secundum.

Ex adfecto igitur hujusmodi cubo ut eruantur latera, sedes unitatum cubos singulares metientium per ternas alternas, ut in analysi cubi puri, distinguuntur figuras, punctis commode à dextra ad lævam subtus adnotatis. Et quot numerantur sedes cuborum, punctave: tot laterum simplicium (cum coëfficiens planum sit sublaterale) constituentur per singulas figuras desuper, positisque etiam punctis designabuntur. & in ultima simplicium sede, quæ primâ fit dum tenditur à læva ad dextram, coëfficiens planum consistet. Vnde si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ. Hisque ita constitutis, latera elicientur non aliter quam in analysi puri cubi, hoc addito, quod ipsum coëfficiens planum in divisorum numerum adscribitur. Et elicita singularia latera ducuntur in illud, solido quod inde fit sub sede coëfficientis ipsius desinente, & auferendo ex adfecto proposito cubo. Coëfficiens denique in succedentia loca ordine subjicitur, cum subtus divisores quoque movebuntur reliqui, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos cubi adfecti adjunctione solidi sub coëfficiente plano & latere.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum		3	0	sublaterale	<table border="0"> <tr> <td>0</td> <td>00</td> <td>Tot nume-</td> </tr> <tr> <td>N. 2.</td> <td>4</td> <td>rales circuli</td> </tr> <tr> <td>Q. 4.</td> <td>16</td> <td>quot puncta</td> </tr> <tr> <td>C. 8.</td> <td>64</td> <td>cubica, late-</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>raue singula-</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>ria.</td> </tr> </table>	0	00	Tot nume-	N. 2.	4	rales circuli	Q. 4.	16	quot puncta	C. 8.	64	cubica, late-			raue singula-			ria.
0	00	Tot nume-																					
N. 2.	4	rales circuli																					
Q. 4.	16	quot puncta																					
C. 8.	64	cubica, late-																					
		raue singula-																					
		ria.																					
Cubus adfectus resolvendus	14	356	197	Tot puncta late-																			
	.	QN.	QN.	rum simplicium																			
	Cj	Cj	Cij	quos cubica se-																			
				desue cuborum.																			
Solida imprimis auferenda	8	6	0	Puncta cubica.																			
				Cubus lateris primi.																			
				A latere primo in coëfficiens planum.																			
Summa solidorum ablatiorum	8	006	0																				
Reliquum resolvendi cubi adfecti.	6	350	197																				

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Coëfficiens planum	.	3	0
				.
Reliquum resolvendi cubi adfecti		6	350	197
				.
Divisorum pars inferior	Triplum quadratum lateris primi.	1	2	
	Triplum latus primum		6	

Summa

<i>Summa divisorum</i>	1	260	30	
<i>Solida ablatitia</i> {	4	8		à latere secundo in quadratum triplum lateris primi.
		96		à quadrato lateris secundi in triplum lateris primi.
		64		Cubus lateris secundi.
		1	20	à latere secundo in coefficientis planum.
<i>Summa solidorum auferenda</i>	5	825	20	
<i>Reliquum resolvendi cubi adfecti</i>		524	997	

Iam duo elicita latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris singularis tertii, ut secundi.

<i>Divisorum pars superior</i> {	<i>Coëfficiens planum.</i>		30	
<i>Reliquum resolvendi cubi adfecti</i>		524	997	$\left\{ \begin{array}{l} 000 \\ N \ 243 \\ Q \ 576.9. \\ C \ 27. \end{array} \right.$
<i>Divisorum pars inferior</i> {	<i>Triplum quadratum lateris primi.</i>	172	8	
	<i>Triplum latus primum.</i>		72	
<i>Summa divisorum</i>		173	550	
<i>Solida ablatitia</i> {		518	4	à latere secundo in quadratum triplum lateris primi.
		6	48	à quadrato lateris secundi in triplum lateris primi.
			27	Cubus lateris secundi.
			90	à latere secundo in coefficientis planum.
<i>Summa solidorum auferenda, aequalis residuo resolvendo cubo adfecto.</i>		524	997	

Itaque si $1C + 30N$, aequatur 14, 356, 197. fit $1N 243$. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit coefficientem subgradualem magnitudinem in anteriora produci ultra ipsum adfectum cubum, aut eo saltem loci ut ab eo auferri non possit. Quod argumentum est non tam cubum adfici quam adficere, quoniam minor sit adficiente solido. Coëfficiens itaque ad succedentes sedes ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua tunc opus inchoare magis consentaneum est, & quot figuris retrocedet illa, tot debebuntur quoque subtus cuborum loca & puncta, à quibus alioqui ducendum fuerit operis initium, ut in quaestione,

Quidam numerus ductus in sui quadratum, & in 95, 400, facti 1, 819, 459. In notis 95, 400 $N + 1C$, æquantur 1, 819, 459. Queritur quis sit numerus ille.

1, 819, 459 est cubus adjunctus solido sub latere & 95, 400 dato plano. Majus autem est solidum cubo ut indicat situs coefficientis eo loci, ut cum ipsa sit è divisoribus, à suo dividendo non possit tolli. Itaque in proxime succedentem locum devolvitur. sed & punctum quoque cubicum, quod ad lævam primum occurrit, debebitur, & ad opus pergetur. à divisione potius inchoandum, quam radicis educatione, cum coefficientis principalis dividat, quam ipsius lateris cubus, laterisve quadratum. Ut videre est in paradigmatē.

Para-

Paradigma cum solidum adfectionis sub latere majus est cubo.

I Eductio lateris primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens planum	9	540	0	sublaterale.
			...	Tot puncta simplicium laterum quot
Cubus adficiens resolvendus	1	819	459	cubica, sedesve cuborum.
		QN.	QN.	pancta cubica.
	Cj	Cij	Cij	

Quoniam 9 major est unitate, fit devolutio.

II Eductio lateris singularis primi post devolutionem.

Coëfficiens planum principalis dividens	954	00	
		..	
Cubus adficiens resolvendus	1819	459	$\frac{00}{N19}$
		QN.	$\frac{Q181}{C1729}$
	Cj	Cij	
Solida ablatitia	954	00	A latere primo in coëfficiens planum.
	1		Cubus lateris primi.
Summa solidorum ablatitorum	955		
Cubi adfecti resolvendi reliquum	864	459	

III Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior.	Coëfficiens planum	95	400	
Cubi adfecti resolvendi reliquum		864	459	
Divisorum pars inferior	Triplum quadratum lateris primi.		3	
	Triplum latus primum.		3	
Summa divisorum		95	730	
Solida ablatitia		858	600	A latere secundo in coëfficiens planum.
		2	7	A latere secundo in triplum quadratum primi.
		2	43	A lateris secundi quadrato in triplum latus primum.
			729	Cubus lateris secundi.
Summa solidorum, aequalis residuo resolvendo adficiens cubo.		864	459	

Itaque si 95, 400 N + 1 C, aequentur 1, 819, 459. fit 1 N 19. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Y PRO-

E Dato in numeris cubo adfecto adjunctione solidi sub lateris quadrato & data coefficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur $1 C + 30 Q$, æquari 86, 220, 288. Quæritur quanta magnitudo sit $1 N$, radixve propositi adfecti cubi: id est quadratum cuiusdam numeri ductum in latus & in 30, facit 86, 220, 288. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 86, 220, 288 cubus non purus, sed adfectus adjunctione solidi sub lateris quadrato & data coefficiente longitudine 30. Cubi autem huiusmodi adfecti ordinata genesis, genesis cubi puri hoc tantum addit, ut lateris singularis primi quadratum ducatur in coefficientem longitudinem. Deinde latus secundum ducatur in duplum rectangulum sub latere primo & coefficiente longitudine. Lateris denique ejusdem secundi quadratum in ipsam quoque coefficientem longitudinem.

Ex adfecto igitur huiusmodi cubo, ut eruantur latera, sedes unitatum singulares cubos metientium constituentur solita arte, punctis subtus collocatis designandæ; & quot numerantur sedes cuborum, punctave, tot quadratorum sedes per binas videlicet alternas figuras (cum sit coefficientens subquadratica) collocabuntur desuper. Et in ultima quadratorum sede, quæ alioqui prima fit dum tenditur à læva ad dextram, ipsa consistet. Vnde si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

His ita constitutis, latera non secus elicientur quam in analysi cubi puri, hoc addito, quod ipsa coefficientens è divisorum numero est, ac insuper, post educationem lateris singularis primi, planum sub coefficiente & duplo singularis lateris primi, eam sedem occupaturum, quæ in anteriora proxima est à puncto in quo coefficientens consistit. Vocetur autem planum expletionis, congruensve scanforium. Et elicitorum laterum quadrata quidem ducuntur in ipsam coefficientem, ipsa vero latera in planum expletionis, solidis quæ inde fiunt sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentibus, & auferendis cum solidis reliquis ex proposito adfecto cubo.

Coëfficiens denique in succedentia quadratorum loca; plano suæ expletionis semper præeunte, ordine subjicitur, cum subtus diuifores quoque movebuntur reliqui. Ut videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos cubi adfecti adjunctione solidi sub coefficiente longitudine & lateris quadrato.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	3 0	.	.	subquadratica.
Cubus adfectus resolvendus	86	2 2 0	2 8 8	Tot sedes pun- ctavo quadra- torum, quot cuborum. { $\begin{matrix} 0 0 0 \\ N 4 3 \\ Q 16 9 \\ C 64 27 \end{matrix}$ Tot un- merales circuli quot pñ- ta cu- bica.
	.	QN .	QN .	
	Cj	Cij	Cij	
Solida ablatitia {	6 4			Cubus lateris primi.
	4	8 0		Solidum à quadrato lateris primi in coefficientem longitudinem.
Summa solidorum ablatitorum	6 8	8 0		
Reliquum resolvendi cubi adfecti	17	4 2 0	2 8 8	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior {	Planum expletionis, à coefficiente in du- plum lateris primi.	2 4 0	
	Coëfficiens longitudo.	3	0

Cubi

Cubi adfecti reliquum resolvendi		17	420	288
Divisorum pars inferior	{ Triplum quadratum lateris primi. Triplum latus primum.	4	8	
			12	
Summa divisorum		5	163	
Solida ablatitia facta à divisoribus	{ inferioribus & præcipuis	14	4	
		1	08	
		27		
	{ superioribus		720	
		27	0	
Summa solidorum auferenda		16	254	0
Reliquum resolvendi cubi adfecti		1	166	288

A latere secundo in triplum quadratum primi.
A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.
Cubus lateris secundi.
Solidum à latere secundo in planum expletionis.
A quadrato lateris secundi in coefficientem longitudinem.

Iam duo elicita latera funguntur vice unius seu primi, & fit

III. Eductio lateris singularis tertii ut secundi.

Divisorum pars superior	{ Planum expletionis, à coefficiente in duplum lateris primi. Coefficientis longitudo		25	80
				30
Cubi adfecti resolvendi reliquum		1	166	288
Divisorum pars inferior	{ Triplum quadratum lateris primi. Triplum latus primum.		554	7
			1	29
Summa divisorum			581	820
Solida ablatitia facta à divisoribus	{ inferioribus	1	109	4
			5	16
			8	
	{ superioribus		51	60
			120	
Summa solidorum auferenda, æquali reliquo resolvendi cubi adfecti.		1	166	288

	00	0
N	43	2
Q	1849	4
C		8

A latere secundo in triplum quadratum primi.
A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.
Cubus lateris secundi.
A latere secundo in planum expletionis.
A quadrato lateris secundi in coefficientem longitudinem.

Y 2

Itaque

Itaque si $1C + 30Q$, æquatur 86, 220, 288. sit $1N 432$. Ex retrograda qua omnino observata cernitur compositionis via.

Interdum accidit coefficientem sub gradu magnitudinem in anteriora produci ultra ipsum adfectum cubum, aut eo saltem loci, ut cum ipsa sit è divisoribus, ab adfecto cubo auferri non possit. Quod argumentum est cubum non tam adfici, quam adficere, quoniam minor sit adficiendo solido. Coefficientis itaque ad succedentia quadratorum loca, seu puncta quadratica desuper adnotata ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua magis consentaneum est, ut opus tunc inchoetur, lege homogeneorum bene observata. Et quot punctis retrocedet coefficientis subgradualis, tot delebuntur subtrus puncta cubica, à quibus alioqui ducendum fuerat operis initium. Ut in quaestione,

Quadratum numeri cujusdam ductum in latus & in 10,000, facit 57,732,824. In notis 10,000 $N + 1C$, æquatur 57,732,824. Quæritur quis sit numerus ille.

Numerus 57,732,824 est cubus adjunctus solido sub lateris quadrato & data longitudine 10,000. Majus autem est solidum cubo, ut indicat situs coefficientis longitudinis, qua quidem prorumpit in anteriora. Itaque devolvenda est in proxime succedens quadraticum punctum. Sed & punctum quoque cubicum, quod ad lævam primum occurrit, delebitur, & ad opus pergetur, à divisione magis inchoandum quam à radice educatione, ita tamen ut cum solidum dividatur per longitudinem, quod inde oritur non intelligatur radix ipsa, sed radice quadratum. Illud enim est legi homogeneorum attendisse. Ut videre est in paradiamate.

Paradigma cum solidum adfectionis sub quadrato majus est cubo.

I. Eductio lateris singularis primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens longitudo	100	00	.	.	subquadratica.
					Puncta quadratica.
Cubus adficiens resolvendus	5	773	824		
	Cj	QN	QN		Puncta cubica.

Quoniam prorumpit coefficientis subquadratica longitudo extra figuras adficiens cubi, ideo fit devolutio in sequens quadraticum punctum, deleto quoque puncto cubico.

II Eductio lateris singularis primi post devolutionem.

Coëfficiens longitudo	1	000	0	.	.	$\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ N \quad 2 \\ Q \quad 4 \text{ Parabola, } 16 \\ C \quad 8 \end{array} \right. \quad 0$
Cubus adficiens resolvendus	5	773	824	QN	Cj	
Solida ablatitia	4	000	0			<i>A quadrato lateris primi in coefficientem longitudinem. Cubus lateris primi.</i>
			8			
Summa solidorum ablatitorum	4	008	0			
Reliquum resolvendi adficiens cubi	1	765	824			

III Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior, eaque principia	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Planam expletionis, à coefficiente in duplū lateris primi} \\ \text{Coëfficiens longitudo.} \end{array} \right.$	400	00
		10	000

Cubi

Cubi adficientis resolvendi reliquum	1	7 6 5	8 2 4		
Divisorum pars inferior	{ Triplum quadratum lateris primi. Triplum latus primum.		1	2	
				6	
Summa divisorum		4 1 1	2 6 0		
Solida ablatitia facta à divisoribus	superioribus	1	6 0 0	0 0	A latere secundo in planum expletionis.
			1 6 0	0 0 0	A quadrato lateris secundi in coefficientem longitudinem.
	inferioribus		4	8	A latere secundo in triplum quadratum primi.
				9 6	A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.
				6 4	Cubus lateris secundi.
Summa solidorum auferenda, aequalis reliquo resolvendi adficiendi cubi.	1	7 6 5	8 2 4		

Itaque si 10,000 Q + 1 C, aquetur 5,773, 824. fit 1N24. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

P R O B L E M A I V .

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto adjunctione plano-plani sub latere & dato coefficiente solido, latus analyticè elicere.

Quamquam quadrato-quadrata adfecta possint per medium adfectorum cuborum à radice plana reduci ad quadrata adfecta, ut adnotatum est; tamen interdum ipsa quadrato-quadrati adfecti resolutio non minus impendiosa est. Nam raro contigit radicem planam cuborum esse rationalem. Sed & cubi dupliciter adficiuntur, cum quadrato-quadrata simpliciter adfecta sunt.

Proponatur igitur $1 Q Q + 1,000 N$, æquari 355,776. Quæritur quanta sit 1N, radixve propositi adfecti quadrato-quadrati.

Id est, quidam numerus ductus in sui cubum & in 1,000, facit 355,776. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 355, 776 quadrato-quadratum non purum, sed adfectum adjunctione plano-plani sub latere quadrato-quadrati, & dato 1,000 solido. Quadrato-quadrati autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesis quadrato-quadrati puri hoc tantum addit, ut latus singulare quod primum elicitor, ducatur in coefficientem solidum. Deinde latus quoque secundum ducatur in illud ipsum.

Ex adfecto hujusmodi quadrato-quadrato ut eruantur latera, sedes unitatum quadrato-quadrata singularia metientium, per quaternas, ut in analysi quadrato-quadrati puri, distinguuntur figuras, punctis commode à dextra ad lævam subrus adnotatis. Et quot numerantur sedes quadrato-quadratorum, punctave, tot laterum simplicium sedes, cum coefficientem solidum sit sublaterale, constituuntur per singulas figuras desuper, positisque etiam punctis designabuntur, & in ultima eorum sede, quæ prima fit dum tenditur à læva ad dextram, ipsum coefficientem solidum consistat. Vnde si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

Hisque ita constitutis, latera elicientur non aliter quam in analysi quadrato-quadrati puri, hoc addito, quod ipsum coefficientem solidum in divisorum numerum adscribitur.

Et elicita singularia latera ducuntur in illud ipsum, plano-plano quod inde fit sub sede ejusdem coefficientis solidi desinente, & auferendæ ex adfecto proposito quadrato-quadrato.

Y 3

Coëf.

Coëfficiens denique in succedentia loca ordine subjicitur, cum subtus divisores quoque movebuntur reliqui, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati adfecti sub latere.

I. Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens solidum	1	0 0 0	sublaterale	0 0	Tot numerum.
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum	3 5	5 7 7 6	Tot puncta simplicium laterum, quos sedes pñctave quad. quadratorum.	N 2 4 Q 4 16 8 64 16 256	les circuli quos puncta quadrato-quadratica.
	QQj	CQN	Puncta quadrato-quadratica.		
Plano-plana ablatitia	1 6		Quadrato-quadratum lateris primi.		
	2	0 0 0	A latere primo in coëfficiens solidum.		
Summa planoplanorum ablatitiorum.	1 8	0 0 0			
Reliquum resolvendi quadrato-quadrati adfecti	1 7	5 7 7 6			

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	coëfficiens solidum.	1 0 0 0	
Quadrato-quadrati adfecti resolvendi reliquum.	1 7	5 7 7 6	
Divisorum pars inferior	Quadruplus cubus lateris primi.	3	2
	Sextuplum quadratum ejusdem.		2 4
	Quadruplum latus primum.		8
Summa divisorum	3	5 4 8 0	
Plano-plana ablatitia	1 2	8	A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.
	3	8 4	A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.
		5 1 2	A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.
		2 5 6	Quadrato-quadratum lateris secundi.
		4 0 0 0	A latere secundo in coëfficiens solidum.
Summa plano-planorum auferenda, equalis reliquo resolvendi adfecti quadrato-quadrati.	1 7	5 7 7 6	

Itaque si 1 QQ + 1, 000 N, aequetur 355, 776. fit IN 24. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit coëfficientem subgradualem magnitudinem in anteriora produci > ultra ipsum adfectum quadrato-quadratum, aut eo loci saltem, ut ab eo auferri non possit. Quod argumentum est quadrato-quadratum non tam adfici, quam adficere, quoniam minus sit adficiens plano-plano. Coëfficiens itaque ad succedentes sedes ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua tunc opus inchoare magis consentaneum est. Et quot punctis retrocedet coëfficiens, tot debentur subtus quadrato-quadratorum loca, punctave, à quibus alioqui ducendum fuerat operis initium. Sed & si ultra adfe-

adfectam potestatem non producat coëfficiens subgradualis longitudo, tamen quod oritur ex divisione per coëfficientem minus est lateris quod primum elicitur potestate; homogeneum adfectionis majus est potestate, & divisor præcipuus est coëfficiens subgradualis.

Quidam numerus ductus in sui cubum & in 100,000, facit 2,731,776.

In notis 100,000 N + 1 Q Q, æquantur 2,731,776. Quæritur quis sit numerus ille.

2,731,776 est quadrato-quadratum adjunctum plano-plano sub latere, & dato solido 100,000. Majus autem est plano-planum quadrato-quadrato, quoniam eo loci situm est solidum, ut eo dividente oriatur 2. At quadrato-quadrati ultimi limes consistit in 273, ex quo latus eliciendum esset 4. Itaque in isto casu & similibus, à divisione quoque potius est inchoandum, cum principalius dividat coëfficiens subgradualis magnitudo, quam ipsum latus quadrato-quadrati. Ut videre est in paradigmate.

Paradigma cum plano-planum maius est quadrato-quadrato.

I. Eductio lateris primi.

Coëfficiens solidum	100	000	sublaterale. {	0	0	Tot numerales
			• •			
Quadrato-quadratum adficiens resolvendum.	273	1776	Tot puncta simplicia,	N. 2.	4	circuli, quot
			•	Q. 4.	16	puncta quadra-
			•	C. 8.	64	to-quadratica,
			•	QQ. 16.	256	lateris singu-
			•			laris.
	Q Q j	Q Q j				Puncta quadrato-quadratica.
Plano ablatitia {	200	000				A latere primo in coëfficiens solidum.
	16					Quadrato-quadratum lateris primi.
Summa plano-planorum ablatitiarum.	216	000				
Reliquum resolvendi adficiens quadrato-quadrati.	57	1776				

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum { Coëfficiens	10	0000	
pars superior { solidum			
Quadrato-quadrati resolvendi reliquum.	57	1776	
Divisorum { Quadruplus cubus lateris primi.	3	2	
pars inferior { Sextuplum quadratum ejusdem.		24	
		8	
Summa divisorum	13	4480	
Plano-plana ablatitia {	40	0000	A latere secundo in coëfficiens solidum.
	12	8	A latere secundo in quadruplum cubum primi.
	3	84	A quadrato secundi in sextuplum quadratum primi.
		512	A cubo lateris secundi in quadruplum primi.
		256	Quadrato-quadratum lateris secundi.
Summa plano-planorum auferenda, equalis reliquo resolvendi adficiens quadrato-quadrati.	57	1776	

Itaque si 100,000 N + 1 Q Q, æquantur 2,731,776. fit 1 N 24. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

E dato in numeris quadrato-quadrato, adfecto adjunctione plano-plani sub lateris cubo, & data coefficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur $1\text{ }QQ + 10\text{ }C$, æquari 470, 016. Quæritur quanta sit magnitudo $1\text{ }N$, radixve propositi adfecti quadrato-quadrati. Id est, cubus cujusdam numeri ductus in sui radicem & in 10, facit 470, 016, Quæritur quis sit numerus ille.

Est 470, 016 quadrato-quadratum non purum, sed adfectum adjunctione plano-plani sub lateris cubo, & data coefficiente longitudine 10. Quadrato-quadrati autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi quadrato-quadrati puri hoc tantum addit, ut lateris singularis primi cubus ducatur in coefficientem longitudinem, deinde latus secundum ducatur in solidum, sub triplo quadrato lateris primi & coefficiente. Lateris secundi quadratum in planum sub triplo lateris primi & coefficiente longitudine longitudine. Lateris denique ejusdem secundi cubus in ipsam quoque coefficientem longitudinem.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-quadrato, ut eruantur latera, sedes unitarum singularia quadrato-quadrata metientium constituentur solita arte, punctis subtus collocatis designandæ. Et quot numerantur sedes quadrato-quadratorum, punctave, tot cuborum sedes per ternas videlicet alternas figuras (cum sit coefficientis longitudo subcubica) collocabuntur desuper. Et in ultima cuborum sede, quæ alioqui prima fit dum tenditur à læva ad dextram, ipsa consistet. Vnde si constet pluribus figuris, quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

His ita constitutis, latera non secus elicientur, quam in analysi quadrato-quadrati puri, hoc addito, quod ipsa coefficientis est divisorum numero est, ac insuper, post educationem lateris singularis primi, magnitudines expletionum, scanforiave congruentia. Planum videlicet sub coefficiente & triplo latere primo, & solidum sub eadem coefficiente & triplo lateris primi quadrato. Illud eam sedem occupaturum, quæ in anteriora proxima est à puncto, in quo ipsa coefficientis longitudo consistit. hoc est, eam quæ in anteriora proxima est à puncto in quo desinit planum prædictum. Et elicitorum laterum cubi ducuntur in ipsam quidem coefficientem longitudinem, quadrata in planum expletionis, ipsa vero latera in solidum expletionis. Plano-planis quæ inde fiunt, sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentibus, & auferendis, cum plano-planis reliquis, ex proposito adfecto quadrato-quadrato. Coefficientis denique in succedentia cuborum loca plano suæ expletionis, & solido præeunte ordine subjicitur, cum subtus divisores quoque movebuntur reliqui. Vt videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati, adfecti adjunctione plano-plani sub coefficiente longitudine, & lateris cubo.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo.	1	0	subcubica
		.	• Tot sedes punctave cuborum, quot quadrato-quadratorum.
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum.	4 7	0 0 1 6	{ Tot numerales circuli, quos puncta quadrato-quadratica.
	.	C Q N .	
	QQj	QQj	N. 2. 4 Q. 4. 16 C. 8. 64 (QQ) 6. 256
Plano-plana in primis auferenda.	1 6	0	Quadrato-quadratum lateris primi.
	8	0	Plano-planum à lateris primi cubo in coefficientem longitudinem.
Summa plano-planorum ablatiorum.	2 4	0	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati	2 3	0 0 1 6	

II. Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	{	Solidum expletionis à co- efficiente longitudine in triplum quadratum la- teris primi.	1 2 0	
		Planum expletionis à co- efficiente longitudine in triplum latus primum.		6 0
		Coëfficiens longitudo.		
Reliquum resolvendi adfecti quadrato- quadrati.		2 3 0 0 1 6		
Divisorum pars inferior de præcipua	{	Quadruplus cubus la- teris primi.	3 2	
		Sextuplum quadratum lateris primi.	2 4	
		Quadruplum latus pri- mum.		8
Summa divisorum		4 7 0 9 0		
Plano-plana fa- cta à divisoribus	{ inferioribus		1 2 8	A latere secundo in quadruplum cubum la- teris primi.
			3 8 4	A quadrato secundi in sextuplum quadra- tum primi.
	{		5 1 2	A cubo secundi in quadruplum latus pri- mum.
			2 5 6	Quadrato-quadratum secundi.
	{ superioribus		4 8 0	A latere secundo in solidum exple- tionis.
			9 6 0	A quadrato secundi in planum exple- tionis.
		6 4 0	A cubo secundi in coëfficientem longitudi- nem.	
Summa plano-planorum auferenda, aqualis residuo resolvendo quadrato- quadrato.		2 3 0 0 1 6		

Itaque si $1QQ + 10C$, æquantur $470, 016$. fit $1N 24$. Ex retrogradâ, qua omnino observata
cernitur, compositionis via.

PROBLEMA VI.

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto adjunctione duplicis pla-
no plani, unius sub latere & dato coëfficiente solido, alterius sub late-
ris quadrato & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere.

Quadratum cuiusdam numeri ductum in ipsum quadratum & in 200, facit 446,976.
Quæritur quis sit numerus ille.

In notis $1QQ + 200Q$, æquatur 446,976, & fit $1N$ unitatum quot?

Tale non indiget particulari explicatione Problema. Quoniam si $1QQ + 200Q$ æ-
quatur 446,976. Igitur $1Q + 200N$, æquabitur 446,976. Et intelligitur $1N$ quadra-
tum lateris, de quo primum quærebatur.

At cum adfectioni plano-plani sub quadrato lateris, & dato coëfficiente plano, per-
miscetur adfectio plano-plani sub latere & dato coëfficiente solido, opus est particulari
analyfi, ut in Thesi.

Quidam numerus ductus in sui cubum & in 100, addito facto sui quadrati in 200,
facit 449,376. Quæritur quis sit numerus ille.

Z In

In notis $1\ QQ + 200\ Q + 100\ N$, æquatur 449, 376. Et fit $1\ N$ unitatum quot ?

Est 449,376 quadrato-quadratum adfectum adjunctione duplicis plano-plani, unius sub latere ipsius quadrato-quadrati & dato solido 100, alterius sub quadrato ipsius lateris & dato plano 200. Quadrato-quadrati autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesis quadrato-quadrati puri hoc tantum addit, ut latus singulare quod primum elicitur, ducatur in coëfficiens solidum; lateris vero ejusdem primi quadratum in coëfficiens planum. Deinde latus secundum ducatur in solidum sub duplo lateris primi & coëfficiente plano; lateris vero secundi quadratum in ipsum coëfficiens planum; latus quoque idem secundum ducatur in coëfficiens solidum.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-quadrato ut eruantur latera, sedes singularium quadrato-quadratorum distinguuntur solita arte punctis subtrus collocatis designandæ. Et quot numerantur sedes quadrato quadratorum, punctave, tot in primis sedes laterum simplicium, per singulas figuras constituuntur desuper. Tot deinde sedes quadratorum per binas videlicet alternas, & in ultima quidem laterum sede coëfficiens solidum, quod quidem sublaterale est, consistet. In ultima vero quadratorum sede coëfficiens planum, quod quidem est subquadraticum.

Latera non secus eliciuntur quam in analysi quadrato-quadratorum purorum, nisi quod ipsæ coëfficiens magnitudines è divisorum numero sunt. Ac insuper post educationem lateris singularis primi, solidum expletionis, quod fit videlicet à coëfficiente plano in duplum lateris singularis primi, sedem occupans in anteriora, proximam à puncto, in quo coëfficiens ipsum planum consistit.

Et elictorum laterum quadrata quidem ducuntur in ipsum coëfficiens planum. Longitudines vero in coëfficiens solidum, & insuper in solidum expletionis: plano-planis quæ inde fiunt sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentibus & auferendis, cum plano-planis reliquis, ex adfecto proposito quadrato-quadrato. Coëfficiens denique planum, ipsumque subquadraticum ad succedentia quadratorum loca, solido suo expletionis semper præeunte, & coëfficiens solidum, ipsumque sublaterale, ad succedentia simplicium ordine deveheretur, cum inferiores quoque divisores movebuntur reliqui. Ut videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati adfecti tam sub latere quam quadrato.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum.	2	0 0	subquadraticum.
Coëfficiens solidum.	1	0 0	sublaterale.
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum.	4	4 9 3 7 6	Tor puncta quadratica, quot quadrato-quadratica. Tor puncta simplicium laterum, quot quadrato quadratica Puncta quadrato-quadratica.
		$\overline{QQj} \quad \overline{QQj}$ $\overline{CQ N}$	Tor nume- rales circu- li, quot pu- drao qua- dratica.
Plano-plana ablatitia		1 6	Quadrato-quadratum lateris primi.
		8 0 0	A quadrato lateris primi in coëfficiens planum.
		2 0 0	A latere primo in coëfficiens solidum.
Summa planorum ablatitiorum	2	4 2 0 0	
Reliquum quadrato-quadrati adfecti resolvendi.	2	0 7 3 7 6	

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundı.

Divisorum pars superior	}	Solidam expletionis à	8 0 0
		coëfficiente plano in	
		duplam lateris primi.	2 0 0
		Coëfficiens planum.	1 0 0
		Coëfficiens solidum.	.
Reliquum quadrato-quadrati adfecti resolvendi.			2 0 7 3 7 6
Divisorum pars inferior	}	Quadruplus cubus	3 2
		lateris primi.	
		Sextuplum quadratum	2 4
		ejusdem.	
		Quadruplum latus	8
		primum.	
Summa omnium divisorum.			4 2 7 8 0
Plano-plana facta à divisoribus	}	inferioribus	1 2 8
			3 8 4
			5 1 2
		2 5 6	
	}	superioribus	3 2 0 0
			3 2 0 0
		4 0 0	
Summa plano-planorum auferenda, aequalis reliquo resolvendi quadrato-quadrati adfecti			2 0 7 3 7 6

A latere secundo in quadruplum cubum primi.
 A lateris secundi quadrato in quadratum sextuplum primi.
 A lateris secundi cubo in quadruplum latus primum.
 Quadrato-quadratum lateris secundi.
 A latere secundo in solidum expletionis.
 A quadrato lateris secundi in coëfficiens planum.
 A latere secundo in coëfficiens solidum.

Itaque si $1 Q^2 + 200 Q + 100 N$, aequetur $449,376$. fit $1 N 24$. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si contingat adfectionum plano-plana quadrato-quadrato ipso esse majora, coëfficientes magnitudines principalius dividunt, & eadem prorsus ratio observabitur, quæ in reliquis potestatibus ante est exposita, ut nihil opus sit verbosius eam tradere, & exemplis ostentare.

Cæterum ex his adparet quo consilio fuerit proposita analysis simplex puri quadrato-quadrati. Et si enim solebat negligi ab Arithmetiis, quia illud tanquam quadratum resolvebant, & ex latere ut quadrato rursus latus eliciebant, at via ista resolutionis ad adfecta quadrato-quadrata inepta est. Sic in cubo-cubis & ulterioribus reliquis magnitudinibus per pares numeros in ordine climacticarum ascendentes deveniendum semper est ad simplicissimam analysin, quando adfectæ sunt.

De quadrato-quadratis porro adfectis sub cubo præcepta tradere parum refert, quoniam ea adfectio potest tolli.

PROBLEMA VII.

E Dato in numeris quadrato-cubo adfecto adjunctione plano-solidi sub latere & dato coëfficiente plano-plano, latus analytice elicere.

Quidam numerus ductus in sui quadrato-quadratum & in 500, facit 254, 832. Quæritur quis sit numerus ille.

In notis $1\ QC + 500\ N$, æquatur 254, 832 & fit 1 N unitatum quot?

Est 254, 832 quadrato-cubus adfectus adjunctione plano-solidi sub latere quadrato-cubi, & dato plano-plano. Quadrato-cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi quadrato-cubi puri hoc tantum addit, ut latus singulare, quod primum elicitur ducatur in coëfficiens plano-planum: deinde latus quoque secundum ducatur in idem ipsum.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-cubo ut eruantur latera, sedes quadrato-cuborum, ut in analysi quadrato-cubi puri, per quinas alternas distinguuntur figuras, punctis commode à dextra ad lævam subtus collocatis.

Et quot numerantur sedes quadrato-cuborum, punctave; tot laterum simplicium sedes constituentur per singulas figuras superne adscitis etiam punctis, & in ultima simplicium sede coëfficiens plano-planum, quod quidem sublaterale est, consistet. Vnde si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

Hisque ita constitutis latera non aliter eliciuntur quam in analysi quadrato-cubi puri, nisi quod ipsum coëfficiens plano-planum è divisorum numero est, & elicita singularia latera ducuntur in illud, plano-solido, quod inde fit, sub sede ipsius coëfficientis desinente, & auferendo ex adfecto proposito quadrato-cubo.

Coëfficiens denique in succedentia loca ordine subijcitur, cum inferiores quoque divisores moventur reliqui. Ut videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-cubi adfecti sub latere.

I Eductio lateris singularis primi.

		5 0 0	sublaterale.																						
		.	Tot puncta simplicium laterum,																						
		.	quot quadrato-cubica.																						
Quadrato-cubus adfectus resolvendus.	2	5 4 8 3 2																							
	.	QC Q N	Puncta qua-																						
	QCj		drato-cubica.																						
				<table border="1"> <tr> <td></td> <td>0 0</td> <td>Tot nu-</td> </tr> <tr> <td>N</td> <td>1 2</td> <td>merales</td> </tr> <tr> <td>Q</td> <td>1 4</td> <td>circuli.</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>1 8</td> <td>quot pu-</td> </tr> <tr> <td>QQ</td> <td>1 16</td> <td>ta qua-</td> </tr> <tr> <td>QC</td> <td>1 32</td> <td>drato-</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>cubica.</td> </tr> </table>		0 0	Tot nu-	N	1 2	merales	Q	1 4	circuli.	C	1 8	quot pu-	QQ	1 16	ta qua-	QC	1 32	drato-			cubica.
	0 0	Tot nu-																							
N	1 2	merales																							
Q	1 4	circuli.																							
C	1 8	quot pu-																							
QQ	1 16	ta qua-																							
QC	1 32	drato-																							
		cubica.																							
Plano-solida ablatitia	I		Quadrato-cubus lateris primi.																						
		5 0 0	A latere primo in coëfficiens plano-																						
			planum.																						
Summa plano-solidorum ablatitiorum.	1	0 5 0 0																							
Reliquum quadrato-cubi adfecti resolvendi.	1	4 9 8 3 2																							

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum	Coëfficiens plano-	5 0 0
pars superior		

Reliquum

Reliquum quadrato-cubi adfecti resolvendi	1	4	9	8	3	2	
Divisorum pars inferior & principua	{ Quintuplum quadrato- quadratum lateris primi. Decuplus cubus ejusdem. Decuplum quadratum ejusdem. Quintuplum latus primi. mum.	5					
		1	0				
			1	0			
					5		
Summa divisorum omnium		6	1	5	5	0	
Plano-solida ablatitia facta à divisoribus.	{ inferioribus Superioribus	1	0				
			4	0			
				8	0		
					8	0	
						3	2
Summa plano-solidorum auferenda, aequalis reliquo resolvendi quadrato-cubi adfecti.	1	4	9	8	3	2	

A latere secundo in quintuplum quadrato-quadratum primi.
A quadrato lateris secundi in decuplum cubum primi.
A cubo lateris secundi in decuplum quadratum primi.
A quadrato-quadrato lateris secundi in quintuplū latus primū.
Quadrato-cubus lateris secundi.
A latere secundo in coefficienti plano-planum.

Itaque si $1QC + 500N$, aequatur $254,832$. sit $1N$ 12. Ex retrograda, qua omnino *obvata* cernitur, compositionis via.

Quod si contingat coefficientem in anteriora produci ultra ipsum adfectum quadrato-cubum, aut eum situm tenere, ut non possit à quadrato-cubo auferri, devolvetur ea in sequentia sibi addicta puncta, & quot punctis retrocedet, tot delebuntur subtrus puncta quadrato-cubica. Neque res videtur novo indigere exemplo, si bene examinentur ea quæ in reliquis inferioribus superius sunt exposita. quoniam methodus generalis est ad potestates quascumque, quam ante adnotavimus, nosque etiam de industria, quo id magis conspicuum fiat, tradidimus præcepta eadem fere verborum textura & conceptione.

Sic de quadrato-cubi adfectis adjunctione quadratorum non damus Problema. Coefficientens enim, suo præeunte expletionis solido, non aliter se geret, quàm ostensum est in tertio & quinto Problematis.

PROBLEMA VIII.

E Dato in numeris quadrato-cubo adfecto adjunctione plano-solidi sub lateris cubo & dato coefficiente plano, latus analytice elicere.

Cubus cujusdam numeri ductus in sui quadratum & in 5, facit 257, 472.

In notis $1QC + 5C$, æquatur 257, 472. Quæritur quis sit numerus ille.

257, 472 est quadrato-cubus adfectus adjunctione plano-solidi sub cubo lateris quadrato-cubi & dato plano.

Quadrato-cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesis quadrato-cubi pueri hoc tantum addit, ut lateris singularis primi cubus ducatur in coefficientens planum. Deinde latus secundum ducatur in plano-planum sub coefficiente plano & triplo quadrato lateris primi. Lateris vero ejusdem secundi quadratum in solidum sub coefficiente plano & triplo lateris primi. Lateris denique ejusdem secundi cubus in ipsum quoque coefficientens planum.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-cubo, ut eruantur latera, sedes singularium quadrato-cuborum distinguuntur solita arte à punctis subtrus collocatis designandæ.

Et quot numerantur sedes quadrato-cuborum, punctave, tot cuborum sedes, per ternas videlicet alternas figuras, constituuntur desuper, adscitis etiam punctis, & in ultima cuborum sede coëfficiens planum, quod quidem subcubicum est, consistit. Vnde si constet pluribus figuris, prorumpent in anteriora reliquæ.

Hisque ita constitutis latera non secus eliciuntur quam in analysi quadrato-cubi puri, nisi quod ipsum coëfficiens planum è divisorum numero est, ac insuper, post educationem lateris singularis primi, solidum expletionis, quod fit videlicet sub ipso coëfficiente plano & triplo lateris ejusdem primi, ac denique plano-planum expletionis, quod fit videlicet sub ipso coëfficiente plano & triplo quadrato ejusdem lateris. Illud sedem occupans laterum simplicium, hoc quadratorum post ipsum coëfficiens planum inter puncta cubica desuper adfixa.

Et eliciendorum laterum cubi quidem ducuntur in ipsum coëfficiens planum, quadrata in solidum sub eo plano coëfficiente & lateris primi triplo, longitudines vero in plano-planum quod sub eodem plano coëfficiente fit & triplo primi quadrato: plano-solidis quæ inde fiunt, sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis arguit, desinentibus, & auferendis una cum plano-solidis reliquis ex adfecto proposito quadrato-cubo. Coëfficiens denique una cum suis scanforiis solido & plano-plano, iisque præeuntibus, ad succedentia cuborum loca ordine devehitur, quoties subtrus moventur quoque divisibres reliqui. Ut videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-cubi adfecti sub cubo.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum		5				subcubicum.																					
Quadrato-cubus adfectus resolvendus	2	5	7	4	7	2	Tot puncta cubica quot quadrato-cubica.																				
	QCj	QC	Q	N			<table border="1"> <tr> <td>N</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>Tot numeras las circuli,</td> </tr> <tr> <td>Q</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>quot puncta</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>quadrato-cubica.</td> </tr> <tr> <td>QC</td> <td>1</td> <td>16</td> <td>cubica.</td> </tr> <tr> <td>QC</td> <td>1</td> <td>32</td> <td></td> </tr> </table>	N	1	2	Tot numeras las circuli,	Q	1	4	quot puncta	C	1	3	quadrato-cubica.	QC	1	16	cubica.	QC	1	32	
N	1	2	Tot numeras las circuli,																								
Q	1	4	quot puncta																								
C	1	3	quadrato-cubica.																								
QC	1	16	cubica.																								
QC	1	32																									
Plano-solida adlatitia	1						Quadrato-cubus lateris primi.																				
			5				A cubo lateris primi in coëfficiente planam.																				
Summa plano-solidorum ablatiorum	1	0	5																								
Reliquum resolvendi quadrato-cubi adfecti.	1	5	2	4	7	2																					

II Eductio lateris singularis secundi:

Divisorum pars superior	Plano-planum expletionis, à coëfficiente plano in triplum quadratum lateris primi.	1	5	
	Solidum expletionis, à coëfficiente plano in triplum lasus primum.		1	5
	Coëfficiens planum.			5

Reliquum

Reliquum quadrato-cubi adfecti resolvendi.	1	5	2	4	7	2	
Divisorum pars inferior & precipua	Quintuplum quadrato-quadrati lateris primi.	5					
	Decuplus cubus ejusdem.	1	0				
	Decuplum quadratum ejusdem.		1	0			
	Quintuplum latus primū.				5		
Summa divisorum		6	2	7	0	5	
Plano-solida ablatitia facta à divisoribus.	Inferioribus	1	0				
		4	0				
		8	0				
	Superioribus		8	0			
				3	2		
			3	0			
Summa plano-solidorum ablatitionum, equalis residuo resolvendi quadrato-cubi adfecti.	1	5	2	4	7	2	

A latere secundo in quintuplum quadrato-quadratum primi.
 A quadrato lateris secundi in decuplum cubum primi.
 A cubo lateris secundi in decuplum quadratum primi.
 A quadrato-quadrato lateris secundi in quintuplum primi.
 Quadrato-cubus lateris secundi.
 A latere secundo in plano-planum expletionis.
 A quadrato secundi in solidum expletionis.
 A cubo secundi in coefficientis planum.

Itaque si $1QC + 5C$, aequatur 257, 472. fit 1 N 12. Ex retrograda, qua omnino observata certitur, compositionis via.

PROBLEMA IX.

E Dato in numeris cubo-cubo adfecto adjunctione solido-solidi sub latere & dato coefficiente plano-solido, latus analytice elicere.

Quidam numerus ductus in sui quadrato-cubum & in 6000, facit 191,246,976. Queritur quis sit numerus ille.

In notis $1CC + 6000N$, aequatur 191,246,976 & fit 1 N unitatum quot?
 Est 191,246,976 cubo-cubus adfectus adjunctione solido-solidi sub suo latere & dato plano-solido 6000. Cubo-cubi autem hujusmodi adfecti ordinata generis, generis cubo-cubi puri hoc tantum addit, ut latus singulare, quod primum elicetur, ducatur in coefficientis plano-solidum. Deinde latus secundum ducatur in idem ipsum.

Ex adfecto igitur hujusmodi cubo-cubo, ut eruantur latera, collocabuntur puncta sub-
 tus, ut in analyli puri cubo-cubi, & supra tot laterum simplicium sedes numerabuntur eadem prorsus methodo, quæ exposita est in inferioribus potestatibus, ut videre est in paradi-gmate.

Para-

Paradigma analyseos cubo-cubi adfecti sub latere.

I Eductio lateris singularis primi.

<i>Coefficiens plano-solidum</i>		6 0 0 0	<i>sublaterale.</i>																								
			<i>Tot puncta lateralia simpliciorum, quot cubo-cubica.</i>																								
191		2 4 6 9 7 6	<table border="1"> <tr> <td>N</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>Tot numerales circuli, quot puncta cubo-cubica.</td> </tr> <tr> <td>Q</td> <td>4</td> <td>16</td> <td></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>8</td> <td>64</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Q²</td> <td>16</td> <td>256</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Q³</td> <td>32</td> <td>1024</td> <td></td> </tr> <tr> <td>CC</td> <td>64</td> <td>4096</td> <td></td> </tr> </table>	N	2	4	Tot numerales circuli, quot puncta cubo-cubica.	Q	4	16		C	8	64		Q ²	16	256		Q ³	32	1024		CC	64	4096	
N	2	4		Tot numerales circuli, quot puncta cubo-cubica.																							
Q	4	16																									
C	8	64																									
Q ²	16	256																									
Q ³	32	1024																									
CC	64	4096																									
CCj		QCQQCQN	<i>Puncta cubo cubica.</i>																								
		CCij																									
<i>Solido-solida ablatitia</i>	}	64	<i>Cubo-cubus lateris primi.</i>																								
			1 2 0 0 0																								
<i>Summa solido-solidorum ablatitorum</i>		64	<i>A latere primo in coefficiens plano-solidum.</i>																								
<i>Reliquum resolvendi cubo-cubi adfecti.</i>	127	1 2 6 9 7 6																									

II Eductio lateris singularis secundi.

<i>Divisorum pars superior</i>	}	<i>Coefficiens plano-solidum.</i>		6 0 0 0	
<i>Reliquum resolvendi cubo-cubi adfecti.</i>		127		1 2 6 9 7 6	
<i>Divisorum pars inferior</i>	}	<i>Sextuplus quadrato-cubus lateris primi.</i>	19	2	
		<i>Decuquintuplum quadrato-quadratum ejusdem.</i>	2	4 0	
		<i>Vigecuplus cubus ejusdem.</i>		1 6 0	
		<i>Decuquintuplum quadratum ejusdem.</i>		6 0	
		<i>Sextuplum latus primum.</i>		1 2	
<i>Summa divisorum</i>		21	7 7 2 1 2 0		
<i>Solido-solida ablatitia, facta à divisoribus</i>	}	<i>inferioribus</i>	76	8	<i>A latere secundo in sextuplum quadrato-cubum primi.</i>
			38	4 0	<i>A quadrato lateris secundi in decuquintuplum quadrato-quadratum primi.</i>
			10	2 4 0	<i>A cubo lateris secundi in vigecuplum cubum primi.</i>
			1	1 3 6 0	<i>A quadrato-quadrato lateris secundi in decuquintuplum quadratum primi.</i>
				1 2 2 8 8	<i>A quadrato-cubo secundi in sextuplum latus primum.</i>
				4 0 9 6	<i>Cubo-cubus lateris secundi.</i>
	<i>superiore</i>		2 4 0 0 0	<i>A latere secundo in coefficiens plano-solidum.</i>	
<i>Summa solido-solidorum auferenda, aequalis residuo resolvendi cubo-cubi adfecti.</i>	127	1 2 6 9 7 6			

Itaque

Itaque si $1CC + 6000N$, æquatur $191, 246, 976$. fit $1N 24$. Ex retrograda, qua omnino ob-
servata cernitur, compositionis via.

ANALYTICA potestatum adfectarum negate.

PROBLEMA X.

E Dato in numeris quadrato adfecto multa plani sub latere & data coëf-
ficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur $1Q - 7N$, æquari $60, 750$. Quæritur quanta sit magnitudo $1N$, radix-ve
propositi adfecti quadrati.

Ex quadrato igitur $60, 750$ negate adfecto, ut eruantur latera, idem (arguente genesi)
erit omnino processus, qui in analysi quadrati adfirmate adfecti nisi quod in divisionibus
attenditur ipsius coëfficientis, & regularium in puro quadrato divisorum differentia, non
etiam summa, ut in adfecto adfirmate quadrato. Est autem excessus penes divisores in-
feriores.

Et cum elicita singularia latera ducentur in coëfficientem, planum quod inde fit, sub
sede coëfficientis desinens, quod alioqui subducebatur, addetur proposito negate ad-
fecto quadrato. Vt in paradigmatate.

Paradigma analyseos quadrati adfecti sub latere negate.

I Eductio lateris singularis primi.

	Coëfficiens longitudo			sublateralis	
		7			
Quadratum adfectum resolvendum	6	07	5	0	Tot lateralis puncta, quot quadratica.
	.	N.	N.	.	
	Qj	Qj	Qij		Puncta qua- dratica.
Plana prosthapharetica	Ablatitium Addititium	4			Quadratum lateris primi. A latere primo in coëfficientem.
			14		
Excessus planorum ablatitio- rum.	3	86			
Reliquum resolvendi qua- drati.	2	21	5	0	

II Eductio lateris singularis secundi.

			7	
Divisorum pars superior.	Coëfficiens longitudo		.	.
Reliquum resolvendi quadrati.		2	21	50
Divisorum pars inferior.	Duplum late- ris primi		4	
Excessus divisorum inferiorum			39	30
Plana ablatitia	Ablatitia	2	0	
			25	

A 2

Summa

Summa planorum ablatitiorum.	2	25	5	A latere secundo in coëfficientem.
Planum addititium.		3		
Excessus planorum ablatitiorum.	2	21	5	
Reliquum resolvendi quadrati adfecti			0	

Quod quanquam nihilum sit, ac superest punctum quadraticum, ideo cum duo elicit a latera fungentur vice unius & quaretur reliquum, ipsum erit 0. Itaque si $1Q - 7N$, aquetur 60,750. fit $1N$ 250. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit ut coëfficiens longitudo pluribus abundet singulis figuris, quam quadratum negate adfectum binis. Quod argumentum est planum adficiens majus esse resolvendo adfecto negate quadrato. Vocetur sane acephalum quadratum. Itaque ut resolutioni sit locus, præponetur mutilo proposito quadrato ea numeralium circulorum multitudo, ut illud tot puncta quadratica sibi præfigenda vendicet, quot simplices figuras coëfficiens longitudo. Et prima coëfficientis longitudinis figura pergendo à læva ad dextram constituetur latus singulare primum ipsius resolvendi quadrati negate adfecti, non immutata cæterequin exposita antecedente methodo, ut in quæstione.

Quidam numerus ductus in se deminutum 240, facit 484. Quæritur quis sit numerus ille. Est 484 quadratum multatum plano sub latere & 240. Majus autem est planum 240 N resolvenda plana magnitudine 484 quoniam coëfficiens longitudo 240, tribus constat figuris, plano autem 484 præfiguntur duo tantum quadratica puncta. Itaque plano 484, præponentur duo numerales circuli, & tunc demum coëfficienti sua sedes addicetur, cujus prima figura, si cætera consentiant, aut alioqui proxime major, adsumetur ad latus primum mutili quadrati.

Paradigma analyseos acephali quadrati.

I. Eductio lateris primi.

Coëfficiens longitudo	2	40	..	sublateralis.
Quadratum resolvendum acephalum	0	04	84	$\left[\begin{array}{l} \frac{000}{N \cdot 2 \cdot 4} \\ \underline{4 \cdot 16} \end{array} \right]$
	..	N.	N.	
Plana prostapheretica	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ablatitium} \\ \text{Addititium} \end{array} \right.$	4		$\left. \begin{array}{l} \text{Quadratum lateris primi.} \\ \text{A latere primo in coëfficientem} \\ \text{longitudinem.} \end{array} \right\}$
		4	80	
Excessus addititii		80		
Reliquum restituti mutili quadrati.		84	84	

II Eductio lateris secundi.

Divisorum pars superior	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Coëfficiens} \\ \text{superior} \end{array} \right.$	24	0	
Reliquum restituti resolvendi mutili quadrati		84	84	
Divisorum pars inferior.	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Duplum lateris} \\ \text{primi.} \end{array} \right.$	4		
Excessus divisorum inferiorum.		16		
Plana ablatitia	$\left\{ \begin{array}{l} \text{A latere secundo in duplum} \\ \text{primi.} \\ \text{Quadratum lateris secundi.} \end{array} \right.$	1	6	
			16	

Summa

<i>Summa planorum ablatiorum.</i>	1	7 6	<i>A latere secundo in coëfficiens longitudinem.</i>
<i>Planum addititium</i>		9 6	
<i>Excessus ablatiorum.</i>		8 0	
<i>Reliquum resolvendi adfecti quadrati</i>		• 4	8 4

Iam duo elicita latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris tertii ut secundi.

<i>Divisorum pars superior</i>	} Coëfficiens	2	4 0	$\begin{array}{r} 00\ 0 \\ N\ 24\ 2 \\ Q\ 576\ 4 \end{array}$
<i>Reliquum resolvendi adfecti quadrati</i>		4	8 4	
<i>Divisorum pars inferior</i>	} Duplum lateris primi.	4	8	
<i>Excessus divisorum inferiorum</i>		2	4 0	
<i>Plana ablatitia</i>	}	9	6	<i>A latere secundo in duplum primi.</i>
			4	<i>Quadratum lateris secundi.</i>
<i>Summa planorum ablatiorum.</i>		9	6 4	
<i>Planum addititium.</i>		4	8 0	<i>A latere secundo in coëfficiens.</i>
<i>Excessus addititii, aequalis reliquo resolvendo quadrato.</i>		4	8 4	

Itaque si $1\ Q - 240\ N$, æquetur 484 . Fit $1\ N\ 242$. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Sed et si negate adfectum quadratum, de cuius resolutione agitur, tot constet binis figuris, quot coëfficiens longitudo singulis, interdum tamen eo loci prorumpit coëfficiens, ut nisi Analysta ejus rationem habuerit, deludetur non raro in exquirenda radice. Quare magis est ut eo casu ipsius longitudinis coëfficiens quadrato adaugeri subintelligatur propositum negate adfectum quadratum. Ac ex eo ita adaucto latus eliciatur, quod quidem erit vel consentaneum, aut consentaneo proxime minus.

Vt si proponatur $1\ Q - 60\ N$, æquari 1600 . Ordinatis ad opus ut ars exigit figuris, nimirum

$$\begin{array}{r} 6\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \hline 1\ 6\ 0\ 0 \end{array}$$

Quoniam quadratum ex 6 adjunctum 16, facit 52. Latere autem quadrati 52 proxime majus est 8, constituam latus 8. Quod quidem bene consentaneum operis continuatio arguet.

At ex divisione longitudo ortiva erat tantum 2 aut demum 3. Est itaque artificium illud parabolæ epanorthicum, quo in quadratis quoque adfectis adfirmate, si utantur Logistæ, quando præsertim coëfficiens in anteriora prorumpent, consultius facient plerumque, ne divisiones frustra sint. At tunc non adgregatum sumetur factorum, sed differentia.

Proponatur $1\ Q + 8\ N$, æquari 128 . Ordinatis ad opus ut ars post devolutionem exigit figuris, nimirum

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 1\ 2\ 8 \end{array}$$

Quoniam differentia inter planum 128, & 64 quadratum à coëfficiente 8, est 64, ideo sumetur radix 8.

PROBLEMA XI.

E Dato in numeris cubo adfecto multa solidi sub latere & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere.

Proponatur $1 C - 10 N$, æquari $13, 584$. Quæritur quanta sit magnitudo $1 N$, radixve propositi adfecti cubi.

Ex cubo igitur $13, 584$ negatè adfecto sub latere, ut eliciantur latera, idem arguente Zetesi erit omnino processus, qui in analysi cubi adfirmatè adfecti, nisi quod in divisionibus attendetur coëfficientis plani & regularium in cubo puro divisorum differentia, non etiam summa, ut in adfecto adfirmatè cubo. Et cum elicita singularia latera ducuntur in idem coëfficiens planum, solidum quod inde fit sub sede coëfficientis desinens (quod quidem in cubo adfirmatè adfecto subducebatur) addetur proposito negatè adfecto cubo, vel auferetur à solidis ablatitiis. Ut in paradigmate.

Paradigma analysis cubi adfecti multa solidi sub coëfficiente plano & latere.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum		10	sublaterale.		
		0		Tot puncta	00
		584		laterum sim-	N 24
Cubus adfectus resolvendus	13	Q N		plicium, quot	Q 416
		Cj		cuborum.	C 864
				Puncta cubica.	Tot numerales
					circuli, quot
					puncta cubica
					laterave sin-
					gularia.
Solida prostaphoretica					
{ Ablatitium	8			Cubus lateris primi.	
{ Addititium		20		A latere primo in coëfficiens planum.	
Excessus solidi ablatitii	7	80			
Cubi adfecti resolvendi reliquum	5	784			

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum	{	Coëfficiens pla-		10	
pars superior		num.		0	
Cubi adfecti resolvendi reliquum.			5	784	
Divisorum	{	Triplum quadratum	1	2	
pars inferior		Lateris primi.			6
		Triplum latus pri-			
		imum.			
Differentia divisorum.			1	250	
Solida ablatitia	}		4	8	A latere secundo in triplum quadratum
				96	primi.
				64	A quadrato lateris secundi in triplum
					latus primum.
					Cubus lateris secundi.
Summa ablatitiorum.			5	824	
Solidum addititium.				40	A latere secundo in coëfficiens planum.
Excessus ablatitiorum, equalis reliquo			5	784	
resolvendi cubi adfecti.					

Itaque

Itaque si $1C - 10N$, aequetur 13, 584. fir $1N 14$. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit ut coëfficiens planum pluribus abundet binis figuris, quam cubus negatè adfectus sub latere ternis. Quod argumentum est solidum adficiens majus esse resolvendo adfecto negatè cubo. Vocetur sane cubus acephalus. Itaque ut resolutioni sit locus, præponetur mutilo proposito cubo ea numeralium circulatorum multitudo, ut tot puncta cubica possint ei præfigi, quot quadratica plano coëfficienti. Et reducta è plano coëfficiente tanquam quadrato radix, si cætera consentiant, sin minus proxime major, constituetur latus singulare primum ipsius resolvendi cubi negatè adfecti, non immutata cæterequin exposita antecedente methodo, ut in quaestione,

Quidam numerus ductus in sui quadratum deminutum 116, 620, facit 352, 947. In notis $1C - 116, 620 N$, æquatur 352, 947. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 352, 947 cubus multatus solido sub latere & plano 116, 620. Majus autem est solidum 116, 620 N solido resolvendo 352, 947, quoniam coëfficienti plano 116, 620 præfigi possunt puncta quadratica tria; solido autem 352, 947 cubica tantum duo. Itaque solido 352, 947 resolvendo præponetur numeralis circulus, & tunc demum coëfficienti sua sedes addicetur, opere ab extractione radice quadratice inchoato, quæ consentiat lateri cubi resolvendi. Ut videre est in paradigmatè.

Paradigma analyseos cubi acephali sub latere adfecti.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum	1 1	6 6 2	0	
Cubus adfectus resolvendus, mutilus.	0	3 5 2	9 4 7	
	C_j	C_{ij}	C_{ij}	
Solida prostapheretica	Additium	3 4	9 8 6	A latere primo in coëfficiens planum Cubus lateris primi.
	Ablatium	2 7		
Excessus addititii	7	9 8 6		
Reliquum restitutum resolvendi mutili cubi.	8	3 3 8	9 4 7	

$$\begin{array}{r} \circ \circ \circ \\ N \ 3 \ 4 \\ Q \ 9 \ 16 \\ C \ 27 \ 64 \end{array}$$

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior. Coëfficiens planum.	1	1 6 6	2 0
Reliquum resolvendi cubi adfecti.	8	3 3 8	9 4 7
Divisorum pars inferior	Triplum quadratum lateris primi	2	7
	Triplum latus primum.		9
Excessus divisorum inferiorum	1	6 2 3	8 0

A a 3

Soli-

Solidae ablatitiae	}	1 0	8	A latere secundo in triplum quadratum primi. A quadrato lateris secundi in triplum latus primum. Cubus lateris secundi.	
		1	4 4		
			6 4		
Summa ablatitiorum		1 2	3 0 4		
Solidum addititium		4	6 6 4	8 0	A latere secundo in coefficientis planum.
Excessus ablatitiorum		7	6 3 9	2 0	
Reliquum resolvendi adfecti cubi			6 9 9	7 4 7	

Jam duo-elicta latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris singularis tertii ut secundi.

Divisorum pars superior	}	Coefficiens planum	1 1 6	6 2 0	{ N 00 0 34 3 2 1156 9 C 27
Reliquum resolvendi cubi adfecti			6 9 9	7 4 7	
Divisorum pars inferior	}	Triplum quadratum lateris primi. Triplum latus primum	3 4 6	8	
Excessus divisorum inferiorum.			2 3 1	2 0 0	
Solidae ablatitiae	}	1 0 4 0	4	A latere secundo in triplum quadratum primi. A quadrato lateris secundi in triplum latus primum. Cubus lateris secundi.	
		9	1 8		
			2 7		
Summa ablatitiorum		1 0 4 9	6 0 7		
Solidum addititium		3 4 9	8 6 0	A latere secundo in coefficientis planum.	
Excessus ablatitium, aequalis reliquo resolvendo cubo adfecto.		6 9 9	7 4 7		

Itaque si 1C—116,620 N, aequetur 352,947. fit 1N 343. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Sed et si negatus adfecte cubus de cujus resolutione agitur, tot constat ternis figuris, quot planum coefficientis binis, interdum tamen eo loci prorumpit, ut nisi Analysta ejus rationem habuerit, deludatur non raro in exquirenda radice. Quare magis est eo casu, ut ab ipso plano coefficiente, ut quadrato, eruatur sub congruente puncto radix, cujus cubus subintelligatur adjungi proposito cubo adfecto, atque adeo ex eo ita adaucto latus eliciatur. Erit enim illud vel consentaneum, vel consentaneo proxime minus.

Vt si proponatur 1C—6400 N, æquari 153,000, ordinatis ad opus, ut ars exigit, figuris, nimirum

$$\begin{array}{r} 64 \ 00 \\ \hline 153 \ 000 \end{array}$$

Quoniam radix quadrata numeri 64 est 8, cubus autem ab ea est 512, qui additus ad 153, facit 665, latere autem cubi 665 proxime majus est 9, sumetur latus 9. Quod quidem consentaneum esse operis continuatio arguet. At ex divisione longitudo ortiva erat tantum 2, aut demum 3. Itaque artificium illud parabolæ epanorthicum est, quo in cubis quoque adfecto.

adfectis sub latere adfirmate si utantur Logistæ, quando præsertim coëfficientia plana in anteriora prorumpent, consultius facient plerumque, ne divisiones frustra sint. Ac tunc non adgregatum sumetur factorum, sed differentia. Proponatur $1C + 64N$, æquari 1024, ordinatis ad opus, ut ars post devolutionem exigit, figuris, nimirum 64

1024

Quoniam radix plani 64, ut quadrati, est 8, à qua cubus 512 ablatu8 è 1024, relinquit 512, cujus cubica radix est 8: Ideo sumetur radix 8.

PROBLEMA XII.

E Dato in numeris cubo adfecto multa solidi sub quadrato & data coëfficiente longitudine, latus analyticè elicere.

Proponatur $1C - 7Q$, æquari 14,580. Quæritur quanta sit magnitudo $1N$, radixve propositi adfecti cubi.

Ex cubo igitur 14, 580 negatè adfecto sub quadrato ut eliciantur latera, idem arguente Zetesi erit omnino processus, qui in analysi cubi adfirmate adfecti, nisi quod in divisionibus attenditur ipsius coëfficientis longitudinis & regularium in cubo puro divisionum differentia, non etiam summa, ut in adfecto adfirmate cubo. Et cum elicita singularia latera ducuntur in idem coëfficiens planum, ipsa vero latera in planum expletionis, solida quæ inde sunt sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentia, quæ quidem in cubo adfirmate adfecto subducebantur, addentur proposito negatè adfecto cubo, vel auferentur solidis ablatitiis. Vt in paradiçmate.

Paradiçma analyseos cubi adfecti sub quadrato negatè.

I. Eductio lateris primi.

Coëfficiens longitudo	7	subquadratica.
	.	Tot puncta quadratica quot cubica.
	14	0 0 Tot numerales circuli, quot puncta cubica, laterave singularia.
	580	N. 1. 7
	Q.N.	Q. 4. 49
	Cj	C. 8. 343
	Cij	
Solida prosthæretica	8	Cubus lateris primi.
	2	A lateris primi quadrato in coëfficientem.
Excessus solidi ablatitiis	5	2
Reliquum resolvendi adfecti cubi	9	380

II Eductio lateris secundi.

Divisorum pars superior	Planum expletionis à coëfficiente in duplum lateris primi.	Coëfficiens longitudo.	2	8
				7
			9	380
Divisorum pars inferior	Triplum quadratum lateris primi.		1	2
		Triplum latus primum.		6
			9	73

Solida

DE NUMEROSA

Solida ablatitia	{	8	4	<i>A latere secundo in triplum quadratum primi.</i>
		2	9 4	<i>A lateris secundi quadrato in triplum latus primum.</i>
			3 4 3	<i>Cubus lateris secundi.</i>
Summa ablatitorum.		1 1	6 8 3	
Solida addititia	{	1	9 6	<i>A latere secundo in planum expletio- nis.</i>
			3 4 3	<i>A lateris secundi quadrato in coefficientem longitudinem.</i>
Summa additiorum.		2	3 0 3	
Excessus ablatitorum, equalis reliquo resolvendo adfecto cubo.		9	3 8 0	

Itaque si $1 C - 7 Q$, æquetur 14,580. fit $1 N 27$. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit ut coefficientis longitudo pluribus abundet simplicibus figuris, quam cubus negate adfectus sub quadrato, ternis. Quod argumentum est solidum adficiens majus esse resolvendo adfecto negate cubo. Vocetur autem cubus acephalus. Itaque ut resolutioni sit locus, præponetur mutilo cubo ea numeralium circulorum multitudo, ut tot puncta cubica possint ei præfigi, quot simplices figuræ longitudini coefficienti. Et prima coefficientis longitudinis figura, pergendo à læva ad dextram constituetur si cætera consentiant, sin minus figura proxime major, latus singulare primum ipsius resolvendi cubi negate adfecti sub quadrato, non immutata cæteroquin exposita antecedente methodo, ut in quaestione,

Proponatur $1 C - 10 Q$, æquari 288. Quæritur quanta sit $1 N$, latusve propositi adfecti cubi.

Est 288 cubus mutatus solido sub quadrato & coefficiente longitudine 10. Majus est autem solidum $10 Q$ solido 288 : quoniam coefficientis longitudo constat simplicibus figuris duabus, solidum vero 288, uno cubico puncto. Itaque solido 288 resolvendo præponetur numeralis circulus, & tunc demum sua coefficienti sedes addicetur, cujus prima figura, si cætera consentiant, sin minus, proxime major adsumetur ad latus primum mutili cubi. Ut in paradigmate.

Paradigma cum solidum majus est cubo.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	1	0	<i>subquadratica.</i>						
Cubus resolvendus acephalus	0	2 8 8	<table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">N</td><td style="padding: 2px 5px;">1 2</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">Q</td><td style="padding: 2px 5px;">1 4</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">C</td><td style="padding: 2px 5px;">1 8</td></tr> </table>	N	1 2	Q	1 4	C	1 8
N	1 2								
Q	1 4								
C	1 8								
Solida prostapheretica	{	1	<i>Cubus lateris primi.</i>						
Ablatitium		1	0	<i>A lateris primi quadrato in coefficientem longitudinem.</i>					
Addititium		0	0						
Excessus									
Reliquum restituti mutili cubi		2 8 8							

II. Edu-

II. Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	{ Planum expletionis, à coefficiente longitudine in duplum lateris primi. { Coefficientens longitudo.	20 10 . <hr/> 288 . <hr/> 3 3 <hr/> 120 <hr/> 6 12 8 <hr/> 728 <hr/> 40 40 <hr/> 440 <hr/> 288	Reliquum restituti mutili cubi. Divisorum pars inferior { Triplum quadratum lateris primi. { Triplum lacus primum. Excessus divisorum inferiorum. Solida ablatitia { A latere secundo in triplum quadratum lateris primi. { A quadrato lateris secundi in triplum lacus primum. { Cubus lateris secundi. Summa solidorum ablatitorum. Solida addititia { A latere secundo in planum expletionis. { A lateris secundi quadrato in coefficiententem longitudinem. Summa solidorum addititorum. Excessus ablatitorum, aequalis proposito resolvendo cubo adfecto.
-------------------------	--	---	--

Itaque si $1C = 10Q$, aquetur 288. fit $1N 12$. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Sed et si negatus adfecte cubus, de cujus resolutione agitur, tot constet ternis figuris, quot coefficientens longitudo singulis, interdum tamen eo loci prorumpit coefficientens, ut nisi Analysta ejus rationem habuerit, deludetur non raro in exquirenda radice. Quare magis est, ut eo casu ipsius coefficientis longitudinis cubo adaugeri subintelligatur adfectus propositus cubus, atque adeo ex ita adaucto eliciatur latus. Aut enim illud erit consentaneum, aut consentaneo proxime minus. Itaque si latus ita sumprum duabus deprehendetur constare figuris, erit argumentum cubi acephali, & fiet, si placuerit, devolutio in antecedentia. Ut in paradigmate.

Paradigma rursus analyseos cubi acephali sub quadrato adfecti.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	7	subquadratica
Cubus adfectus resolvendus	<hr style="width: 50px; margin: 0 auto;"/> 720	

Quoniam solidum 720 adjunctum cubo ex 7, facit solidum 1063, cujus, ut cubi, latus est major 9, ideo fit devolutio in antecedentia, & cubus est acephalus.

B b

Coëf-

D E N V M E R O S A

Cœfficiens longitudo	7	{	0
	.		.
Cubus acephalus resolvendus	0	720	2
	.	.	4
			8
Solida prosthapharetica	1	7	
{ Ablatitium			
{ Addititium			
Excessus ablatitii.		3	
Reliquum resolvendi cubi.		420	

0	0
N	2
Q	4
C	8

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	{	Planum expletionis, à cœfficiente longitudine in duplum lateris primi.	14
		Cœfficiens longitudo.	7
			.
Reliquum resolvendi cubi.			420
Divisorum pars inferior.	{	Triplum quadratum lateris primi.	3
		Triplum latus primum.	3
			.
Excessus divisorum inferiorum.			183
Solida ablatitia	{	A latere secundo in triplum quadratum primi.	6
		A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.	12
		Cubus lateris secundi.	8
Summa ablatitiorum			728
Solida addititia	{	A latere secundo in planum expletionis.	28
		A lateris secundi quadrato in cœfficientem longitudinem.	28
Summa additiorum			308
Excessus ablatitiorum, equalis reliquo resolvendi cubi adfecti.			420

Itaque si $1C - 7Q$, æquetur 720. fit $1N 12$. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Quo etiam artificio parabolæ epanorthico si utantur Logistæ in cubis adfectis adfirmate sub quadrato, quando præfertim cœfficientes longitudines in anteriora prorumpunt, consultius facient plerumque, ne divisiones frustra sint.

Proponatur $1C + 8Q$, æquari 1024. Ordinatis ad opus, ut ars post devolutionem exigit, figuris, nimirum

8
.
1024

Quoniam cubus ex 8 est 512, qui ablati ex 1024, relinquit 512 cujus radix cubica est 8: Ideo sumetur radix 8.

ANALYTICA potestatum adfectarum negatæ mixtæ & adfirmatæ.

P R O -

PROBLEMA XIII.

EDato in numeris quadrato-quadrato adfecto, adjunctione quidem plano-plani sub latere & dato coëfficiente solido, multa vero plano-plani sub cubo, & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur $1\ QQ - 68\ C + 202, 752\ N$, æquari $5, 308, 416$. Quæritur quanta sit $1N$, latusve propositi adfecti negare sub cubo, & adfirmare sub latere quadrato-quadrati.

Ex magnitudine igitur proposita $5, 308, 416$, ut eliciantur latera, resolvendi quadrato-quadrati adfecti, idem arguente genesi erit omnino processus, qui esset in analysi quadrato-quadrati puri, eo addito ut latus singulare quod primum elicitur ducatur in coëfficiens solidum. Deinde in illud quoque coëfficiens ducatur latus secundum. Idem latus singulare secundum ducatur in solidum expletionis, quod videlicet fit sub coëfficiente longitudine, & triplo lateris primi quadrato. Eiusdem lateris quadratum in planum expletionis, quod videlicet fit sub coëfficiente longitudine & triplo latere primo. Eiusdem denique lateris cubus ducatur in coëfficientem longitudinem. Ac facta quidem homogenea à coëfficiente solido sint ablatitia, ut & facta regularia; ea vero quæ fiunt à coëfficiente longitudine, addititia.

Elicietur itaque latus primum, coëfficientibus solita arte sitis & adnotatis. Divisores autem inferiores statuentur iidem, qui in analysi puri quadrato-quadrati. Superiores, iidem qui in exposita analysi quadrato-quadrati adfecti adfirmate sub latere, & analysi exposita quadrato-quadrati adfecti adfirmate sub cubo. Et sumpto divisorum ad facta ablatitia supra divisores ad facta addititia excessu, & instituta per eum divisione educetur latus secundum, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati dupliciter adfecti, sub latere per adfirmationem, & cubo per negationem.

I Eductio lateris singularis primi.

— Coëfficiens longitudo	68	subcubica																
+ Coëfficiens solidum	202752	sublaterale.																
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum.	5308416		<table border="0" style="margin-left: 20px;"> <tr><td></td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>N</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>Q</td><td>9</td><td>4</td></tr> <tr><td>C</td><td>27</td><td>8</td></tr> <tr><td>QQ</td><td>81</td><td>16</td></tr> </table>		0	0	N	3	2	Q	9	4	C	27	8	QQ	81	16
	0	0																
N	3	2																
Q	9	4																
C	27	8																
QQ	81	16																
	<table border="0" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>QQ</td><td>QQ</td></tr> </table>	QQ	QQ															
QQ	QQ																	
Plano-plana ablatitia	<table border="0" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>81</td></tr> <tr><td>608</td></tr> </table>	81	608	<table border="0" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>256</td></tr> </table>	256	<table border="0" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>Quadrato-quadratum lateris primi.</td></tr> <tr><td>A latere primo in coëfficiens solidum.</td></tr> </table>	Quadrato-quadratum lateris primi.	A latere primo in coëfficiens solidum.										
81																		
608																		
256																		
Quadrato-quadratum lateris primi.																		
A latere primo in coëfficiens solidum.																		
Summa ablatitiorum.	689	256																
Plano-planum addititium.	183	6	<table border="0" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>A lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.</td></tr> </table>	A lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.														
A lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.																		
Excessus ablatitiorum	505	656																
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati.	25	1856																

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	{ — Solidum expletionis à coefficiente longitudine in triplum quadratum late- ris primi — Planum expletionis à coefficiente in triplum la- tus primum. — Coëfficiens longitudo.	18	36	
			612	
			68	
+ Coëfficiens solidam.		20	2752	
Reliquum resolvendi adfecti qua- drato-quadrati.		25	1856	
Divisorum pars inferior	{ Quadruplus cubus lateris primi. Sextuplum quadratum ejusdem. Quadruplum latus primum.	10	8	
			54	
			12	
Summa divisorum adfectionis ad- firmata.		31	6272	
Summa divisorum adfectionis negate.		18	9788	
Excessus divisorum adfectionis adfirmata:		12	6484	
Plano-plana abla- titia à divisoribus.	{ Inferioribus } { Superiore	21	6	A latere secundo in quadruplum cū- bum primi.
		2	16	A quadrato lateris secundi in sextu- plum quadratum primi.
			96	A lateris secundi cubo in quadruplum latus primum.
			16	Quadrato-quadratum lateris secundi.
Summa plano-planorum ablatitiorum.		40	5504	A latere secundo in coëfficiens solidum:
		64	4080	
Plano-plana addititia	{	36	72	A latere secundo in solidum expletio- nis.
		2	448	A quadrato lateris secundi in planum expletionis.
			544	A cubo lateris secundi in coëfficiensem:
Summa plano-planorum additiorum.		39	2224	
Excessus ablatitiorum, equalis residuo re- solvendi adfecti quadrato-quadrati.		25	1856	

Itaque si 1 QQ — 68 C + 202, 752 N, aequetur 5, 308 ; 416: fit 1 N 32. Ex retrograda qua omnino observata cernitur, compositionis via.

PRO-

PROBLEMA XIV.

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto, multa quidem plano-plani sub latere & dato coëfficiente solido, adjunctione vero plano-plani sub cubo & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur $1\ QQ + 10\ C - 200\ N$, æquari 1, 369, 856. Quæritur quanta sit $1\ N$, latusve propositi adfecti adfirmate sub cubo, & negatæ sub latere quadrato-quadrati.

Ex magnitudine igitur proposita 1, 369, 856, ut eliciatur latus resolvendi quadrato-quadrati ita adfecti idem arguente genesi, erit omnino processus, qui in analysi quadrato-quadrati adfecti negatæ sub cubo & adfirmate sub latere, idem ordo, eadem punctorum sedes & coëfficientium. Sed quæ facta homogenea à coëfficiente solido erant ablatitia, à coëfficiente vero longitudine addititia; hic contra facta à coëfficiente longitudine erunt ablatitia, sicut & facta regularia. Facta vero à coëfficiente solido addititia, ut in paradigmatæ.

Paradigma analysos quadrato-quadrati dupliciter adfecti, sub cubo per adfirmationem, & latere per negationem.

I Eductio lateris singularis primi.

+ Coëfficiens longitudo	1	0	subcubica.
- Coëfficiens solidum		200	sublaterale.
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum.	136	9856	
	QQj	CQN QQj	
Plano-plana ablatitia	81 27	0	
Summa plano-planorum ablatitiorum.	108	0	
Plano-planum addititium.		600	A latere primo in coëfficiens solidum.
Excessus ablatitiorum.	107	400	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati.	29	5856	

{	00
	N 32
	Q 94
	C 278
	QQ 8116

Quadrato-quadratum lateris primi.
A lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.

II Eductio lateris singularis secundi.

+ Solidum expleionis, à coëfficiente longitudine in triplum quadratum lateris primi.	2	70
+ Planum expleionis, à coëfficiente longitudine in triplum latus primum.		90
+ Coëfficiens longitudo.		10
- Coëfficiens solidum.		200

B b 3

Reliquum

Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati.

Divisorum pars inferior {
 Quadruplum cubus lateris primi.
 Sextuplum quadratum ejusdem.
 Quadruplum latus primum.

29	5856
----	------

10	8
	54
	12

Summa divisorum adfectionis affirmata.

Divisor adfectionis negata.

Excessus divisorum adfectionis affirmata.

14	1430
----	------

	200
--	-----

14	1230
----	------

Plano-plana ablatitia à divisoribus {
 Inferioribus {
 Superioribus {

21	6
2	16
	96
	16
5	40
	360
	80

A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.
 A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.
 A lateris secundi cubo in quadruplum latus primum.
 Quadrato-quadratum lateris secundi.
 A latere secundo in solidam expletionem.
 A lateris secundi quadrato in planum expletionis.
 A lateris secundi cubo in coefficientem longitudinem.

Summa plano-planorum ablatitiorum.

Plano-planum addititium.

29	6256
----	------

	400
--	-----

Excessus ablatitiorum, aequalis residuo resolvendo adfecto quadrato-quadrato.

29	5856
----	------

A latere secundo in coefficientem solidam.

Itaque si $1\ Q\ C + 10\ C - 200\ N$, aequetur $1,369,856$. fit $1\ N\ 32$. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

PROBLEMA XV.

EDato in numeris quadrato-cubo adfecto, adjunctione quidem plano-solidi sub latere & dato coefficiente plano-plano, multa vero plano-solidi sub lateris cubo & dato coefficiente plano, latus analytice elicere.

Quidam numerus ductus in sui quadrato-quadratum, & in 500, dempto facto sui cubi in 5, facit 7,905,504. Queritur quis sit numerus ille.

In notis $1\ Q\ C - 5\ C + 500\ N$, aequatur 7,905,504. & fit $1\ N$ unitatum quot?

Est 7,905,504 quadrato-cubus adfectus, adjunctione quidem plano-solidi sub suo latere, & dato plano-plano 500, multa vero plano-solidi sub cubo lateris ipsius quadrato-cubi, & plano 5

Quadrato-cubi autem hujusmodi adfecti genesis, geni quadrato-cubi puri hoc insuper addit & subtrahit, ut latus singulare, quod primum elicetur, ducatur in plano-planum coefficientem affirmate. Lateris vero ejusdem primi cubus ducatur in coefficientem planum negate. Deinde latus secundum ducatur quoque in coefficientem plano-planum affirmate. Idem vero latus secundum ducatur in plano-planum sub triplo quadrato lateris primi

primi, & coëfficiens plano negate. Lateris vero ejusdem secundi quadratum in solidum sub triplo lateris primi, & coëfficiens plano. Lateris denique ejusdem secundi cubus in ipsum coëfficiens planum.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-cubo, ut eruantur latera, sedes singularium quadrato-cuborum constituentur solita methodo, à punctis subtrus collocatis designandæ.

Et quot numerantur sedes quadrato-cuborum, punctave, tot imprimis sedes laterum simplicium per singulas figuras constituentur desuper. Tot deinde sedes cuborum, per ternas videlicet alternas, & in ultima quidem simplicium sede coëfficiens plano-planum, quod quidem sublaterale est, consistet. In ultima vero cuborum coëfficiens planum, quod quidem est subcubicum.

Latera non secus elicientur, quam in analysi quadrato-cubi puri, nisi quod ipsæ coëfficiens divisoribus addunt, vel minuunt. Addit coëfficiens sub latere adfirmate, aufert coëfficiens sub cubo negate: sicuti etiam auferunt solidum sub plano coëfficiens subcubico, & triplo lateris jam elicit. Et plano-planum sub eodem & triplo quadrato lateris prædicti. Illud sedem occupans solidorum, hoc plano-planorum, post ipsum coëfficiens planum, inter puncta cubica desuper adfixa.

Et eliciendorum laterum cubi quidem ducuntur in ipsum coëfficiens planum. Quadrata in solidum sub coëfficiens plano & triplo lateris jam elicit. Longitudines vero tam in plano-planum sub coëfficiens eodem, & triplo lateris jam elicit quadrato, quam in ipsum coëfficiens plano-planum; plano-solidis, quæ inde fiunt, sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentibus, & iis quidem quæ fiunt à coëfficiens plano & suis scanforiis expletionum, solido videlicet, & plano-plano alioquin additiis, comparandis cum reliquis plano-solidis ablatitiis, quæ videlicet fiunt tum abs coëfficiens plano-plano, tum abs divisoribus reliquis in solita purorum quadrato-cuborum analysi, ac demum ablatitorum excessu auferendo ex adfecto proposito quadrato-cubo.

Coëfficiens denique utraque magnitudo, una cum superioribus divisoribus reliquis, in succedentia loca suo ordine devehetur, cum inferiores quoque divisores movebuntur reliqui. Ut in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-cubi adfecti sub latere adfirmate, & sub cubo negate.

I Eductio lateris singularis primi.

— Coëfficiens planum	5	subcubicum.
+ Coëfficiens plano-planum	5 0 0	sublaterale. {
Quadrato-cubus adfectum resolvendus.	7 9 0 5 5 0 4 Q Q C Q N. Q C j	{ 0 0 N 2 4 Q 4 16 C 8 64 Q Q 16 256 Q C 32 1024
Ablatitia	3 2	Quadrato-cubus lateris primi.
Plano-solida	1 0 0 0	A latere primo in plano-planum coëfficiens.
Addititium	4 0	A cubo lateris primi in coëfficiens planum.
Excessus ablatitorum.	3 1	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-cubi.	4 7	
	3 5 5 0 4	

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	{ — Plano-planum exple- tionis ; à coëfficiense plano in triplum quadratum la- teris primi. — Solidum expletionis, à coëfficiense plano in tri- plum latus primum. — Coëfficiens planum. + Coëfficiens plano-pla- num.	60	
		30	
		5	
		500	
Reliquum resolvendi adfecti qua- drato-cubi.		47	35504
Divisorum pars inferior	{ Quintuplum quadrato- quadratum lateris primi. Decuplus cubus ejusdem. Decuplum quadratum ejusdem. Quintuplum latus primum.	8	0
		80	
		40	
		10	
Summa divisorū adfectionis affirmata.		8	8460
Summa divisorum adfectionis negata.			6305
Excessus divisorū adfectionis affirmata.		8	78295
Plano-solida ablatitia, à divisoribus	{ Superioribus Inferiore	32	0
		12	80
		2	560
			2560
			1024
Summa plano-solidorum ablatitiorū.		47	2000
			64624
Plano-solida addititia	{		240
			480
			320
Summa plano-solidorum addititorum.			29120
Excessus ablatitorum, equalis resi- duo resolvendo adfecto quadrato- cubo.		47	35504

A latere secundo in quintuplum qua-
drato-quadratum primi.

A lateris secundi quadrato in decu-
plum cubum primi.

A lateris secundi cuba in decuplum
quadratum primi.

A quadrato-quadrato lateris secundi
in quintuplum latus primum.

Quadrato-cubus lateris secundi.

A latere secundo in coëfficiens plano-
planum.

A latere secundo in plano-planum ex-
pletionis.

A quadrato lateris secundi in solidum
expletionis.

A cubo lateris secundi in coëfficiens
planum.

Itaque si $1QC - 5C + 500N$, aequetur $7, 905, 504$. fit $1N 24$. Ex retrograda, qua omnino
observata cernitur, compositionis via.

Ad

Ad analyfin potestatum avulsarum,

P R A E C A V T I O.

In potestatibus avulsis, quas ambiguas esse monuimus, præfinitendi sunt ex arte limites, intra quos radices, de quibus quaeritur, consistant. Atque idcirco potestatum illarum constitutio imprimis dignoscenda est. Et tum demum primum singulare latus majus, minusve occurret: vel ex divisione magnitudinis resolvendæ per coefficientem, si divisioni est locus: vel ex radice congruæ à coefficiente pro sua magnitudinis genere educatione, ut feret præfinitendorum limitum coarctatio. Ac primus quidem casus omnino locum habet, cum de radice minore quaeritur. Primus vel secundus, cum de majore.

Addita autem potestas lateris singularis primi resolvendæ propositæ magnitudini, restituit potestatem avulsam. Quæ quidem auferenda est ei, à qua avellitur, homogeneæ sub gradu. Vel contra, homogenea sub gradu auferenda est à potestate restituta. Ac postremo quidem casui locus est omnino, cum de radice minore quaeritur. Primo vel secundo, cum de majore. At cum aliqua accideret dubitatio in electione radice majoris, ex arte est, ut coefficientis reducatur ad genus magnitudinis resolvendæ, & ex reducta auferatur magnitudo resolvenda, ac demum ex residua eliciatur radix illa major, cujus potestas avulsæ sit restitutoria.

Ad educationem vero lateris singularis secundi, differentia quidem divisorum attenditur, ut in potestatibus adfectis per negationem directam, Est autem excessus penes divisores superiores. At divisio ut plurimum climactice instituenda est.

Quid vero est climactice dividere? In resolutionibus potestatum, sive purarum sive adfectarum promiscue permiscetur ad divisorum inferiorum summam longitudines, plana, solida, plano-plana, plano-solida, & cujuscumque generis magnitudines. Vnde parabola (sic enim eam, quæ ex divisione oritur, magnitudinem Diophantus appellat) sæpe elatoria est. Sic immiscetur in divisoribus superioribus coefficientes longitudines, magnitudinibus expletionum, planis, solidis, & reliquis ulterioris generis scanforiis.

Adplicandum esto solidum ad divisorum hujusmodi differentiam. Quoniam igitur divisores diversæ sunt adfectionis, accidet aliquando inter planum expletionis adfectionis additivæ, & triplum quadratum lateris eliciti, adfectionis ablativæ nullam esse aut exiguam differentiam. Omnem aut præcipuam esse circa longitudines, ad quas ideo solidum adplicatum, facit parabolam planam, non longitudinem. Cum igitur parabola ex hujusmodi adplicatione duarum erit figurarum, censebitur plana, & ex ea tanquam quadrato radix educata proxime, si modo consenserint reliqua, latus erit secundum. Sic plano-plano adplicato ad differentiam, si contingat parabolam esse trium figurarum, censebitur solida & ex ea tanquam cubo radix educata proxime, si modo consenserint reliqua, erit latus secundum, & ea per quæcumque genera magnitudinum perpetua arte & methodo.

ANALYTICA potestatum avulsarum.

P R O B L E M A XVI.

E Dato in numeris plano sub latere & data coefficiente longitudine, adfecto multa quadrati, latus analytice elicere.

Proponatur $370N - 1Q$, æquari $9,261$. Quaeritur quanta magnitudo sit $1N$, radix-ve propositi quadrati avulsi.

Est $9,261$ planum sub latere & data coefficiente longitudine 370 , adfectum multa quadrati. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari, quorum unum majus est semisse coefficiente, alterum minus. Immo vero unum est minus radice quadrati $9,261$, alterum majus. Ac proinde cum adplicabitur duplum planum $9,261$ ad 370 , orietur latitudo major radice minore, minor autem radice majore. Atque adeo utraque radix ita occurret.

C c

Para-

Paradigma primum analyseos quadrati avulsi, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	3 7	0	<i>sublateralis.</i>
Planum sub latere, multatum lateris resolvendi quadrato.	9 2	6 1	$\left[\begin{array}{r} \frac{0}{6} \\ N \ 2 \cdot 7 \\ Q \ 4 \ 49 \end{array} \right.$
Planum restituens.	Qj	Qj	
Planum restitutum.	9 6	6 1	<i>Quadratum lateris primi.</i>
Planum principale minuens.	7 4	0	<i>A latere primo in coëfficiem longitudinem.</i>
Excessus plani restituti, reliquumve resolvendi avulsi quadrati.	2 2	6 1	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior.	} Coëfficiens longitudo.	3	7 0	
Reliquum resolvendi quadrati avulsi.		2 2	6 1	
Divisorum pars inferior.	} Duplum lateris primi.		4	
Excessus divisorum superiorum		3	3 0	
Plana addititia	}	2	8	<i>A latere secundo in duplum primi.</i>
Summa planorum additiorum.		3	2 9	<i>Quadratum lateris secundi.</i>
Planum ablativum.	2 5	9 0	<i>A latere secundo in coëfficiem longitudinem.</i>	
Excessus plani ablatitii, equalis restituti duo resolvendo avulso quadrato.	2 2	6 1		

Itaque si 370 N—1Q, aequetur 9,261. fit 1 N 27 latus unum è duobus, de quibus aequalitas potest explicari, ipsumque minus ut indicat limitum prafinitio. Cum autem adplicatur planum 9,261, ad longitudinem 27. oritur 343, vel ablata longitudo 27 ex 370, relinquit 343. Itaque latus majus erit 343.

Paradigma alterum analyseos quadrati avulsi, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Quoniam radix quæsitæ est major 185, & idcirco pluribus figuris, quam duabus, exprimens, ideo planum sub latere majore multatum lateris quadrato acephalum esse arguitur, & prima coëfficiens figura constituetur radix, consentientibus reliquis.

Coëfficiens

<i>Coefficiens longitudo</i>	3	7 0		<i>sublateralis.</i>
<i>Planum sub latere multatum lateris resolvendo quadrato.</i>	0	9 2	6 1	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{000}{N. 3.4} \\ Q. 9.16 \end{array} \right.$
<i>Planum restituens</i>	Q_j	Q_j	Q_j	
<i>Planum restitutum</i>	9	9 2	6 1	<i>Quadratum lateris primi.</i>
<i>Planum principale minuendum.</i>	1 1	1 0		<i>A latere primo in coefficientem longitudinem.</i>
<i>Excessus plani principalis, reliquumve resolvendi quadrati avulsi.</i>	1	1 7	3 9	

II Eductio lateris singularis secundi.

<i>Divisorum pars superior</i>	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Coefficiens} \\ \text{longitudo} \end{array} \right.$	3 7	0	
<i>Reliquum resolvendi quadrati avulsi.</i>		1 7	3 9	
<i>Divisorum pars inferior.</i>	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Duplum lateris} \\ \text{primi.} \end{array} \right.$	6		
<i>Excessus divisorum inferiorum.</i>		2 3	0	
<i>Plana ablatitia</i>	$\left\{ \right.$	2	4	<i>A latere secundo in duplam primi</i>
			1 6	<i>Quadratum lateris secundi.</i>
<i>Summa planorum ablatitiorum.</i>		2	5 6	
<i>Planum addititium.</i>		1	4 8	<i>A latere secundo in coefficientem longitudinem.</i>
<i>Excessus ablatitiorum.</i>		1	0 8.	
<i>Reliquum resolvendi quadrati avulsi.</i>		9	3 9	

Jam duo latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris singularis tertii ut secundi.

<i>Divisorum pars superior</i>	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Coefficiens lon-} \\ \text{gitudo.} \end{array} \right.$	3	7 0	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{000}{N. 34 3} \\ Q. 9 \end{array} \right.$
<i>Reliquum resolvendi quadrati avulsi.</i>		9	3 9	
<i>Divisorum pars inferior.</i>	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Duplum lateris} \\ \text{primi.} \end{array} \right.$	6	8	
<i>Excessus divisorum inferiorum.</i>		3	1 0	
<i>Plana ablatitia</i>	$\left\{ \right.$	2 0	4	<i>A latere secundo in duplum primi.</i>
			9	<i>Quadratum lateris secundi</i>
<i>Summa planorum ablatitiorum.</i>		2 0	4 9	
<i>Planum addititium.</i>		1 1	1 0	<i>A latere secundo in coefficientem.</i>
<i>Excessus addititiorum, equalis residuo resolvendo quadrato avulso.</i>		9	3 9	

Itaque si $370N - 1Q_2$ aequetur $9,261$. fit $1N 343$ latus unum è duobus, de quibus equalitas potest

C c 2

rest explicari, ipsumque majus, ut indicat limitum profinitio. Cum autem applicabitur planum 9, 261 ad longitudinem 343, oritur 27. vel ablata longitudo 343 ex 370, relinquit 27. Itaque latus minus erit 27.

PROBLEMA XVII.

E Dato in numeris solido sub latere, & data coefficiente plana magnitudine, adfecto multa cubi, latus analytice elicere.

Proponatur $13, 104N - 1C$, æquari $155, 520$, Quæritur quanta sit magnitudo $1N$, radice propositi cubi avulsi.

Est $155, 520$ solidum sub latere & dato coefficiente plano $13, 104$, adfectum multa cubi. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari, quorum unius quadratum minus est triente $13, 104$, alterum majus. Ac proinde cum applicabitur triplum solidi $155, 520$ ad duplum plani $13, 104$, orietur longitudo major radice minore, & minor radice majore. Atque adeo utraque radix ita occurret.

Paradigma primum analysos cubi avulsi à solido sub latere, ad inveniendum radicem minorem.

I. Eductio lateris singularis primi.

	Cœfficiens planum	1 3 1	0 4	sublaterale.
			.	
Solidum sub latere multatum lateris resolvendo cubo.		1 5 5	5 2 0	$\left[\begin{array}{r} 00 \\ N \ 12 \\ Q \ 14 \\ C \ 18 \end{array} \right]$ Cubus lateris primi.
Solidum restituens.		Cj	Cj	
		1		
Solidum restitutum.		1 5 6	5 2 0	A latere primo in cœfficiens planum.
Solidum principale minus.		1 3 1	0 4	
Excessus solidi restituti, reliquumve resolvendi cubi avulsi.		2 5	4 8 0	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	}	Cœfficiens planum.	1 3	1 0 4
Reliquum resolvendi cubi avulsi.			2 5	4 8 0
Divisorum pars inferior	}	Triplum quadratum lateris primi.		3
		Triplum latus primum.		3
Excessus divisorum superiorum.			1 2	7 7 4

Solida

Solida addititia	}	6	A latere secundo in triplum quadratum primi.
		12	A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.
		8	Cubus lateris secundi.
Summa solidorum additiorum.		728	
Solidum ablatitium.		26208	A latere secundo in coefficientis planum.
Excessus solidi ablatitii, equalis residuo resolvendo cubo avulso.		25480	

Itaque si $13,104N - 1C$, aequetur $155,520$. fit $1N12$ latus unum è duobus, de quibus aequalitas potest explicari, ipsumque minus, ut indicat limitum praefinitio. Cum autem applicabitur solidum $155,520$ ad 12 : Oritur planum $12,960$, compositum ex quadrato majoris & rectangulo sub majore & minore. Idem planum $12,960$ relinquetur, si ab plano $13,104$, auferatur 144 quadratum è 12 . Itaque latus majus esto $1N$, ergo $1Q + 12N$, aequabitur $12,960$. & fiet $1N108$ latus majus.

Paradigma secundum cubi avulsi à solido sub latere, ad invenendam radicem majorem.

I. Eductio lateris singularis primi.

Quoniam radix quaesita est major latere plani $4,368$, trientis $13,104$, nisi autem coefficientis in anteriora erumpat, orietur i duntaxat ex congrua divisione, argumentum est solidum sub latere multatum resolvendo lateris cubo esse acephalum. Et quoniam radix quadrata coefficientis plani est 1 , commode latus singulare primum constitueretur 1 .

Subtiliore calculo, quoniam 115 est proxime radix quadrata coefficientis plani, à cujus cubo $1,520,875$, cum subducetur ea quae proponitur resolvenda magnitudo, superest $1,365,355$, ideo radix solidi illius est trium figurarum, quarum prima est $\sqrt{C}1$.

Coefficientis planum.	1	310	4	fablaterale.	
Solidum sub latere multatum lateris cubo, acephalum.	0	155	520	•••	$\begin{matrix} 000 \\ N10 \\ Q10 \\ C10 \end{matrix}$
Solidum restituens	Cj	Cj	Cij	•••	
Solidum restitutum.	1	155	520	•••	
Solidum principale minuendum	1	310	4	•••	A latere primo in coefficientis planum.
Excessus solidi principalis, reliquumve resolvendi cubi.	1	154	880	•••	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	}	Coefficientis planum	131	04
Reliquum resolvendi cubi avulsi.		num	154	880

Cc 3

Divi-

Divisorum pars inferior	{ Triplum quadratum lateris primi.	3	
	{ Triplum latus primum.	3	
Excessus divisorum inferiorum, dividendo, parabola fit o.		198	960

Qui quoniam major est numero dividendo, parabola fit o.

III Eductio lateris singularis tertii, ut secundi.

Divisorum pars superior	{ Coëfficiens planum.	13	104	$\left\{ \begin{array}{r} 00 \ 0 \\ N \ 10 \ 8 \\ Q \ 100 \ 64 \\ C \ 1000 \ 512 \end{array} \right.$
Reliquum resolvendi cubi avulsi		154	880	
Divisorum pars inferior.	{ Triplum quadratum lateris primi.	30	0	
	{ Triplum latus primum.		30	
Excessus divisorum inferiorum.		17	196	
Solida ablatitia		240	0	A latere secundo in triplum quadratum primi.
		19	20	A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.
			512	Cubus lateris secundi.
Summa solidorum ablatitorum.		259	712	
Solidum addititium.		104	832	A latere secundo in coëfficiens planum.
Excessus ablatitorum, equalis residuo resolvendo cubo.		154	880	

Itaque si 13, 104 N — 1 C, aequetur 155, 520. fit 1 N 108.

PROBLEMA XVIII.

E Dato in numeris solido sub quadrato & data coëfficiente longitudine, adfecto multa cubi, latus analytice elicere.

Proponatur 57 Q — 1 C, æquari 24, 300. Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radice propositi cubi avulsi.

Est 24, 300 solidum sub quadrato adfectum multa cubi. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari, quorum unum minus est besse 57, alterum majus, atque adeo sicutrumvis occurret.

Para-

Paradigma primum analyseos cubi avulsi à solido sub quadrato, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Cœfficiens longitudo	5	7	subquadratica.
Solidum suo multatum cubo.	24	300	$\left[\begin{array}{r} 00 \\ N \ 30 \\ Q \ 9 \\ C \ 27 \end{array} \right.$
	Cj	QN Cj	
Solidum restituens.	27	.	Cubus lateris primi.
Solidum restitutum.	51	300	$\left[\begin{array}{r} 00 \\ N \ 30 \\ Q \ 9 \\ C \ 27 \end{array} \right.$
Solidum principale minuens.	51	3	
Excessus restituti.	0	.	

A lateris primi quadrato in cœfficiens longitudinem.

Itaque si 57 Q — 1 C, aequetur 24, 300. fiet 1 N 30 latus unum è duobus, de quibus equalitas potest explicari, idemque minus, ut indicat limitum præfinitio. Hujus quadratum est 900, ad quod dum applicatur solidum 24, 300, oritur latitudo 27, quantum etiam relinquit 57 post ablatam 30. Intelliguntur tres proportionales longitudines, quarum tertia sit 27, composita autem è secunda & prima 30, latus alterum de quo proposita anceps equalitas potest explicari componetur ex secunda & tertia. Sit ergo latus alterum 1 N. 1 Q — 27 N, aequabitur 810 plano ex 27 in 30. Et fiet 1 N 45, latus majus.

Paradigma secundum analyseos cubi avulsi à solido sub quadrato, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Cœfficiens longitudo	5	7	subquadratica
Solidum sub quadrato multatum lateris cubo.	24	300	$\left[\begin{array}{r} 00 \\ N \ 45 \\ Q \ 16 \ 25 \\ C \ 64 \ 125 \end{array} \right.$
	Cj	QN Cj	
Solidum restituens.	64	.	Cubus lateris primi.
Solidum restitutum.	88	300	$\left[\begin{array}{r} 00 \\ N \ 45 \\ Q \ 16 \ 25 \\ C \ 64 \ 125 \end{array} \right.$
Solidum principale minuendum.	91	2	
Excessus solidi principalis, reliquumve resolvendi cubi.	2	900	

A lateris primi quadrato in cœfficiens longitudinem.

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum $\left\{ \begin{array}{l} \text{Planum expletionis, à} \\ \text{duplo lateris primi in cœf-} \\ \text{ficiens longitudo.} \\ \text{superior} \end{array} \right.$	4	56
Reliquum resolvendi cubi.	2	900
Divisorum $\left\{ \begin{array}{l} \text{Triplum quadratum la-} \\ \text{teris primi.} \\ \text{inferior} \end{array} \right.$	4	8
Triplum latus primum.	4	12

Diffe-

<i>Differentia divisorum.</i>		303	
Solida ablatitia	24	0	<i>A latere secundo in triplum quadratum primi.</i>
	3	00	<i>A quadrato secundi in triplum latus primum.</i>
		125	<i>Cubus secundi.</i>
<i>Summa solidorum ablatiorum.</i>	27	125	
Solida addititia	22	80	<i>A latere secundo in planum expletio- nis.</i>
	1	425	<i>A quadrato secundi in coefficientem.</i>
<i>Summa solidorum additiorum.</i>	24	225	
<i>Excessus ablatiorum, aequalis residuo resolvendo cubo.</i>	2	900	

Itaque si $57Q - 1C$, aquetur $24, 300$. fit $1N$ 45 latus unum è duobus, de quibus aequalitas potest explicari, idemque majus, ut indicat limitum praefinitio. Hujus quadratum est $2,025$, ad quod dum adplicatur solidum $24, 300$, oritur 12 , quod etiam relinquit 57 post ablatam 45 . Intelliguntur tres proportionales longitudines, quarum prima fit 12 , composita ex secunda & tertia 45 , latus alterum de quo proposita anceps aequalitas potest explicari, componetur ex prima & secunda. Sit ergo latus illud alterum $1N$. $1Q - 12N$, aequabitur $5,40$ & fiet $1N$ 30 , latus minus.

De ambiguitate cubi multipliciter adfecti.

Cubus adfectus sub quadrato negatè & latere adfirmatè ambiguus est, quando triplum quadratum è triente coefficientis longitudinis majus est coefficiente plano.

Proponatur $1C - 6Q + 11N$, aequari 6 . Quoniam 12 triplum quadratum è triente 6 , majus est coefficiente plano 11 : ideo $1N$ de tribus lateribus potest explicari, quorum summa 6 , trinum sub iis rectangulum 11 . Solidum sub iisdem factum continue 6 . Quoniam autem solidum 6 adjunctum 16 cubo duplo è triente coefficientis longitudinis, aequale est solido 22 , quod fit à triente coefficientis longitudinis in coefficientis planum: ideo tria latera quaesita aequali distabunt inter se excessu. Excessus maximi supra 2 trientem coefficientis longitudinis, esto $1N$. $1Q$, aequabitur 1 , excessui quo triplum quadratum è triente coefficientis longitudinis praestat plano coefficienti 11 . Itaque tria latera erunt $3, 2, 1$.

Rursus proponatur $1C - 12Q + 19N$, aequari 18 . Quoniam 48 triplum quadratum è triente 12 , majus est coefficiente plano 19 : ideo $1N$ de tribus lateribus potest explicari, quorum summa 12 , trinum sub iis rectangulum 19 . Solidum sub iisdem factum continue 18 . Quoniam autem solidum 18 , adjunctum 128 cubo duplo è triente 12 , majus est solido 116 , quod fit ab 4 triente coefficientis longitudinis in 19 coefficientis planum: ideo tria latera quaesita inaequali distabunt inter se excessu, ac medium quidem & minimum illorum deficient à 4 triente coefficientis longitudinis. Excessus maximi supra 4 , esto $1N$. Quoniam 48 , majus est 19 , per 19 . Solidum autem 18 , adjunctum 128 , majus est solido 116 , per 30 . Ideo $1C - 19N$, aequabitur 30 . Et fiet $1N$ 5 . Itaque maximum latus erit 9 , medium 2 , minimum 1 .

Rursus proponatur $1C - 18Q + 95N$, aequari 126 . Quoniam 108 triplum quadratum è triente 18 , majus est coefficiente plano 95 : ideo $1N$ de tribus lateribus potest explicari, quorum summa 18 , trinum sub iis rectangulum 95 . Solidum sub iisdem factum continue 126 . Quoniam autem solidum 126 adjunctum 432 cubo duplo è triente coefficientis longitudinis, minus est solido 570 , quod fit à 6 triente coefficientis longitudinis in 95 coefficientis planum: ideo tria latera quaesita inaequali distabunt excessu. & sive maximum, sive medium majus erit 6 triente coefficientis longitudinis. Excessus hic vel ille, esto $1N$. Quoniam 108 , majus est 95 , per 13 . Solidum vero 126 , adjunctum 432 , minus est solido 570 , per 12 . Ideo $13N - 1C$, aequabitur 12 . Et fiet $1N$ 1 , vel 3 . Itaque 3 erit excessus maximi supra 6 . Et 1 excessus medii. Itaque tria latera sunt $9, 7, 2$.

Et

Et si proponatur $1C - 9Q + 24N$, æquari 20. Tria latera sunt 2, 2, 5. duo videlicet è tribus sunt inter se æqualia. At cum triplum quadratum è triente coëfficientis longitudinis, æquale est coëfficienti plano, singula tria latera æqualia sunt. Vt si proponatur $1C - 6Q + 12N$, æquari 8. Tria latera sunt 2, 2, 2.

Cum triplum quadratum coëfficientis longitudinis, cedit coëfficienti plano, nulla erit in radice ambiguitas: sed resolveretur cubus cum sua duplici adfectione, vel adfectione saltem una, ex arte liberabitur.

Sane, cum solidum sub coëfficiente longitudine & coëfficiente plano, æquabitur resolvendæ magnitudini: non indigebit res sive expurgatione sive resolutione. Coëfficiens enim longitudo ipsa erit radix de qua quæritur. Proponatur $1C - 6Q + 40N$, æquari 240. Quoniam 240, fit ex ductu 6 in 40, erit $1N 6$. Quod adnotasse fuit opportunum.

PROBLEMA XIX.

E Dato in numeris plano-plano sub latere & data coëfficiente solida magnitudine, adfecto multa quadrato-quadrati, latus analytice elicere.

Proponatur $27, 755N - 1QQ$, æquari 217, 944, Quæritur quanta sit magnitudo $1N$, radixve propositi quadrato-quadrati avulsi.

Est 217, 944 plano-planum sub latere & dato coëfficiente solido 27, 755. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari; quorum minoris cubus minor est 6, 938 $\frac{2}{3}$ quadrante coëfficientis solidi; majoris major. Ac proinde cum adplicabitur quadruplum plano-planum 217, 944 ad solidum 27, 755; orietur latitudo major radice minore; & minor radice majore. Atque adeo utraque occurret.

Paradigma primum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub latere, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens solidum	27	17 55	sublaterale.
Plano-planum sub latere, multatum lateris quadrato-quadrato.	21	7 944 CQN QQj	

Quoniam radix minor de qua quæritur cedit lateri cubico solidi 6, 938. Itaque prima figura non potest esse 2. Si vero sumatur 1 plano-planum principale, quod minuere non minui oportet, majus esset plano-plano restituto, ideo fit devolutio.

Eductio lateris singularis primi post devolutionem.

Coëfficiens solidum.	2	7 755	N 8
Plano-planum sub latere multatum lateris quadrato-quadrato.	21	7 944	Q 64 C 512 QQ 4096
Plano-planum restituens.		4 096	Quadrato-quadratum lateris primi.
Plano-planum restitutum.	22	2 040	
Plano-planum principale minuens, æquale plano-plano restituto.	22	2 040	A latere primo in coëfficiens solidum.

Itaque si $27, 755N - 1QQ$, aquetur 217, 944. fit $1N 8$ latus unum, idemque minus, ut indicat limitum præfinitio. Cum autem ad 8 adplicatur plano-planum 217, 944, oritur solidum 27, 243, quale relinquit factus à radice 8 cubus ablatu è solido 27, 755. Intelliguntur quatuor continue proportionales cubi, quorum minor extremus fit 512. Adgregatum vero è reliquis tribus 27, 243. Cubus autem major extremus $1C$. Ergo $1C + 8Q + 64N$, aquabitur 27, 243. Et fiet $1N 27$ latus alterum, idemque majus propositi avulsi quadrato-quadrati.

Paradigma secundum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub latere, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

	Coëfficiens solidum	27	755	sublaterale.															
			.																
Plano-planum multatum resolvendo quadrato-quadrato.	21	7944	CQN.	<table border="0" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 5px;">o</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"></td> <td style="padding: 0 5px;">o</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">N</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">7</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">Q</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">4</td> <td style="padding: 0 5px;">49</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">C</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">8</td> <td style="padding: 0 5px;">343</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">QQ</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">16</td> <td style="padding: 0 5px;">2401</td> </tr> </table>	o		o	N	2	7	Q	4	49	C	8	343	QQ	16	2401
o		o																	
N	2	7																	
Q	4	49																	
C	8	343																	
QQ	16	2401																	
	QQj	QQj																	
Plano-planum restituens.	16			Quadrato-quadratum lateris primi.															
Plano-planum restitutum.	37	7944																	
Plano-planum principale minuendum.	55	510		A latere primo in coëfficiens solidum.															
Excessus plano-plani principalis, reliquumve resolvendi quadrato-quadrati.	17	7156																	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Coëfficiens solidum.	2	7755	
Reliquum resolvendi quadrato-quadrati.	17	7156		
Divisorum pars inferior	Quadruplus cubus lateris primi.	3	2	
	Sextuplum quadratum lateris primi.		24	
	Quadruplum latus primum.		8	
Summa divisorum inferiorum.	3	448		
Excessus divisorum inferiorum.		6725		
Plano-plana ablatitia	22	4		A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.
	11	76		A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.
	2	744		A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.
		2401		Quadrato-quadratum lateris secundi.
Summa plano-planorum ablatitiorum.	37	1441		
Plano-planum addititium.	19	4285		A latere secundo in coëfficiens solidum.
Excessus ablatitiorum, equalis residuo resolvendo avulso quadrato-quadrato.	17	7156		

Itaque si 27, 755 N. — 1 QQ, aequetur 217, 944. fit 1' N 27 latus unum, idemque majus, ut indicat limitum prefinisio. Cum autem ad 27 adplicatur plano-planum 217, 944, oritur solidum 8, 072, quale etiam relinquit factus à radice 27 cubus 19, 683 ablatas è solido 27, 755. Intelliguntor quatuor continue proportionales cubi, quorum major extremus fit 19, 683. Adgregatum vero è reliquis tribus 8, 072. Cubus autem minor extremus, esto 1 C. Ergo 1 C + 27 Q + 729 N, aequabitur 8, 072. & fiet 1 N 8 latus alterum, idemque minus propofiti avulsi quadrato-quadrati.

P R O .

PROBLEMA XX.

E Dato in numeris plano-plano sub cubo & data coefficiente longitudine, adfecto multa quadrato-quadrati, latus analytice elicere.

Proponatur 65C—1QQ, æquari 1,481,544. Quæritur quanta sit magnitudo 1N, radix-ve propositi quadrato-quadrati avulsi.

Est 1,481,544, plano-planum sub cubo, & data coefficiente longitudine 65. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari. Quorum unum minus est do-drante 65. Alterum majus. Ac proinde cum ad triplum longitudinis 65 adplicabitur quadruplum plano-plani 1,481,544, orietur solidum majus cubo radices minoris, minus vero cubo radices majoris. Atque adeo utraque radix ita occurret.

Paradigma primum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub cubo, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi.

	Coëfficiens longitudo	6	5	subcubica.												
		_____	_____													
Plano-planum multatum resolvendo quadrato-quadrato.	1 4 8	1 5 4 4		<table border="0"> <tr><td>N</td><td>3</td><td>8</td></tr> <tr><td>Q</td><td>9</td><td>64</td></tr> <tr><td>C</td><td>27 parabola</td><td>512</td></tr> <tr><td>QQ</td><td>81</td><td>4096</td></tr> </table>	N	3	8	Q	9	64	C	27 parabola	512	QQ	81	4096
N	3	8														
Q	9	64														
C	27 parabola	512														
QQ	81	4096														
	QQ1	QQj														
Plano-planum restituens.	8 1		Quadrato-quadratum lateris primi.													
	_____	_____														
Plano-planum restitutum	2 2 9	1 5 4 4														
Plano-planum principale minuens.	1 7 5	5		A cubo lateris primi in coefficientem longitudinem.												
	_____	_____														
Excessus plano-plani restituti, reliquumve resolvendi avulsi quadrato-quadrati.	5 3	6 5 4 4														

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Solidum expletionis, à coefficiente in triplum quadratum lateris primi. Planum expletionis, à coefficiente in triplum latus primum. Coëfficiens longitudo.	1 7 5 5	
		5 8 5	
		6 5	
		_____	_____
Reliquum resolvendi avulsi quadrato-quadrati.		5 3	6 5 4 4
		_____	_____
Divisorum pars inferior	Quadruplus cubus lateris primi. Sextuplum quadratum lateris primi. Quadruplum latus primum.	1 0 8	
		5 4	
		1 2	
		_____	_____
Excessus divisorum superiorum.		6	7 8 9 5

D d 2

Plano-

Plano-plana addititia	}	8 6 4	4	<i>A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.</i>
		3 4 5 6	6	<i>A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.</i>
		6 1 4 4	4	<i>A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.</i>
		4 0 9 6	6	<i>Quadrato-quadratum lateris secundi.</i>
Summa plano-planorum additiorum.		1 2 7	5 1 3 6	
Plano-plana ablatitia	}	1 4 0	4 0	<i>A latere secundo in solidum expletionis.</i>
		3 7	4 4 0	<i>A quadrato lateris secundi in planum expletionis.</i>
		3	3 2 8 0	<i>A cubo lateris secundi in coefficientem longitudinem.</i>
Summa plano-planorum ablatiorum.		1 8 1	1 6 8 0	
Excessus ablatiorum, equalis residuo resolvendo avulso quadrato-quadrato.		5 3	6 5 4 4	

Itaque si 65 C—1 Q Q, aequetur 1,481,544. fit 1 N 38 latus unum, è duobus de quibus aequalitas potest explicari, ipsumque minus, ut indicat limitum praefinitio. Hujus cubus est 54,872, ad quem dum adplicatur plano-planum 1,481,544, oritur latitudo 27, quantam etiam reliquit longitudo 38, ablata è 65. Intelliguntur quatuor continue proportionales, ex quarum prima, secunda, & tertia componatur 38, quarta vero fit 27. Vnde summa omnium 65, quanta est coefficientens. Latus igitur alterum componetur ex quarta, secunda, & tertia. Tertia esto 1 N. Igitur 1 C + 27 Q + 729 N, aequabitur 27,702 solidifacito à 38 data in 729 quadratum quarta. Itaque tertia erit 18, secunda 12. Atque adeo latus majus 57.

Paradigma secundum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub cubo, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	6 5	subcubica.	<table border="0" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>N</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">5</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>Q</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">25</td> <td>49</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">125</td> <td>343</td> </tr> <tr> <td>QQ</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">625</td> <td>2401</td> </tr> </table>		0	0	N	5	7	Q	25	49	C	125	343	QQ	625	2401
	0	0																
N	5	7																
Q	25	49																
C	125	343																
QQ	625	2401																
Plano-planum multatum resolvendo quadrato-quadrato.	1 4 8	1 5 4 4	<i>Quadrato-quadratum lateris primi</i>															
Plano-planum restituens.	6 2 5	C Q N . Q Q j																
Plano-planum restitutum.	7 7 3	1 5 4 4																
Plano-planum principale minuendum.	8 1 2 5	5	<i>A coefficiente longitudinis in cubum lateris primi.</i>															
Excessus plano-plani principalis, reliquumve resolvendi avulsi quadrato-quadrati.	3 9	3 4 5 6																

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	{	Solidum expletionis, à coefficiente in triplum quadratum lateris primi.	4 8 7 5	
		Planum expletionis, à coefficiente in triplum latus primum.	9 7 5	
		Coëfficiens longi- tudo.	6 5	
Reliquum resolvendi avulsi qua- drato-quadrati.			3 9 3 4 5 6	
Divisorum pars inferior	{	Quadruplus cubus la- teris primi.	5 0 0	
		Sextuplum quadratum lateris primi.	1 5 0	
		Quadruplum latus pri- mum.	2 0	
Summa divisorum inferiorum.			5 1 5 2 0	
Summa divisorum superiorum.			4 9 7 3 1 5	
Excessus divisorum inferiorum.			1 7 8 8 5	
Plano-plana ablatitia	{		3 5 0	A latere secundo in quadruplum cubum primi.
			7 3 5 0	A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.
			6 8 6 0	A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.
			2 4 0 1	Quadrato-quadratum secundi.
Summa plano-planorum abla- titorum.			4 3 0 6 0 0 1	
Plano-plana addititia	{		3 4 1 2 5	A latere secundo in solidum exple- tionis.
			4 7 7 7 5	A quadrato lateris secundi in planum expletionis.
			2 2 2 9 5	A cubo lateris secundi in coefficientem longitudinem.
Summa plano-planorum addi- titorum.			3 9 1 2 5 4 5	
Excessus ablatitorum, aequalis residuo resolvendo avulso quadrato- quadrato.			3 9 3 4 5 6	

Itaque si 65 C — 1 Q Q, aequetur 1,481,544. fit 1 N 57 latus unum, è duobus de quibus equalitas potest explicari, ipsumque majus, ut indicat limitum presinitio. Hujus cubus est 185,193; ad quem dum adplicatur plano-planum 1,481,544, oritur latitudo 8, quantum etiam relinquit longitudo 57 ablata è 65. Intelliguntur quatuor continue proportionales, ex quarum prima, secunda & tertia componatur 57, quarta vero fit 8. Vnde summa omnium 65 coefficientis. Latus igitur alterum componetur ex quarta, secunda & tertia. Tertia esto 1 N. Igitur 1 C + 8 Q + 64 N, aequabitur 3,648, solido factò à 57 data in 64 quadratum quarta. Itaque tertia erit 12, secunda 18, atque adeo latus minus 38.

CONSECTARIUM GENERALE AD ANALYSIN PTESTA-
TIVM ADFECTARVM,

Et preceptorum quæ ad eam pertinent, recollectio.

Ergo in analysi potestatum adfectarum eadem omnino locum habent præcepta, quæ in analysi purarum. Quicquid præterea mysterii est, versatur præcipue in situ coëfficientium subgradualium magnitudinum, ac earum quas diximus, expletionis, ab ipsis videlicet coëfficientibus, & eliciundis singulariter lateribus, aut eorum parodicis ad potestatem gradibus, adfectarum.

Præceptum primum.

De singularibus potestatibus per puncta designandis, & coëfficientium ordine, & situ.

Prima igitur cura esto, ut quot puncta singularium potestatum adnotabuntur sub figuris, pergendo à dextra ad lævam, tot puncta conditionaria gradus, quem metitur coëfficiens, adnotentur supra figuras, pergendo quoque à dextra ad lævam, & in ultima sede coëfficiens consistat.

Nempe si coëfficiens est sublateralis, quot puncta singularium potestatum adnotabuntur, tot adnotentur puncta lateralia, nulla videlicet figura intermedia relicta.

Si sub-quadratica est, tot puncta quadratica, una videlicet figura intermedia relicta.

Si sub-cubica, tot puncta cubica, duabus videlicet figuris intermediis relictis.

Si sub-quadrato-quadratica, tot puncta quadrato-quadratica, tribus videlicet figuris intermediis relictis.

Si sub-quadrato-cubica, tot puncta quadrato-cubica, quatuor videlicet figuris intermediis relictis.

Si sub-cubo-cubica, tot puncta cubo-cubica, quinque videlicet figuris intermediis relictis. Et ita in infinitum.

Præceptum secundum.

De educendo latere singulari primo, & efficiundis ab eodem homogeneis cum resolvenda magnitudine comparandis.

Secunda cura esto, ut latus singulare primum eruatur sub ultimo adnotato singularium potestatum puncto, quod quidem primum occurrit, dum è contrario à læva tenditur ad dextram. Et potestas lateris singularis ducti adnotetur congruenter, ita videlicet ut desinat sub sibi addicto puncto.

Idem latus singulare, vel ejus parodicus gradus, qualem coëfficiens metitur, ducatur in coëfficientem, vel coëfficientes subgraduales, & facta hujusmodi homogenea adnotentur quoque congruenter, ita videlicet ut desinant in sedibus sibi addictis.

Et ita demum adnotatæ, tum potestas lateris singularis ducti, tum effectæ magnitudines potestati homogeneæ, comparentur cum proposita magnitudine resolvenda. Distinguendæ autem sunt *ἁπλοῦς*.

Casus primus.

Enimvero, si adfectio est per affirmationem, tunc potestas lateris singularis ducti, & effectæ magnitudines ei homogeneæ auferentur è proposita magnitudine resolvenda, cum alioqui, quando resolvenda proponitur magnitudo pura, auferenda sit sola singularis potestas prima. Qua igitur methodo elicietur latus illud singulare primum; ne deludatur Analysta? Et in conspicuo est habendam esse tum magnitudinis propositæ resolvendæ, tunc coëfficientium rationem. Sed posthabita coëfficientis ratio Analystam non eludet, quando coëfficiens semota est longe in posteriora à puncto potestati singulari primæ

primæ additō. Quod enim latus congrueret, si quæ proponitur resolvenda magnitudo esset pura, idem adlumeretur ad latus singulare primum.

Cum autem in anteriora prorumpit coëfficiens, argumentum est, homogenea adfectionum majora esse lateris de quo quæritur potestate. Et erit consentaneum, opus à divisione inchoare. Itaque si divisor major est dividendo, fiet secessio, devolutiove coëfficientis subgradualis in succedens sibi additum punctum, idque toties donec locus sit divisioni.

Et quot secedet punctis coëfficiens subgradualis, quæ nimis prorumpebat in anteriora exiliens magnitudinis resolutioni expositæ terminos, tot secedent coëfficientes quæque in sibi additæ loca. Ac denique tot delebuntur subtrus singularium potestatum puncta, sub quibus alioquin erat primi lateris instituendaeductio.

Ita autem à divisione resolvendæ potestatis per coëfficientem magnitudinem opus inchoabitur, ut lex homogeneorum maneat illæsa. Nempe,

Si resolvenda magnitudo est cubus, aliud-ve solidum; coëfficiens vero planum: ea quæ ex adplicatione divisione-ve oritur magnitudo, radix esto.

At si coëfficiens est longitudo, id quod oritur quadratum esto, & quadrati ortivi radix proxima veræ subnotator: quandoquidem, cum solidum adplicatur ad longitudinem, id quod oritur planum est.

Æque, si magnitudo resolvenda sit quadrato-cubus, aliud-ve plano-solidum; coëfficiens vero planum: quod oritur cubus esto, & cubi etiam radix proxima veræ subnotator. quandoquidem, cum plano-solidum adplicatur ad planum, id quod oritur solidum est. Et ea constanti in omnibus potestatibus & coëfficientibus, methodo.

At cum neque in posteriora secedit vel prorumpit in anteriora coëfficiens subgradualis magnitudo, sed in eadem prope commissura existit, tunc homogenea sub gradu & ea coëfficiente potestatem lateris singularis propemodum adæquat, & sive à radicis educatione opus inchoet Analysta, sive à divisione, sentiet non raro se deludi. Itaque magis est, ut in ea ἀπειρα suum artificium prodat. Quod erit hujusmodi.

Expendet coëfficientis radicem pro suo magnitudinis genere; ipsam videlicet coëfficientem, si coëfficiens longitudo est; vel latus quadrati si planum; vel latus cubi si solidum, & eo continuo ordine, & ab ea radice potestatem efficiet resolvendæ propositæ magnitudinis homogeneam, & deinceps comparandam. Radix autem prima differentiæ inter ambas erit latus singulare primum educendum. Aut etiam reducet coëfficientem, & eam, quæ resolvenda proponitur, magnitudinem ad idem magnitudinis genus, & reductarum sumet à resolvenda differentiam, & radix prima differentiæ erit, ut ante, latus singulare primum educendum.

Casus secundus.

Quod si adfectio fuerit per negationem à potestate, potestas quidem singularis lateris auferetur propositæ magnitudini resolvendæ. At eidem addetur homogenea sub gradu & coëfficiente.

Et si coëfficiens sub gradu homogeneam negatam pluribus constet punctis conditionariis, quam resolvenda proposita magnitudo, prout unumquodque magnitudinis genus exposcit, designandis: talis magnitudo censebitur mutila & ἀκέραια. Itaque tot numeralibus circulis à dextra ad lævam attolletur, quot deesse videbuntur ad explendum punctorum conditionariorum coëfficientis numerum. Radix autem coëfficientis secundum suum magnitudinis genus expendetur, & statuetur latus singulare primum resolvendæ potestatis adfectæ.

Esto nempe coëfficiens longitudo, resolvenda vero planum. Quot igitur binis figuris constabit planum, si tot simplicibus constet longitudo, dicentur ambæ magnitudinis punctis conditionariis æquari. Et coëfficientis ipsius prima à læva ad dextram figura, statuetur latus singulare primum resolvendæ potestatis adfectæ.

Esto coëfficiens planum, resolvenda vero solidum. Quot igitur ternis figuris constabit solidum, si tot binis constet planum, dicentur ambæ longitudines punctis conditionariis æquari. Et radix prima coëfficientis ipsius tanquam quadrati sub puncto congruo æstimanda, latus erit singulare primum resolvendæ potestatis adfectæ.

Etea constanti in omnibus potestatibus & coëfficientibus, methodo.

Si

Si vero non pluribus conditionariis punctis constet coëfficiens, sed tamen eo loci prorumpat, ut dubitationi possit esse locus quanta eligenda radix vel parabola: ideo ne divisio frustra sit, & de novo opus inchoare necesse habeat delusus Analysta. Tunc, ut arte magis omnia procedant, tam coëfficientes, quam resolvendæ magnitudines ad idem magnitudinis genus reducentur. Et ex earum ita reductarum summa (quandoquidem per negationem adfectio est) radix elicitur consentanea, & retinebitur.

Casus tertius.

Quod adfectio fuerit per affirmationem mixtim & negationem à potestate: Effecta quidem sub coëfficientibus affirmatis homogenea, una cum potestate lateris educendi, erunt ablativa magnitudini resolvendæ: At contra effecta sub coëfficientibus negatis erunt additiva. Itaque ad educendum latus singulare primum, locus erit permixtim antecedentibus quoque præceptis.

Casus quartus.

At quando potestas ab homogenea sub gradu avellitur, avulsam eam restituit potestas lateris singularis primi, & restituta deminuitur ab homogenea de qua negatur, vel homogeneam minuit. Semper autem inchoandum est opus à divisione, cum de minore radice quæritur, & restituta potestas ab homogenea sub gradu deminuitur. Cum vero quæritur de majore, reducitur coëfficiens ad idem magnitudinis genus, & ex excessu elicitur radix potestatis avulsæ restitutoria, secundum ea quæ in epidigmati adnotata sunt.

Præceptum tertium.

De divisorum constitutione, ordine, & situ, post educationem lateris singularis primi.

Tertia cura esto, ut post educationem primi lateris singularis, & emendatam congrua subductione expositam resolutioni magnitudinem, dividentes scanforiæ in suo collocentur situ & ordine, tam superius quam inferius. Ac inferius quidem collocentur multiplices laterum elicitorum gradus parodici, ipsimet qui dividerent in analysi puræ potestatis, ut pote

In analysi quadrati, duplum lateris eliciti.

In analysi cubi, Prima, dividens scanforia magnitudo, triplum lateris eliciti. Secunda, triplum quadratum ejusdem.

In analysi quadrato-quadrati, Prima, quadruplum lateris eliciti. Secunda, sextuplum quadratum ejusdem. Tertia, quadruplus cubus ejusdem.

In analysi quadrato-cubi, Prima, quintuplum lateris eliciti. Secunda, decuplum quadratum ejusdem. Tertia, decuplus cubus ejusdem. Quarta, quintuplum quadrato-quadratum ejusdem.

In analysi cubo-cubi, Prima, sextuplum lateris eliciti. Secunda, decuquintuplum quadratum ejusdem. Tertia, vigecuplus cubus ejusdem. Quarta, decuquintuplum quadrato-quadratum ejusdem. Quinta, sextuplus quadrato-cubus ejusdem. Et ita deinceps.

Et occupent multiplices gradus illi, sedes sibi designatas inter puncta singularium potestatum, ut pote laterales, sedem laterum. Quadrata, sedem quadratorum. Cubi, sedem cuborum, &c.

Superius autem ipsæ coëfficientes magnitudines inter dividentes adscribantur, & idcirco moveantur identidem in succedentia puncta sibi addicta. Et præterea, secundum conditiones graduum, quos coëfficientes illæ metiuntur, multiplicant-ve: repleantur dividendis reliquis sedes intermediæ, inter puncta ipsis subgradualibus addicta.

Nempe, si coëfficiens sub-quadratica est, Quoniam in resolutione quadrati dividens est duplum lateris eliciti; ducatur coëfficiens in duplum lateris eliciti, & effecta vocetur magnitudo expletionis; & è dividendis esto: & præito proxime coëfficientem è regione figuræ numeralis intermediæ, quam designata quadratica puncta superius reliquerunt.

Si coëfficiens sub-cubica est, Quoniam in resolutione cubi dividens prima magnitudo, est triplum latus primum. Secunda, lateris primi triplum quadratum, Ideo sunt quoque

que è dividendibus magnitudines expletionum duæ, ipsam coëfficientem ordine præeuntes. Prima effecta abs coëfficiente in lateris eliciti triplum. Secunda, abs coëfficiente in lateris eliciti triplum quadratum. Ac prima quidem è regione figuræ intermediæ, quæ prima est ad lævam ab ea in quam coëfficiens desinit, consistito. Secunda è regione secundæ.

Et si coëfficiens sub-quadrato-quadratica est, Sunto è dividendibus ob eam, quæ jam satis inculcata est, rationem, magnitudines tres expletionum, coëfficientem ipsam ordine præeuntes. Prima coëfficienti proxima, effecta à coëfficiente in lateris eliciti quadruplum. Secunda è coëfficiente in lateris eliciti sextuplum quadratum. Tertia à coëfficiente in lateris eliciti quadruplum cubum.

Et si coëfficiens sub-quadrato-cubica est, Sunto è dividendibus magnitudines quatuor expletionum, coëfficientem ipsam ordine præeuntes. Prima & coëfficienti proxima, effecta abs coëfficiente illa in quintuplum lateris eliciti. Secunda, abs eadem in decuplum quadratum lateris eliciti. Tertia, abs eadem in decuplum cubum lateris eliciti. Quarta, abs eadem in quintuplum quadrato-quadratum lateris eliciti. Tertia, abs eadem in decuplum cubum lateris eliciti. Quarta, abs eadem in quintuplum quadrato-quadratum lateris eliciti.

Et si coëfficiens sub-cubo-cubica est, Sunto è dividendibus magnitudines quinque expletionum, coëfficientem ipsam ordine præeuntes. Prima & coëfficienti proxima, effecta abs coëfficiente & sextuplum lateris eliciti. Secunda, abs eadem in quindecuplum quadratum ejusdem. Tertia, abs eadem in vigecuplum cubum ejusdem. Quarta, abs eadem in quindecuplum quadrato-quadratum lateris eliciti. Quinta, abs eadem in sextuplum quadrato-cubum lateris eliciti.

Et eo continuo ordine & progressu.

Præceptum quartum.

De educatione lateris singularis secundi.

Quarta cura esto, ut post congruentem situm dividendium, si quidem fuerint ejusdem adfectionis, adgregentur illæ, & per eorum adgregatum divisio instituarur ad elicendum latus secundum.

Si sint diversæ, ut pote, si quæ sit coëfficiens negata, ipsa, cum suis expletionum scansoriis eandem retinentibus adfectionem, partem unam facito, reliquæ dividendes reliquam. & quorus erit excessus in magnitudinis, quæ resolvenda proponitur, reliquo. Tantum esto latus singulare secundum, si quidem parabola una numerali figura contenta est, quoniam excessus ad magnitudinis gradum, qui potestati proxime succedit, pertinet. At cum parabola duarum figurarum est, excessus ad succedentem gradum pertinet, ideoque non erit longitudo, sed planum. Vnde ei proximius numero quadratum, statuitur quadratum lateris singularis secundi. Et si parabola trium est figurarum, ipsa erit solidum, & ei proximior numero cubus, statuetur cubus lateris singularis secundi, & eo climactico in infinitum progressu, ut hæc ad caput analyseos potestatum avulsarum jam ante adnotata sunt.

Præceptum quintum.

De efficiendis à latere secundo homogeneis, & cum reliquo magnitudinis genere comparandis.

Quinta cura esto in coëfficiendis potestati homogeneis ex ductu eliciti lateris novi, vel ejus parodicorum graduum, in constitutas magnitudines dividendes.

Si de resolutione cubi agitur, latus secundum ducatur in multiplex quadratum primi, in aliaque dividendia plana, sive coëfficiens, sive scansorium expletionis; lateris vero secundi quadratum in multiplex latus primum, & in coëfficientem longitudinem.

Si de resolutione quadrato-quadrati, latus secundum ducatur in multiplicem cubum primi, in aliaque dividendia solida; quadratum ejusdem in multiplex quadratum primi, in aliaque plana; cubus in multiplex latus primi, aliaque dividendes longitudes.

E c

Si

Si de resolutione quadrato-cubi, latus secundum ducatur in multiplex quadrato-quadratum primi, in aliaque diuidentia plano-plana; quadratum ejusdem in solida; cubus in plana; quadrato-quadratum in longitudines.

Si de resolutione cubo-cubi, latus secundum ducetur in multiplex quadrato-cubum primi, in aliaque diuidentia plano-solida; quadratum ejusdem in plano-plana; cubus in solida; quadrato-quadratum in plana; quadrato-cubus in longitudines.

Et ita in infinitum.

Adgregabuntur autem facta hujusmodi homogenea, cum fuerint ejusdem adfectionis. Quod si diversæ, quæ fient à coefficiente negante una, vel pluribus, & suis intermediis expletionum scanforiis, partem unam faciunt, Reliqua homogenea reliquam.

Et si summa homogeneorum primo casu; vel differentia secundo; magnitudinis resolvendæ reliquo fuerit æqualis, opus erit absolutum. Sin minus, & supersit punctum potestati addictum, duo jam elicita latera fungentur vice unius, & deinceps subeunda erit tertia cura, & reliquæ expositæ, donec ad finem opus perducatur.

Præceptum Sextum.

Ad eliciendum radices proximas veris, alioquin irrationales.

Si autem singularia latera omnia jam sint elicita, id est, nullum supersit punctum potestati addictum; neque tamen primo casu summa homogeneorum; vel secundo differentia, sit ipsi reliquo magnitudinis resolutioni expositæ æqualis: argumentum erit latus esse irrationale. Quo itaque proximum eliciatur majus minus-ve, summæ elicitorum laterum singularium adjungetur fragmentum, cujus numerator erit reliquum magnitudinis resolvendæ. Ad denominatorem vero sumuntur divisores iidem, qui essent, si aliquod punctum potestati addictum superesset denuo resolvendum. Quod & in analysi purarum potestatum potuit observari.

Vel, resolvendæ magnitudini adfectæ addentur, ut in puris, conditionarii secundum genera magnitudinum numerales circuli, id est bini in quadratis, terni in cubis, quaterni in quadrato-quadratis, & eo deinceps ordine. Quin coefficientibus magnitudinibus *ισμμοεικησ* addi intelligentur tot quoque numerales circuli, quot exposcet graduum ipsis homogeneorum conditio, singuli si longitudo, bini si planum, terni si solidum, & eo in infinitum progressu. Enimvero

Proponatur $1C + 6N$, æquari 8. Quoniam 6 est magnitudo plana: $1C + 600N$, æquabitur 8,000. & erit hæc radix ad illam decupla. Et $1C + 6,00,00N$, æquabitur 8,000,000. & erit radix hæc ad primam centupla.

Et si proponatur $1C + 6Q$, æquari 8. Quoniam hic 6 est longitudo: $1C + 60Q$, æquabitur 8,000. & erit hæc radix ad illam decupla. Et rursus $1C + 600Q$, æquabitur 8,000,000. & erit hæc radix ad primam propositam centupla.

Et si proponatur $1QQ + 6C$, æquari 8. Quoniam 6 est longitudo: $1QQ + 60C$, æquabitur 8,0000. & hæc radix erit ad primam decupla. Vel $1QQ + 600C$, æquabitur 8,0000,0000. & hæc radix erit ad primam propositam centupla. Et ita de reliquis, per ea quæ de isomæria in tractatu de Emendatione Equationum tradita sunt.

Quid vero si $1N$ est explicabilis sub nota asymmetriæ, quærat autem sub ea specie exhiberi? & id per artem non denegabitur, sicut ex iis quæ superius citato tractatu exposita sunt, manifestum sit. Hic autem esto

EXPLICITVS DE NUMEROSA POTESTATVM RESOLUTIONE TRACTATVS.

FRAN-



FRANCISCI VIETÆ
EFFECTIONVM
GEOMETRICARVM
Canonica recensio.

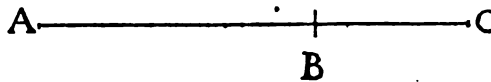


*E*ffectiones Geometricas quibus equationes omnes quæ quadratorum metam non excedunt, commode explicentur, ita canonicè recensio.

PROPOSITIO I.

Datam rectam lineam datæ rectæ lineæ addere.

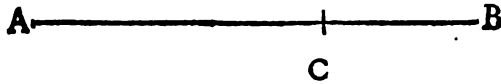
Opus additionis. Sint datæ duæ rectæ lineæ AB, BC. Oportet alteram alteri addere. Continuetur AB longitudine BC. Dico factum esse quod oportuit. Compositam enim esse AC ex AB, BC.



PROPOSITIO II.

Datam rectam lineam datæ rectæ lineæ majori auferre.

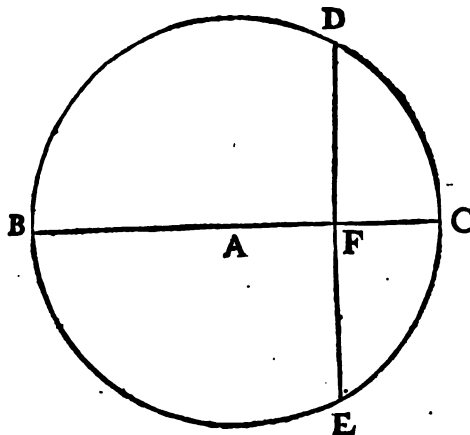
Opus subtractionis. Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales AB, BC. Oportet ex AB majore, minorem auferre. Ex AB abscindatur BC. Dico factum esse quod oportuit. Differentiam enim inter AB & BC, esse AC.



PROPOSITIO III.

Describere tres lineas rectas proportionales.

Sub A centro, intervallo quocumque describatur circulus, & agatur diameter BAC. Sumantur autem in contrarias partes circumferentiæ CD, CE æquales; & connexa DE secet BC in F. Dico factum esse quod oportuit. Proportionales enim esse BF, FD, FC.



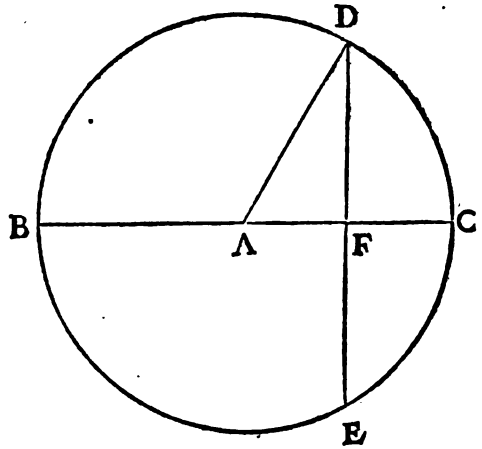
Ec 2

PRO-

PROPOSITIO IV.

Describere triangulum rectangulum.

Repetita superiore constructione connectatur AD . Dico factum esse quod oportuit. Triangulum enim esse AFD , ipsumque rectangulum, quoniam angulus AFD est rectus, ut demonstratur in Elementis.



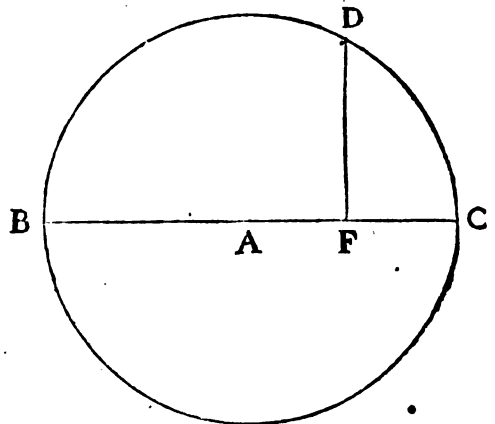
PROPOSITIO V.

Datis duabus lineis rectis, invenire mediam inter eas proportionalem.

Opus multiplicationis. Illud enim est, Datis lateribus invenire planum, sive exhibere quadratum ipsi plano æquale. Traditum est autem quod fit ab extremis planum, æquale esse mediæ quadrato.

Sint datæ duæ rectæ lineæ BF, FC . Oportet invenire mediam inter eas proportionalem. Continuatur BF longitudine FC , & BC secetur bifariam in A : Et è centro A intervallo AB vel AC describatur circulus, & excitetur ad punctum F perpendicularis, abscindens circumferentiam in D . Dico factum esse quod oportuit. Mediam enim quæsitam esse DF , ut manifestum fit ex descriptione canonica trium proportionalium.

Sic dato plano, datur quadratum æquale.

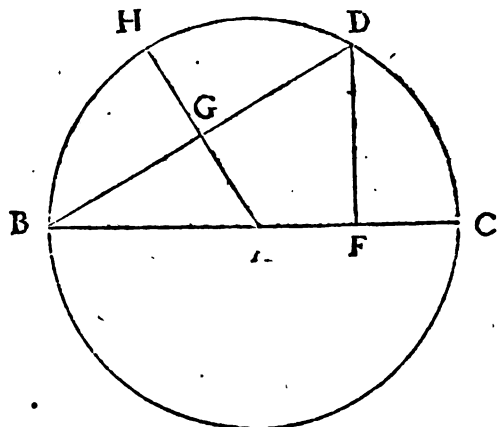


PROPOSITIO VI.

Datis duabus lineis rectis, invenire tertiam proportionalem.

Opus adplicationis. Illud enim est, Datum planum seu plano æquale quadratum, rectæ adplicare & latitudinem ortivam exhibere. Quadratum videlicet mediæ adplicatur ad primam, & oritur tertia.

Sint datæ duæ lineæ rectæ BF, FD . Oportet invenire tertiam proportionalem. Inclinentur ad rectos angulos BF, FD , & connectatur BD , quæ secetur bifariam ad rectos angulos à recta AH interceptante ipsam BD in G , ipsam vero BF in A . Et centro A , intervallo AB vel AD describatur circulus, ad cuius circumferentiam protrahatur BF in C . Di-



co fa-

co factum esse quod oportuit. Ad datas enim BF, FD tertiam proportionalem quaesitam esse FC, ut manifestum fit ex descriptione canonica trium proportionalium.

Minus autem effectiones canonice sunt.

- 1 Datis tribus lineis rectis, invenire quartam proportionalem.
- 2 Facere ut numerum ad numerum, ita lineam rectam ad rectam de qua quaeritur, caeteris datis.
- 3 Facere ut quadratum ad quadratum, ita lineam rectam ad rectam de qua quaeritur, caeteris datis.
- 4 Facere ut lineam rectam ad rectam, ita quadratum ad quadratum lateris de quo quaeritur, caeteris datis.

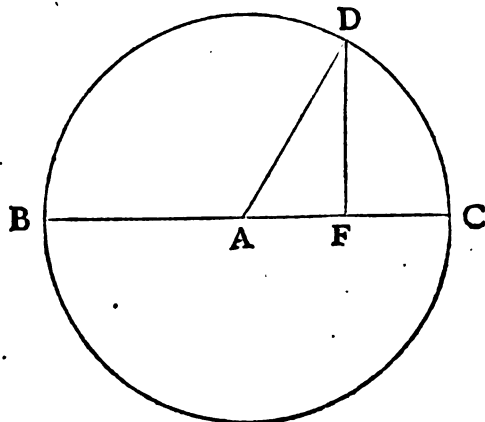
Quae tamen si quando juvant habentur ex Elementis. Sed neque sequentes effectiones omnino regulares sunt, at commendandae tamen propter frequentem earum usum & impendium.

PROPOSITIO VII.

Datis trianguli rectanguli duobus lateribus circa rectum, invenire latus tertium.

Opus additionis planorum. Docuit nempe Pythagoras, *Quadrata à lateribus circa rectum, aequari quadrato lateris reliqui.*

Quod etiam principia analytica arguunt ex ipsa descriptione trianguli. Traditum est enim ex analyticis, adgregatum duorum laterum, dum ducitur in differentiam laterum, facere differentiam quadratorum. Adgregatum autem ex AD seu BA & AF, est BF, Et differentia inter AD seu AC & AF, est FC. BF autem ducta in FC, facit quadratum ex DF. Itaque quadratum ex DF est differentia quadrati ex AD & quadrati ex AF. Et per artis translationem, quae dicitur antithesis, quadratum ex AD est summa quadratorum ex AF & DF.

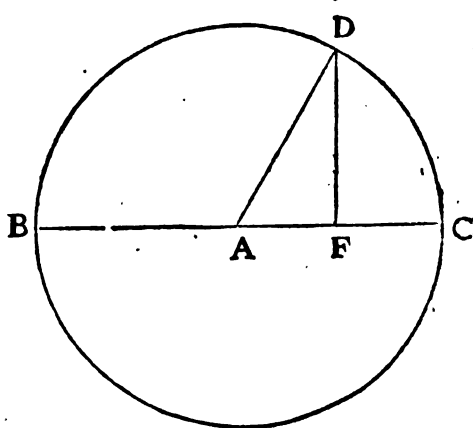


Sint data duo latera trianguli rectanguli ipsum angulum rectum ambientia AF, FD. Oportet invenire latus tertium, quod angulum rectum subtendit. Inclinentur igitur AF, FD ad angulos rectos & connectatur AD. Dico factum esse quod oportuit. Latus enim de quo quaeritur esse AD, subtendens DFA rectum angulum trianguli, factum à datis AF, FD.

PROPOSITIO VIII.

Dato latere subtendente angulum rectum trianguli, & uno è reliquis, invenire latus tertium.

Opus subtractionis planorum. Sint data duo latera trianguli rectanguli, unum AC, quod subtendit angulum rectum, alterum AF insistens circa rectum illum. Oportet invenire latus reliquum.



Centro A intervallo AC describatur circulus, Sed ex AC abscindatur AF, & ad punctum F excitetur perpendicularis in AC, eaque secet circumferentiam in D, & connectatur AD. Dico factum esse quod oportuit. Latus enim DF esse quaesitum, ambiens angulum rectum in triangulo AFD, cujus data fuerunt reliqua latera AF & AD, id est AC.

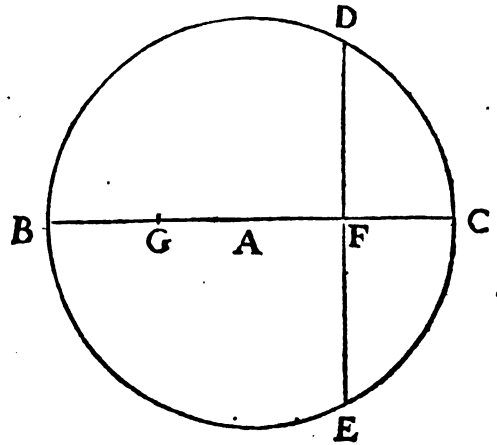
Ec 3

PRO-

PROPOSITIO IX.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: quadratum minoris extremæ adjunctum rectangulo sub differentia extremarum & ipsa minore extrema, æquatur mediæ quadrato.

Exponatur canonicum diagramma trium linearum rectarum proportionalium, & intelligitor FC minor extrema, cui æqualis ponatur BG , unde differentia inter BF majorem extremam & BG , id est FC minorem extremam, sit FG . Dico quadratum ex CF adjunctum rectangulo sub CF , FG , æquari quadrato ex DF . Nam quadratum ex CF aliter est factum ex CF in GB . Itaque duo hæc facta ex CF in GB , & CF in FG valent factum ex CF in FB . Cui facto sub extremis consequenter æquale est quadratum ex DF media inter extremas.



CONSECTARIUM AD MECHANICEN

quadrati adfecti adjunctione plani sub latere

Itaque cum proponetur A quadratum, plus B in A , æquari D quadrato: intelligetur D media inter extremas, B differentia earumdem. Et ex media & differentia extremarum quaerentur extrema, quarum minor erit A , de qua quaeritur.

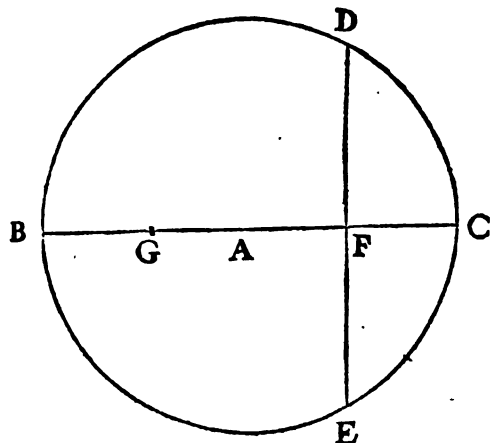
Ut hic ex datis GF , FD construuntur proportionales BF , FD , FC . Et erit FC minor quaesita. Ut ex Zeticis poterat argui, & jam figura Geometrica per synthefin demonstrat.

PROPOSITIO X.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: quadratum majoris extremæ, multatum rectangulo sub differentia extremarum, & ipsa majore extrema, æquatur mediæ quadrato.

Repetatur proxime antecedens constructio. Dico quadratum ex BF , minus rectangulo sub BF , GF , æquari quadrato ex DF .

Quadratum enim ex BF , valet factum ex BF in GF , & insuper ex BF in BG . A quadrato igitur ex BF auferatur factum ex BF in FG , relinquitur factum ex BF in BG ; id est ex constructione in FC . Cui facto sub extremis consequenter æquale est quadratum ex DF media inter extremas.



CON-

CONSECTARIUM AD MECHANICEN QUADRATI
adfecti multa plani sub latere.

Itaque cum proponetur A quadratum, minus B in A avari D quadrato: intelligetur D media inter extremas, B differentia earumdem. Et ex media & differentia extremarum quaerentur extremae, quarum major erit A , de qua quaeritur.

Vt hic ex datis GF , FD construentur proportionales BF , FD , FC . Eterit BF major quaesita. Vt ex Zeteticis poterat argui, & jam figura Geometrica per synthefin demonstrat.

PROPOSITIO XI.

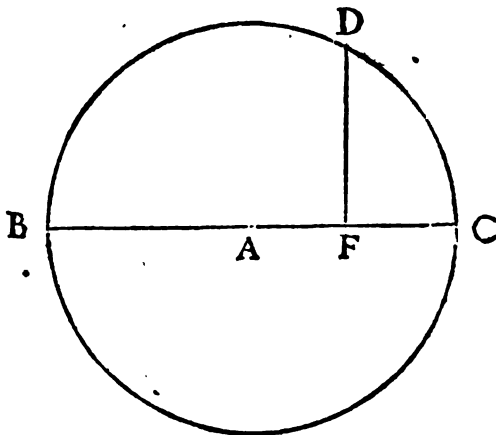
Si fuerint tres lineae rectae proportionales: rectangulum sub composita ex extremis & harum altera maiore minoreve, multatum ejusdem alterius quadrato, aequatur mediae quadrato.

Exponatur canonicum diagramma trium proportionalium. Dico rectangulum sub BC , FC , minus quadrato ex FC , aequari quadrato ex DF .

Et rursus rectangulum sub BC , BF , minus quadrato ex BF , aequari quadrato ex DF .

Quoniam enim BC est composita ex BF , FC , ideo factum ex BC in FC valet factum ex BF in FC , & FC in FC , hoc est quadratum ex FC . Cum itaque ex facto BC in FC auferetur quadratum ex FC , relinquetur factum ex BF in FC . Cui facto sub extremis consequenter aequale est quadratum ex DF media inter extremas. Atque id esto primum.

Aequo quoniam BC composita est ex CF , FB , ideo factum ex BC in BF valet factum ex CF in BF , & BF in BF , hoc est quadratum ex BF . Cum itaque ex facto BC in BF auferetur quadratum ex BF , relinquetur factum ex CF in BF . Cui facto sub extremis consequenter aequale est quadratum ex DF media inter extremas. Vt secundo loco fuit demonstrandum.



CONSECTARIUM AD MECHANICEN PLANI
sub latere negati de quadrato.

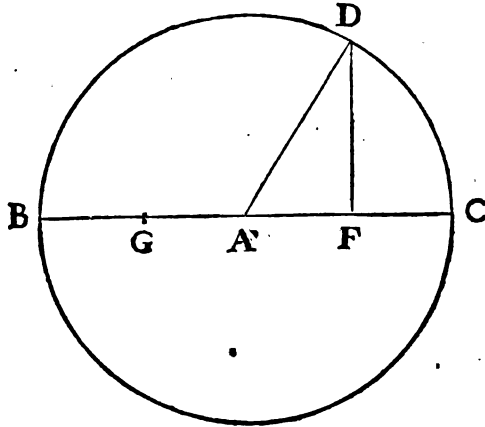
Itaque cum proponetur B in A , minus A quadrato, avari D quadrato: intelligetur D media inter extremas, B adgregatum earumdem. Et ex media & adgregato extremarum quaerentur extremae, quarum alterutra erit A , de qua quaeritur.

Vt ex Zeteticis poterat argui, & jam figura Geometrica per synthefin demonstrat.

PROPOSITIO XII.

Data media trium proportionalium & differentia extremarum, invenire extremas.

Mechanice



Mechanice quadrati adfecti sub latere.

Sit data FD media trium proportionalium, data quoque GF differentia extremarum. Oportet invenire extremas.

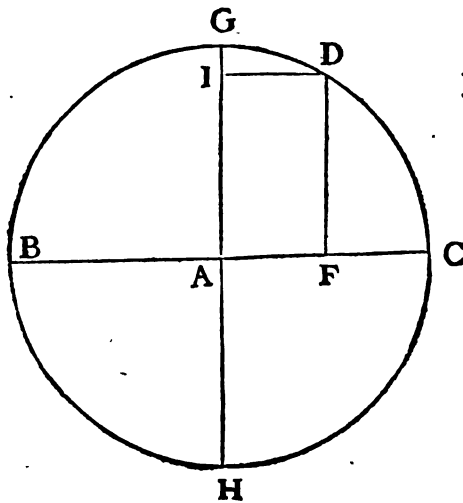
Inclinentur GF, FD ad angulos rectos, & secetur GF bifariam in A. Centro autem A intervallo AD, describatur circulus, ad cuius circumferentiam producantur AG, AF, in punctis B, C.

Dico factum esse quod oportuit. Extremas enim inveniendas esse BF, FC, inter quas media proportionalis est FD. Et ipsæ BF, FC differunt per FG, quandoquidem AF & AG constructæ sunt æquales, & AC, AB constructæ quoque æquales.

Iraque ab æqualibus AB, AC subducendo æquales AG, AF, remanent BG, FC æquales. Est autem GF differentia inter BF & BG, seu FC. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XIII.

Data media trium proportionalium & adgregato extremarum, invenire extremas.



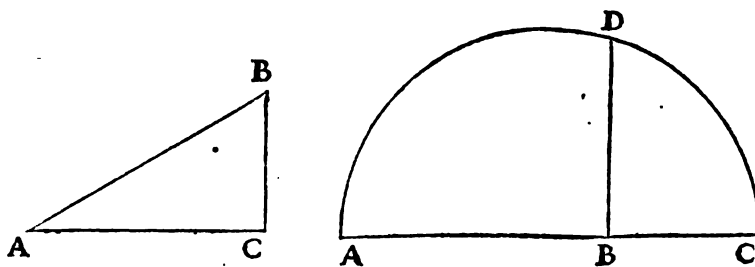
Mechanice plani sub latere negasi de quadrato.

Sit data E media trium proportionalium, & BC adgregatum extremarum. Oportet invenire extremas. Secetur BC bifariam in A, & centro A intervallo AB vel AC describatur circulus. Sed & diametrum BAC secet ad angulos rectos altera diameter GAH, & ex AG abscindatur AI, æqualis ipsi E. Et per I ducatur recta ipsi BC parallela intercipiens circumferentiam in D puncto, à quo cadat in BC perpendicularis DF ipsi IA æqualis, & parallela. Dico factum esse quod oportuit. Extremas enim

quæsitæ esse BF, FC, ex quibus composita est BC data. Et sit media inter eas proportionales DF seu IA, id est E data.

PROPOSITIO XIV.

Quadratum à media proportionali inter hypotenusam trianguli rectanguli & perpendiculum ejusdem, proportionale est inter quadratum perpendiculi & quadratum idem perpendiculi continuatum basis quadrato.

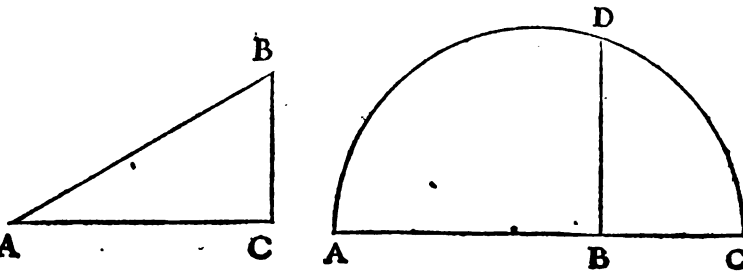


Sit triangulū rectangulū ABC, media vero inter AB hypotenusam & BC perpendiculum, sit BD. Dico quadratum ex BD proportionale

nale esse inter quadratum ex BC & idem quadratum ex BC plus quadrato ex AC. Quoniam enim proportionales sunt BA, DB, BC. Ideo proportionalia quoque sunt quæ ab eis fiunt quadrata, videlicet quadratum ex AB, quadratum ex DB, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex AB per interpretationem, est quadratum ex BC plus quadrato ex AC.

Idem quadratum à media proportionali inter hypotenusam trianguli rectanguli & perpendicularum, proportionale est inter quadratum hypotenusæ & quadratum idem hypotenusæ multatum basis quadrato.

Cum sint proportionalia (ut jam adnotatum est) quadratum ex AB, quadratum ex BD, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex BC per interpretationem, sit quadratum ex AB minus quadrato ex AC.



CONSECTARIUM AD MECHANICEN
quadrato-quadrati adfecti sub quadrato.

Itaque, Si A quadrato-quadratum, plus B quadrato in A quadratum, æquetur D quadrato-quadrato. Intelletur B basis trianguli rectanguli, D media inter perpendicularum & hypotenusam. Et ex media & base, quaeretur A perpendicularum.

Vt hic ex datis AC, BD, quaeretur BC. Cum ex resolutione expositi primo loco analogismi, quadrato-quadratum ex BC plus plano-plano sub quadrato ex AC & quadrato ex BC, æquetur quadrato-quadrato ex BD.

Et si A quadrato-quadratum, minus B quadrato in A quadratum, æquetur D quadrato-quadrato. Rursus B intelletur basis trianguli rectanguli, D media inter perpendicularum & hypotenusam. Et ex media & base, quaeretur A hypotenusam.

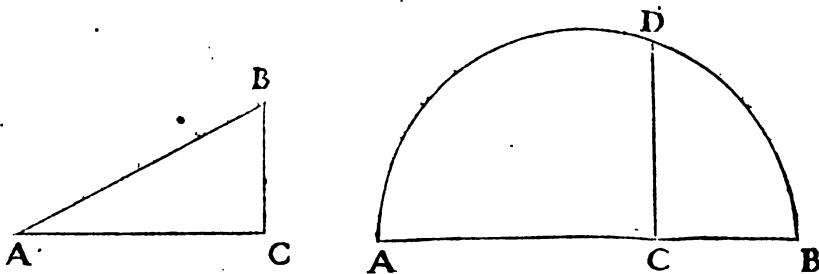
Vt hic ex datis AC, BD, quaeretur AB. Cum ex resolutione expositi secundo loco analogismi, quadrato-quadratum ex AB minus plano-plano sub quadrato ex AC & quadrato ex AB, æquetur quadrato-quadrato ex BD.

PROPOSITIO XV.

Quadratum à media proportionali inter basin trianguli rectanguli & perpendicularum ejusdem, proportionale est inter quadratum basis, & quadratum hypotenusæ multatum ipso basis quadrato.

Vel etiam inter quadratum perpendiculari, & quadratum hypotenusæ multatum ipso perpendiculari quadrato.

Sit triangulum rectangulum ABC, media vero inter latera circa rectum AC, BC, sit



CD. Dico quadratum ex CD proportionale esse inter quadratum ex AC & quadratum ex AB minus quadrato ex AC.

Quoniam enim proportionales sunt AC, CD, BC. Ideo proportionalia quoque sunt quæ ab iis fiunt quadrata, videlicet quadratum ex AC, quadratum ex CD, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex BC per interpretationem, est quadratum ex AB minus quadrato ex AC.

Vel etiam dico, quadratum ex CD proportionale esse inter quadratum ex BC & quadratum ex AB minus quadrato ex BC.

Cum sint proportionalia (ut jam adnotatum est) quadratum ex AC, quadratum ex CD, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex AC per interpretationem, sit quadratum ex AB minus quadrato ex BC.

CONSECTARIVM AD MECHANICEN

plano-planum sub quadrato negati de quadrato-quadrato.

Itaque si B quadratum in A quadratum, minus A quadrato-quadrato, æquetur D quadrato-quadrato. Intelletur B hypotenuſa trianguli rectanguli, D media inter perpendicularum & baſin. Et ex media & hypotenuſa, quæretur A baſis vel perpendicularum.

Vt hic ex datis AB, DC, quæretur AC vel BC. Cum ex resolutione analogiſmi primo poſiti, plano-planum sub quadrato ex AB & quadrato ex AC minus quadrato-quadrato ex AC, æquetur quadrato-quadrato ex CD.

Vel etiam ex resolutione analogiſmi ſecundo loco expoſiti, plano-planum sub quadrato ex AB & quadrato ex BC minus quadrato-quadrato ex BC, æquetur quadrato-quadrato ex DC.

PROPOSITIO XVI.

Data prima trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est adgregato quadratorum ſecundæ & tertię, dantur ſecunda & tertia.

Enimvero ſunt quoque proportionales,

I Tertia plus prima,

II Potens illus quadrato,

III Tertia. *Qua in ſerie datur media & differentia extremarum. Data autem media & differentia extremarum, dantur extrema. Per propoſitionem XII hujus.*

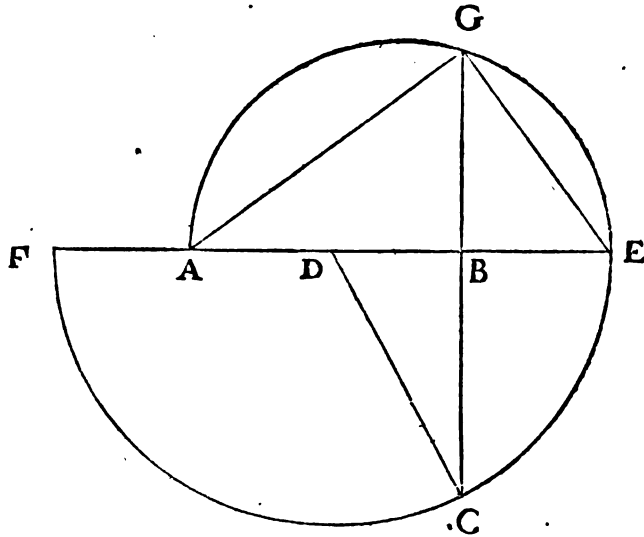
Expoſita autem analogia, quam alioquin firmavit Zetetiſis, perſpicua est ex æquatione in quam reſolvitur. Faciunt enim extrema, quadratum tertię plus rectangulo ex prima in tertiam, id est plus quadrato ſecundæ; quæ duo quadrata æquant quadratum mediæ.

Et vero Propoſitio hæc inter canonicas adſcribitur, quoniam paraſceve est ad Mechanicem quadrato-quadrati adfecti sub quadrato. Itaque magis est ut ipſum opus integrum præ oculis ſubjiciatur. Propoſitum igitur eſto,

Data prima trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est adgregato quadratorum ſecundæ & tertię, invenire proportionales.

Sit data prima trium proportionalium AB, quæ vero poteſt quadrata ſingularum reliquarum BC. Oportet invenire ſecundam & tertiam. Inclinentur ad angulos rectos AB, BC, & ſecetur AB bifariam in D, & centro D intervallo DC deſcribatur circulus abſcindens ipſam AB productam hinc inde in punctis E, F, & ſit E punctum verſus B, & F verſus A: & fiat AE diameter alterius circuli, ad quam producat BG. Dico proportionales de quibus quæritur, eſſe GB quidem ſecundam, BE vero tertiam. Proportionales enim eſſe AB, BG, BE inprimis conſtat vel ex canonico trium proportionalium diagrammate. Superest igitur ut ſubtenſa GE æquetur ipſi BC datæ. Id autem ita ſit manifeſtum. Quoniam enim FD, DE ſunt æquales ex conſtructione, nam utraque ſemidiameter eſt circuli
primum

primum descripti, & æquales quoque ex constructione AD, DB. Ergo fiunt quoque æquales FA, BE; & rursus æquales FB, AE, facta subtractione & additione equalium ab æqualibus. Media autem proportionalis inter EB, BF, est BC ex prædicto canonico diagrammate. Media quoque inter EB & AE id est ipsam BF, est GE. Quare ipsa GE eadem est quæ BC. Quod ostendisse oportuit.

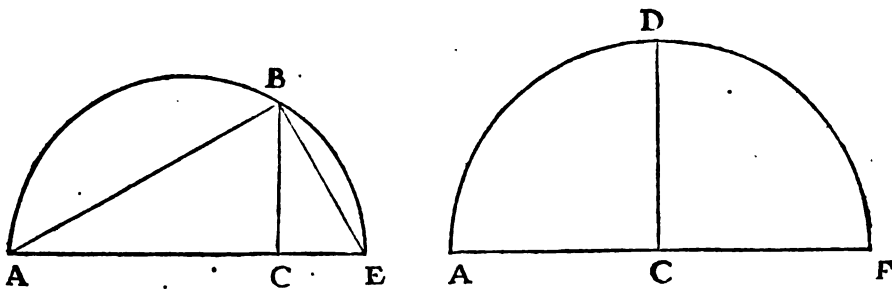


Ad datam igitur AB primam, & BC potentem quadrato duas reliquas, inventæ sunt tres proportionales AB, BG, BE. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO XVII.

Si quadratum medię inter perpendicularum trianguli rectanguli & hypotenusam adplicetur ad basin: perpendicularum proportionale est inter basin & eam cujus quadratum æquale est differentiæ inter quadratum latitudinis oriundæ ex ea adplicatione & quadratum perpendiculari.

Sit trianguli rectanguli hypotenusam quidem AB, basim AC, perpendicularum BC; media vero proportionalis inter AB & BC, sit CD, cujus quadratum cum adplicabitur ad AC, faciat latitudinem CE. Sed & quadratum ipsius BC adplicetur ad AC, & fa-



ciat latitudinem CE. cujus quadratum una cum quadrato ex BC, æquetur quadrato ex BE. Dico BE esse æqualem ipsi CF. Itaque CE esse eam cujus quadratum æquale sit differentiæ inter quadratum ex CF seu BE, & quadratum ex BC. Et consequenter inter eam & AC proportionalem esse BC, ut decernit propositio.

Est enim ut AC ad CD, ita CD ad CF, ex constructione. Est quoque, ut AC ad BC, ita AB ad BE, ex triangulorum ACB, ABE similitudine. Quadratum autem ex CD æquale est ex hypothesi rectangulo ex BC in AB. Quare eadem media est inter AC & CF, & inter AC & BE. Itaque BE & CF sunt æquales, atque demonstrata est Propositio.

PROPOSITIO XVIII.

Data base trianguli rectanguli, & media proportionali inter hypotenusam & perpendicularum, datur triangulum.

Enimvero proportionales sunt ex antecedente propositione,

- I. Basis,
- II. Perpendicularum,

FF 2

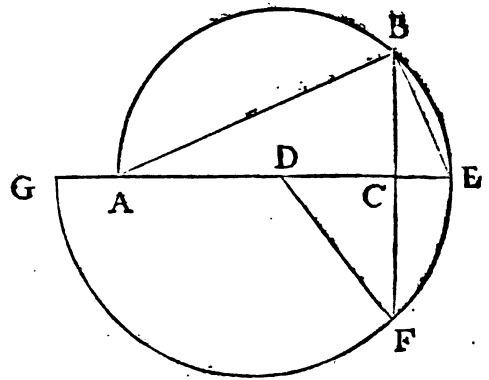
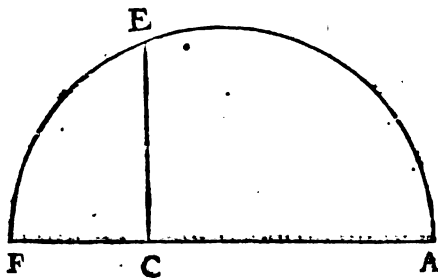
III. Latitudo

III. Latus quadrati, æqualis differentia inter quadratum perpendiculari & quadratum latitudinis, quam facit media quadratum adplicatum basi. Qua in serie datur prima & latus quadrati, æqualis adgregato quadratorum à duobus reliquis. Itaque dabuntur duæ reliquæ per propositionem XVI.

Est autem Mechanice quadrato-quadrati, adfecti sub quadrato. Itaque in canonicarum numerum adscribitur. Qua de causa opus ipsum integrum consentaneum est exhibere. Propositum igitur est,

Data base trianguli rectanguli, & media inter hypotenusam & perpendicularium, exhibere ipsum triangulum.

Sit data AC basis trianguli rectanguli, & data quoque CE media inter hypotenusam & perpendicularium: Oportet exhibere ipsum triangulum. Ad datam AC adplicetur



quadratum ex CE, faciens latitudinem CF. Deinde inclinetur CF perpendiculariter ad AC, sectaque AC bifariam in D, describantur proportionales CE, CF, CG. Et fiat AE diameter circuli, è cuius circumferentia cadat perpendicularium BC. Dico ACB triangulum esse de quo quæritur, cujus videlicet basis est ipsa AC data. Cum autem sit ut AC ad AB, ita BC ad BE, id est CF, ut opus indicat, & antecedens demonstravit. CE vero media sit inter AC & CF, consequens est mediam quoque esse CE inter AB & BC. Quare factum est quod oportuit.

Idem autem Problema potuit ita enunciari.

Data media trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est differentia quadratorum ab extremis, invenire extremas.

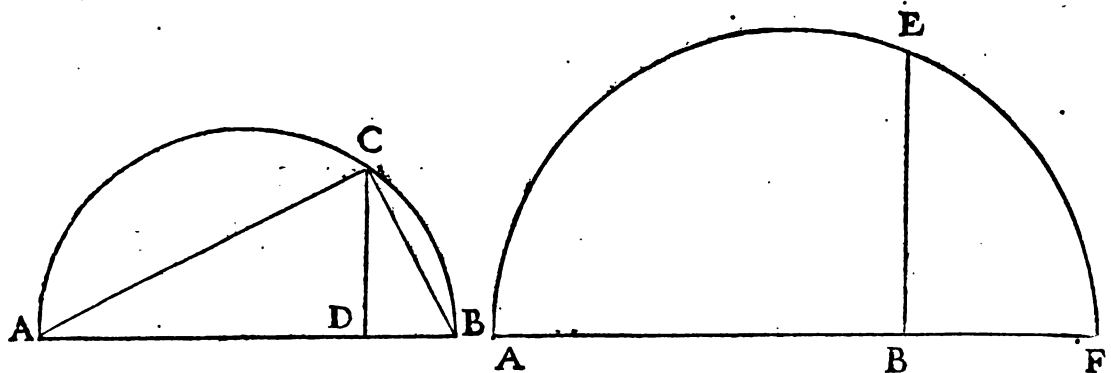
Vt hic data AC & CE, inveniuntur AB, BC.

PROPOSITIO XIX.

Si quadratum medix inter basin & perpendicularium trianguli rectanguli, adplicetur ad hypotenusam: Quæ oritur latitudo, erit proportionalis inter duo segmenta hypotenusæ; quorum primi quadratum adjectum quadrato latitudinis, æquat quadratum basis; secundi vero quadratum eidem quadrato latitudinis adjectum, æquat quadratum perpendiculari.

Sit trianguli rectanguli hypotenusam quidem AB, basim AC, perpendicularium BC; media inter basim & perpendicularium BE, cujus quadratum adplicatum ad AB, faciat latitudinem BF. Cadat autem CD perpendiculariter à puncto C in AB. Sunt igitur proportionales AD segmentum primum hypotenusæ, CDeducta, & DB segmentum hypotenusæ reliquum. Dico DC esse æqualem ipsi BF. Itaque BF esse proportionalem inter AD, cujus quadratum adjectum quadrato CD æquet quadratum AC basim, & DB, cujus quadratum eidem quadrato CD adjectum æquet quadratum CB perpendiculari, ut decernit Theorema.

Est enim ut AB ad BE, ita BE ad BF ex constructione. Est quoque ut AB ad CB, ita AC ad CD ex similitudine triangulorum ACB, ADC. Quadratum autem ex BE valet



valet rectangulum CB in AC. Ergo eadem media est inter AB & BF, quæ inter AB & CD. Ideoque BF & CD sunt æquales. Atque adeo rata est propositio.

PROPOSITIO XX.

Data hypotenufa trianguli rectanguli, & media proportionali inter basin & perpendiculum, datur triangulum.

Enimvero proportionales sunt ex antecedente propositione,

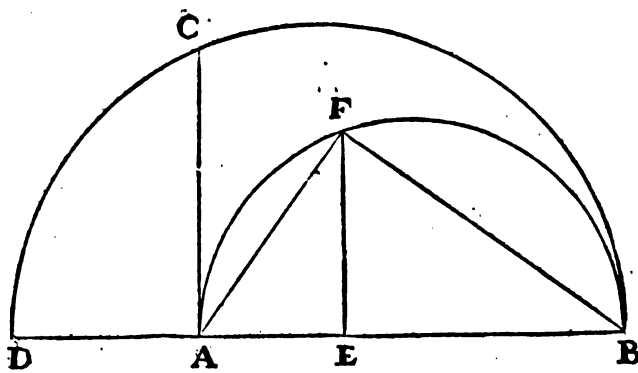
- I. Hypotenufa segmentum unum,
- II. Latitudo quam facit media quadratum adplicatum ad hypotenusam,
- III. Hypotenufa segmentum alterum.

Qua in serie datur media & aggregatum extremarum. Ac quadratum quidem latitudinis prædictæ, adjunctum quadrato unius è segmentis hypotenusæ, efficit quadratum unius è lateribus circa rectum. Adjectum vero quadrato segmenti alterius, efficit quadratum quoque lateris reliqui.

Est autem Mechanice plano-plani sub quadrato negati de quadrato-quadrato. Itaque in canonicarum numerum adscribitur. Quæ de causa opus ipsum integrum consentaneum est exhibere. Propositum igitur esto,

Data hypotenufa trianguli, & media proportionali inter latera circa rectum, exhibere ipsum triangulum.

Sit data AB hypotenufa trianguli, & data quoque AC media proportionali inter latera circa rectum. Oportet exhibere ipsum triangulum. Ad datas AB, AC inveniatur tertia proportionalis AD, & fiat AB diameter circuli, in quam ad rectos angulos demittatur è circumferentia recta FE ipsi AD æqualis, & subtendantur AF, FB. Dico ipsa AF, FB esse latera circa rectum quæ sita, atque adeo triangulum, de quo quæritur esse AFB, cujus quidem hypotenufa est AB data. Similia namque trianguia rectangula sunt AFE, AFB. Itaque est ut FE ad AF, ita FB ad AB Sed ex constructione est FE id est AD ad AC, ita AC ad AB. Quare AC proportionalis est inter AF FB.



Ad datam itaque AB hypotenusam, & AC mediam proportionalem inter latera circa rectum, exhibitum est ipsum triangulum AFB. Quod facere oportebat.

Idem autem Problema ita potuit concipi.

Data media trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est aggregato quadratorum ab extremis, invenire extremas.

Ut hic datis AC media, & AB potente extremas quadrato, inveniuntur ipsæ extremæ AF, FB.



FRANCISCI VIETÆ
S V P P L E M E N T V M
G E O M E T R I Æ.

P O S T V L A T V M.



D suppleendum Geometria defectum, concedatur

A quovis puncto ad duas quasvis lineas rectam ducere, interceptam ab iis præfinito possibili quocumque intersegmento.

Vt cum alioqui ad educendas lineas rectas præstituenda essent regulariter duo puncta, hic secundi puncti præstitutionem suppleat præfinita inter duas longitudo.

Hoc autem concessio, conceditur

A quovis puncto ad duas lineas rectas concurrentes & indefinite continuatas, aliam insuper lineam rectam ducere, ab iis interceptam longitudine quacumque.

Item. A quovis puncto in area circuli vel circumferentia signato, ad quamvis lineam rectam cum circulari concurrentem & indefinite continuatam, aliam insuper lineam rectam ducere, interceptam longitudine quacumque.

Et opus quidem illud videtur absolvisse Nicomedes sua conchoide prima, hoc sua conchoide secunda. Postulatum autem omnino admisit Archimedes. At idem proposuit parabolæ & helices describere, immo etiam helices tangere.

Ac descriptione quidem helices, fit ut linea recta ad lineam rectam, ita angulus ad angulum. Itaque describitur intra vel circa circulum polygonum quodcumque. Sed non ideo scitur laterum quæ arcibus subtenduntur ad diametrum, vel inter se, ratio. Magnitudo autem tunc demum data intelligitur secundum analytica principia, cum ita exhibetur re, ut quemadmodum inter homogeneas adfecta sit, innotescat.

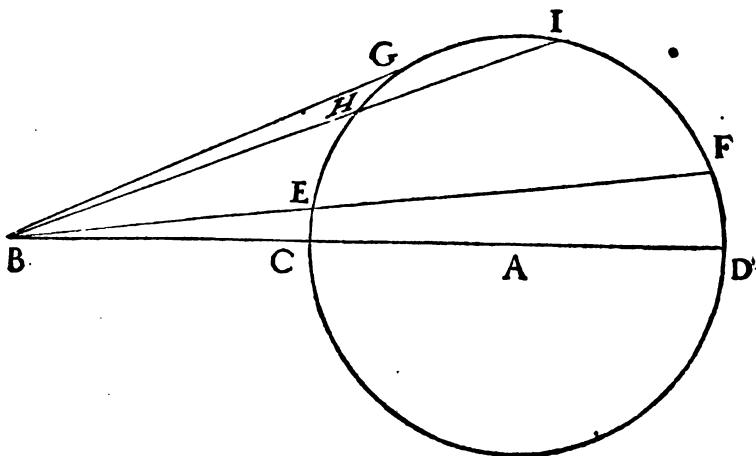
Quod autem tactu helices proposuit Archimedes, exhiberi lineam rectam circumferentia circuli aequalem, non satis constat. Exhibet sane lineam rectam majorem ambitu cujuscumque polygoni circulo inscripti, minorem autem ambitu cujuscumque polygoni circumscripti. an igitur circulari aequalem? Exhibetur angulus minor quocumque obtuso, major vero quocumque acuto. an igitur rectus? Si vere Archimedes, fallaciter conclusit Euclides. Sed hac commodius disceptabuntur post tradita analytica angularium sectionum.

P R O P O S I T I O I.

SI duæ lineæ rectæ ab eodem puncto extra circulum educæ ipsum secant, una per centrum, altera secus, pars autem exterior ejus quæ ducitur

citur per centrum minor sit proportionali inter alterius partem internam & partem externam. Potest ab eodem puncto duci illa proportionalis, ita ut incidat circulo, & ulterius porrecta eum quoque circumsecet.

Circulum sub A centro descriptum, secant duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circumsumpto, eductæ. Vna BCD transiens per A centrum, altera BEF. Vnde partes exteriores secantium sint BC, BE; interiores CD, EF. Sit autem BC minor media proportionali inter BE, EF. (Hoc autem accidit omnino, si quando EF est major ipsa BE: quoniam BC minima est incidentium circulo ab eodem B puncto, proportionalis autem media inter BE, EF major erit ipsa BE.) Dico abs B posse duci eam proportionalem ita ut incidat circulo, & ulterius porrecta ipsum quoque circumsecet. Circulum enim eundem tangat BG.

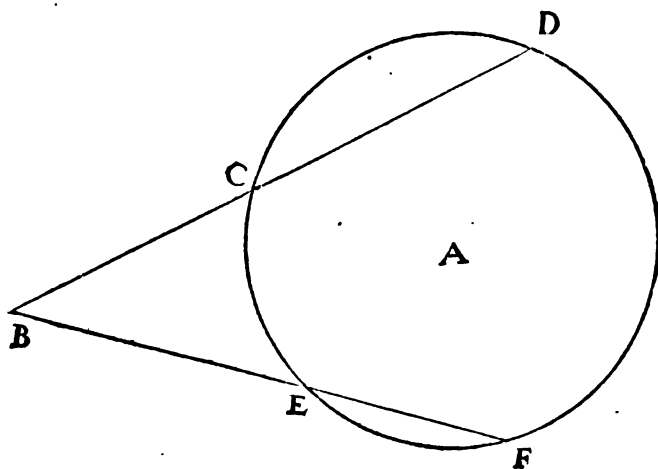


Erit igitur BG major proportionali inter BE, EF. Nam est BG proportionalis inter BE & totam BF. Quare incidens educenda consistet inter puncta C, G. Consistat sane in H. Porrecta igitur BH ulterius secabit eundem circum, ut pote in I. Et constat propositum.

PROPOSITIO II.

Si duæ lineæ rectæ ab eodem puncto extra circumsumpto, eductæ ipsum secant, una per centrum, altera secus: est secans prima ad secantem secundam, sicut pars exterior secundæ ad partem externam primæ.

Circulum sub A centro descriptum, secant duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circumsumpto, eductæ. Vna BCD, altera BEF. Vnde partes exteriores secantium sint BC, BE. Dico esse BD ad BF, sicut BE ad BC. Ostensum est enim in elementis, id quod fit sub BD, BC, æquari ei quod fit sub BF, BE. Quare constat propositum.



PRO-

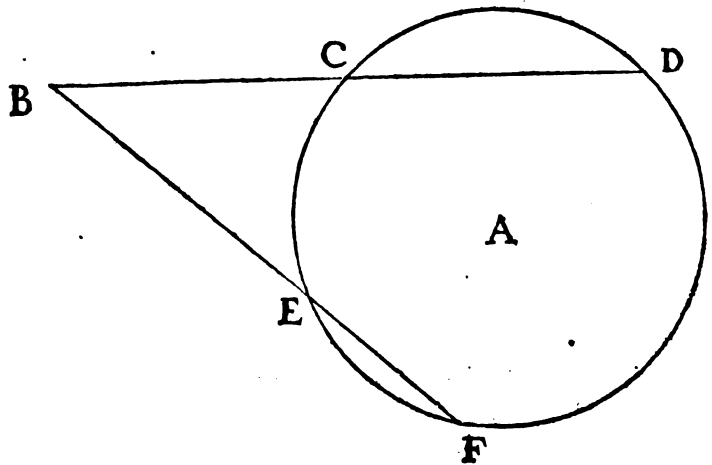
P R O P O S I T I O III.

Si duæ lineæ rectæ à puncto extra circulum eductæ ipsum secent, pars autem exterior primæ sit proportionalis inter partem exteriorem secundæ & partem interiorem ejusdem: erit quoque pars exterior secundæ proportionalis inter partem exteriorem primæ & partem interiorem ejusdem.

Sub A centro descriptum circulum, secent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto, eductæ. Vna in punctis C, D; altera in punctis E, F; unde partes exteriores secantium sint BC, BE; interiores CD, EF: sit autem BE proportionalis inter BC, CD. Dico BC fore quoque proportionalem inter BE, EF.

Quoniam enim ab eodem B puncto circulum secant BCD, BEF: ideo est ut BE ad BC, ita BD ad BF. Ex hypothesis autem est CD ad BE, ut BE ad BC.

Quare est CD ad BE, sicut BD ad BF, & per subtractionem est CD ad BE, sicut BC ad EF. Consequentex ut CD ad BE, ita est BE ad BC, & ita BC ad EF: Itaque BC proportionalis est inter BE, BF. Quod erat ostendendum.



Quare est CD ad BE, sicut BD ad BF, & per subtractionem est CD ad BE, sicut BC ad EF. Consequentex ut CD ad BE, ita est BE ad BC, & ita BC ad EF: Itaque BC proportionalis est inter BE, BF. Quod erat ostendendum.

Consequentex ut CD ad BE, ita est BE ad BC, & ita BC ad EF: Itaque BC proportionalis est inter BE, BF. Quod erat ostendendum.

P R O P O S I T I O IV.

Si duæ lineæ rectæ à puncto extra circulum eductæ ipsum secent, quod autem sit sub partibus exterioribus eductarum, æquale sit ei quod sit sub interioribus: exteriores partes permutatim sumptæ, erunt continue proportionales inter partes interiores.

Sub A centro descriptum circulum, secent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto, eductæ. Vna quidem in punctis C, D; altera in punctis E, F: unde partes exteriores secantium sunt BC, BE; interiores CD, EF: quod autem sit sub BC, BE, æquale sit ei quod sit sub DC, EF. Dico inter DC, EF esse continue proportionales BC, BE, eas adsumendo permutatim; ut videlicet interiorem partem primæ secantis sequatur pars exterior secantis secundæ, vel interiorem secundæ pars exterior primæ: nempe esse ut DC ad BE, ita BE ad BC, & ita BC ad EF.

Quoniam enim id quod sit sub CD, EF, æquale est ex hypothesis ei quod sit sub BC, BE: ideo est ut CD ad BE, ita BC ad EF; per synæresin, ut CD ad BE, ita BD ad BF. Sed ex ratione constructionis est BE ad BC, sicut BD ad BF. Ergo est ut CD ad BE, ita BE ad BC, & ita consequenter BC ad EF. Quod erat demonstrandum.

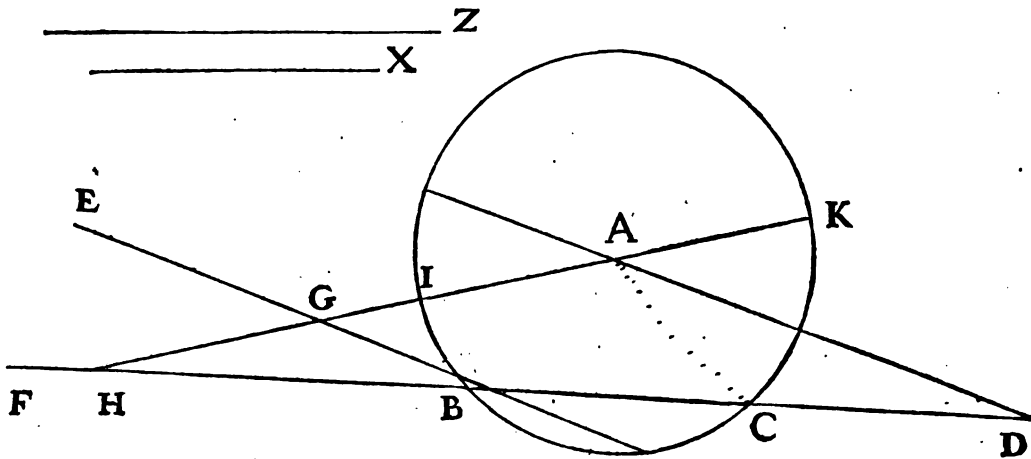
P R O P O S I T I O V.

Datis duabus lineis rectis, invenire inter easdem duas medias continue proportionales.

Sint datæ duæ lineæ rectæ Z, X. Oportet invenire inter Z & X, duas medias continue proportionales. Sit Z major, X minor.

Cen-

Centro A intervallo AB, æquali dimidiæ Z describatur circulus: cui inscribatur BC ipsi X æqualis. Producat autem BC in D, facta BD dupla ipsius BC, & jungatur DA cui agatur parallela BE indefinita: producat etiam DB indefinite in F, & ab A puncto ducatur ad duas BE, BF recta K A I G H; secans ipsas quidem BE, BF in punctis

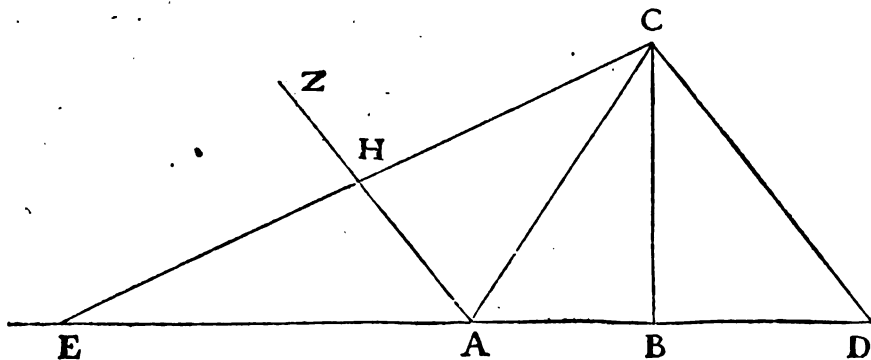


G, H, ita ut GH sit æqualis ipsi AB; circulum vero in punctis I, K, quorum proximus ipsi H sit I. Dico continue proportionales esse IK, HB, HI, BC. Quoniam enim constructæ sunt parallelæ DA, BG: ideo est ut HG ad HB, ita GA ad BD. Est autem HG ad IK, sicut BC ad BD, ut simplicium videlicet ad duplum. Quare est ut IK ad HB, ita GA ad BC. Quoniam autem GH, AI sunt æquales, erunt quoque HI, GA æquales. Ergo est ut IK ad HB, ita HI ad BC. Ab H igitur puncto extra circulum sumpto eductæ sunt duæ rectæ ipsum secantes, & quod fit sub exterioribus earundem partibus videlicet HB, HI, æquale est ei quod fit sub interioribus, videlicet IK, BC. Quare partes exteriores permutatim sumptæ sunt continue proportionales inter partes interiores, nempe erunt continue proportionales IK, HB, HI, BC. Datis igitur duabus lineis rectis Z, X, id est IK, BC, inventæ sunt inter eas duæ mediæ continue proportionales HB, HI. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO VI.

Dato triangulo rectangulo, invenire aliud triangulum rectangulum majus, & æque altum; ut quod fit sub differentia basium ipsorum & differentia hypotenusarum, æquale sit dato cuicumque recti-lineo.

Sit datum triangulum rectangulum ABC, cujus basis AB, hypotenusa AC, altitudo BC. Oportet invenire aliud triangulum rectangulum majus, & æque altum; ut quod fit



sub differentia inter AB & basin quæsitæ, & differentia inter AC & hypotenusam quæsitæ, æquale sit dato cuicumque recti-lineo. Detur recti-lineum id quod fit sub AC & quicumque AD, & si non detur in ea specie ad eam revocetur; continuataque si opus est AB sumatur

G g

sumatur in ea AD, & connectatur DC, cui construatur parallela AZ. Ex C autem ducatur recta, quæ ita DA continuatam secet in E, ipsam vero AZ in H, ut segmentum HE sit æquale ipsi CA. Dico triangulum CBE esse quale quæritur.

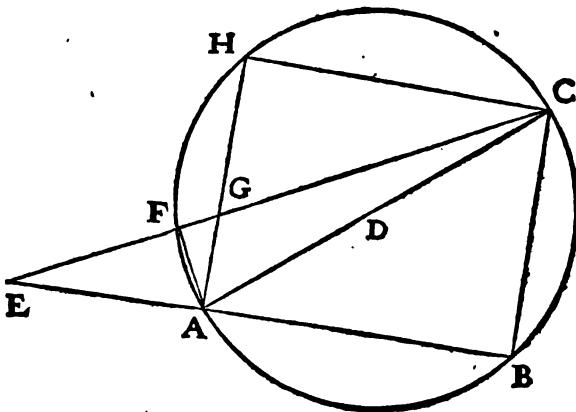
Est enim EA differentia qua basis EB basin AB excedit, & CH differentia qua hypotenusa CE hypotenusam CA, seu ei constructam æqualem HE, excedit. Quod autem sit sub EA, CH, æquale est ei quod sit sub AD, HE. Quoniam enim sunt constructæ parallelæ CD, HA: ideo est AD ad CH, ut AE ad HE. Altitudo porro illius trianguli CBE eadem est quæ trianguli CBA, videlicet BC. Dato igitur triangulo rectangulo ABC, inventum est aliud triangulum rectangulum majus & æque altum, ut quod sit sub AE differentia basium, & CH differentia hypotenusarum, æquale sit ei quod sit sub AD, HE dato recti-lineo, vel ei æquali. Quod faciendum fuit.

Atque hinc etiam manifesta fit inventio duarum mediarum continue proportionalium inter datas. Ostensum enim est in Poristicis. Quadratum quartæ majoris inter extremas tantum differre à quadrato primæ, quantum differt quadratum compositæ ex quarta & duplo secundæ à quadrato compositæ ex prima & duplo tertiæ. Itaque si constituantur duo triangula rectangula, unum cujus basis sit æqualis primæ minori inter extremas, hypotenusa quartæ. Alterum cujus basis sit æqualis compositæ ex prima & tertiæ duplo, hypotenusa vero compositæ ex quarta & secundæ duplo. Erunt ea triangula æque alta. Opus igitur mesographicum eo reducitur, ut constructo triangulo cujus basis æqualis sit primæ, hypotenusa quartæ, quærendum sit aliud triangulum æqualis altitudinis, cujus basis æqualis sit compositæ ex prima & duplo tertiæ, hypotenusa vero æqualis compositæ ex quarta & duplo tertiæ. Quod quidem triangulum quærendum licebit invenire per hanc propositionem, quoniam excessus hypotenusarum est dupla secunda, basium dupla tertia. Quodque sit sub iis excessibus, æquale est facto quadruplo sub prima & quarta. Itaque data ea omnia sunt, quæ lex propositionis requirit.

PROPOSITIO VII.

Data è tribus propositis lineis rectis proportionalibus prima, & ea cujus quadratum æquale sit ei quo differt quadratum compositæ ex secunda & tertia à quadrato compositæ ex secunda & prima, invenire secundam & tertiam proportionales.

Sit data è tribus propositis lineis rectis proportionalibus prima AB, & data quoque recta BC, cujus quadratum æquale sit ei quo differt quadratum compositæ ex secunda & tertia à quadrato compositæ ex secunda & prima. Oportet invenire secundam & tertiam proportionales.



Inclinentur ad rectos angulos AB, BC, & connectatur CA, qua secta bifariam in D, centro D intervallo DA vel DC describatur circulus, productaque BA indefinite, educatur à puncto C recta secans BA productam in E, circumferentiam vero in F, ita ut FE sit æqualis ipsi AB, ab A vero cadat ipsi BC parallela secans CE in G. Dico EA esse secundam, & EG tertiam quæritas.

Subtendatur enim AF, & ipsa AG potrigatur ad circumferentiam in H. Ergo triangula GCH, FEA æqualium sunt laterum & angulorum. Sunt enim æquales anguli acuti AEF, HCG, recti autem AFE, GHC, latera vero CH, FE æqualia sunt. Itaque EA, CG quoque sunt æquales. Est autem ut BA ad AE, ita CG id est AE ad GE. Ergo sunt proportionales tres BA, AE seu CG, & GE. Ipsa autem

autem BE composita est ex BA, AE prima & secunda. Ipsa vero CB composita ex CG, GE secunda & tertia. Quadratum denique ex CE differt à quadrato ex BE per quadratum ex CB.

Data itaque AB prima trium proportionalium & recta BC, cujus quadratum æquale est ei quo differt quadratum ex EC composita ex secunda & tertia à quadrato ex EB composita ex prima & secunda, inventæ sunt EA, seu GC, & EG secundæ & tertiæ proportionales. Quod faciendum fuit.

Atque hinc licet compendiose

Describere quatuor lineas rectas continue proportionales, quarum extremæ sint in ratione dupla.

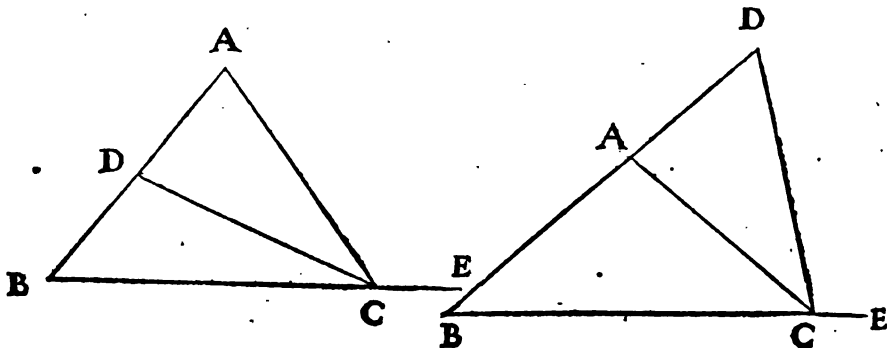
Ostensum est enim in Poristicis. Quod si fuerint tres lineæ rectæ proportionales; quadratum autem compositæ ex secunda & tertia differat à quadrato compositæ ex secunda & prima per triplum primæ quadratum : quæ dupla est ad primam, erit ea in serie quarta continue proportionalis.

Itaque adsumpta quacumque prima & ea quæ potest quadrato triplum ipsius primæ, inveniuntur secunda & tertia. Qua in serie dupla ad primam erit quarta.

PROPOSITIO VIII.

Si fuerit triangulum æquicrurum, & à basis termino ducatur ad crus linea recta ipsi cruri æqualis: angulus exterior factus à base & ea quæ ducitur è basis termino, triplus est utriusque angulorum qui sunt ad basin æquicruri.

Sit triangulum ABC habens AB, AC crura æqualia, & ab angulo ACB ducatur ad crus AB (idcirco si opus est continuandum) recta CD, ipsi cruri AB vel AC æqua-



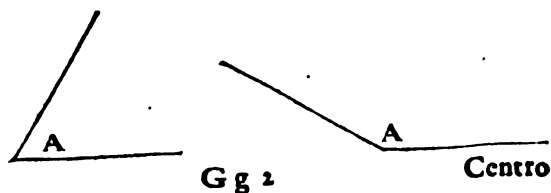
lis, & producatu BC in E. Dico angulum DCE esse triplum anguli ACB, seu ABC.

Quoniam enim æquicrura triangula sunt BAC, DCA, ideo angulus ACB angulo ABC est æqualis, & angulus ADC æqualis angulo DAC. Itaque qualium partium angulus ACB vel ABC est una, talibus duabus partibus excedunt duo recti angulum BAC, cujus exteriori æquatur angulus BDC. Talium igitur partium est duarum angulus BDC. Ex angulo autem BDC & angulo BDC compositus est angulus DCE. Quare angulus DCE est earundem partium trium. Est igitur angulus DCE triplus anguli ACB seu ABC. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO IX.

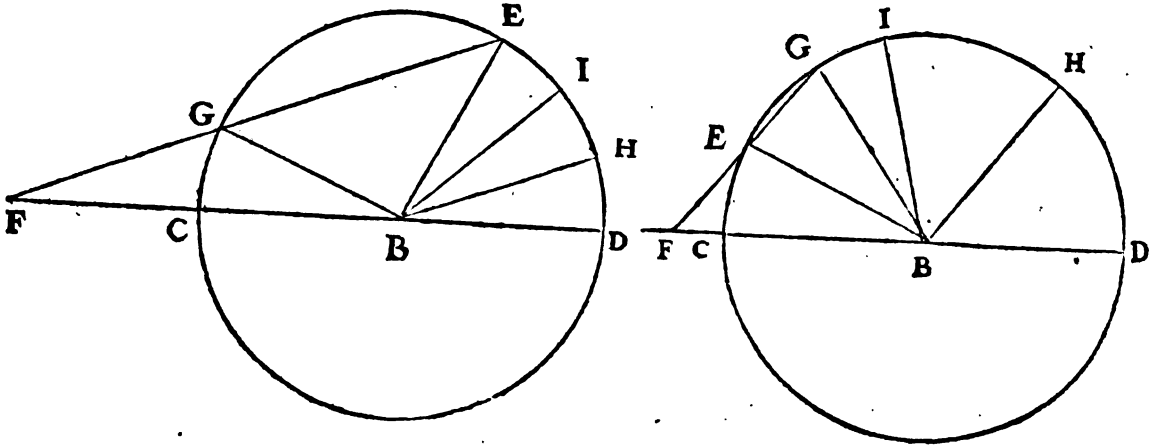
Datum angulum secare trifariam.

Sit datus angulus A, quem oporteat secare trifariam.



Centro B intervallo quocumque describatur circulus, & agatur diameter CBD. Sumatur autem circumferentia DE, definiens amplitudinem anguli dati: productaque DBC indefinite, educatur recta EFG secans diametrum continuatam in F, circumferentiam vero in G, ita ut FG æqualis sit BC vel BD semidiametro circuli. Dico angulum EFC esse trientem anguli EBD, id est anguli A dati; & ipsum arcum GC esse trientis illius amplitudinem.

Jungatur enim GB. Triangulum igitur æquicrurum est FGB, à cujus basis termino B ducta est BE ipsi BG cruri æqualis. Quare angulus EBD triplus est anguli GFB



seu GFB. Ipsi autem anguli GFB amplitudinem definit arcus GC. Quocirca ab arcu DE abscindantur arcus DH, HI ipsi arcui CG æquales, & agantur rectæ BH, BI. Ergo angulus EBD, id est A datus, sectus est trifariam à rectis BH, BI. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO X.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: est ut prima ad tertiam, ita adgregatum quadratorum primæ & secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertię.

Est enim ut prima ad secundam, ita secunda ad tertiam: & consequenter ut quadratum è prima ad quadratum è secunda, ita quadratum è secunda ad quadratum è tertia, & per synæresin ut quadratum è prima ad quadratum è secunda, ita adgregatum quadratorum secundæ & primæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertię. Sed ut quadratum è prima ad quadratum è secunda, ita est prima ad tertiam. Ergo est ut prima ad tertiam, ita adgregatum quadratorum primæ & secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertię. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XI.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: est ut prima ad adgregatum primæ & tertię, ita quadratum secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertię.

Est enim ut prima ad tertiam, ita quadratum è secunda ad quadratum è tertia, & per synæresin ut prima ad adgregatum primæ & tertię, ita quadratum secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertię.

Consectarium.

Itaque si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, tria solida ab iis effecta æqualia sunt.

Primum,

Primum , solidum sub prima & adgregato quadratorum secundæ & tertiæ.

Secundum , solidum sub tertia & adgregato quadratorum primæ & secundæ.

Tertium , solidum sub composita ex prima & tertia & quadrato secundæ.

Quoniam enim ostensum est esse primam ad tertiam, sicut adgregatum quadratorum primæ & secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ; primum autem quod propositum est solidum, est ipsum quod fit sub extremis analogiæ terminis; secundum vero quod fit sub mediis: ideo primum & secundum æqualia sunt.

Æque quoniam ostensum est esse ut primam ad compositam ex prima & tertia, ita quadratum secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ: primum autem quod propositum est solidum rursus est ipsum quod fit sub extremis analogiæ terminis; tertium vero quod fit sub mediis: ideo primum & tertium æqualia sunt. Atque ideo quoque tertium æquale est secundo.

PROPOSITIO XII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: cubus compositæ è duabus extremis, minus solido quod fit sub eadem composita & adgregato quadratorum à tribus, æqualis est solido sub eadem composita & quadrato secundæ.

Quadratum enim compositæ è duabus extremis valet quadrata singula extremarum una cum duplo mediæ quadrato. Itaque quadratum compositæ è duabus extremis minus adgregato quadratorum à tribus, æquale est quadrato mediæ seu secundæ. Quare est quadratum compositæ è duabus extremis minus adgregato quadratorum à tribus ad quadratum secundæ, ut composita illa ad eandem compositam, æqualis videlicet ad æqualem. Cujus analogiæ resolutione constat propositum.

PROPOSITIO XIII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: solidum sub prima & adgregato quadratorum à tribus, minus cubo è prima, æquale est solido sub eadem prima & adgregato quadratorum secundæ & tertiæ.

Adgregatum enim quadratorum à tribus minus quadrato à prima est quadratum secundæ plus quadrato tertiæ. Quare est adgregatum quadratorum è tribus minus quadrato è prima ad quadratum secundæ & tertiæ, ut prima ad primam, æqualis videlicet ad æqualem. Cujus analogiæ resolutione constat propositum.

PROPOSITIO XIV.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: solidum sub tertia & adgregato quadratorum à tribus, minus cubo è tertia, æquale est solido sub eadem tertia & adgregato quadratorum primæ & secundæ.

Adgregatum enim quadratorum à tribus minus quadrato è tertia, valet quadratum secundæ plus quadrato primæ. Itaque est ut adgregatum quadratorum è tribus minus quadrato è tertia ad quadratum secundæ & primæ, ita tertia ad tertiam, æqualis videlicet ad æqualem. Cujus analogiæ resolutione constat propositum.

Confectarium.

Itaque si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, tria adfecta solida, quæ ab iis fiunt, sunt æqualia,

Primum, cubus compositæ ex prima & tertia, minus solido sub eadem composita & adgregato quadratorum è tribus.

Secundum, solidum sub prima & adgregato quadratorum è tribus, minus cubo è prima.

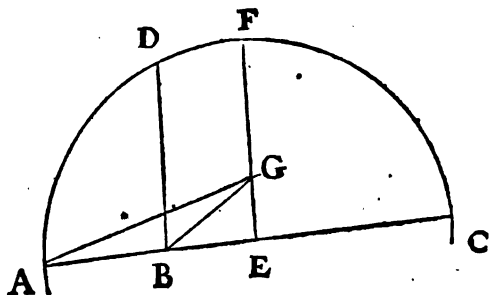
Tertium, solidum sub tertia & adgregato quadratorum è tribus, minus cubo è tertia.

Cum solida quibus adæquantur, æqualia sint ex antecedente Confectario. Itaque æqualia sunt inter se.

PROPOSITIO XV.

Si è circumferentia circuli cadant in diametrum perpendiculares duæ, una in centro, altera extra centrum; & ad perpendicularem in centro agatur ex puncto incidentiæ perpendicularis alterius, linea recta faciens cum diametro angulum æqualem trienti recti; à puncto autem quo acta illa fecat perpendicularem in centro, ducatur alia linea recta ad angulum semicirculi: triplum quadratum hujus, æquale est tam quadrato perpendicularis quæ incidit extra centrum, quam quadratis segmentorum diametri, inter quæ perpendicularis illa media est proportionalis.

Sit diameter circuli ABC, à cujus circumferentia cadat perpendiculariter DB, & sit AB minus segmentum, BC majus, E vero centrum. Sed & cadat quoque è circumferentia perpendiculariter FE, & ex B ducatur recta BG, ita ut angulus GBE sit æqualis trienti recti, unde fiat BG dupla ipsius GE, & jungatur AG. Dico triplum quadratum ex AG, æquari quadrato ex DB una cum quadrato ex AB & quadrato ex BC.



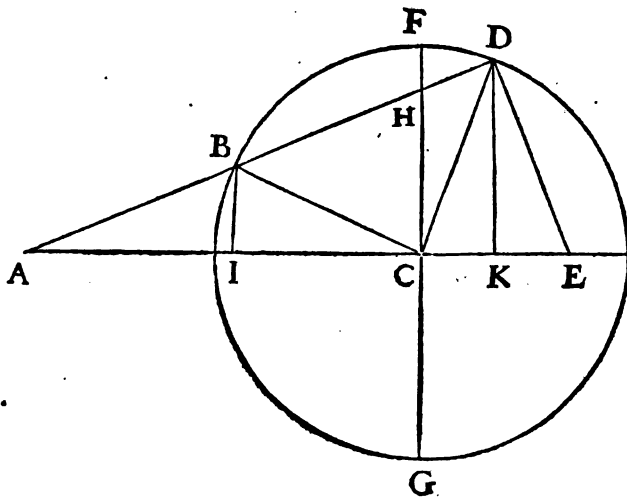
Quadratum enim ex AB æquale est quadrato ex AE & quadrato ex BE, minus eo quod fit sub AE, BE bis. Quadratum autem ex BC æquale est quadrato ex BE, & quadrato ex EC, una cum eo quod fit sub BE, EC bis. Et sunt æquales AE, EC. Quare quadratum ex AB una cum quadrato ex BC, æquatur duplo quadrato ex AE, & duplo quadrato ex BE. Addatur utrobique quadratum ex DB. (Ipsium vero quadratum ex DB adjunctum quadrato ex BE, æquale est quadrato ex AE.) Quadrata igitur ex AB, BC, DB adgregata valebunt quadratum triplum ex AE, una cum quadrato semel ex BE. Quoniam autem BG construitur dupla ipsius GE, est quadratum ex BE triplum quadratum ex GE. Quadratum autem ex AE adjunctum quadrato ex EG, valet quadratum ex AG. Triplum igitur quadratum ex AG, æquale est quadrato ex DB una cum quadrato ex AB & quadrato ex BC. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XVI.

Si duo triangula fuerint æquicrura singula, & ipsa alterum alteri cruribus æqualia, angulus autem qui est ad basin secundi sit triplus anguli qui est ad basin primi: cubus ex base primi, minus triplo solido sub base primi & cruris communis quadrato, æqualis est solido sub base secundi & ejusdem cruris quadrato.

Sit triangulum primum ABC, habens crura AB, BC æqualia. Et quia secundum triangulum æqualium quoque crurum est, & uterque angulorum qui sunt ad basin secundi illius trianguli, triplus est ipsius anguli BAC vel BCA, & minor sit recto necesse est. Igitur uterque angulorum BAC, BCA minor est triente recti, atque adeo angulus ABC fit major recto. Producantur igitur AB, AC, & ex C in AB productam ponatur CD ipsi AB æqualis, deinde ex D in AC productam ponatur DE ipsi quoque AB æqualis. Sunt igitur duo triangula æquicrura ABC, CDE. Sed & ipsi AB, BC cruribus æqualibus primi trian-

trianguli, æqualia sunt CD, DE crura secundi trianguli. Qualium autem uterque angulorum BAC, BCA est pars una, angulus ABC est duorum rectorum minus talibus duabus partibus, & angulus exterior anguli ABC duarum est illarum partium, cui angulo exteriori æquatur angulus ADC, quoniam sunt æquales anguli DBC, CDB ob æqualitatem quoque crurum CD, CB. Ex angulis autem ADC, DAC compositus est angulus exterior anguli DCA. Secundum itaque triangulum est CDE, ipsum æquicrurum & crura habens æqualia crutibus primi ABC, & utrumque angulorum qui sunt ad basin, videlicet DCE vel DEC, triplum anguli BAC vel BCA. Dico igitur cubum ex AC minus solido triplo sub AC & quadrato ex AB, æquari solido sub CE & quadrato ex DC seu AB.



Centro enim C intervallo CB vel CD describatur circulus, & agatur diameter FCG secans AE perpendiculariter in C, ipsam vero AD in H, ipsi quoque FG agantur parallelæ BI, DK, secantes AE perpendiculariter in I & K. Sunt igitur AI, IC æquales, & ideo fit AC ipsius AI dupla. Itaque sunt quoque æquales AB, BH, & fit AH ipsius AB dupla. Æquales quoque sunt CK, KE, & fit CE dupla ipsius CK.

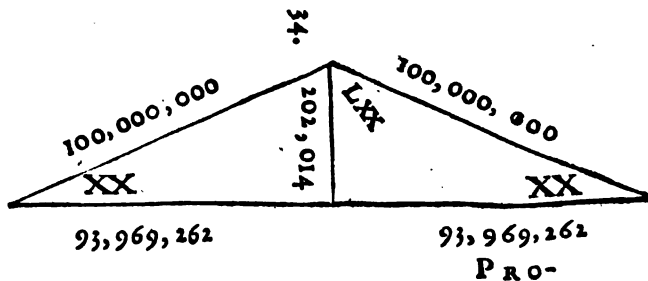
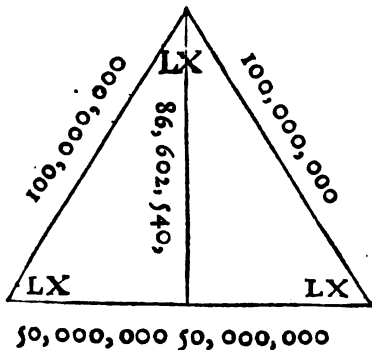
Quadratum autem ex CG, id est AB, æquatur quadrato ex CH una cum eo quod fit sub FH, HG, & convertendo, quadratum ex AB minus quadrato ex CH, æquatur ei quod fit sub FH, HG, hoc est, ei quod fit sub BH, HD. Ipsum porro quadratum ex CH, æquale est quadrato ex AH minus quadrato ex AC. & quadratum ex AH est quadruplum quadrati ex AB. Quadratum igitur ex AC minus quadrato triplo ex AB, æquale est ei quod fit sub BH, HD. Sed est BH ad HD, ut IC ad CK, & est IC ad CK, sicut AC ad CE: cum sint hæ illarum duplæ. Quare sicut AC ad CE, ita est BH ad HD, & consequenter sicut AC ad CE, ita quadratum ex BH, id est ex AB, ad id quod fit sub BH, HD, id est, ad quadratum ex AC minus quadrato triplo ex AB, itaque resoluta analogia, cubus ex AC minus triplo solido sub AC & quadrato ex AB, æqualis est solido sub CE & quadrato ex AB. Quod erat ostendendum.

Posito Z latere quolibet trianguli æquilateri, unde angulus quilibet fit triens duorum rectorum.

A cubus minus Z quadrato ter in A, æquatur Z cubo. Et fit A basis trianguli æquicruri, cuius angulus ad basin est nona pars duorum rectorum.

Sit Z 1. A 1 N. IC — 3 N, æquatur 1.

Sit Z 100, 000, 000. Ita se habebunt triangula.



PROPOSITIO XVII.

Si duo triangula fuerint æquicrura singula, & ipsa alterum alteri cruribus æqualia, angulus autem, quem is qui est ad basin secundi relinquit è duobus rectis, sit triplus anguli qui est ad basin primi: solidum triplum sub base primi & cruris communis quadrato, minus cubo è base primi, æquale est solido sub base secundi & cruris communis quadrato.

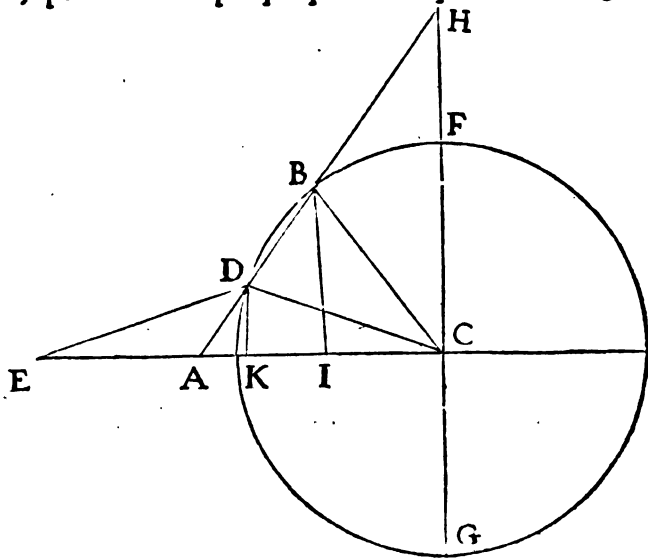
Sit primum triangulum ABC , habens crura AB, BC æqualia. Et quia angulus quem quilibet eorum qui sunt ad basin secundi relinquit è duobus rectis, triplus est ipsius anguli BAC , & major sit recto necesse est. Ideo est quilibet ipsorum BAC, BCA qui sunt ad basin angulorum consequenter major triente recti, atque adeo angulus ad verticem ABC est minor recto. Quare in AB ponatur CD , ipsi AB æqualis. Deinde ex D in CA productum, ponatur DE ipsi quoque AB æqualis. Sunt igitur duo

triangula æquicrura ABC, EDC , & ipsi AB, BC cruribus æqualibus primi trianguli, æqualia sunt DE, DC crura secundi trianguli. Quoniam autem uterque angulorum BAC, BCA est pars una, angulus ABC est duorum rectorum minus duabus talibus partibus, & angulus exterior anguli ABC duarum est illarum partium, cui angulo exteriori æquatur angulus ADC : quoniam sunt æquales anguli DBC, CDB ob æqualitatem quoque crurum CB, CD .

Ex angulo autem ADC & DAC , compositus est angulus exterior anguli DCA . Secundum itaque triangulum est CDE ipsum æquicrurum, & crura habens æqualia cruribus primi ABC , & utrumque angulorum quem anguli ad basin DCE vel DEC relinquant è duobus rectis, triplum anguli BAC vel BCA . Dico igitur triplum solidum sub AC & quadrato ex AB minus cubo ex AC , æquari solido sub EC & quadrato ex D seu AB .

Centro enim C intervallo CB vel CD describatur circulus, & agatur diameter FCG secans EA , uti continuatur, perpendiculariter in C , ipsam vero AD quoque continuatam in H , ipsi quoque FG agantur parallelæ BI, DK , secantes eandem AE perpendiculariter in I, K . Sunt igitur AI, IC æquales, & ideo fit AC ipsius AI dupla. Itaque sunt quoque æquales AB, BH , & fit AH ipsius AB dupla. Æquales quoque EK, KC , & fit EC dupla ipsius EK .

Quadratum autem ex CH , æquale est quadrato ex CF , id est AB una cum eo quod fit sub HF, HG , & convertendo quadratum ex CH minus quadrato ex AB , æquale est ei quod fit sub HF, HG , hoc est ei quod fit sub HB, HD . Ipsum porro quadratum ex CH , æquale est quadrato ex AH minus quadrato ex AC . & quadratum ex AH est quadruplum quadrati ex AB . Triplum igitur quadratum ex AB minus quadrato ex AC , æquale est ei quod fit sub BH, HD . Sed est HB ad HD , sicut CI ad CK , & est CI ad CK , sicut CA ad CE : cum sint hæ illarum duplæ. Quare sicut CA ad CE , ita HB ad HD , & consequenter sicut CA ad CE , ita quadratum ex HB , id est AB ad id quod fit sub HB, HD , id est, ad triplum quadratum ex AB , minus quadrato

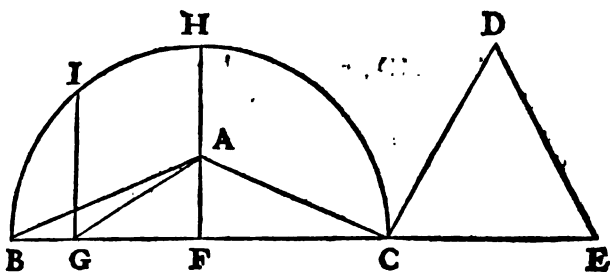


drato ex AC. Itaque resoluta analogia, triplum solidum sub AC & quadrato ex AB, minus cubo ex AC, æquale est solido sub EC & quadrato ex AB. Quod erat ostendendum.

P R O P O S I T I O XVIII.

Si duo triangula fuerint æquicatura singula, & ipsa alterum alteri curibus æqualia, angulus autem qui est ad basin secundi sit triplus anguli qui est ad basin primi: triplum solidum sub quadrato cruris communis & dimidia base primi multata continuatave longitudine ejus cujus quadratum æquale est triplo quadrato altitudinis primi, cum multabitur ejusdem dimidiæ base multatæ continuatæve cubo, æquale est solido sub base secundi & ejusdem cruris quadrato.

Sit triangulum primum BAC, habens crura AB, AC æqualia; secundum CDE, habens quoque DC, DE crura æqualia. Et sint AB, AC ipsius DC, DE æqualia, sed & angulus DCE seu DEC sit triplus anguli ABC seu ACB. Excitetur autem altitudo trianguli primi AF, & in base ponatur AG versus B ipsius AF dupla; unde utraque BF, FC fit basis dimidia, & quadratum ex GF triplum est quadrati ex AF altitudine; atque adeo BG, æqualis est ipsi BF multatæ longitudine GF; & GC æqualis ipsi FC, continuatæ longitudine GF. Dico triplum solidum sub BG & quadrato ex AB, minus cubo ex BG, æquale esse solido sub CE & quadrato ex DC seu AB.



Et rursus triplum solidum sub GC & quadrato ex AB, minus cubo ex GC, æquale esse solido sub CE & quadrato ex DC seu AB.

Centro enim F intervallo BF vel FC describatur circulus, & producatu FA ad circumferentiam in H, & ex eadem circumferentia cadat in diametrum ad punctum G perpendiculariter recta IG. Sunt igitur tres proportionales BG, GI, GC. Quoniam autem AG est dupla ipsius AF, seu aliter, angulus AGF est triens recti: ideo triplum quadratum ex AB, æquale est singulis quadratis abs BG, GI, GC. Adfecta itaque tria solida æqualia sunt,

Primum, cubus ex BC, minus solido triplo sub BC & quadrato ex AB.

Secundum, triplum solidum sub BG & quadrato ex AB, minus cubo ex BG.

Tertium, triplum solidum sub GC & quadrato ex AB, minus cubo ex GC.

Sed primum, æquale est solido sub CE & quadrato ex AB, ex antepenultima propositione.

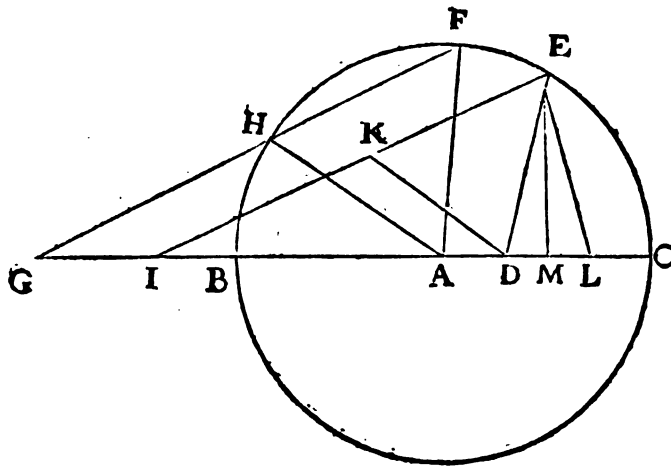
Quare secundum quoque & tertium, æquantur eidem solido sub CE & quadrato ex AB. Vnde constat propositio.

P R O P O S I T I O XIX.

Diametrum circuli ita continuare, ut sit continuatio ad semidiametrum adjunctam continuationi, sicut quadratum semidiametri ad quadratum continuatæ diametri,

Sub A centro, diametro BAC describatur circulus, & sumatur CD triens diametri, & arcus CE triens semicircumferentiæ, seu aliter, arcus hexagoni. Et connectatur ED, cui agatur parallela semidiameter AF, & à puncto F in CB productam ducatur FG, secans circumferentiam in H, ita ut HG sit semidiametro AB seu AC æqualis. Ipsi autem FG parallela agatur EI, secans CG in I. Dico factum esse quod oportuit, esse enim ut IB ad Hh IA, ita

IA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex IC. Iungatur enim AH, & ipsi parallela agatur DK, & in BC continuata ponatur EL, ipsi DE æqualis.



Quoniam igitur trianguli GHA crura GH, HA æqualia sunt, & à basi termino A educta est AF ipsi GH cruri æqualis. Angulus FAC fit triplus anguli HAG. Triangulis autem GHA, HAF similia sunt triangula IKD, KDE, & triangulum æquicrurum est IKD. Sed constructum æquicrurum quoque est triangulum DEL, & sunt crura DE, EL cruribus IK, KD æqualia, & angulus EDL seu ELD, anguli KID, seu KDI triplus.

Quare cubus ex ID, minus solido triplo sub ID & quadrato ex IK seu DE, æquale est solido sub DL & eodem quadrato ex DE.

Est autem AD triens semidiametri AB, & cum ex E cadet in diametrum perpendicularis EM, fit DM sextans semidiametri. dodrantem vero quadrati ex AB, æquabit quadratum ex EM; quod quidem quadratum ex EM adjunctum quadrato ex DM, valet quadratum ex DE. Quadratum igitur ex DE, æquat dodrantem quadrati ex AB plus tricesima sexta ejusdem. Et est quadratum ex AB ad quadratum ex DE, sicut novem ad septem. Itaque triplum quadratum ex DE, æquale est quadrato septupartiente tertias ex AB. Solidum vero sub DL & quadrato ex DE, æquabitur cubo septupartiente vicissimas septimas ex AB.

Quare cubus ex ID, minus solido sub ID & quadrato septupartiente tertias ex AB, æquale est cubo septupartiente vicissimas septimas ex AB. Atque hoc esto primum illatum. Omnia autem ea solida sumantur vicies septies. Ergo cubus vicies septies ex ID, minus solido ter & sexagies sub ID & quadrato ex AB, æquatur cubo septies ex AB. Quæ æqualitate ad analogiam revocata, est ut quadratum ex ID novies, minus quadrato vicies semel ex AB ad quadratum septies ex AB, ita AB ad triplam ID. Et vero quadratum ex ID, valet quadratum ex IA, & quadratum ex AD, una cum eo quod fit sub AD, IA bis. Ipsa autem AD est triens AB. Quare quadratum novies ex ID, valet quadratum novies ex IA, plus eo quod fit sub IA, AB sexies, plus quadrato semel ex AB. Est igitur ut quadratum novies ex IA, plus eo quod fit sub IA, AB sexies, minus quadrato vicies ex AB ad quadratum septies ex AB, ita AB ad compositam ex AB, & tripla IA. Quæ resoluta analogia, cum quæ fient solida divisionem quæque à vicenario septenario numero accipient, cubus ex IA, plus solido sub AB & quadrato ex IA, minus solido duplo sub IA & quadrato ex AB, æquatur cubo ex AB. Atque hoc esto secundum illatum.

Eadem autem æqualitas rursus ad analogiam revocetur, erit igitur ut IA minus AB ad AB, ita quadratum AB ad quadratum ex IA plus eo bis quod fit sub IA, AB, & per discrefin ut IA minus AB ad IA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex IA plus eo bis quod fit sub IA in AB plus quadrato ex AB, & interpretando ut IB ad IA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex IC. Quod tandem erat demonstrandum.

Ex primo illato fit, AB 100, 000, 000. fit ID, 124, 697, 960 $\frac{2}{3}$.

Scholium.

Et est quadratum ex AB ad quadratum ex DE, sicut 9 ad 7. Eiusque modo verba sunt plana
* Itaque DE quad. 3, æquale est AB quad. $\frac{7}{3}$: nam tertia pars utriusque termini proportionis 9 ad

ad 7 sumitur. Solidum vero sub DL & DE quadrato, equatur AB cubo $\frac{7}{27}$: nam AB quad. $\frac{7}{9}$ in AB (quæ tripla est DL,) facit solidum triplum factò ex DE quad. 3. in DL, hoc est, AB quad. $\frac{7}{9}$ in AB, solidum fit triplum solido ex DE quad. in DL. tertia igitur illius pars supple AB cubus $\frac{7}{27}$, æqualis erit solido ex DE quad. in DL. Quare ED cubus — ID in AB quad. $\frac{7}{9}$, equatur AB cubo $\frac{7}{27}$. Est enim AB quad. $\frac{7}{9}$ id quod DE quad. 3: & ex 16 hujus sunt duo triangula æquicrura, ipsaque alterum alteri cruribus æqualia; angulusque ad basin secundi triplus est anguli ad basin primi. ideo sequitur ID cubum — ID in AB quad. $\frac{7}{9}$, æquari AB cubo $\frac{7}{27}$ Atque hoc esto primum illatum.

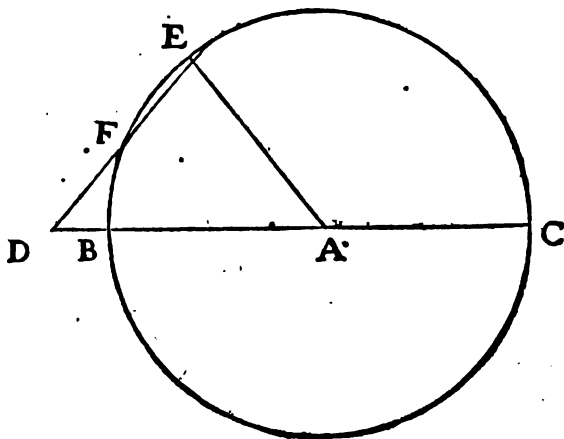
Omnia ea solida sumantur 27^{tes}. Erit ID cubus 27 — ID in AB quad. 63, æqualis AB cubo 7. Revocata ad analogiam equatione, erit ut ID quad. 9 — AB quad. 21 ad AB quad. 7, ita AB ad ID 3: (nam ex resolutione hujus analogie secundum artem, conficitur illa æqualitas.) Sed ID quad. valet ex 4^{ta} 2^a Elem. IA quad. + AD quad. + IA in AD 2. Ipsa autem AD triens est ipsius AB. igitur ID quad. 9, valet IA quad. 9 + IA in AB 6 + AB quadrato. Ideo erit, ut IA quad. 9 + IA in AB 6 — AB quad. 20 ad AB quad. 7, ita AB ad ID 3, hoc est, ad compositam ex AB & tripla IA. Qua resoluta analogia, erit IA cubus 27 + IA quad. in AB 18 — IA in AB quad. 60 + AB in IA quad. 9 + AB quad. in IA 6 — AB cubo 20, æqualis AB cubo 7. Vltimus AB cubus negatus transit in contrariam adfectionem, facta reductione partium similium & homogenearum. IA cubus 27 + IA quad. in AB 27 — AB quad. in IA 54, æquabitur AB cubo 27. Et divisione accepta à 27. IA cubus + IA quad. in AB — IA in BA quad. 2, æquabitur AB cubo. Atque hoc esto secundum illatum.

Eadem æqualitas rursus ad analogiam revocetur. erit igitur ut IA — AB ad AB, ita AB quad. ad IA quad. + IA in AB 2. Nam resolvendo fit æqualitas sub IA cubo + IA quad. in AB 2 — AB in IA quad. — AB quad. in IA 2, & AB cubo. hoc est, per subtractionem homogeneorum inæer IA cubum + IA quad. in AB — IA in AB quad. 2, & AB cubum. Et per diarefin illius analogia erit, ut IA — AB ad IA, ita AB quad. ad IA quad. + IA in AB 2 + AB quad. & interpretando, ut IB ad IA, ita AB quadratum ad IC quadratum. Quod tandem erat demonstrandum.

PROPOSITIO XX.

Constituere triangulum æquicrurum, ut differentia inter basin & alterum è cruribus sit ad basin, sicut quadratum cruris ad quadratum compositæ ex crure & base.

Exponatur circulus sub A centro, diametro quactmque BC descriptus, & continue-
tur CAB diameter in D,
ita ut D.B sit ad DA, sicut
quadratum ex AB ad qua-
dratum ex DC, & ex D po-
natur in circumferentia re-
cta DE ipsi AB vel AC æ-
qualis, & jungatur AE. Di-
co triangulum DEA esse
quale queritur. Crura enim
ED, EA æqualia sunt. Est
autem DB differentia inter
basin DA & crus AC seu
AB. Ipsa vero DC com-
posita est ex DA base & A
C, id est AE crure. Con-
stitutum igitur triangulum
est DEA æquicrurum, ut
DB differentia inter basin & crus AE vel ED sit ad DA basin, sicut quadratum EA vel
ED ad quadratum compositæ ex base DA, & crure EA. Quod erat faciendum.

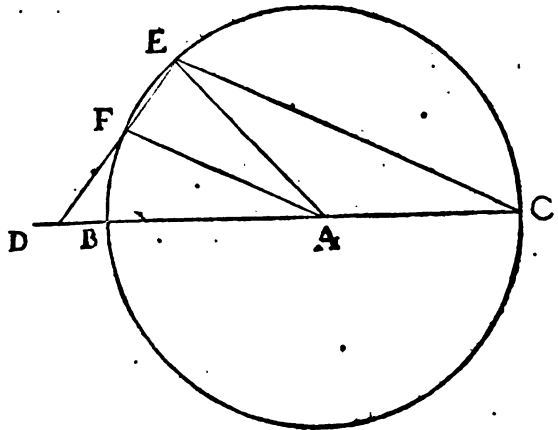


PROPOSITIO XXI.

Si fuerit triangulum æquicrurum, sit autem differentia inter basin & alterum è cruribus ad basin; sicut quadratum cruris ad quadratum compositæ ex crure & base: quæ à termino basis ducetur ad crus linea recta ipsi cruri æquali, secabit bifariam angulum ad basin.

Repetatur antecedens constructio, actaque DE secet quoque circulum in F, & jungatur AF. Dico AF secare bifariam angulum EAD.

Quoniam enim ex hypothesi est ut DB ad DA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex DC: ideo est ut DB ad AB, ita quod sit sub DA, AB ad quadratum ex DC. sed DB ad DE seu AB, est ut DF ad DC. Quare est DF ad DC, sicut id quod sit sub DA, AB ad quadratum ex DC. Et consequenter est DF ad AB seu DE, sicut DA ad DC; & subducendo est DF ad FE, sicut DA ad AC. Quare connexa EC fit ipsius FA parallela. Itaque angulus ECD angulo FAD est æqualis. Sed angulus EAD duplus est anguli ECD, cum ille sit è centro, hic è circumferentia. Angulus igitur EAD secus est bifariam à recta AF. Quod erat ostendendum.

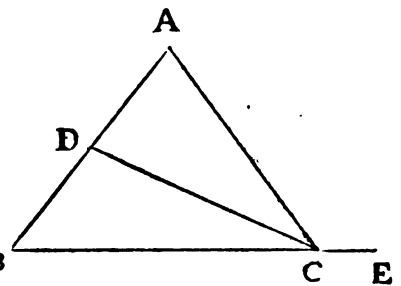


PROPOSITIO XXII.

Si fuerit triangulum æquicrurum, quæ autem è termino basis ducetur ad crus linea recta ipsi cruri æquali, secet bifariam angulum ad basin: angulus ad verticem æquicruri, sesquialter est utriusque angulorum ad basin.

Sit triangulum ABC habens AB, AC crura æqualia, à cuius termino C cum ducitur ad crus ei oppositum recta linea CD cruri æquali, quæ ipsum ACB angulum bifariam secet. Dico angulum BAC esse sesquialterum anguli ABC seu ACB.

Quoniam enim à C termino basis trianguli æquicruri ABC, ducitur recta CD, ipsi cruri AB vel CA æquali, ideo exterior angulus DCE triplus est anguli ACB vel ABC. Quoniam itaque angulus ABC seu ACB partium est duarum, talium exterior angulus DCB est partium sex, angulus vero DCA qui dimidius est anguli ACB eorundem est una, ut etiam angulus DCB. Constant igitur angulus DCE & eius exterior talibus septem partibus, valent autem duos rectos, sicut tres anguli trianguli. Cum sint igitur anguli ABC, ACB quilibet duarum partium, angulus BAC relinquitur earundem trium. Est igitur BAC angulus sesquialter utriusvis anguli ABC seu ACB. Quod erat ostendendum.

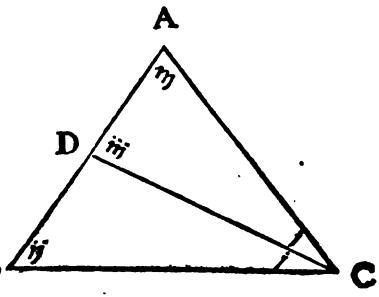


PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Si fuerit triangulum æquicrurum, cujus angulus qui existit in vertice sit sesquialter utriusque angulorum qui sunt ad basin, & à termino basis ducatur ad crus linea recta ipsi cruri æqualis, unde fiat triangulum rursus crurum æqualium, quorum unum est educta secans, alterum crus primi non sectum: erit in isto secundo triangulo uterque angulorum qui sunt ad basin triplus reliqui.

Sit triangulum ABC habens crura AB, AC æqualia, & sit angulus BAC sesquialter utriusque angulorum ABC, ACB, & à C basis termino ducatur in crus AB recta CD ipsi AB vel AC æqualis, unde triangulum ACD rursus sit æquicrurum habens crura CD, CA æqualia. Dico in triangulo ACD utrumque angulorum ADC, DAC esse triplum anguli DCA. Quoniam enim angulus BAC sesquialter est anguli ABC, vel ACB, ideo qualium partium angulus ABC est duarum, talium BAC est trium. Sed & earundem angulus ACB est duarum cum sit angulo ABC æqualis, atque adeo tres anguli trianguli ABC, id est duo recti, æstimantur septem.



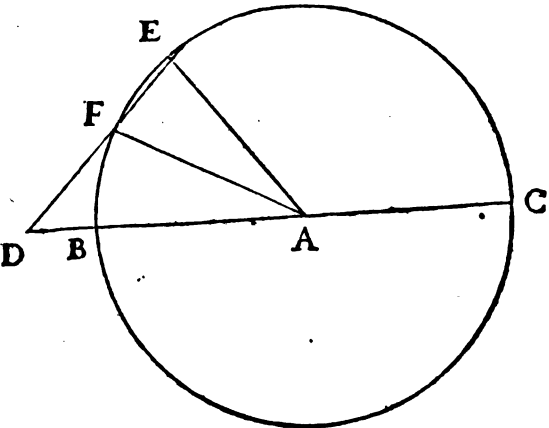
Quoniam autem æquicrurum quoque sit triangulum ACD, habens videlicet crus DC cruri CA æquale, ideo qualium angulus DAC taxatus est trium partium, talium erit totidem angulus ADC, atque adeo angulus ACD pars una, cum talium duo recti sint septem. In triangulo igitur ADC uterque angulorum DAC, ADC est triplus reliqui ACD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXIV.

In dato circulo heptagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.

Sit datus circulus cujus A centrum, diameter BAC. Oportet in dato circulo heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

Diameter CB continuetur in D, ita ut DB ad DA sit, ut quadratum ex AB ad quadratum ex DC, & in circumferentia ponatur DE, æqualis semidiametro. Dico EB esse arcum heptagoni, id est, septimam partem totius circumferentiz.

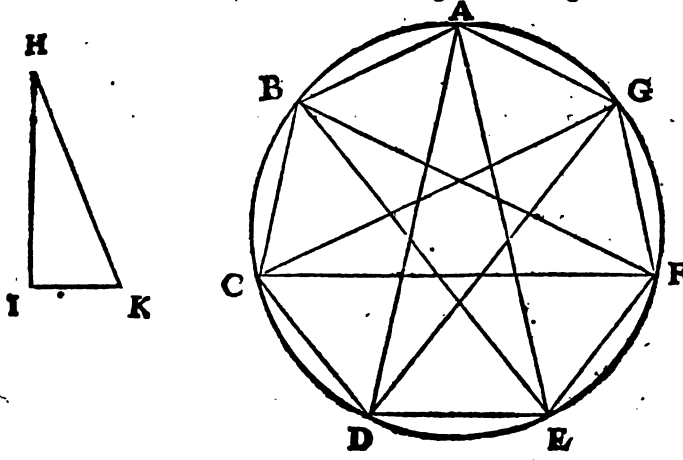


Secet enim DE ipsum quoque circulum in F, & jungantur semidiametri AE, AF. Est igitur triangulum DEA æquicrurum & ita constitutum, ut differentia basis & cruris ad basin est, sicut quadratum cruris ad quadratum compositæ ex crure & base. Quare recta AF ipsi cruri æqualis secat bifariam angulum ad basin, ideoque qualium duo recti sunt partium septem, talium angulus EAD est duarum. Qualium vero quatuor recti sunt septem, id est tota circumferentia, talium angulus EAD est una. Ipsi autem anguli EAD amplitudinem definit arcus EB. Quare arcus EB est septima pars totius circumferentiz. Subtendatur igitur septies. Ergo in dato circulo inscriptum est heptagonum æquilaterum & æquiangulum. Quod facere oportebat.

H h 3 Aliud.

In dato circulo heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

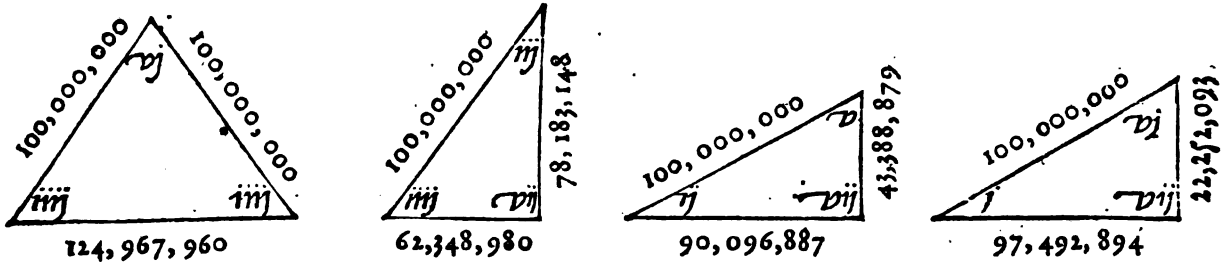
Sit datus circulus ABCDEFG. Oportet in ABCDEFG circulo heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Exponatur triangulum æquicrurum HIK habens utrumque eorum qui sunt ad I, K angulorum triplum reliqui ejus anguli qui est ad H, & describatur in circulo ABCDEFG triangulum triangulo HIK æquiangulum, & sit illud



ADE, ita ut angulo quidem qui est ad H æqualis sit angulus DAE, utrique vero ipsorum qui ad I, K sit æqualis uterque ADE, AED. & uterque igitur ADE, AED anguli DAE est triplus. Quare uterque arcus AD, AE ipsius arcus DE est quoque triplus, & horum AD, AE arcuum trientes erunt ipsi DE arcui æquales. Sunt igitur trientes il-

li AB, BC, CD, AG, GF, FE, & subtendantur. Ergo in dato circulo descriptum est heptagonum æquilaterum & æquiangulum. Quod facere oportebat.

Sit hypotenusa 100,000,000 angulus rectus VII partium, ita triangula rectangula septimarum se habent.



Posito nempe Z crure trianguli æquicruri, cujus angulus ad verticem sesquialter est utriusque angulorum ad basin, A cubus, plus Z in A quadratum, minus Z quadrato 2 in A, æquatur Z cubo. Et fit A basis ejusdem trianguli.

Sit autem in numeris Z 1. $A \text{ in } 1C + 1Q - 2N$, æquatur 1.

Per reductionem vero E cubus, minus Z quadrato 21 in E, æquatur Z cubo 7. Et fit E composita ex base illius trianguli & triente cruris.

Sit autem in numeris Z 1. $E \text{ in } 1C - 21N$, æquatur 7.

PROPOSITIO XXV.

Est Confectarium generale.

Generaliter id verum est, opere saltem alterutro, vel constructionis duarum mediarum continue proportionalium inter datas, vel sectionis anguli in tres partes æquales, omnia Problemata, alioqui non solubilia, explicari, in quibus cubi solidis, vel quadrato-quadrata plano-planis sine adfectione vel cum adfectione adæquantur.

Enim-

Enimvero ostensum est in tractatu de æquationum recognitione, æquationes quadrato-quadratorum ad æquationes cuborum reduci.

Cubos vero adfectos sub quadrato, ad cubos adfectos sub latere.

Rursus, adfectos cubos sub latere reduci ad cubos puros.

Adfectos vero cubos sub latere negate ita demum reduci ad puros, cum solidum, à quo adficitur cubus, negatur de cubo, & præterea triens plani coefficientis cum latere adficiens solidum, cedit quadrato semissis latitudinis oriundæ ex adplicatione adfecti cubi ad prædictum trientem.

In cubis igitur puris, ut pote cum A, de qua quæritur, cubus proponitur æquari B quadrato in D, intelligentur B & D extremæ in serie quatuor continue proportionalium, & harum A, de qua quæritur esse secunda.

In cubis autem ita adfectis sub latere negate, ut triens plani coefficientis cum latere adficiens solidum, præstet quadrato latitudinis semissis oriundæ ex adplicatione adfecti cubi ad prædictum trientem, ut pote, cum A cubus, minus B quadrato 3 in A, proponitur æquari B quadrato in D 2, & B præstet ipsi D. Duo intelligentur proponi triangula æquicrura, & ipsa cruribus æqualia alterum alteri, quorum secundi angulus, qui est basis, intelligitur triplus ad angulum, qui est ad basin primi, & basis secundi esse D, crus vero B. A autem de qua quæritur, esse basis primi.

In cubis denique ita adfectis, ut ipsi de adficiendo solido negantur, ut pote, cum B quadratum 3 in E, minus E cubo, æquabitur B quadrato in D 2. Eadem stante constructione, quæ in antecedente formula exposita est, E de qua quæritur, fiet basis dimidia primi, multata continuatave longitudine ejus, cujus quadratum æquale est triplo quadrato altitudinis primi.

Quod enim in triangulo æquicruro crus semper majus sit base dimidia vel ex eo evidens sit, quod altitudo secet basin bifariam. Itaque cruris quadratum præstat quadrato dimidiæ per ipsius altitudinis quadratum.

Atque adeo duobus Problematis æquationes cuborum omnes, & quadrato-quadratorum cujuscumque adfectionis alioqui non solubiles explicabuntur, una inventionione duarum mediarum inter datas, altera anguli dati in tres æquales partes sectione. Quod animadvertisse fuit operæ pretium.

F I N I S.



FRAN:

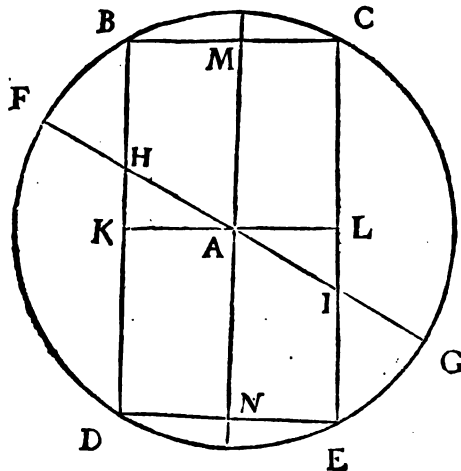


FRANCISCI VIETÆ
PSEUDO-MESOLABVM
& alia quædam
ADIVNCTA CAPITVLA.

Pseudo-Mesolabum fabrico, ut Pseudo-Mesolabum, illibata Eratosthenis, cujus quidem epichereima fuit *δυσμηχανόν*, sed generaliter ac vere propositum, laude & gloria. Mutua autem segmenta in scriptæ circulo & diametri esse proportionalia nemo nescit ex Elementis. Sed quatenus proportio continua est, operæpretium erat in Mesographicis definire. Enimvero bene composituri resolvunt, componunt bene resolutori. Quare quatuor rectas proportionales in mutua sectione in scriptæ & diametri ita speculabor, ut non ideo mihi appareat esse continue proportionales, quia erant, & sequuta est *ἰσάρμοσις*, sed *πὸ διότι* in eo situ expendam, earum genesin à seipsis repetiturus, atque adeo angulorum, qui in ea sectione fiunt, & deluserunt incautos, symptomata adnotaturus. Sic igitur demonstro, sic facio.

PROPOSITIO I.

Si rectangulum est in scriptum circulo, & duo latera opposita secet diameter: pars diametri à lateribus illis intercepta secabitur bifariam in centro, & segmenta laterum oppositorum permutatim erunt æqualia.



Circulo, cujus centrum A, in scribatur rectangulum BCED, ac lateri quidem BD opponatur latus CE, utrumque vero secetur à diametro FG. Illud in H, hoc in I. Dico HI secari bifariam in A, & segmenta BH, HD segmentis CI, IE permutatim esse æqualia, hoc est BH æquari IE, & HD æquari CI. Agantur enim per A centrum KL, MN ipsi BC, BD parallelæ.

Acta igitur è centro AL secat rectam CE bifariam in L, & acta AM rectam BC bifariam in M. Et proinde LA, AK, id est CM, MB, sunt æquales. Triangula autem HAK & IAL similia sunt. recti enim sunt anguli AKH, ALI, & angulus ad A utriusque est communis. Quare cum latus AK lateri AL sit æquale, erunt quoque latera AH, AI subtendentia angulum rectum æqualia,

nim sunt anguli AKH, ALI, & angulus ad A utriusque est communis. Quare cum latus AK lateri AL sit æquale, erunt quoque latera AH, AI subtendentia angulum rectum æqualia,

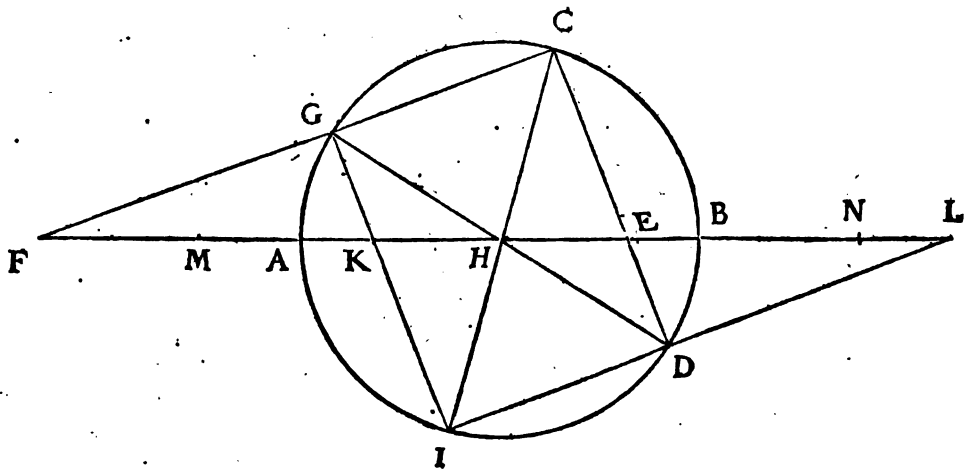
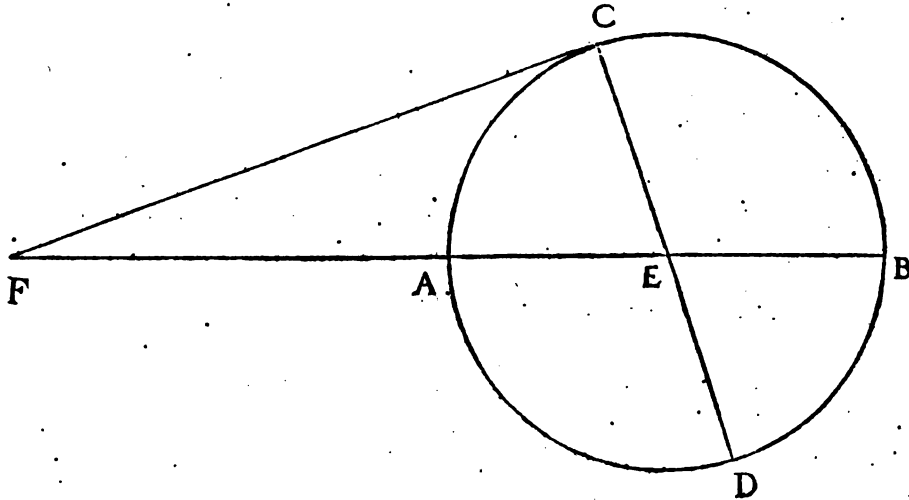
æqualia, ac æqualia quoque KH, LI. Et cum KD, CL sint semiffes æqualium BD, CE, utrique semiffi addatur KH seu LI. Ergo DH erit æqualis CI, & reliqua BH reliquæ IE. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO II.

¶ Si diametrum circuli secet inscripta, quæ vero per extremum inscriptæ ducitur ipsi perpendicularis occurrat diametro in puncto quo continuata est diameter per intervallum inscriptæ: erunt segmenta inscriptæ in continua proportione; inter segmenta diametri.

Diametrum circuli AB inscripta CD secet in E, excitetur autem ad C perpendicularis quæ occurrat diametro continuatæ ad partes A in F. Et sit continuatio AF, æqualis ipsi inscriptæ CD. Dico esse ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB.

Aut enim recta FC circulum tangit, aut secat. Primum tangat circulum recta FC.



Quoniam angulus FCD est rectus ex hypothesi, ideo erit E centrum circuli, & segmenta quæque inscriptarum, semidiametri. Itaque erit ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB, æqualis videlicet ad æqualem.

Secet autem circulum recta FC in G puncto. Acta igitur GD erit diameter. Itaque centrum consistit in mutua sectione AB, GD. Sit illud H, & agatur diameter CI, & jun-
Ii
gantur

gantur GI, DI, ipsaque GI secet AB in K. Rectangulum igitur est circulo inscriptum GCDL. Itaque æquales sunt KH, HE, atque adeo æquales AK, EB. Sed & GI, CD secantur in æqualia segmenta permutatim, nempe GK, ED segmenta æqualia sunt, & CE, KI æqualia.

Producantur FB, ID seque mutuo secent in L. Triangula igitur rectangula LDE, FGK æqualium sunt laterum, & angulorum. Itaque LB fit FA æqualis, id est CD ex hypothesi. Abs FA igitur resecetur FM ipsi CE æqualis. Itaque reliqua MA reliquæ ED fit æqualis. Abs LB vero resecetur LN ipsi ED æqualis. Itaque reliqua NB reliquæ EC fit æqualis.

Quoniam igitur parallelæ sunt FC, DL, atque adeo triangula FCE, LDE seu FGK sunt similia, erit FE ad EL, sicut EC ad ED. Et subducendo erit ME differentia inter FM, FE ad EN differentiam inter LN, LE, sicut EC ad ED. Sed & quia inscriptæ circulo AB, CD sese secant in E, ideo est AE ad EC, sicut ED ad EB, & componendo est ME composita ex AE, AM seu ED ad EN compositam ex EB, BN seu EC, sicut ED ad EB. Quare est EC ad ED, sicut ED ad EB. Et proinde erit ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO III.

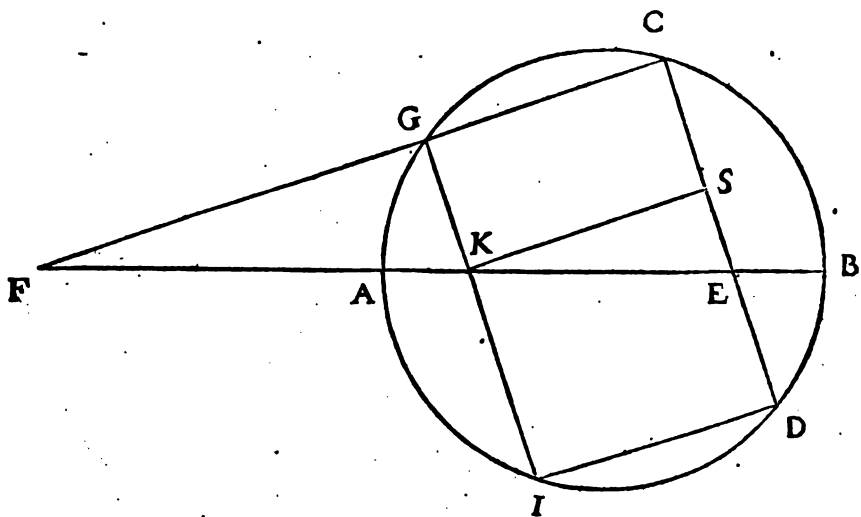
Si fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales: erit ut composita è tribus primis ad compositam è tribus postremis, ita secunda ad tertiam.

Sint quatuor lineæ rectæ continue proportionales A, B, C, D. Dico esse, ut composita ex A, B, C ad compositam ex B, C, D ita B ad C. Est enim B ad C, sicut A ad B, & sicut C ad D. quare componendo est B ad C, sicut composita ex A, C ad compositam ex BD. Et rursus componendo est B ad C, sicut composita ex A, B, C ad compositam ex B, C, D. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO IV.

Si diametrum circuli ita secet inscripta ut segmenta inscriptæ sint in continua proportione inter segmenta diametri: quæ per extremum inscriptæ ducitur, ipsi perpendicularis, occurret diametro in puncto quo continuata est diameter per intervallum inscriptæ.

Circuli diametrum AB secet inscripta CD in E, & sint segmenta AE, EC, ED, EB in continua proportione, hoc est, sit ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB. Excite-



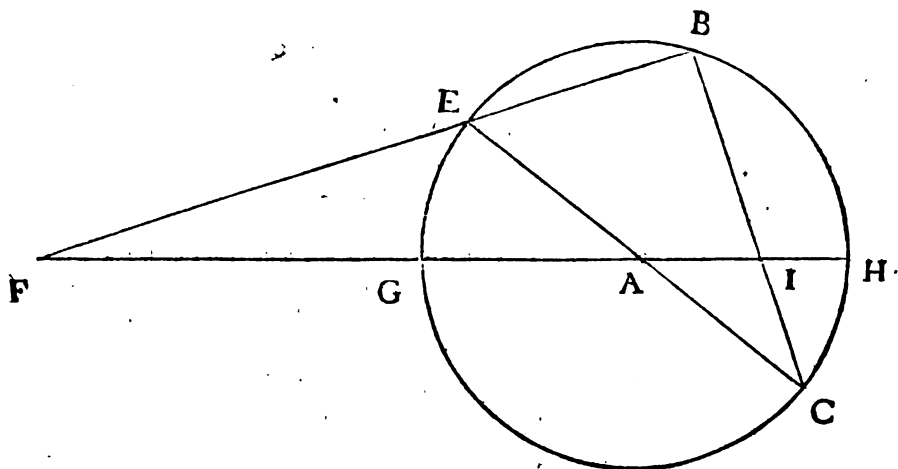
tur autem ad C perpendicularis ipsi CD, occurrens diametro BA continuatæ in F. Dico continuationem FA ipsi inscriptæ CD esse æqualem. Quoniam enim hic proponitur propor-

proportio inæqualitatis non æqualitatis, & proinde CE, ED sunt inæquales, non erit E centrum circuli. Itaque recta FG circulum non tanget, sed secabit. Secet igitur in G, & compleatur parallelogrammum circulo inscriptum GCDI. ipsamque GI abscindat AB in K, & ducatur KS ipsi GC parallela, abscindens CD in S. Est igitur GK seu CS ipsi ED æqualis, & EB ipsi AK. Et quoniam sunt in continua proportione AE, EC, ED, EB ex hypothesi, ideo erit EC ad ED, sicut composita ex AE, CD ad compositam ex EB, CD. Et subducendo erit ut SE differentia inter EC, ED seu CS ad ED, ita KE differentia inter AE, EB seu AK ad compositam ex EB, CD. Sed est quoque ut SE ad ED, ita KE ad FK. Quare FK eadem est quæ composita ex EB, CD. Vtrinque dematur EB seu AK. Ergo fit FA æqualis ipsi CD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO V.

Circulo dato & inscripta : per centrum circuli ita secare inscriptam, ut segmenta inscriptæ sint in continua proportione inter segmenta diametri.

Sit datus circulus, cujus A centrum, data quoque inscripta BC. Oportet facere quod propositum est. Agatur diameter CAE, & in juncta BE & continuata, sumatur ex A centro recta AF compositæ ex AC, CB æqualis, secans circulum in G, H, ipsam vero

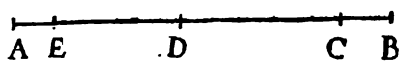


BC in I. Quoniam igitur angulus CBE est in semicirculo, ideo est rektus. Fit autem AGF ex hypothesi ipsi ACB æqualis, eaque secat circulum in G, H; BC vero in I. Quare ex iis quæ demonstrata sunt, est ut GI ad IB, ita BI ad IC, & ita CI ad IH. Circulo itaque dato cujus A centrum, data quoque inscripta BC, ita secata est BC in I per A centrum, ut inscriptæ BC segmenta BI, IC sint in continua proportione inter mutua diametri GH segmenta GI, IH. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO VI.

Si secetur linea recta inæqualiter : differentia inter semissem sectæ & segmentum, erit æqualis dimidiæ differentiæ segmentorum.

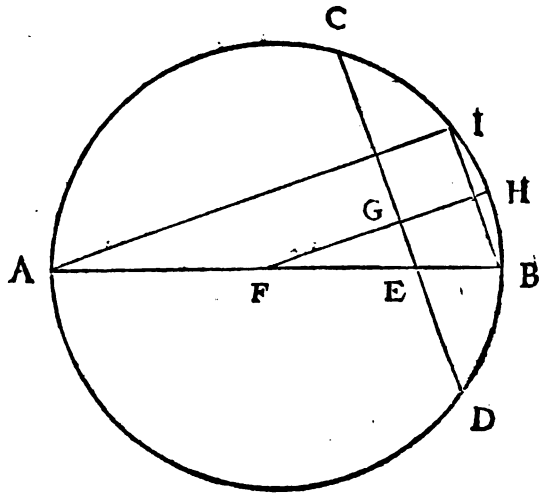
Secetur AB recta inæqualiter in C, æqualiter vero in D. Est igitur DC differentia inter AD semissem sectæ, & AC majus segmentum, vel inter DB id est AD, & CB minus segmentum. Dico ipsam DC esse dimidiam differentiam segmentorum AC, CB. Dupletur enim CD in E. Cum igitur ab æqualibus AD, DB auferentur æquales DC, DE, fit AE æqualis CB minori segmento. differentia autem inter AE, id est CB, & AC est EC, quæ constructa est dupla ipsius DC. Est igitur DC differentia dimidia segmentorum inæqualium AC, CB, in quæ secata est AB. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO VII.

Si diametrum circuli secet inscripta: erit ut differentia segmentorum diametri ad differentiam segmentorum inscriptæ, ita diameter circuli ad subtensam duplo complementi anguli sectionis inscriptæ & diametri.

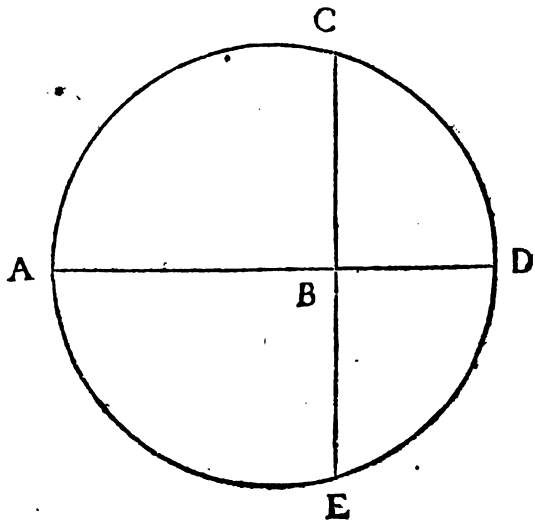
Diametrum enim circuli AB inscripta CD secet in E , quam acta è centro FG dividat bifariam in G . Est igitur FE dimidia differentia segmentorum AE, EB , & EG differentia dimidia segmentorum CE, ED . Dico itaque ut duplam FE ad duplam EG , ita esse diametrum AB ad subtensam duplo complementi anguli FEG . Quoniam enim acta è centro FG secat CD bifariam in G , ideo normaliter secat. Quare angulus GFE est complementum anguli GEF . Continuetur FG ad circumferentiam in H , & agatur AI ipsi FH parallela, secans circumulum in I , & connectatur BI . Erit igitur circumferentia BI dupla circumferentiæ BH , & ipsa BH est amplitudo anguli HFB . Quare circumferentia BI erit ipsius anguli HFB amplitudo dupla. Est igitur IB subtensam duplo anguli GFE , seu complementi anguli GEF . Triangulo autem FGE simile triangulum est AIB . Ergo erit ut FE ad EG , ita AB diameter circuli ad BI subtensam duplo complementi anguli FEG , & consequenter ut FE dupla ad EG duplam. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO VIII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: composita ex omnibus maior erit mediæ triplo.

Sunto tres proportionales AB, BC, BD . Dico compositam ex AB, BC, BD majorem esse tripla BC . Faciant enim unam perpetuam lineam AB, BD , & fiat AD diameter circuli. Quæ igitur ex circumferentia cadet perpendiculariter ad B , erit ipsa BC . continuata autem secet quoque circumulum in E . Est igitur CE dupla ipsius CB . Est autem minor diametro AD , cum diameter sit major inscriptarum, alioqui AB, BC, BD essent æquales. Hic autem proponitur proportio inæqualitatis, non æqualitatis. Quare composita ex AB, BD major est composita ex CB, BE , & consequenter composita ex AB, BD , CB major est composita ex CB, CE , id est major tripla CB . Quod erat ostendendum.

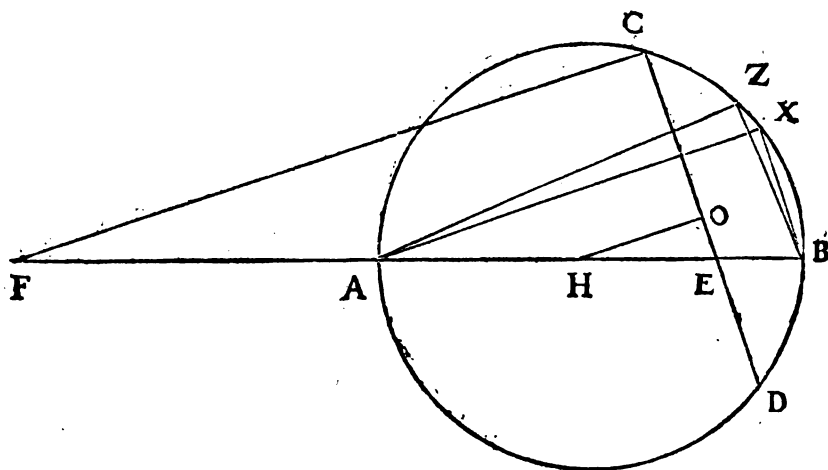


PRO-

PROPOSITIO IX.

Si diametrum circuli ita fecerit inscripta ut segmenta inscriptæ sint in continua proportione inter mutua segmenta diametri: anguli, qui fit in sectione, duplum complementum, minus erit circumferentia, quæ à triente diametri circuli subtenditur.

Circuli, cujus H centrum, diametrum AB ita fecerit in E inscripta CD, ut EC, ED segmenta inscriptæ CD sint in continua proportione inter AE, EB segmenta mutua diametri AB. Secetur autem CD bifariam in O ex H centro, unde angulus OHE est complementum OEH, quoniam angulus ad O est reclusus. Subtendatur deinde ad partes O recta BZ, sumpta æqualis trienti diametri AB. Dico anguli OHE duplam amplitu-



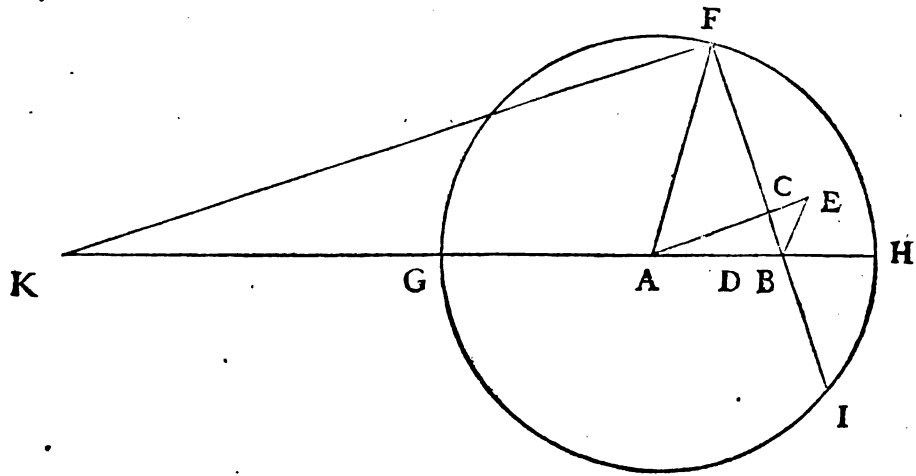
dinem minorem esse circumferentia ZB. Connectatur enim AZ, & per C acta ipsi CD perpendicularis, occurrat diametro BA in F. Erit igitur FA ipsi CD æqualis. Itaque tota FE erit compositæ ex tribus proportionalibus AE, EC, ED æqualis, quæ majores sunt triplo mediæ EC. Quare FE ad EC majorem habet rationem quam tria ad unum, id est quam AB ad BZ. Habeat eandem quam AB ad BX, & subtendatur BX. erit igitur BX minor quam BZ, & consequenter circumferentia BZ major erit circumferentia BX. Eadem autem est ratio HE ad OE, quam FE ad EC, similia enim sunt triangula HEO, FEC. Itaque erit AX ipsius HO parallela, & circumferentia BX dupla amplitudo anguli OHE, seu XAB, seu CFE. Dupla igitur amplitudo anguli OHE minor est circumferentia ZB. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO X.

Ad datum angulum ei æqualem qui fit in sectione inscriptæ circulo, & diametri, exhibere mutua earum segmenta in continua proportione. Oportebit autem in eo triangulo rectangulo; cujus basis subtendetur angulo dato; perpendicularum esse minus triente hypotenusæ; quoniam hypotenusæ ad perpendicularum est sicut diameter ad subtensam duplo complementi anguli sectionis.

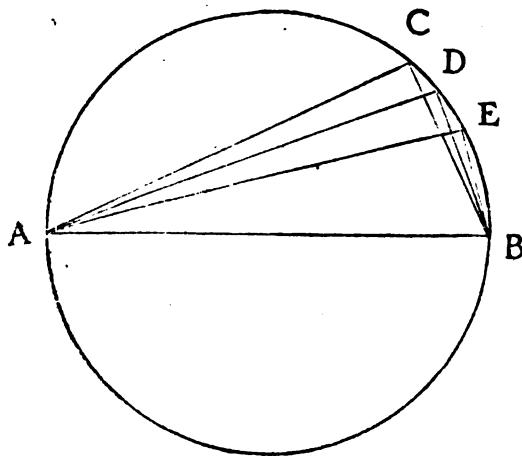
Oporteat exhibere circulum cui inscriptam ita fecerit diameter, ut segmenta sint in continua proportione, & præterea angulus qui fiet in sectione æqualis sit angulo dato. Detur angulus ABC, reliquus autem è recto in quocumque triangulo rectangulo BAC. Ita tamen ut ejus trianguli hypotenusæ AB sit major triplo perpendiculari BC, ob ea quæ jam exposita & demonstrata sunt. Cum igitur ab AB abscindatur AD, æqualis duplæ

CB, rursus erit DB major ipsa CB. In continuata itaque AC sumatur BE ipsi DB æqualis, & per A agatur recta AF ipsi BE parallela, secans BC continuatam in F. Et centro A, in intervallo AF describatur circulus, quem AB utrinque continuata secet in G, H, BC vero secet in F, I. Dico segmenta GB, BF, BI, BH esse in continua proportione. Excitetur enim per punctum F recta FK, ipsi FI perpendicularis, occurrens diametro GH con-



tinuatæ in K. Erit igitur BC ad AB, sicut CF ad AK; parallelæ autem constructæ sunt BE, AF. quare est BC ad BE, sicut CF ad AF. Et per synthefin BC ad AB quæ composita est ex BE & dupla BC, ita CF ad compositam ex AF & FI, quæ quidem FI dupla est ipsius CF. Quare composita ex AF & FI est eadem quæ KA. Vtrinque dematur AF seu AG, fit KG ipsi FI æqualis. Est autem KG continuatio diametri ad punctum occurfuse ejus rectæ quæ secuit inscriptam ad angulos rectos per ipsius extrema. Ergo sunt in continua proportione segmenta, GB, BF, BI, BH. Ad datum itaque angulum ABC ei æqualem qui fit in sectione inscriptæ & diametri, eundemque reliquum è recto cujusvis trianguli rectanguli dummodo illius hypotenusa major sit triplo perpendiculari, exhibita sunt ipsa segmenta in continua proportione. Quod erat faciendum.

Ex his licet angulorum qui sunt in sectione inscriptæ & diametri cum mutua earum segmenta sunt in continua proportione, systemata expendere.



Sit circuli diameter AB. Et quoniam ratio diametri ad subtensam duplo complementi eius anguli qui fit ab inscripta & diametro, cum segmenta earum sunt in continua proportione, est ut differentia extremarum ad differentiam mediarum, oportet autem differentiam extremarum majorem esse triplo differentia mediarum. Subtendatur BC triens diametri AB. erit igitur angulus CBA systema extremum omnium angulorum quos oportebit eo esse majores.

Placeat autem cum continue proportionales sunt in ratione dupla systema adnotare. Quoniam ratio est ut 2 ad 1, numerus autem proximus post binarium est ternarius, ducatur 3 in 2, fiunt 6, quibus addatur unitas.

164. Erit igitur differentia extremarum ad differentiam mediarum ut 7 ad 2. Quare qualium AB erit 7, talium subtenditor BD duarum, erit angulus DBA systema rationis dupla. Et cum ratio continue proportionalium erit minor dupla, anguli sectionum erunt maiores quidem angulo CBA, sed minores angulo DBA.

Placeat autem cum proportionales sunt in ratione tripla systema adnotare. Quoniam ratio est ut 3 ad 1, numerus autem proximus post ternarium est quaternarius, ducantur 4 in 3 fiunt 12, quibus addantur unitas. Erit igitur differentia extremarum ad differentiam mediarum ut 13 ad 3. Quare qualium AB erit 13 talium subtendetur BE trium. & erit angulus EBA systema rationis tripla. Et cum ratio continue proportionalium erit minor tripla sed major dupla, anguli sectionum erunt maiores quidem angulo DBA, sed minores angulo EBA.

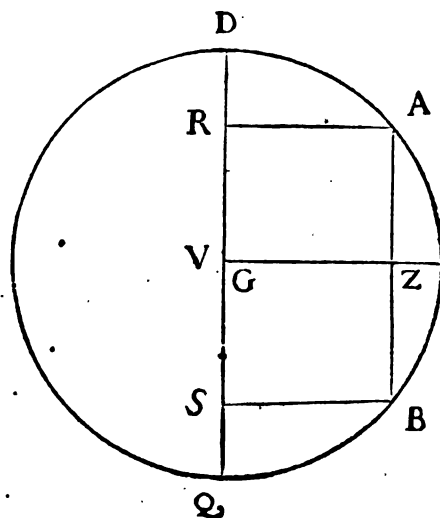
Ex Canonici autem numeris triangulorum dabuntur iidem anguli, in partibus qualium rectus estimatur XC, faciendo ut 7 ad 2, vel 13, ad 3, & ea in infinitum methode, ita 100,000 ad sinum complementi anguli qui fit ab inscripta & diametro. ut in tabella.

In ra- tione	}	Vt	}	ad	}	Ita	}	Cui	}	Cujus	}						
												aqualitati	3	1	33,333	XIX. XXVIII.	LXX. XXXII.
												dupla	7	2	28,571	XVI. XXXVI.	LXXIII. XXXIII.
												tripla	13	3	23,077	XIII. XX.	LXXVI. XL.
												quadrupla	21	4	19,048	X. LIX.	LXXXI. I.
												quintupla	31	5	16,129	IX. XVII.	XXX. XLIII.
												sextupla	43	6	13,953	VIII. I.	XXCI. LIX.
												septupla	57	7	10,000	VII. III.	XXII. LVII.
												octupla	73	8	10,959	VI. XVII.	XXIII. XLIII.
												nonupla	91	9	9,890	V. XLI.	XXIII. XIX.
decupla	111	10	9,009	V. X.	XXIV. L.												

PROPOSITIO XI.

Si duæ parallelæ inæquales inscribantur circulo, & aetæ per minoris extrema perpendicularares majorem abscindant: excessus majoris ex utrayis parte erit æqualis.

Duæ parallelæ inæquales DQ, AB inscribantur circulo, majoremque DQ aetæ AR, BS per extrema minoris AB, normaliter fecent in R, S. Dico DR, SQ esse æquales. Circuli enim centrum esto G, per quod agatur diameter ipfis RA vel SB parallela, secans DQ, AB in V, Z. Cum igitur inscriptæ DQ, AB secentur è centro ad angulos rectos, ideo secabuntur bifariam. Erit itaq; DV ipsi VQ æqualis, & AZ seu RV ipsi ZB seu VS. Ab æqualibus igitur DV, VQ, æquales RV, VS subducuntor. Ergo DR fiet æqualis SQ. Quod erat ostendendum.

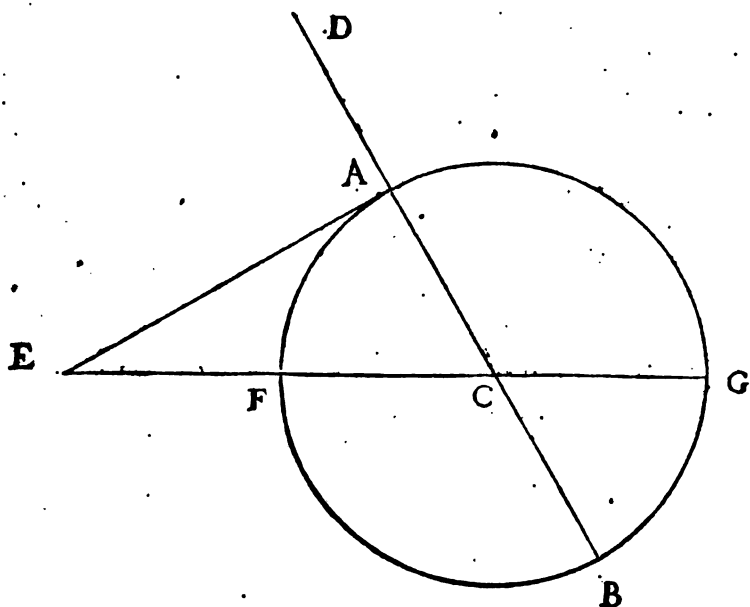


PROPOSITIO XII.

Data recta & in ea puncto, invenire circulum cui data inscribetur, & cum diameter eam abscindet in dato puncto, erunt segmenta inscriptæ in continua proportionione inter mutua segmenta diametri.

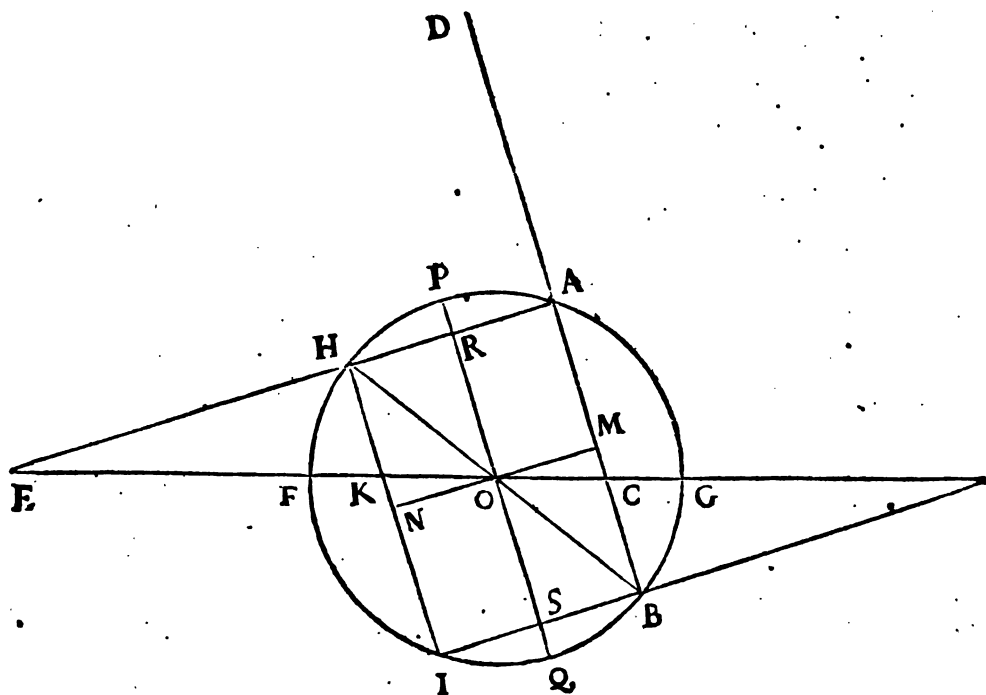
Sit data recta AB, & in ea punctum C. Oportet facere quod propositum est. Fiat ut BC ad CA, ita CA ad AD, & coeant in eandem rectam BA, AD. & ad A excitetur ipsi CD perpendicularis AE, in qua sumatur CE toti BD æqualis, & abscindatur CF ipsi AD æqualis. & per puncta A, B, F ducatur circulus, quem FC quoque secet in G. Sunt igitur

tur, FG, AB inscriptæ circulo quæ se mutuo secant in C. Itaque est ut FC ad CA, ita CB ad CG. Sed FC ad CA, est ut CA ad CB. Igitur est ut FC ad CA, ita CA ad CB, & ita CB ad CG. Sunt itaque segmenta AC, CB in continua proportione inter mutua segmenta FC, CG. Dico autem FG esse diametrum circuli. Aut enim AB secta est in C æqualiter, aut se-



æqualiter, aut se-
cus. Sit primum
secta in C æqua-
liter. Quoniam
factum est ut
BC ad CA, ita
CA ad AD, erit
quoque FC id
est AD æqualis
ipsi CB seu CA.
Itaque centrum
erit ipsum C, &
perpendicularis
EA circulum cõ-
tinget. Sed esto
AB secta inæ-
qualiter in C.
Quoniã AB non
est diameter,
ideo perpendi-
cularis EA circulo

non continget, sed secabit. Secet in H, & subtendatur HB. Erit igitur HB diame-
ter, angulus enim HAB, cum sit rectus est in semicirculo, agatur quoque HI ipsi AB pa-
rallela secans circulum in I, FG vero in K, & jungatur IB, & ea continuata occurrat ipsi



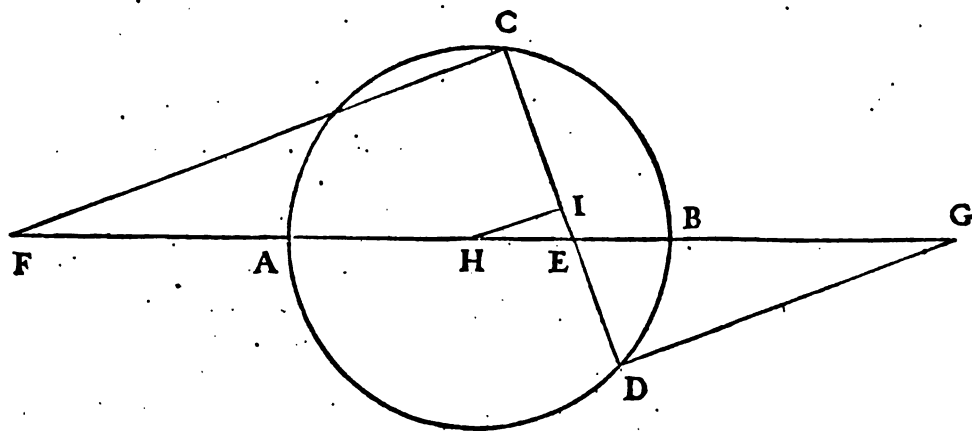
FG in L. Angulus igitur HIB erit quoque in semicirculo. itaque erit rectus, & rectangu-
lum circulo inscriptum AHIB. Ducatur autem per medium AB recta MN, ipsi HA
æqualis

æqualis & parallela secans FG in O. Erit igitur MC differentia dimidia segmentorum AC, CB. Et quoniam triangula rectangula EAC, CBL sunt similia, propter EA, IL parallelas. ideo est CA ad EC, sicut CB ad CL, & sicut differentia inter CA, CB ad differentiam inter EC, CL. Sed differentia inter CA, CB est dupla CM, & est CA ad EC, sicut CM ad CO ob similitudinem triangulorum COM, CEA. Quare CO erit dimidia quoque differentia inter EC, CL. atque adeo EL secta est bifariam in O. Composita autem est EC ex FC, CA, CB. & est ut AC ad CB, ita composita ex FC, CA, CB ad compositam ex CA, CB, CG. Itaque CL erit eadem quæ composita ex CA, CB, CG. proinde GL, EF erunt ipsi AB compositæ ex CA, CB æquales. Ab æqualibus itaque EO, OL æquales GL, EF subducendo, fit FO æqualis ipsi OG. Inscribatur per O recta PQ, ipsi AB, HI parallela secans HA, IB in R, S. Erit igitur RS æqualis ipsi AB vel HI, & secta bifariam in O sicut AB, HI in M, N, & erunt RP, SQ æquales. Duæ igitur inscriptæ circulo FG, PQ secantur bifariam in circulo. Quare utraque est diameter. Est igitur diameter FG. Data igitur recta AB, & in ea puncto C, inventus est circulus AFB cui data AB inscribitur, & cum diameter FG eam abscondit in dato C puncto, existunt segmenta AC, CB in continua proportione inter FC, CG mutua segmenta diametri FG. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO XIII.

Si fuerint quatuor rectæ continue proportionales: erit ut differentia extremarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum, plus duplo adgregati mediarum ad adgregatum mediarum: & ita composita è tribus primis ad secundam: & ita composita è tribus postremis ad tertiam.

Exponatur circulus ACBD cujus diameter AB secet inscriptam quamcumque CD in E, ita ut AE, EC, ED, EB sint in continua proportione. Id enim fieri posse secundum quamcumque rationem datam expositum est. Cum igitur CD secabitur in C & D perpendiculariter à rectis CF, DG, occurrentibus ipsi EA in F, G. Erunt FA, BG ipsi CD æquales. Sit autem H centrum, per quod secetur CD ad rectos angulos in I. Est igitur AH dimidia composita ex extremis, CI dimidia composita ex mediis, HE dimidia differentia extremarum, EI dimidia differentia mediarum, FA vel BG composita ex mediis,



FE composita è tribus primis, EG ex tribus postremis. Eadem autem est ratio totius ad totum quæ partis ad partem. Dico igitur esse ut HE ad EI, ita FH ad IC, & ita FE ad EC, & ita EG ad ED. Id autem est manifestum propter similitudinem triangulorum HEI, FEC, GED.

PROPOSITIO XIV.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continue proportionales: differentia extremarum major erit triplo differentiæ mediarum.

Id autem est manifestum, cum differentia extremarum ad differentiam mediarum ostensa est se habere, sicut composita è prima, secunda, & tertia ad secundam, vel ex secunda, tertia & quarta ad tertiam. Tres autem continue proportionales majores sunt mediæ triplo.

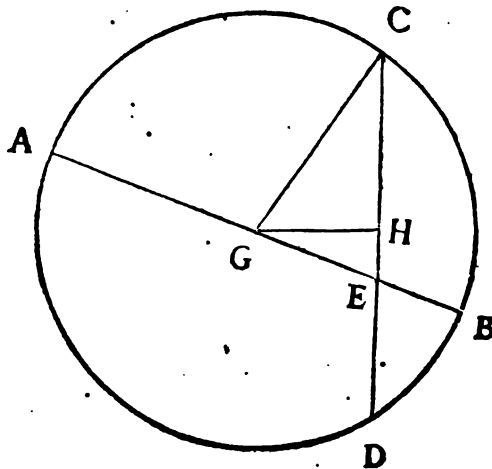
PROPOSITIO XV.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continue proportionales: erit ut differentia extremarum minus dupla differentia mediarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum ad adgregatum mediarum.

Ostensum enim est esse ut differentia extremarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum plus duplo adgregati mediarum ad adgregatum mediarum. Quare subducendo erit ut differentia extremarum minus duplo differentiæ mediarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum ad adgregatum mediarum.

PROPOSITIO XVI.

Si fuerint quatuor rectæ lineæ proportionales: quadratum adgregati extremarum, minus quadrato adgregati mediarum, erit æquale quadrato differentiæ extremarum, minus quadrato differentiæ mediarum.



Exponatur circulus $ACBD$, cujus diameter AB secet inscriptam quamcumque CD in E : itaque sit ut AE ad EC , ita ED ad EB . Cum igitur CD secabitur in H ad rectos angulos ab ea quæ est ex G centro, & connectetur GC , erit GC dimidia composita ex extremis, & CH dimidia composita ex mediis. Sed & GE dimidia est differentia extremarum, & EH dimidia differentia mediarum. Dico igitur quadratum ex dupla GE , minus quadrato ex dupla EH , æquari quadrato duplæ CG , minus quadrato duplæ CH . Id autem est manifestum cum triangula CHG , GEH , quorum GH basis est communis, sint rectangula. Itaque quadratum ex CG , minus

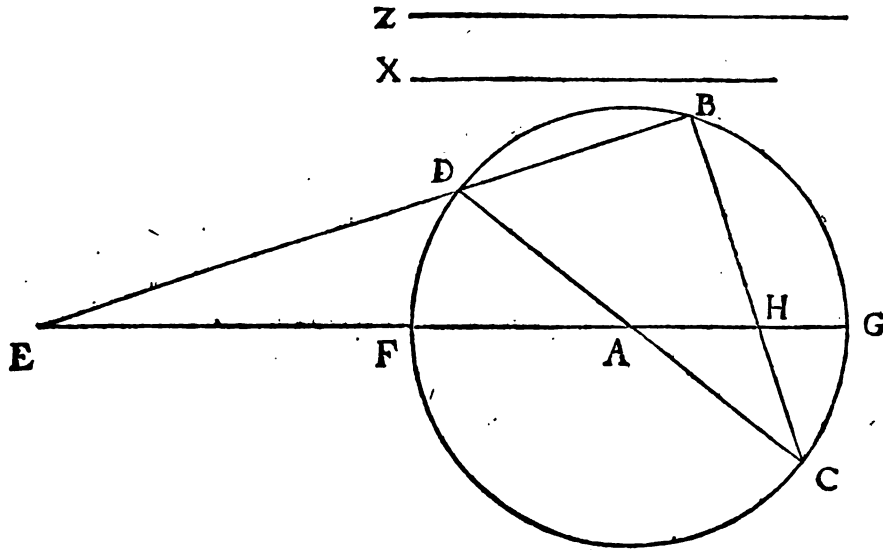
quadrato ex CH , æquatur quadrato ex GH . sicut etiam quadratum ex GE , minus quadrato ex EH . Est autem eadem ratio totius ad totum quæ dimidii ad dimidium.

PROPOSITIO XVII.

Dato adgregato extremarum, & adgregato mediarum in serie proposita quatuor rectarum continue proportionalium, distinguere continue proportionales.

Propo-

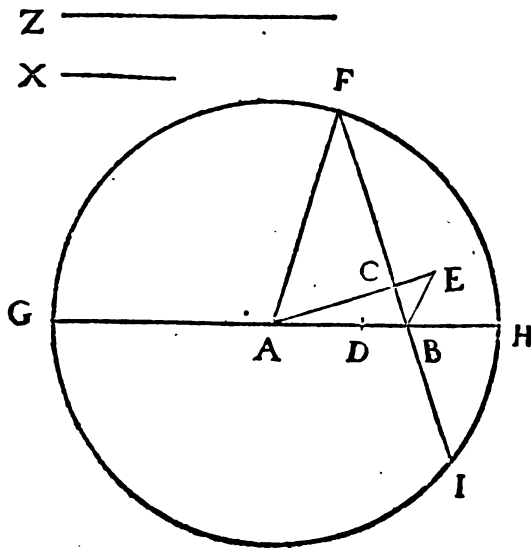
Proponantur quatuor rectæ esse in continua proportione, ex quarum extremis composita est Z, ex mediis X. Oportet distinguere medias & extremas. At vero dato circulo & inscripta, licet à diametro ita secare inscriptam, ut segmenta inscriptæ sint in continua proportione inter mutua segmenta diametri. Quare centro A, intervallo AB æquali di-



midæ Z describatur circulus, cui inscribatur BC æqualis datæ X. Et agatur diameter CAD. Et in junctâ BD & continuata, ponatur AE compositæ ex AB, BC æqualis. & EA secet circulum in F, G. BC vero in H. Ergo per ea quæ ostensa sunt, est ut FH ad HB, ita HB ad HC, & ita HC ad HG. Est autem FG æqualis ipsi Z ex constructione, & BC ipsi X. Quare factum est quod oportuit.

PROPOSITIO XVIII.

Data differentia mediarum, & differentia extremarum in serie proposta quatuor rectarum continue proportionalium, invenire continue proportionalium. Oportet autem differentiam extremarum majorem esse tripla differentia mediarum.



Proponantur quatuor rectæ esse in continua proportione, quarum extremæ differant per Z, mediæ per X. Oportet invenire sive medias, sive extremas. At vero ad angulum quemcumque inscriptæ & diametri, exhibere licet mutua earum segmenta in continua proportione. Trianguli autem rectanguli, cujus hypotenusa est æqualis differentiæ extremarum, perpendiculum differentiæ mediarum, basis subtenditur angulo æquali ei qui fit in sectione diametri & inscriptæ. Quare constituatur triangulum rectangulum ABC cujus hypotenusa AB sit dimidiæ Z æqualis, perpendiculum vero BC dimidiæ X æqua-

K k 2

X æquale. & ex AB abscindatur AD æqualis duplæ CB. Itaque DB sit rursus major quatuor CB, quoniam AB major est triplo CB. Vnde in producta AC ponatur BE ipsi DB æqualis, & per A agatur AF ipsi EB parallela, cui occurrat BC in F. & centro A, intervallo AF describatur circulus; quem AB secet in G, H; FB vero secet quoque in I. Ergo per ea quæ ostensa sunt, est ut GB ad BF, ita BF ad BI, & ita BI ad BH. Est autem AB differentia dimidia inter GB, BH, & CB differentia dimidia inter FB, BI. Quare factum est quod oportuit.

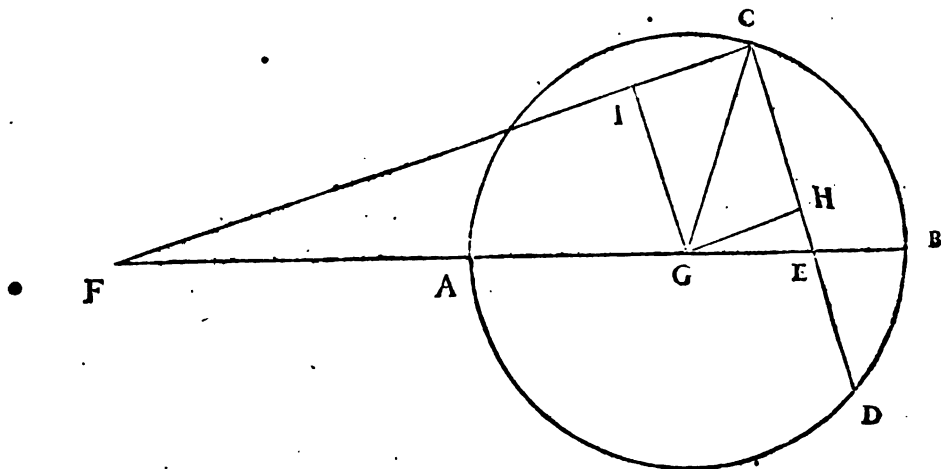
PROPOSITIO XIX. Δεδόμηνον.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales: Dato adgregato mediarum & adgregato extremarum, dantur singulæ mediæ vel extremæ.

Enimvero duo ab iis constituuntur triangula similia reſtangula. Vnum cuius hypotenusa æqualis est composita ex adgregato extremarum & duplo adgregato mediarum, perpendicularum vero adgregato mediarum. Alterum cuius hypotenusa est æqualis differentia extremarum, perpendicularum differentia mediarum. Est autem basis in isto, eadem qua in triangulo reſtangulo cuius hypotenusa est æqualis adgregato extremarum, perpendicularum adgregato mediarum.

Itaque: Erit ut quadratum composita ex adgregato extremarum & duplo adgregati mediarum, multatum quadrato adgregati mediarum ad quadratum adgregati extremarum minus quadrato adgregati mediarum, ita quadratum adgregati mediarum ad quadratum differentia mediarum. Vel ita quadratum composita ex adgregato extremarum & duplo adgregati mediarum ad quadratum differentia extremarum.

Exponatur circulus ADBC, cuius diameter AB secet inscriptam quamcumque CD in E, ita ut AE, EC, ED, EB sint in continua proportione. Id enim fieri posse secundum rationem quamcumque datam expositum est. Dico data diametro AB & inscripta CD, dati mutua earum quæ in continua proportione sunt singula segmenta; diametri vide-



licet AE, EB; alterius inscriptæ CE, ED. Cum enim CD secabitur perpendiculariter reſta CF occurrente ipsi BA in F, erit FA ipsi CD æqualis. Sit autem G centrum per quod secentur CD, CF ad angulos reſtos in H, I. Sunt igitur duo triangula reſtangula similia FGI, GEH. At trianguli quidem FGI, perpendicularum GI æquale est ipsi CH, seu dimidiæ CD. GF vero hypotenusa composita est ex AG dimidia diametri AB, & ex FA id est CD. Itaque datur triangulum FGI. Trianguli vero GEH, hypotenusa GE est differentia dimidia AE, EB, & perpendicularum EH æquale differentia dimidia CE, ED. Basis porro GH æqualis est basi trianguli reſtanguli CGH, cuius hypotenusa CG est æqualis dimidiæ AB, perpendicularum CH æquale dimidiæ CD. Itaque datur basis GH. Cum igitur duo sint similia triangula FGI, GEH, quorum primi latera dantur: atque

in

in iisdem partibus unum latus secundi, videlicet GH, dabuntur latera reliqua HE, GE. Quod ipsum est quod hic enunciatur, lateribus omnibus duplatis. Data autem differentia mediarum & summa earumdem vel extremarum, dantur singulæ.

Παράδειγμα.

In proposita serie quatuor continue proportionalium, sit data composita ab extremis 35, composita vero è mediis 30. & oporteat invenire continue proportionales. In triangulo igitur FGI dupla FG datur 95, composita ex aggregato extremarum & duplo aggregato mediarum, dupla GI 30 aggregatum mediarum, atque adeo dupla FI 8125. Sed & in triangulo simili GHE datur dupla GH, cuius dupla quadratum aequale est quadrato aggregati extremarum, minus quadrato aggregati mediarum. Seu etiam quadrato differentia extremarum minus quadrato differentia mediarum, qua quadratorum differentia sunt æquales. Nam GH est basis sive trianguli rectanguli GHE, sive GHC. Fiet igitur ut FI 8125 ad GH 325, id est ut 25 ad 1, id est 5 ad 1. Ita GI 30 ad HE 6. & ita FG 95 ad GE 19. Est igitur 6 differentia mediarum, qua addita 30, facit 36 duplum majoris mediarum. Atque est 19 differentia extremarum, qua addita 35 aggregato extremarum facit 54 duplum majoris extrema; ablata 16 duplum minoris extrema. Atque adeo series proportionalium qua querebatur est AE 27, EC 18, ED 12, EB 8.

PROPOSITIO XX. Ἀεὶδύλον.

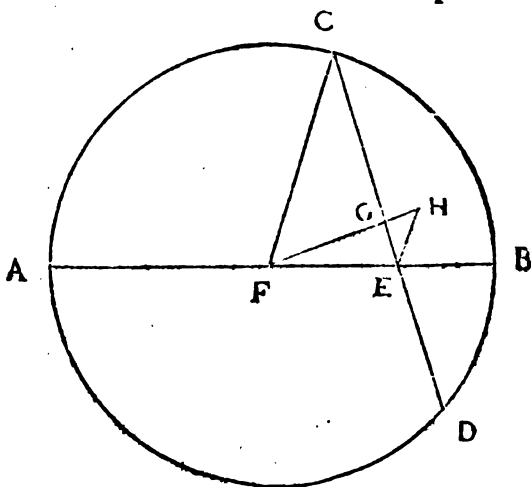
Si fuerint quatuor lineæ rectæ continue proportionales: Data differentia mediarum & differentia extremarum, dantur singulæ.

Enimvero duo ab iis constituuntur similia triangula rectangula. Vnum cuius hypotenusa est æqualis differentia extremarum diminuta differentia dupla mediarum, perpendicularum vero differentia mediarum. Alterum cuius hypotenusa est æqualis aggregato extremarum, perpendicularum aggregato mediarum. Est autem basis in isto eadem qua in triangulo rectangulo cuius hypotenusa est æqualis differentia extremarum, perpendicularum differentia mediarum.

Itaque: Erit ut quadratum differentia extremarum contracta dupla differentia mediarum multatum quadrato differentia mediarum ad quadratum differentia extremarum minus quadrato differentia mediarum, ita quadratum differentia mediarum ad quadratum aggregati mediarum. Vel ita quadratum differentia extremarum contracta dupla differentia mediarum ad quadratum aggregati extremarum.

Exponatur circulus ADBC, cuius diameter AB secet inscriptam quamcumque CD in E, ita ut AE, EC, ED, EB sint in continua proportione. Et per centrum F secetur CD normaliter in G. Itaque fiat FE dimidia differentia extremarum AE, EB, & GE dimidia differentia mediarum CE, ED. Dico datis FE, GE, seu earum duplis dari singulas AE, EC, ED, EB. Iungatur enim CF & ipsi agatur parallela EH, quam FG intercipiat in H. Duo igitur triangula rectangula sunt similia CGF, EGH.

Est autem CG composita dimidia ex mediis, & est CG ad CF, sicut GE ad EH. Quare dupla EH est differentia extremarum, minus dupla differentia mediarum. Data itaque sunt latera trianguli EHG propter datas FE, GE. Et est HE differentia inter FE & duplam GE. Sed & trianguli similis CGF datur latus FG, quo plus potest una datarum altera. Quare reliqua similis trianguli CGF latera dabuntur. Et ex aggregato & differentia singulæ. Quod ipsum est quod hic duplatis lateribus enunciabatur.



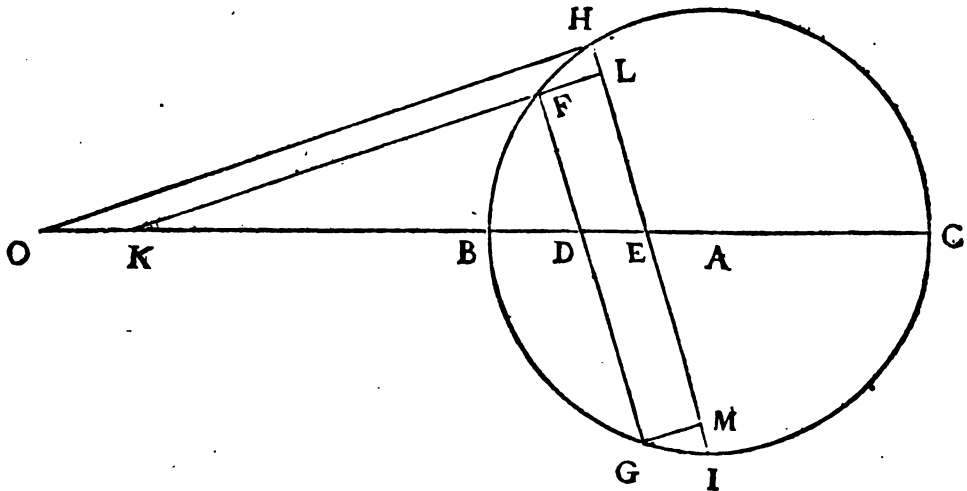
Παράδειγμα.

In propofita ferie quatuor continue proportionalium, fit data differentia mediarum 6, extremarum 19. Et oporteat invenire continue proportionales. Duo sunt igitur familia triangula EGH, CGF in quorum primo datur dupla GE nempe differentia mediarum 6, & dupla EH 7. differentia inter 19 & duplam 6. Quare fit dupla GH $\sqrt{13}$. In triangulo vero CGF datur duplum lateris FG quo plus potest differentia extremarum differentia mediarum, seu aggregatum extremarum aggregato mediarum. Fiet igitur ut HG $\sqrt{13}$ ad FG $\sqrt{325}$, id est ut $\sqrt{1}$ ad $\sqrt{25}$ seu 1 ad 5, ita GE 6 ad GC 30, & ita EH 7 ad FC 35. Est igitur 30 summa mediarum, cui addita differentia earum, facit 36 duplam majorem mediarum, vel ablata 24, duplam minorem mediarum. Aque est 35 summa extremarum, cui addita differentia earum 19, facit 54, duplam majorem extremarum, ablata 16, duplam minorem. Atque adeo series proportionalium quaefita est AE 27, EC 18, ED 12, EB 8.

PROPOSITIO XXI.

Si duæ inſcriptæ circulo inæquales parallelæ diametrum ſecent, & ſint ſegmenta unius in continua proportione inter mutua ſegmenta diametri: ſegmenta alterius inſcriptæ in continua proportione inter mutua ſegmenta diametri non erunt.

Circuli enim cujus A centrum, diametrum BC ſecent in D, E, inſcriptæ parallelæ inæquales FG, HI, & ſegmenta FD, DG ſint continue proportionalia inter BD, DC. Dico ſegmenta HE, EI non fore continue proportionalia inter BE, EC. Quoniam enim FD, DG ſunt in continua proportione inter BD, DC, ideo cum ſecabitur perpendiculariter FG per F à recta FK occurrente ipſi CB in K. Erit KB ipſi FG æqualis. Ipſa au-



tem KF ſecet HI in L, & per G agatur GM ipſi FL parallela, ſecans HI in M. Erit igitur LM ipſi FG æqualis. Sed & HL, MI erunt æquales. Per H vero agatur ipſi KL parallela HO. Si igitur, ſed ſi fieri poſſit, ſegmenta HE, EI ſunt in continua proportione inter BE, EC, erit OB æqualis ipſi HI. Erat autem KB æqualis ipſi FG ſeu LM. Quare OK erit æqualis compoſitæ de duabus HL, MI, id eſt duplæ HL. Eſt autem ut OK ad HL, ita EK ad EL. Quare EK erit dupla EL. Hoc autem eſt abſurdum. Nam oportet EK quæ compoſita eſt prima, ſecunda, & tertia eſſe majorem tripla EL. Non igitur ſunt in continua proportione HE, EI inter BE, EC. Quod erat oſtendendum.

Pſeu-do-meſolabi expoſitio.

Ἀπαγωγή εἰς τὸ ἀδιώκτον eſt methodus demonſtrandi bene Mathematica

ca

ca *ως ἐπιμὴ τῶ ὁμογενῶν*. Sed reducendum est *εἰς τὸ ἀδιώατον* totum quod negatur, non etiam pars tantum. Contingit enim sæpenumero una parte concessa alteram quoque partem concedi. Quod ipsum est quod probat eo paralogismo Sophista, non quod sibi est probandum. Vt pote. placeat *ψευδομεσολαβεῖν*. Nam & *περὶ ψευδαρίων* scripsit Euclides, cuius librum invidit injuria temporis, & nobis cavendum est *ἀπὸ τῶ ψευδαρίων*.

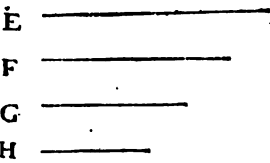
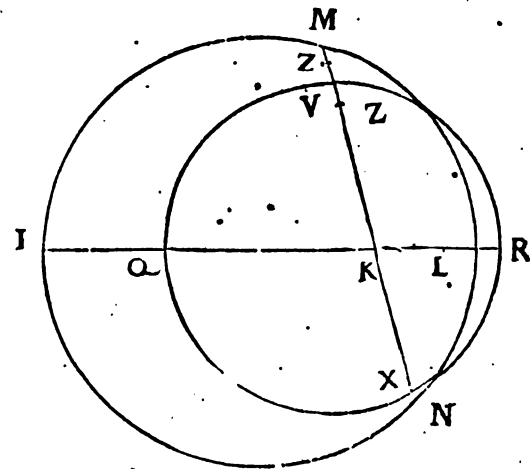
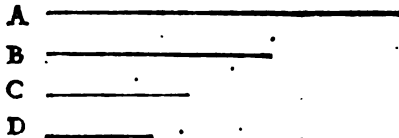
Sic igitur *ψευδολογίζω*.

ψευδοθεώρημα.

Anguli qui fiunt ab inscripta & diametro circuli, cum mutua earum segmenta sunt in continua proportione, qualiscumque sit ratio continue proportionalium, sunt æquales.

Sint quatuor lineæ rectæ continue proportionales, sive *ἐν λόγῳ ἡμιμορίῳ*, vel *ἡμιμερεῖ*, vel *πλαπασίῳ*. Neque enim addit, vel adimit *ψευδογεσθήματα περὶ τὸ ἀληθές* ista distinctio. Caliginem lippientibus fortassis inducit propter insensibilem per organa differentiam, cum *λόγος* est *ἡμιμόριος*, vel *ἡμιμερής*. Sed neque prodest operis structuræ distinctio continue analogiæ à disiuncta, nisi forte captant animos ad captandum medias speciosa verba, qualia, Angulos qui fiunt in sectione inscriptæ & diametri, cum mutua earum segmenta sunt in continua

proportione probabiliter videri *τῶ παραμύθῳ*, ἢ *μη ἀσπίως* ἐχόντων. At contra in proportione disiuncta esse *τῶ πλησιώτων ἢ μη ἀσπίως* ἐχόντων. Sunt illæ A, B, C, D. Faciant eandem lineam rectam IK, KL positæ ipsi A, D æquales, & describatur circulus ad quem pertinet diameter IL. & ex K in circumferentia sumatur KM ipsi B æqualis, actaque MK secet quoque circumferentiam in N. Et quoniam quod fit sub MK, KN, æquale est ei quod fit sub IK, KL. Sunt autem IK, KL ipsi A, D æquales, KM vero ipsi B, & ideo KN erit æqualis ipsi C. Exponentur quælibet aliæ quatuor continue proportionales, sive earum quadrata sint ipsi IK, KM, KN, KL similia sive dissimilia, quando & illa distinctio *ψευδογεσθήματα περὶ τὸ ἀληθές* nihil addit neque adimit, neque quicquam facit ad statuendum æqualitatem aliam *ἐν ἡμιμορίῳ λόγῳ* aliam *ἐν ἡμιμερεῖ*. quoniam quadrata poterunt esse in ratione superpartiente, & rectæ ipsæ erunt in superparticulari, nempe si quadrata sint ut 25 ad 16 quæ ratio est superno-nupartiens decimas sextas, erunt ipsæ longitudines in sesquiquarta. Sint igitur quatuor illæ aliæ rectæ E, F, G, H,



similes dissimiles-ve, *ἐν λόγῳ βιτῶ ἢ δριήτω*, ipsi IK, KM, KN, KL. Dico cum extre-mæ junctæ sient diameter circuli & mediæ junctæ inscripta, ita se secantes ut segmenta sint ipsi E, F, G, H æqualia, angulum sectionis fore angulo MKI æqualem. In ipsa enim diametro I L sumantur ad partes I, L rectæ KQ, KR ipsi E, H æquales. In inscripta vero MN ad partes M, N rectæ KV, KX ipsi F, G æquales, & describatur circulus cujus dia-

diameter QR. Ajo circumferentiam descripti circuli QR transire per V, X. Si enim non transeat per Y transeat per Z, proximus remotius. ve ipso V à K puncto. Quoniam igitur inscriptæ circulo QR, ZX sese secant in K, ideo ei quod fit sub ZK, KX erit æquale id quod fit sub QK, KR. Id autem est ineptum cum id quod fit sub QK, KR sit æquale ex hypothesi ei quod fit sub KV, KX, id est sub F, G. Est autem KZ major minore KV. Transit igitur per V, & ideo angulus VKQ idem est cum angulo MKQ libera autem fuit constitutio proportionalium KQ, KV, KX, KR, id est E, F, G, H. In quacumque igitur sectione inscriptæ & diametri, anguli qui fiunt sunt æquales. Quod erat demonstrandum.

Elenchus ἀσυνλογίας.

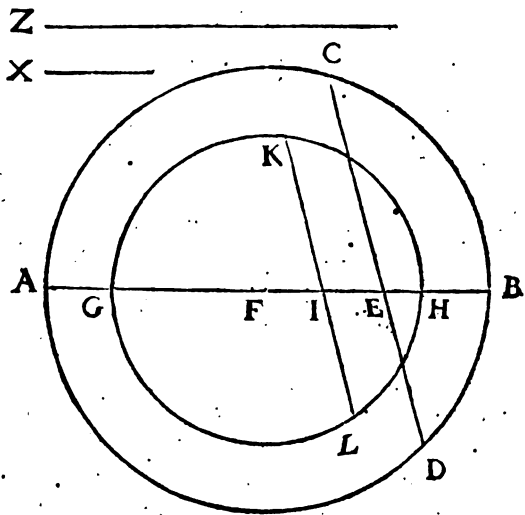
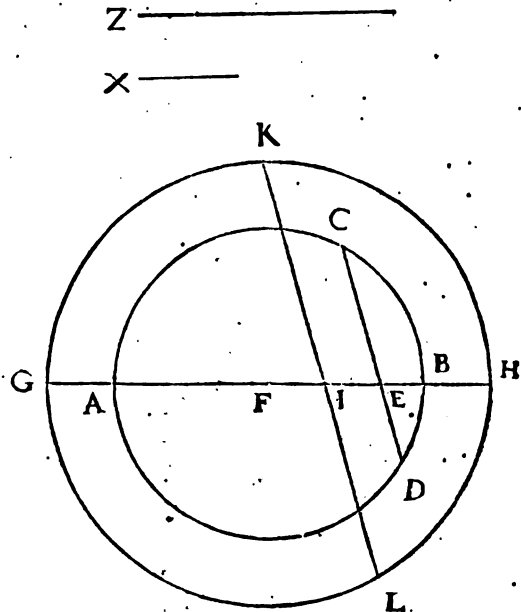
Ἄπειρα εἰς τὸ ἀδύνατον circumferentiam circuli, cujus diameter est QR, transire per aliud quam V punctum, quoniam adsumo transire per X. hoc enim concessio & illud concedi necesse est, & contra, ex Theoremate Euclideo xxxv. libri tertii. Sed cum parodos, siue per V siue per X negetur, una ex altera non potuit inferri. Quare captiosa est & imperfecta ea εἰς τὸ ἀδύνατον ἀπειρωγή.

Ἐπιδοπέσθημα.

Datis duabus lineis rectis, invenire duas medias continue proportionales.

Sint datæ duæ rectæ Z, X. Oportet invenire inter datas Z, X duas medias continue proportionales. Exponatur circulus in quo diameter ita secet inscriptam, ut segmenta inscriptæ sint in continua proportionione inter segmenta diametri. Sit itaque diameter AB, inscripta CD, sese mutuo secantes in E, ita ut segmenta sint in continua proportionione, centrum vero F. Et eodem F centro intervallo dimidiæ compositæ ex Z, X describatur circulus quem diameter AB secet in G, H, & abs GH abscindatur GI, ipsi Z datæ æqualis. Itaque IH sit altera data, & per I agatur ipsi CD parallela, secans circulum GH in K, L. Quoniam igitur AE, EC, ED, EB sunt in continua proportionione ex hypothesi, angulo autem CEA constitutus est æqualis KIG. Ergo GI, IK, IL, IH sunt in continua proportionione. Ad datas igitur Z, X, id est GI, IH inventæ sunt KI, IL duæ mediæ in continua proportionione. Quod erat faciendum.

Sed illud est angulum angulo dato *πληκῶς* sumere æqualem. Mesolaba autem organa sunt, & atopemata atopematis placet cumulare. Organum sane ABCD ex levi & dura materia, imo vero ex æte perenni constructo, & eo tanquam altero munimine iis qui in veteres Mathematicos temere insurgunt, obstitito.



A D-

A DIVNCTA CAPITVLA.

C A P V T I.

De construendo quadrilatero, quod sit in circulo.



Ignum certe explicatu est ac perutile Problema de construendo ex quatuor datis rectis lineis quadrilatero, ita ut circulus circa illud describi possit. Proposuerunt autem infelices Chirurgi ad id opus hoc Theorema.

Si fuerint quatuor linea recta ex quarum prima ut base, & secunda ut perpendicularo, constituatur triangulum unum rectangulum. Æque ex tertia ut base, & quarta ut perpendicularo, constituatur triangulum alterum rectangulum, describatur autem circulus cujus diameter aequalis sit composita dimidia ex hypotenusis eorum triangulorum, is est circulus intra quem constructum ex quatuor illis rectis lineis quadrilaterum poterit aptari.

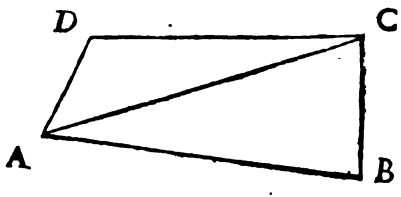
Sint itaque datae quatuor rectae lineae prima 15, secunda 20, tertia 7, quarta 24. Trianguli igitur rectanguli, cujus basis 15, altitudo 20, erit hypotenusa 25. Æque trianguli rectanguli, cujus basis 7, altitudo 24, erit hypotenusa 25. quæ duæ hypotenusæ conficiunt 50. Dimidia igitur summa, id est 25, erit (secundum Theorema) diameter circuli intra quem quadrilaterum ex quatuor datis constructum poterit inscribi, ut reuera est. At inscriptarum ordo nihil addit ad imit-ve peripheriarum subtensionem, Nempe si rectæ 15, 20, 7, 24 subtendunt totam circuli circumferentiam, subtendent & ordine inverso quali 15, 7, 20, 24. Trianguli igitur rectanguli primi basis esto 15, altitudo 7. Erit hypotenusa $\sqrt{274}$. minor ideo $\sqrt{289}$ id est minor longitudine 17. Trianguli vero rectanguli secundi basis esto 20, altitudo 24. erit hypotenusa $\sqrt{976}$. minor ideo $\sqrt{1024}$ id est minor longitudine 32. Duarum itaque hypotenusarum summa minor erit 49, atque adeo diameter circuli erit minor 24 $\frac{1}{2}$. Cum ante per eandem methodum inventa fuisset 25.

Fallax igitur ea doctrina est qua ideo non utar, sed veram quam me mea docuerunt Analytica candide impertiam. Ab ipsis vero ordiar Geometricis elementis.

PROPOSITIO I.

Cujuslibet quadrilateri tria latera sunt majora reliquo.

Exponatur quadrilaterum quodlibet ABCD, constructum ex rectis AB, BC, CD, AD. Sane si harum aliqua potest esse major reliquis tribus, ea erit major omnium. Sit major omnium AB. Dico ipsam AB minorem esse composita ex BC, CD, DA.



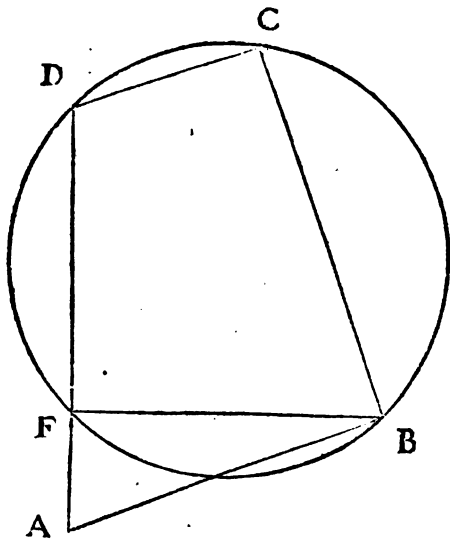
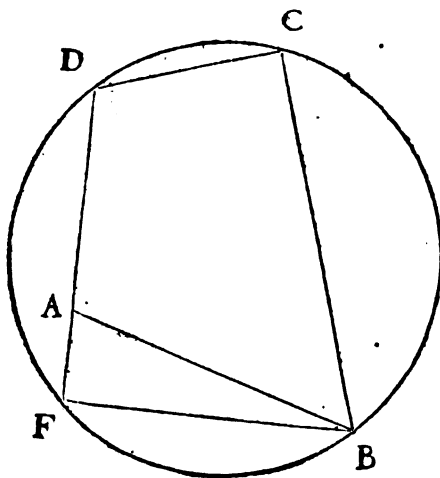
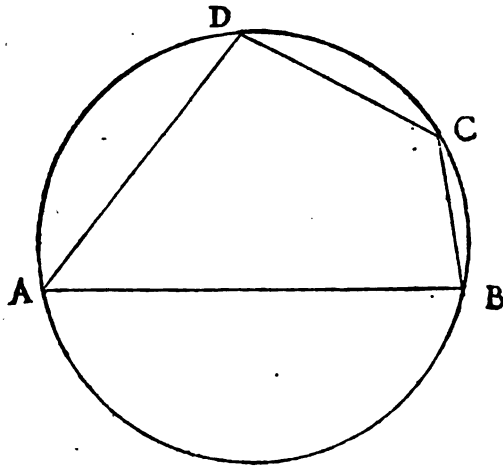
Agatur enim diagona CA, constituta igitur sunt duo triangula ACB, ACD. Trianguli autem cujuslibet duo latera sunt majora reliquo. Itaque erit AB minor composita ex BC, AC. Sed & ipsa AC minor erit composita ex CD, DA. Quare tanto manifestius AB minor erit composita ex BC, CD, DA. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO II.

Si in quadrilatero duo anguli oppositi duobus rectis sint æquales, erit quadrilaterum in circulo.

LI

Sit



Sit quadrilaterum $ABCD$, & anguli oppositi DAB , DCB sint duobus rectis æquales. Dico quadrilaterum $ABCD$ esse in circulo. Descriptum videlicet circulum per puncta B , C , D transire quoque per A punctum.

Circulum enim per puncta B , C , D ductum secet recta DA in F , & si fieri possit sit F aliud ab A puncto. Itaque connectatur BF , erit igitur punctum A intra circulum vel extra, sit primum intra circulum. Et quoniam anguli DCB dupla amplitudo est circumferentia DFB , erit anguli DFB dupla amplitudo circumferentia DCB , quanta etiam ex hypothesi est dupla amplitudo anguli DAB , ut tum illius, tum anguli DCB dupla amplitudo quatuor rectos, id est circumferentiam totam, absumat. Angulo igitur DFB angulus DAB erit æqualis. quod quidem est absurdum, quandoquidem angulus DAB , qui exterior est trianguli AFB , valet angulum AFB , & præterea angulum ABF . Non est igitur intra circulum punctum A . Sit extra. Sunt igitur duobus rectis æquales anguli DCB , DFB in ea constitutione, sicut anguli DCB , DAB ex hypothesi. Quare angulo FAB æqualis est angulus DFB . Quod quidem est absurdum, quandoquidem angulus DFB exterior est trianguli AFB . Itaque valet angulum FAB & præterea angulum FBA . Non est igitur extra circulum punctum A . Cum itaque non sit neque extra circulum neque intra, erit in ipsius circuli circumferentia, & idem ipsum quod F punctum, atque adeo quadrilaterum $ABCD$ erit in circulo. Quod erat ostendendum.

COROLLARIUM.

Ex his manifestum fit, quemadmodum circa datum quadrilaterum circulus describatur, si quidem duo oppositi anguli sunt duobus rectis æquales.

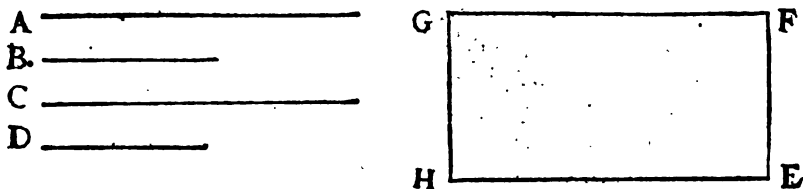
Dato nempe quadrilatero $ABCD$, & acta diagona BD , circa triangulum DCB describeretur circulus, qui quidem transibit per A punctum, secundum ea quæ exposita sunt.

PRO-

P R O P O S I T I O III.

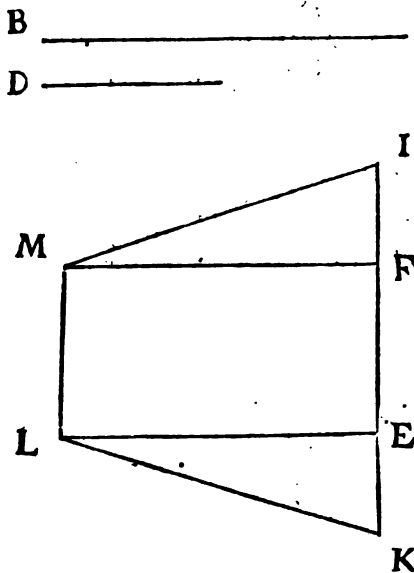
Ex datis quatuor lineis rectis quarum tres simul sumptæ sint maiores reliqua, quadrilaterum quod fit in circulo, constituere.

Sint datæ quatuor lineæ rectæ A, B, C, D quarum tres simul junctæ sunt maiores reliqua. Oportet ex datis A, B, C, D quadrilaterum quod fit in circulo, constituere. Intelligatur A opponi C, B vero opponi D. Aut igitur A; C erunt æquales, aut inæquales. Sint primum æquales, ac ipsæ B, D inter se quoque æquales. Faciant angulum rectum EF,

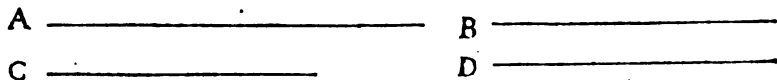


FG datis B, C seu D, A æquales, & compleatur parallelogramum GHEF, sive quadratum, sive *ετερόμηνες*. Bini igitur anguli oppositi duobus rectis erunt æquales. Quilibet enim est rectus. Constructum est igitur eo casu quadrilaterum quod est in circulo.

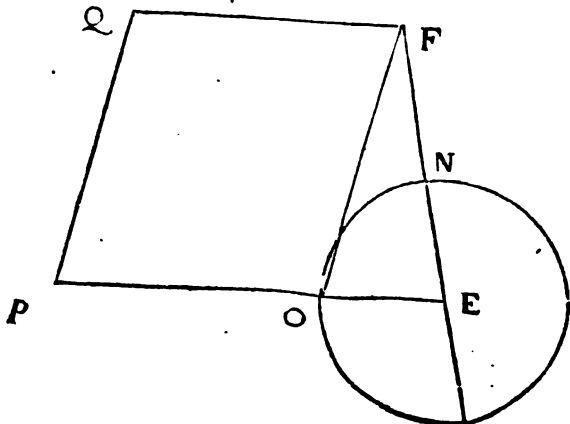
Sed manente restarum A, C æqualitate, sint B, D inæquales, & harum major sit B, minor D. Agatur EF ipsi D æqualis. Differentia autem inter B, D secetur æqualiter, quoniam A, C sunt æquales, & producatu EF utrinque in punctis I, K, posita utraque productionum FI, EK æquali ipsi dimidiæ differentiæ. Itaque sit IK ipsi B æqualis, & per puncta F, E agantur perpendiculares EL, FM, in quibus sumantur KL, IM ipsi A, C æquales, & jungatur ML. Constructum est igitur quadrilaterum MLKI in quo LK, MI datis A, C sunt æquales, & IK, ML seu FE datis quoque B, D æquales. Æquiangula autem sunt triangula re&ctangula IFM, KEL, quoniam æquilatera. Et angulus IML compositus est ex angulo recto FML, & angulo acuto IMF, cujus complementum est MIK seu angulus LKI. Angulus igitur IML, una cum angulo LKI æquatur duobus rectis. Quadrilaterum itaque MLKI est ex datis A, B, C, D constructum eo quoque casu est in circulo.



Et angulus IML compositus est ex angulo recto FML, & angulo acuto IMF, cujus complementum est MIK seu angulus LKI. Angulus igitur IML, una cum angulo LKI æquatur duobus rectis. Quadrilaterum itaque MLKI est ex datis A, B, C, D constructum eo quoque casu est in circulo.



Quadrilaterum itaque MLKI est ex datis A, B, C, D constructum eo quoque casu est in circulo.



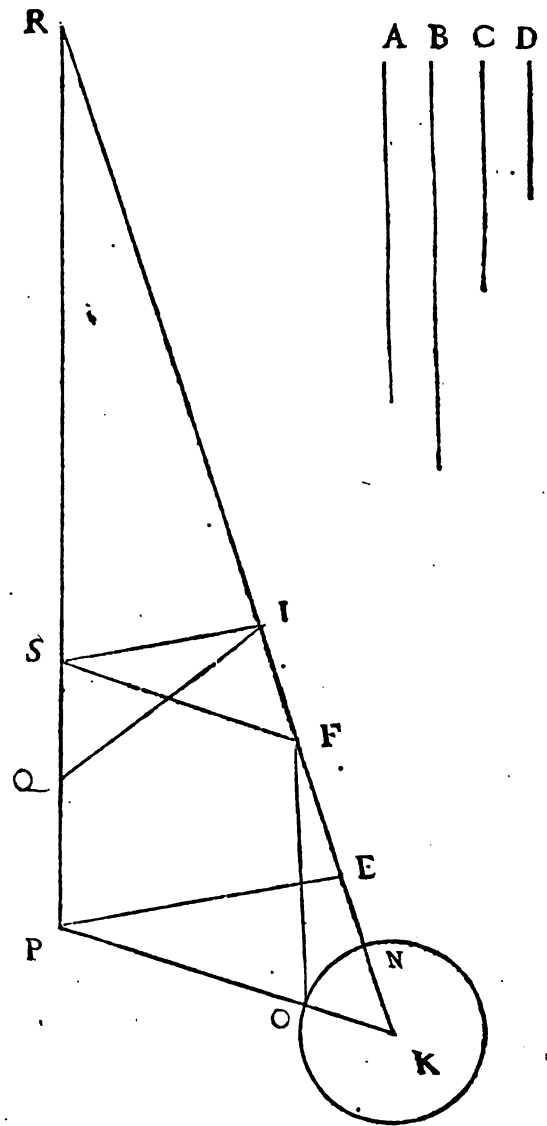
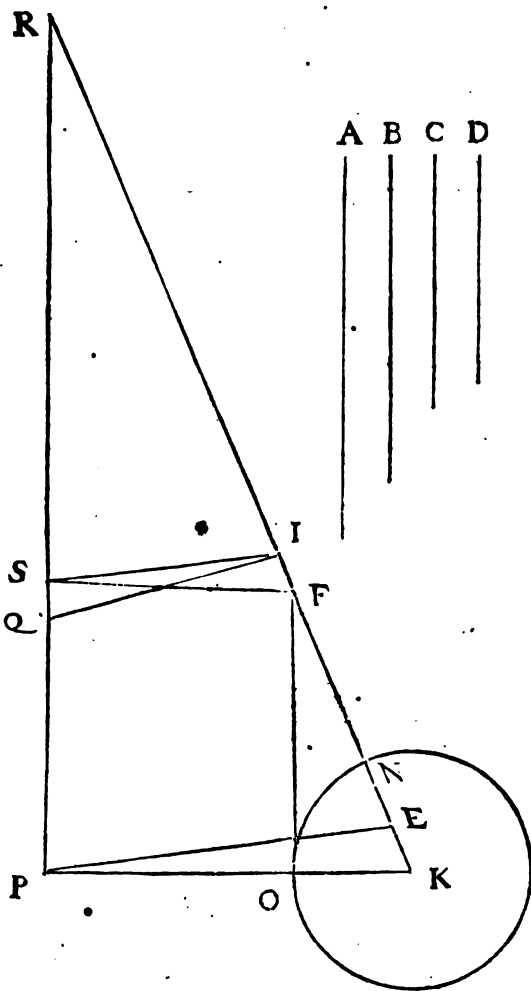
Sed sunt A, C inæquales. Et si quidem B, D

Ll 2

sunt

sunt æquales, is casus cum antecedente concurrat. Sola enim ad constructionem opis est notarum A, C in notas B, D substitutione. Quo tamen constantior undique cernatur methodus, agatur rursus EF ipsi B æqualis. Et quoniam nulla est inter B, D differentia, centro E, intervallo EN, æquali differentie inter A, C abscisso ex EF describatur circulus, & ex puncto F in circumferentia circuli sumatur FO ipsi FE æqualis, & agatur EOP majori ipsarum A, C (sit illa A) æqualis. Vnde OP fit æqualis ipsi C, & per P, F agantur rectæ ipsi FO, OP æquales & parallelæ sese committentes in Q. Quadrilaterum igitur constructum est QPEF, cujus latera sunt datis æqualia. Nempe PE, QF id est PO sunt datis A, C æqualia, & reliqua duo QP, FE reliquis B, D. Angulus autem PQF angulo FOP est æqualis, rhomboides enim est QPOF. Angulus itaque PQF, seu FOP cum angulo FOE duos rectos æquabit. Sed angulus FOE angulo FEO est æqualis, cum in triangulo FOE constructa sint crura FE, FO æqualia. Angulus itaque PQF una cum angulo FEO duobus rectis est æqualis. Itaque quadrilaterum QPFE est in circulo.

Sed quatuor omnes datæ A, B, C, D jam sunt inæquales. Et sit A major opposita C. & B major opposita D. Agatur rursus EF ipsi D æqualis. Et quoniam rectam D superat opposita B, erit excessus minor composita ex A, C. alioquin ipsa B tribus reliquis A, C,



D esset major vel æqualis. Quod quidem fieri non potest ob expositam cautionem. Secetur excessus ille sicut A ad C, & ad producendum EF; pars una excessus ponatur in directum

rectum versus F & sit FI; altera versus E, & sit EK. Sit pars EK similis ipsi A & ideo major; pars FI similis ipsi C & ideo minor. Est igitur IK ipsi B æqualis. Centro autem K intervallo KN, æquali excessui quo A præstat ipsi C, describatur circulus quem IK adscindat in N.

Quoniam IF, EK similes sunt datis C, A, & ipsi tamen minores, ideo excessus quo EK superat ipsam IF minor est semidiametro KN, quæ est excessus quo latus A superat C datam. Id autem manifestum est si punctum E consistat intra puncta K, N. Sin minus. Utrobique addatur IF. Ergo composita ex KN, IF est major ipsa EK. & utrinque ablata KN, sit IF major ipsa EN. Constat autem IE ex IF, FE; FN vero constat ex FE, EN. Itaque IE major est FN. Eadem IE minor est FK, quoniam IE componitur ex IF, FE; at FK composita est ex FE, EK: & constructa est EK pars major, IF minor. Cum itaque IE sit major quam FN, & minor quam FK, poterit à puncto F ad circumferentiam circuli duci recta FO ipsi IE æqualis.

Ducatur igitur FO, & producat KO in P, posita KP ipsi A æquali seu PO ipsi C, & agatur PQ ipsi FO parallela, datæ vero D seu EF æqualis, & jungatur IQ. Dico in primis IQ esse ipsi PO, id est datæ C, æqualem.

Enimvero continuentur KI, PQ donec convenient in R, & agatur FS ipsi PO æqualis & parallela, & jungantur PE, SI. Erunt igitur SP, FO parallelæ & æquales, id est æquales ipsi IE composita ex EF seu PQ & IF. Quare IF, SQ sunt æquales. Facta autem est KE ad FI, sicut PK ad SF. Trianguli igitur SFI crura SF, FI cruribus PK, KE trianguli PKE sunt similia; angulus autem verticis in utroque est æqualis, videlicet angulus SFI angulo PKE, cum sint parallelæ SF, PK. Quare triangula SFI, PKE similia sunt, atque adeo bases SI, PE parallelæ. Est igitur ut RS ad RI, sicut SP ad IE. Sed SP, IE ostensæ sunt æquales. Ergo RS, RI erunt quoque æquales & etiam RQ, RF. Trianguli igitur RSF crura RS, RF cruribus RI, RQ trianguli RIQ sunt æqualia. Idem autem est angulus ad R verticem. Quare basis quoque IQ basi FS id est PO erit æqualis, ut est adseveratum.

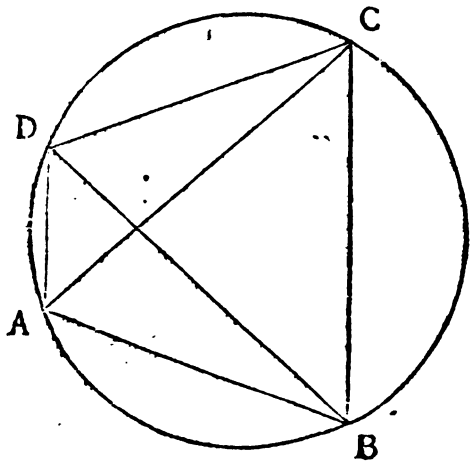
Est igitur quadrilaterum PKIQ ex quatuor datis A, B, C, D constructum. Dico denique ipsum esse in circulo.

In ea enim triangulorum RSF, RIQ æqualitate, & similitudine angulus RQI, qui exterior est anguli IQP, sit æqualis angulo RFS seu IKP. Exterior autem angulus cum interiore æquatur duobus rectis. Quare angulus IQP una cum angulo IKP est æqualis duobus rectis. Quadrilaterum igitur PKIQ est in circulo. Ex datis itaque quatuor inæqualibus rectis A, B, C, D constructum est quadrilaterum PKIQ quod est in circulo, sicut oportebat.

Ad Arithmeticas autem effectiones hoc addatur

Δεδομένων.

Datis quatuor lateribus quadrilateri circulo inscripti, diagonia utraque est data.



Sit quadrilaterum ABCD inscriptum circulo, & dentur latera singula AB, BC, CD, DA. Dico dati diagonias AC, DB.

Aut enim opposita duo latera AB, CD æqualia sunt, vel inæqualia. Sint primum æqualia. Quoniam ex circumferentiæ sunt æquales, quæ ab æqualibus rectis subtenduntur, & contra, lineæ rectæ quæ æqualibus circumferentiis subtenduntur sunt æquales. erunt circumferentiæ DC, AB æquales, & diagonia DB erit diagoniæ AC æqualis.

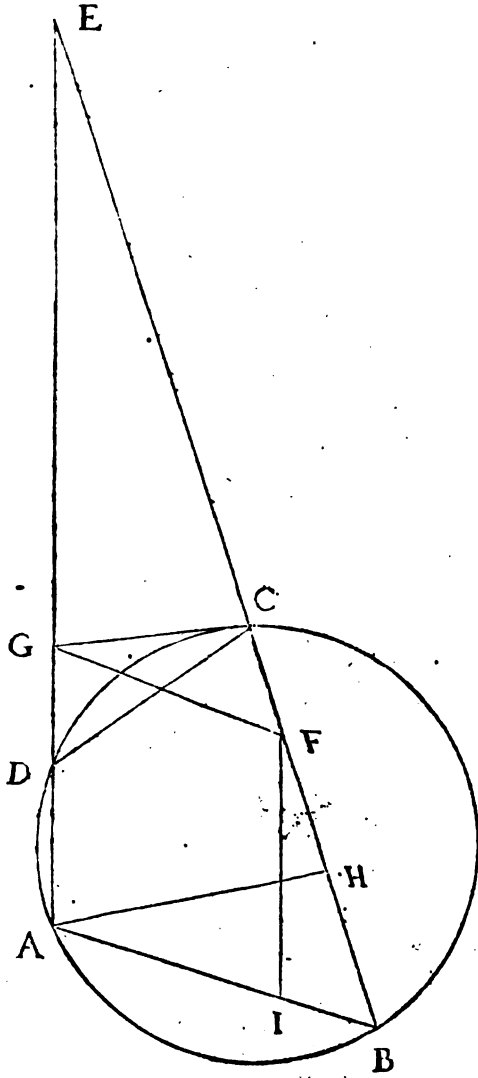
L 1 ;

Quod

Quod autem fit sub diagonis quadrilateri circulo inscripti, æquale est ei quod fit sub duobus lateribus oppositis, una cum eo quod fit sub duobus reliquis. Quare quod fit sub AC , DB id est quadratum AC vel DB , æquabitur ei quod fiet sub AB , CD id est quadrato AB vel CD una cum eo quod fit sub CB , DA . Sunt autem datæ ex hypothesi rectæ AB , CB , CD , DA . Quare dabitur ipsa AC .

Sed sunt AB , CD latera inæqualia. Rursus si latus BC lateri DA est æquale, accidit ut ante æquales diagoniæ, & dabuntur exposita methodo.

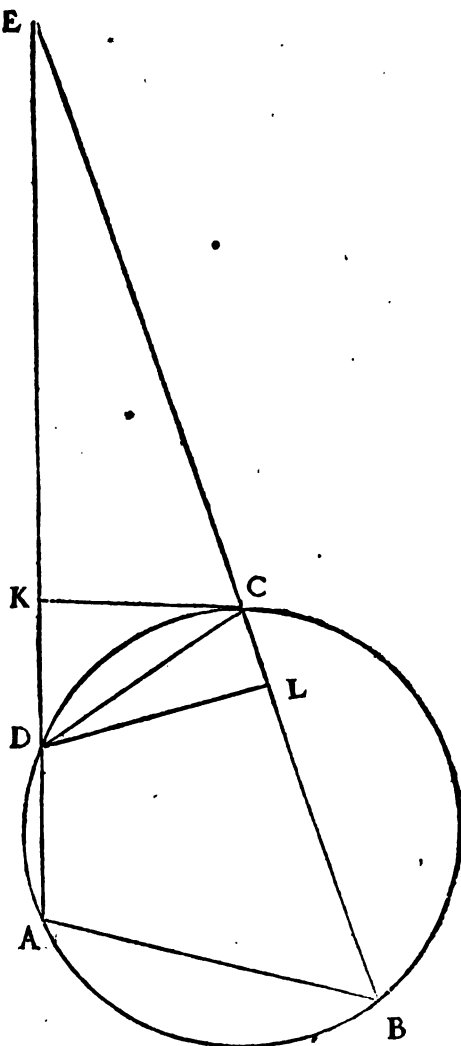
Sed fit undique inæqualitas, ut pote sit BC latus majus latere DA , & AB majus latere CD . Quoniam rectæ AB , CD sunt inæquales, erunt circumferentiæ quoque AB , CD inæquales: Quare non erunt parallelæ AD , CB , sed extra circulum productæ sese committent. Conveniant in E . fient igitur duo triangula EAB , ECD habentia angulum verticis communem ad E . Et quoniam angulus DCB una cum angulo opposito DAB est æqualis duobus rectis & idem angulus DCB una cum angulo suo exteriore ECD æquatur duobus rectis, utrinque ablato angulo DCB , fit angulus ECD angulo DAB æqualis. Quare similia sunt triangula EAB , ECD , & est ED ad EC , sicut EB ad EA . Abs EB autem abscindatur EF ipsi ED æqualis; & contra abs EA abscindatur EG ipsi EC æqualis, & jungatur FG . Triangula igitur EFG , EDC æqualium sunt laterum & angulorum. Angulus enim ad verticem utrique est communis, quem æqualia comprehendunt latera situ permutato. Itaque data est GF datæ DC æqualis. Et quia est ut ED id est EF ad EC id est EG , ita EB ad EA . ideo erunt parallelæ GF , AB . Abcindatur quoque abs EB recta EH æqualis ipsi EA , & jungantur GC , AH . Est igitur ut EC ad EG ,



ita EH ad EA , æqualis videlicet ad æqualem. Quare parallelæ quoque sunt GC , AH , atque adeo triangula CGF , HAB similia. Et quia GA , CH sunt æquales, utrinque demptis æqualibus ED , EF , fit DA æqualis ipsi FH . Data est igitur composita ex CF , HB , quoniam composita illa est differentia datarum CB , DA . Cæterum secatur differentia illa secundum datam rationem. Nam propter similitudinem triangulorum HAB , CGF , est AB ad HB , sicut FG seu CD ad CF . Quare dabuntur segmenta CF , HB , atque adeo dabuntur FB , GA . Illa auferendo à data CB ipsam CF , hæc addendo ipsam CF seu GD ipsi DA . Itaque ipsi GA agatur FI æqualis & parallela. Fit igitur AI ipsi GF æqualis, cum sint parallelæ GF , AB , atque adeo IB differentia est inter datas AB & GF id est CD . Triangulum igitur FIB est datorum laterum. Ei autem simile est EAB , cujus basis data est AB . Quare crura quoque dabuntur EA , EB , atque adeo EF , EG , seu ED , EC . Datis igitur lateribus trapezii $ABCD$ circulo inscripti datæ sunt diagoniæ CA , DB . Quod erat ostendendum.

Vel

Vel ex D cadat in EB perpendicularis DL. Quoniam triangulum EDC datorum est laterum, & data quoque ipsa CB, dabuntur segmenta EC, CL, LB, atque adeo ipsa altitudo DL, cujus quadratum una cum quadrato LB, æquabitur quadrato diagoniz DB. quæ quidem rectum subtendit angulum in triangulo rectangulo DLB. Ex C autem cadat in ED perpendicularis CK. Quoniam triangulum EDC datorum est laterum, & data quoque ipsa EA, dabuntur segmenta EK, KD, KA, atque adeo ipsa altitudo KC, cujus quadratum una cum quadrato EA, æquabitur quadrato diagoniz CA, quæ quidem rectum subtendit angulum in triangulo rectangulo CKA,

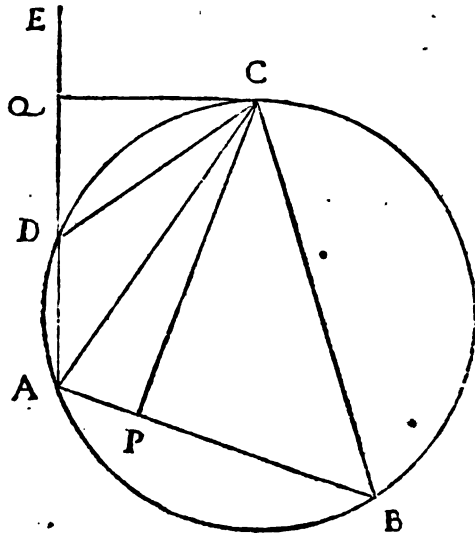


Primo casu fit AB 65, BC 75, CD 65, DA 9. Fit AC vel DB 70, altitudo 60, diameter $81\frac{1}{4}$

Opus autem secundo casu instituendum in hanc recidit analogiam.

Sit latus primum tertio oppositum idemque majus, & secundum majus quarto. Erit ut rectangulum sub primo & secundo, una cum rectangulo sub tertio & quarto ad aggregatum quadratorum primi & secundi minus aggregato quadratorum secundi & tertii, ita rectangulum sub primo & secundo ad aggregatum quadratorum primi & secundi minus quadrato diagonia, qua angulo qui fit à primo & secundo, vel tertio & quarto subtenditur. & ita rectangulum sub tertio & quarto ad quadratum diagonia ejusdem minus aggregato quadratorum tertii & quarti.

Et hæc ex Analyticis suam habent demonstrationem. Sit enim quadrilaterum ABCD circulo inscriptum. ac primum quidem latus AB sit majus ipso CD, & CB majus ipso DA & agatur diagonia CA. Circumferentia igitur ABC major erit circumferentia CDA. Angulus itaque CDA erit obtusus, angulus vero CBA acutus, & æqualis CDE exteriori anguli CDA. Cadant vero in AB, AD perpendiculares CP, CQ, illa igitur cadet intra triangulum CAB, hæc extra triangulum CDA. Itaque quod fit sub BP, AB bis, æquale erit quadratis ex AB, CB, minus quadrato ex AC. Et quod fit sub QD, DA bis, æquale erit quadrato ex AC, minus quadratis ex CD, DA. Et per æqualium cum æqualibus additionem, quod fit sub BP, AB bis, una cum eo quod fit sub QD, AD bis, erit æquale quadratis ex AB, CB minus quadratis ex CD, DA. Porro similia sunt triangula CDQ, CBP.



CBP. Itaque est ut CB ad BP, ita CD ad DQ. & ut quod fit sub AB, CB ad id quod fit sub AB, BP bis, ita quod fit sub AD, CD ad id quod fit sub AD, QD bis. Et per synthefin ut quod fit sub AB, CB una cum eo quod fit sub AD, CD ad id quod fit sub AB, BP bis una cū eo quod fit sub AD, QD bis, id est, ad adgregatum quadratorum ex AB, CB minus quadratis ex CD, DA, ita quod fit sub AB, CB ad id quod fit sub AB, BP bis, id est, ad quadrata ex AB, CB minus quadrato ex AC. & ita quod fit sub AD, CD ad id quod fit sub AD,

QD bis, id est, ad quadratum ex AC minus quadratis ex CD, DA. Revocata autem ad æqualitatem analogia,

Planum quod fit sub primo & secundo latere ducatur in adgregatum quadratorum tertii & quarti.

Planum contra quod fit sub tertio & quarto ducatur in adgregatum quadratorum primi & secundi.

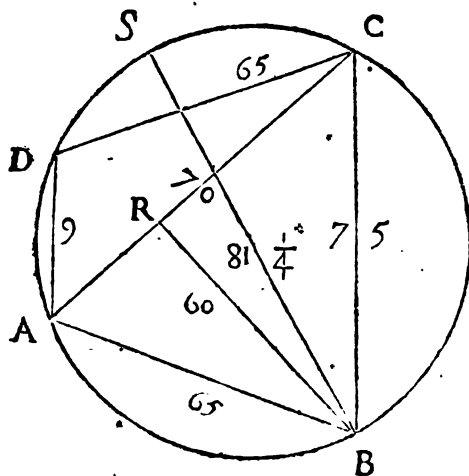
Summa dividatur per planum sub primo & secundo latere adjunctum plano sub tertio & quarto.

Orietur quadratum diagonia qua lateri primo & secundo, seu tertio & quarto subtenditur.

Sit AB 2, CB 4, CD 1, AD 3. Ducatur 8 in 10 & 3 in 20, fiunt 80 & 60, summa factorum 140 dividatur per 11. Oritur $12\frac{8}{11}$ quadratum diagonia AC, unde ipsa fit $\sqrt{12\frac{8}{11}}$.

Et cum CB primo numeratur ordine. Ducatur 4 in 13 & 6 in 17, fiunt 52 & 102, summa factorum 154 dividatur per 10, oritur $15\frac{2}{5}$ quare diagonia fit $\sqrt{15\frac{2}{5}}$. Ducantur diagonia altera in alteram quod fiet aequale erit $\sqrt{196}$, id est 14. Quanta etiam est summa plani quod fit sub binis oppositis. Porro.

Data diagonia datur triangulum circulo inscriptum, quamobrem dabitur diameter circuli. Est enim ut altitudo trianguli ad crus unum, ita crus alterum ad diametrum circuli circa triangulum descripti.



Vt hæc alibi exposita sunt

Sit, ut in primo casu, AB 65, BC 75, CD 65, DA 9. Quoniam diagonia AC data est 70, itaque datur trianguli ADC crura DA, CD 9 & 65, basis vero AC 70. ideo dabitur altitudo ejusdem 60. Sit autem BR. Et quia est ut BR ad AB, ita BC ad BS diametrum. fiet ut 60 ad 65, ita 75 ad $81\frac{1}{4}$. Quare longitudo BS erit $81\frac{1}{4}$, hujus dupla est $162\frac{1}{2}$. At trianguli cuius basis esset 75, altitudo 65, hypotenusæ esset major 99. Cuius vero basis 65, altitudo 9, hypotenusæ maior esset ipsa base 65. Dux igitur illa hypotenusæ essent majores 164, at-

164, atque adeo diameter major 82. Quod fieri non potest, cum ea tantum sit $81\frac{1}{2}$, ut ostensum est. Vnde manifestus sit error in exposita metodo initio hujus Capituli, ad inveniendum diametrum ex quatuor lateribus datis, de quo Auctor meminisse.

CAPVT II.

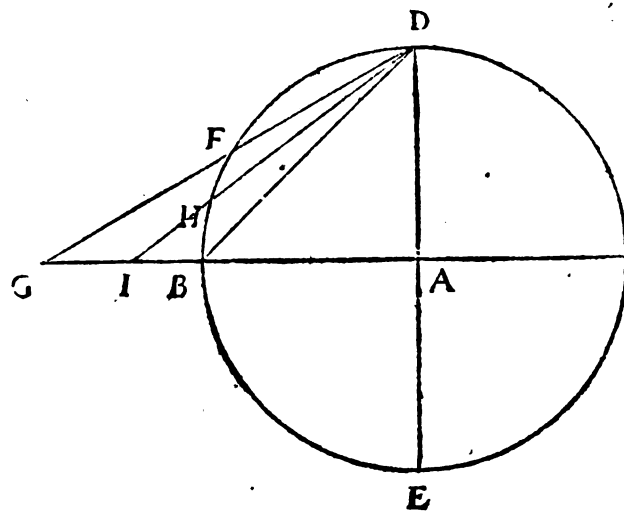
Mechanice methodus inveniendi latera polygonorum quorumcumque.

Canon Mathematicus vere lydius est lapis ad nova probandum inventea. Pseudographiam enim laterum vel angulorum statim detegit, ut ecce proposuerit Mechanicus quispiam

M E C H A N I C V M.

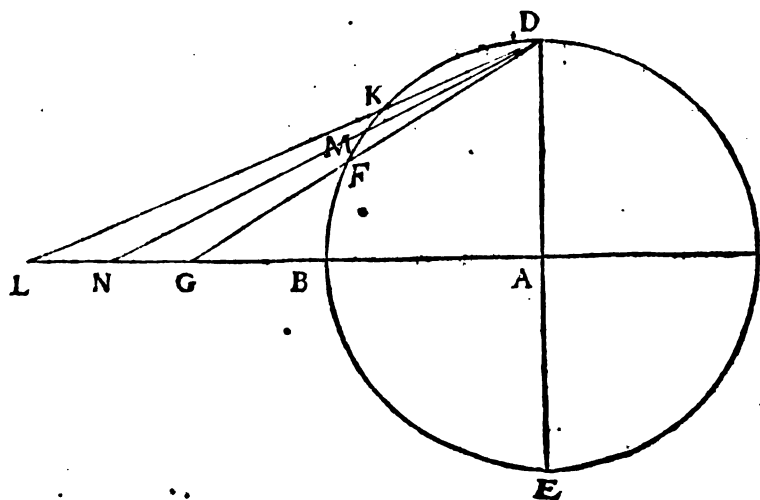
Latus pentagoni circulo inscribendi compendiose invenire.

Sub centro A intervallo quocumque AB describatur circulus BDCE. Oportet latus pentagoni circulo inscribendi invenire. At vero inter hexagonum & tetragonum pentagonum consistit, æquidistans ab iis pari angulorum numero. Dantur autem commode latera hexagoni & tetragoni. Quare secetur circulus BDCE quadrifariam à duabus diametris BC, DE sese ideo normaliter secantibus in centro, & sumatur DF latus hexagoni, & productæ DF, CB convenient in G. Sumatur quoque latus tetragoni DB definiens in ipsa CG in B. Jam autem inventum sit latus pentagoni quod quæritur consistens inter DF, DB & sit DH quod productum intercipiat AG in L. Dico Mechanicus GI, IB esse æquales. Itaque in synthesi datam BG propter datas DB, DG secabo bifariam in I, & ducta DI secante circulum in H, exhibuero DH ut latus pentagoni.



A L I V D.

Latus heptagoni circulo inscribendi invenire.



Sub A centro intervallo quocumque describatur circulus. Oportet latus heptagoni in eo inscribendi invenire. At vero inter hexagonum & octogonum heptagonum consistit, æquidistans ab iis pari angulorum numero. Dantur autem commode latera hexagoni

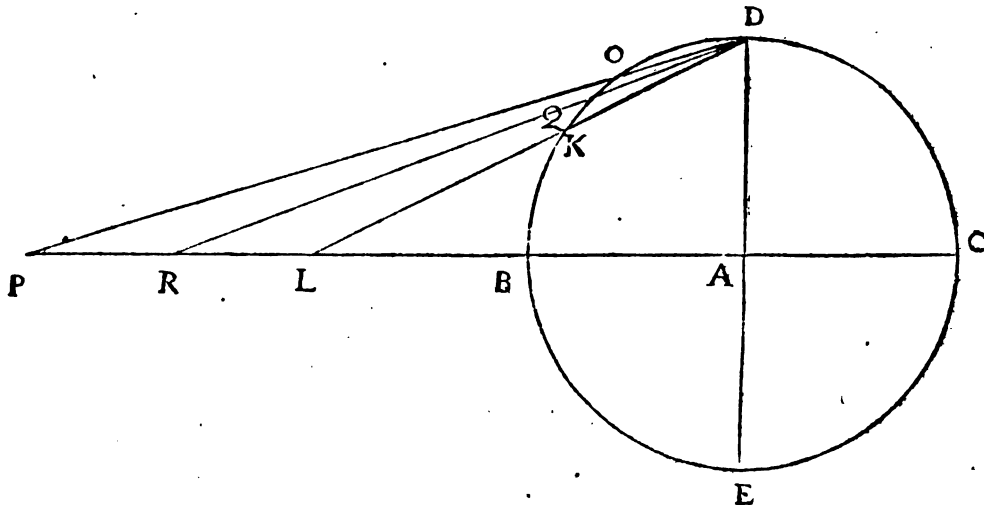
M m

goni & octogoni. Quare secetur circulus BDCE quadrifariam à duabus rectis BC, DE sese ideo normaliter secantibus in centro, & sumatur DF latus hexagoni, & productæ DF, AB convenient in G. Sumatur quoque latus octogoni DK, cui producto ipsa AB occurrat in L. Jam autem inventum sit latus heptagoni quod queritur, consistens inter DK, DF, & sit DM, quod productum intercipiat GL in N. Dico Mechanicus rectas LN, NG esse æquales. Itaque in synthesi datam GL (propter datas DK, DF) secabo bifariam in N, & ducta ND secante circulum in M, exhibuero DM ut latus heptagoni.

A L I V D.

Latus enneagoni circulo inscribendi invenire.

Sub A centro intervallo quocumque AB describatur circulus. Oportet latus enneagoni ei circulo inscribendi invenire. At vero inter octogonum & decagonum enneagonum consistit æquidistans ab iis pari angulorum numero. Dantur autem commodè latera & octogoni & decagoni. Quare secetur circulus BDCE quadrifariam à duabus diametris BC, DE sese ideo normaliter secantibus in centro, & sumatur DK latus octogoni, & productæ DK, AB convenient in L. Sumatur quoque latus decagoni DO, cui producto ipsa AB occurrat in P. Jam autem inventum sit latus enneagoni quod queritur consistens inter DO, DK & sit DQ, quod productam intercipiat LP in R. Dico PR, RL



esse æquales. Idque generale esse in omnibus lateribus polygonorum, ut cum ab D limite sumuntur latera duorum polygonorum æquidistantium pari angulorum numero à polygono de cuius latere queritur & desinent producta in linea AB, pars lineæ AB ab iis ita intercepta secabitur bifariam à latere de quo queritur ad eam producto. Itaque in synthesi datam LP propter datas DO, DK secabo bifariam in R, & ducta DR secante circulum in Q, exhibuero DQ ut latus enneagoni, & eandem methodum in reliquis lateribus constanter observavero.

Et si vero non demonstranti vel paralogistice demonstranti fides adhibenda non est, placeat tamen quam ea methodus aberrer à vero expendere. Id per Canonem Mathematicum statim licebit. Constituta enim AC sinu toto, latera AB, AG, AI, AL, AN, AP, AR, sunt profinus, numerive secundum angulorum qui ad D in triangulis rectangulis BDA, GDA, IDA, LDA, NDA, PDA, RDA consistunt. Anguli autem illi dantur propter datas assumptas ex dimidio circuli ambitu DE circumferentias. Itaque dabuntur quoque profinus ipsi, atque adeo profinum differentia.

Vt ecce in primi Mechanici paradiemate.

<i>Constituta</i>	AD	100,000	<i>Itaque IB est</i>	37,638
	BA	100,000	GI	35,576
<i>fit</i> {	AI	137,638	<i>Non sunt igitur IB, GI aequales:</i>	
	AG	173,205	<i>sed illa major, hac minor.</i>	

Aequae in secundi mechanici paradiemate.

<i>Constituta</i>	AD	100,000	<i>Itaque NG est</i>	34,447
	GA	173,205	LN	33,769
<i>fit</i> {	AN	207,652	<i>Non sunt igitur NG, LN aequales:</i>	
	AL	241,421	<i>sed illa major, hac minor.</i>	

Aequae in tertii mechanici paradiemate.

<i>Constituta</i>	AD	100,000	<i>Itaque RL est</i>	33,327
	AL	241,421	PR	33,020
<i>fit</i> {	AR	274,748	<i>Non sunt igitur RL, PR aequales.</i>	
	AP	307,768	<i>sed illa major, hac minor.</i>	

Quam autem teneant latera polygonorum accuratam inter se rationem mysterium est, quod aperui in analyticis angularium sectionum, & adnotavi *πεπέγως* in libro Variorum de rebus Mathematicis responsorum octavo.

F I N I S.



FRANCISCI VIETÆ
AD
ANGVLARES SECTIONES
THEOREMATA ΚΑΘΟΛΙΚΩΤΕΡΑ,
DEMONSTRATA
PER
ALEXANDRUM ANDERSONUM.



A D

ANGVLARES SECTIONES THEOREMATA ΚΑΘΟΛΙΚΩΤΕΡΑ DEMONSTRATA

P E R

ALEXANDRUM ANDERSONUM.

T H E O R E M A I.



I fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus; differat ab acuto secundi, per acutum tertii, & sit excessus penes primum, latera tertii recipiant hanc similitudinem.

Hypotenuſa, ſit ſimilis rectangulo ſub hypotenuſis primi & ſecundi.

Perpendicularum, ſimile rectangulo ſub perpendicularo primi & baſe ſecundi, minus rectangulo ſub perpendicularo ſecundi, & baſe primi.

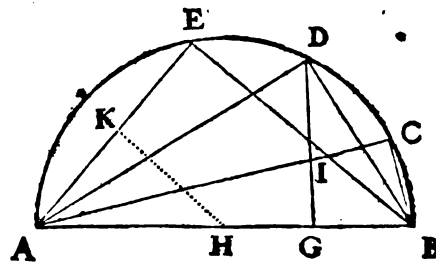
Baſis, rectangulo, ſub baſibus primi & ſecundi, plus rectangulo ſub perpendicularis eorundem.

Is angulus acutus intelligitur, cui latus perpendiculari voce designatum ſubtenditur. reliquus à recto, cui baſis. hypotenuſa vero, latus recto ſubtenſum.

Sint tria triangula AEB, ADB, ACB, quorum baſes ſint AE, AD, AC, perpendiculara EB, DB, CB. ſecet EB baſin AC in I puncto: & demittatur perpendiculararis DG in rectam AB.

Eritque ut AD ad DB, ita AE ad EI, id eſt EB minus IB. & rectangulum DB in AE, æquale erit rectangulo AD in EB minus AD in IB, additoque communi AD in IB: DB in AE plus AD in IB, æquabitur AD in EB. eſt quoque ut AD ad AB, ita CB ad IB, & rectangula AB in CB, AD in IB æqualia: ergo DB in AE plus AB in BC, æqualia erunt ipſi AD in EB. & ablato communi (AE in DB,) AB in BC æquabitur AD in EB minus AE in DB, quibus ipſi AB applicatis orietur latitudo BC, eritque AB quadratum ad AD in EB minus AE in DB, ut AB ad BC. Quod erat demonſtrandum.

Rurſus ut AG ad AD, ita AE ad AI, & AD in AE, æquale erit ipſi AG in AI; eſt autem AB in AC, æquale AG in AI plus AG in IC plus GB in AC; & GB in AC, æquale ipſi GB in AI plus GB in IC. eſt quoque AG in IC plus GB in IC, æquale AB in IC, & proinde AG in AI plus AB in IC plus GB in AI, æqualia erunt AB in AC: ſed GB in AI, æquale



M m 3

æquale

æquale est DB in EB minus DB in IB, (est enim GB ad DB, ut EI vel EB minus IB, ad AI.) & DB in IB, æquale est AB in IC (est enim IB ad IC, ut AB ad DB:) ergo AG in AI plus AB in IC plus EB in DB minus AB in IC, id est AG in AI sive AD in AE plus DB in EB, æqualia erunt AB in AC, hisce igitur ipsi AB applicatis, orietur latitudo AC, eritque AB quadratum ad AD in AE plus EB in DB, ut AB ad AC. Quod erat secundo loco ostendendum.

Σ X O V I O N.

Eadem est demonstrationis vis, quum triangulorum diversæ sunt hypotenuse, ut in triangulis AKH, ADB, ACB, nam propter triangulorum similitudinem, erit ut AB quadratum ad AE in AD plus EB in DB, ita AB in AH ad AD in AK plus DB in KH: siquidem est ut AB ad AH, ita AE ad AK, & EB ad KH, itemque ut AB quadratum ad AB in AH, ita EB in AD minus DB in AE ad KH in AD minus DB in AK.

Sit trianguli primi perpendicularum a. basis 2.

Secundi perpendicularum 1. basis 3.

Trianguli tertio similis sit perpendicularum 1. basis 7.

T H E O R E M A II.

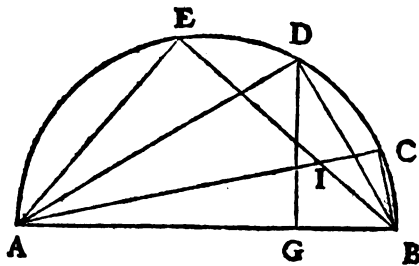
Si fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus adjunctus acuto secundi, æquet acutum tertii, latera tertii recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa, sit similis rectangulo sub hypotenuse primi & secundi.

Perpendicularum, simile rectangulo sub perpendicularo primi, & base secundi, plus rectangulo sub perpendicularo secundi & base primi.

Basis, rectangulo sub basibus primi & secundi, minus rectangulo sub perpendicularis eorumdem.

Repetatur superioris Theorematis diagramma, in quo est AG ad AD, ut CB ad IB, & rectangulum AD in CB, æquale rectangulo AG in IB.



Est autem AB in EB, æquale ipsis AG in IB, AG in IE & GB in BE id est GB in BI, plus GB in IE: & est AB ad DB, ut AI ad IE, & rectangulum AB in IE, æquale rectangulo DB in AI; sed AB in IE, æquale est AG in IE, plus GB in IE: quibus addatur GB in IB, id est DB in IC (est enim GB ad DB, ut IC ad IB), erunt AG in IE, plus GB in IE, plus GB in IB, æqualia AI in DB, plus IC in DB, id est DB in AC. ergo AG in IB, id est AD in CB, plus DB in AC, æqualia erunt AB in EB: & omnibus ipsi AB applicatis,

erit AB quadratum ad AD in CB, plus DB in AC, ut AB ad EB. Quod erat demonstrandum.

Rursus est AB ad AD, ut AI id est AC minus IC ad AE, & rectangulum AB in AE, æquale rectangulo AD in AC, minus rectangulo AD in IC: sed rectangulum AD in IC, est æquale rectangulo CB in DB, (est enim AD ad DB, ut CB ad IC.) ergo rectangulum AB in AE, æquale erit rectangulo AD in AC, minus rectangulo CB in DB, & omnibus ipsi AB applicatis, erit AB quadratum ad AD in AC, minus CB in DB, ut AB ad AE. Quod erat demonstrandum. Eodemque modo licet hypotenuse triangulorum inæquales fuerint, ut prius animadvertum est.

Sit trianguli primi perpendicularum 1. basis 7.

Secundi perpendicularum 1. basis 3.

Trianguli tertio similis perpendicularum erit 1. basis 2.

T H E O-

T H E O R E M A III.

Si fuerint duo triangula rectangula, quorum angulus acutus primi, sit submultiples ad angulum acutum secundi.

Latera secundi, recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusâ fit similis potestati conditionariâ hypotenusâ primi: est autem potestas conditionaria, quæ sequitur gradum proportionis multiplæ, quadratum videlicet in ratione dupla, cubus in tripla, quadrato-quadratum in quadrupla, quadrato-cubus in quinrupla, & eo in infinitum progressu.

Ad similitudinem autem laterum circa rectum hypotenusâ congruentium, efficitur à base & perpendicularo primi ut binomia radice, potestas æque alta, & singularia facta homogenea distribuuntur in duas partes successive, utrobique primum adfirmata, deinde negata, & harum primæ parti similis fit basis secundi, perpendicularum reliquæ.

Sic in ratione dupla; hypotenusâ secundi fit similis quadrato hypotenusâ primi, seu aliter aggregato quadratorum à lateribus circa rectum; basis differentiæ; perpendicularum duplo sub prædictis lateribus rectangulo.

In ratione tripla; hypotenusâ secundi fit similis cubo hypotenusâ primi; basis cubo basis primi, minus solido ter sub quadrato perpendiculari primi; & base ejusdem, perpendicularum simile solido ter sub perpendicularo primi & quadrato basis ejusdem, minus cubo perpendiculari.

In ratione quadrupla; hypotenusâ secundi fit similis quadrato-quadrato hypotenusâ primi; basis quadrato-quadrato basis primi, minus plano-plano sexies sub quadrato perpendiculari primi & quadrato basis ejusdem, plus quadrato-quadrato perpendiculari; perpendicularum simile plano-plano quater sub perpendicularo primi & cubo basis ejusdem, minus plano-plano quater sub cubo perpendiculari primi & base ejusdem.

In ratione quintupla; hypotenusâ secundi fit similis quadrato cubo hypotenusâ primi; basis similis quadrato-cubo basis primi, minus plano-solido decies sub cubo perpendiculari primi & quadrato basis ejusdem, plus plano-solido quinquies sub perpendicularo primi & quadrato-quadrato basis ejusdem; perpendicularum plano-solido quinquies sub quadrato-quadrato perpendiculari primi & base ejusdem, minus plano-solido decies sub quadrato perpendiculari & cubo basis ejusdem, plus quadrato-cubo basis ejusdem.

Sit triangulum rectangulum quodcunque, cujus hypotenusâ Z. perpendicularum B. basis D. Erit igitur ex demonstratis Theoremate secundo, pro triangulo anguli dupli, (quando quidem duplum differt à dimidio per ipsum dimidium.)

Vt $Zq.$ ad $Dq.$ — $Bq.$ ita Z ad basin anguli dupli; & ex iisdem ut $Zq.$ ad D in B bis, ita Z ad perpendicularum dupli.

Et iterum, ut Z cub. ad D cub. minus D in $Bq.$ ter, ita Z ad basin trianguli anguli tripli. & indidem Z cub. ad $Dq.$ in B ter, minus B cubo, ut Z ad perpendicularum ejusdem trianguli anguli tripli.

Et Z qq. ad D qq. minus $Dq.$ in $Bq.$ sexies, plus B qq., ut Z ad basin trianguli anguli quadrupli. & Z qq. ad D cub. in B quater, minus B cubo in D quater, ut Z ad perpendicularum ejusdem trianguli anguli quadrupli.

Item ut Z qc. ad D qc. minus $Dc.$ in $Bq.$ decies, plus D in B qq. quinquies, ita Z ad basin trianguli anguli quintupli. & ut Z qc. ad D qq. in B quinquies, minus $Dq.$ in B c. decies, plus B qc. ita Z ad perpendicularum ejusdem trianguli anguli quintupli.

Atque ita ex ductu hypotensarum, laterumque circa rectos angulos pro rationum simili-

similitudine jam demonstrata, provenient triangulorum angulorum multiplicium lateribus homologa in infinitum, ea qua propositum est methodo, ut ex tabella subjecta, clarius perspicere est.

Trianguli rectanguli

		anguli simpli.		anguli multipli.		
		Hypotenusa.	Latera circa rectum. Basis. Perpendicularum.	Hypotenusa.	Basis.	Perpendicularum.
		Z.	D. B.	Dupli.		
Potestas rationis.	Dupla.	Z q.	D q. D in B 2. B q.	Z q.	D q. — B q.	D in B 2.
	Tripla.	Z cub.	D cub. D q. in B 3. D in B q. 3. B cubo	Z cub.	D cub. — D in B q. 3.	D q in B 3. — B cub.
	Quadrupla.	Z qq.	D qq. D cub. in B 4. D q. in B q. 6. D in B cub. 4. B qq.	Z qq.	D qq. — D q. in B q. 6. + B qq.	D cub. in B 4. — D in B cub. 4.
	Quintupla.	Z qc.	D qc. D qq. in B 5. D c. in B q. 10. D q. in B c. 10. D in B qq. 5. B qc.	Z qc.	D qc. — D c. in B q. 10. + D in B qq. 5.	D qq. in B 5. — D q. in B c. 10. + B qc.
					Quinupli.	

Atque eo in infinitum progressu, dabitur laterum ratio in ratione anguli ad angulum multipla, ut praescriptum est. Quod erat demonstrandum.

Proponatur triangulum rectangulum cuius basis 10. perpendicularum 1. & angulus acutus ejusdem intelligatur simplus.

Ad triangulum anguli dupli, statuetur basis 99. perpendicularum 20.

Ad triangulum anguli tripli, statuetur basis 970. perpendicularum 299.

Ad triangulum anguli quadrupli, statuetur basis 9401. perpendicularum 3960.

Ad triangulum anguli quinupli, statuetur basis 90050. perpendicularum 49001.

Cum autem factorum nequit fieri subtractio, argumentum est angulum multipulum esse obtusum, eoque casu nihilominus excessus factorum assignabitur lateri, & angulus subtensus intelligetur exterior multipli.

IDEM ALITER.

Phrasi Geometrica accommodatum.

Si fuerint triangula rectangula quotcunque, & horum secundi angulus acutus sit duplus ad acutum primi, tertii triplus, quarti quadruplus, quinti quintuplus, & eo continuo naturali progressu, primi autem trianguli perpendicularum statuatur prima proportionalium, basis ejusdem secunda, eaque series continuetur.

In secundo, erit basis ad perpendicularum, ut tertia minus prima ad secundam bis.

In tertio, ut quarta minus secunda ter ad tertiam ter, minus prima.

In

In quarto, ut quinta minus tertia sexies, plus prima, ad quartam quater, minus secunda quater.

In quinto, ut sexta, minus quarta decies, plus secunda quinquies, ad quintam quinquies, minus tertia decies, plus prima.

In sexto, ut septima, minus quinta quindecies, plus tertia quindecies, minus prima, ad sextam sexies, minus quarta vicies, plus secunda sexies.

In septimo, ut octava minus sexta vicies semel, plus quarta tricies quinquies, minus secunda septies, ad septimam septies, minus quinta tricies quinquies, plus tertia vicies semel, minus prima.

Et ita in infinitum; distributis successive in duas partes proportionalibus, secundum earum seriem, utrobique primum adfirmatis deinde negatis, & & sumptis multiplicibus, ut ordo graduum in artificiosa genesi potestatum, quibus eæ addicuntur exigit.

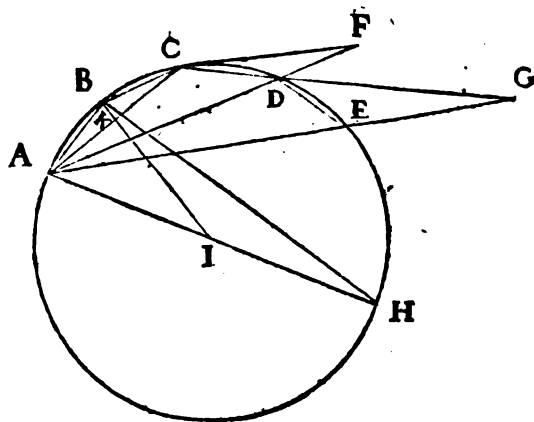
Quæ quidem omnia, superius expositam tabellam inspicienti, clara sunt.

THEOREMA IV.

Si à puncto in peripheria circuli, sumantur segmenta quotcunque æqualia, & ab eodem ad singula sectionum puncta rectæ educantur: erit ut minima ab sibi proximam, ita reliquarum quævis à minima deinceps, ad summam duarum sibi utrinque proximarum.

Sit circuli circumferentiâ quantalibet AE , secta in partes quotcunque æquales, quibus subtendantur rectæ AB, BC, CD, DE , & educantur rectæ AC, AD, AE : ducanturque rectæ CF, DG ipsi CA, DA æquales.

Erit igitur ut AB ad AC , ita AC ad AF , & AD ad AG , ob similitudinem triangulorum isoscelium ABC, ACF, ADG . est autem recta AF æqualis ipsi AD, AB : nam in triangulo æquicrura ACF , est angulus CFA æqualis angulo CAF , id est angulo BAC , angulus vero CDA anguli BAC duplus est, (siquidem duplæ circumferentiæ insistit.) est igitur CDA angulus duplus anguli CFD , atqui æqualis est duobus CFD, FCD . sunt itaque anguli CFD, FCD æquales, lateraque CD, DF æqualia: at latus CD æquale est ipsi AB , ergo & FD ipsi AB æqualis erit; & recta AF æqualis compositæ ex AD, AB . Similiter in triangulo isosceli ADG , sunt anguli DAG, DGA ad basin æquales, est itaque angulus DGA , æqualis angulo CAD , & angulus DEA externus trianguli DGE , æqualis triplo ejusdem anguli CAD vel DGE : siquidem triplæ circumferentiæ insistit, qualium igitur partium est angulus DGE unius, talium est angulus EDG duarum. est itaque triangulum EDG æquiangulum triangulo ACD , & latus DE æquale lateri CD ; erit igitur & latus EG æquale lateri CA , rectaque AG æqualis compositæ ex AC, AE . Ut igitur AB ad AC , ita AC ad compositam ex AB, AD ; & ita AD ad compositam ex AC, AE , atque ita deinceps si plura fuerint segmenta. Quod erat demonstrandum. atque hinc



In circulo duas circumferentias sumere in ratione multipla data, in qua etiam se habeant rectarum quæ ipsis circumferentiis subtenduntur quadrata.

Sit datus circulus qui supra, ABH, cujus diameter sit AH, semidiameter BI, ducaturque recta BH & sint circumferentiæ AB, AC in ratione dupla, AB, AD in ratione tripla, AB, AE in ratione quadrupla &c. erit igitur BI ad BH, ut AB ad AC, propter similitudinem triangulorum BIH, ABC: ergo $\frac{BH \text{ in } AB}{BI}$ æquabitur ipsi AC. ut autem AB ad

$\frac{BH \text{ in } AB}{BI}$, ita $\frac{BH \text{ in } AB}{BI}$ ad $\frac{BH \text{ q. in } AB \text{ q.}}{AB \text{ in } BI \text{ q.}}$ quod multarum ipsa AB, dat $\frac{BH \text{ q. in } AB \text{ q.} - AB \text{ q. in } BI \text{ q.}}{AB \text{ in } BI \text{ q.}}$ id est $\frac{BH \text{ q. in } AB - BI \text{ q. in } AB}{BI \text{ q.}}$ æquale ipsi AD, ex præcedenti propositione. Igitur ut BI q. ad BH q. — BI q. ita AB ad AD: vel quoniam est

ut AH ad AB, ita AB ad BK, quadratum igitur BK, erit $\frac{AB \text{ q. q.}}{AH \text{ q.}}$ & $\frac{AB \text{ q. in } AH \text{ q.} - AB \text{ q. q.}}{AH \text{ q.}}$ æquabitur AK quadrato: & $\frac{AB \text{ q. in } AH \text{ q.} \cdot 4 - AB \text{ q. q.} \cdot 4}{AH \text{ q.}}$ æquabitur AC quadrato:

hoc autem ex præcedenti Theoremate æquale est ipsis AB q. + AB in AD. Ablato igitur communi AB quadrato, $\frac{AB \text{ q. in } AH \text{ q.} \cdot 3 - AB \text{ q. q.} \cdot 4}{AH \text{ q.}}$ æquabitur AB in AD: & hisce

ipsi AB applicatis. $\frac{AB \text{ q. in } AH \text{ q.} \cdot 3 - AB \text{ q. q.} \cdot 4}{AB \text{ in } AH \text{ q.}}$ æquabitur AD, id est $\frac{AB \text{ in } AH \text{ q.} \cdot 3 - AB \text{ cub.} \cdot 4}{AH \text{ q.}}$ erit igitur ut AH q. ad AH q. 3, — AB q. 4, ita AB ad

AD. Iterum ut AH ad BH, ita AB ad AK: & fit $\frac{BH \text{ in } AB}{AH}$ æquale ipsi AK, ergo

$\frac{BH \text{ in } AB}{AI}$ æquabitur ipsi AC. ut autem AB ad $\frac{BH \text{ in } AB}{AI}$, ita hoc ad $\frac{BH \text{ q. in } AB \text{ q.}}{AB \text{ in } AI \text{ q.}}$, id est $\frac{BH \text{ q. in } AB}{AI \text{ q.}}$: hoc autem minus AB æquatur ipsi $\frac{BH \text{ q. in } AB - AI \text{ q. in } AB}{AI \text{ q.}}$,

id est ex prædemonstratis ipsi AD. est quoque ut AB ad $\frac{BH \text{ in } AB}{AI}$, ita $\frac{BH \text{ q. in } AB - AI \text{ q. in } AB}{AI \text{ q.}}$ ad $\frac{HB \text{ cub. in } AB \text{ q.} - BH \text{ in } AI \text{ q. in } AB \text{ q.}}{AB \text{ in } AI \text{ cub.}}$ id est

$\frac{BH \text{ cub.} - BH \text{ in } AI \text{ q.}}{AI \text{ cub.}}$ in AB, quod multarum ipsa AC, vel $\frac{BH \text{ in } AB}{AI}$ id est $\frac{BH \text{ cub. in } AB \text{ in } AI - BH \text{ in } AI \text{ cub. in } AB \cdot 2}{AI \text{ q.}}$ vel $\frac{BH \text{ cub. in } AB - BH \text{ in } AI \text{ q. in } AB \cdot 2}{AI \text{ cub.}}$

æquatur ipsi AE. ut igitur AI cub. ad BH cub. — BH in AI. q. 2, ita AB ad AE. eademque methodo sumuntur & aliz, pro ratione multipla data. Quod erat faciendum. Atque huc pertinet Analyticum illud artificium generale quadrandi lunulas, quod attigit Vieta Libro variorum 8^{mo}, cap. 9^{mo}.

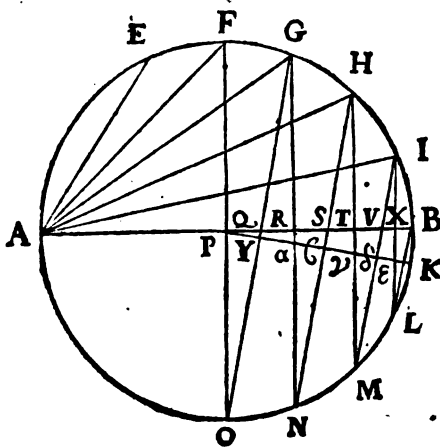
THEOREMA V.

Si à termino diametri sumantur in circulo circumferentiæ quotcunque æquales, & ab altera extremitate educantur rectæ lineæ ad sumptarum circumferentiarum æqualium terminos, erit ut semidiameter ad rectam à jam dicta

dicta extremitate eductam diametro proximam, ita quælibet intermedia, ad summam duarum, in eadem semiperipheria sibi utrinque proximarum. at sic circumferentiæ sumptæ æquales, semiperipheriam superent, ita minima educta, ad differentiam duarum sibi utrinque proximarum.

Sit circulus cujus diameter AB, centrum P, ejusque peripheria à puncto B, secetur in partes quotcunque BI, IH, HG, GF, FE, &c. æquales, quibus æquales quoque sint BL, LM, MN, NO, sintque ab altero diametri extremo A eductæ rectæ ad æqualium sectionum terminos AI, AH, AG, AF, AE, &c. & eductis rectis connectantur puncta BL, IL, IM, HM, HN, GN, GO, &c. quæ prioribus ab A puncto eductis erunt sigillatim æquales, totidem quippe ac æqualibus segmentis subtensæ, secentque semidiametrum PB in punctis P, Q, R, S, T, V, X: tum minimam BL secet recta PK ex centro ad angulos rectos, secans & reliquas ipsi BL parallelas in punctis Y, G, δ & ad angulos rectos, tum & ipsas GN, HM, IL in punctis α, γ, ε.

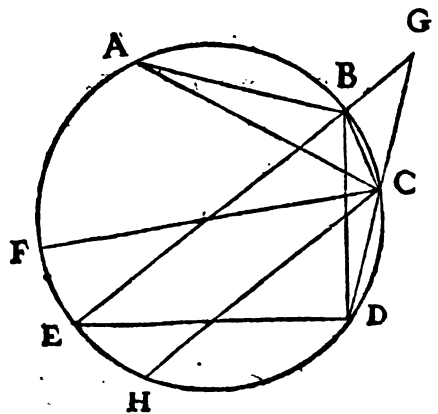
Et quoniam rectæ IL, HM, GN, FO connectunt puncta à termino diametri B æqualiter utrinque remota, erunt hæc ad diametrum perpendiculares, ac ut AB ad AI, ita QO ad OP, & GQ ad GR, ergo ita tota GO ad compositam ex OP, GR: sic HN ad compositam ex RN, HT, atque ita & reliquæ intermedie ad compositas ex semissibus duarum sibi utrinque proximarum: similiter, ut AB ad AI, ita Gα ad GY, & αN ad Nε, ergo ut AB ad BI, ita tota GN ad compositam ex semissibus GY, Nε, sibi utrinque proximarum: atque ita HM ad compositam ex semissibus utrinque proximarum Hε, Mδ, atque ita de reliquis.



Vt autem intermedia quælibet ad duatum sibi utrinque proximarum semisses, ita dupla intermedie ad compositam ex iisdem: ergo ut diameter ad diametro proximam, ita dupla intermedie ad compositam ex duabus sibi utrinque proximis, & ut semidiameter ad diametro proximam, ita intermedia simplex ad compositam ex duabus sibi utrinque proximis. Quod erat demonstrandum.

Sit secundo circuli peripheria cujus diameter FC, secta in partes æquales FA, AB, BD, DH, quæ semiperipheriam superent, sitque minima alterutri semicirculo inscripta BC vel CD: dico ut semidiameter ad subtensam maximam, ita BC ad differentiam ipsarum AC, CD; seu CD ad differentiam ipsarum BC, CH.

Subtendatur enim AC, & fiant BG, BC æquales, (producta nimirum DC in G,) & protendatur GB in E, ducaturque ED: erit igitur angulus BCG id est BGC, æqualis angulo BED id est BCA. (sunt enim sumptæ circumferentiæ BD, BA æquales.) Anguli quoque BAC, BDC æquales sunt, & latera BG, BC æqualia ex constructione. Ergo & AC, DG æquales quoque erunt: est autem ut semidiameter ad subtensam maximam, ita BC ad CG differentiam ipsarum AC, CD. Est enim angulus BCG æqualis angulo BED, quem fa-



cit quoque diameter cum subtensarum maxima. Eodem modo ostendetur esse quoque DC ad differentiam HC, CB, ut semidiameter ad eductarum maximam.

THEOREMA VI.

Si à termino diametri sumantur in circulo circumferentiæ quotcunque æquales, & ab altera extremitate educantur lineæ rectæ ad sumptarum circumferentiarum æqualium terminos, eductæ fiunt bases triangulorum, quorum communis hypotenufa est diameter, ac basis quidem diametro proximior intelligitur basis anguli simpli, succedens dupli, & eo continuo ordine: constituatur autem series rectorum linearum continue proportionalium, quarum prima sit æqualis semidiametro, secunda, basi anguli simpli, is reliquarum basium ordine succedentium erit progressus.

Tertia continue proportionalium, minus prima bis, erit æqualis basi anguli dupli.

Quarta, minus secunda ter, basi anguli tripli.

Quinta minus tertia quater, plus prima bis, basi anguli quadrupli.

Sexta, minus quarta quinquies, plus secunda quinquies, basi anguli quintupli.

Septima, minus quinta sexies, plus tertia novies, minus prima bis, basi anguli sextupli.

Octava, minus sexta septies, plus quarta quater decies, minus secunda septies, basi anguli septupli.

Nona, minus septima octies, plus quinta vicies, minus tertia sedecies, plus prima bis, basi anguli octupli.

Decima minus octava novies, plus sexta vicies & septies, minus quattuordecies, plus secunda novies, basi anguli noncupli.

Et ita in infinitum, ut per loca proportionalium imparia nova affectio succedat, affirmatæ negata, negatæ adfirmata: & proportionales illæ sint semper alternæ, & multiplices quidem in prima adfectione per unitatis incrementum, in secunda per numeros triangulos, in tertia per numeros pyramidales, in quarta per numeros triangulo-triangulos, in quinta per numeros triangulo-pyramidales; non quidem ab unitate, ut in potestatum generesi, sed à binario suum ducentes incrementum.

Sit femicirculi cujusvis periphæria secta in partes quotcunque æquales, cujus quidem semidiameter esto Z, & ab extremo diametri educantur rectæ ad quælibet sectionum puncta, quarum rectorum prima sit B. Erit itaque ex præcedenti Theoremate, ut Z ad B, ita B ad compositam ex diametro & ex ea quæ ipsam B proxime subsequitur: est autem ea $\frac{Bq}{Z}$ quæ multata diametro vel semidiametro bis, relinquit $\frac{Bq - Zq.2}{Z}$ æqualem tertie,

deinde ut Z ad B, ita $\frac{Bq - Zq.2}{Z}$ ad compositam ex secunda & quarta, à qua ablata se-

cunda B, relinquetur $\frac{Bc - Zq. \text{ in } B_3}{Zq.}$ æqualis quartæ. atque ita si quod sit sub secun-

da & ultima, ipsius Z epanaphoræ seu gradui qui elatiori potestati proxime succedit applicetur, multeturque proxime antecedente, provenient reliquæ proportionales eo quod dictum est modo affectæ, in infinitum. Sic

$$\frac{Bqq. - Zq. \text{ in } Bq. 4. \text{ sic } + Zqq. 2.}{Z \text{ cub.}} \text{ erit æquale quintæ.}$$

Bqc.

$\frac{Bqc. - Zq. \text{ in } Bc5. + Zqq. \text{ in } B5.}{Zqq.}$ æquale erit sextæ.

$\frac{Bqqq. - Zq. \text{ in } Bqq. 6. + Zqq. \text{ in } Bq. 9. - Zqqq. 1.}{Zqc.}$ septimæ.

$\frac{Bqqc. - Zq. \text{ in } Bqc. 7. + Zqq. \text{ in } Bc. 14. - Zqqq. \text{ in } B7.}{Zcc.}$ octavæ.

$\frac{Bqcc. - Zq. \text{ in } Bcc. 8. + Zqq. \text{ in } Bqq. 20. - Zcc. \text{ in } Bq. 16. + Zqcc. 2.}{Zqqc.}$ nonæ.

$\frac{Bccc. - Zq. \text{ in } Bqqc. 9. + Zqq. \text{ in } Bqc. 27. - Zqqq. \text{ in } Bc. 36. + Zqqq. \text{ in } B9.}{Zqcc.}$ decimæ.

Atque ita deinceps. Quod erat demonstrandum.

In notis, sit semidiameter 1. basis prima 1 N. Erit

1 Q	- 2	Basis an- guli.	{ Dupli. Tripli. Quadrupli. Quintupli. Sextupli. Septupli. Octupli. Nonsupli.
1 C	- 3 N		
1 QQ	- 4 Q + 2		
1 QC	- 5 C + 5 N		
1 CC	- 6 QQ + 9 Q - 2		
1 QQC	- 7 QC + 47 C - 7 N		
1 QCC	- 8 CC + 20 QQ - 16 Q + 2		
1 CCC	- 9 QQC + 27 QC - 30 C + 9 N		

Et sic continuo radicem binarium cum sibi proximo jungendo, & compositum cum numero illis proxime deinceps componendo, creabuntur reliqui efficientium multiplicium numeri in infinitum, juxta seriem subiecta tabella.

NUMERI MULTIPLICIUM AFFECTIIONIS.

2									
3	2								
4	5	2							
5	9	5	2						
6	14	14	7	2					
7	20	27	16	9	2				
8	27	30	25	9	11				
9	35	50	55	36	2				
10	44	77	55	11	13				
11	54	112	105	36	2				
12	65	156	182	91	15				
13	77	210	294	196	49				
14	90	275	450	318	146				
15	104	552	660	672	336	64			
16	119	442	935	1122	714	204			
17	135	546	1287	1782	1386	540			
18	152	665	1729	2717	2508	1254			
19	170	800	2275	4604	4290	2640			
20	189	952	2940	5733	7007	5148			
21									

THEOREMA VII.

Si à puncto in circuli circumferentia sumantur partes quotcunque æquales, & ab eodem educantur rectæ lineæ ad sumptarum circumferentiarum æqualium terminos: constituatür autem series linearum rectarum continuè proportionalium, quarum prima sit æqualis minimæ eductæ, secunda à minima secundæ, is reliquarum eductarum ordine succedentium erit progressus.

Tertia continuè proportionalium, minus prima, erit æqualis tertiæ.

Quarta minus secunda bis, quartæ.

Quinta minus tertia ter, plus prima, quintæ.

Sexta minus quarta quater, plus secunda ter, sextæ.

Septimæ minus quinta quinquies, plus tertia sexies, minus prima, septimæ.

Octava minus sexta sexies, plus quarta decies, minus secunda quater, octavæ.

Nona minus septima septies, plus quinta quindecies, minus tertia decies, plus prima, nonæ.

Decima minus octava octies, plus sexta vicies & semel, minus quarta vicies, plus secunda quinquies, decimæ.

Et ita in infinitum ut per loca proportionalium impartia nova adfectio succedat, affirmatæ negata, negatæ adfirmata: & proportionales illæ sunt semper alternæ, & multiplices quidem in prima adfectione per unitatis crementum, in secunda per numeros triangulos, in tertia per numeros pyramidales, in quarta per numeros triangulo-triangulos, in quinta per numeros triangulo-pyramidales; ab unitate, ut in potestatum genesi, suum ducentes incrementum.

Sit periphæria circuli secta in partes quotvis æquales ab assumpto puncto aliquo, à quo ad æqualium circumferentiarum terminos educantur rectæ, quarum minima sit Z, ab hac verò secunda B. Est igitur ex Theoremate quarto ut prima ad secundam, ita secunda ad compositam ex prima & tertia: erit itaq; tertia æqualis $\frac{Bq. - Zq.}{Z}$. Eademq; metho-

do qua in præcedenti usi sumus, reperientur $\frac{Bc. - Zq. \text{ in } B 2.}{Zq.}$ quarta.

$\frac{Bqq. - Zq. \text{ in } Bq. 3. + Zqq.}{Zc.}$ quinta.

$\frac{Bqc. - Zq. \text{ in } Bc. 4. + Zqq. \text{ in } B 3.}{Zqq.}$ sextæ.

$\frac{Bcc. - Zq. \text{ in } Bqq. 5. + Zqq. \text{ in } Bq. 6. - Zcc.}{Zqc.}$ septimæ.

$\frac{Bqqc. - Zq. \text{ in } Bqc. 6. + Zqq. \text{ in } Bc. 10. - Zcc. \text{ in } B 4.}{Zcc.}$ octava.

$\frac{Bqcc. - Zq. \text{ in } Bcc. 7. + Zqq. \text{ in } Bqq. 15. - Zcc. \text{ in } Bq. 10. + Zqcc.}{Zqqc.}$ nona.

$\frac{Bccc. - Zq. \text{ in } Bqqc. 8. + Zqq. \text{ in } Bqc. 21. - Zcc. \text{ in } Bc. 20. + Zqcc. \text{ in } B. 5.}{Zqcc.}$ decima.

Eademque ratione & reliquæ proportionales in infinitum, eo quo propositum est modo affectæ, eductis in circulo rectis æquales producentur. Quod erat demonstrandum.

In

Eri notis sit minimaeducta 1. secunda IN. Eris

1	Q	-	1					} <i>Aqua-</i> <i>le</i>	Tertia.	
1	C	-	2	N					Quarta.	
1	QQ	-	3	Q	+	1			Quinta.	
1	QC	-	4	C	+	3	N		Sexta.	
1	CC	-	5	QQ	+	6	Q		-	Septima.
1	QQC	-	6	QC	+	10	C		-	Octava.
1	QCC	-	7	CC	+	15	QQ		-	Nona.
1	QCC	-	7	CC	+	15	QQ		-	Decima.
1	CCC	-	8	QQC	+	21	QC		-	

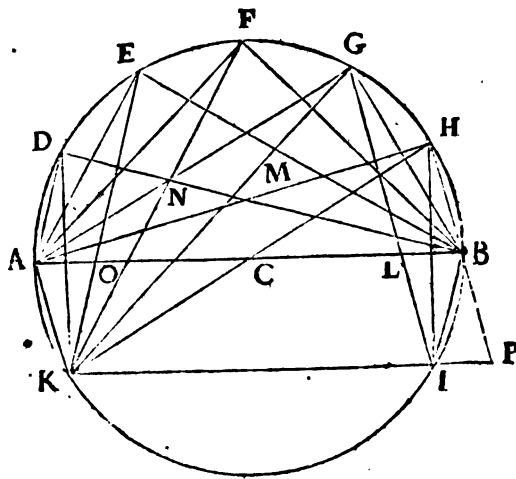
Atque ita unitatem radicem cum sibi proximo jungendo, compositumque cum proxime deinceps sequenti componendo, creabuntur reliqui adficientium multiplicium numeri in infinitum: quos si lubet in tabella ob oculos ponere, id quidem factu facile fuerit, quemadmodum à nobis præstitum est præcedenti propositione.

THEOREMA VII,

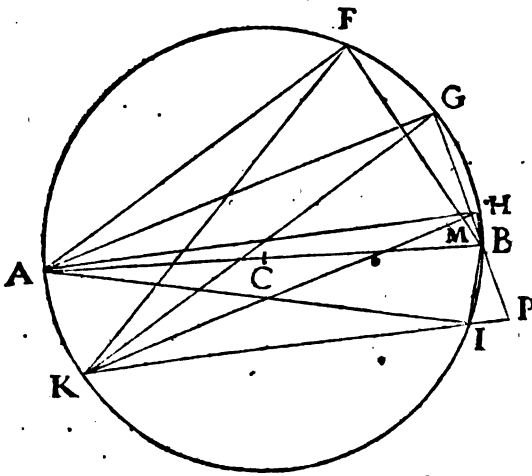
Si à termino diametri sumantur in peripheria circuli partes quotcunque æquales, & ab eisdem diametri extremis educantur rectæ ad singula sectionum puncta: erit ut semidiameter ad subtensam partium æqualium uni, ita reliquarum quælibet ab alterutro diametri terminoeducta, præter diametrum, aut diametro proximam quum in ipsas sectiones incidunt ad differentiam duarum à reliquo eisdem terminoeductarum ad sectiones sibi utrinque proximas: at ita diameter ipsa quum in sectionem æqualem incidit, vel quum non incidit, ei proxima in sectionem incidens ad summam duarum ab altero diametri termino, ad proximas utrinque sectiones educatarum.

Circa diametrum AB, centro C, describatur circulus cujus peripheria secetur in partes quotcunque æquales AD, DE, EF, FG, GH, HB, BI, educanturque rectæ à punctis B, A ad singulas sectiones, sumatur autem & AK ipsi AD quoque æqualis, & ducantur rectæ HI, GI, GK, FK, EK, DK, AK, sitque semidiameter CH, & secet recta GI diametrum in L puncto.

Quoniam igitur recta HI angulum BIL bifariam dividens, basi perpendicularis est, erit triangulum BIL isosceles, & simile triangulo HCB: est autem triangulum BLI simile triangulo GAL, est itaque GAL triangulum isosceles, & latera GA, AL æqualia. Ut autem CH ad HB, ita HB vel BI ad BL differentiam laterum AG, AB. Similiter quoniam anguli GBE, EKG æquales sunt angulo HCB, (illi siquidem duplæ peripheriæ in circumferentia, hic simplæ in centro insistit.) angulique KEB, BGK æquales angulo CBH, æqualibus insistentes circumferentiis. secent se rectæ GK, EB in M, erunt triangula EKM, GBM similia triangulo HCB, & ut HC ad HB, ita GB ad GM differentiam ipsarum GK id est HA (æqualibus namque subtenduntur circumferentiis) & EK id est AF (quæ æquales quoque subtendunt circumferentias.) Eodemque modo, secent se rectæ EK, DB in puncto N, erunt triangula FBN; DKN, æquicrura & similia triangulo HCB, & ut HC ad HB, ita FB ad FN differentiam subtensarum FK, DK, id est ut supra GA, EA. Similiter secent se rectæ EK, AB in puncto O, eritque HC ad HB, ita EB ad EO differentiam rectarum EK, AK id est FA, DA. Eodemque modo, demonstrabitur esse ut HC ad HB, ita GA ad



ad differentiam FB, HB; & FA ad differentiam GB, EB; & EA ad differentiam FB, DB. Et si protrahantur HCK, KIP, HBP, erunt triangula HCB, HKP similia: sunt enim anguli HCB, HKP, ille in centro, hic in circumferentia, æquales, & angulus CHB communis utrique, ergo & reliquus reliquo æqualis erit. est igitur ut CH ad HB, ita HK ad HP, est autem HP dupla ipsius HB, angulus enim IBP æqualis est angulo HKI, & angulus BPI angulo BHC, isosceles igitur est triangulum BIP, & crura BP, BI, id est BP, BH æqualia. Non transeat jam diameter per sectiones æquales, sed inter sectiones circumferentiam secet in B puncto: ductis ut supra rectis GK, KP, GBP.



Quoniam circumferentiæ GAK, AGH sunt æquales, (æqualibus positis segmentis AK, GH) erunt & subtensæ AH, KG æquales: estque ut prius, angulus ABG æquali ei quem facit subtensæ cuius peripheriæ æquali cum diametro, & GKP æqualis angulo in centro. Isosceles igitur erit triangulum GKP, simile ei quod fit à duabus semidiametris, & recta uni æqualium segmentorum subtensæ: ut igitur semidiameter ad subtensam dictam, ita KG id est AH ad GP. Est autem BP æqualis ipsi BI, nam in quadrilatero inscripto KGBI, erunt anguli exteriores PBI, BIP æquales interioribus GKI, KGB: est igitur triangulum BIP isosceles, simile triangulo GKP, lateraque BI, BP

æqualia. At ut semidiameter ad subtensam parti æquali, ita & hic quoque BH ad differentiam AG, AI: est enim angulus BHK, æqualis ei qui fit à diametro & subtensæ cuius segmento æquali, & angulus HBF, æqualis angulo in centro sectionum æqualium uni insistenti. unde triangulum BMH isosceles erit, eique simile triangulum FKM, itaque ut radius ad subtensam cuius segmentorum æqualium, ita BH ad HM differentiam rectorum HK, KF; est autem HK æqualis ipsi AI, (sunt enim segmenta AK, HI æqualia) quibus addito communi KI, fiunt KIH, AKI æqualia, & KF æqualis ipsi AG, nam segmenta AK, FG, ponuntur æqualia, quibus addito communi AF, fiunt KAF, AFG æqualia. Eodemque modo ita AG vel KF ad FM differentiam rectorum BF, BM vel BH. Quod erat demonstrandum.

T H E O R E M A IX.

Si fuerint triangula rectangula æqualis hypotenusæ, quorum primi angulus acutus sit in submultiplica ratione ad angulos acutos succedentium ordine triangulorum, ad acutum videlicet secundi subduplus, tertii subtripplus, quarti subquadruplus, & eo continuo ordine: construatnr autem series rectorum continue proportionalium, quarum prima sit æqualis semihypotenusæ, secunda perpendicularo anguli primi, inter succedentes continue proportionales & succedentium triangulorum bases ac perpendiculara, hæc erit æqualitas.

Prima bis, minus tertia continue proportionalium, erit æqualis basi trianguli secundi.

Secunda ter, minus quarta, perpendicularo trianguli tertii.

Prima bis, minus tertia quater, plus quinta, basi trianguli quarti.

Secunda quinquies, minus quarta quinquies, plus sexta, perpendicularo trianguli quinti.

Prima

Prima bis, minus tertia novies, plus quinta sexies, minus septima, basi trianguli sexti.

Secunda septies, minus quarta quater decies, plus sexta septies, minus octava, perpendicularo trianguli septimi.

Prima bis, minus tertia sedecies, plus quinta vicies, minus septima octies, plus nona, basi trianguli octavi.

Secunda novies, minus quinta tricies, plus sexta vicies septies, minus octava novies, plus decima, perpendicularo trianguli noni.

Et ita in infinitum, inverso eo qui in sexto Theoremate expositus est, ordine.

Sit semicirculus qualis supra, cujus peripheria secta sit in partes quotcunque æquales, & à terminis diametri educantur triangulorum reſtangularum latera: sitque semidiame-
ter X, trianguli vero submultipli perpendicularum sit B: & fiat ut X ad B, ita B ad $\frac{Bq}{X}$, quo

à diametro sive ab X bis ablato, erit $\frac{Xq. 2. - Bq.}{X}$ Basis trianguli secundi, ex præce-
denti Theoremate. sic, fiat X ad B, ita $\frac{Xq. 2. - Bq.}{X}$ ad $\frac{Xq. in B 2. - B cub.}{Xq.}$ hoc ad-
datur ipsi B, (quandoquidem basibus decrescentibus perpendiculara augmentur.) fiet $\frac{Xq. in Bq. - Bc.}{Xq.}$ æquale Perpendicularo trianguli tertii. eademque methodo erit

$$\frac{Xqq. 2. - Bq. in Xq. 4. + Bqq}{Xc.} \text{ Basis trianguli quarti.}$$

$$\frac{Xqq. in B 5. - Bc. in Xq. 3. + Bqc.}{Xqq.} \text{ Perpendicularum trianguli quinti:}$$

$$\frac{Xqqq. 2. - Xqq. in Bq. 9. + Xq. in Bqq. 6. - Bcc.}{Xqc.} \text{ Basis trianguli sexti.}$$

$$\frac{Xqqq. in B 7. - Xqq. in Bc. 14. + Xq. in Bqc. 7. - Bqqc.}{Xqqq.} \text{ Perpendicularum trian-}$$

guli septimi.

$$\frac{Xqqqq. 2. - Xqqq. in Bq. 16. + Xqq. in Bqq. 20. - Xq. in Bcc. 8. + Bqqqq.}{Xqqc.} \text{ Basis trianguli octavi.}$$

Basis trianguli octavi.

$$\frac{Xqqqq. in B 9. - Xqqq. in Bc. 30. - Xqq. in Bqc. 27. - Xq. in Bqqc. 9. + Bccc.}{Xqcc.} \text{ Perpendicularum trianguli noni.}$$

Perpendicularum trianguli noni.

Et eo in infinitum progressu, adscita si placet tabella Theorematis sexti.

In notis sit prima continue proportionalium 1. eademque communis triangulorum reſtangularum semihypotenusa.

Secunda vero continue proportionalium 1 N. eademque intelligitur perpendicularum trianguli ad angulum pertinens submultiplicum.

2	-	1 Q	{ <table border="0"> <tr><td>Basi</td></tr> <tr><td>Perp.</td></tr> <tr><td>Basi</td></tr> <tr><td>Perp.</td></tr> <tr><td>Basi</td></tr> <tr><td>Perp.</td></tr> <tr><td>Basi</td></tr> <tr><td>Perp.</td></tr> <tr><td>Basi</td></tr> <tr><td>Perp.</td></tr> </table> } <table border="0" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>Angu-</td></tr> <tr><td>li</td></tr> </table>	Basi	Perp.	Basi	Perp.	Basi	Perp.	Basi	Perp.	Basi	Perp.	Angu-	li
Basi															
Perp.															
Basi															
Perp.															
Basi															
Perp.															
Basi															
Perp.															
Basi															
Perp.															
Angu-															
li															
3 N	-	1 C													
2 - 4 Q	+	1 QQ													
5 N - 5 C	+	1 QC													
2 - 9 Q + 6 QQ	-	1 CC													
7 N - 14 C + 7 QC	-	1 QQC													
2 - 16 Q + 20 QQ - 8 CC	+	1 QCC													
9 N - 30 C + 27 QC - 9 QQC	+	1 CCC													

Aqua-
bisur

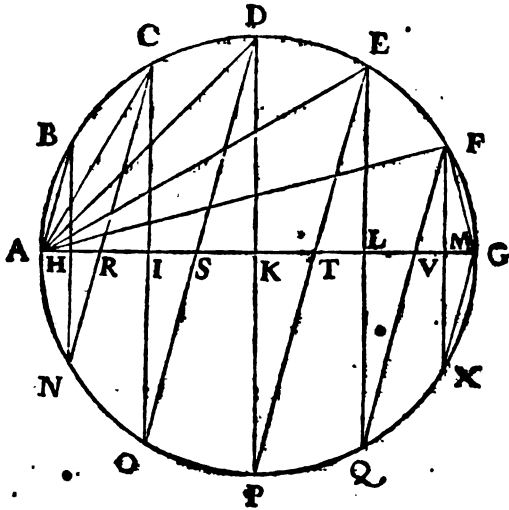
Atque

Atque ita doinceps, inverso ordine Theorematis sexti, prout illic determinatum est, nisi quod binis alternatim locis affectionum qualitates mutantur.

THEOREMA X.

Si secetur semicircumferentia circuli in partes quotcumque æquales, & à termino diametri educantur rectæ ad quælibet sectionum puncta, est ut minima educta ad diametrum, ita composita ex diametro & minima, & ea insuper cujus quadratum adjunctum minimæ quadrato efficit quadratum diametri ad compositam ex omnibus eductis duplam.

Sic semicirculus in punctis A, B, C, D, E, F, G sectus in partes quotcumque æquales, & ab A diametri termino, rectæ ad sectiones educantur AB, AC, AD, AE, AF, AG, dividatur quoque & semicirculus reliquus in toridem segmenta prioribus æqualia AN, NO, OP, PQ, QX, XG, tum puncta æqualiter à diametri terminis remota connectantur rectis, quæ diametrum secabunt ad angulos rectos, sintque ex BHN, CIO, DKP, ELQ, FMX. harumque extrema alterna, connectantur transversis CRN, DSO, ETP, FVQ, GX.



Erigitur BN æqualis ipsi CA, & CN ipsi AD, & CO ipsi AE, & DO ipsi AF. eodemque modo, & rectæ EP, EQ, FQ, FX iisdem sigillatim sumptis æquales ostendentur. & est GX ipsi BA æqualis, erunt itaque rectæ AB, BN, CN, CO, DO, DP, EP, EQ, FQ, FX, GX, æquales duplæ ipsarum AB, AC, AD, AE, AF & præterea ipsi diametro DP vel AG. addatur utrisque AG diameter, erunt omnes dictæ cum diametro AG, duplæ omnium AB, AC, AD, AE, AF, AG. est autem ut AH ad HB, id est AB vel GF ad FA, ita HR ad HN, & RI ad IC, & IS ad IO, & SK ad KD, & KT ad KP, & TL ad LE, & VL ad LQ, & VM

ad MF, & GM ad MX: ut igitur AB ad AF, ita AG ad omnes simul perpendiculares in diametrum AG, & permutando AB ad AG, ut AF ad omnes simul perpendiculares. iterum, est AH ad AB, id est FG vel AB ad AG, ut HR ad RN, & RI ad RC, & IS ad SO, & SK ad SD, & KT ad TP, & TL ad TE, & LV ad VQ, & VM ad VF, & MG ad GX, ergo ut AB ad AG, ita omnes AH, RI, &c. id est AG ad omnes transversas simul: erat autem ut AB ad AG, ita AF ad omnes perpendiculares, erit igitur ut AB ad AG ita composita ex AF, AG ad omnes transversas & perpendiculares, & componendo ut AB ad AG ita composita ex tribus AF, AG, AB ad compositam ex omnibus perpendiculis, omnibus transversis, & recta AG, id est (ut demonstratum est) ad duplam omnium AB, AC, AD, AE, AF, AG. Quod erat demonstrandum.

Ergo à nemine prius agnita Mytheria, tam in Arithmetiis quam Geometricis, pandis Analytice sectionum Angularium.

PROBLEMA I.

Data numero ratione angulorum, dare rationem laterum.

Hoc abunde docuit Theorema 3.

PROBLEMA II.

Facere ut numerus ad numerum, ita angulum ad angulum.

In

In ratione minoris majorive inæqualitatis ex Theorematis 3, 6, & 9 satisfieri potest: at in majoris inæqualitatis ratione ex Theorematis 5 & 8 hujusmodi deducitur

Confectarium.

Quoniam eadem recta circulo inscripta non diameter, duabus circumferentiis subtenditur, quarum una minor est semicircumferentia circuli, altera major, æqualitas inter subtensam minori majorive & subtensam segmento minoris, pertinebit ad subtensam quoque simili segmento majoris, & ad subtensas denique reliquis circumferentiis quæ æque-multiplices, majorem minorem-ve in circulationibus componunt.

Neque enim obstat illud quod Theoremate 8^o animadvertum est, quum segmentum semicirculo majus in partes æquales distribuitur, sive diameter in sectiones incidat, sive fecus, non enim mutatur ad sectionum ad perpendiculares pertinentium qualitas, aut numerorum ab ordine præscripto series: in secunda siquidem illius Theorematis figura licet ex subtensa AH concludatur summa subtensarum GB, BI, post tamen ex differentia dictæ summæ & subtensæ GB prius conclusæ, id est ex subtensa BI, concluditur tandem differentia subtensarum ab A puncto eductarum, quæ in sectiones ipsi I puncto utrinque proximas, incidunt: quæ igitur illic mutata sunt, hac operatione deinceps restituentur.

At in basium progressionem, quum segmenta æqualia semiperipheriam excedunt, (ut ostensum est Theoremate quinto.) invertitur ordo homogeneorum sub gradu, & fit progressio interdum qualis Theoremate nono est exposita, si quæ ex duplici analogismo subtensæ utriusque minimæ in utraque semiperipheria, ad differentias sibi utrinque proximarum, mutata est inde eorundem homogeneorum sub gradu qualitas, analogismis intermedie ad aggregatum sibi utrinque proximarum restituatur: quod quidem ex præscripto quinti Theorematis progressum facienti, satis constabit: atque hinc patescit confectarii veritas.

Ad sectiones itaque datorum angulorum deducuntur ex Theorematis sexto & nono Problematis, ad usum quoties opus expostulat parata, quæque in infinitum pro ratione data extendi possunt. exemplum proponatur.

PROBLEMATI O I.

Datum angulum in tres partes æquales secare:

Posito X radio, seu semidiametro circuli, B subtensa anguli subsecandi, E subtensa segmenti.

X quadratum in E ter, minus E cubo, æquetur X quadrato in B. & fiet E duplex:

1. Subtensa circumferentiæ subtriplex.
2. Subtensa circumferentiæ reliquæ ad integrum circulum subtriplex.

Siquidem ut supra ostensum est, æqualitas inter subtensam minori majorive segmento & subtensam segmento minoris, pertinet quoque ad subtensam simili segmento majoris.

PROBLEMATI O II.

Datum angulum in quinque partes æquales dividere:

Iisdem quæ prius suppositis.

X quadrato-quadratum in E 5 — X quadrato in E cub. 5 + E quadrato-cubo, æquetur X quadrato-quadrato in B.

Et fiet E triplex:

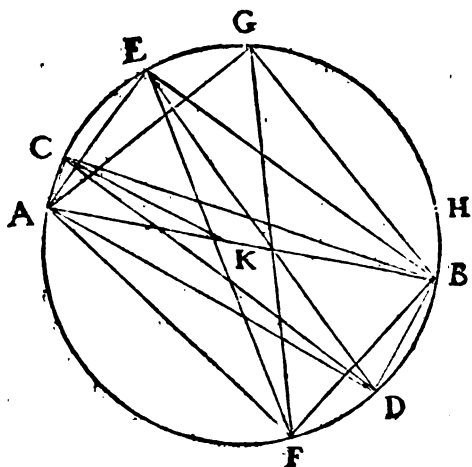
1. Subtensa circumferentiæ subquintuplex.
2. Subtensa circumferentiæ reliquæ ad integrum circulum subquintuplex.
3. Subtensa circumferentiæ compositæ ex circumferentia subquintuplex, & dupla subquintuplex totius circuli.

Q o 2

Quod

Quod postremum, rudioribus & in Analyticis minus fortassis exercitatis exemplo, sic ostendisse fuerit operæ pretium.

Sit circulus cujus diameter AB, sectus in segmenta inæqualia, quorum majus BAG, minus BHG; & sit minoris segmenti subquintuplum BH, cui addatur segmentum HGC, æquale duplæ quintæ parti quatuor rectorum, neque enim compositum excedet semicirculum.



Segmenti itaq; BGC quintuplum, æquale erit bis circumferentiæ subtendenti quatuor angulos rectos siue circulationi circa K punctum, & præterea ipsi circumferentiæ BG; & quinquies sumptum segmentum BC, illud compositum metietur: repetatur quinquies, sintque segmenta BGC, CAD, DBE, EAF, FBG. erit itaque segmentum BD, quod relinquitur ex integro circulo si inde auferatur BGC bis, duplum ipsius CA reliqui ex semicirculo, ablato inde segmento BGC. ergo & EC æquale ipsi BD (quum rectæ BC, CD ipsis CD, DE sint æquales,) duplum quoque erit ipsius CA, ac proinde & EA triplum ipsius CA.

Eademque ratione, quoniam rectæ CB, CD ipsis quoque ED, EF sunt æquales, erunt segmenta BD, DF æqualia, & segmentum BF quadruplum ipsius CA: similiter sunt & segmenta GE, EC æqualia, ac proinde & GA quintuplum segmenti CA erit igitur triangulum rectangulum ACB anguli simpli, BAD dupli, BAE tripli, BAF quadrupli, BGA quintupli.

Posita igitur semidiametro prima continue proportionalium, & ipsa CB secunda, eaque serie continuata: erit ex sexto Theoremate recta GB æqualis sextæ, minus quarta quinquies, plus secunda quinquies.

In notis, sit CKI, CBI N. erit $QC = 5C + 5N$, æquale ipsi GB.

PROBLEMATI O III.

Datum angulum in septem partes æquales dispescere.

Suppositis quæ supra.

X cubo-cubus in E $7 - X$ quadrato-quadrato in E cub. $14 + X$ quadrato in E quadrato-cubum $7 - E$ quadrato-quadrato-cubo, æquetur X cubo-cubo in B.

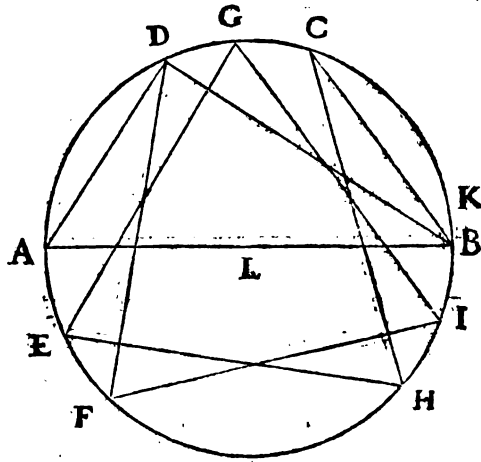
Fit E quadruplex.

1. Subtensa peripheriæ sub-septuplæ.
2. Subtensa sub-septuplæ peripheriæ reliquæ ad integrum circulum.
3. Subtensa peripheriæ compositæ ex sub-septupla & dupla sub-septupla totius circuli.
4. Subtensa peripheriæ compositæ ex subseptupla & quadrupla sub-septupla totius circuli.

Quod & sic quoque declarabitur. Sit circulus cujus diameter AB, in quo subtendatur recta CB, & sit peripheriæ CB pars septima BK, cui addatur peripheria KD, æqualis duplæ septimæ parti totius circumferentiæ, & ducantur BD, DA. Dico angulum DBA septuplum, æqualem esse quatuor rectis, & præterea circumferentiæ ADC, ac proinde ex Theoremate 6^o æqualitatem inter rectas BC, BK explicabilem quoque esse de terminis BD, BC.

Fiant æquales BD, DF, FI, IG, GE, EH, HC, & quoniam circumferentia DB septies sumpta,

sumpta, metitur quatuor rectos angulos id est circumferentiam circuli AB integram bis (quum anguli æstimentur in circumferentia,) & præterea circumferentiam BC: igitur DB septies continuo inscripta, recidet tandem in punctum C. & quoniam lineæ BD, DF ponuntur æquales, erit circumferentia FB dupla ipsius DA, (est enim FB complementum duplæ ipsius DB ad integrum circulum.) Circumferentiæ vero FB æqualis est circumferentia DBI; quandoquidem ipsæ BD, DF æquales sunt rectæ DF, FI: est itaque circumferentia ADI tripla ipsius AD. eodemque modo, quia rectæ IG, GE ipsæ quoque DF, FI æquales sunt: erit circumferentia IE dupla ipsius AD, totaque ADBE quintupla ipsius AD: & rectæ EH, HC iisdem quoque æquales, quare tota ADHEC ipsius AD erit septupla. Ergo ex Theoremate sexto,



Posita semidiametro AL prima continue proportionalium, ipsa DB secunda, eaque serie continuata erit recta CB æqualis secunda septies, minus quarta quaterdecies, plus sexta septies, minus octava.

In notis sit AL 1. DB 1 N. $7N - 14C + 7QC - 1QQC$, æquabitur ipsi CB. similiter & de termino quarto explicabitur eadem æqualitas.

At vero ex præscripto Theorematum quinti & octavi, constabit propositorum Problemation in infinitum Amphibolia, sicut est superius declaratum. qui exempla desiderat, consulat Vietæ responsum ad Problema ADRIANI ROMANI.

PROBLEMA III.

Lineas rectas circumferentiis circuli in progressionem Arithmetica subtensas, ex data prima maxima vel minima inscripta, & secunda ei proxima, in numeris symmetris taxare.

Et hoc opus ex Theorematis 6, 7 & 9 deducitur, quod illic clare propositum est & demonstratum.

PROBLEMA IV.

Linearum circumferentiis circuli in progressionem Arithmetica subtensarum summam, ex data maxima & minima inscriptis, inquirere.

Hoc ostensum Theoremate 10.

COROLLARIUM.

Mathematicum igitur Canonem, secure ac feliciter construct Analysta, & constructum examinabit, adiutus analyticis hisce principiis, & edoctus methodum resolvendi potestates quascumque sive puras, sive affectas.

Ad constructionem autem, primum inquiretur perpendicularum unius scrupuli, quam fieri potest accuratum, idque hac methodo.

1. Ex lateris hypothetici sectione extrema & media ratione, dabitur perpendicularum partium 18.

2. Ex eo per opus quintusectionis, inuenietur perpendicularum partium 3. 36'.
 3. Ex opere trisectionis, dabitur perpendicularum partium 20.
 4. Et hinc triseccando, perpendicularum partium 6. 40.
 5. Per opus bisectionis perpendicularum partium 3. 20.
 6. Ex differentia perpendicularorum partium 3. 36'. & partium 3. 20, dabitur perpendicularum scrupulorum 16'. ex primo Theoremate.
 7. Biseccando prodibunt perpendiculara scrupulorum 8'. 4'. 2'. 1'.
- Et regrediendo ad angulos in ratione multipla, perficientur reliqua in numeris symmetris ex lege sexti Theorematis.

Et hæc quidem sectionum angularium principia, ex purioris Analyseos fonte derivata, ex quibus & infinita alia, pulcherrimæ speculationis consectaria deduci possunt, à maximo jam à multis seculis Mathematico Francisco Vieta, olim excogitata & proposita, at sine demonstrationibus ullis ad nos transmissa, jam tandem plene perfecteque iisdem, idque ex Geometricis principiis, meo studio confirmata (ô Nobiles Mathematici) accipite, & æqui bonique consulite.

F I N I S.



FRAN-



FRANCISCI VIETÆ

AD

PROBLEMA, QVOD OMNIBVS
MATHEMATICIS TOTIVS ORBIS
CONSTRUENDUM PROPOSUIT

ADRIANVS ROMANVS,

RESPONSVM.



I toto terrarum orbe non erat ADRIANVS ROMANVS, dum Mathematicos totius terrarum orbis unius sui Problematiss solutioni vix censet idoneos, non ille saltem Gallias, nec Galliarum Lycia suo dimensus est radio. Cedat ROMANO Belga, cedat ROMANVS Belgæ, vix finet Gallus à ROMANO vel Belga gloriam suam sibi præripi. Ego qui me Mathematicum non profiteor, sed quem, si quando vacat, delectant Mathematices studia, Problema ADRIANICVM ut legi ut solvi, nec me malus abstulit error. Sic tritorio ingens prodii Geometra. Neque vero placet barbarum idioma, id est, Algebricum. Geometrica Geometricè tracto, Analytica Analytice. Curabo tamen ut me, sive quasi Geometram sive novum Analytiam, vulgus Algebristarum satis exaudiat.

CAPVT I.

Proponentis Adriani Romani verba.

PRimum igitur Adriani Romani proponentis ipsa verba refero, ne immutato quidem commate.

PROBLEMA MATHEMATICVM OMNIBVS ORBIS MATHEMATICIS AD CONSTRUENDVM PROPOSITVM.

Si duorum terminorum prioris ad posteriorem proportio sit, ut 1 ad 45 ① - 3795 ② + 9,5634 ③ - 113,8500 ④ + 781,1375 ⑤ - 3451,2075 ⑥ + 1, 0530, 6075 ⑦ - 2,3267, 6280 ⑧ + 3,8494, 2375 ⑨ - 4,8849, 4125 ⑩ + 4,8384, 1800 ⑪ - 7,7865, 8800 ⑫ + 2,3603, 0652 ⑬ - 1,1767, 9100 ⑭ + 4695, 5700 ⑮ - 1494, 5040 ⑯ + 376, 4565 ⑰ - 74, 0459 ⑱ + 15, 1150 ⑳ - 1, 2900 ㉑ + 945 ㉒ - 45 ㉓ + 1 ㉔ deturque terminus posterior, invenire priorem.

Exam-

• Exemplum primum datum.

» Sit terminus posterior R. bin. 2. + R. bin. 2. + R. bin. 2. + R. 2. Quæritur terminus prior.
 » SOLV TIO. Dico terminum priorem esse, R. bin. 2. — R. bin. 2. + R. bin. 2. + R. bin. 2. + R. 3.

Exemplum secundum datum.

» Sit terminus posterior R. bin. 2. + R. bin. 2. — R. bin. 2. — R. bin. 2. — R. bin. 2. — R. 2.
 » quæritur terminus prior. SOLV TIO. Terminus prior est R. bin. 2. — R. bin. 2. + R. bin. 2. +
 » R. bin. 2. + R. bin. 2. + R. 3.

Exemplum tertium datum.

» Sit terminus posterior R. bin. 2. + R. 2. quæritur terminus prior. SOLV TIO. Terminus prior
 » est, R. bin. 2. — R. quadrim. 2. + R. $\frac{3}{16}$ + R. $\frac{11}{16}$ + R. bin. $\frac{1}{8}$ — R. $\frac{1}{64}$.
 » Si in numericis absolutis solinomiis id proponere libuerit, Sit posterior terminus

» R. 3 $\frac{4142, 1356, 2173, 0990, 4880, 1688, 7242, 0969, 8078, 5696, 7187, 5375}{10000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000}$

» Quæritur terminus prior. SOLV TIO. Terminus prior erit

» R. $\frac{27, 4093, 0490, 8522, 5243, 1015, 8831, 2112, 6838, 8180}{10000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000}$

Exemplum quæsitum.

» Sit posterior terminus R. trinomia $1\frac{3}{4}$ — R. $\frac{5}{16}$ — R. bin. $1\frac{7}{8}$ — R. $\frac{47}{64}$.

» Quæritur terminus prior. Hoc exemplum omnibus Mathematicis totius orbis ad construendum sis
 » propositam.

C A P I T U L U M II.

Nota quedam, & ἀνίστερα ludicra duo.

GRæciper myriadas, Romani per millenas & millesima numerant.

Ait ROMANVS] Si duorum terminorum prioris ad posteriorem proportio sit, &c. At ex libro de proportione, ἀναλογία ἐν τρισὶν ὁμοῖς ἐλαχίσταις ἐστίν.

Non igitur Analogiam, seu proportionem exhibet Romanus, sed λόγον, seu rationem.

Γελοῖον autem est Adriani Problema, nisi emendetur, Quemcumque enim terminum exhibuero, dixero non ἀίχτως eum esse priorem de quo quæritur. Placeat enim ludenti ludicra, & seria proponenti seria proponere & opponere.

L V D I C R V M I.

Propositis duabus magnitudinibus, quarum prima se habeat ad secundam, sicut 1 N ad 3 N — 1 C: ex data secunda invenire primam.

Sit data secunda 1. Dico primam esse $\frac{1}{2}$. Se habere enim 1 N ad 3 N — 1 C, sicut $\frac{1}{2}$ ad 1. enunciata videlicet unitate de 1 N.

Dico primam esse $\frac{4}{11}$. Se habere enim 1 N ad 3 N — 1 C, sicut $\frac{4}{11}$ ad 1. enunciato videlicet $\frac{3}{2}$ de 1 N.

Immo dico primam esse $\frac{2}{3}$. Se habere enim ut 1 N ad 3 N — 1 C, ita $\frac{2}{3}$ ad 1. enunciato videlicet $\frac{1}{3}$ de 1 N.

Denique dico primam esse numerum symmetrum asymmetrum-ve quem libuerit, ternario minorem.

L V D I C R V M II.

Propositis duabus magnitudinibus, quarum prima se habeat ad secundam, sicut $1N$ ad $5N - 5C + 1QC$: ex data secunda invenire primam.

Sit data secunda 3. Dico 3 esse primam de qua quaeritur. Se habere enim $1N$ ad $5N - 5C + 1QC$, sicut 3 ad 3, enunciata videlicet unitate, vel binario de $1N$.

Dico primam esse $\frac{9}{123}$. Se habere enim $1N$ ad $5N - 5C + 1QC$, sicut $\frac{9}{123}$ ad 3, enunciato videlicet ternario de $1N$.

Immo dicam primam esse $\frac{48}{61}$. Se habere enim $1N$ ad $5N - 5C + 1QC$, sicut $\frac{48}{61}$ ad 3, enunciato videlicet $\frac{1}{2}$ de $1N$.

Dico denique primam esse numerum symmetricum vel asymmetricum quem libuerit.

At ea mens est Adriani ut prima quoque sit $1N$. Ita censeo. Sed sua igitur Problematis formula id exprimentum fuisse contendo. Simplicissime enim Problemata proponenda sunt.

C A P V T III.

Problemata duo seria.

Ego itaque dum seria proposuero, ita mea Problemata concepero.

P R O B L E M A I.

Proposita serie quatuor linearum rectarum continue proportionalium: data prima & recta aequali triplo secundae minus quarta, invenire secundam.

Sit data prima X , D vero differentia qua triplum secundae quartam excedit. Oportet invenire secundam.

Secunda illa esto A . Tertia igitur erit $\frac{A \text{ quadr.}}{X}$. Quarta $\frac{A \text{ cubus}}{X \text{ quad.}}$. Quare $A 3 - \frac{A \text{ cubus}}{X \text{ quad.}}$ aequabitur D . Omnia ducantur per X quadratum. Ergo $X \text{ quad. in } A 3 - A \text{ cubus}$, aequabitur X quadrato in D .

Sit $X 1. A 1N. 3N - 1C$, aequabitur solido quod fit sub data D & unitatis quadrato.

P R O B L E M A II.

Proposita serie sex linearum rectarum continue proportionalium: data prima, & recta aequali quintuplo secundae minus quintuplo quartae plus sexta, invenire secundam.

Sit data prima X . G vero differentia qua sexta adjuncta secundae quintuplo superat quintuplum quartae. Oportet invenire secundam. Secunda illa esto A . Tertia igitur erit $\frac{A \text{ quadr.}}{X}$. Quarta $\frac{A \text{ cubus}}{X \text{ quad.}}$. Quinta $\frac{A \text{ quadr. quadr.}}{X \text{ cubus}}$. Sexta $\frac{A \text{ quadr. cubus}}{X \text{ quad. quadr.}}$. Quare secundum ea quae proponuntur $A 5 - \frac{A \text{ cubus}}{X \text{ quad.}} 5 + \frac{A \text{ quadr. cubus}}{X \text{ quadr. quadr.}}$ aequabitur G . Omnia ducantur in $X \text{ quad. quadr.}$. Ergo $X \text{ quad. quadr. in } A 5 - X \text{ quad. in } A \text{ cubus } 5 + A \text{ quadr. cubus}$, aequatur $X \text{ quad. quadr. in } G$.

Sit $X 1. A 1N. 5N - 5C + 1QC$, aequatur plano-solido quod fit sub data G & unitatis quadrato-quadrato.

C A P V T IV.

Emendatum Adriani Problema.

Non dissimili formula emendo Adrianicum Problema, & ita concipio.

P P

P R O

P R O B L E M A

Propofita ferie quadraginta ſex linearum reſtarum continue proportionalium: data prima, & reſta æquali ſecundæ multiplici per numerum 45. Minus quarta multiplici per numerum 3, 795. Plus ſexta multiplici per numerum 95, 634. Minus octava multiplici per numerum 1, 138, 500. Plus decima multiplici per numerum 7, 811, 375. Minus duodecima multiplici per numerum 34, 512, 075. Plus decima quarta multiplici per numerum 105, 306, 075. Minus decima ſexta multiplici per numerum 232, 676, 280. Plus decima octava multiplici per numerum 384, 942, 375. Minus viceſima multiplici per numerum 488, 494, 125. Plus viceſima ſecunda multiplici per numerum 483, 841, 800. Minus viceſima quarta multiplici per numerum 378, 658, 800. Plus viceſima ſexta multiplici per numerum 236, 030, 652. Minus viceſima octava multiplici per numerum 117, 679, 100. Plus triceſima multiplici per numerum 46, 955, 700. Minus triceſima ſecunda multiplici per numerum 14, 945, 040. Plus triceſima quarta multiplici per numerum 3, 764, 565. Minus triceſima ſexta multiplici per numerum 740, 259. Plus triceſima octava multiplici per numerum 111, 150. Minus quadreſima multiplici per numerum 12, 300. Plus quadreſima ſecunda multiplici per numerum 945. Minus quadreſima quarta multiplici per numerum 45. Plus quadreſima ſexta, Invenire ſecundam.

Sit data prima X. D vero ſecunda multiplex & adfecta proſtaphæretice, ut exponitur in Problemate. Oportet invenire eam ſecundam puram. Sit illa A. Sane quadratum poteſtas eſt rationis duplæ, cubus triplæ, quadrato-cubus quintuplæ. Tædioſa autem eſt quadratorum & cuborum frequentior repetitio. Sed & poteſtatis eminentioris reſpectu, inferiores dicuntur gradus quibus ad poteſtatem ſcanditur, ut in Iſagogicis eſt definitum. Secundum quæ quarta conſtituendarum continue proportionalium ſit A poteſtas rationis triplæ adplicata X gradui ſecundo. Sexta A poteſtas rationis quintuplæ adplicata X gradui quarto. Octava A poteſtas rationis ſeptuplæ adplicata X gradui ſexto. Continuetur is ordo ad quadreſimam uſque ſextam. Ergo ſecunda continue proportionalium, multiplex per numerum 45, minus quarta multiplici per numerum 3, 795, plus minusque binis alternis multiplicibus per numeros in Theoremate expoſitos æquabitur D. Omnia ducantur in epanaphoram, ſeu gradum, qui elatori poteſtati proxime ſuccedit, id eſt quadreſimum quarrum. Igitur homogeneum poteſtatis rationis quadreſequintuplæ effectum ſub A ſimplici, & X gradu quadreſimo quarto, multiplici per numerum 45, minus homogeneo ſub A gradu tertio, & X gradu quadreſimo ſecundo multiplici per numerum 945, plus minusque reliquis ordine homogeneis, ita reciproce adfectis ſub gradibus binis alternis, & multiplicibus ſecundum numeros continue triangulos à binario ſuum ducentes incrementum in Problemate designatos, æquabitur dato homogeneo quod ſit ſub dato latere D & X gradu quadreſimo quarto,

Sit Xi. A1 (1). 45 (1) — 3, 795 (3) + 95, 634 (5) — 1, 138, 500 (7) + 7, 811, 375 (9) — 34, 512, 075 (11) — 105, 306, 075 (13) — 232, 676, 280 (15) + 384, 942, 375 (17) — 488, 494, 125 (19) + 483, 841, 800 (21) — 378, 658, 800 (23) + 236, 030, 652 (25) — 117, 679, 100 (27) + 46, 955, 700 (29) — 14, 945, 040 (31) + 3, 764, 565 (33) — 740, 259 (35)

259 (35) + III, 150 (37) — 12, 300 (39) + 945 (41) — 45 (43) + 1 (45), *aequabitur homogeneo sub data D & unitatis gradu quadragesimo quarto.*

C A P V T V.

Exempla Adriani ad Problematum sui solutionem nihil conferre.

Quod autem ad ea quae profert Adrianus exempla pertinet, in secundi posteriore termino irrepit mendum. Itaque ita locum restituo. *Sit terminus posterior R binomia 2 — R bin. 2 — R bin. 2 + R bin. 2 + R bin. 2 + R 2.* Caeterum ajo neque secundum illud neque primum sive tertium ad Problematum sui solutionem quicquam conferre. Aliunde videlicet terminos, qui ut quaesiti exhibentur, haberi quam vi Problematum. Neque enim ideo quod opus Geometrice compono idem Geometrice resolvo. Ad datam primam & secundam construo seriem continue proportionalium *εις ἀπερον*. At non ideo ex data prima, & quarta vel sexta exhibeo Geometricae secundam. Nec moveant in magnitudinibus per numeros asymmetros datis vel quaesitis repetita per griphos & foritas asymmetriae symbola. Obscurum explicare per obscurius Matæotechnia est, praesertim cum adfectas potestates quascumque resolvendi methodum non minus feliciter quam puras Analytice nova in Scholas induxerit. Liceat autem fucum facere. Quid ni ego quoque mea bina Problemata Problemati Adriani, quo me brevius expediam, *ἀντίστροφαι* solvero? Immo etiam *ἀμφιβολίαν* (quod in suo non praestitit Adrianus) designavero? *Propositum igitur esto*

P R O B L E M A I.

Data magnitudine cui aequatur $3N - 1C$, invenire $1N$.

- I. $3N - 1C$, aequatur $\sqrt{2}$. Dico $1N$ esse radicem binomiae $2 - \sqrt{3}$.
Vel etiam, $\sqrt{2}$.
 - II. $3N - 1C$, aequatur radici binomiae $\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}}$. Dico $1N$ esse radicem trinomiae $\frac{2}{4} - \sqrt{\frac{5}{16}} - \text{rad. bin. } \frac{1}{8} + \sqrt{\frac{45}{64}}$.
Vel etiam, radicem binomiae $\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$.
 - III. $3N - 1C$, aequatur radici binomiae $\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$. Dico $1N$ esse radicem trinomiae $\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{5}{16}} + \text{rad. bino. } \frac{1}{8} + \sqrt{\frac{45}{64}}$.
Vel etiam, rad. bino. $\sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{1}{2}$.
- Sed $3N - 1C$, aequatur 1 . Ecquis vero $1N$ primam, secundam-ve (est enim duplex) accurate construxerit?

P R O B L E M A II.

Data magnitudine, cui aequatur $5N - 5C + 1QC$, invenire $1N$.

- I. $5N - 5C + 1QC$, aequatur 2 . Dico $1N$ esse radicem binomiae $\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}}$.
Vel etiam dico $1N$ esse 2 .
- II. $5N - 5C + 1QC$, aequatur 1 . Dico $1N$ esse radicem trinomiae $\frac{2}{4} - \sqrt{\frac{5}{16}}$.
— radice bino. $\frac{1}{8} + \sqrt{\frac{45}{64}}$.
Vel etiam $1N$ esse radicem trinomiae $\frac{2}{4} + \sqrt{\frac{5}{16}} + \text{rad. binomia. } \frac{1}{8} - \sqrt{\frac{45}{64}}$.
Vel etiam, dico $1N$ esse 1 .
- III. $5N - 5C + 1QC$, aequatur $\sqrt{2}$. Dico $1N$ esse rad. bin. $2 - \text{rad. bin. } \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$.
Vel etiam dico $1N$ esse rad. bin. $2 + \text{rad. bin. } \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$.
Vel denique dico $1N$ esse rad. bin. $2 - \text{rad. bin. } \sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{1}{2}$.

Sed

P p 2

Sed $5N - 5C + 1QC$, æquetur radici binomia $\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}}$. Ecquis vero 1 N primam; secundam, tertiamve (est enim triplex) accurate construxerit?

In æqualitate Adriani posterior terminus sit 2. Prior potest esse binomia $\sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{1}{2}$. vel etiam 2.

CAPVT VI.

Eadem exempla esse soluta imperfecte.

Sane Problemata, quæ ἀμφίβολα sunt, rejiciunt Logici ὡς ἐλεγκτὰ ἐπιφύσεια. Quod si ea admittant Analystæ, ambiguitatem igitur ut explicent jure ab iis exposcam. Proposvero cuiuspiam $1QC - 15QQ + 85C - 225Q + 274N$, æquari 120. Et quæsi vero quanta sit 1 N, radixve propositi adfecti quadrato-cubi. Ille vero simpliciter responderit 1 N esse 1. Dixero genesim & symptomata propositæ æquationis ignorare. Itaque non respondere πρὸς ἐπιφύσειαν ἐνέχων. Me enim quærere 2, 3, 4, vel 5, de quibus 1 N in eo themate est quoque explicabilis. Ut autem mea bina Problemata Problemati Romani ἀνίστοφα, ambigua sunt, quandoquidem primum de duobus terminis possit explicari, secundum de tribus, sic ajo Romani Problema de viginti tribus esse explicabile. E quibus cum unum tantum exhibuerit vel in suis, quæ ipsemet sibi imponit solvenda, thematis, haud scio an ipsemet ejusquam proposuit æquationis genesim & symptomata pernoverit. Exhibitus ab eo terminus esto Authentæ, Plagii, qui omissi sunt, reliqui. Ecquis vero Plagios illos viginti duos sive in primo sive secundo tertiove exemplo accurate construxerit?

CAPVT VII.

Exemplum exemplis Romani superadditum & perfecte solutum.

Sed ne suspicetur quispiam ideo à Romano fuisse præteritos duos illos & viginti, de quibus sua poterant Problemata explicari, terminos, quod eos per vulgares radicem è radicibus in scala continue quadratorum ἀπλοκάς exprimi non patiebatur numerorum asymmetria. En exemplis Romani imperfectè solutis exemplum non obscurum superaddo, & ex ipsius officina paratas quatuor solutiones accuratas profero.

Sit terminus posterior $\sqrt{2}$.

SOLVTIO PRIMA. Terminus prior est radix binomia $2 + \sqrt{3}$.

SECUNDA. Terminus prior est radix binomia $2 + \text{radice binomia } \frac{5}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$.

TERTIA. Terminus prior est radix binomia $2 - \text{radice binomia } \frac{5}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$.

QUARTA. Terminus prior est radix quadrinomia $2 - \sqrt{\frac{3}{16}} - \sqrt{\frac{3}{16}} - \text{radice binomia } \frac{5}{8} - \sqrt{\frac{5}{64}}$.

Aliam retradem non dissimilibus griphis parare otiosioribus licet. Quindecim vero reliquas ecquis ἀκελεύως paraverit?

Eicadem

Eicadem & triadem totam in numeris symmetris ultro exhibeo.

<i>Terminus posterior datus.</i>		141, 421,	356, 237, 309	PARTIVM.	
	Communisdivisor.	100, 000,	000, 000, 000	Quadraginta quinq;	
¶	<i>Classicus terminus prior quasitus.</i>	3, 490	681, 287, 456	Vnius.	
<i>Endecas insuper terminorum una, de quibus singulis idem thema potest explicari.</i>					
	I.	31, 286	893, 008, 046	Quibus terminis similes sunt re-ctæ quæ in circulo sub-tenduntur du-plo cir-cumfe-rentia-rum.	Novem.
¶	II.	58, 474	340, 944, 547		Septendecim.
¶	III.	84, 523	652, 348, 139		Viginti quinque.
	IV.	108, 927	807, 003, 005		Triginta trium.
¶	V.	131, 211	805, 798, 101		Quadraginta unius.
¶	VI.	150, 941	916, 044, 554		Quadraginta novem.
	VII.	167, 734	113, 589, 085		Quinquaginta septē.
¶	VIII.	181, 261	557, 407, 329		Sexaginta quinque.
	IX.	191, 260	951, 192, 607		Septuaginta trium.
	X.	197, 537	668, 119, 027		Octoginta unius.
¶	XI.	199, 969	539, 031, 270		Octoginta novem.
<i>Endecas altera</i>					
	I.	10, 467	191, 248, 599	PARTIVM.	
¶	II.	38, 161	799, 075, 309	Quibus terminis similes sunt re-ctæ quæ in circulo sub-tenduntur du-plo cir-cumfe-rentia-rum.	Trium.
¶	III.	65, 113	630, 891, 431		Vndecim.
	IV.	90, 798	099, 947, 909		Novendecim.
¶	V.	114, 715	287, 270, 209		Viginti septem.
¶	VI.	136, 399	672, 012, 499		Triginta quinque.
	VII.	155, 429	192, 291, 394		Quadraginta trium.
¶	VIII.	171, 433	460, 140, 422		Quinquaginta utius.
¶	IX.	148, 100	970, 690, 488		Quinquaginta novē.
	X.	193, 185	165, 257, 813		Sexaginta septem.
¶	XI.	198, 509	230, 328, 264		Septuaginta quinq;
					Octoginta trium.

Posita videlicet semidiametro 1. circumferencia vero tota circuli partium tercensū sexaginta.

P p 3

Sed

Sed & quis toto vitæ curriculo (nisi potestates adfectas resolvendi methodum edoctus) subtensas in prima vel secunda Endecade, ordini secundo, tertio, quinto, sexto, octavo, nono & undecimo præpositas, adeò veris, sicut & classicam, proximas, κατ' Ἐπιβαλλον earum, quæ accurate construuntur, clicuerit?

CAPUT VIII.

Problematis Adrianici Constructio.

OMnino qui mea bina Problemata construit, Adriane Romane, idem construet & tua. Neque vero à themate, de quo specialiter quæsisisti, recedam.

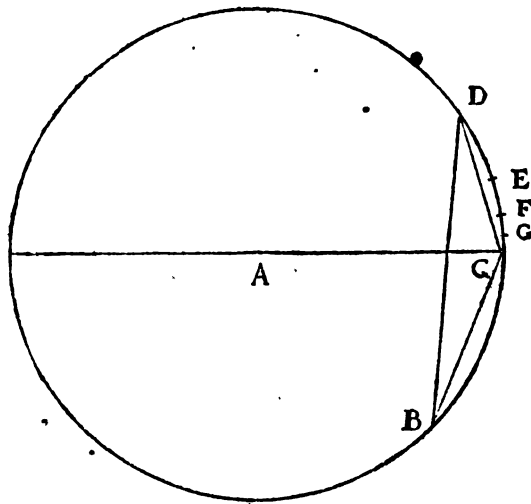
Proponatur $3N - 1$ C, æquari radici tuæ trinomiæ $\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{3}{16}}$ — rad. binomiæ $\frac{11}{8} - \sqrt{\frac{41}{64}}$. Et fiat 1 N B.

Rursus, Proponatur $3N - 1$ C, æquari B. Et fiat 1 N D.

Rursus, Proponatur $5N - 5$ C + 1 QC, æquari D. Et fiat 1 N G.

Dico G magnitudinem esse quam quæris.

Sed etsi me ita balburientem intelligant Algebristæ, nolim tamen à Geometris nostris mihi objici τὸ εἰς μαθητιανόν. Itaque sub A centro intervallo quocumque describatur circulus, in quo sumantur circumferentiæ BC, BD. Illa circumferentia decagoni, hæc hexagoni. Atque harum differentia CD secetur trifariam, & sit triens CE. Et rursus circumferentia CE secetur trifariam, & sit triens CF. Circumferentia denique CF secetur quintufariam, & sit quinta pars CG, atque adeo quadragesima quinta pars totius circumferentiæ sit CE. Et subtendantur CD, CG.



Dico posita semidiametro AC 1 . rectam CD esse radicem trinomiæ Adriani $\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{3}{16}}$ — radice binomiæ $\frac{11}{8} - \sqrt{\frac{41}{64}}$. Inter CD vero & CG rectas eam esse æqualitatem quam designavit Adrianus. Itaque rectam CG esse αὐθιγτὴν classicumve priorem de quo quærit terminum. In primo autem suo themate adsumplerat circumferentiam CD partium CVIII, scrupulorum XLV. In secundo (si bene locum ex sui sententia restituo) partium LXXVIII, scrup. primorum 21, secundorum xv.

In tertio partium CXXXV. Itaque sit CG in themate primo partium 111, scrup. XLV. In secundo partium 1, scrupulorum primorum 111, secundorum xxx. In tertio partium 111. Quibus circumferentiis, quoniam ex Geometrica aliunde construuntur, latera subtensa exhibentur accurate.

Quid igitur quærit à Geometris Adrianus Romanus?

Datum angulum trifariam secare.

Datum angulum quintufariam secare.

Quid ab Analystis?

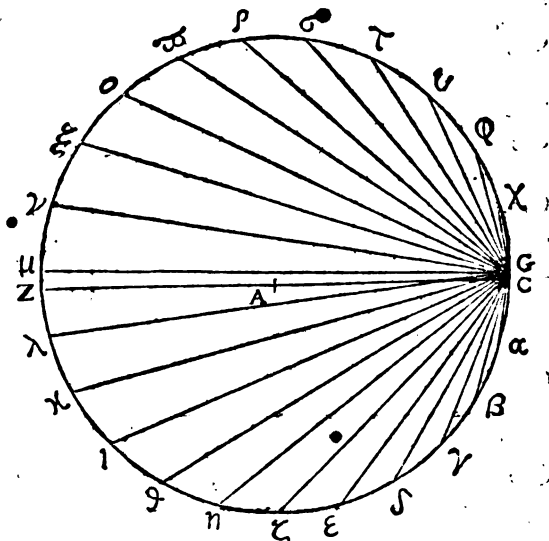
Datum solidum sub latere & dato coëfficiente plano adfectum, multa cubi, resolvere.

Datum

Datum quadrato-cubum adfectum; adjunctione quidem plano-solidi sub latere & dato coefficiente plano-plano; multa vero plano-solidi sub cubo & dato coefficiente plano, resolvere.

Hæc autem in opere restitutæ Analyseos Mathematicæ abunde tractata & exposita sunt. Quare quærenti Adriano licet siue in Geometricis siue in Arithmericis satisfacere. Adscito nempe eo, quod ad supplementum Geometriæ inducendum fuit, postulato dabitur in exposito diagrammate circumferentia CF. Et eodem opere *εναλλαξ* duplicato dabitur circumferentia GC, atque adeo recta quæ ei subtenditur. In numeris, qualium semidiameter AC 1. talium recta CG quæ sita sit $\frac{030.839}{100.000.000}$.

Dato autem termino authentæ, seu classico, dantur reliqui viginti duo plagii, Undecim si placet, ad alam sinistram classici. Undecim ad dextram utpote hac methodo. Quoniam in circulo cujus diameter ZAC data circumferentia CD imperata est secari quadragequintariam, Quod opus duplici continua trisectione, ac una demum quintusectione est absolutum, Itaque data est CG quadragesima quinta pars datæ CD. Producatæ GC in α posita G α æquali quadragesimæ quintæ parti circumferentiæ totius circuli. Superfunt igitur in circumferentiâ tota quadraginta quatuor quadragesimæ quintæ. Itaque à puncto α progrediendo *εις επιμύνα* ad punctum G sumantur circumferentiæ viginti duo. æquales, quarum ideo unaquæque sit duabus quadragesimis quintis æqualis. Et sunt $\alpha\beta, \beta\gamma, \gamma\delta, \delta\epsilon, \epsilon\zeta, \zeta\eta, \eta\theta, \theta\iota, \iota\kappa, \kappa\lambda, \lambda\mu, \mu\nu, \nu\xi, \xi\omicron, \omicron\pi, \pi\rho, \rho\sigma, \sigma\tau, \tau\upsilon, \upsilon\phi, \phi\chi, \chi G$. Et puncta quidem undecim $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda$ consistent



in unius semicirculi circumferentia. Reliqua vero $\mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi$ in circumferentia semicirculi reliqui. Subtendantur in priorè semi-circulo C α , C β , C γ , C δ , C ϵ , C ζ , C η , C θ , C ι , C κ , C λ . Æque subtendantur in posteriore C χ , C ϕ , C υ , C τ , C σ , C ρ , C \omicron , C ξ , C ν , C μ . Dico subtensas illas esse binosq; undenos, de quibus monui, terminos.

Id est, dico de iis singulis propositum à Romano quadragequintusectionis Problema, quod tam variis & ambiguis non sensisse arguunt ea, quæ tanquam soluta protulit, exempla, posse in ea de qua specialiter quærit hypothese, non aliter quam de primum exhibita CG, explicari.

Is

		PARTIVM.		SCRVP.
<i>In numeris qualium AC</i>	100,000	000	XC.	∴
<i>Talium data CA sit ἐγγισσε</i>	41,582	338	XII.	∴
<i>Classica CG quasita</i>	930	839	<i>Qualium autem</i>	XVI.
<i>Reliquarum Endecas prima</i>			III.	XLIV.
<i>C α</i>	13,022	572		
<i>C β</i>	40,671	389	<i>tota circuli circ-</i>	XI. XLIV.
<i>C γ</i>	67,528	585		XIX. XLIV.
<i>C δ</i>	63,071	414	<i>cumferentia est partium</i>	XXVII. XLIV.
<i>C ε</i>	116,802	731		XXXV. XLIV.
<i>C ζ</i>	136,260	439	<i>III CLX. talium ipsa, qua à re-</i>	XLIII. XLIV.
<i>C η</i>	157,027	354		LI. XLIV.
<i>C θ</i>	172,737	783	<i>His designatis subten-</i>	LIX. XLIV.
<i>C ι</i>	185,086	061	<i>duntur, cir-</i>	LXVII. XLIV.
<i>C κ</i>	193,831	852	<i>cumferentia semis-</i>	LXXV. XLIV.
<i>C λ</i>	198,849	238	<i>ses sunt</i>	LXXXIII. XLIV.
<i>Endecas altera.</i>				
<i>C χ</i>	28,756	098		VIII. XVI.
<i>C φ</i>	56,021	654		XVI. XVI.
<i>C υ</i>	82,196	811		XXIV. XVI.
<i>C τ</i>	106,772	100		XXXII. XVI.
<i>C σ</i>	129,269	199		XL. XVI.
<i>C ρ</i>	149,250	207		XXVIII. XVI.
<i>C ω</i>	166,326	235		LVI. XVI.
<i>C ο</i>	180,164	914		LXIV. XVI.
<i>C ξ</i>	190,496	888		LXXII. XVI.
<i>C ν</i>	197,121	055		LXXX. XVI.
<i>C μ</i>	199,908	485		LXXXVIII. XVI.

CAPVT IX.

Ratio constructionis.

Rationem constructionis edocet Analyticus angularium sectionum primus, seu catholicus, in quo ordinata sunt Theoremata hæc.

E duobus angulis acutis trianguli, is qui continetur abs hypotenusa & base acuti nomen retineto. Alter qui continetur abs hypotenusa & perpendicularo, esto reliquus è recto.

TRIO-

T H E O R E M A I.

Si fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus, differat ab angulo acuto secundi, per acutum tertii, & sit excessus penes primum, latera tertii recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenuſa, ſit ſimilis rectangulo ſub hypotenuſis primi & ſecundi.

Perpendiculum, ſimile rectangulo ſub perpendiculo primi & baſe ſecundi, minus rectangulo ſub perpendiculo ſecundi & baſe primi.

Baſis, rectangulo ſub baſibus primi & ſecundi, plus rectangulo ſub perpendiculis eorundem.

Sit trianguli primi perpendiculum B. Baſis D.

Secundi perpendiculum F. Baſis G.

Tertii perpendiculum erit ſimile G in $B - F$ in D . Baſis G in $D + F$ in B .

Sit trianguli primi perpendiculum 1. baſis 2.

Secundi perpendiculum 1. baſis 3.

Trianguli tertio ſimilis ſit perpendiculum 1. baſis 7.

T H E O R E M A II.

Si fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus ad- junctus angulo acuto ſecundi, æquet acutum tertii, latera tertii recipiunt hanc ſimilitudinem.

Hypotenuſa, ſit ſimilis rectangulo ſub hypotenuſis primi & ſecundi.

Perpendiculum, ſimile rectangulo ſub perpendiculo primi & baſe ſecundi, plus rectangulo ſub perpendiculo ſecundi & baſe primi.

Baſis, rectangulo ſub baſibus primi & ſecundi, minus rectangulo ſub perpendiculis eorundem.

Sit trianguli primi perpendiculum B. Baſis D.

Secundi perpendiculum F. Baſis G.

Tertii perpendiculum erit ſimile F in $D + B$ in G . Baſis G in $D - F$ in B .

Sit trianguli primi perpendiculum 1. baſis 7.

Secundi perpendiculum 1. baſis 3.

Trianguli tertio ſimilis perpendiculum erit 1. baſis 2.

Atque hæc duo priora Theoremata fundamenta ſunt omnis doctrinæ angularium ſectionum.

T H E O R E M A III.

Cujus inventi læticia adfectus, ô Diva Meluſinis, tibi oves centum pro una Pythagoræ immolavi.

Si fuerint duo triangula rectangula, quorum angulus acutus primi, ſit ſub multiplo ad angulum acutum ſecundi.

Latera ſecundi, recipiunt hanc ſimilitudinem.

Hypotenuſa ſit ſimilis poteſtati conditionariæ hypotenuſæ primi: eſt autem poteſtas conditionaria, quæ ſequitur gradum proportionis multiplex; quadratum videlicet in ratione dupla; cubus in tripla; quadrato-quadratum in quadrupla; quadrato-cubus in quintupla, & eo in infinitum progreſſu.

Ad ſimilitudinem autem laterum circa rectum hypotenuſæ congruentium, efficitur à baſe & perpendiculo primi ut binomia radice, poteſtas æque

Qq

alta,

alta, & singularia facta homogenea distribuuntur in duas partes successive, utrobique primum adfirmata, deinde negata, & harum primæ parti similis fit basis secundi, perpendicularum reliquæ.

Sic in ratione dupla; hypotenusæ secundi fit similis quadrato hypotenusæ primi, seu aliter adgregato quadratorum à lateribus circa rectum; basis differentiæ; perpendicularum duplo sub prædictis lateribus rectangulo.

In ratione tripla; hypotenusæ secundi fit similis cubo hypotenusæ primi; basis cubo basis primi, minus solido ter sub quadrato perpendiculari primi & base ejusdem; perpendicularum simile solido ter sub perpendicularo primi & quadrato basis ejusdem, minus cubo perpendiculari.

In ratione quadrupla; hypotenusæ secundi fit similis quadrato-quadrato hypotenusæ primi; basis quadrato-quadrato basis primi, minus plano-plano sexies sub quadrato perpendiculari primi & quadrato basis ejusdem, plus quadrato-quadrato perpendiculari; perpendicularum simile plano-plano quater sub perpendicularo primi & cubo basis ejusdem, minus plano-plano quater sub cubo perpendiculari primi & base ejusdem.

In ratione quintupla; hypotenusæ secundi fit similis quadrato-cubo hypotenusæ primi; basis similis quadrato-cubo basis primi, minus plano-solido decies sub cubo perpendiculari primi & quadrato basis ejusdem, plus plano-solido quinquies sub perpendicularo primi & quadrato-quadrato basis ejusdem; perpendicularum plano-solido quinquies sub quadrato-quadrato perpendiculari primi & base ejusdem, minus plano-solido decies sub quadrato perpendiculari & cubo basis ejusdem, plus quadrato-cubo basis ejusdem.

Trianguli rectanguli de angulo acuto enunciandi proponatur hypotenusæ Z, basis D, perpendicularum B. Et oporteat constituere triangula rectangula anguli dupli, tripli, quadrupli, quintupli, &c.

Ad triangulum anguli dupli fit hypotenusæ similis Z quadrato. Basis D quadrato, minus B quadrato. Perpendicularum B in D 2.

Ad triangulum anguli tripli fit hypotenusæ similis Z cubo. Basis D cubo — B quadr. in D 3. Perpendicularum B in D quad. 3 — B cubo.

Ad triangulum anguli quadrupli fit hypotenusæ similis Z quad.-quad. Basis D quadr.-quad. — B quadr. in D quad. 6 + B quad.-quad. Perpendicularum B in D cub. 4 — B cubo in D 4.

Ad triangulum anguli quintupli fit hypotenusæ similis Z quadr.-cubo. Basis D quadr.-cubo — B quad. in D cub. 10 + B quad.-quad. in D 5. Perpendicularum B in D quadr.-quad. 5 — B cub. in D quad 10 + B quad.-cubo.

Proponatur triangulum rectangulum cujus basis 10. perpendicularum 1. & angulus acutus ejusdem intelligatur simplex.

Ad triangulum anguli dupli, statuetur basis 99. perpendicularum 20.

Ad triangulum anguli tripli, statuetur basis 970. perpendicularum 299.

Ad triangulum anguli quadrupli, statuetur basis 9401. perpendicularum 3960.

Ad triangulum anguli quintupli, statuetur basis 90050. perpendicularum 49001.

Et cum angulus acutus primi trianguli deprehenderetur esse.

	P A R.	S C R V P.	S E C.
	5	42	38
Erit angulus acutus secundi	11	25	16
tertii	17	7	54
quarti	22	50	32
quinti	28	33	10.

Cum autem factorum nequit fieri subtractio, argumentum est angulum multipulum esse obtusum, eoque casu nihilominus excessus factorum assignabitur lateri, & angulus subtensus intelligetur exterior multipli.

A L I T E R.

A L I T E R.

Si fuerint triangula rectangula quotcunque, & horum secundi angulus acutus sit duplus ad acutum primi, tertii triplus, quarti quadruplus, quinti quintuplus, & eo continuo naturali progressu, primi autem trianguli perpendiculum statuatur prima proportionalium, basis ejusdem secunda, eaque series continuetur.

In secundo, erit basis ad perpendiculum, ut tertia, minus prima ad secundam bis.

In tertio, ut quarta, minus secunda ter, ad tertiam ter, minus prima.

In quarto, ut quinta, minus tertia sexies, plus prima, ad quartam quater, minus secunda quater.

In quinto, ut sexta, minus quarta decies, plus secunda quinquies, ad quintam quinquies, minus tertia decies, plus prima.

In sexto, ut septima, minus quinta quindecies, plus tertia quindecies, minus prima, ad sextam sexies, minus quarta vicies, plus secunda sexies.

In septimo, ut octava, minus sexta vicies semel, plus quarta tricies quinquies, minus secunda septies, ad septimam septies, minus quinta tricies quinquies, plus tertia vicies semel, minus prima.

Et ita in infinitum, distributis successive in duas partes proportionalibus, secundum earum seriem, utrobique primum adfirmatis deinde negatis, & sumptis multiplicibus, ut ordo graduum in artificiosa genesi potestatum, quibus ex addicuntur, exigit.

T H E O R E M A I V.

Si fuerint triangula rectangula æqualis hypotenusæ, quorum primi angulus acutus sit in submultiplica ratione ad angulos acutos succedentium ordine triangulorum, ad acutum videlicet secundi sit subduplus, tertii subtripplus, quarti subquadruplus, & eo continuo ordine: construatur autem series linearum rectarum continue proportionalium, quarum prima sit æqualis semihypotenusæ, secunda basi trianguli primi, inter succedentes continue proportionales & succedentium triangulorum bases, hæc erit æqualitas.

Tertia continue proportionalium, minus prima bis, erit æqualis basi trianguli secundi.

Quarta, minus secunda ter, basi trianguli tertii.

Quinta, minus tertia quater, plus prima bis, basi trianguli quarti.

Sexta, minus quarta quinquies, plus secunda quinquies, basi trianguli quinti.

Septima, minus quinta sexies, plus tertia novies, minus prima bis, basi trianguli sexti.

Octava, minus sexta septies, plus quarta quaterdecies, minus secunda septies, basi trianguli septimi.

Nona, minus septima octies, plus quinta vicies, minus tertia sedecies, plus prima bis, basi trianguli octavi.

Decima, minus octava novies, plus sexta vicies septies, minus quarta tricies, plus secunda novies, basi trianguli noni.

Et ita in infinitum, ut per loca proportionalium imparia nova adfectio succe-

Qq 2

succedat, adfirmata videlicet negata, negata adfirmata: ac proportionales illæ sint semper alternæ, & multiples quidem in prima adfectione per unitatem incrementum, in secunda per numeros triangulos, in tertia per numeros quos vocant pyramidales, in quarta per numeros triangulo-triangulos, in quinta per numeros triangulo-pyramidales, non quidem ab unitate ut in potestatum genesi, sed à binario suum ducentes incrementum.

In notis sit prima continue proportionalium 1, eademque triangulorum rectangulorum semihypotenusa.

Secunda vero continue proportionalium 1 N, qua intelligitur basis trianguli ad angulum pertinentis submultipulum. Erit

1 Q	- 2		Basis an- guli <table style="display: inline-table; vertical-align: middle; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"> <tr><td style="padding: 0 5px;">{</td><td style="padding: 0 5px;">Dupli.</td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">{</td><td style="padding: 0 5px;">Tripli.</td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">{</td><td style="padding: 0 5px;">Quadrupli.</td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">{</td><td style="padding: 0 5px;">Quintupli.</td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">{</td><td style="padding: 0 5px;">Sextupli.</td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">{</td><td style="padding: 0 5px;">Septupli.</td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">{</td><td style="padding: 0 5px;">Octupli.</td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">{</td><td style="padding: 0 5px;">Noncupli.</td></tr> </table>	{	Dupli.	{	Tripli.	{	Quadrupli.	{	Quintupli.	{	Sextupli.	{	Septupli.	{	Octupli.	{	Noncupli.
{	Dupli.																		
{	Tripli.																		
{	Quadrupli.																		
{	Quintupli.																		
{	Sextupli.																		
{	Septupli.																		
{	Octupli.																		
{	Noncupli.																		
1 C	- 3	N																	
1 QQ	- 4	Q + 2																	
1 QC	- 5	C + 5 N																	
1 CC	- 6	QQ + 9 Q - 2																	
1 QQC	- 7	QC + 14 C - 7 N																	
1 QCC	- 8	CC + 20 QQ - 16 Q + 2																	
1 CCC	- 9	QQC + 27 QC - 30 C + 9 N																	

Et eo in infinitum continuando ordine, adscita si placet numerorum continue triangulorum à binario suum ducentium incrementum tabella.

T H E O R E M A V.

Si fuerint triangula rectangula æqualis hypotenusæ, quorum primi angulus acutus sit in submultiplica ratione ad angulos acutos succedentium ordine triangulorum, ad acutum videlicet secundi subduplus, tertii subtripplus, quarti subquadruplus, & eo continuo ordine; construaturs series linearum rectarum continue proportionalium, quarum prima sit æqualis semi-hypotenusæ, secunda perpendiculo trianguli primi, inter succedentes continue proportionales & succedentium triangulorum bases ac perpendicula, hæc erit æqualitas.

Prima bis, minus tertia continue proportionalium, erit æqualis basi trianguli secundi.

Secunda ter, minus quarta, perpendiculo trianguli tertii.

Prima bis, minus tertia quater, plus quinta, basi trianguli quarti.

Secunda quinquies, minus quarta quinquies, plus sexta, perpendiculo trianguli quinti.

Prima bis, minus tertia novies, plus quinta sexies, minus septima, basi trianguli sexti.

Secunda septies, minus quarta quaterdecies, plus sexta septies, minus octava, perpendiculo trianguli septimi.

Prima bis, minus tertia sedecies, plus quinta vicies, minus septima octies, plus nona, basi trianguli octavi.

Secunda novies, minus quinta tricies, plus sexta vicies septies, minus octava novies, plus decima, perpendiculo trianguli noni.

Erit in infinitum, inverso eo, qui in antecedente Theoremate expositus est, ordine.

In notis, Sit prima continue proportionalium 1. eademque communis triangulorum rectangulorum semihypotenusa.

Secunda

Secunda vero continue proportionalium 1 N. eademque intelligitur perpendicularum trianguli ad angulum pertinentis submultipulum.

2	—	1 Q	Aqua- bitur	{ Basi Perp. Basi Perp. Basi Perp. Basi Perp. }	Angu- li	{ Dupli. Tripli. Quadrupli. Quintupli. Sextupli. Septupli. Octupli. Noncupli. }
3 N	—	1 C				
2 — 4 Q	+	1 Q Q				
5 N — 5 C	+	1 Q C				
2 — 9 Q + 6 Q Q	—	1 C C				
7 N — 14 C + 7 Q C	—	1 Q Q C				
2 — 16 Q + 20 Q Q — 8 C C	+	1 Q C C				
9 N — 30 C + 27 Q C — 9 Q Q C + 1 C C C						

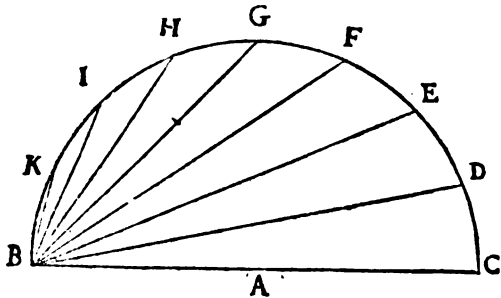
Et eo infinitum continuando ordine, adscita si placet numerorum continue triangularum suum à binario ducentium incrementum tabella.

Sic potestas rationis quadrage-quintuplæ, adfecta prostaphæretice eo progressu, & applicata una cum homogeneis sub gradibus ad congruas unitatis epanaphoras, æqualis est basi ejus trianguli cujus angulus acutus ad acutum primi est quadrage-quintuplus. Progressui autem illi consentit is quem è tabella emendicatum designavit in suo Problemate Adrianus Romanus.

C O R O L L A R I U M I .

Ex his manifesta fit progressio linearum rectarum quæ circumferentiis circuli subtenduntur.

In circulo cujus A centrum, diameter BAC, sumantur circumferentiæ æquales CD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, & subtendantur BD, BE, BF, BG, BH, BI, BK. Subtensæ igitur illæ sunt bases triangularum rectangulorum, quorum hypotenusa communis est diameter BC, & ad angulum acutum DBC duplex est angulus acutus EBC, triplus FBC, quadruplus GBC, quintuplus HBC, & eo continuo ordine.



Construantur autem continue proportionales lineæ rectæ, quarum prima sit ipsi semidiametro AC æqualis, secunda ipsi BD.

Tertia continue proportionalium minus prima bis, æqualis erit ipsi BE.

Quarta minus secunda ter, æqualis

ipsi BF. Et reliquæ, ut est ordinatum primo ad resolutiones Theoremate.

Sit AC seu Prima	100,000,000,000,000.
BD seu Secunda	196,000,000,000,000.
Erit	{ Tertia 384,160,000,000,000.
	{ Quarta 752,953,600,000,000.
	{ Quinta 1,475,789,056,000,000.
	{ Sexta 2,862,546,549,760,000.
	{ Septima 5,669,392,237,529,600.
Octava	11,112,006,825,558,016.

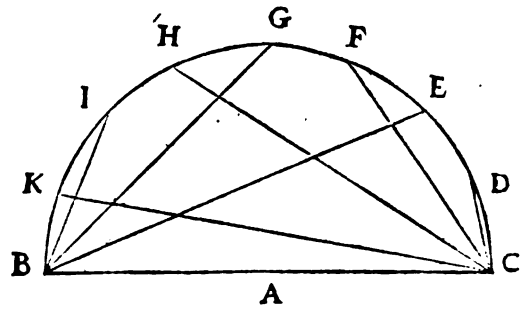
P A R T. S C R V P. S E C.

Itaque erit recta	}	BE	184,160,000,000,000.	Ipsa vero circu- feren- tia semis- ses.	}	CD.	XI.	XXVIII.	XLII.
		BF	164,953,600,000,000.			CE.	XXII.	LVII.	XXIV.
		BG	139,159,056,000,000.			CF.	XXXIV.	XXVI.	VI.
		BH	107,778,549,760,000.			CG.	XLV.	LIV.	XLVIII.
		BI	72,096,901,529,600.			CH.	LVII.	XXIII.	XXX.
		BK	33,531,337,238,016.			CI.	LXVIII.	LII.	XII.
						CK	LXXX.	XX.	LIV.

Q q 3

Rur-

Rurfus in circulo cujus A centrum, diameter BC, sumantur circumferentiæ æquales CD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, & subtendantur CD, BE, CF, BG, CH, BI, CK. Construantur autem continue proportionales lineæ rectæ, quarum prima sit ipsi semidiametro AC æqualis, secunda ipsi CD. Erit prima bis continue proportionalium, minus tertia æqualis ipsi BE.



Secunda ter minus quarta æqualis CF, & reliquæ, ut est ordinatum in secundo ad resolutiones Theoremate.

Sit AC seu Prima	100,000,000.	
CD seu Secunda	20,000,000.	
Erit	Tertia	4,000,000.
	Quarta	800,000.
	Quinta	160,000.
	Sexta	32,000.
	Septima	6,400.
	Octava	1,280.

			PART. SCRVP. SEC.		
Itaque erit recta	BE	196,000,000.	Ipsa	CD V.	XLIV. XX.
	CF	59,200,000.	vero	CE XI.	XXVIII. XL.
	BG	184,160,000.	circu-	CF XVII.	XIII. ∴
	GH	96,032,000.	feren-	CG XXII.	LVII. XX.
	BI	164,953,600.	tia	CH XXXVIII.	XLI. XL.
	CK	129,022,720.	semif-	CI XXXIV.	XXVI. ∴
			ses.	CK XL.	X. XX.

COROLLARIUM II.

Quoniam autem eadem recta circulo inscripta non diameter duabus circumferentiis subtenditur, quarum una minor est semicircumferentia circuli, altera major. Equalitas inter subtensam minori majorive, & subtensam segmento minoris pertinebit ad subtensam quoque simili segmento majoris, & ad subtensas denique reliquis circumferentiis qua æque multiples majorem minorem-ve in circulationibus component.

Atque hinc Theoremata hæc.

Statuitor X sinus totus. B vero sinus duplus anguli subsecandi. Et esto E sinus duplus segmenti.

THEOREMATION I.

X quadratum in E3 — E cubo, æquatur X quadrato in B. Et fit E duplex. j sinus duplus anguli subtriplici. ij sinus duplus differentia inter angulum subtriplicem & trientem duorum rectorum.

In notis 3 N — 1 C, æquetur √ 2. Quoniam posito 1 sinu toto, fit √ 2 sinus duplus anguli partium XLV, ideo 1 N est sinus duplus anguli partium XV, vel etiam est sinus duplus anguli partium XLV. Erit igitur 1 N radix binomia 2 — √ 2. Vel etiam √ 2.

3 N — 1 C, æquetur 1. Quoniam posito 1 sinu toto, fit 1 sinus duplus anguli partium XXX, ideo 1 N est sinus duplus anguli partium X, vel etiam est sinus duplus anguli partium L.

Erit

$$\begin{aligned} \text{Erit igitur } 1N & \frac{34,729,635,533,196}{100,000,000,000,000} \\ \text{Vel etiam} & \frac{153,208,888,623,795}{100,000,000,000,000} \end{aligned}$$

T H E O R E M A T I O N II.

X quadr.-quadr. in E 5 — X quadr. in E cub. 5 + Equadr.-cubo, aequatur X quad.-quad. in B. Et fit triplex. j. Sinus duplus anguli subquintupli. ij. Sinus duplus differentia inter angulum subquintuplum & quintam partem duorum rectorum. iij. Sinus duplus anguli compositi ex angulo sub-quintuplo, & quinta parte quatuor rectorum. Neque enim compositus ille rectorum excedit.

5N — 5C + 1QC, aequetur 1. Quoniam posito 1 sinu toto, fit 1 sinus duplus anguli partium XXX. Ideo 1N est sinus duplus anguli partium VI. vel sinus duplus anguli partium XXX. Vel etiam sinus duplus anguli partium LXXVIII.

Erit igitur 1N radix trinomia $\frac{2}{4} - \sqrt{\frac{3}{16}}$ — radice binomia $\frac{13}{8} + \sqrt{\frac{43}{64}}$.

Vel 1.

Vel etiam radix trinomia $\frac{2}{4} + \sqrt{\frac{3}{16}}$ + radice binomia $\frac{13}{8} - \sqrt{\frac{43}{64}}$.

5N — 5C + 1QC, aequetur $\frac{68,424,028,645,134}{100,000,000,000,000}$. Quoniam posito 1 sinu toto, datum homogeneum proposita aequalitatis fit sinus duplus anguli partium XX. Ideo 1N est sinus duplus anguli partium IV.

Vel sinus duplus anguli partium XXXII.

Vel etiam sinus duplus anguli partium LXXVI.

$$\begin{aligned} \text{Erit igitur } 1N & \frac{13,951,294,748,825}{100,000,000,000,000} \\ \text{Vel} & \frac{105,983,852,846,641}{100,000,000,000,000} \\ \text{Vel etiam} & \frac{194,059,145,255,109}{100,000,000,000,000} \end{aligned}$$

T H E O R E M A T I O N III.

X cubo-cubus in E 7 — X quad.-quad. in E cub. 14. + X quadr. in Equadr.-cub. 7 — E quad.-quad. cubo, aequabitur X cubo-cubo in B. Et fit E quadruplex. j. Sinus duplus anguli subseptupli. ij. Sinus duplus differentia inter angulum subseptuplum & septimam partem duorum rectorum. iij. Sinus duplus anguli compositi ex subseptuplo & septima parte quatuor rectorum. iiij. Sinus duplus anguli compositi ex differentia praedicta & septima quoque parte quatuor rectorum.

7N — 14C + 7QC — 1QQC, aequetur 1. Quoniam posito 1 sinu toto, fit 1 sinus duplus anguli partium XXX. Ideo 1N est sinus duplus anguli partium IV, cum duabus septimis partis unius. Vel sinus duplus anguli partium XXI, cum tribus septimis. Vel sinus duplus anguli partium LV, cum quinque septimis. Vel denique anguli partium LXXII, una cum sex septimis partis unius.

Et si 7N — 14C + 7QC — 1QQC, aequetur 2. Quoniam 2 est sinus duplus anguli recti, fit 1N sinus duplus anguli partium XII, cum sex septimis. Vel sinus duplus anguli partium LXIV, cum duabus septimis.

Erit igitur 1N $\frac{4450418680}{10000000000}$. Latus tessera-decagoni.

Vel etiam $\frac{18019377358}{10000000000}$. Recta cujus quadratum quadrato lateris heptagoni ad-junctum, aequatur quadrato diametri.

Que

Quæ Theorematia licet in infinitum eadem methodo extendere. & pertinebit vigesimum secundum ad æqualitatem expositam quadrage-quinsektionis de viginti tribus terminis explicabilem, quorum primus est

Sinus duplus anguli subquadragequintupli.

- II. Sinus duplus differentię inter angulum subquadragequintuplum, & quadragesimam quintam partem duorum rectorum.
- III. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & quadragesima quinta parte quatuor rectorum.
- IV. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & quadragesima quinta quoque parte quatuor rectorum. Est autem quadragesima illa quinta pars partium octo, quæ angulo subquadragequintuplo cuiusvis, ac differentię inter eundem, & quadragesimam quintam partem duorum rectorum, id est partes quatuor, potest addi uni undecies, alteri decies, nec compositus angulus rectum excedit. Itaque fit Terminus.
- V. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XVI.
- VI. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XVI.
- VII. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XXIV.
- VIII. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XXIV.
- IX. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XXXII.
- X. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XXXII.
- XI. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XL.
- XII. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XL.
- XIII. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XLVIII.
- XIV. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XLVIII.
- XV. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus LVI.
- XVI. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque LVI.
- XVII. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus LXIV.
- XVIII. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque LXIV.
- XIX. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus LXXII.
- XX. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque LXXII.
- XXI. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus LXXX.
- XXII. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque LXXX.
- XXIII. Sinus duplus anguli compositi ex partibus LXXXVIII angulo subquadragequintuplo, vel ejus à partibus IV differentia. propter hanc enim vel illam additionem partes LXXXIV recti anguli amplitudinem non excedent.

Atque hic ad Romani Problema Responsum explicatum esto.

AUCTA

A V C T A R I V M.

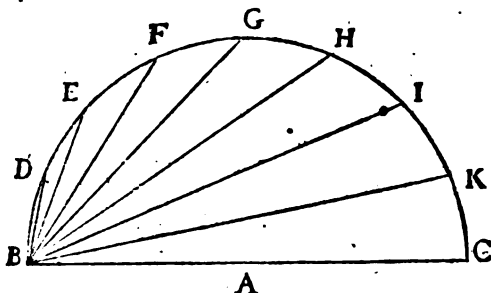


Datur, ad justam progressionis linearum rectarum, quæ circumferentiis circuli subtenduntur, doctrinam; hoc quod sequitur

T H E O R E M A.

Si secetur semi-circumferentia circuli in partes quotcunque æquales, & ab extremo diametri educantur rectæ ad quælibet sectionum puncta: erit ut minimaeducta ad diametrum, ita composita ex diametro, & minima, & ea insuper, cujus quadratum adjunctum minimæ quadrato efficit quadratum diametri ad compositam ex omnibuseductis duplam.

Sit circulus sub A centro, diametro BC descriptus. Secetur autem circumferentia BC in partes quotcunque æquales, & sint illæ BD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, KC, & subtendantur BD, BE, BF, BG, BH, BI, BK. Est igitur BK æqualis subtensæ DC, cujus quadratum adjunctum quadrato ex DB æquale est quadrato ex BC. Dico esse ut BD ad BC, ita compositam ex BC, BD, BK seu DC ad compositam ex omnibus duplam, videlicet compositam duplam ex BD, BE, BF, BG, BH, BI, BK, BC, ut hæc abunde demonstrata sunt & exposita in Analyticis angularium sectionum.



Est conditus canon finuum per singula sexagesima scrupula partium quadrantis circuli in particulis quatum totus adsumitur 100, 000, 000. Querit aliquis summam omnium finuum singulis scrupulis congruentium. Quoniam igitur est ut finus unius scrupuli ad finum totum, ita finus unius scrupuli, finus complementi, & finus totus ad finum totum, profinum complementi, & transinuosam complementi: Addat Logista transinuosam complementi unius scrupuli suo congruenti profinui, & insuper finui toto, & constabit duplum summa quasita. Transinuosas videlicet voco hypotenusas quas suppediat canon fecundissimus, Profinus latera circa rectum qua canon fecundus.

Transinuosam igitur complementi unius scrupuli numeratur	343, 774, 681, 923
Profinus vero,	343, 774, 667, 379
His addatur finus totus:	100, 000, 000
Summa fit	687, 649, 349, 302.

Est igitur 343, 824, 674, 651 summa omnium finuum scrupulorum quadrantis, ipso finu toto XC partium numerato, tam accurata quam patitur in ea hypothesi linearum symmetria:

Novis autem canonistis sui placens errores calculi. Itaque de sua falsa taxatione profinuum & transinuosarum moniti non respiciunt. Sed qui anno 1579 fuit editus infeliciter canon meus Mathematicus, in cura secunda recognitus majorem fortassis apud eos obtinebit auctoritatem.

R r

Porro

Porro ad exercendum non cruciandum studiosorum ingenia
 PROBLEMA hujusmodi construendum subijcio.

Datis tribus circulis, quartum circulum eos contingentem describere.

Proposuit enim Apollonius in libris *περὶ ἐπιπέδων*, sed illi perire injuria temporis. Si autem non ferat suos Apollonios Belgium, feret Gallia.

Non dubito quin Algebraistæ id ipsum in formulam *δεδομέναις* conceptum absolvent, ut pote,

Datis semidiametris singulis trium quorumlibet circularum, una cum centrum distantia, semidiameter quarti circuli eos contingentis, ac sui centri à reliquis centris distantia, erit data.

Sed quæ Problemata Algebraice absolvit Regiomontanus, is se non posse aliquando Geometricè construere faterur. An non ideo quia Algebra fuit hæctenus tractata impure? Novam amplectimini *φιλομαθεῖς*, valete, & æqui bonique consulite.

F I N I S.



FRAN-



FRANCISCI VIETÆ
APOLLONIVS GALLVS.

Seu,

EXSUSCITATA APOLLONII PERGÆI
ΠΕΡΙ ΕΠΑΦΩΝ ΓΕΟΜΕΤΡΙΑ.

Ad V. C.

ADRIANUM ROMANUM Belgam.

PROBLEMA Apollonii de describendo circulo, quem tres dati contingant (clarissime Adriane) Geometrica ratione construendum proposui φιλομαθῶς, non Mechanica. Dum itaque circulum per hyperbolas tangis, rem acu non tangis. Neque enim hyperbolæ describuntur in Geometricis καὶ ἐπισημονικῶν λόγων. Duplicavit cubum per parabolas Menechmus, per conchoidas Nicomedes, an igitur duplicatus est Geometricè cubus? Quadravit circulum per volutam inordinatam Dinostratus, per ordinatam Archimedes, an igitur Geometricè quadratus est circulus? Id vero nemo pronuntiabit Geometricè. Reclamarēt Euclides, & tota Euclideorum schola. Ergo clarissime Adriane, ac si placet Apolloni Belga, quoniam Problema quod proposui planum est, tu vero ceu solidum explicasti; neque ideo occursum hyperbolarum, quem ad factionem tuam adsumis, firmasti, neque etiamnum potes firmare, quoniam revera si asymptoti fuerint parallelæ, erit irritus labor, & alioqui conicas sectiones in plano describere semper veriti sunt antiqui, missas fac lineas mixtas, & jam ab Apollonio ad ripas Oceani Aquitanici exsuscitato ultro accipe περικλῶ & ἐπισημονικῶν χρευσίαν.

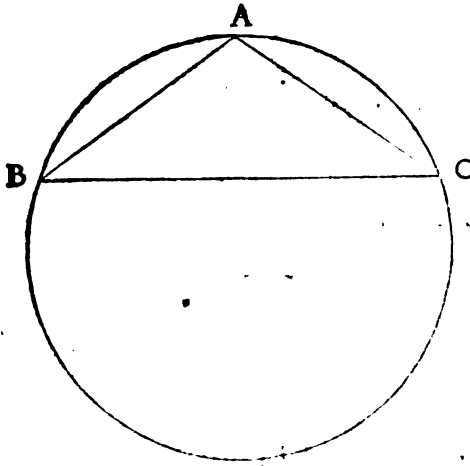
Apollonii Pergæi Problemata πρὸς ἐπιφῶν ad decem contraxit Pappus Alexandrinus, quæ ideo singula persequar eo, qui convenientior videbitur, ordine.

PROBLEMA I.

Datis tribus punctis per eadem circulum describere: oportet autem data puncta non existere tria in eadem linea recta.

R 1 2

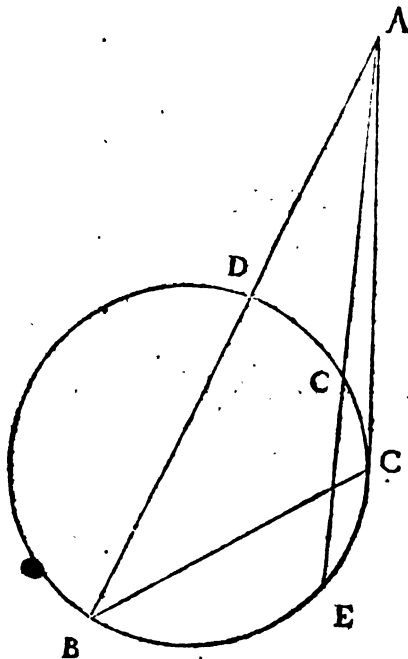
Sint



Sint data tria puncta A, B, C. Oportet per puncta A, B, C circulum describere. Iungantur puncta A, B, C. Et quoniam non existunt in eadem linea recta ex cautione adjecta Problemati, ideo triangulum fit, cujus apices erunt ipsa A, B, C puncta. Itaque circa triangulum A B C describitur circulus. Id enim docent Elementa. Per puncta igitur A, B, C descriptus est circulus A B C. Quod faciendum erat.

Lemma ad id quod sequitur.

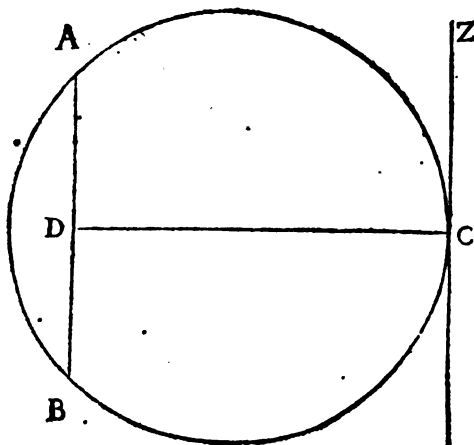
Sit triangulum A B C, secetur autem crus A B in D, ita ut quod fit sub A B, A D æquale sit quadrato cruris A C, & per puncta D, B, C describatur circulus. Ajo circulum D B C tangi à recta A C.



Si enim fieri possit, circulus non tangatur à recta A C. igitur ab ea secabitur. Sectio autem erit in duobus punctis. sit alterum punctum E. Quod fit igitur sub A D, A B erit æquale ei quod fit sub A C, A E. Hoc autem est absurdum, cum æquetur ipsum quadrato A C, ex constructione, A C vero & A E proponuntur inæquales. Recta igitur A C circulum A B C non secabit, sed tanget. Quod erat ostendendum.

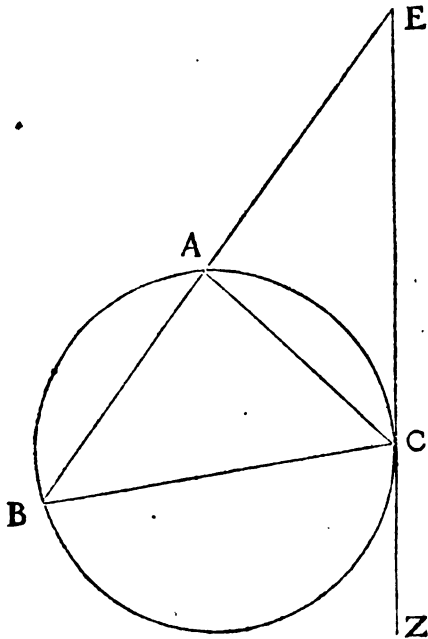
PROBLEMA II.

Datis duobus punctis, & linea recta, per data puncta circulum describere, quem data linea recta contingat.



Sint data duo puncta A, B, & data quoque linea recta C Z. Oportet per A, B puncta, circulum describere, quem linea recta C Z contingat. Iungantur A, B. Si igitur A B fuerit ipsi C Z parallela, secabitur A B bifariam, & ad rectos angulos in puncto D à recta secante C Z in C, & cum per puncta A, B, C describetur circulus, quoniam recta C Z ipsi A B est parallela, recta quoque C Z secabitur à DC ad rectos angulos in C. Itaque circulus A B C tangetur à recta C Z, in ipso C puncto.

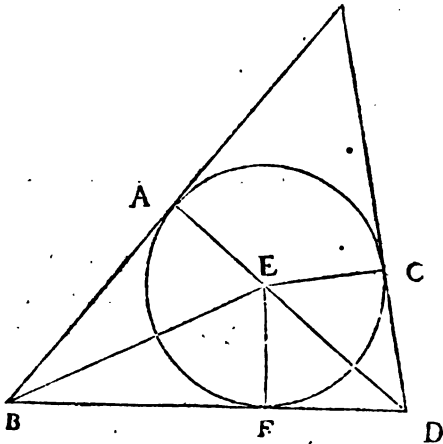
Quod



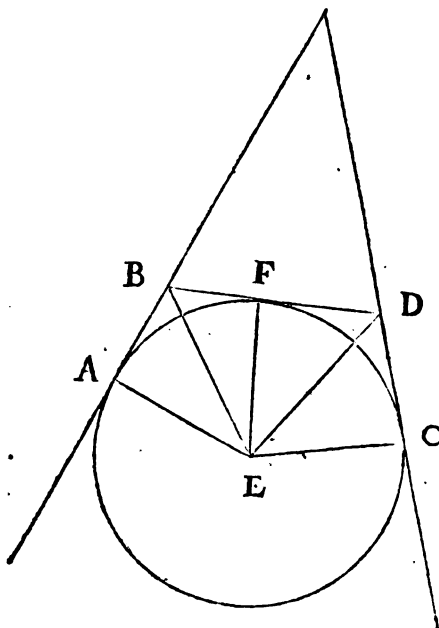
Quod si non fuerit AB ipsi CZ parallela, conveniant ambæ in E, secetur autem EZ in C, ita ut quod fit sub EB, EA æquale sit quadrato ipsius EC, & per puncta A, B, C describatur circulus. Igitur tangetur à recta ECZ per expositam Lemma. Ergo quocunque casu describitur per puncta A, B circulus ABC quem recta CZ in ipso C puncto contingit. Quod erat faciendum.

PROBLEMA III.

Datis tribus lineis rectis, describere circulum quem harum unaquæque contingat. Oportet autem datas lineas rectas non esse parallelas.



Sint datæ tres lineæ rectæ AB, CD, BD, atque harum BD neutri reliquarum sit parallela ex cautione adjecta Problemati, itaque reliquas secet in ipsis B, D punctis. Oportet describere circulum, quem rectæ AB, CD, BD contingant. Secentur bifariam anguli ABD, CDB à rectis concurrentibus in E, itaque sint BE, DE, & cadant in AB, CD, BD perpendiculares EA, EC EF. Erunt igitur æquales. Triangulum enim rectangulum EAB simile est triangulo rectangulo EFB ex constructione, utriusque vero communis est hypotenusa BE Quare altitudo EA altitudini EF erit æqualis. Sic ostendetur EF æqualis ipsi EC. Centro igitur E intervallo EA seu EF vel EC describatur circulus AFC. Descriptus est igitur circulus AFC quem rectæ AB, CD, BD tangunt in punctis A, C, F. Quod erat faciendum.

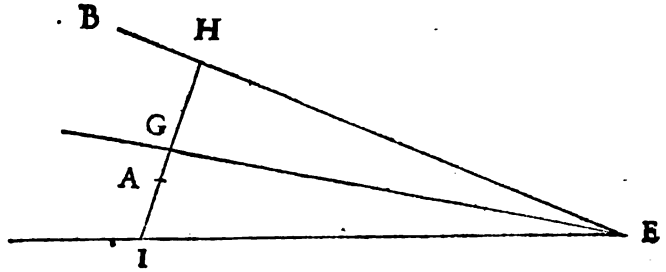
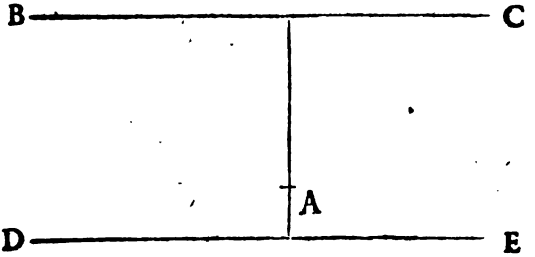


Lemma.

Per datum punctum ducete lineam rectam secantem duas datas ad angulos æquales.

Sit datum A punctum, datæ quoque duæ lineæ rectæ BC, DE . Oportet per A punctum ducere lineam rectam secantem BC, DE ad angulos æquales. Si igitur fuerint parallelæ BC, DE demittatur ab A puncto perpendicularis utrivis ipsarum, utrivis secabitur ad angulos æquales, nempe rectos.

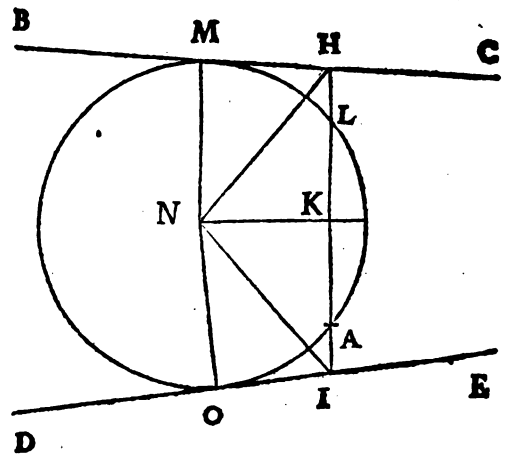
Si non sint parallelæ, convenient. Con-
veniant igitur in F puncto, & secetur angulus DFB bifariam à recta, quam AG secet in G , ad angulos rectos, rectas vero BF, DF in H, I . Triangula igitur HGF, IGF lateribus & angulis sunt æqualia, atque adeo anguli qui ad H, I , æquales. Dato igitur A puncto per ipsum ducta est linea HI secans D datas BF, DF in H, I ad angulos æquales. Quod faciendum erit.



P R O B L E M A I V.

Datis duabus lineis rectis, & puncto, per datum punctum circulum describere, quem datæ duæ lineæ rectæ contingant.

Sit datum A punctum, datæ quoque duæ lineæ rectæ BC, DE . Oportet per A punctum circulum describere, quem BC, DE contingant. Per A ducatur HI secans BC, DE ad angulos æquales, eaque secetur bifariam in K , & ipsi AK ponatur æqualis KL , & per A, L puncta describatur circulus, quem altera datarum BC , vel DE contingat. Dico eundem à reliqua contingi. Contactus enim à BC , sit M , & circuli centrum N , à quo ducatur NO , secans DE normaliter in O , & agatur NK . Quoniam igitur secatur AL bifariam in K ab ea quæ est ex centro, ideo angulus NKI est rectus. Connectantur autem NH, NI . Æquales igitur sunt NH, NI , quoniam perpendicularum triangulis rectangulis NKH, NKI commune NK . Sed & basis HK basi KI constructa est æqualis. Ergo æquales quoque anguli NHM, NIO , cum sint residui post ablationem æqualium NHL, NIL ex æqualibus constructis MHK, OIK . Similia sunt itaq; triangula rectangula NHM, NIO . ac etiam æqualia cum sint æquales ipsorum hypotenusæ. Est autem MN semidiameter, erit itaque NO quoque semidiameter, quam cum secet DI ad rectos angulos, ideo DI quoque circulum ALM continget. Ergo descriptus est circulus AOM per A punctum, quem datæ BC, DE in M, O contingunt. Quod erat faciendum.

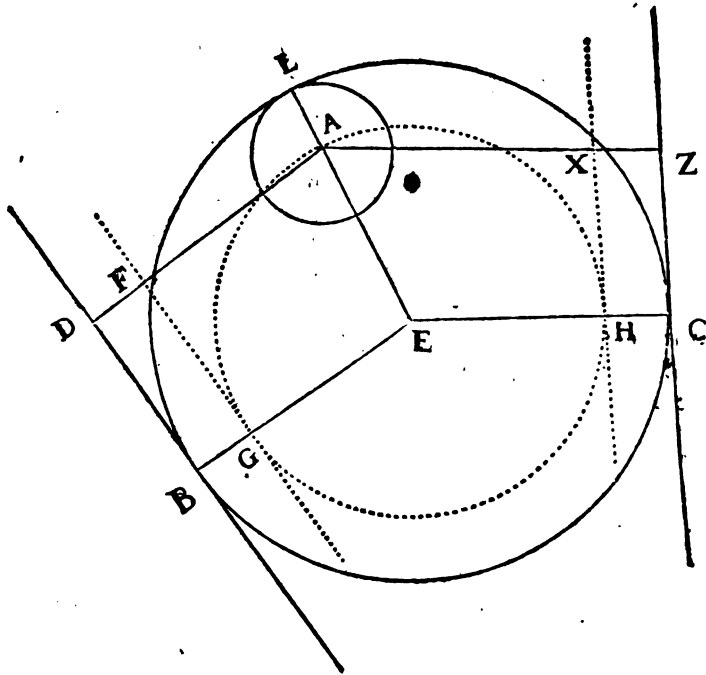
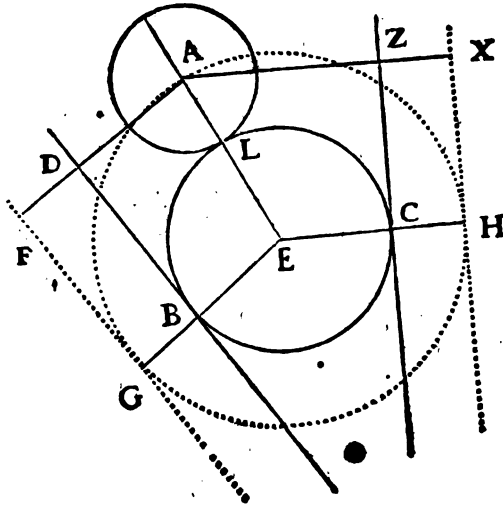


P R O-

PROBLEMA V.

Dato circulo, & duabus lineis describere circulum quem datus circulus, & datæ duæ lineæ rectæ contingant.

Sit datus circulus, cujus A centrum, datæ quoque rectæ lineæ ZC, DB. Oportet describere circulum, quem circulus, cujus A centrum, & rectæ lineæ ZC, DB contingant. Cadant in ZC, DB perpendiculares AZ, AD, quæ secentur ad easdem partes in punctis X, F posita unaquaque rectarum ZX, DF æqualibus semidiametro circuli, cujus A centrum, & per X, F agantur XH, FG ipsi ZC, DB parallelæ, & per ipsum A signum describatur circulus positivus AGH, quem actæ XH, FG contingant, & sit illius circuli centrum E. Et manifestum est fore E centrum circuli, quem datus circulus, cujus A centrum, &

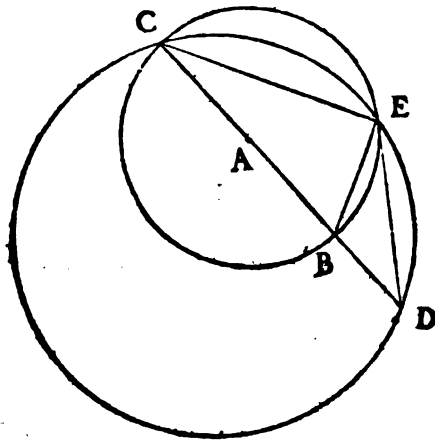


datæ rectæ CZ, DB contingant, ob æqualia æqualibus addita, vel adempta undecunque intervalla. Itaque cadat ad angulos rectos EC. Erit ea semidiameter circuli quæsitæ.

Lemma I.

Si duo circuli se mutuo secant, à puncto autem sectionis ducatur per centrum unius circularum linea recta, ea non transibit per alterius circuli centrum.

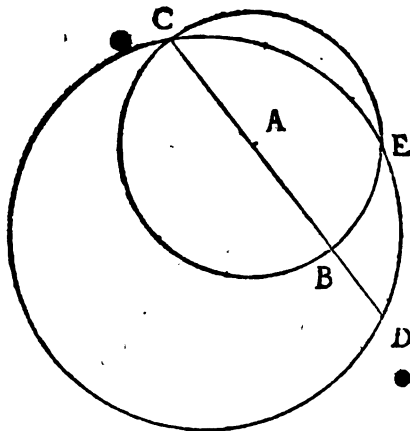
Duo



Duo circuli CEB, CED sese mutuo secant, sectio igitur erit in duobus punctis. Sint illa C, E. & sit A centrum circuli CEB, & agatur diameter ipsius CAB secans circulum CED in D. Dico rectam CABD non transire per centrum circuli CED. Iungantur enim EC, EB, ED. angulus igitur CEB est rectus, ut pote in semicirculo. Quare CED non erit rectus, sed recto major vel minor per angulum BED. Non est igitur CABD diameter circuli CED, atque ideo non transit per eius centrum. Quod erat ostendendum.

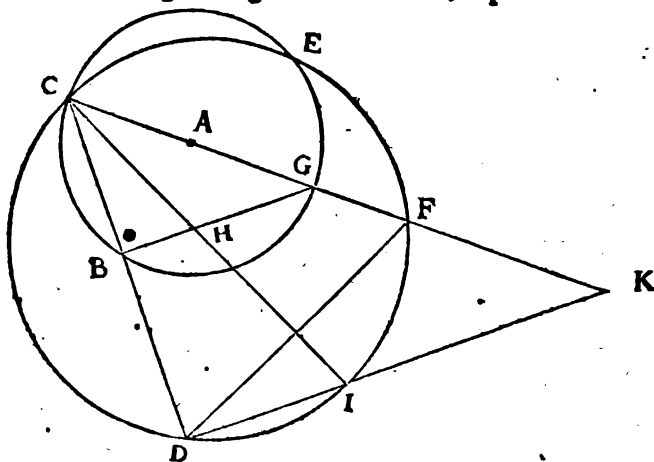
Lemma II.

Si duo circuli sese mutuo secant; à puncto autem sectionis ducatur linea recta utrumque circulum secans, erunt dissimilia circulorum illorum segmenta.



Duo circuli CEB, CED sese mutuo secant in punctis C, E. Agatur vero linea recta CBD; secans circulum CEB in C, B; circulum vero CED in C, D punctis. Dico segmenta CB, CD esse dissimilia. Aut enim CB transit per centrum circuli CEB, vel non. Primum transeat per centrum circuli CEB, & sit illud A, non igitur transibit per centrum alterius circuli CED. Quare CB erit diameter circuli CEB; CD vero non erit diameter circuli CED. Non erunt igitur eo casu similia segmenta

CB, CD. Sed non transeat CBD per alicujus circulorum centrum. Agatur per A centrum circuli CBE recta CAGF, unde sit CAG diameter circuli CBE, & connectantur BG, DF. Erit igitur angulus CBG rectus, ut pote in semicirculo, angulus vero CDF non



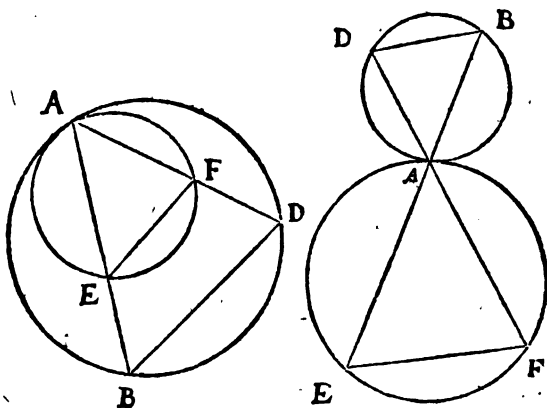
erit rectus, sed recto major vel minor, quoniam CF non erit diameter circuli CED. Itaque non erunt GB, DF parallelæ. Sit H centrum circuli CED, & ejus diameter agatur CHI, & juncta DI intercipiat CG in K. Erit igitur angulus CDI rectus, & ideo parallelæ erunt BG, DK. Vnde erit CB ad CD, sicut CG ad CK, erunt autem CI, CK inæquales. Quare non

non erit CB ad CD, sicut CG ad CI, & ideo eo quoque casu dissimilia erunt segmenta CB, CD. Quod erat ostendendum.

Lemma III.

Si per crura trianguli agatur recta basi parallela, itaque duo construuntur sub eodem vertice similia triangula, qui circa triangulum unum describetur circulus tangetur in vertice communi à circulo qui circa triangulum alterum describetur.

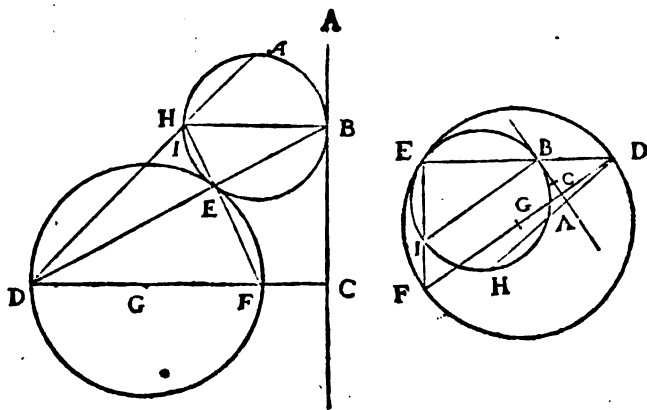
Sit triangulum ABD, ipsius autem crura AB, AD secet recta EF ipsi BD parallela, itaque duo constituuntur similia triangula ABD, AEF sub eodem A vertice. Ajo circulum circa triangulum ABD descriptum à circulo circa triangulum AEF descripto tangi in ipso A puncto. Describatur enim circa triangulum ABD circulus primus, & circa triangulum AEF circulus secundus. Illi igitur circuli sese mutuo secabunt in A vel sese tangent, sed non sese secant. Essent enim AE, AB segmenta dissimilia eorum, quorum sunt subtensæ, circulorum. Sed sunt similia. Similia enim sunt triangula ABD, AEF. Itaque est ut AB ad AE, ita semidiameter circuli triangulum ABD circumscriptis ad semidiameter circuli triangulum AEF circumscriptis. Cum igitur non sese mutuo secant circuli ABD, AEF, sese contingunt in A. Quare circulus ABD à circulo AEF tangetur in A puncto. Quod erat ostendendum.



PROBLEMA VI.

Datis puncto, linea recta, & circulo, per datum punctum describere circulum, quem data linea recta & datus circulus contingant.

Sit datum A punctum, data quoque linea recta BC, ac datus denique circulus DEF. Oportet per A punctum circulum describere, quem recta linea BC, ac circulus DEF contingant. Ex G centro circuli DEF demittatur in BC perpendicularis DC, secans ex diametro circulum DEF in punctis D, F, & connectatur DA, quæ ita secetur in H, ut quod fit sub DA, DH æquale sit ei quod fit sub DC, DF, & per puncta AH describatur circulus, quem recta contingat in B, & agatur DB secans circulum DEF in E, & connectatur FE. Rectus est igitur angulus DEF. Itaque in quadrilatero BEFC anguli oppositi duobus rectis sunt æ-



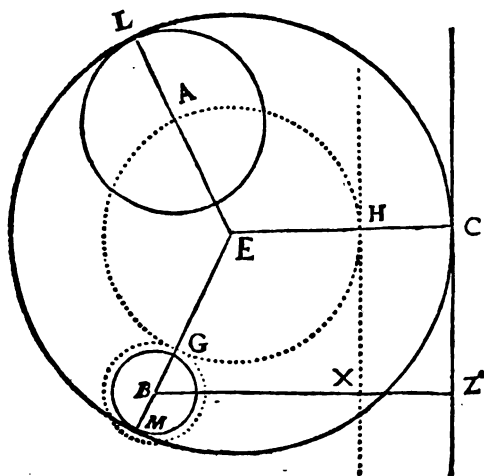
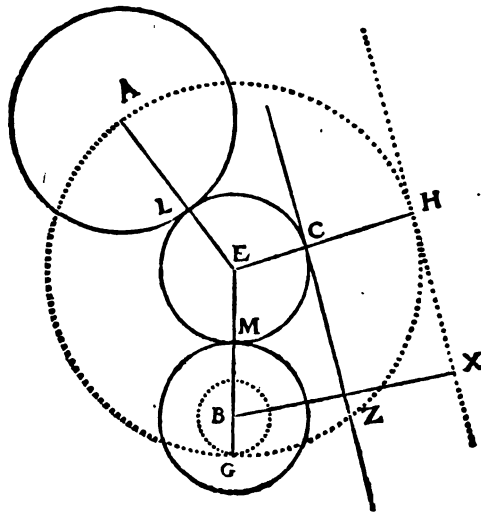
quales, rectus enim quoque est angulus BCF. Quare quod fit sub DB, DE æquale est ei quod fit sub DF, DC, id est ex constructione æquale ei quod fit sub DA, DH. Sunt igitur puncta AHEB in circulo. Sed E est in circulo DEF. Quare circulus DEF secat vel tangit

S f

tangit in E circulum AHEB. Agatur autem BI diameter circuli. Quoniam is circulus tangitur à recta BC in B, erit angulus CBI rectus, atque adeo erunt IB, DC parallelae, & cum jungetur IE fiet angulus IEB rectus, sicut est angulus DEF. Quare IE, EF coincidunt in eandem lineam rectam. Itaque duo similia triangula sunt DEF, BEI sub eodem vertice, & ideo circuli ea triangula circumscribentes sese mutuo contingunt in E, non etiam se-
cabunt. Igitur per A punctum descriptus est circulus BAE, quem recta BC in B, circulus vero DEF in E contingunt. Quod erat faciendum.

P R O B L E M A VII.

Datis duobus circulis, & linea recta, describere tertium circulum, quem duo dati, & data linea recta contingant.



Sint dati duo circuli, primus cujus A centrum, secundus cujus B, & data quoque linea recta CZ. Oportet describere tertium circulum quem circuli, quorum A, B centra, & recta CZ contingant. Cadat in rectam CZ perpendicularis BZ, & secetur in X, ut sit ZX æqualis semidiametro AL ad primū circulum pertinenti, & ipsi CZ agatur parallela HX, & centro B, intervallo BG, æquali adgregato vel differentie semidiametrorum primi & secundi circuli describatur circulus positivus, denique per A punctum describatur circulus AGH, quem positivus contingat in G, & linea recta HX in H. & sit ejus E centrum. & manifestum est idem E signum fore centrum circuli quem dati circuli, quorum A, B centra & data linea recta CZ contingunt, ob æqualia ab æqualibus dempta undiquaque, vel addita undiquaque intervalla. Itaq; demittatur in CZ datam perpendicularis EC, ea erit semidiameter circuli LMC, quem circuli, quorum A, B centra in punctis L, M & recta CZ in C contingunt, habita ea, quam decebit, & opus exigit partium ratione. Itaque factum erit quod oportuit

Πρώτης.

Sic autem habebitur ea quam decebit, opusve exigit, partium ratio.

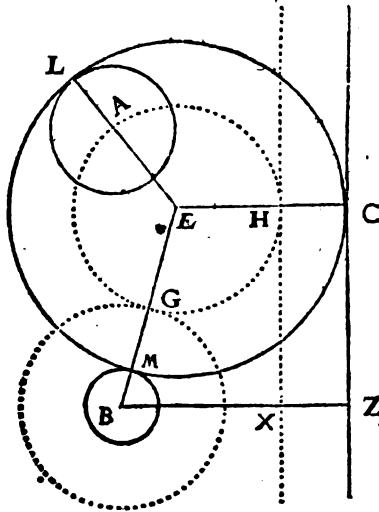
I.

Vt tertium circulum duo dati cōtingant extra. Primus circulus, cujus A centrum erit major datorum

rum, Secundus, cujus B, minor, & erit BG differentia semidiametrorum primi & secundi, acta vero BX excedet datam CZ, cui est perpendicularis.

II.

Vt tertium circulum duo dati contingant intus. Rursus circulus, cujus A, centrum erit major datorum, Secundus, cujus B, minor, & erit BG differentia semidiametrorum primi & secundi, acta vero BX deficiet à data CZ, cui est perpendicularis.



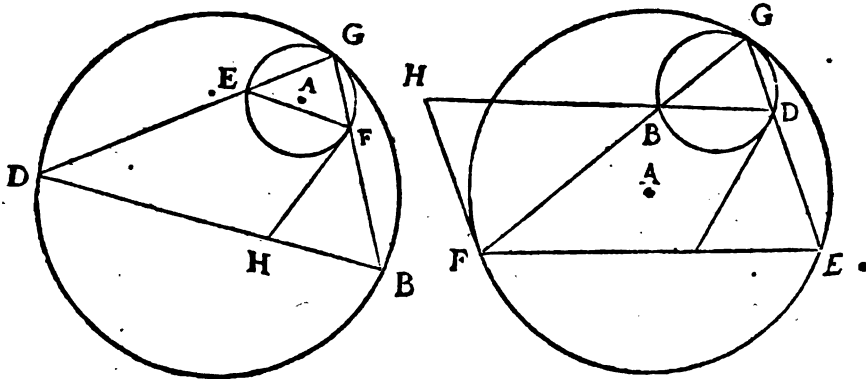
III.

Vt tertium primus contingat intus alter extra, erit BG adgregatum semidiametrorum primi & secundi, & acta BX deficiet à data CZ, cui est perpendicularis.

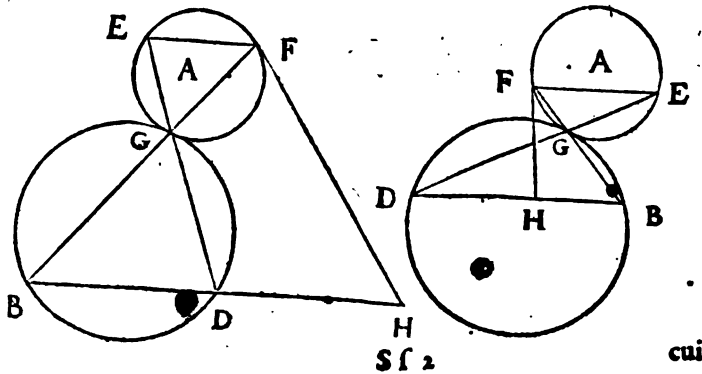
PROBLEMA VIII.

Datis duobus punctis, & circulo, per data duo puncta circulum describere, qui datum contingat.

Sint data duo puncta B, D, ac præterea circulus EFG, cujus A centrum. Oportet per



puncta B, D circulum describere, qui circulum GEF contingat. Secetur ita BD in H, ut quod sit sub BD, BH æquale sit differentiz quadratorum AB, AF, & circulum EGF tangat recta HF, & connectatur BF secans circulum EFG tum in F tum in G, & connectatur quoq; DG, secans eundem circulum in E, & per puncta GBD describatur circulus. Quoniam rectangulum sub BD, BH constructum est æquale differentiz quadratorum AB, AF,

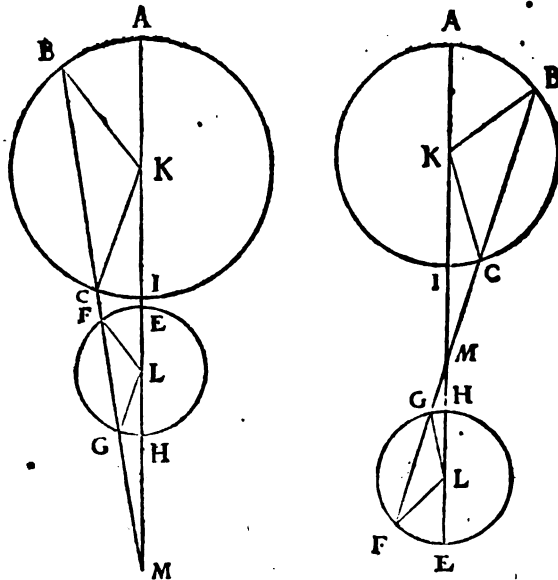


cui etiam æquale est id quod fit sub BG, BF, ideo puncta D, G, F, H sunt in circulo, & angulus DGB angulo FHB est æqualis, ac angulus GDB id est connectendo EF angulus GEF angulo HFB. Vterque igitur, sive angulus GEF, sive angulus HFB dematur à duobus rectis. Et angulus quidem GEF in triangulo GEF, relinquet angulos EGF, EFG; angulus vero HFB in triangulo HFB, relinquet angulos FHB, FBH. Erunt igitur anguli EGF, EFG simul juncti angulis FHB, FBH simul junctis æquales. Sed angulus EGF angulo FHB ostensus est æqualis. Itaque angulus reliquus EFG angulo reliquo FBH erit æqualis, atque adeo similia erunt triangula GDB, GEF, sub eodem G vertice. Unde descripti circuli duo, unus per puncta GEF, alter per puncta GDB, sese contingent in G communi vertice. Descriptus igitur est per D, B puncta circulus DBG, circulum GEF tangens in G. Quod erat faciendum.

Lemma I.

Propositis duobus circulis, invenire punctum in jungente ipsorum centra, à quo cum ducetur quævis linea recta ipsos circulos secans, similia erunt segmenta.

Proponantur duo circuli ABC, EFG, & sit primi centrum K, secundi L, & jungatur KL. Oportet in KL invenire punctum à quo cum ducetur quævis linea recta circulos



ABC, EFG secans, similia erunt segmenta. Secetur KL, vel producat in M, ut sit KM ad LM, sicut AK ad EL. Dico cum à puncto M ducetur linea recta circulos ABC, EFG secans, similia fore ipsorum segmenta.

Agatur enim quævis MGF CB secans circulum ABC in punctis B, C, circulum vero EFG in punctis F, G, & sint puncta sectionum B, F ad easdem partes, ut pote remotiora ab ipso M, puncta vero C, G eidem M signo propiora, & connectantur BK, CK, FL, LG. Itaque constituuntur duo triangula BKC, FLG. Quoniam igitur est KM ad LM ex constructione, sicut KB ad FL, erunt BK, FL paralle-

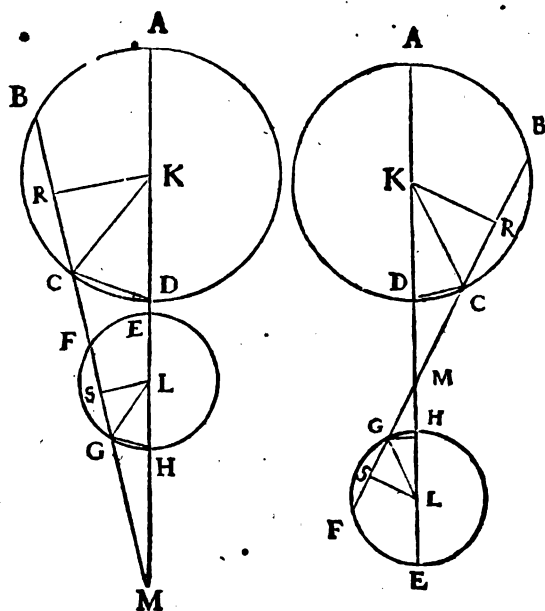
læ, & angulus KBC angulo LFG æqualis. Æque, quoniam KM ad LM ex constructione est, sicut KC ad LG, erunt KC, LG parallelæ, & angulus KCB angulo LGF æqualis. Quare & angulus reliquus BKC, id est circumferentia BC, angulo reliquo FLG, id est circumferentiæ FG, est æqualis. Atque adeo BC, FG similia circulorum, ad quos pertinent, segmenta. Propositis igitur duobus circulis ABC, EFG inventum est in KL jungente ipsorum centra punctum M, à quo cum ducetur quævis recta linea ipsos secans, similia erunt segmenta. Quod faciendum erat.

Lemma II.

Sint duo circuli, unus ABCD, alter EFGH; jungens autem eorum centra KL secet circulum primum in A, D; secundum vero in E, H; & in ea sumatur M punctum, à quo acta MGFCB recta secet circulum primum in B, C, secundum in F, G, & sint similia segmenta, & puncta quidem sectionum A, B sint remotiora ipsis C, D, &

D, & puncta F, E ipsi C, H. Ajo id quod fit sub MG, MB æquari id quod fit sub MH, MA.

Cadant enim ex centrīs K, L in subtenfas BC, FG perpendicularēs KR, LS, & connectantur semidiametri KC, LG. Quoniam BC, FG proponuntur similia suorum circulorum segmenta, RC vero & SG sunt semisses subtenfarum BC, FG, ideo similia sunt triangula KRC, LSG, & parallelz KC, LG; atque adeo anguli CKD, GLH similes, ac denique subtenfæ eorum amplitudini CD, GH parallelz: Quare est ut MD ad MC, ita MH ad MG. Sed MD ad MC est, ut MB ad MA. Et ideo quod fit sub MB, MG ei quod fit sub MA, MH est æquale.



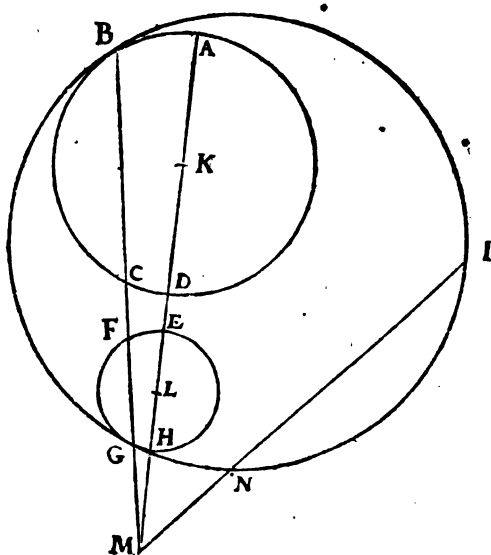
Isdem positis, Ajo eadem ratione id quod fit sub ME, MD, æquari ei quod fit sub MF, MC.

Quoniam enim EFGH est in circulo, ideo est MH ad MG, sicut MF ad ME. Sed MH ad MG est, sicut MD ad MC. Ergo est MF ad ME, sicut MD ad MC, & ideo quod fit sub ME, MD ei quod fit sub MF, MC est æquale.

PROBLEMA IX.

Datis duobus circulis, & puncto, per datum punctum circulum describere quem duo dati circuli contingant.

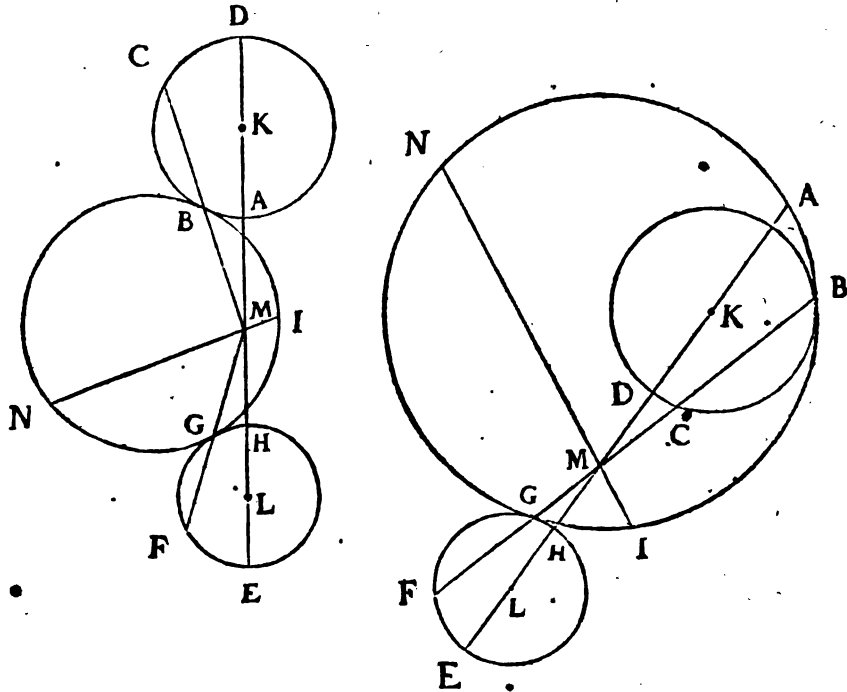
Sint dati duo circuli, unus ABCD, alter EFGH, & præterea datum I punctum. Oportet per I punctum circulum describere quem circuli ABCD, EFGH contingant. Circulorum ABCD, EFGH jungantur centra K, L, & in KL inveniatur ex antecedente, quod primo loco præmissum est, Lemmate, M punctum, à quo, cum ducentur rectæ lineæ secantes circulos ABCD, EFGH, similia sint segmenta. Ipsa vero KL secet ex diametro circulum ABCD in signis A, D, circulum vero EFGH in signis E, H, & ita secetur MI in N, ut quod fit sub MI, MN æquale sit ei quod fit sub MH, MA, & per I, N puncta describatur circulus qui à circulo ABCD tangatur. Id enim jam docuit Problema octavum. Et sit contactus in B, & con-



Sf 3

necta-

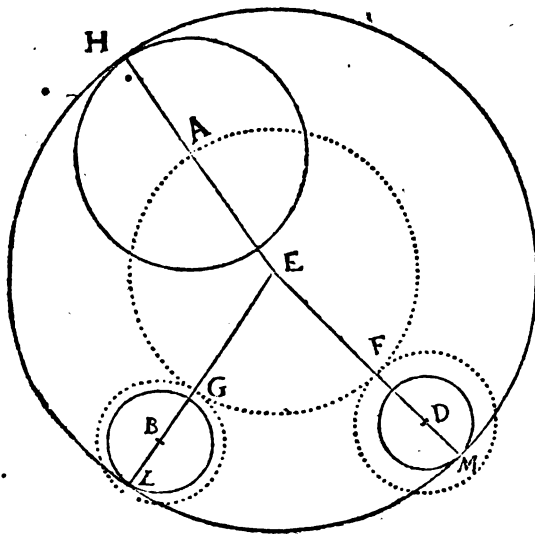
ne datur BM secans circulum ABCD in B, C, circulum vero EFGH in F, G. Quod fit igitur sub MG, MB æquale est ei quod fit sub MH, MA, id est ex constructione ei quod fit sub MN, MI ex antecedente, quod secundo loco præmissum est, Lemmate. Quare puncta NIBG sunt in eodem circulo, Sed punctum G est quoque in circulo EFGH. Qua-



re circuli EFGH, IBGN sese mutuo secant, vel contingunt in G. At vero sese contingunt circuli BNI, BCD in B ex constructione. Unde segmentum BG simile est segmento BC. Segmentum autem FG simile est segmento BC. Itaque segmentum FG erit simile segmento BG. Quare circuli EFG, IBG sese contingunt in G, non etiam sese mutuo secabunt. Descriptus est igitur per I punctum circulus IBG, quem circuli ABD, EGH contingunt in B, G. Quod erat faciendum.

P R O B L E M A X.

Datis tribus circulis, describere quartum circulum quem illi contingant.



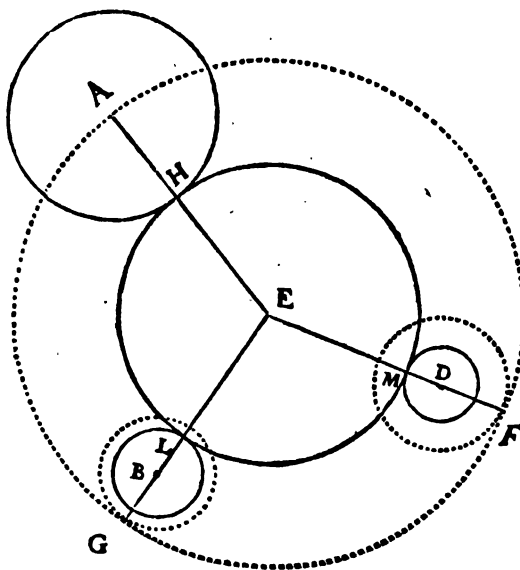
Sint dati tres circuli quorum primi centrum A, secundi B, tertii D. Oportet describere circulum quartum quem illi contingant. Centro D intervallo DF differentia vel adgregato semidiametrorum primi & tertii, describatur circulus positivus unus. Et centro B, intervallo BG, differentia vel adgregato semidiametrorum circuli primi & secundi, describatur positivus alter. Denique per A punctum describatur circulus AGF quem positivus contingant in punctis G, F, & fit circuli illius centrum E. Et manifestum est ipsum E signum fore quoque centrum circuli, quem dati contingant, ob æqualia æqualibus dempta undique,

quaque, vel undiquaque addita intervalla. Itaque ducatur ab eo puncto E recta per centrum alicujus datorum ad ipsius dati circumferentiam habita ea quam decebit opus-ve exiget, partium in positionibus ratione, & intervallo EH describatur circulus HLM. factum erit quod oportuit.

Sic autem habebitur ea, quam decebit opus-ve exiget partium ratio.

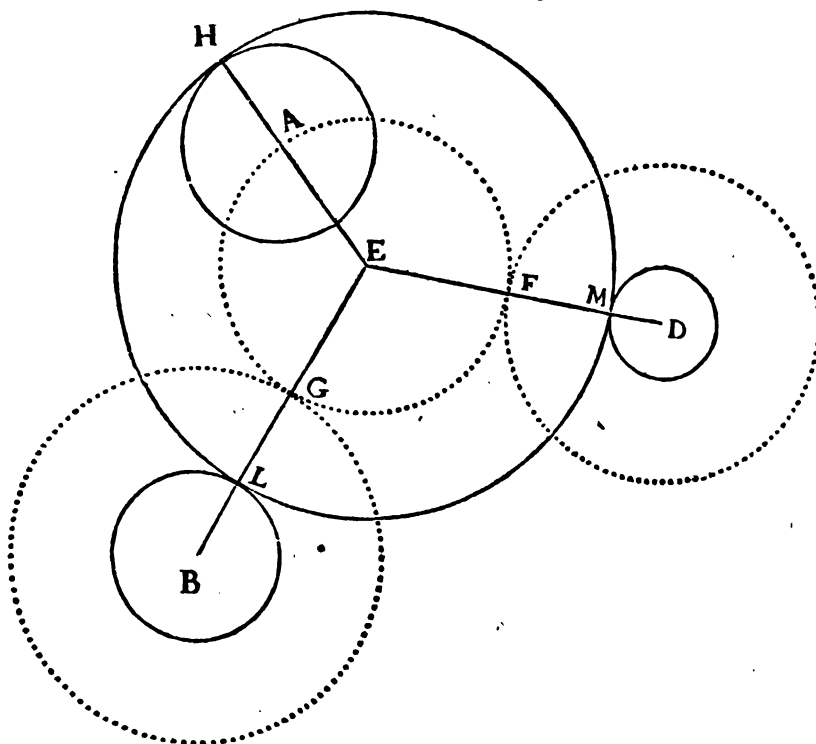
I.

Vt quartus à datis tangatur intus. Sic A centrum maximi datorum, B medii, D minimi, DF differentia qua semidiameter maximi superat semidiametrum minimi, BG differentia qua semidiameter maximi superat semidiametrum medii, & per A punctum describatur circulus quem positivi extra contingant.



II.

Vt quartus à datis tangatur extra. Sic rursus A centrum maximi, B medii, D minimi, DF differentia qua semidiameter maximi superat semidiametrum minimi, BG differen-



tia qua semidiameter maximi superat semidiametrum medii, & per A punctum describatur circulus quem positivi intus contingant.

III. Vt

A P P E N D I C V L A I.

DE PROBLEMATIS, QUORUM GEOMETRICAM CONSTRUCTIONEM SE NESCIRE
AIT REGIOMONTANUS.



Ixi quædam esse Problemata, quorum Geometricam constructionem se nescire ait Regiomontanus, quanquam Algebrice, ut loquitur, ea explicet. Consultatur liber suus de triangulis. At Algebra, quam tradidere Theon, Apollonius, Pappus, & alii veteres Analystæ, omnino Geometrica est, & magnitudines, de quibus quæritur, sive re, sive numero statim exhibet, aut erit ἀρήτων ἢ ἀλογον πρόβλημα

Neque vero

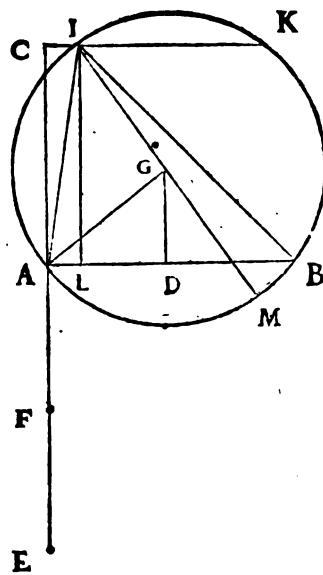
*Ego Archimeden, aut ego Eucliden miser
Verso diurna, verso nocturna manu,
Subtilis artis aucupans palmarium.
Sed sive lectis quatuor Problematis
Orontianis, atque Stofleri novem,
Vitellionis quinque, Peurbachi tribus,*

sive alia, quam boni illius Poëtæ, sed aliquando licentiosi, & in Geometricis infelicissimi, non est capeßere via, Problemata tamen illa Regiomontani construxero.

P R O B L E M A I.

Data base trianguli, altitudine, & rectangulo sub cruribus, invenire triangulum.

Trianguli de quo quæritur esto data basis AB, altitudo æqualis rectæ AC, rectangulum autem sub cruribus detur æquale ei quod fit sub AC, AE. Oportet invenire triangulum, cujus basis AB, altitudo ipsi AC æqualis, & rectangulum sub cruribus æquale ei quod fit sub AC, AE. Inclinentur AC, AB ad angulos rectos, & ipsæ AE, AB secentur bifariam in F, D, & per D agatur DG ipsi CAE parallela, in qua ponatur AG ipsi AF æqualis, & centro G intervallo GA vel GB describatur circulus. Denique per punctum C agatur CK ipsi AB parallela, secans circulum in I, K, & connectantur AI, BI. In triangulo igitur AIB, cum ex vertice cadet in basin AB perpendicularis IL, ipsa erit altitudini AC æqualis. Agatur autem diameter IGM, & connectatur MB, erit triangulum IBM rectangulum, & simile triangulo IAL. Recti enim sunt anguli ILA, IBM, & sive anguli IMB sive anguli IAB duplam amplitudinem eadem peripheria IB definit. Quare est ut IL ad AI, ita IB ad IM. Sed IM est dupla ipsius AG, & ideo æqualis toti AE. Itaque rectangulum sub IM, IL constituitur rectangulo sub CA, AE æquale, ergo eidem quoque æquatur rectangulum sub AI, IB. Ad datam itaque basin AB, & altitudinem IL, seu AC ita constitutum est triangulum AIB, ut rectangulum sub cruribus æquale sit rectangulo sub AC, AE. Quod erat faciendum.



T t

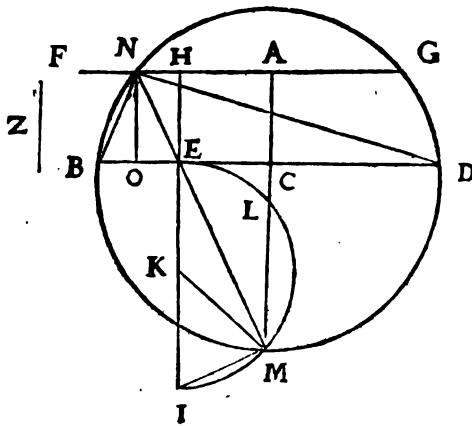
PRO:

P R O B L E M A I I.

Data base, altitudine, & ratione crurum trianguli, invenire triangulum.

Oportebit autem, cum basis secabitur pro ratione crurum, & rectangulum quod fit sub segmentis applicabitur ad altitudinem, quod inde orietur, non minus esse differentia segmentorum basis.

Sit data trianguli basis BD, altitudo Z, ratio crurum ut S ad R. Oportet invenire triangulum. Basis BD secetur bifariam & ad angulos rectos in C à recta AC quæ fit ipsi Z æqualis, & per A agatur FAG ipsi BD parallela. Eadem basis BD secetur in E ratione crurum ut fit BE ad ED, sicut S ad R, & agatur HE ipsi AC æqualis & parallela, & ita producat in I ut

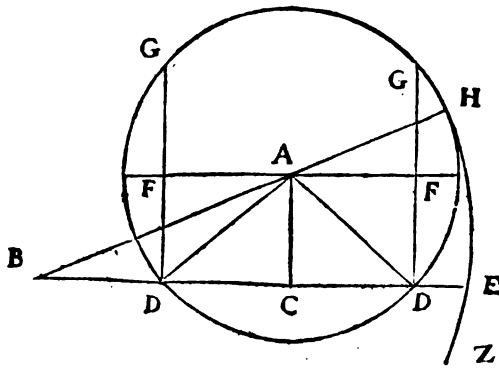


quod fit sub HE, EI fit æquale ei quod fit sub BE, ED, & secetur EI bifariam in K, & centro K intervallo EK vel KI describatur circulus quem AC continuata secet in punctis L, M, aut demum contingat in M. Secabit enim aut continget circulum illum AC. quoniam cadens in eam ex centro K perpendiculariter erit æqualis ipsi EC, cui ex cautione adjecta Problemati præstabit aut demum erit æqualis EK semidiameter circuli. Denique acta ME secet FG in N, & connectantur BN, ND. Triangulum igitur constructum est BND, cujus basis est data BD, in quam cadens perpendicularis NO fit ipsi AC seu Z datæ æqualis. Connectatur autem IM. Sunt igitur triangula similia rectangula NHE, IME, & est

ut NE ad IE, ita HE ad EM. Quod fit itaque sub NE, EM æquale est ei quod fit sub HE, EI, id est rectangulo sub BE, ED. Quare puncta B, N, D, M sunt in circulo. In eo autem subtensa BD secatur bifariam ad rectos angulos ab AC quare sectio est per centrum, & sunt peripheriæ æquales BM, MD. angulus igitur BNE angulo END est æqualis, & ideo est BN ad ND, sicut BE ad ED. Triangulum igitur BND descriptum est sub data base BD, cujus altitudo NO æqualis est imperatæ Z seu AC, & BN ad ND se habet, ut BE ad ED seu, ut S ad R. Quod faciendum erat.

P R O B L E M A I I I.

Data base, altitudine, & adgregato crurum trianguli, invenire triangulum.



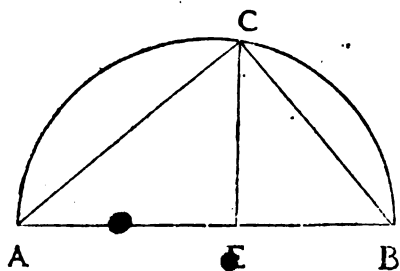
Sit trianguli data basis BD, altitudo DF, adgregatum crurum BE. Oportet invenire triangulum. Centro B intervallo BE describatur circulus EZH, inclinentur autem DF, DB ad angulos rectos, ipsaque DF duplicetur in G, & per puncta G, D describatur circulus GHD circulum HEZ contingens in H, & fit circuli GHD centrum A, itaque connectatur AD. Triangulum igitur constructum est ABD sub data base BD, & sunt AD, AH æqua-

De Problemate Raymari.

Problema, quod à Raymaro non fuisse constructum merito conquereris, dum suam propofuit circuli quadrationem, ita concipio & absolvo.

P R O B L E M A VII.

Invenire triangulum reëtangulum, cujus tria latera sint proportionalia.



Exponatur linea AB secta in E media & extrema ratione, & fiat ea diameter circuli, quem excirata normalis ad E intercipiat in C, & connectantur AC, BC. Triangulum igitur fit reëtangulum ACB, cujus latus AC proportionale est inter AB, AE. Quoniam vero proponitur AB secta media & extrema ratione, ideo proportionales sunt AB, AE, EB. Sed & proportionales quoque construuntur AB, BC, EB. Sunt igitur AE, BC æquales. Trianguli igitur reëtanguli ACB latus AC proportionale est inter reliqua duo latera AB, BC. Quod faciendum erat.

Cum vero ita Quadratarii proponunt,

Si trianguli reëtanguli latera fuerint proportionalia, latus autem quod angulo reëtato subtenditur, statuatur diameter circuli: majus reliquorum laterum erit quadranti circumferentia ejusdem circuli æquale,

quàm longe absint à vëro ita planum fit.

Sit	AB	100,000
Fit AE seu	BC	61,803
	EB	38,197
	AC	78,615

Diameter igitur circuli ad quadrantem circumferentiæ se haberet, ut 100,000 ad 78,615, & angulus BAC fieret partium xxxviii ñ xxii quatuor rectus xc. At diameter circuli ad quadrantem circumferentiæ se habet proxime ut 100,000 ad 78,540. Et cum latus AC constituitur propemodum quadranti circumferentiæ æquale, angulus BAC existit partium xxxviii ix xlvi.

APPEN-

APPENDICVLA II.

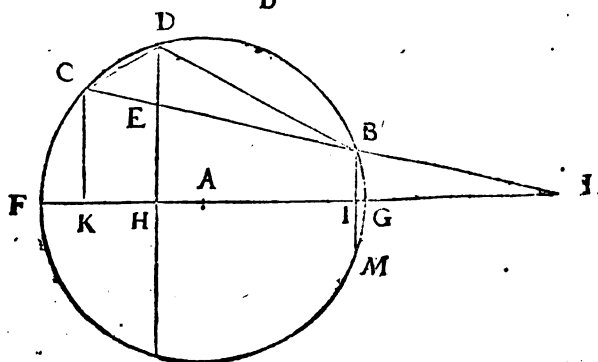
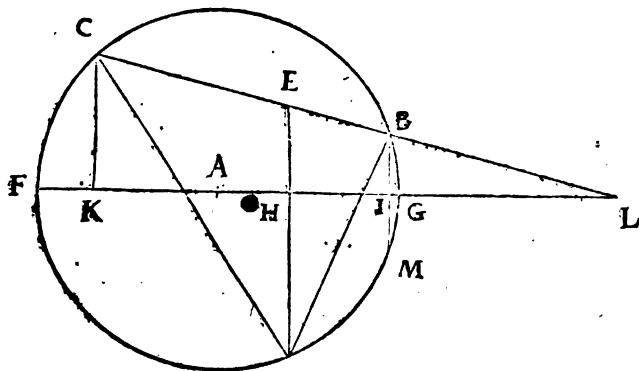
DE PROBLEMATIS QVORVM FACTIONEM GEOMETRICAM NON TRADUNT ASTRONOMI, ITAQUE INFELICITER RESOLVUNT.



TOLEMÆVS ipse, & Ptolemæi paraphraſtes Copernicus, cum ex tribus Epochis mediis; & totidem adparentibus exquirunt ſummarum abſidum loca, & Eccentrotetas vel Epicyclorum ſemidiametros, Geometras non ſe produnt, adſumentes opus tanquam confectum, quod ideo reſolvunt infeliciter. Immo vero Copernicus ἀπὸ γίναν non ſolum proſitetur, ſed docet capite nono libri tertii revolutionum, cum ex Timochariſ, Ptolemæi & Albategnii obſervatiſ ſtudet adſequi maximam proſtaphæreſin Æquinoctiorum, & Epochas anomalix à limite tarditatiſ. Jubet enim non jam artiſ, ſed alex magiſter, circulum tandiu revolvi, donec error, quem ex ſua ἀνωμαλιηſία naſci agnoſcit, tandem ſi ſors dederit compenſetur. Quare Aſtronomoſ quoque excitabit Apollonioſ Galluſ Adpendicula Secunda. Sane infelici Logiſta fuit infelicioſ Geometra Copernicuſ, itaque omiſſa à Ptolemæo omiſit, commiſit autem quamplurima. Sed ea ſupplebimus omiſſa & emendabimus commiſſa in Francelinide, in qua etiam exhibebimus Epilogiſticeſ motuum cœleſtium Prutenianam per hypotheſes, quaſ vocant Apollonianas, ſi minus placent Ptolemæicæ à motu in alièno centro & hypocentriſ ſeu Ἰπποκλωῶν περιεγυροſιſ liberatæ.

PROBLEMA I.

Dato circulo, & tribuſ punctiſ in ejuſ circumferentia, invenire diametrum, in quam eum demittentur è datis punctiſ normales, ſegmenta diametri à normalibuſ intercepta datam teneant rationem.



In dato circulo BCD, cuſ A centrum, ſignata ſunt puncta B, C, D. Oportet invenire diametrum illiuſ circuli in quam cum cadent normaliter è punctiſ B, C, D demiſſæ, ſegmenta diametri ab iſ intercepta datam teneant rationem. Imperetur ratio ſegmentorum à normalibuſ ex ſigniſ B, C, D demiſſiſ interceptorum eſſe ut S ad R. Secetur CB in E ut ſit CB ad BE, ſicut S ad R. & jungatur DE quam FG acta è centro ſecet in H ad anguloſ rectoſ. Dico diametrum FG eſſe quaſitam, in quam cum cadent normaliter BI, CK, DH: erit KI ad HI. ſicut S ad R. Rectæ enim CB, FG erunt parallele vel non. Quod ſi fuerint paral-

T r. 3

paral-

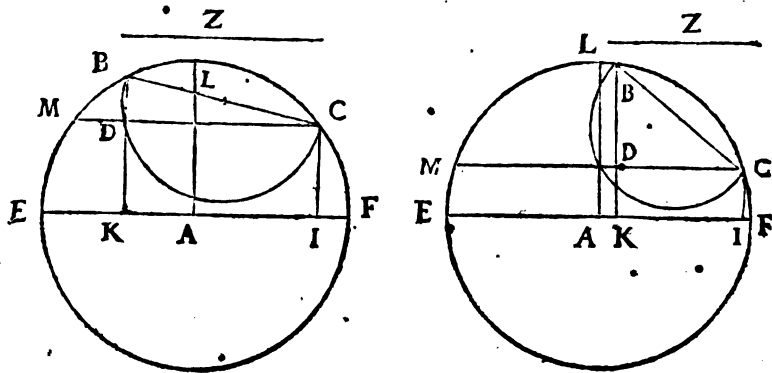
parallelæ erunt CB, IK æquales, ac æquales EB, IH, & ideo KI ad HI id est CB ad EB, erunt in ratione data S ad R ex constructione. Quod si sese committant, commissa esto in L, erit igitur ut LC ad LK, ita LE ad LH, & ita LB ad LI, & dividendo & permu- tando erit KI ad HI, sicut CB ad EB, id est sicut S ad R. Quemadmodum oportebat.

Sic licet datis KH, HI una cum peripheriis BC, CD, BD invenire peripheriam BG, atque adeo Epochas à limitibus, ac ipsam diametrum FG in partibus ipsorum KH, HI. Construatur enim triangulum BDC, erit igitur illud datorum angulorum propter datas peripherias, & ideo datorum quoque laterum in partibus diametri FG. Quare triangu- lum EBD data in iisdem partibus habebit latera EB, BD, una cum angulo EBD. Ergo da- bitur angulus EDB seu DBM, qui ablatus è peripheria BMD; relinquet peripheriam BM, quæ dupla est ipsius BG.

P R O B L E M A II.

Dato circulo, & duobus punctis in ejus circumferentia signatis, invenire diametrum, in quam, cum demittentur à datis punctis normales, segmen- tum diametri ab iis normalibus interceptum erit dato æquale.

In dato circulo BC, cujus A centrum, signata sunt duo puncta B, C. Oportet invenire diametrum, in quam, cum demittentur à signis B, C normales, segmentum diametri à normalibus interceptum sit æquale Z datæ. Subtendatur peripheria BC, & fiat recta BC diameter circuli, cui inscribatur CD æqualis ipsi Z. Per centrum autem A agatur EF dia-



meter circuli BC, ipsi DC parallela. Cum igitur connectetur BD fiet angulus BDC re- ctus. Et quoniam EF, DC sunt parallelæ, secabit BD ipsam EF ad angulos rectos. Secet in K, & ipsi BK agatur parallela CI, erunt igitur CD, KI æquales. Dato igitur circulo BC, & signatis in ejus circumferentia duobus punctis B, C, inventa est diameter EF, in quam demissis normaliter BK, CI, fit KI æquale segmentum ipsi CD, id est Z dato. Quod erat faciendum.

Sic licet dato adnegato peripheriarum, & adnegato sinuum, qui ad eas perti- nent, peripherias & sinus distinguere.

Si quidem A consistat intra signa K, I. Vel,

Data differentia peripheriarum, & differentia sinuum, qui ad eas pertinent, peripherias & sinus distinguere.

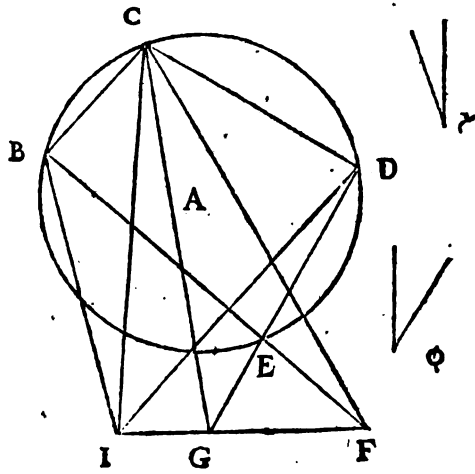
Si quidem K signum consistat intra signa A, I.

P R O B L E M A IV.

Dato circulo, & signatis in ejus circumferentia tribus punctis, invenire punctum, à quo, cum ducentur tres lineæ rectæ ad signata puncta, inclina- buntur ex ad angulos datos.

In

In dato circulo, cujus A centrum, signata sunt tria puncta B, C, D. Oportet invenire punctum, à quo acta ad B cum acta ad C faciat angulum æqualem dato angulo ζ, acta vero ad C cum acta ad D angulum æqualem dato angulo φ. Inunctis BC, CD inclinentur CB, BE ad angulos rectos, & sit E signum in peripheria. connectendo igitur DE inclinabuntur quoque CD, DE ad angulos rectos. Sumatur autem angulus BCF æqualis complemento anguli ζ, itaque CF intersecet BE in F. Sumatur quoque angulus DCG æqualis complemento anguli φ, ipsaque CG intercipiat DE in G. Porro in actam GF cadat normaliter CI. Ajo I esse punctum quæsitum à quo cum ducentur IB, IC, ID, erit angulus CIB angulo ζ æqualis, angulus vero CID angulo φ. Quoniam enim anguli CBF, CIF constructi sunt recti, ideo puncta CBIF erunt in circulo, cujus diameter CF. Itaque angulo CFB angulus CIB erit æqualis, & ideo angulo ζ, cujus complementum est angulus BCF ex constructione. Æque quoniam anguli CDG, CIG constructi sunt recti, ideo puncta C, D, G, I erunt in circulo, cujus diameter CG. Itaque angulo CGD angulus CID erit æqualis, & ideo angulo φ, cujus complementum est angulus DCG ex constructione. Quare factum est quod oportebat.

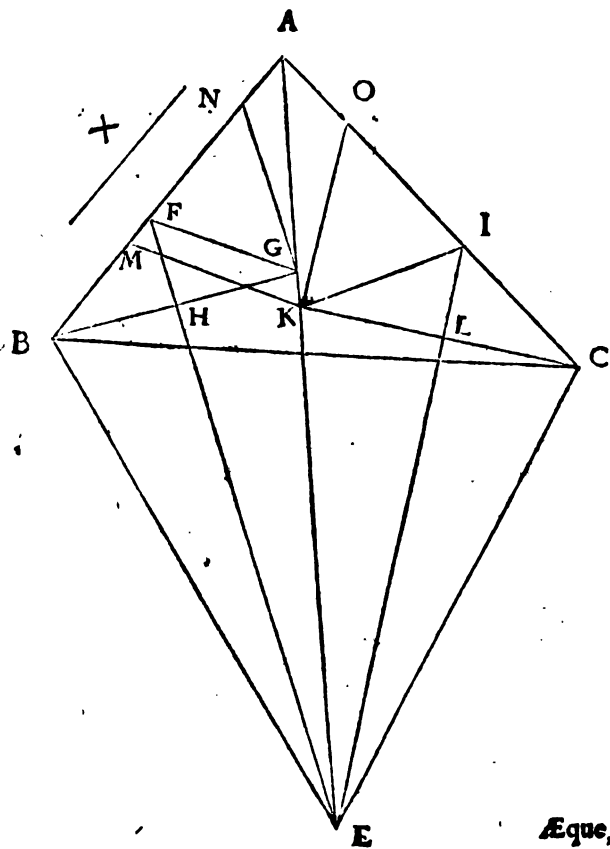


PROBLEMA V.

Dato triangulo, invenire punctum, à quo ad apices dati trianguli actæ tres lineæ rectæ imperatam teneant rationem.

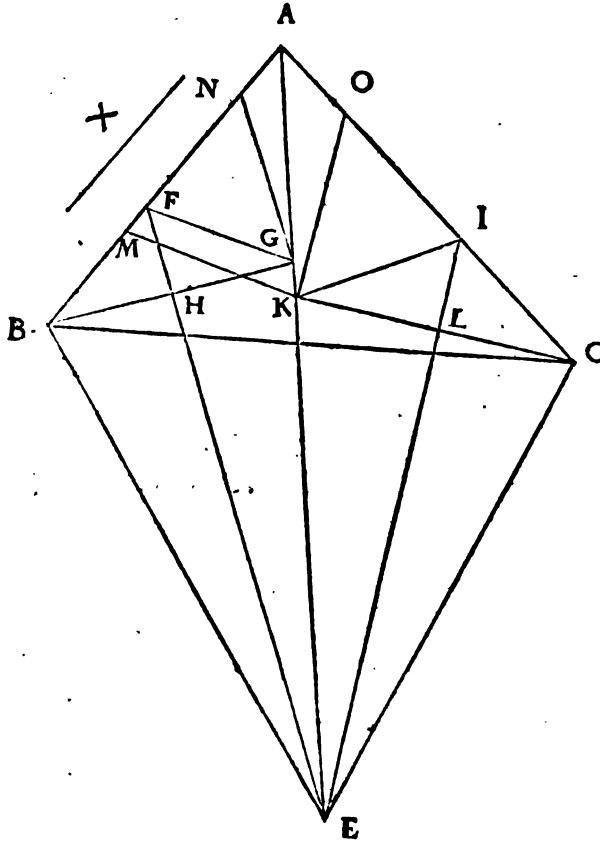
Sit datum triangulum ABC. Oportet invenire punctum, à quo actæ ad A, B, C apices dati trianguli tres lineæ rectæ imperatam teneant rationem, utpote acta ad A ad actam quidem ad B teneat rationem S ad Q, ad actam vero ad C teneat rationem S ad R.

Sit jam factum, & sit illud punctum E, itaque EA se habet ad EB quidem sicut S ad Q, ad EC vero sicut S ad R. Cum igitur secabitur AB in F ut sit AF ad ad FB, sicut EA ad EB, id est S ad Q, & connectetur EF sectus erit bifariam angulus AEB. Itaque cum in EA sumetur EG ipsi EB æqualis, & connectetur BG, secabitur BG bifariam, & ad angulos rectos à recta EF. Secetur in H, & connectatur FG. Ergo FG, FB erunt æquales.



Æque,

Æque, cum secabitur AC in I, ut sit AI ad IC, sicut EA ad EC; id est sicut S ad R, & connectetur EI, sectus erit bifariam angulus AEC. Itaque cum in EA sumetur recta EK ipsi EC æqualis, & connectetur CK, secabitur CK bifariam & ad angulos rectos à recta EI. Secetur in L, & connectetur IK. Ergo IK, IC erunt æquales. Ipsi autem FG agatur parallela KM, secans AB in M. Quoniam data sunt latera AB, AC, quæ secantur data ratione in signis F, I, ergo dantur AF, FB seu FG & AI, IC seu IK. Et quoniam parallelæ sunt FG, MK, quarum data est ratio, cum se habeat FG ad MK, sicut AG ad AK, id est ut differentia inter S & Q ad differentiam inter S & R, data autem est FG, ergo dabitur MK. Qua ratione dabitur etiam AM, cum sit sicut AG ad AK, ita AF data ad AM. Quadranguli igitur AMKC, aut (si coëant in eandem rectam MK, KC) trianguli, data erunt singula latera, una cum angulo MAC. Ergo data quoque erit AK datum angulum MAC secans, atque adeo EK, ob datam rationem EA ad EK.



Componetur autem sic. Secetur AB in F, ut sit AF ad FB, sicut S ad Q, & AC secetur in I, ut sit AI ad IC, sicut S ad R. Rursum AF secetur in M, ut sit AF ad AM, sicut differentia inter S & Q ad differentiam inter S & R, qua etiam in ratione sit FB ad X. Et centro M intervallo æquali ipsi X describatur circulus, quem centro I intervallo IC descriptus secet vel contingat in K, & connectatur AK, quæ producat in E, ut sit AE ad KE, sicut S ad R. Ajo E punctum esse quæsitum, à quo cum ducentur EB, EC erit AE ad BE quidem sicut S ad Q, ad CE vel sicut S ad R. Ipsi enim MK agatur parallela FG secans AE in G, & connectantur BG, CK, EF, EI, ipsaque EF secet BG in H, & ipsa EI secet CK in L. Quoniam igitur constructæ sunt paralle-

læ MK, FG, erit AK ad AG, & MK ad FG sicut AM ad AF, id est sicut differentia inter S & R ad differentiam inter S & Q. Qua in ratione facta est MK, id est X ad FB. Sunt itaq; FB, FG æquales, ut etiam CI, IK sumptæ sunt æquales. Et propter triangula sunt æquicrura BFG KIC. Et quoniam AE ad KE facta est, sicut AI ad IC, id est, sicut S ad R, consequenter erit AE ad AK, sicut S ad differentiam inter S & R. Sed AG ad AK, est sicut differentia inter S & Q ad differentiam inter S & R. Ergo AE ad AG est, sicut S ad differentiam inter S & Q. Et componendo AE ad GE est, sicut S ad Q, id est, sicut AF ad FB. Itaque agatur GN ipsi EF parallela, secans AB in N. Erit igitur AE ad GE, sicut AF ad FN. Ergo FN, FB erunt æquales, & consequenter æquales BH, HG. Trianguli itaq; æquicruri BFG secta est basis bifariam in H. Ergo ad angulos rectos. Unde triangula rectangula BHF, GHF æqualium sunt laterum & angulorum. Ac deniq; triangula rectangula BHE, GHE æqualium quoq; laterum & angulorum, ac proinde hypotenusæ EB hypotenusæ EG æqualis. Est igitur AE ad GE, sicut S ad Q. Æque ducatur KO ipsi EI parallela. Erit igitur AE ad KE, sicut AI ad IO. Sed est sicut AI ad IC. Quare erunt IC, IO æquales, & consequenter æquales KL, LC. Trianguli itaque æquicruri KIC secta est basis KC bifariam in L. Ergo ad angulos rectos. Unde triangula rectangula CLI, KLI æqualium sunt laterum & angulorum. Ac denique triangula rectangula CLE, KLE, & proinde hypotenusæ CE hypotenusæ EK æqualis. Est igitur AE ad CE, sicut S ad R. Itaque factum est quod oportuit.

FINI S.

FRAN-



FRANCISCI VIETÆ.
 VARIORVM DE REBVS MATHE-
 MATICIS RESPONSORVM,
 LIBER VIII.

CAPVT I.

Problema de duabus mediis, ἄλογον.



E duplicatione cubi interrogatus, quare eam non adgnosceret Geometra, ita respondi.

*Lege Geometrica quisquis duce construit, unum
 Ad duo qua data sunt puncta capis medium.
 Sed medium duplex illum reperire necesse est,
 Quem movet augendi fabrica iussa Cubi.
 Tu numerare potes, numerosque resolvere binis
 Solvere de mediis arte Problema poses.
 Septa Geometra non egressurus, id ipsum
 Tentas? in vanum te, miser, excrucias.
 Qua causa? anne illa hac ars est prestantior arte?
 Quodque potest numerus, linea nonne potest?
 Est data principium numeri monas, illius omnes
 Ad numeros ratio est nota subinde datos.
 Sed nulla est ex se data linea, quaque relata est,
 Quod punctum sola mente subest minimum.
 Sic, cum principium mensura circulus extet,
 Ponitur ad radium quemlibet ille datum.
 Qui vero exercet numeros, male collocat horas,
 Si rectum curvo conciliare studet.
 Nempe est ad minimam cycloides linea rectam,
 Ad monadem sicut maximus est numerus.
 Infinita Dei vis non datur, ut datur unus,
 Nec punctum est cali terra quod omnis habet.
 Hac ego perpendens mysteria Numinis alsi,
 In scirpo nodum quarere non statuo.*

Sane quot veteres construxere Problema περὶ δύο μέτρων, confugere εἰς ὀργωνικὴν, quales undecim summi illi artifices, Eudoxus, Plato, Hero, Apollonius, Diocles, Pappus, Sporus, Menechmus, Archytas, Eratosthenes, ac denique Nicomedes. quorum omnium sententia extant apud Eutocium in commentariis ad Archimedes. de Sphæra & Cylindro, ut non sine cau-

ſa Plutarchus dixerit Problema illud *ἄλογον*, non quod numeris explicari non poſſit, ut *γεωμετρικὰ ἄλογα* dicuntur, ſed cujus fabrica non ratione, ſed inſtrumento conſtituatur.

Locus Plutarchi eſt in Marcello inq̄uentis.

» Ἀπρία μὲν τὸν πύργον ἐπ' ἀγαντῶν φρατῶν, αὐτὸς πύργους ἔχων ἐξήκοντα, παντοδαπῶν
 » ὄπλων, ἔβελων πλῆρεις, ὑπὲρ δὲ μεγάλας ζεύγματῶν νεῶν ὄκτω πρὸς ἀλλήλας συν-
 » δεδραμένων μηχανῆν ἄρα, ἐπιπέδη πρὸς τὸ τεῖχος τῶν πλῆθει καὶ τῇ λαμπρότητι τῆς
 » ὤψασκῆς καὶ τῇ δόξῃ τῇ περὶ αὐτὸν πεπειθῶς. ἥ ἄρα λόγῳ ἠδὲ καὶ ἤν Αρχιμήδεις, καὶ
 » τοῖς Αρχιμήδεις μηχανήμασιν, ὧν οὐκ ἔργου ἀξία παρὰ τῆς, εἴδεν ὁ ἀνὴρ παρῴητε. γεω-
 » μετρίας δὲ πειζέσης ἐγγράφῳ πύργου πλῆθει, πρῶτον φιλοπιθηβέντῳ ἰέρωντῳ ἔβα-
 » σιλίως, καὶ πείσαντῳ Αρχιμήδῃ τρέψαι π τῆς τέχνης δὸτ' νοητῶν ὅτι πῶς σωματικὰ,
 » καὶ τὸν λόγον ὁμῶς γὰρ πῶς δι' αἰσθητικῶς μίξαντα ταῖς χρεῖαις, ἐμφανέστερον καταστήσει
 » τοῖς πολλοῖς. ἢ γὰρ ἀραπομένην ταύτην καὶ περὶ βόητον ὀργανικὴν ἤρξαντο μὴ κίχῃ οἱ περὶ
 » Εὐδόξον καὶ Αρχύταν, πικίλλοντες τῷ γλαφυρῷ γεωμετρίας, καὶ λογικῆς δὸποδείξεως
 » οὐκ ἀπρίαντα περὶ βλήματα, δι' αἰσθητικῶν ἔργανικῶν ὠφθαλμοματῶν ὑπερδιδόντες,
 » ὡς πῶς δύο μέσας ἄλογον περὶ βλήμα, καὶ σοιχείον ὅτι πολλὰ τ' γεωμετρίας ἀναγ-
 » καῖον, εἰς ὀργανικὰς ἐξήγον ἀμφοτέρω κατεσκευασμένους πινὰς δὸτ' ἀκαμπύλων
 » γεωμετρίας, καὶ τμημάτων μεταρμόζοντες. Ἐπεὶ δὲ Πλάτων ἠγανάκτησεν, καὶ διε-
 » τείνατο πρὸς αὐτὰς, ὡς δὸτ' ἀλυντὰς καὶ ἀκαταλύτους τὸ γεωμετρίας ἀγασθῶν. δὸτ' ἄσω-
 » μάτων, καὶ νοητῶν δὸποδιδρασκῆς ὅτι πῶς αἰσθητικῶν, ἔπεσοχρωμένης αὐτῆς αὐτῶν
 » πολλῆς καὶ Φορβικῆς βαναύσια ἀργίας δεομένης, ἔτω δεκείη γεωμετρίας ἐκπεσῶσαι μη-
 » χανικῆ καὶ περὶ ὀργανικῆν πολὺν χεῖρον ὑπὸ φιλοσοφίας μία τ' ἐρασιμαίμων τεχνῶν ἐγγράφῳ.

Sunt tamen quidam adeo felicitis ingenii, ut salutata Geometria statim se
 ἄλογα quæque & ἀρητὰ adsequi posse contendant, & excitandi se causa sæ-
 pe ante triumphum canant & ludant. Publice autem interest ne studiosi
 opera & ocio abutantnr. Quamobrem in eos ita lusi.

*Plura, Mathematici, ne vota uovete caduca,
 Decepti niveos nec jugulate boves.
 Consecrare libet si vestra anathemata mentis,
 Non ebur, at cornu, somnia vestra probet.*

C A P V T II.

Historia duplicationis cubi.

Historia duplicationis cubi ex epistola Eratosthenis ad Ptolemaum re-
 gem, quam cum Epigrammate recenset Eutocius, & ex Vitruvio scitu
 digna, & jucunda est.

» Βασιλεῖ Πτολεμαίῳ Ερατοσθένης χαίρειν.
 » Τῶν ἀρχαίων πινὰ τραγωδοποιῶν φασὶν εἰσαγαγεῖν τὸν Μίνω τῷ Γλαύκῳ κατὰ σκῆδῶ-
 » ζῶτα πέφον. πυθόμενον δὲ εἶναι πᾶσι καὶ ἐκατόμπεδον εἶναι, εἰπὼν,
 » Μικρὸν γ' ἔρεξας βασιλικῆς σπητῶν τῶν φε,
 » Διαπλάσιον εἶσω.
 » ὁ δὲ τέκτων τῷ Κύβῳ ὅτι σφαιρικός, διαπλασιάζων εἰκαστὸν κῶλον ἐν πέχῃ πέφον, εἰδὼς
 » διημαρτικῆν αἰτῶν γὰρ πλῆθει διαπλασιάζων, τὸ μὲν ὅτι πεδον γίνετο περαπλάσιον,
 » τὸ ἴσπερον ὀκταπλάσιον, ἐζητήτο δὴ καὶ πρὸς τοῖς γεωμετρίας, πῶς αὐτὸς πρὸς τὸ δο-
 » τῶν πρὸν Διπλασίων ἐν τῷ αὐτῷ σχήματι διαπλασιάζων καὶ ἐκατόμπεδον τὸ πῶς περὶ βλή-
 » μα,

μα, κύβου διαπλασιασμός· ἰσομήμωι γὰρ κύβου ἐζήταν τῆτον διαπλασιασμοῦ· παύτων ἧ,,
 Διοπορέτων Ἰππὶ πολὺν χρόνον, πρῶτον Ἰπποκράτης ὁ Χίθ· ἐπενόησεν, ὅτι εἰὰν ὀρεθῆ δύο,,
 ὀρθῶν γραμμῶν, ὧν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος ἐστὶ διαπλασία, δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν,,
 ἐν συνεχείᾳ ἀναλογία, διαπλασιασθήσετ' ὁ κύβος, ὡς τε τὸ ὀπώρημα αὐτῶ εἰς ἕτερον ὄψκ,,
 ἐλαστον ὀπώρημα κατέσπεφεν. καὶ χρόνον ἧ πῖνα Φασὶν Δηλίας Ἰπποβαλομένης νόσος καὶ,,
 χρῆσιμόν διαπλασιασμοῦ πῖνα τῶ βωμῶν Ἰπποαχθέντας, ἐμπροσθεῖν εἰς τὸ αὐτὸ ὀπώρημα. Δι-,,
 μιψαμένοις ἧ τὰς ὄψκ τῶ Πλάτωνι ἐν ἀκαδημία γωμέτρως, ἀξίον αὐτοῖς ὀρεῖν τὸ,,
 ζητῆμα. τῆ Φιλοπόνως Ἰπποιδόντων ἐαυτοῖς, καὶ ζητῆτων, δύο δοθῆσῶν δύο μέσας λαβεῖν,,
 Ἀρχύτας μὲν ὁ Ταρασίην (θ· λέγει) Διὰ τῆ ἡμικυκλίνδρων ὀρηκίνας, Εὐδόξος ἧ Διὰ τῆ κα-,,
 λυμένων καμπύλων γραμμῶν· συμβέβηκε ἧ πῖσιν ἀντιῖς ἀποθῆκτικῶς γηραφέναι· καὶ,,
 ρεργῆσαι ἧ, καὶ εἰς χρεῖαν πῖσιν μὴ δύνασθαι, πλὴν Ἰππο βαχὺ π τῶ Μενέχμης, καὶ ταῦτα,,
 δυσχερῶς. Ἰπποινότηται δὲ πῖς ὕΦ ἡμῶν ὀργανικῆ ραδία δι ἧς ὀρησῶν, δύο τῶ δοθῆσῶν εἰ,,
 μόνον δύο μέσας, ἀλλ' ὅσας αὐ πῖς Ἰπποαξῆ. τῆτα ὀρησόμενα διωρησόμενα καθόλου τὸ,,
 δοθῆν ἑτερόν ὄψκ ἀλληλογραμμῶς ἐπιεχομένον εἰς κύβον καθιστάναι, ἧ ἐξ ἑτέρω εἰς ἕτερον,,
 ρημαλίξιν, καὶ ὅμοιον ποιεῖν καὶ ἐπαύξιν Διὰ τῶν ὄμοιότητος. ὡς τε καὶ βωμῆς,,
 καὶ ναῦς. διωρησόμενα ἧ καὶ τῶ ὕψων μέτρα, καὶ ξηρῶν, λέγω ἧ ὄιον μεταρῆτην μεθίμ-,,
 νων εἰς κύβον καθιστάναι, καὶ Διὰ τῆς τῆτα πλῆσεως ἀναμετρεῖν τῶ τούτων δεκτικὰ ἀγ-,,
 γῆα πῖσιν χωρεῖ. χρῆσιμόν ἧ ἑσται τὸ Ἰπποινότημα, ἧ πῖς βελομένοις ἐπαύξιν καταπεπληκῆ,,
 καὶ λυθόλοα ὀργανα. δεῖ γὰρ ἀνάλογον ἀπαύξαι αὐξήθῆναι, καὶ τῶ πῖσιν, καὶ τῶ μεγέθη, καὶ,,
 πῖς κατατρήσεως, ἧ πῖς χοινικίδας, καὶ τῶ ἐμβαλλόμενα ὀρησῆ, εἰ μὲν καὶ ἧ βελη αὐα-,,
 λογον ἐπαύξῆθῆναι· ταῦτα ἧ εἰ διωατῶ ἡμέρας αὐα τῆς μέσων ὀρησεως.

Εἰ κύβου ἐξ ὀλίγης διαπλάσιον ὡ γάρτε τῶ χθν
 φραζεαι, τὴν ἑτερεὴν πῖσαν εἰς ἄλλο φύσιν
 Εὐμετρημορφῶσαι, τὸ δὲ πῖ ὄψκ καὶν σύγε μείνδρην
 ἧ σῖρον, ἧ κοίλα φρεῖα (θ· ὀρυ κύτθ
 Τῆ δὲ ἀναμετρησῆσαι μέσας ὅτε τέρκασιν ἀκροῖς
 συνδρομάδας διωσῶν ἐν τῶς ἔλης κανόνων.
 Μῆ ἧ σὺν Ἀρχύτῶ διωσῆσανα ἔργα κυλίνδρων,
 μῆ ἧ Μενεχμῆς κωνοτῆμῖν τεράδας
 Δίξῆσαι. μῆ δὲ εἰς θεῖ δέθ· Εὐδόξοιο,
 κάμπυλον εἰς γραμμῆς εἰδθ· ἀναγρῆφεται.
 Τοῖς δὲ τε ἐν πῖνα κῆσθ μεσῶν γραφα μύρμα τῶ χθῶς,
 ρεῖα κεν ἐκ ταῦρ πυθμῆνθ· δὲ χθῶνθ.
 Εὐ αἰὼν Ἰππολεμαῖε πατῆρ ὄν παιδὶ συνήων
 παύθ ὅσα καὶ μέσας καὶ βασιλῶσι φίλα.
 Αὐτὸς ἑδωρήσω τῶ δὲ εἰς ὕστερον ἔρανε ζῶθ
 καὶ σῖπῆρων ἐκ τῆς ἀλλῶσθε χερός.
 Καὶ πῖ μὲν ὡς πλέοιτο δὲ πῖς αἴθημα λῶσων
 τῶ Κυρηναῖς τῶτ' ἔρατο δέτεθ.

Vitruvius libro IX. Capite II.

Transferatur mens ad Archytas Tarentini, & Eratosthenis Cyrenai cogitata.
 Hi enim multa & grata à Mathematicis rebus hominibus invenerunt. Itaque cum
 in cateris inventionibus fuerint grati, in ejus rei concertationibus maxime sunt
 suspecti. Aliusenim alia ratione explicare curavit quod Delo imperaverat respon-
 sis Apollo, uti ara ejus quantum haberet pedum quadratorum id duplicaretur, & ita
 fore ut ij qui essent in ea insula tunc religione liberarentur. Itaque Archytas hemi-
 cylin-

„cylindrorum descriptionibus, Eratosthenes organica Mesolabi ratione idem explicaverunt.

Ut autem Eratosthenes de suo invento consecravit mentis anathema, sic ante Eratosthenem

Ἦνικα Πυθαγόρης τὸ πείκλεις Ἔρατο γράμμα
Καὶν' ἐφ' ὅτῳ κληνὴ ἤραγε βεβυσίλω.

Erpost Eratosthenem

Τρεῖς γραμμαὶ Πηὶ πέντε τομαῖς Ἐρων ἐλικυδοῖς
Περσῶς. ἦ δὲ ἕνεκα δαίμονας ἰλάσαστο.

C A P V T III.

Protases Cyclotomicæ.

PRotases Cyclotomicæ non sunt folia Sibyllæ, si non ex vi verborum, sed ex verisimili mente proponentis candidè & secundum Mathematicos interpretationem accipiant.

Protases.

- „ *Quid est qua spacium rotatile orbis*
- „ *Quadro limite contrahit potestas?*
- „ *Quid potæria qua rotunda circi*
- „ *Curvis linea finibus coærcet?*
- „ *Ambas reddere possit an Logista*
- „ *Argutis numeris? an hanc, an illam,*
- „ *An neutras? Data circuli potestas*
- „ *Cui sit debita circulo? Potestas*
- „ *Quod segmen data segminis requirat?*
- „ *Et quantum modulum in dato orbe circi?*
- „ *Et qua segminis est dati potestas?*
- „ *Quævis scalpra trifariam secare.*
- „ *In partes totidem angulum secare.*
- „ *Hos si solveris, ô Poëta, nodos,*
- „ *Si non solvero ego hos, Poëta, nodos,*
- „ *Tu sis Phæbus, & ipse sim * lacuna **

Primæ propositionis constructio est.

Quid est] quænam est. *Potestas*] figura plana. *Quadro limite*] quadrata. *Qua contrahit*] quæ æquat. *Spacium rotatile orbis*] circumulum.

Secundæ.

Quid linea] quænam est linea. *Qua coærcet*] quæ terminat. *Finibus curvis*] punctis. *Potæria rotunda circi*] circumulum.

Tertiæ.

An Logista] an Geometra. *Possit reddere*] possit ostendere. *Ambas*] lineam rectam, cujus quadratum est æquale circulo, & circumferentiam circuli. *Argutis numeris*] se habere inter se ut numerum ad numerum, vel non. alteram alteri esse commensurabilem, vel incommensurabilem. *An hanc, an illam, an neutras?*] bene perspicuis demonstrationibus.

Quartæ.

Cui circulo sit debita] cui circulo æquetur. *Data potestas*] datæ lineæ rectæ quadratum. *Circuli*] æquandum circulo.

Quin-

Quintæ.

In dato orbe circi] in dato circulo. *Quod segmen requirat*] cui segmento æquetur. *Data possessas*] datæ lineæ rectæ quadratum. *Segminiũ*] æquandum segmento.

Sextæ.

In dato orbe circi] ad datum circulum. *Quantum modulum requirat*] quam analogiam habeat. *Data possessas*] datæ lineæ rectæ quadratum. *Segminiũ*] æquandum segmento.

Septimæ.

Quæ est possessas] quæ est linea recta, cujus quadratum est æquale. *Dati segminiũ*] dato segmento circuli.

Octavæ.

Quavũ scalptra] datum sectorem circuli majorem. *Secare trifariam*] secare in ratione imperata.

Nonæ.

Angulum] datum sectorem circuli minorem. *Secare trifariam*] secare in ratione imperata.

Et si autem insolens fortassis videbitur constructio, tamen omnino necessaria est, ut propositiones sint in tuto, quas alioquin ita conciperet Geometra.

- 1 Dato circulo invenire quadratum æquale.
- 2 Invenire lineam rectam circumferentiæ dati circuli æqualem.
- 3 Ostendere latus quadrati circulo æqualis esse incommensurabile vel commensurabile diametro.
- 4 Dato quadrato invenire circulum æqualem.
5. & 6. Datum circulum ita secare, ut segmentum æquale sit dato quadrato.
- 7 Dato circuli segmento invenire quadratum æquale.
8. & 9. Datam circumferentiam circuli secare in ratione imperata.

Epilogus Poëtica est.

CAPVT IV.

Μεζογραμμον. Radius. Μετρικὴ τέχνη. Scalprum. Διῶμις.
Dies Septimana.

Διατὰ λαβῆν μεζογραμμοῦ non est δύο δοθησῶν διθησῶν δύο μέγας ἀνάλογον ἑρεῖν ἐν συνεχείᾳ ἀνάλογια. Non magis διατὰ μεζογραμμοῦ sunt duæ mediæ lineæ quam διατὰ παραλληλόγραμμοῦ duæ lineæ parallelæ, vel διατὰ ὀρθογραμμοῦ duæ rectæ, διατὰ μελανόγραμμοῦ duæ nigra, πολύγραμμοῦ plures, πεντέγραμμοῦ quinque, ac denique μονόγραμμον linea una. Παραλληλόγραμμοῦ, ὀρθογραμμοῦ, περιφέρου γραμμοῦ, καμπυλόγραμμοῦ, & similia adjectiva à voce γραμμῆς deducta sunt schemata & figuræ, quæ lineis interstinguuntur.

¶ Radius elegans est verbum quo dimidia dimiciens circuli significetur. Cicero in Timæo.

» Et globulus fabricatus est mundus quod Græci σφαιροειδὲς vocant, cujus omnis extremitas paribus à medio radiis attingitur. Virgilius secundo Georgicæ.

» Hinc (id est, è Sylvis) radios trivere rotis Agricola.

Ovidius secundo Metamorphoseon.

» Aureus axis erat, temo aureus, aurea summa,

» Curvatura rotæ, radiorum argenteus ordo.

V v 3

Plato

Plato autem in eo quem Tullius interpretatus est Timæi loco vocem ἀκλίη non usurpavit.

¶ Non vox Metricæ pro Geometria, sed Geometriæ vox pro Metrica recepta est. Plato in Philebo; πῶς δὲ λογιστικὴ καὶ μετρικὴ καὶ τὴν πεκτονικὴν καὶ κατ' ἐμπορικῶν τῆς καὶ Φιλοσοφίαν γεωμετρίας τε καὶ λογιστικῶν καὶ καταμελετωμένων πρό- προν ὡς μία ἐκάπερα, χεκτίον ἢ δύο πιδῶμεν. Idem libro VII. de Republica Geometriam ponit τὴν περὶ τὸ Ἰππιπιδῆ παραγμασίαν. At μάθημα περὶ τὸ τῶν κυβῶν αὐξήν καὶ τὸ βάδ' ἔμετρον ἔπω δοκεῖ δὲ ῥαῖος, καὶ τῆς ζητήσεως γελοῖως ἔχει. Et dicebatur Stereometria quam usu tamen Geometriam quoque σφόδρα γελοῖον ὄνομα, ut est in Epimenide, tandem vocaverunt.

¶ Σκυτοπία fecit apud Platonem πμῆ καὶ σμίλη. πμῆς figura Geometrica est. Ergo σμίλη figura quoque erit Geometrica. Vix scalpra & formas ita emerim non sutor ad locupletandum Mathematica. Artificum enim organa à figuris Geometricis designantur. At figuras contra Geometricas ab artificum organis denominari non sinet Plato. Quinimmo dixerit illud esse τὸ γεωμετρίας ἀγαθὴν Διαφθεῖρην διὰ τὸ ἀζωμάτων καὶ νοητῶν διποδιδρασκέσης Ἰπὶ τὴν αἰδητή.

¶ Διώαμις lineæ rectæ non est ipsa lineæ recta, aliave longitudo, sed planum. Διώαμις circuli non est circulus, aliave figura plana, sed plano-planum. Est διωαμοδιώαμις. Plana planis, plano-plano plano-planis comparentur. Nemini licet à lege homogeneorum deflectere.

¶ De diebus septimanæ insignis est & singularis apud Dionem locus libro xxxvii. Sic enim ait ille.

Dion Cassius lib. 37.

», Τὸ δὲ δὴ ἐς τὰς ἀστέρους τὰς ἐπὶ τὰς πλανήτας ἀνομασμένους τὰς ἡμέρας ἀνακλιῶν,
», κατέστη μὲν ὑπ' Αἰγυπτίαν, παρέστι δὲ καὶ Ἰπὶ πάντας ἀνθρώπους, ἔπειτα καὶ πᾶσι, ὡς λόγος
», εἰπεῖν, δεξάμην οἱ γούν δεχάοι Ἑλλήνας ἔδαμῃ αὐτὸ (ὅσα γὰρ ἐμὲ εἰδέναι) ἤπισαυτο, ἀλλ'
», ἐπεὶ δὴ καὶ πᾶν νῦν τοῖς τε ἄλλοις ἀπεισι καὶ αὐτοῖς καὶ τοῖς Ῥωμαίοις Ἰπποχράζει, καὶ ἦδη
», καὶ τῆτο σφισὶ πᾶτριον τρόπον πινὰ ἐστὶ βραχὺ πὶ περὶ αὐτῆς Διαλεχθῆναι βέλομαι, πῶς
», τε καὶ πᾶνα τρόπον τῆτο πέπει. ἤκουσα ἢ δύο λόγους, ἄλλως μὲν ἔχαιε πᾶσι γεωμετρίας
», θεωρίας πινὰς ἐχομένους. εἰ γὰρ πᾶσι τὸ ἀρμονίαν τὸ Διαποσάρων καλεσμένην (ἢ περὶ πᾶσι
», τὸ κύρος τῆς μουσικῆς συνέχην πεπίσσει) καὶ Ἰπὶ τὰς ἀστέρους τὰς ὑφ' ὧν ὁ πᾶς τῶν βραχῶν
», κόσμος διείληπται, καὶ τὸ πᾶσιν καθ' ἡν ἕκαστον αὐτῶν περὶ ποσῶν καὶ ἐπέα γὰρ. δεξά-
», μην διὰ τῆς ἐξω περὶ φορέας τῆς τῶν Κρόνου διδομένης, ἐπέα Διαλιπῶν δύο τὰς ἐχομέ-
», νας τὴν τῆς πεπάρτης δεωπότην ὀνομάσει, καὶ μετ' αὐτὸν δύο αὐτέρας ὑπερβῶν Ἰπὶ τὸ ἐβδό-
», μην ἀφίκοιτο, καὶ τῶν αὐτῶν πύτω τῶν αὐτῶν πᾶσι ἐπαινον ἐπὶ τῶν καὶ τὰς ἐφόρας σφῶν
», θεῶν ἀνακυκλῶν Ἰπὶ λέγοι, τὰς ἡμέρας εἰρήσῃ πᾶσι αὐτὰς μουσικῶς πῶς τῆ τῶν βραχῶν
», Διακοσμησὶ προσοικουσας. εἰς μὲν δὴ τὰ τὸ λέγειται λόγος. ἐπεὶ δὲ ὁδε τὰς ὥρας τῆς
», ἡμέρας καὶ τῆς νυκτὸς διὰ τῆς πρώτης. δεξάμην δεξιμῶν καὶ ἐκείνων μὲν τῶν Κρόνου δι-
», δῶς, τὸ δὲ ἐπέα τῶν Διὸς, καὶ τρίτην Ἀρεί, πέπετην Ἡλίου, πέμπτην Ἀφροδίτη, ἕκτην Ἡρμῆ,
», καὶ ἐβδόμην Σεληνῆ, καὶ τὸ πᾶσιν τὸ κύκλων καθ' ἡν οἱ Αἰγυπτίοι ποιάτην νομίζουσι, καὶ
», τὰ τε καὶ αὐτῆς τριήσας. πᾶσι γὰρ ἔτι τῶν πᾶσας καὶ εἰχουσιν ὥρας περὶ εὐδῶν εἰρήσῃ τὸ
», πρώτη τῆς Ἰπὶ τῆς ἡμέρας ὥραν ἐστὶ Ἡλίου ἀφικνευμένη καὶ τῆ τε καὶ ἐπὶ ἐκείνων τὸ ποσά-
», ρων καὶ εἰχουσιν ὥρων καὶ τὸ αὐτὸν τοῖς περὶ ὧν λόγον πρᾶξας τῆ Σεληνῆ τὸ πρώτη τῆς τρίτης
», ἡμέρας ὥραν ἀναθήσας. καὶ ἔτι εἰς Δια τὸ λοιπῶν ποσῶν τὸ περὶ τὸν αὐτῆς ἰσὺν ἐκάστη
», ἡμέρα λήψεται. ταῦτα μὲν ἔτι περὶ ἀδεδοῖ).

Id

Id est ex interpretatione Xylandri.

Quod autem dies ad septem sidera illa quos planetas appellarunt referuntur, id ab Ægyptiis haud ita dudum, ut paucis dicam, institutum ad omnes homines dimanavit. Nam priscis Græcis, quantum mihi constat, notus hic mos non fuit, & quandoquidem is nunc & apud omnes homines ubique & præsertim apud Romanos usitatus est, paucis qua ratione & quo pacto ita institutus sit, disseram. De quo duos sermones accepi haud ita difficiles cogniti, & contemplationi tamen cuidam innitentes. Nam si quis harmoniam eam quæ diatessaron vocatur (quæ alioquin in Musica primas obtinere creditur) etiam ad isthæc sidera quibus omnis cæli ornatus constat, ita transferat, quemadmodum ordo conversionis uniuscujusque eorum exigit, factoque ab extremo ambitu quem Saturno tribuunt initio, dein proxime sequentes duos motus præteriens quarti dominium recenseat, iterumque ab eo duobus proxime præteritis ad septimam conversionem deveniat. Atque hoc modo diebus singulis eorum inspectores gubernatoresq; Deos in orbem rediens deligat, assignetque. Is inveniet omnes dies Musica quadam ratione cælesti administrationi congruere. Atque hæc prior fertur ratio. Altera hæc est. Horas tam diei quam noctis numera à prima incipiens eamque Saturno tribue, sequentem Jovi, tertiam Marti, quartam Soli, quintam Veneri, Mercurio sextam, septimam Lunæ secundum ordinem orbium quem eo quo perhibui modo Ægyptii tradunt, hocque aliquoties facto ubi per viginti quatuor horas circumiveris, primam subsequenti diei horam invenies Soli obtingere. Jam si hujus quoque diei horas viginti quatuor eodem modo tractes, ad Lunam referes primam tertiæ diei horam. Si que eodem modo reliquos etiam dies percurreris, quævis dies sibi congruentem Deum accipiet. Atque hæc quidem ita perhibentur.

CAPIT V.

Περὶ δύο μέσων Πρόβλημα, cum extreme sunt in ratione dupla.

IN Supplemento Geometrico adnotata est ex Poristis methodus describendi compendiose *εις κύβη διαπλασμάτων* quatuor lineas rectas *ἐν συναχθῆ αἰαλογία* cum extreme sunt in ratione dupla. Placet igitur hoc loco *υἱα* Syntheseos idem opus demonstrare.

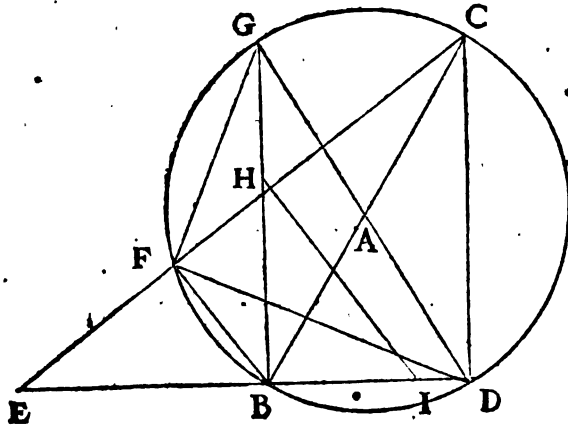
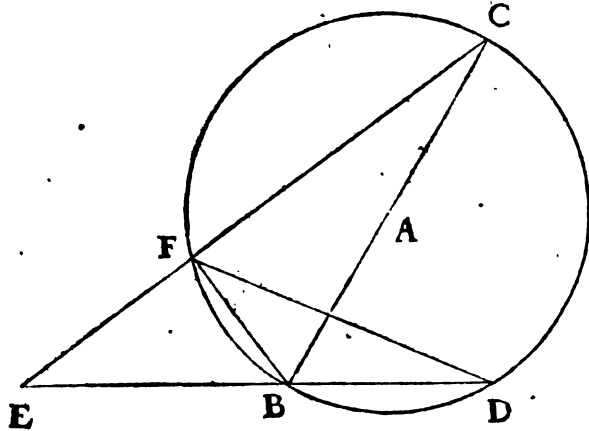
PROPOSITIO.

Describere quatuor lineas rectas continue proportionales, quarum extreme sint in ratione dupla.

Centro A intervallo quocunque describatur circulus, & acta diametro BAC, sumatur BD circumferentia hexagoni. Et subtendantur BD, DC, & in DB continuata ponatur CE secans circulum in F, ita ut FE fiat æqualis ipsi BD seu AD vel AC semidiametro circuli, & connectatur FD. Dico continue proportionales esse EF, EB, FD, BC.

Quoniam enim triacula EFD, EBC angulum habent ad E communem, ipsi autem angulo ECB angulus FDE est æqualis, cum utriusvis amplitudinem duplam definiat eadem circumferentia BF, ideo angulus EFD angulo EBC est æqualis, reliquus videlicet reliquo. Itaque similia triacula sunt EFD, EBC, & vi similitudinis est ut EF ad EB, ita FD ad BC.

Porro actæ CD agatur æqualis & parallela BG, secans EC in H, & ad H educatur HI ipsi EC perpendicularis, secans ED in I, & connectantur GF, FB. Triacula igitur re-
ctangula



Angula sunt EFB, DFG. Anguli enim ad F recti sunt. Sed & anguli FBC duplam amplitudinem definit circumferentia CGF. Consequenter anguli exterioris, videlicet FBE amplitudinem duplam definit circumferentia FBD, angulus igitur FBE angulo FGD est æqualis, & reliquis reliquo. Quare triangula EFB, DFG similia sunt. Ipsi autem EFB simile est triangulum EHI, quia parallelæ sunt FB, HI, utraque secans EC perpendiculariter, hæc ex constructione, illa ex vi circuli.

Est igitur ut FD ad DG, ita EH ad EI, & ut EF ad EB, ita EH ad EI. Est autem ut EF ad EB, ita EB ad EH, propter triangulorum quoque EFB, EBH similitudinem. Quare proportionales sunt continue EF, EB, EH, EI. Sed ex ratione parallelarum est quoque ut BD id est EF ad EB, ita HC ad EH. Quare HC, EB sunt æquales. Dico EI quoque æquari BC.

In triangulo enim EBC obliquangulo, cujus altitudo CD, quadratum ex EC æquale est quadratis ex BC, EB singulis, una cum eo quod fit sub EB, BD bis. Ipsum vero quadratum ex EC, æquale quadratis ex EH, HC singulis una cum eo quod fit sub EH, HC bis. Vtrinque auferatur quadratum ex HC seu EB. Quadratum igitur ex EH una cum eo quod fit sub EH, EB bis, æquatur quadrato ex BC una cum eo quod fit sub EB, BC, id est, æquatur facto sub BC & composita ex EB, BC. Sed quadratum ex EH valet factum sub EB, EI. Facto autem sub EH, EB bis, æquatur factum sub EF, EI bis, factumve sub BC, EI. Quare factum sub EI & composita ex EB, BC, æquatur facto sub BC & composita ex EB, BC. Est igitur BC æqualis EI, & sunt continue proportionales EF, EB, EH, BC. Sed erat ut EF ad EB, ita FD ad BC. Quare FD quoque est æqualis ipsi EH, & sunt continue proportionales EF, EB, FD, BC. Primæ autem EF extrema BC est dupla. Est enim BC diameter, & ipsa EF constructa est semidiametro æqualis. Constructæ sunt igitur quatuor lineæ rectæ continue proportionales EF, EB, FD, BC, quarum extremæ sunt in ratione dupla. Quod erat faciendum.

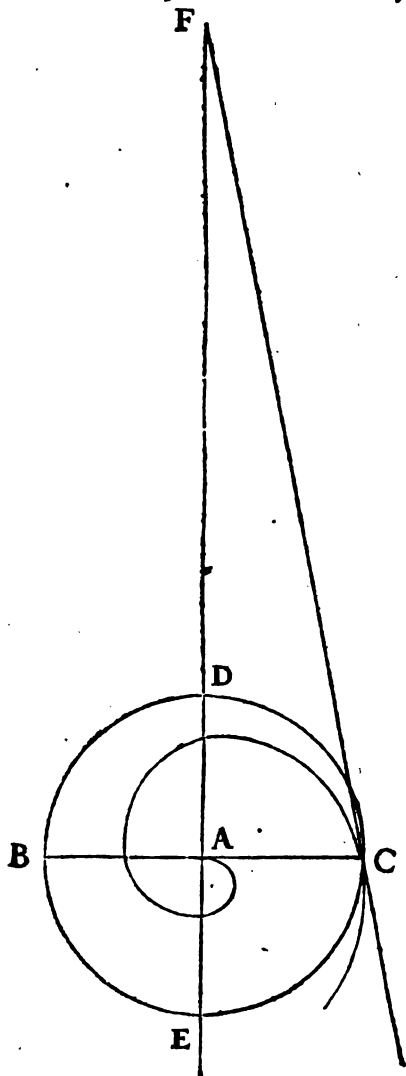
Est autem Mechanice bene obvia & absolvitur una, quod ajunt, circini adaptura.

Sit EF	100,000,000.	I.	
Fit EB	125,992,105.	II.	ἑγής.
FD	158,740,105.	III.	ἑγής.
CB	200,000,000.	IV.	ἀκρίβως.

Σ Χ Ο Λ Ι Ο Ν.

Cum jubetur Arithmeticus inter 1 & 2 exhibere numerum medium proportionalem, ille vero responderit non exhiberi, quoniam numeri extremi 1 & 2 non sunt similes plani, tam apte in ea hypothefi solvitur Problema de uno medio, quam si juberetur inter 1 & 4 exhibere medium proportionalem, & exhibuerit,

hibuerit 2. Problema enim Arithmeticum Inter duos numeros datos invenire numerum medium proportionalem, intelligitur, si modo dati extremi fiat similes plani, id est, invenire mediam, si quidem sit aliquis medius. Sic cum jubetur inter 1 & 2 exhibere duos medios continue proportionales, ille vero responderit non exhiberi, quoniam extremi 1 & 2 non sunt similes solidi, tam apte in ea hypothesis solvit Problema de duabus mediis, quam si juberetur inter 1 & 8 exhiberi duos medios numeros continue proportionales, & exhibeat 2 & 4. Problema enim Arithmeticum Inter duos numeros datos invenire duos medios numeros continue proportionales, intelligitur, si modo dati numeri sint similes solidi. Similitudinem autem numerorum arguit Arithmeticus statim ac in specie dati sunt numeri. Cum autem Geometra proficetur inter duas lineas rectas invenire se mediam proportionalem, non satisfacit Problemati, nisi eam exhibeat, sive data extrema se habeant in ratione quadrati numeri ad quadratum numerum, sive in alia quacunque, quoniam media illa de qua quaritur est re ipsa. Neque enim ut in numeris, sic in lineis perpetua est symmetria. Aequè si quis profiteatur inter duas lineas rectas invenire se duas medias continue proportionales, non satisfaciet Problemati, nisi eas exhibeat, sive data extrema se habeant in ratione cubi numeri ad cubum numerum, sive alia quacunque. cum dua illa media quasita sint re ipsa. Plane, datis duabus lineis rectis habentibus inter se proportionem numeri cubi ad numerum cubum, licebit invenire Geometrice duas medias continue proportionales. invenietur enim maxima datarum communis mensura, qua metietur datas per numerum cubum. Metiatur sane primum octies, quartam vicies septies. Prima igitur ad secundam per resolutionem Arithmeticam erit ut duo ad tria. Itaque qualium partium prima erit octo, talium secunda erit duodecim. Fit autem Geometrice ut numerus ad numerum, ita linea recta ad lineam rectam. Sed eam habitudinem numeri cubi ad numerum cubum oportebit ex lege questionis proponi, quoniam ut eam arguit Arithmeticus numerorum qui proponuntur, artificiosa, unitatis vi, resolutione, non ita Geometra suarum linearum, quarum nulla datur ex se, constructione.



CAPUT VI.

Vsus volutarum in dimensione circuli.

Quæ ad dimensionem circuli pertinent Problemata, soleo, missa facta Dinostrati, Nicomedis, & Hippixæ linea πτεργωνιζουσι, ea per Helicas Archimedeas, feliciores, meo quidem iudicio, & elegantiores, quando earum vis dignius quam solet expenditur, ita absolvere.

PROPOSITIO I.

Invenire lineam rectam circumferentiæ dati circuli æqualem.

Sit datus circulus cujus A centrum, diameter BAC. Oportet invenire lineam rectam circumferentiæ dati circuli æqualem.

Diametrum BC secet perpendiculariter diameter DE, & describatur helix, cujus principium A, principium vero conversionis recta AC. Tangat autem helicem in C puncto recta CF, abscindens AD continuatam in F. Dico rectam AF toti circum-

X x

cumferentiæ dati circuli sub A centro descripti esse æqualem. Ex demonstratis ab Archimede propositione xxviii περὶ ἑλικῶν.

PROPOSITIO II.

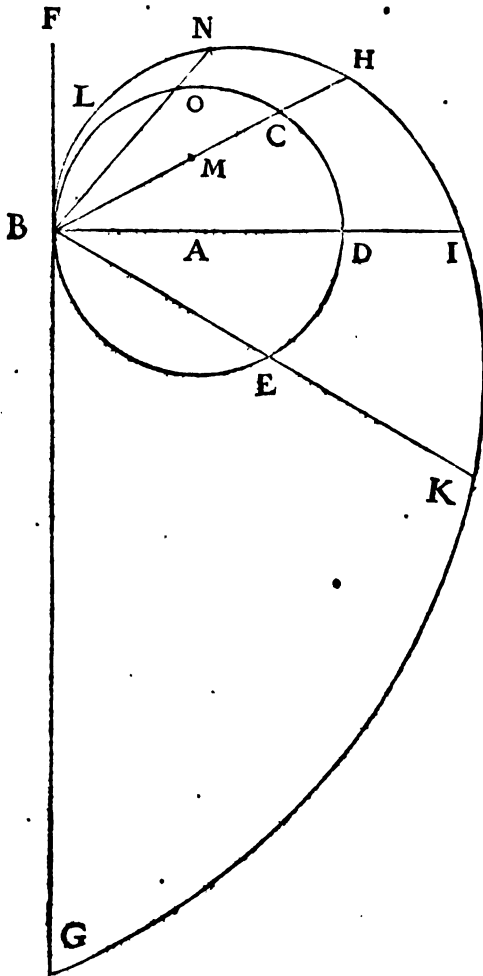
Invenire quadratum dato circulo æquale.

At per primam Archimedis ἐν κύκλῳ μετρήσει triangulum rectangulum cujus altitudo æqualis est perimetrio circuli, basis semi-diametro, circulo est æquale. Area autem cujusvis trianguli est æqualis ei quod sit plano à basē in dimidium altitudinis. Quod igitur fiet ex semiperimetro, & semidiametro circuli erit æquale circulo. Quare inter semidiametrum circuli, & lineam rectam æqualem semi-circumferentiæ sumatur media proportionalis, à qua efformetur quadratum. Erit igitur illud circulo æquale.

PROPOSITIO III.

Invenire circulum dato quadrato æqualem.

Exponatur circulus quilibet, & is quadretur. Et fiat ut latus quadrati circulo exposto æqualis, ad latus dati quadrati, ita semidiameter exposti ad aliam rectam. Erit igitur alia illa recta semidiameter inveniendi circuli. Describatur itaque ex postulato circulus. Ergo descriptus dato quadrato erit æqualis.



PROPOSITIO IV.

Inscriptas circulo lineas rectas ita producere, ut productæ sint æquales circumferentiis, quibus inscriptæ subtenduntur.

Circulo sub A centro descripto: inscribantur primum diameter BD, & præterea quælibet rectæ BC, BE. Oportet rectas BC, BD, BE ita producere, ut productæ sint æquales ipsis circumferentiis BC, BD, BE. Tangat circumlo recta FBG, posita FB æquali duplo totius circumferentiæ circuli, & describatur helix cujus principium sit B, principium vero conversionis recta BF. Et in helicem incidant continuatæ FB quidem in G, inscriptæ vero BC, BD, BE in H, I, K. Unde fiat BI æqualis semi-circumferentiæ, & BG æqualis toti circumferentiæ circuli. Et sit L inter B & C versus punctum F. Dico similiter BCH, BEK esse æquales circumferentiis BLC, BLE. Et quotquot lineæ inscribentur eidem circulo & porrigerentur ad helicem. Dico porrectas & in helicem incidentes fore æquales ipsis circumferentiis intra quas describuntur. Etenim ex natura & definitione helicæ Archimedearum, est ut circumferentia BLD ad circumferentiam BLC, ita recta BI ad rectam BH. Sed recta BI est æqualis circumferentiæ BD. Ergo recta BH est æqualis circumferentiæ BLC. Viget autem in reliquis ea ipsa demonstratio.

PRO-

PROPOSITIO V.

Datam circumferentiam secare in imperata ratione.

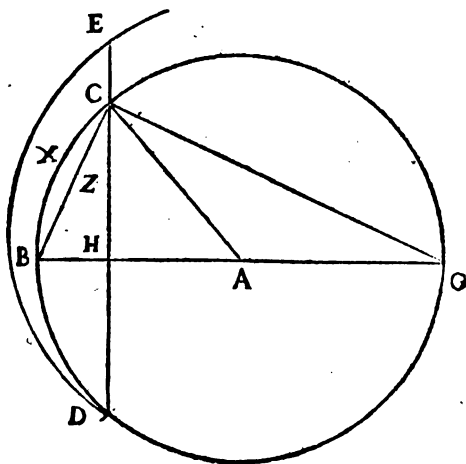
Sit circulus sub A centro descriptus, in quo detur qualibet circumferentia BC quam oporteat ita secare, ut tota BC ad partem ejusdem se habeat in ratione imperata X ad Z. Sumatur ipsi circumferentiæ BC recta BH æqualis, describendo helicem BHIG, ut in antecedente constructione, & fiat BH ad BM, sicut X ad Z. Et à puncto B incidat in helicem BIG recta BN, æqualis BM abscindens circumferentiam circuli in O. Est igitur circumferentia BC ad circumferentiam BO, sicut recta BH ad rectam BN seu BM, id est sicut X ad Z.

Quare factum est quod oportuit.

PROPOSITIO VI.

Si segmentum circuli fit minus semicirculo, id quod fit planum sub semi-diametro & differentia inter duplum circumferentiæ qua segmentum comprehenditur, & inscriptam ejusdem duplo, æquale est quadruplo ipsius segmenti.

Sub A centro describatur circulus BXCD sectus à quacumque BZC. Et fit segmentum BXCZ minus semicirculo. Ipsi autem CXB circumferentiæ sumatur circumferentia BD æqualis, & jungatur DC, producatuq; in E, ita ut DE fit æqualis circumferentiæ DBXC. Dico id quod fit planum sub AB, CE æquari quadruplo sectionis BXCZ.



Agatur enim diameter BAG, secans CD in H, & jungantur CA, CG. Secatur igitur CD bifariam & perpendiculariter in H. Et triangulum BCG æquale est ei quod fit sub altitudine CH & AB, quæ dimidia est basis BG. Eiusdem vero trianguli BCG dimidium est triangulum CBA. Constat autem sector CAB tum segmento BXCZ tum triangulo CAB. Idem sector est æqualis dimidio ejus quod fit sub AB & circumferentia BC. Quare segmentum BXCZ una cum triangulo CAB, id est dimidio ejus quod fit sub CH, AB, æquatur dimidio ejus quod fit sub AB & circumferentia BC. Omnia quadruplicentur. Segmentum igitur BXCZ quater una cum eo quod fit sub CD, AB, æquatur ei quod fit sub AB & circumferentia DBXC, hoc est sub AB & recta DE. Utrinque auferatur id quod fit sub CD, AB. Quadruplo igitur segmenti BXCZ æquatur id quod fit planum sub AB, CE. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VII.

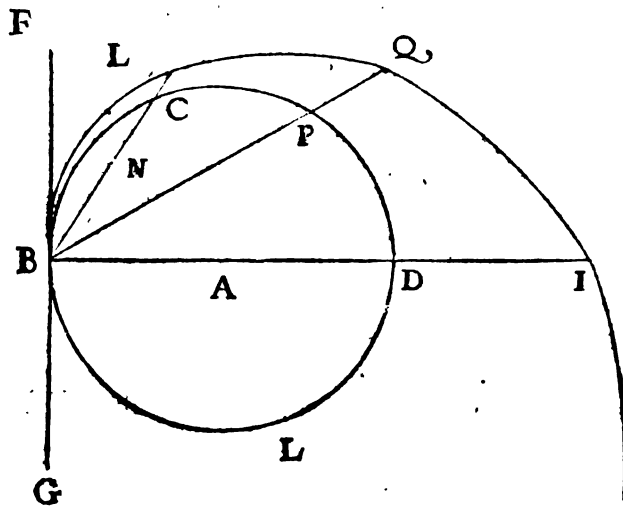
Dato circuli segmento invenire quadratum æquale.

Sit datum circuli segmentum BLCN. Oportet segmento BLCN invenire quadratum æquale. Describatur circulus, cujus spacium BLCN portio est. Aut igitur segmentum BLCN minus est semicirculo, aut majus. Sit primum minus. In descripto igitur circulo

X x 2

fama-

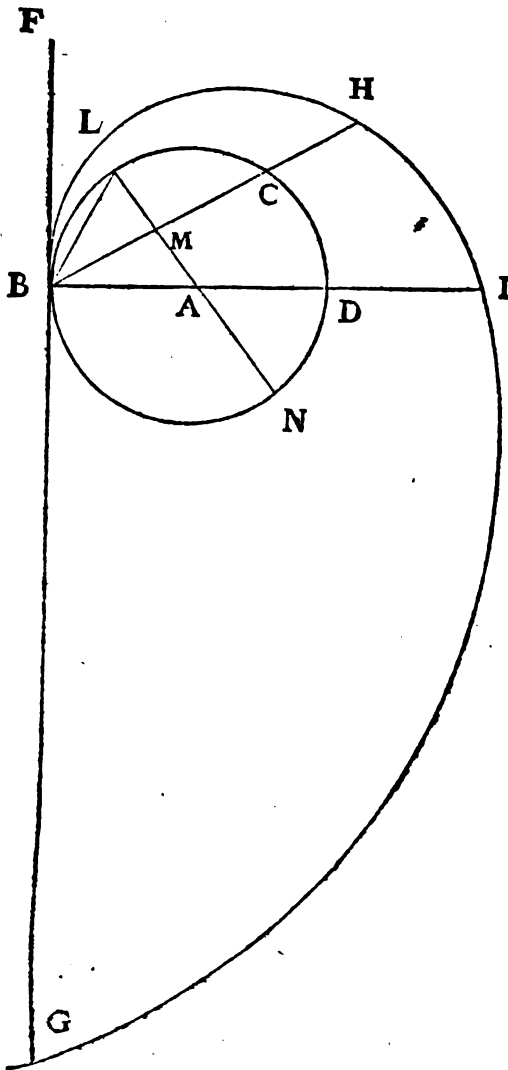
sumatur circumferentia BP dupla ipsius BC & subtendatur BP & producat in Q, ita ut recta BQ sit ipsi circumferentiæ BP æqualis, secundum jam tradita helicis idcirco describendæ præcepta.



Agatur etiam semidiameter BA. Quod igitur figt sub B A, PQ erit quadruplo segmenti BLCN æquale. Quare inter AB & PQ quæretur media proportionalis, à cuius mediæ semisse quadratum erit æquale segmento BLCN.

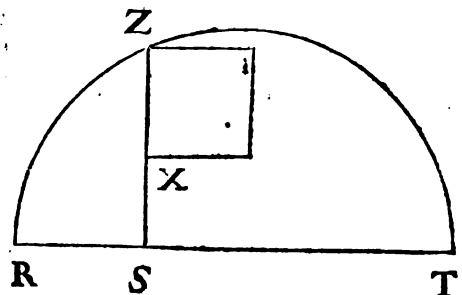
Quod si datum segmentum sit majus semicirculo, nihilominus quadra-

bitur minus, reliquum videlicet è circulo, quod cum auferetur è quadrato circulum æquante, dabitur quadratum æquale segmento majori quæsito. Itaque utrovis casu imperato satisficit.



PROPOSITIO VIII.

Datum circulum ita secare, ut segmentum sit æquale dato quadrato.



Sit datus circulus BCDN, datum quoque quadratum cujus latus ZX. Oportet circulum BCDN ita secare, ut segmentum sit æquale quadrato ex ZX. Aut igitur quadratum ex ZX minus est semicirculo vel majus. Sit primum minus semicirculo. Duplato igitur latere ZX in S, quadratum quod fit ex ZS erit quadruplum quadrati ex ZX, & ipsum quadratum ex ZS erit minus duplo circuli. Sit autem circuli diameter BAD, & cum quadratum ex ZS adplicabitur ad AB seu TS faciat latitudinem SR. Porro tangat circulum recta BF, posita BF æquali quadruplo totius circumferentiæ circuli, & describatur helix, cujus principium in B, principium vero conversionis in F, eaque dia-

diametrum BAD continuatam abscindat primum in I, contingentem vero abscindat primum in G, Ergo BI est semi-circumferentia equalis & BG toti. Itaque quod fiet sub BA, BI erit equalis circulo. Quod vero sub BA, BG equalis ejusdem circuli duplo. Quadratum autem ex ZS minus est circuli duplo. Quare SR minor erit ipsa BG. Quae quidem BG tangit circulum. Abs B igitur poterit educi recta incidens in helicen in puncto H, circulum vero secans in puncto C, ut sit CH equalis ipsi SR per viij. Archimedis *περὶ ἑλικῶν*.

Educatur igitur, & secetur BC bifariam in M à diametro LAN, & jungatur BL. Dico segmentum comprehensum à circumferentia BL & recta quae ei subtenditur esse equalis quadrato ex ZX secundum ea quae in antecedentibus exposita sunt. Dato igitur circulo BCDN, & quadrato à latere ZX, factus est circulus à recta BL ut segmentum minus equalis sit quadrato ex ZX. Quod erat faciendum.

Quod si datum quadratum sit majus semi-circulo, auferendum erit illud à quadrato datum circulum aequante, & ita secabitur circulus ut segmentum sit, equalis illi residuo. Quo segmento dato, reliquum circuli erit segmentum majus quaesitum.

Quemadmodum autem ea quae de quadratis dicuntur ad alias rectilineorum species possint trahi, evidens sit ex elementis.

CAPVT VII.

Ad descriptionem heptagoni propositam à F. F. C. Scholium.

DEscripturus Euclides in dato circulo pentagonum aequilaterum & aequiangulum exquisivit triangulum isosceles, in quo unusquisque angulorum qui sunt ad basin duplus esset reliqui. Sic ad inscriptionem heptagoni solet inquiri triangulum isosceles in quo unusquisque angulorum qui sunt ad basin sit triplus reliqui. Quam methodum etiam sequutus sum in Geometrico, quod anno superiore editum est, Supplemento.

Triplicem autem hujusmodi constructionem exhibet uno contextu F. F. C.

Primam Geometricam, sed veram tantum proximam, non etiam accuratam.

Alteram veram & accuratam, sed non Geometricam.

Tertiam Geometricam sed *ἀσυνλόγητον*.

Quas singulas singulis Problematis suo ordine ita expono.

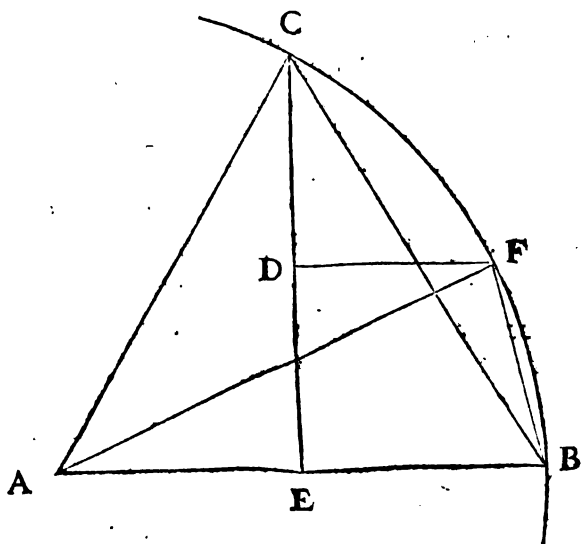
PROBLEMA I.

Triangulum isosceles constituere, habens proxime unumquemque angulorum qui sunt ad basin triplum reliqui.

Sub A centro intervallo quocunque AB describatur circulus, in cujus circumferentia sumatur BC arcus heptagoni, & cadat in AB semidiametrum perpendicularis CE, quae secetur bifariam in D puncto, per quod agatur parallela ipsi AB, secans arcum CB in F, & jungatur FB.

Dico triangulum AFB esse triangulum isosceles habens proxime unumquemque angulorum qui sunt ad basin triplum reliqui qui ad A verticem constituitur.

Aequalia enim sunt crura AF, AB, ut pote semidiamete-



Xx 3

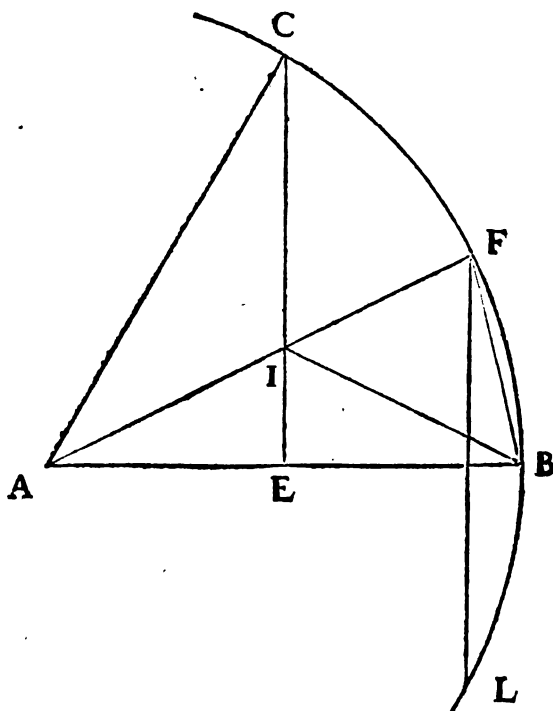
tri

tri ejusdem circuli, arcui autem FB congruus sinus est DE, dimidia totius CE. Sit igitur AC particularum 100,000. talium fit AE 50,000, & CE 86,602. Itaque DE est 43,301, cui sinui congruit ex Canone circumferentia xxv. partium cum besse partis unius proxime, constituto angulo recto earumdem xc, seu rota circumferentia ccclx. Septima autem pars duorum rectorum continet partes xxv cum quinque-septimis partis unius. Quinque vero septimæ non multo majores sunt besse. Est igitur circumferentia FB amplitudo anguli bene proximi septimæ parti duorum rectorum. Tanta autem est amplitudo anguli FAB. Quare anguli AFB, ABF continent singuli prope tres septimas. Itaque unusquisque eorum est prope triplus reliqui. Quod erat ostendendum.

PROBLEMA II.

Isoceles triangulum constituere Mechanica ratione, habens unumquemque angulorum qui sunt ad basin triplum reliqui.

Sub A centro intervallo quocumque describatur circulus, in quo sumatur circumferentia hexagoni CB. Cadat autem in actam semidiameter AB perpendicularis CE, &



aliqua Mechanica ratione (id enim non postulat Geometria) agatur altera semidiameter AF, quæ ita secet arcum CB in F; perpendicularem vero CE in I, ut cum subtendatur arcus FB, rectæ IB, FB sint æquales.

Dico triangulum AFB esse isoceles, & habere unumquemque angulorum qui sunt ad basin triplum reliqui.

Crura enim AB, AF sunt æqualia, cum sint semidiametri ejusdem circuli. Itaque anguli quoque AFB, ABF erunt æquales. Iungatur autem BI. Fiunt igitur duo triangula rectangula AIE, BIE, bases habentia æquales AE, EB; altitudinem vero IE communem. Quare hypotenusæ quoque AI, IB sunt æquales. Sunt igitur ut lateribus sic & angulis æqualia triangula AIE, BIE. Et est angulus IAE æqualis angulo IBE.

Quoniam vero constructæ sunt æquales IF, FB. Ideo anguli FIB, FBI sunt æquales. Trianguli autem AIB exterior angulus FIB, cui æquatur FBI, binis IAB, IBA interioribus est æqualis. Angulo FBI addatur angulus IBA, id est FAB. Angulus itaque ABF, seu ei æqualis AFB, fit triplus anguli FAB reliqui. Atque adeo constitutum est ABF triangulum isoceles habens unumquemque angulorum ad basin triplum reliqui.

COROLLARIUM.

Itaque si dupletur circumferentia FB in L, erit FBL circumferentia heptagoni.

Ἀλλοίωσις.

Placeat autem *παραλογίζεσθαι*. Et idcirco proponatur tanquam Geometricum, Sed re vera *ἀσυλλογιστὸν*

PROBLEMA III.

Isoceles triangulum constituere, habens unumquemque eorum qui ad basin sunt angulorum triplum reliqui.

Ἐπιπέδου

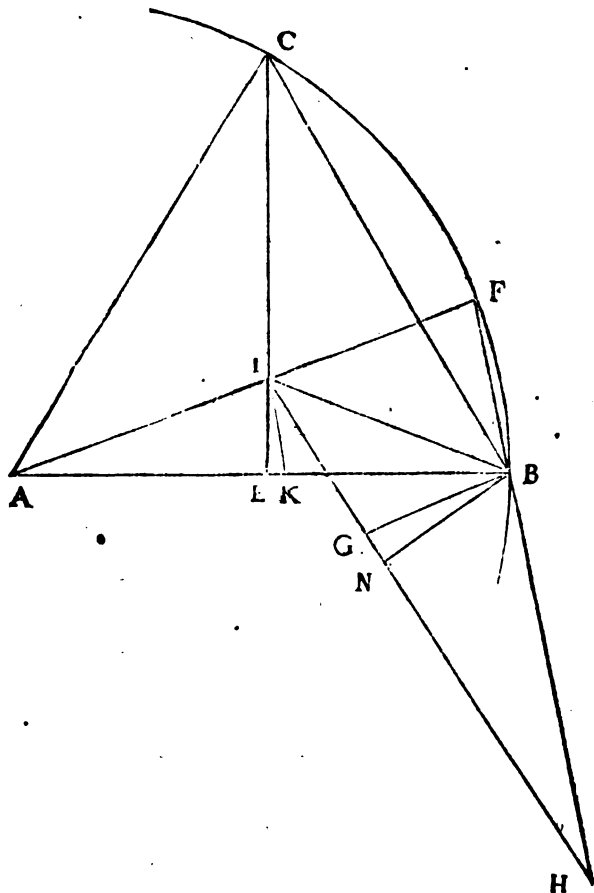
Εξήκεις. Sub A centro, intervallo quocunque AB, describatur circulus, in quo sumatur circumferentia hexagoni BC, & cadat in semidiametrum AB perpendicularis CE, agatur autem altera semidiameter AF, secans CB in quocunque F puncto, perpendicularem vero CE in I. (Ecquid enim attinet ad constructionem secare CE bifariam in D, & per D agere parallelam ipsi AD, ad indicandum F punctum cum in quibuscunque sectionibus eadem omnino vigeat argumentatio?) Denique jungatur FB.

Διορισμός πρώτος. Dico rectas IF, FB esse æquales.

IF, FB

Κατασκευή. Producatnr enim ,,
 recta FB quantumvis in H, ad re- ,,
 ctam FI & ad signum ejus I angu- ,,
 gulus constituatur FIH angulo ,,
 FBA æqualis (per 23 primi,) per ,,
 signum I recta IK paralela fiat re- ,,
 ctæ FB, per signum vero B paral- ,,
 lela fiat rectæ FI recta BG, juncta ,,
 BI, & demissa in IH perpendicu- ,,
 lari BN.

Ἀπόδειξις I. Quoniam igitur ,,
 isoscelium ABF, HIF anguli sunt ,,
 æquales & AFH utrique commu- ,,
 nis, æquiangula & similia erunt ,,
 ABF & HIF isoscelia. Quia vero ,,
 trianguli ABC perpendicularis ,,
 CE secat basin AB bifariam in E ,,
 & ad rectos AEI, BEI angulos, ea ,,
 latera AI, IB & angulos EAI, EBI ,,
 facit adinvicem æquales (per 4 ,,
 sexti) cum proportionalia sint sin- ,,
 gula singulis latera. Cæterum cum ,,
 triangulorum ABF & HIF trape- ,,
 zia BFIK & IFBG sint æquiangula ,,
 la. (Atque hæc apodictica hæc- ,,
 nus vera sunt, sed jam sequitur pa- ,,
 ralogismus) & in similia triangula ,,
 dividantur, scilicet BIG & IFB. A- ,,
 liud in IBK & IFB sectis angulis ,,
 oppositis ex 20 sexti. Et triangu- ,,
 lum IBF sit commune, sequetur (ex ejusdem Monito) basin BF unius esse ad dimetien- ,,
 tem BI, ut alia basis FI ad eandem dimetientem BI, & idcirco æquales BF & FI (per no- ,,
 nam quinti.)



Ἀπόδειξις II. Rursus & secundo cum isoscelium ABF & HFI bases ac reliqua latera sint ,,
 proportionalia, si aliqua basis BF sit major FI basi reliqua, latus FI majus erit latere BF ,,
 (cum sint similia triangula BFI & IBF,) sed & minus nempe æquale basi IF minore sup- ,,
 posita, quod fieri non potest. Itaque erunt BF & IF rectæ æquales.

Ἀπόδειξις III. Rursus & tertio in triangulis BFI, IFB æqualibus & habentibus unum ,,
 angulum BFI uni IFB æqualem, utraque rectarum FI, FB est communis basi unius ac la- ,,
 teri alterius reciproce (per 15 sexti) & proinde æqualia erunt isoscelis IFB latera IF ipsi FB, ,,
 & anguli qui ad basin IB æquales.

Διορισμός δεύτερος. Secundo dico angulorum ABF, AFB unumquemque esse triplum ,,
 reliqui.

Ἀπόδειξις. Trianguli enim AIB exterior angulus FIB vel FBI illi æqualis, binis IAB, ,,
 IBA interioribus est æqualis, cui addatur IBA æqualis ei qui ad A. Totus AFB & proin- ,,
 de reliquus ABF triplus erit anguli BAF reliqui.

Συμπέρασμα. Iosceles itaque triangulum ABF habens unumquemque eorum ABF, ,,
 AFB qui ad basin sunt angulorum triplum reliqui qui ad A, constituimus.

Elen-

Elenchus Syllogismi.

At vero libere acta fuit AF per quodcunque segmentum circumferentiæ CB. Itaque sequeretur quamcunque circumferentiam FB, modo faciat partem ipsius hexagoni CB, esse amplitudinem septimæ partis duorum rectorum. Hoc autem omnino est absurdum.

Est igitur in exposita demonstratione *ἀσυνλογισία*.

Conclusio secunda prorsus vera est, & syllogistica.

At in prima fallacia est.

Et si enim quæ constructa sunt trapezia IFBG, BFIK sint & bene demonstrantur æquiangula, non ideo lateribus censenda sunt homologa. Itaque triangulum IBG triangulo IBK male concluditur simile.

Latus quidem IB utrique triangulo commune est & angulos IGB, IKB subtendit æquales, verum angulus FIB angulo BKI nullo casu potest esse æqualis. Idem angulus FIB angulo BIK uno solo casu potest accidere æqualis, videlicet, cum angulus FAB duarum est septimarum recti. In aliis casibus quibuscunque inæqualitas est, & laterum consequenter dissimilitudo, eaque potest ita demonstrari.

Cum sint in triangulo AFB crura AF, AB æqualia, uterque angulorum AFB, FBA, seu iis æqualium AIK, AKI deficit à recto per semissem anguli FAB, seu ei æqualis IBA. Æque in triangulo IHF, quod simile constructum est ipsi AFB, cum sint crura HI, HF æqualia, uterque angulorum HFI, HIF, seu iis æqualium HBG, HGB deficit à recto per semissem anguli IHF, id est anguli FAB. Quare angulus FBI, cui ex ratione parallelarum æqualis est BIK, deficit à recto per sesquialterum anguli FAB. Angulus autem FIB duplus fit anguli FAB. Ac denique angulus IKB seu BGI, quem angulus IKA vel BGH relinquit è duobus rectoris, excedit rectum per semissem anguli FAB.

Atque adeo triangulorum BIG, IBK anguli ita se habebunt.

Anguli trianguli BIG.

$$\text{Angulus } \left. \begin{array}{l} \text{BGI} \\ \text{IBG} \\ \text{FIB} \end{array} \right\} \text{ æqualis fit } \left\{ \begin{array}{l} \text{recto plus semisse anguli FAB} \\ \text{recto minus } \frac{1}{2} \text{ anguli FAB} \\ \text{duplo anguli FAB.} \end{array} \right.$$

Anguli trianguli IBK.

$$\text{Angulus } \left\{ \begin{array}{l} \text{IKB} \\ \text{BIK} \\ \text{BKI} \end{array} \right\} \text{ æqualis fit } \left\{ \begin{array}{l} \text{recto plus semisse anguli FAB} \\ \text{recto minus sesquialtero anguli FAB} \\ \text{ipsi angulo FAB.} \end{array} \right.$$

Non erit igitur angulus FIB æqualis angulo BKI, neque enim duplum est æquale simulo. Utrique vero, sive angulo FIB sive angulo BIK, addatur sesquialter anguli FAB. Triplus igitur angulus FAB cum semisse ejusdem æquabitur recto. Itaque in alia proportionem quacunque anguli FIB, IBK erunt inæquales.

Omnino æqualitates cubicas non agnoscit Geometria suis contenta solitis postulatis. Qui autem tesseraedecagonum describit vel heptagonum, in æquationem incidit cubicam, ut est in Analyticis expositum. Atque ex jam constructo Mechanica ratione schemate sic potest demonstrari. Hic igitur esto

PROTASIS IV. THEOREMA.

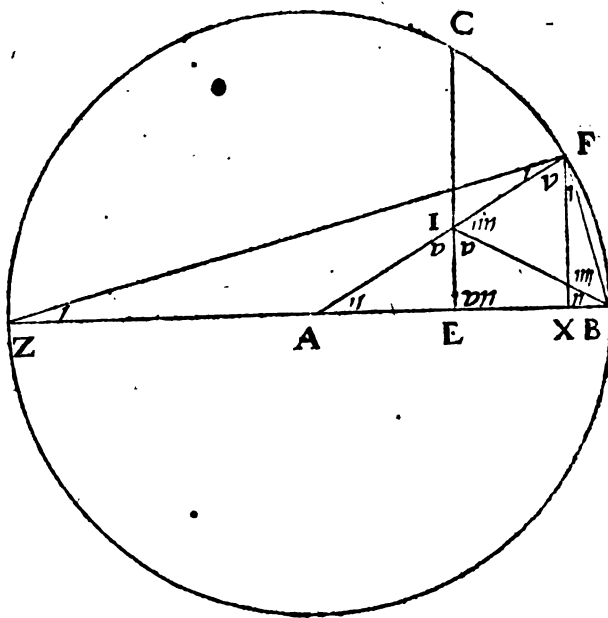
Si angulus acutus trianguli rectorum fuerit septima pars recti, solidum sub hypotenusa dimidia & quadrato perpendiculari, minus ipsius perpendiculari cubo, æquabitur cubo hypotenuse dimidiæ, minus solido duplo sub perpendiculari & hypotenuse dimidiæ quadrato.

Sit triangulum ZFB, habens angulum ad F rectum; ad Z vero æqualem septimæ parti recti, & secetur ZB bifariam in A.

Dico solidum sub AB & quadrato ex FB, minus cubo ex FB, æquare cubum ex AB, minus solido duplo sub FB & quadrato ex AB.

Centro enim A intervallo AB seu AZ describatur circulus. Circumferentia igitur illius

linq̄ tranſibit per F, cum ſit angulus ZFB reſtus, & acta ſemidiametro AF fiet triangulum AFB crurum æqualium AF, AB. Quoniam autem angulus FZB eſt ſeptima pars reſti, ideo conſtituro angulo reſto ZFB partium ſeptem, earumdẽ angulus FZB erit pars una, & angulus FBA ſeu AFB partium earumdẽ ſex. angulus vero FAB duarum. Secetur autem AB bifariam in E. Itaque in AB cadat è circumferentia perpendicularis CE, abſcindens AF in I, & cõnectatur BI. Triangula igitur



A EI, BEI æqualium ſunt laterum & angulorum, habentia angulum ad E reſtum, & angulum IAE angulo IBE æqualem. Definitus eſt abſtem angulus totus FBZ partium ſex, qualium reſtus eſt ſeptem. Angulus vero IAE ſeu IBE earumdẽ duarum. Cum itaque ab angulo FBZ auferentur partes duæ ad angulum IBE. Erit angulus FBI quatuor earumdẽ partium qualium etiam ſex conſtitutus eſt angulus IFB. Quare angulus FIB erit earumdẽ quoque quatuor partium ut compleantur duo reſti; quos tres anguli trianguli IFB adæquent. Eſt igitur triangulum IFB æqualium quoque crurum IF, FB, cum ſint anguli FBI, FIB æquales.

Cadat porro in AB perpendicularis FX. Eſt igitur FB media proportionalis inter ZB, id eſt AB duplam, & XB differentiam inter AB & AX. Quare quadratum ex FB æquale eſt duplo quadrato ex AB, minus eo quod fit bis ſub AB, AX. Et conſequenter ſolidum quod fit ſub AI & quadrato ex FB, æquabitur ſolido duplo ſub AI & quadrato ex AB, minus eo quod fit bis ſub AI, AB, AX. At vero eſt ut AI ad AE, ita AF ſeu AB ad AX Duplum igitur planum ſub AI, AX æquale eſt quadrato ex AB. Itaque ſolidum quod fit ſub AI & quadrato ex FB, æquabitur ſolido duplo ſub AI & quadrato ex AB, minus cubo ex AB. Eſt autem AI differentia inter AB & IF, ſeu FB. Quare ſolidum quod fit ſub AB & quadrato ex FB, minus cubo ex FB, æquale eſt cubo ex AB, minus ſolido duplo ſub FB & quadrato ex AB. Quod erat oſtendendum.

Sit ABI. FB IN. IQ — IC, æquatur I + 2N.

Sit ZB 200, 000, 000; ſit FB laſus reſſere-decagoni circulo inſcripti 44, 504, 187, cuius ZB eſt diameter.

PROTASIS V. THEOREMA.

Si angulus acutus trianguli reſtangi fuerit dupla ſeptima pars reſti: cubus è baſe, minus ſolido ſub hypotenufa dimidia & ipſius baſis quadrato, æquabitur duplo ſolido ſub baſe & hypotenufa dimidia quadrato, minus ipſius hypotenufa dimidia cubo.

Sit triangulum ZMB, habens angulum ad M reſtum; ad Z vero æqualem duabus ſeptimis reſti, & ſecetur ZB bifariam in A.

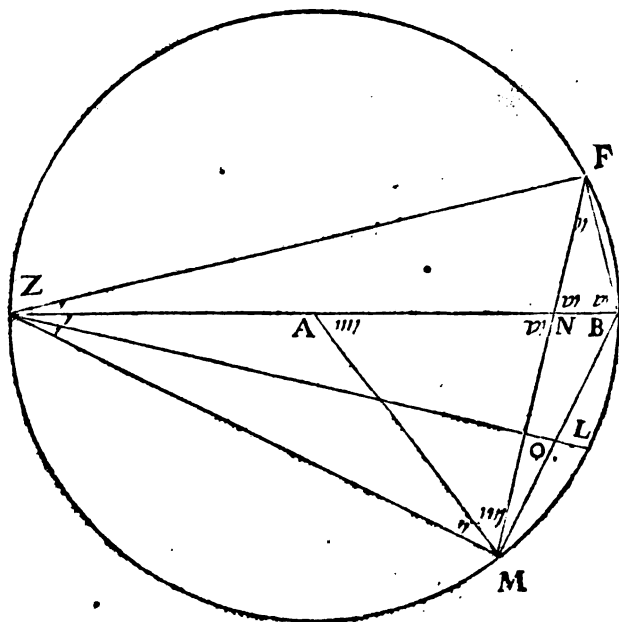
Dico cubum ex ZM, minus ſolido ſub AB & quadrato ex ZM, æquari ſolido duplo ſub ZM & quadrato ex AB, minus cubo ex AB.

Centro enim A, intervallo AB ſeu AZ deſcribatur circulus. Circumferentia igitur illius tranſibit per M, cum ſit angulus ZMB reſtus. Secetur autem bifariam circumferentia

Y y

rentia BM in L, & ipsi circumferentiæ BL sumatur æqualis circumferentia BF, & jungantur rectæ FB, FM, ZL. Ipsaque FM abscindat diametrum ZB in N, ZL vero in O.

Quoniam igitur siue anguli BZM siue anguli MFB definit duplam amplitudinem circumferentia BLM, erunt æquales anguli MZB, MFB, ac singuli duarum septimarum recti. Ipsi autem circumferentiæ BLM dimidia est circumferentia FB, definiens amplitudinem anguli FZB. Et est triangulum ZFB rectangulum. Quare angulus FZB erit septima pars recti, angulus vero FBZ reliquus è recto continebit sex septimas. Cum itaque in triangulo FBN angulus ad F sit duarum septimarum recti, angulus vero ad B sex septimarum, reliquus FNB erit quoque sex septimarum, ut compleantur duo recti. Quare crura FN, FB erunt æqualia. Triangulo autem FNB sit simile triangulum ZNM. Itaque in eo crus ZN cruri quoque ZM erit æquale, atque adeo ZL secabit MN in O ad angulos rectos, cum secet & basin & angulum verticis bifariam. Et ideo erunt similia triangula ZON seu ZOM & ZBF.



Et quoniam anguli BZM duplex est angulus BAM, & consequenter quatuor septimarum; cum hic è centro ille sit è circumferentia; angulus vero FNB constitutus est sex septimarum: ideo in triangulo ANM reliquus angulus AMN erit quoque quatuor septimarum ad complendum duos angulos rectos, & fient rectæ AN, MN æquales.

Et vero ob similitudinem triangulorum ZON, ZBF, erit ut ZB ad FN, ita ZN ad ON. Itaque quod fiet sub ZN, FN id est BF, æquale erit ei quod fit sub ON, ZB, id est sub MN, AB.

Et quoniam subtensæ ZB, FM sese intersectant in N, est ut ZN ad MN, ita FN id est FB ad NB. Et per consequens ut ZN ad MN, ita quod fit sub FB, ZN, id est sub MN, AB ad id quod fit sub NB, ZN. Sed MN seu AN differentia est inter ZN seu ZM & ZA seu AB. Et NB differentia est inter ZB seu AB bis & ZM. Quare per interpretationem, erit ut ZM ad ZM minus AB, ita quod fit sub ZM, AB, minus quadrato ex AB ad id quod fit sub ZM, AB bis, minus quadrato ex ZM. Et subducendo erit, ut ZM ad AB, ita quod fit sub ZM, AB, minus quadrato ex AB ad quadratum ex ZM, minus quadrato ex AB, & insuper eo quod fit sub ZM, AB. Et cum quæ fiunt solida sub extremis analogiæ illius terminis comparabuntur iis quæ fiunt sub extremis, & utrobique addatur solidum sub AB & quadrato ex ZM. Cubus ex ZM, minus solido sub AB & quadrato ex ZM æquabitur solido duplo sub ZM & quadrato ex AB, minus cubo ex AB. Quod erat ostendendum.

Sit AB 1. ZM 1 N. 1C — 1Q, æquabitur 2N — 1.
 Sit ZM 200, 000, 000, fit ZM 180, 193, 774. Itaque recta BM seu FL fit 86, 677, 748
 latus heptagoni circulo inscripti cuius ZM est diameter.

CAPVT VIII.

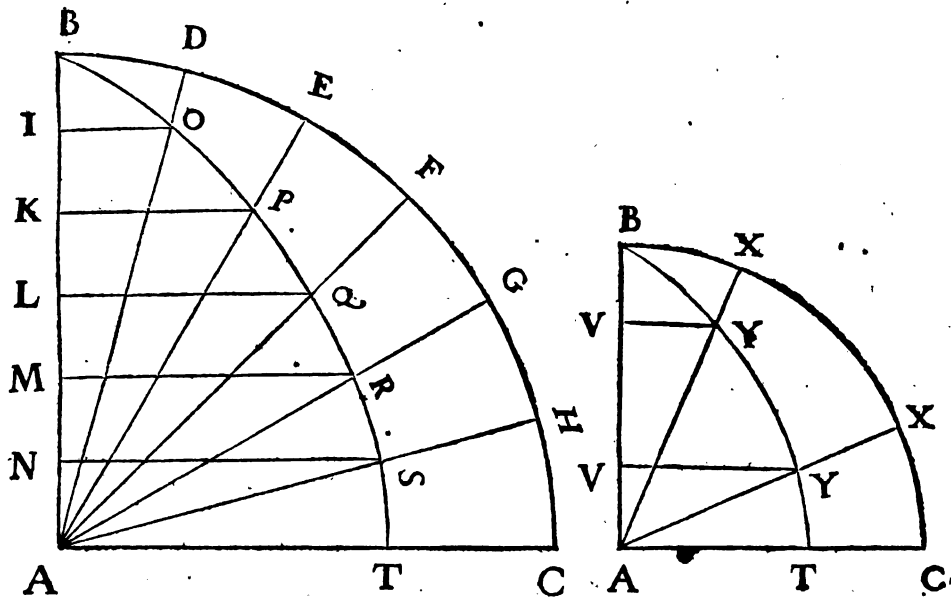
Γραμμὴ τετραγωνισῶσα.

Quid sit, γραμμὴ τετραγωνισῶσα, & quisejus effectus, quæve miracula
 ἐν τῷ κύκλῳ μετρήσῃ ἔπι μή, ita expendo.

PROPOSITIO I.

Quadratarix hypotyposin exhibere.

Sit A centrum circuli, BC quadrans totius circumferentix, AB, AC semidiametri
 orthogoniæ. Secetur autem BC in partes quocunq; æquales, ut pote sex BD, DE, EF,
 FG, GH, HC, & agantur semidiametri AD, AE, AF, AG, AH. Secetur quo-
 que BA in partes totidem nempe sex, & sint illæ B.I, I K, K L, L M, M N, N A, & ipsi
 AC agantur parallelæ IO, KP, LQ, MR, NS, secantes semidiametros AD, AE, AF, AG,
 AH in punctis O, P, Q, R, S. Porro intelligatur duci linea per puncta B, O, P, Q, R, S,
 & cadere ad AC in puncto T uniformi progressu, nempe ut cum semidiameter BA &



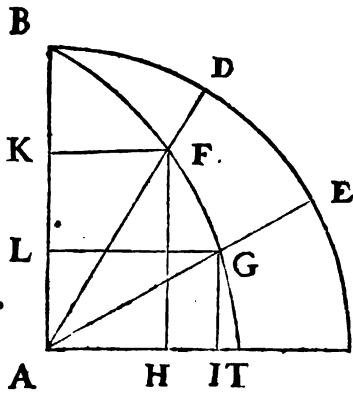
circumferentia BC secabuntur similiter, illa in V hæc in X, & per V sta ipsi AC paral-
 lela secabit AX in Y, transeat BT per Y, atque adeo cum ad punctum B describeretur ipsi
 AC parallela BZ, & movebitur illa per singula ipsius BA puncta eo ipso tempore, & uni-
 formi motu, quo semidiameter AB circum agit BC, linea BT transeat per puncta sectio-
 num ipsarum BZ, BA, talis BT est γραμμὴ τετραγωνισῶσα seu (quandoquidem quadrata-
 rixi voce utitur Sidonius Apollinaris) quadrataria, cujus principium B, finis T. puncta pa-
 roдика O, P, Q & similia, incidentes à centro ad quadratariam AB, AO, AP, AQ & si-
 miles, quarum maxima est AB semidiameter, minima AT.

PROPOSITIO II.

Si ex centro circuli incidant in quadratariam lineæ rectæ, & à puncto
 incidentiæ demittantur in diametrum, in qua desinit quadrataria, perpen-
 diculares: demissæ sunt similes angulis quibus illæ subtenduntur.

Sit A centrum circuli, BC quadrans totius circumferentix, AB, AC semidiametri or-
 thogoniæ. Et ad B C agantur ad quæcunq; D, E puncta circumferentix semidiametri
 AD, AE,
 Y y 2

AD, AE, quas ducta quadrataria BT principium habens in B finem in T, secet in F, G.

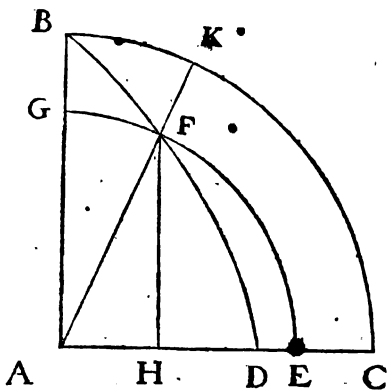


Et in AT demittantur perpendiculares FH, GI. Dico esse ut FH ad GI, ita angulum FAH ad angulum GAI. Cadant enim in AB perpendiculares FK, GL. Quoniam igitur F, G puncta sunt parodica quadrataria, secta est semidiameter BA in K, L similiter ac circumferentia BC in D, E. Itaque est ut BA ad KA, ita circumferentia BC ad circumferentiam DC, & ut BA ad LA, ita circumferentia BC ad circumferentiam EC. Quare est KA ad LA, ut circumferentia DC ad circumferentiam EC. Et vero KA, LA sunt ipsi FH, GI aequales. Et circumferentia DC est amplitudo anguli FAH, & circumferentia EC amplitudo anguli GAI. Quare est ut FH ad GI, ita angulus FAH ad angulum GAI. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO III.

Semidiameter circuli est media proportionalis inter quadrantem circumferentia, & minimam incidentium ex centro in quadratariam.

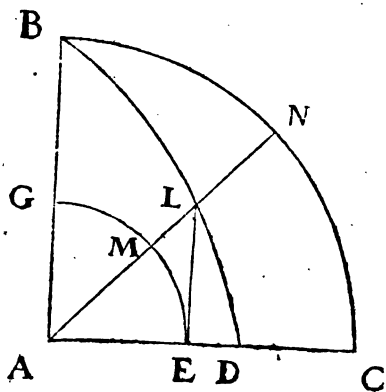
Sit A centrum circuli, BC quadrans totius circumferentia, AB, AC semidiametri orthogoniz. Et ducatur quadrataria cujus principium B, finis D. unde fit AD minima incidentium ex centro in quadratariam. Dico AB mediam esse proportionalem inter circumferentiam BC, & rectam AD, id est, esse ut circumferentiam BC ad AB, ita AB ad AD.



Si enim non ita sit, esto ut circumferentia BC ad AB, ita AB ad AE, & centro A intervallo AE describatur circulus abscindens AB in G. Est igitur circumferentia BC ad circumferentiam GE, sicut semidiameter AC ad semidiametrum AE. Ex hypothesi autem est circumferentia BC ad AC id est AB, sicut AC ad AE. Quare est circumferentia GE ad AE, sicut AC ad AE. Est igitur GE ipsi AC aequalis. Est autem AE major ipsa AD, vel minor.

& producat ad circumferentiam BC, quam secet in K. Est igitur BC ad KC, sicut GE, id est AC ad FE. BC autem ad KC est, sicut BA ad FH: erit igitur BA ad FH, sicut AC ad FE. Sed BA, AC sunt aequales, FH igitur & FE essent quoque aequales. Hoc autem est absurdum. Dupla enim FH duplo circumferentia FE inscribitur. Cedit aptem circumferentia inscripta. Non est igitur AE major quam ipsa AD.

Sit primum major. Secabit igitur GE quadratariam BD. secet in F, & cadat in AC perpendiculariter FH, & connectatur AF, & producat ad circumferentiam BC, quam secet in K. Est igitur BC ad KC, sicut GE, id est AC ad FE. BC autem ad KC est, sicut BA ad FH: erit igitur BA ad FH, sicut AC ad FE. Sed BA, AC sunt aequales, FH igitur & FE essent quoque aequales. Hoc autem est absurdum. Dupla enim ipsius LE circumscribitur duplo circumferentia ME. Pra-



Secundo sit AE minor quam AD. Circulum igitur GE tangat ad E recta secans quadratariam in L. Et jungatur AL & producat ut ante ad circumferentiam BC, quam secet in N; GE vero in M. Est igitur BC ad NC, sicut GE id est AC ad ME. BC autem ad NC est, sicut BA ad LE. Est igitur BA ad LE, sicut AC ad ME. Sed BA, AC sunt aequales. Aequales igitur quoque essent LE, ME. Hoc autem est absurdum. Dupla enim ipsius LE circumscribitur duplo circumferentia ME. Pra-

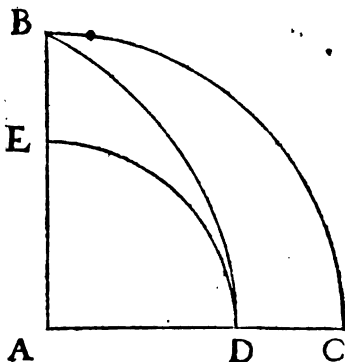
M. E. Præstat autem circumferentiæ circumscripta. Non est igitur AE minor quam ipsa AD. Cum itaque AE non sit minor ipsa AD neque major, est igitur ipsi æqualis. Quare est ut BC ad AB, ita AB ad AD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO IV.

Semidiameter circuli est æqualis quadranti circumferentiæ circelli homocentri intervallo æquali minimæ incidentium ex centro in quadratariam descripti.

Sit A centrum circuli, BC quadrans totius circumferentiæ, AB, AC semidiametri orthogoniz. Et ducatur quadrataria cujus principium B, finis D. & centro A intervallo AD describatur circellus abscindens AB in E, unde fit ED quadrans totius circumferentiæ circuli sub A centro intervallo AD descripti. Dico semidiameterum AB esse circumferentiæ ED æqualem.

Est enim AC seu AB ad AD, sicut circumferentia BC ad circumferentiam ED. cum illæ rectæ sint semidiametri suorum circulorum, hæ circumferentiæ, & singulæ quadrantes sui totius. Sed est quoque AB ad AD, sicut circumferentia BC ad AB, ex jam demonstratis. Ergo AB æqualis est circumferentiæ ED. Quod erat ostendendum.



Atque his datæ quidem circumferentiæ licet invenire lineam rectam æqualem, atque adeo quadrare circulum, & quodlibet circuli segmentum. Et contra, datæ lineæ rectæ licet invenire circumferentiam æqualem, & dato quadrato invenire circulum æqualem. At vix dato quadrato invenietur dati circuli segmentum æquale. Quod tamen opus concessis helicibus absolvitur eo ipso, quod ad supplementum Geometriæ inductum est, postulato. Itaque majora sunt helicis quam quadratariz commoda. Sed & quadrataria est δυσμηχανωτέρη, quanquam fortassis non minus feliciter quam helix æqualitatem lineæ rectæ & circumferentiæ comprobet.

CAPUT IX.

Γραμμῶν τῶ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχουσι.

CUM ab extremitate diametri circuli, secta circumferentia in partes quotcunque æquales, educuntur rectæ per quælibet æqualium sectionum puncta, educatas autem terminat helix ab eadem extremitate ducens exordium, fiunt Γραμμῶν τῶ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχουσι, quæ ad percipiendum vim helicis non infeliciter lineis rectis à circumferentia conclusis comparantur. Sed & hujusmodi lineis æqualiter sese excedentibus firmatur valde multangulorum numerorum doctrina, in quibus nulla non recondi mysteria Platonici teñentur. Quamobrem πρὸ παντὸς τὰς γραμμῶν propono.

PROPOSITIO I.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes, sit autem minima excessui æqualis: est minima ad maximam, sicut unitas ad multitudinem linearum.

Sit enim minima eadem & prima. Quoniam igitur prima est excessui æqualis, seipsam metitur unitate, secundam binario, tertiam ternario, quartam quaternario, ac denique

maximam sui ordinis numero secundum naturalem progressum. Itaque quotus est excessus in maxima, tot sunt lineæ, & constat propositum.

PROPOSITIO II.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes: est excessus ad differentiam maximæ continuatæ excessu, & minimæ, sicut unitas ad multitudinem linearum.

Sit enim minima eadem & prima. Differentia igitur primæ & secundæ erit excessui æqualis. Quare differentiam illam meretur excessus unitate, differentiam vero primæ & tertiæ binario, differentiam primæ & quartæ ternario, differentiam primæ & quintæ quaternario, ac denique differentiam primæ & extremæ seu maximæ, sui ordinis numero secundum naturalem progressum unitate dempta. Est igitur excessus ad differentiam maximæ & minimæ, sicut unitas ad multitudinem linearum una dempta, & per syncretesin, Est excessus ad differentiam maximæ continuatæ excessu & minimæ, sicut unitas ad multitudinem linearum accurate, ut est enunciatum.

Sint numeri septem progredientes per ternarii crementum quorum primus est 1. & oporteat invenire extremum. Fiet ut 1 ad 7, ita 3 ad 21. Quare 21 differentia erit inter extremum continuatum ternario & unitatem. Continuatus igitur ternario extremus erit 22, accuratus 19.

Sint rursus numeri progredientes per æquum ternarii crementum, quorum primus est 1, extremus 19. Et oporteat invenire multitudinem numerorum ita progredientium. Fiet ut 3 ad 21, ita 1 ad 7. Quare numerum 19 in ea progressionem sedem occupat septimam.

PROPOSITIO III.

Si fuerint quatuor lineæ, quarum primam tanto superet secunda, quanto tertiam quarta: composita ex extremis est æqualis compositæ à mediis.

Sit enim prima B, secunda B plus F, tertia D. Quarta igitur erit D plus F, ex lege propositionis. Composita autem ex extremis est B plus D, plus F, quanta etiam composita ex mediis. Itaque constat propositum.

PROPOSITIO IV.

Si fuerint tres lineæ æqualiter sese excedentes: composita ex extremis est æqualis mediæ duplæ.

Sit enim prima B, secunda B plus F. Tertia igitur erit B plus F bis. Composita autem ex extremis fit F bis, plus B bis, quanta etiam est mediæ dupla. Itaque constat propositum.

PROPOSITIO V.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes: est composita ex extremis ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad multitudinem linearum.

Multitudo enim linearum æqualiter sese excedentium erit numero par, aut impar. Sit par, veluti sint lineæ sex. Prima igitur cum sexta, secunda cum quinta, tertia cum quarta erunt æquales inter se per propositionem tertiam. Sunt autem tres binæ lineæ. Quare composita ex prima & sexta ter sumpta fiet composita ex omnibus sexies vero composita dupla. Est igitur composita ex prima & sexta ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad senarium.

Sit autem numerus linearum impar, veluti sint septem lineæ. Prima igitur cum septima, secunda cum sexta, tertia cum quinta erunt inter se æquales. Sunt autem tres binæ lineæ. Quare composita ex prima & septima sexies sumpta erit dupla compositæ ex omnibus, excepta mediæ seu quarta. Sed composita ex prima & septima æqualis est mediæ duplæ per propositionem quartam. Quare composita ex prima & septima septies sumpta erit composita ex omnibus dupla accurate. Est igitur composita ex prima & septima ad

ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad septenarium. Quæ demonstrationis veritas in quocunque aliis linearum numeris paribus imparibusve eandem vim manifesto obrinet. Est igitur composita ex extremis ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad multitudinem linearum, quemadmodum est ordinatum.

PROPOSITIO VI.

Si fuerint lineæ quocunque æqualiter sese excedentes, minima autem sit excessui æqualis: est ut minima ad maximam, ita composita ex minima & maxima ad compositam ex omnibus duplam.

Per antecedentem enim propositionem, est composita ex minima & maxima ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad multitudinem linearum. Per primam autem propositionem, minima excessui æqualis, est quoque ad maximam, sicut unitas ad multitudinem linearum. Quare est composita ex minima & maxima ad compositam ex omnibus duplam, sicut minima excessui æqualis ad maximam, ut hic est ordinatum.

Sint numeri progredientes per unitatis clementum. Primus 1. extremus 20. & oporteat invenire summam omnium, fiet ut 1 ad 20, ita 21 ad 420. Itaque 420 erit summa omnium dupla, 210 simpla, eaque ducta in unitatem dicitur numerus triangulus.

PROPOSITIO VII.

Si fuerint lineæ quocunque æqualiter sese excedentes: est ut excessus ad differentiam maximæ continuatæ excessu, & minimæ, ita composita ex minima & maxima ad compositam ex omnibus duplam.

Per propositionem enim quintam est composita ex minima & maxima ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad multitudinem linearum. Per secundam autem propositionem excessus ad differentiam maximæ continuatæ excessu & minimæ, est quoque sicut unitas ad multitudinem linearum. Quare est composita ex minima & maxima ad compositam ex omnibus duplam, sicut excessus ad differentiam maximæ continuatæ excessu, & maximæ, ut hic est ordinatum.

Sint numeri progredientes per ternarii clementum. Primus 1, extremus 10. & oporteat invenire summam omnium. fiet ut 3 ad 12, ita 11 ad 44. Itaque 44 erit summa omnium dupla, 22 simpla, & ea ducta in unitatem dicitur numerus quinquangulus.

PROPOSITIO VIII.

Si fuerint lineæ quocunque æqualiter sese excedentes: quadratum maximæ continuatæ dimidio excessu, æquale est duplo quod fit plano sub composita ex omnibus, & excessu, una cum quadrato differentiæ inter minimam & excessum dimidium.

Sit enim excessus F, minima B, composita ex omnibus G, maxima vero continuatæ dimidio excessu sit E. Ex antecedente igitur propositione est, ut F ad E plus F semisse, minus B, ita E minus F semisse, plus B ad G bis. Qua resoluta analogia. E quadratum, æquatur F in G bis, plus quadrato differentiæ inter B & F semissem. Quod ipsum est quod ordinatur.

Sint numeri aliquot progredientes per quaternarii clementum, & horum primus 1, summa vero omnium 120. (Is autem ductus in unitatem dicitur sexangulus. Excessus enim adscito binario multitudinem angulorum exprimit.) Et oporteat invenire latus numeri illius sexanguli. Primus igitur quaretur gnomon extremus, id est maximus in ea progressionis numerus. Itaque ille continuatus dimidio progressionis clemento, id est binario, fit 1 N. Ergo ex hac propositione 1 Q, æquabitur 961. 1 N est 31, gnomon extremus 29. Cum igitur primus sit 1, extremus 29, clementum gnomonum per monadas quatuor, fiet per propositionem secundam ut 4 ad 32, ita 1 ad 8. Itaque 8 est latus quæsitum propositi 120 sexanguli.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Si fuerint tres lineæ æqualiter sese excedentes : octuplum quod fit planum sub media & maxima , adjunctum minimæ quadrato , æquatur quadrato compositæ ex maxima & media dupla.

Minima enim eademque prima trium linearum sese æqualiter excedentium, sit B; excessus F. Secunda igitur erit B plus F. Tertia B plus F bis. Quod autem fit planum ex B plus F, in B plus F bis, ipsum (ut ex Logistica Speciosa evidens fit) octies sumptum, & adjunctum B quadrato, facit quadratum abs radice B ter, plus F quater, quanta est composita ex maxima & media dupla. Quare constat propositum.

PROPOSITIO X.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes, sit autem minima excessui æqualis: est ut minima ad maximam, ita quadratum compositæ ex minima & maxima, adjunctum plano sub eadem composita & maxima ad aggregatum quadratorum à singulis sextuplum.

Illud ipsum est quod tradit Archimedes propositione XX *περὶ ἐπιπέδων*.

Oporteat invenire summam omnium quadratorum, que sunt à singulis lateribus ab 1 ad 9. Fiet ut 1 ad 9, ita 190 ad 1710. Itaque 1710 summa erit sextupla ad summam quadratorum quesitam, que ideo est 285.

PROPOSITIO XI.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes: est ut unitas ad multitudinem linearum una dempta, ita quod fit planum sub maxima & minima, adjunctum trienti quadrati differentiæ inter maximam & minimam, ad planum majus quam aggregatum quadratorum à singulis lineis, multatum quadrato maximæ; sed minus quam aggregatum idem, multatum quadrato minimæ.

Illud quoque ipsum est quod tradit Archimedes propositione XXI *περὶ ἐπιπέδων*.

PROPOSITIO XII.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes, sit autem minima excessui æqualis: est ut minima ad maximam, ita solidum quod fit sub maxima & quadrato compositæ ex minima & maxima ad aggregatum cuborum à singulis quadruplum.

Est enim minima ad maximam, sicut composita ex maxima & minima ad compositam ex omnibus duplam, & omnibus quadratis, est quadratum minimæ ad quadratum maximæ, sicut quadratum compositæ ex minima & maxima ad quadratum compositæ ex omnibus duplæ. Et consequenter est minima ad maximam, sicut solidum sub maxima & quadrato compositæ ex maxima & minima ad solidum sub prima & quadrato compositæ ex omnibus duplæ. Sed solidum sub prima & quadrato compositæ ex omnibus, est æquale aggregato cuborum à singulis (id enim ostensum est in Zeteticis.) Ergo constat enunciatum.

Oporteat invenire summam omnium cuborum qui sunt à singulis lateribus ab 1 ad 9, fiet ut 1 ad 9, ita 900 ad 8, 100. Itaque 8, 100 summa erit quadrupla ad summam cuborum quesitam, que ideo est 2, 025.

PROPOSITIO XIII.

Et si fuerint lineæ quotcunque sese excedentes, sit autem prima excessui æqualis, sunt ab iis quatuor solida continue proportionalia, qualia sequuntur.

Pri-

Primum, Cubus minimæ.

Secundum, Cubus compositæ ex maxima & minima, multatus adgregato cuborum minimæ & maximæ.

Tertium, Adgregatum cuborum è singulis ter duodecuplum.

Quartum, Cubus compositæ ex omnibus sextuplæ.

Ostenfum enim quoque est in Zeteticis, solidum quod fit sub quadrato minimæ & composita ex omnibus sextupla, adjunctum cubo è minima, æquari differentiz inter cubum compositæ ex maxima & minima, & cubum maximæ. Itaque per translationem sub contraria adfectionis nota, solidum quod fit sub quadrato minimæ & composita ex omnibus sextupla, æquat cubum compositæ ex maxima & minima, multatum adgregato cuborum minimæ & maximæ. Quare cum ponitur minima, ut prima continue proportionalium; composita vero ex omnibus sextupla, ut quarta. Latus cubi æquantis cubum compositæ ex maxima & minima, multatum adgregato cuborum minimæ & maximæ, fiet secunda. Et cum singulæ illæ proportionales ducentur cubice, fiens quoque cubi illi proportionales. Æque quoniam solidum quod fit sub minima & quadrato compositæ ex omnibus, æquatur adgregato cuborum è singulis. Ideo cum ponitur minima ut prima quatuor continue proportionalium; composita vero ex omnibus sextupla, ut quarta. Latus cubi æquantis ter duodecuplum adgregatum cuborum è singulis, fiet tertia. Et cum singulæ illæ proportionales ducentur cubice, fient quoque cubi illi proportionales. Et constat propositum.

Sit minima 1, maxima 4. Summa omnium sextupla fit 60. Et sunt continue proportionalia solida, 1. 60. 3, 600. 216, 000.

Addatur ad illustrandum locum Plutarchi Platonica questione quarta, cum inquit πᾶς τρίγωνοῦ ἀεὶ ἑξ ἑκπλάσις γενόμενον ἡ μονάδα προσλαβὼν γίνεται τετράγωνοῦ.

PROPOSITIO XIV.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes, fit autem prima excessui æqualis: octuplum ejus quod fit sub minima & composita ex omnibus, adjunctum minimæ quadrato, æquatur quadrato compositæ ex minima & extrema dupla.

Linearum enim æqualiter sese excedentium minima, eademque excessui æqualis, fit X; maxima vero D. Duplum igitur ejus quod fiet sub minima & composita ex omnibus, erit D quadratum, plus X in D. Octuplum vero addito minimæ quadrato, erit D quadratum quater, plus X in D quater, plus X quadrato. Quod ipsum est quadratum à binomia radice D bis, plus X. Itaque constat propositum.

Sit X 1, D 9, composita ex omnibus dupla erit 90. Itaque numerus triangulus est 45, cujus octuplum adsciscens unitatem ut planum, facit 361 quadratum à 19, radice composita ex dupla ipsius 9 & unitate.

CAPVT X.

Progressio linearum rectorum quæ circumferentiis circuli subtenduntur.

IN recognitione Canonis Mathematici, & universalium ad eundem inspectionum singularis libri (is enim infeliciter editus est anno 1579) repetivi, ac in brevem Epitomen congesti Analytica fere omnia quæ pertinent ad generale, quod aperui, mysterium angularium sectionum. Verumtamen hic etiamnum erit utilis & jucunda recordatio eorum Theorematum, quibus progressio manifesta fit linearum rectorum quæ circumferentiis circuli subtenduntur, commode deinceps per spirica diagrammata cum progredientibus Arithmetice comparandarum.

Z Z

T H E O

THEOREMA I.

καθολικὸν *Ad triangula rectangula, quorum anguli acuti se habent inter se, ut numerus ad numerum.*

Si fuerint duo triangula rectangula, quorum angulus acutus primi fit sub-multiplus ad angulum acutum secundi.

Latera secundi, recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusæ fit similis potestati conditionariæ hypotenusæ primi: est autem potestas conditionaria, quæ sequitur gradum proportionis multiplæ; quadratum videlicet in ratione dupla; cubus in tripla; quadrato-quadratum in quadrupla; quadrato-cubus in quintupla, & eo in infinitum progressu.

Ad similitudinem autem laterum circa rectum hypotenusæ congruentium, efficitur à base & perpendicularo primi ut binomia radice, potestas æque alta, & singularia facta homogenea distribuuntur in duas partes successive, utrobique primum affirmata, deinde negata, & harum primæ parti similis fit basis secundi, perpendicularum reliquæ.

Sic in ratione dupla; hypotenusæ secundi fit similis quadrato hypotenusæ primi, seu aliter, adgregato quadratorum à lateribus circa rectum; basis differentiæ; perpendicularum duplo sub prædictis lateribus rectangulo.

In ratione tripla; hypotenusæ secundi fit similis cubo hypotenusæ primi; basis cubo basis primi, minus solido ter sub quadrato perpendiculari primi & base ejusdem; perpendicularum simile solido ter sub perpendicularo primi & quadrato basis ejusdem, minus cubo perpendiculari.

In ratione quadrupla; hypotenusæ secundi fit similis quadrato-quadrato hypotenusæ primi; basis quadrato-quadrato basis primi, minus plano-plano sexies sub quadrato perpendiculari primi & quadrato basis ejusdem, plus quadrato-quadrato perpendiculari; perpendicularum simile plano-plano quater sub perpendicularo primi & cubo basis ejusdem, minus plano-plano quater sub cubo perpendiculari primi & base ejusdem.

In ratione quintupla; hypotenusæ secundi fit similis quadrato-cubo hypotenusæ primi; basis similis quadrato-cubo basis primi, minus plano-solido decies sub cubo perpendiculari primi & quadrato basis ejusdem, plus plano-solido quinquies sub perpendicularo primi, & quadrato-quadrato basis ejusdem; perpendicularum plano-solido quinquies sub quadrato-quadrato perpendiculari primi & base ejusdem, minus plano-solido decies sub quadrato perpendiculari & cubo basis ejusdem, plus quadrato-cubo basis ejusdem.

Trianguli rectanguli de angulo acuto enunciandi proponatur hypotenusæ Z, basis D, perpendicularum B. Et oporteat constituere triangula rectangula anguli dupli, tripli, quadrupli, quintupli, &c.

Ad triangulum anguli dupli fit hypotenusæ similis Z quadrato. Basis D quadrato, minus B quadrato. Perpendicularum B in D 2.

Ad triangulum anguli tripli fit hypotenusæ similis Z cubo. Basis D cubo — B quadr. in D 3. Perpendicularum B in D quad. 3 — B cubo.

Ad triangulum anguli quadrupli fit hypotenusæ similis Z quad.-quad. Basis D quad.-quad. — B quadr. in D quadr. 6, + B quadr.-quadr. Perpendicularum B in D cub. 4, — B cubo in D 4.

Ad triangulum anguli quintupli fit hypotenusæ similis Z quad.-cubo. Basis D quad.-cubo,

cubo — B quad. in D cub. $10 + B$ quadr.-quadr. in D 5 . Perpendicularum B in D quad.-quad. $5 - B$ cubo in D quad. $10 + B$ quad.-cubo.

Proponatur triangulum rectangulum cujus basis 10. perpendicularum 1. & angulus acutus ejusdem intelligatur simplicius.

Ad triangulum anguli dupli, statuetur basis 99. perpendicularum 20.

Ad triangulum anguli tripli, statuetur basis 970. perpendicularum 299.

Ad triangulum anguli quadrupli, statuetur basis 9401. perpendicularum 3960.

Ad triangulum anguli quintupli, statuetur basis 90050. perpendicularum 49001.

Et cum angulus acutus primi trianguli deprehendatur esse.

PART. SCRVP. SEC.

	5	42	38
Erit angulus acutus secundi	11	25	16
tertii	17	7	54
quarti	22	50	32
quinti	28	33	10.

Cum autem factorum nequit fieri subtractio, argumentum est angulum multipulum esse obtusum. Eoque casu nihilominus excessus factorum adsignabitur lateri, & angulus subtensus intelligitur exterior multipli.

A L I T E R.

Si fuerint triangula rectangula quotcunque, & horum secundi angulus acutus sit duplus ad acutum primi, tertii triplus, quarti quadruplus, quinti quintuplus, & eo continuo naturali progressu, primi autem trianguli perpendicularum statuatur prima proportionalium, basis ejusdem secunda, eaque series continuetur.

In secundo, erit basis ad perpendicularum, ut tertia, minus prima, ad secundam bis.

In tertio, ut quarta, minus secunda ter, ad tertiam ter, minus prima.

In quarto, ut quinta, minus tertia sexies, plus prima, ad quartam quater, minus secunda quater.

In quinto, ut sexta, minus quarta decies, plus secunda quinquies, ad quintam quinquies, minus tertia decies, plus prima.

In sexto, ut septima, minus quinta quindecies, plus tertia quindecies, minus prima, ad sextam sexies, minus quarta vicies, plus secunda sexies.

In septimo, ut octava, minus sexta vicies semel, plus quarta tricies quinquies, minus secunda septies, ad septimam septies, minus quinta tricies quinquies, plus tertia vicies semel, minus prima.

Et ita in infinitum, distributis successive in duas partes proportionalibus secundum earum seriem, utrobique primum affirmatis deinde negativis, & sumptis multiplicibus, ut ordo graduum in artificiosa genesi potestatum, quibus eæ addicuntur, exigit.

T H E O R E M A II.

Si à termino diametri sumantur in circulo circumferentiæ quotcunque æquales, & ab altera extremitate educantur lineæ rectæ adsumptarum circumferentiarum æqualium terminos: educæ fiunt bases triangulorum rectangulorum, quorum communis hypotenusæ est diameter; ac basis quidem diametro proximior intelligitur basis anguli simpli, succedens dupli, & eo continuo ordine. Constituatur autem series linearum rectarum continue proportionalium; quarum prima, sit æqualis semidiametro; secunda, basi anguli simpli.

Is reliquarum basium ordine succedentium erit progressus.

Tertia continue proportionalium, minus prima bis, erit æqualis basi anguli dupli.

Quarta, minus secunda ter, basi anguli tripli.

Quinta, minus tertia quater, plus prima bis, basi anguli quadrupli.

Sexta, minus quarta quinquies, plus secunda quinquies, basi anguli quinquupli.

Septima, minus quinta sexies, plus tertia novies, minus prima bis, basi anguli sextupli.

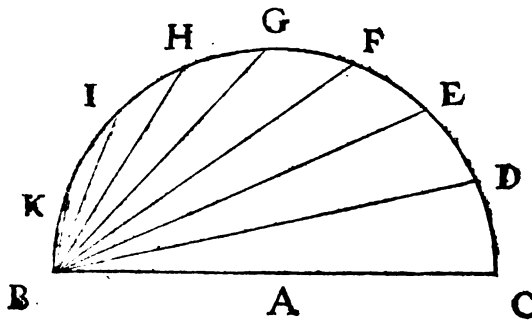
Octava, minus sexta septies, plus quarta quater-decies, minus secunda septies, basi anguli septupli.

Nona, minus septima octies, plus quinta vicies, minus tertia sedecies, plus prima bis, basi anguli octupli.

Decima, minus octava novies, plus sexta vicies septies, minus quarta tricies, plus secunda novies, basi anguli novemcupli.

Et ita in infinitum, ut per loca proportionalium imparia nova adfectio succedat, adfirmatæ videlicet negata, negatæ adfirmata. Ac proportionales illæ sint semper alternæ, & multiplices quidem in prima adfectioe per unitatis clementum, in secunda per numeros triangulos, in tertia per numeros quos vocant pyramidales, in quarta per numeros triangulo-triangulos, & ita continue, secundum potestatis, cui proportionalis addicta est, conditionem.

Vt hæc in Analyticis abunde, sufficienterque demonstrata & exposita sunt.



Sit circulus sub A centro, diametro BC descriptus, & sumantur circumferentia æquales CD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, & subtendantur BD, BE, BF, BG, BH, BI, BK; sit autem dimidia BC partium 100,000; BD partium 196,000. Et ad datæ primam BA, secundam BD, construantur proportionales continue. Vnde fit.

Prima	100,000,000,000,000.
Secunda	196,000,000,000,000.
Tertia	384,160,000,000,000.
Quarta	752,953,600,000,000.
Quinta	1,475,789,056,000,000.
Sexta	2,892,546,549,760,000.
Septima	5,669,392,237,529,600.
Octava	11,112,006,825,558,016.

Qualium igitur est recta	BC	200,000,000,000,000.
	BD	196,000,000,000,000.

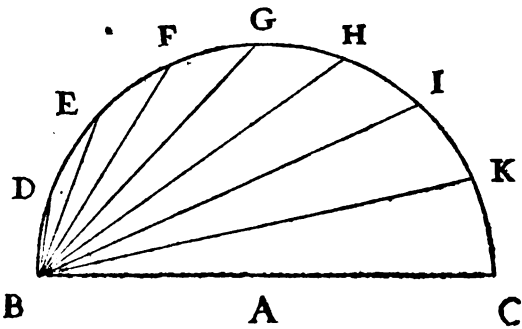
Erit	BE	184,160,000,000,000.
	BF	164,953,600,000,000.
	BG	139,159,056,000,000.
	BH	107,778,549,760,000.
	BI	72,096,901,529,600.
	BK	33,531,377,238,016.

THEO-

THEOREMA III.

Si fecetur semi-circumferentia circuli in partes quotcunque æquales, & à termino diametri educantur rectæ ad quælibet sectionum puncta: est ut minima educta ad diametrum, ita composita ex diametro, & minima, & ea insuper, cujus quadratum adjunctum minimæ quadrato efficit quadratum diametri ad compositam ex omnibus eductis duplam.

Sit circulus sub A centro, diametro BC descriptus. Secetur autem circumferentia BC in partes quotcunque æquales, ut pote octo, & sint illæ BD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, KC, & subtendantur BD, BE, BF, BG, BH, BI, BK. Est igitur BK æqualis subtensæ DC, cujus quadratum adjunctum quadrato ex DB æquale est quadrato ex BC. Dico esse ut BD ad BC, ita compositam ex BC, BD, BK seu DC ad compositam ex omnibus duplam, videlicet compositam duplam ex BD, BE, BF, BG, BH, BI, BK, BC, ut hæc abunde demonstrata sunt & exposita in Analyticis angularium sectionum.



Est conditus Canon sinuum per singula sexagesima scrupula partium quadrantis circuli, in partibus qualium sinus totus adsumitur 100, 000, 000. Querit aliquis summam omnium sinuum singulis scrupulis congruentium. Quoniam igitur est ut sinus unius scrupuli ad sinum totum, ita sinus unius scrupuli, sinus complementi, & sinus totus ad sinum totum, profinus complementi, & transinuosam complementi: Addat Logista transinuosam complementi unius scrupuli suo congruenti profinui, & insuper sinui toto, & constabitur duplum summa quasita. Transinuosas, videlicet, voco hypotenusas, quas superpeditas Canon fecundissimus; Profinus, latera circa rectum, qua Canon fecundus.

Transinuosas igitur complementi unius scrupuli numeratur.	343, 774, 681, 923
Profinus vero,	343, 774, 667, 379
His addatur sinus totus.	100, 000, 000
Summa fit	687, 649, 349, 302

Est igitur 343, 824, 674, 651 summa omnium sinuum scrupulorum quadrantis, ipso sinu toto x c partium numerato, tam accurata quam patitur in ea hypotefi linearum symmetria.

CAPUT IX.

Arbeli, & Lunularum quadrations aliquæ.

Lunulam unam quadravit Hippocrates Chius. Lunulas autem post Hippocratem quadravit nullus Geometra. Neque enim Analyticum quadrandi lunulas hætenus propositum fuit à quopiam artificium. Ergo universalialia universaliter docenda sunt, & quadrandæ non una, sed infinitæ eadem & generali methodo lunulæ. Primum autem proponam de arbelo.

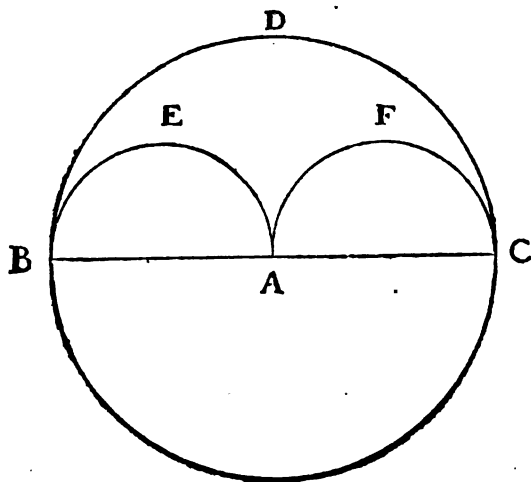
PROPOSITIO I.

Arbelum describere, cui rectilineum exhibeatur æquale.

Τοῖς ἀρχαίοις σμίλαις καὶ ξύροις οἱ σκυποτόμοι τέμνουσι καὶ ξέουσι τὰ δέσματᾶ. Sunt autem arbeli seu arbela τὰ κυκλόπερα σιδηρέα, ut adnotavit Scholiastes Nicandri. Itaque Proclus appellavit arbelum spacium tribus circumferentiis comprehensum. Ut ecce, describatur

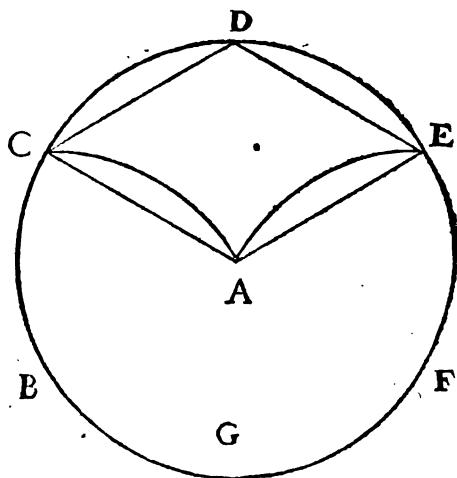
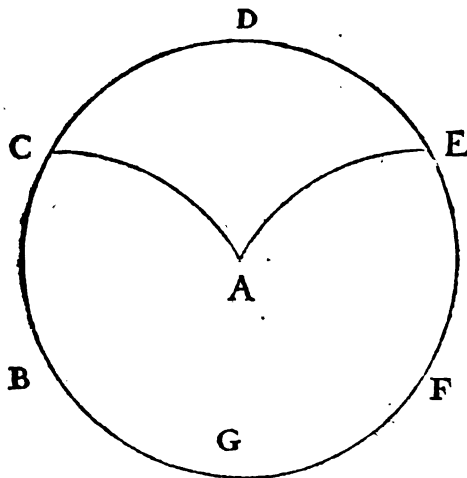
Z. 2 3

batur circulus sub A centro, & agatur diameter B A C, & fiant AB, A C singulæ dime-
tientes circulorum, ipsisque describantur circuli. Sunt igitur semicircumferentiæ suo-
rum circulorum, singulæ B C, B A,
A C curvæ lineæ. Quapropter spa-
cium C D B E A F est arbelus, scal-
prumve sutorium. Figuram autem
arbeli Proculianam imitatur arbel-
us alter, quem ita describimus.



Sub A centro, intervallo AB de-
scribatur circulus, cujus circumfe-
rentia secetur in partes sex æqua-
les, quæ sunt B C, C D, D E, E F,
F G, G B, & centro B intervallo
BC, & centro F intervallo FE de-
scribantur circuli, atque adeo cir-
cumferentiarum suarum sextantes
sunt CA, A E. Spacium igitur
DCAE est arbelus noster, cui re-
ctilineum ita licet exhibere æqua-

le. Subtendantur enim CD, DE, CA, AE. Dico quadrangulum CDEA æquari descri-
pto arbelo DCAE. Æquales enim circumferentiæ sunt CD, DE, CA, AE, singulæ vide-
licet sextantes totius perimetri suorum circulorum, qui quidem circuli sunt æquali inter-
vallo descripti, ideoque inter se æquales. Quantas igitur partes arbeli auferunt memata



CD, D E, tantas restituunt æqualia quoque memata CA, A E, Quod enim recta CD
circumferentiam CA non secet, ideo manifestum est, quia anguli DCA duplam ampli-
tudinem definit circumferentia DEF. Itaque angulus DCA continet διμοιρον τῆς ἀρθῆς.
Quod si CD secaret circumferentiam CA, anguli DCA amplitudo minor esset circum-
ferentia DEF dimidia CA. Non igitur recta CD secat circumferentiam CA, & locus est
omnino expositæ prostaphæresi, atque adeo justæ expositi arbeli quadrationi.

PROPOSITIO II.

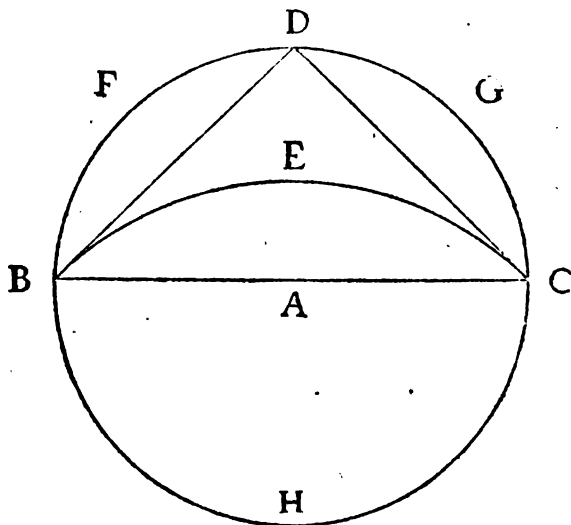
Ex circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione dupla
lunulam describere, cui rectilineum exhibeatur æquale.

Μηνίσκος adnotavit Suidas dici τὸ τῶν κύκλων σιδηρία ὡδὴ τοῖς φιλοσόφοις. At apud
Geomettas μηνίσκος ἐστὶ τὸ πεπεχόμενον σχῆμα ὑπὸ δύο περιφερῶν, vel δύο κύκλων μὴ
περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων ὑπεροχῆ κείλης ἢ κυρτῆς, vel τὸ περιεχόμενον ὑπὸ δύο περιφερῶν
ἑπὶ

Ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ κήλα ἐχούσιν. Σπφανή excessus est duorum circulorum circa unum idemque centrum. Πελεκύς figura comprehensa quatuor circumferentiis, duabus concavis, & duabus convexis. Ac meniscum quidem sive lunulam quadravit Hippocrates Chius, constatam ex circumferentia duorum circulorum existentium in ratione dupla. At figuras σφανοειδείς καὶ πελεκυειδείς quadravit nemo artificiose, ut neque circulos neque circulorum τομίας καὶ τμήματα. Causa est quod perimetri ad circulum analogia ἐν θεῶν γένεσι κείται. Ita autem quadrantur lunulæ, ut ex syncrisί εὐφεροχάμμων cum εὐφεροχάμμοις, non etiam cum ὀδυρχάμμοις demonstratio pendeat, ut ante exposita quadratio arbeli demonstrata est καὶ ἐφάρμοσιν ex collatione æqualium in æqualibus circulis segmentorum. Enimvero oportet facere quod hic propositum est, omnino artificium analyticum erit huiusmodi.

Quoniam figura proponitur describenda duabus comprehensa circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione dupla, ita ut ei figuræ rectilineum possit exhiberi æquale, eo reducitur res ut in exposito quolibet circulo sit secunda bifariam circumferentia, cui quæ subtenditur recta ad subtensam dimidio ejusdem circumferentiæ sit quadratica potestate in ratione dupla, ut pote in circulo sub A centro descripto aliqua circumferentia BC ita secunda est bifariam in D, ut sit quadratum ex subtensâ BD ad quadratum ex subtensâ BC, sicut unum ad duo. Cum enim per puncta B, C describeretur circulus à cujus dimetiente quadratum sit ad quadratum à dimetiente circuli habentis A centrum, sicut duo ad unum, describeretur lunula DBEC, ipsique rectilineum licebit exhibere æquale.

Quoniam enim circuli, cujus BACE est segmentum, quadratum ad quadratum circuli habentis A centrum est, ut duo ad unum, ideo circulus ille huius est duplus. Et cum sit eadem ratio totius ad totum quæ partis ad partem, est autem EBAC segmentum circuli simile segmento FBD, seu GDC. Ideo segmentum EBAC æquabit ambo segmenta FBD, GDC. Et vero recta BD circumferentiam non secatur, quia anguli DBC duplam amplitudinem definit circumferentia DGC. Itaque angulus DBC æquat dimidiam circumferentiam BEC, cum sint BEC, DGC similes circumferentiæ suorum circulorum.

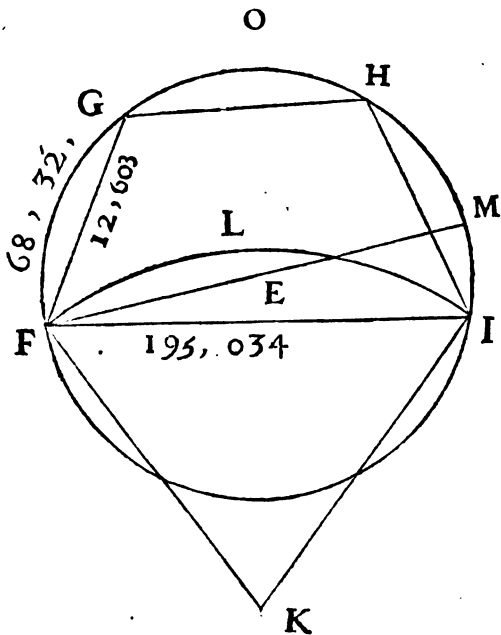
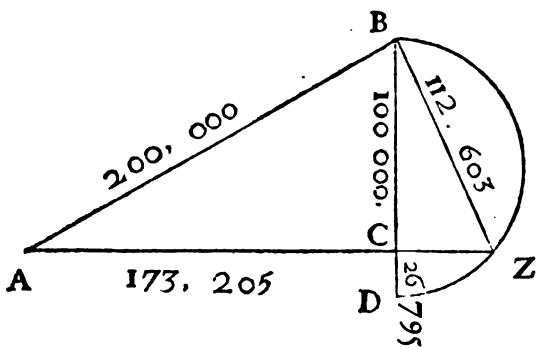


Quod si recta BD secaret circumferentiam BEC, angulus DBC minor esset dimidia circumferentia BEC. Sunt autem DC, BD æquales, & similiter sitæ. Itaque recta quoque DC circumferentiam BEC non secatur. A lunula igitur DBEC auferantur DFB, DGC, & restituantur additione segmenti EBAC, fit rectilineum triangulum DBC æquale descriptæ lunulæ DBEC. Quæ cum ita sese habeant, esto jam factum quod quæritur, sit nempe circumferentia BDC secata bifariam in D, ita ut quadratum à subtensâ BD descriptum ad quadratum à subtensâ BC sit, sicut unum ad duo. Quantarum igitur partium quadratum à BC est 2, tantarum quadratum à BD est 1, & à DC quoque 1. Ergo trianguli BDC quadrata à lateribus BD, DC æqualia sunt quadrato à latere BC.

Rectangulum est igitur triangulum BDC, angulum ad D habens rectum. Consequenter BC dimetiens est ipsius in quo triangulum inscribitur circuli. Quare ad compositionem, exponatur circulus cujus A centrum, & ipsius circumferentia secetur quadrifariam in punctis B, D, C, H, & centro H intervallo HB vel HC describatur circulus alter, fit igitur lunula DBEC à duobus circulis existentibus in ratione dupla. Quadratum enim à latere tetragoni inscripti circulo descriptum, duplum est quadrati à semidiametro descripti.

pti. Sed & circumferentia BDC dupla est ad circumferentiam BEC. Rectus enim est angulus BHC, cujus amplitudinem definit circumferentia BEC, quadrans ideo totius circumferentiæ sui circuli, & similis circumferentiæ DGC. Dico itaque lunulæ DBEC rectilineum exhiberi æquale. Subtendantur enim BC, BD, CD, fit triangulum rectangulum BDC. Et quoniam similes sunt circumferentiæ BFD, DGC, BEC, latera BD, DC non secabunt circumferentiam BEC. Circuli autem, circulorumve similes sectores, similiaque segmenta sunt ut à diametris quadrata. Segmentum igitur EBC duplum est ad segmentum FBD seu GDC, & illud hæcambo adæquat. Et vero triangulum BDC auferret à lunula segmenta FBD, GDC, adsumit vero segmentum EBC ea adæquans. Lunulæ itaque DBEC exhibetur æquale rectilineum, triangulum videlicet rectangulum BDC. Quod facere oportebat.

Non dissimili methodo quadrabit Analysta lunulam conflatam ex circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione tripla & quadrupla aliterve multipla, edoctus progressionem subtensarum. Deinde opus retexenti licebit per synthefin (uti jam in ratione tripla & quadrupla edo exemplum,) suum inventum ordinare.



PROPOSITIO III.

In circulo duas circumferentias sumere existentes in ratione tripla, in qua etiam se habeant rectarum, quæ ipsis circumferentiis subtenduntur, quadrata.

Exponatur triangulum rectangulum ABC, habens angulum ad C rectum, angulum vero ad A trientem recti. Est igitur quadratum ex BC ad quadratum ex AC, ut unum ad tria. Producatnr autem BC in D, posita CD æquali excessui quo AB hypotenusa trianguli præstat AC basi, & sumatur media proportionalis inter BC, BD, & fit BZ. Sumpto denique quovis centro & intervallo æquante BC perpendiculum expositi trianguli, describatur circulus, in cujus circumferentia inscribantur rectæ FG, GH, HI ipsi BZ æquales, & subtendatur FI. Est igitur circumferentia FI ad circumferentiam FG tripla. Dico similiter quadratum ex subtensa FI ad quadratum ex FG esse quoque triplum.

Agatur enim diameter FM.

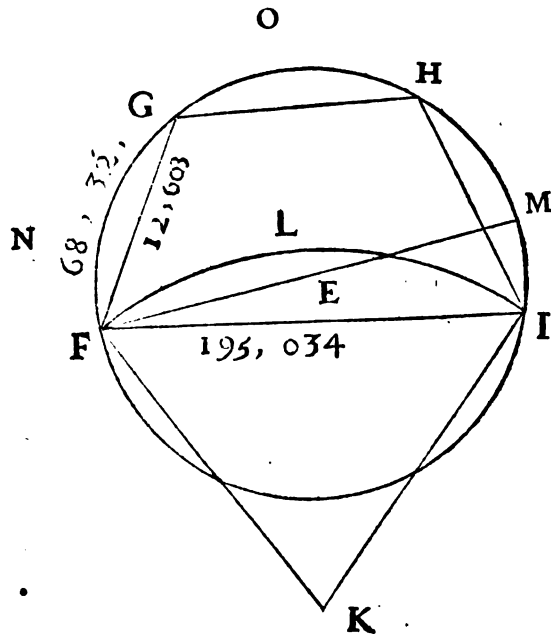
Quoniam circumferentia FGHI tripla est ad circumferentiam FG, ideo est FG ad FI, sicut quadratum ex FM ad quadratum triplum ex FM, minus quadrato quadruplo ex FG. Id enim expositum est in Analyticis angularium sectionum Zeteticæ Theorematis quarti. Et ideo cum sit FG constructa ipsi BZ æqualis, FM vero dupla ipsius BC: est BZ ad FI, sicut

sicut quadratum ex BC ad quadratum triplum ex BC, minus quadrato ex BZ. Et cum quadratum ex BZ æquale sit ei quod fit sub BD, BC: est BZ ad FI, sicut BC ad BC triplum, minus BD. Ipsa porro BD valet BC ter, minus AC. Composita enim est BD ex BC, CD. Ipsaq; CD constructa est æqualis excessui quo AB, id est dupla BC, præstat ipsi AC. Ergo est BZ ad FI, sicut BC ad AC. Sed quadratum ex BC ad quadratum ex AC est, ut unum ad tria. In circulo igitur sub L centro descripto, sumptæ sunt duæ circumferentiæ FG, FI quarum hæc ad illam est tripla, sicut etiam triplum est quadratum FI ad quadratum FG. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO IV.

Ex circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione tripla lunulam describere, cui rectilineum exhibeatur æquale.

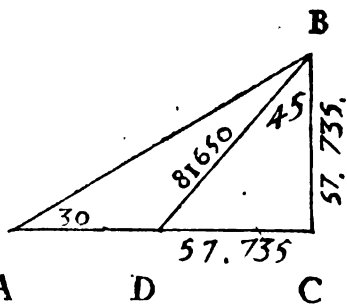
Exponatur circulus quilibet sub L centro descriptus in quo sumatur circumferentia FI, cui quæ subtenditur ad subtensam ejusdem circumferentiæ trienti sit quadratica potestate, ut tria ad unum. Deinde per puncta FI, intervallo KI vel FK sumpto æquali latere trigoni eidem circulo FI inscripti describatur circulus alter FLI sub K centro. Secetur autem circumferentia FI trifariam in punctis G, H, & subtendantur trientes illi FG, GH, HI, ac denique FI. Dico factum esse quod oportuit. Descriptam enim esse lunulam GFLIH constatam ex circumferentiis FGHI, FLI ad duos circulos in ratione tripla existentes, pertinens, ita ut ei rectilineum exhibeatur æquale. Ipsi namque lunulæ GFLIH æquale esse rectilineum quadrilaterum FGHI.



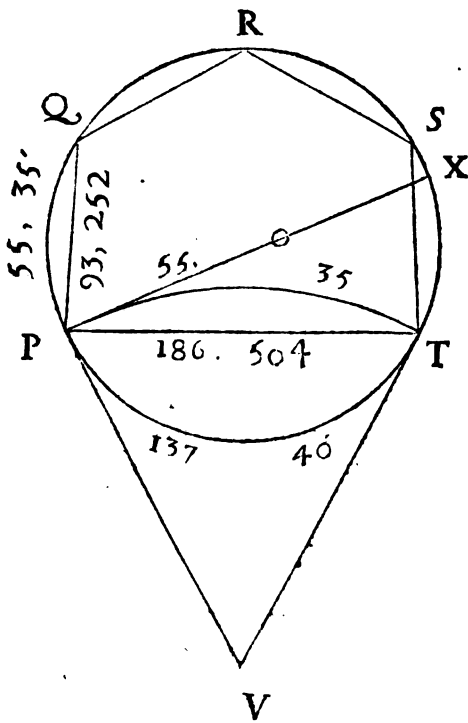
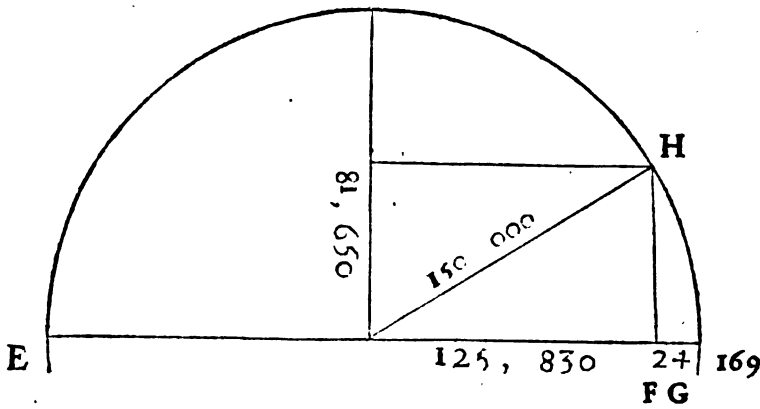
Quoniam enim circulo FGHI inscripta FI ad inscriptam FG est quadratica potestate, ut tria ad unum, itaque longitudine est ut latus trigoni eidem circulo inscripti ad semidiametrum. Qua in ratione constituta est semidiameter circuli FLI ad semidiametrum circuli FGHI. Igitur circulus FLI ad circulum FGHI triplam habet rationem. Et segmentum LFI simile fit segmento FGN, valetque triplum segmenti FGN. Atque adeo ipsa segmenta tria inter se æqualia FGN, GHO, HIM. Neque vero HI recta, nedum recta GH vel FG secabit circumferentiam FLI, propter similitudinem circumferentiarum FNG, FLI, ex jam demonstratis. A lunula igitur GFLIH auferantur segmenta FGN, GHO, HIM; addatur vero segmentum LFI. Tantundem ergo lunulæ CFLIH supplet segmentum FIL, quantum eidem lunulæ adimunt segmenta FGN, GHO, HIM. Rectilineum itaque quadrilaterum FGHI lunulæ LFGHI circulorum à circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione tripla descriptæ, effectum est æquale, sicut oportebat.

PROPOSITIO V.

In circulo duas circumferentias sumere existentes in ratione quadrupla, in qua etiam se habeant rectarum, quæ ipsis circumferentiis subtenduntur, quadrata.



Auferetur à quadrato duplæ AC, reliquat quadratum ex MN. Et centro O, intervallo OP sumpto æquali ipsi AC describatur circulus, cui inscribantur PQ, QR, RS, ST ipsi MN æquales. Est igitur circumferentia PT ad circumferentiam PQ quadrupla. Subtendatur autem PT. Dico quadratum ex subtensa PT esse quoque quadruplum quadrati ex subtensa PQ, id est, longitudinem PT ad longitudinem PQ esse duplam.



Exponatur rursus triangulum rectangulum ACB, habens angulum ad C rectum; angulum vero ad A trientem recti. Et ex AC abscindatur CD ipsi BC æqualis, & jungatur BD. Ad datam vero EG compositam ex tripla AC, ut adgregatum extremarum in serie trium linearum rectarum continue proportionalium, & datam quoque HF ipsi BD æqualem ut mediam trium illarum, inveniuntur extremæ EF, FG. Et rursus inter ipsas EF, FG inveniuntur duæ mediæ continue proportionales LK, KF.

Agatur enim diameter POX, & subtendatur QX. Est igitur QX æqualis compositæ ex LK, KF & quoniam circumferentia PQRST est quadrupla ad circumferentiam PQ: ideo est subtensa PQ ad subtensam PT, sicut cubus ex PX ad cubum octuplum ex QX, minus solido quadruplo sub QX & quadrato ex PX, vel sicut cu-

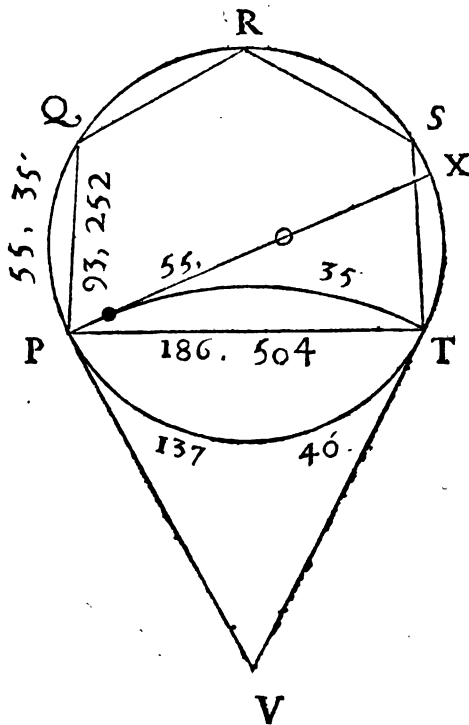
bus ex PO ad cubum ex QX, minus solido duplo sub QX & quadrato ex PO, per ea quæ exposita sunt in Analyticis angularium sectionum Zetetico Theorema tis quarti. Proposita autem quavis serie quatuor continue proportionalium, cubus compositæ æquat solidum sub composita ex extremis & rectangulo quod sub iisdem fit vel mediis, plus triplo solido sub eadem composita æ mediis & prædicto rectangulo. Itaque cum QX componatur ex duabus mediis continue proportionalibus inter EF, FG, sub quibus quod fit rectangulum æquale est quadrato ex HF, id est duplo quadrato ex BC; sextuplum autem quadratum ex BC valet duplum quadratum ex AC. Cubus ex QX, multatus solido duplo sub QX & quadrato ex PO, id

id est AC, æquat solidum sub duplo quadrato ex BC & composita ex EF, FG, id est tripla AC. Quare PQ ad PT est, sicut cubus ex AC ad solidum sub duplo quadrato ex AC & AC : & postremis binis analogiæ terminis ad AC adplicatis, est PQ ad PT, sicut AC quadratum ad sextuplum quadratum ex BC, id est, ad duplum ex AC quadratum, atque adeo ut unum ad duo. In circulo igitur sub O centro descripto, sumptæ sunt duæ circumferentiæ P Q, P T quarum hæc ad illam est quadrupla, sicut etiam quadratum subtensæ P T ad quadratum subtensæ P Q. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO VI.

Ex circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione quadrupla lunulam describere, cui rectilineum exhibeatur æquale.

Exponatur circulus quilibet sub O centro descriptus, in quo sumatur circumferentia P T cui quæ subtenditur ad subtensam ejusdem circumferentiæ quadranti sit quadratica potestate, ut quatuor ad unum. Deinde per puncta P T intervallo V P vel V T æquantem diametrum circuli jam descripti, describatur circulus alter sub V centro. Secetur autem circumferentia P T quadrifariam in punctis Q, R, S, & subtendantur quadrantes illi P Q, Q R, R S, S T, ac denique P T. Dico factum esse quod oportuit. Descriptam enim esse lunulam Q P T S R constatam ex circumferentiis P Q, R S, T, P T ad duos circulos in ratione quadrupla existentes pertinentibus, ita ut ei rectilineum exhibeatur æquale. ipsi namque lunulæ R P T æquale esse rectilineum quinquelaterum P Q R S T.



Quoniam enim circulo P R T inscripta P T ad inscriptam P Q est quadratica potestate, ut quatuor ad unum, & consequenter longitudine ut duo ad unum. Qua in ratione constituta est semidiameter circuli P T ad semidiametrum circuli P R T. Igitur circulus P T ad circulum P R T quadruplam habet rationem. Et segmentum P T simile sit segmento P Q, valetque quadruplum segmenti P Q, atque adeo ipsa segmenta quatuor inter se æqualia P Q, Q R, R S, S T. A lunula igitur Q P T S R auferantur segmenta P Q, Q R, R S, S T. Addatur vero segmentum P T. Tantundem ergo lunulæ Q P T S R supplet segmentum P T, quantum eidem lunulæ adimunt segmenta P Q, Q R, R S, S T.

Rectilineum itaque quinquelaterum P Q R S T lunulæ Q P T S R à circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione quadrupla descriptæ, effectum est æquale, sicut oportebat.

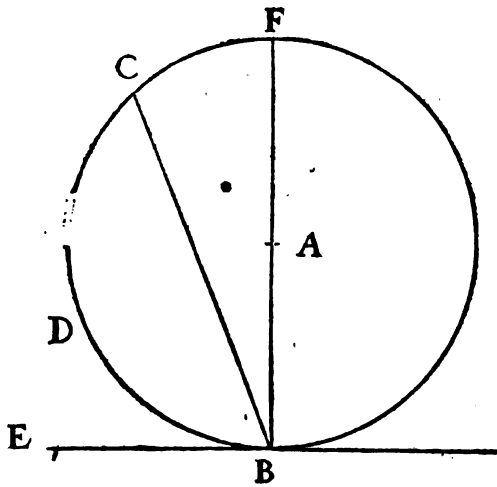
C A P V T XII.

De Mistilineis sive angulis sive figuris.

Quæ de Mistilineis sive angulis sive figuris hætenus occurrerunt *πχι-κωπες* fere sunt hæc.

PROPOSITIO I.

Circumferentia sub qua & base comprehenditur segmentum circuli, dupla est amplitudo anguli sectionis, continuati angulo corniculari.



Angulus qui fit à linea recta circum tangente & ipsa circumferentia, solet ab interpretibus dici *αεγροφδης*, sive cornicularis.

Circuli igitur sub A centro descripti, sit segmentum quodcumque BDC, comprehensum à recta BC quæ basis est segmenti, & circumferentia BDC. tangat autem circum recta BE. Dico circumferentiam BDC duplam esse amplitudinem anguli EBC, compositi ex sectionis angulo DBC, & corniculari DBE. Agatur enim diameter BAF, angulus igitur rectus est EBF. recti autem anguli amplitudo dupla est semicircumferentia circuli. Itaque dupla amplitudo anguli EBF est circumferentia BDC F. à quo auferatur CF,

dupla amplitudo anguli CBF. residua igitur CDB dupla est amplitudo anguli EBC. Quod erat ostendendum.

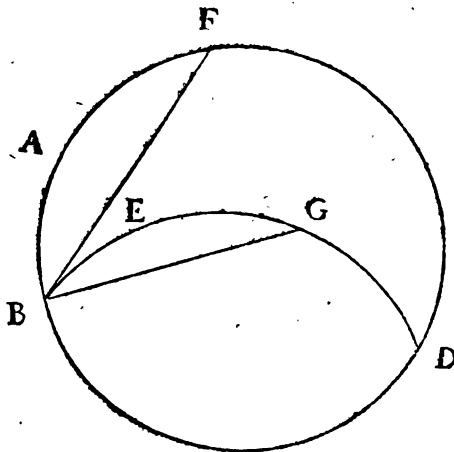
PROPOSITIO II.

Curvum quo differunt in eodem circulo anguli dissimilium sectionum, ejusdem circuli circumferentia est.

Anguli enim oppositarum dissimilium sectionum circuli, sunt D, B; illa major, hæc minor; angulus vero cornicularis F. Est igitur ex antecedente propositione F plus D circumferentia, & rursus F plus B circumferentia, & harum differentia est D minus B, & vero differentia duarum circumferentiarum, circumferentia est. Quare differentia angulorum D, B, circumferentia est. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO III.

Angulo dato, quem faciunt duæ circumferentiæ duorum sese secantium æqualium circularum, una convexa, altera concava, angulum rectilineum exhibere æqualem.



Duo circuli ABD, BED æquali intervallo descripti, sese mutuo interfecerunt in punctis B, D. unde fiat lunula ABED. Oporteret angulo ABED lunari, angulum rectilineum exhibere æqualem. Circulum BED tangat in B recta BF, secans circum ABD tum in B, tum in F; circumferentiæ autem BF sumatur in circulo secundo BED, circumferentia BG æqualis, & subtendatur BG. Quoniam igitur æquales sunt sectiones ABF, EBG; quantum ab angulo lunari ABED aufert angulus sectionis ABF; tantum restituit angulus sectionis

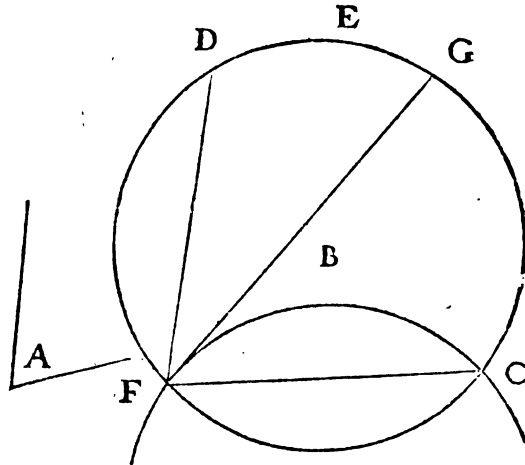
nis EBG. Angulo itaque ABED lunari exhibitus est æqualis angulus rectilineus FBG. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO IV.

A duobus æqualibus circulis lunulam describere, cujus angulus dato angulo existat æqualis.

Sit datus angulus A. Oportet describere lunulam, cujus angulus dato A angulo existat æqualis.

In circulo sub B centro descripto, sumatur circumferentia CED æqualis amplitudini duplæ anguli A dati, & residua DFC secetur bifariam in F, & per puncta FC ducatur circulus descripto jam circulo æqualis. Dico factum esse quod oportuit. Lunulam enim esse descriptam, cujus angulus EFC sit dato A angulo æqualis. Recta enim FG tangat circulum secundum in F, secans primum tum in F, tum in G, & subrendatur FC. Circumferentia igitur FC seu FD circumferentiæ GC est æqualis, utraque enim definit amplitudinem duplam anguli rectilinei GFC. Quare circumferentia GDF est circumferentiæ CED æqualis. Ipsa autem GE est amplitudo dupla anguli sectionis EFG, continuati angulo corniculari ejusdem circuli, vel æqualis. Angulus vero sectionis EFG continuatus angulo corniculari GFC, est ipse angulus lunaris. Lunaris igitur anguli EFC amplitudo dupla æqualis est circumferentiæ GDF, id est CED; simpla dimidiæ CED, id est angulo A dato.



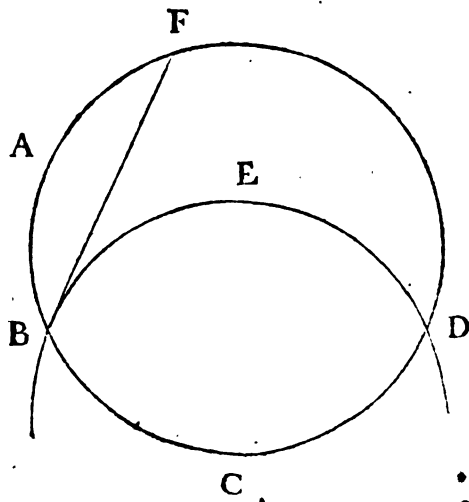
Itaque factum est quod oportuit.

PROPOSITIO V.

Anguli lunulæ à duobus circulis æqualibus descriptæ, definire amplitudinem.

Duo æquales circuli unus ABCD, alter BED describant lunulam ABED. Oportet anguli lunaris ABED definire amplitudinem.

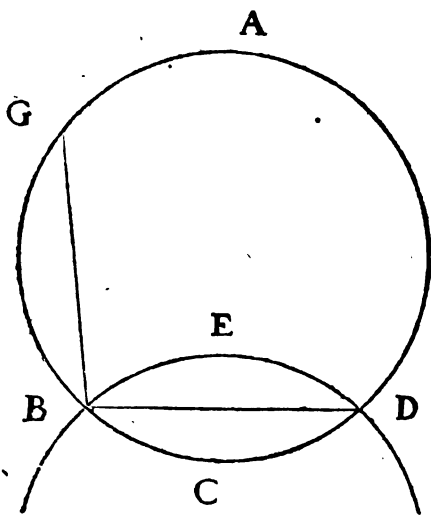
Circulum BED tangat recta in B, secans primum circulum tum in B, tum in F. Dico circumferentiam FAB æqualem esse duplæ amplitudini anguli lunaris ABED, Angulus enim lunaris componitur angulo sectionis ABF, & angulo corniculari FBED; qui quidem angulus cornicularis FBED æqualis est angulo corniculari quem efficeret tangens ipsum circulum ABCD: cum sint circuli ABCD, BED æquales. Sed anguli sectionis FBA, continuati angulo corniculari



ejusdem circuli BCD seu ei æqualis BED duplæ amplitudini, æqualis est circumferentia FAB. Eadem igitur æqualis quoque est duplæ amplitudini anguli lunaris ABED. Seceta autem esto bifariam FAB circumferentia in A. Anguli igitur lunaris ABED definita est amplitudo, videlicet circumferentia BA. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO VI.

Triangula mistilinea, lunulis quas æquales circuli describunt, exhibere æqualia.

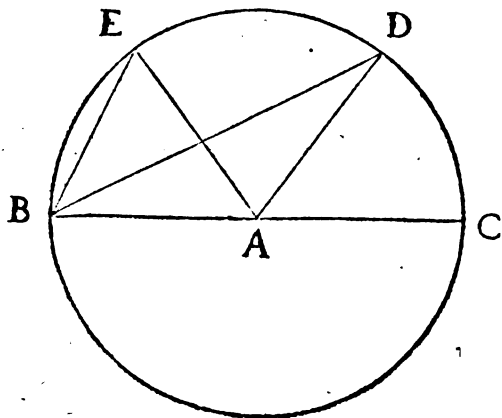


Duo æquales circuli unus ABCD, alter BED describant lunulam ABED. Oportet lunulæ ABED exhibere triangulum mistilineum æquale. Subtendatur BD, erunt igitur circumferentiæ BED, BCD æquales. est autem BD minor diametro, si enim esset communis diameter duorum æqualium circulorum concurrerent illi, non etiam lunulam describerent. Quare secatur circulus quilibet inæqualiter. Sit autem superior circulus ABCD, à quo dempra lunula relinquatur figura *αεγροδδς* EBCD. Est igitur circumferentia DAB major circumferentia BCD, seu BED. Quare à circumferentia BAD auferatur circumferentia BG circum-

ferentiæ BCD seu BED æqualis, & manifestum est triangulum mistilineum GBD; crura habens æqualia BG, BD, ipsasque rectas lineas; basin vero GD circumferentiam, lunulæ ABED esse æquale. Tantum enim detrahit lunulæ sectio BG, quantum eidem addit sectio BD: cum sint BD, BG sectiones similes & æquales.

PROPOSITIO VII.

Si ab unaquaque extremitatum diametri, sumantur in eandem partem circuli duæ circumferentiæ æquales; ab altera autem earundem extremitatum, inscribantur lineæ rectæ ad terminos sumptarum æqualium circumferentiarum: spatium circuli quod interjacet inter diametrum & proximam inscriptam, adjunctum sectioni circuli, quam facit altera inscriptarum, æquale est duobus sectoribus qui sub æqualibus sumptis circumferentiis comprehenduntur.



Sit circulus sub A centro, diametente quacunqve BC descriptus, & in eandem partem circuli à dimetiente BC bifariam secti sumantur circumferentiæ CD, BE æquales, & subtendantur BD, BE, agantur quoque semidiametri AD, AE. Dico spatium comprehensum à rectis BD, BC & circumferentia DC, æquari sectoribus BAE, CAD. Triangula enim rectilinea BAE, DAC æqualium sunt laterum & angulorum. Quoniam autem in angulo rectilineo BDC recta DA secat bifariam basin BC, ideo secat quoque bifariam ipsum triangulum

lum BDC. Quare triangulum BAD æquale est triangulo DAC, seu BAE. Spacium itaque mistilineum illud DBC, æquale est sectori DAC & triangulo BAE. Utrobique addatur sectio BE. Spacium igitur mistilineum illud DBC additum sectioni BE, æquale est sectoribus BAE, CAD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VIII.

Si ab unaquaque extremitatum diametri, sumantur in eandem partem circuli circumferentiæ æquales; ab altera autem earundem extremitatum, inscribantur lineæ rectæ ad terminos sumptarum æqualium circumferentiarum: spacium circuli quod inter rectas inscriptas interjacet, æquale est sectori ab eadem circumferentia, qua spacium ipsum, comprehensio.

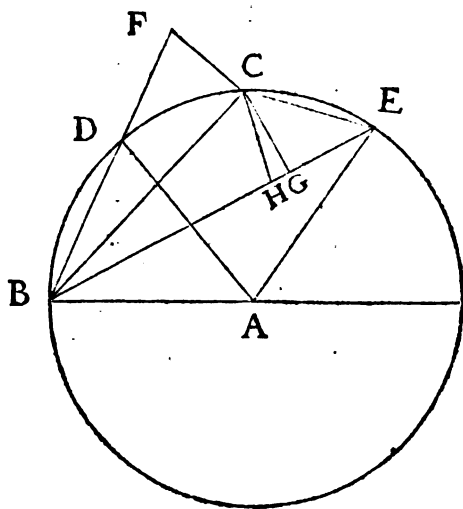
Reperatur antecedens diagramma. Dico spacium circuli EBD comprehensum à rectis EB, BD & circumferentia ED, esse æquale sectori EAD. A semicirculo enim BEC auferatur spacium BDC comprehensum à rectis BD, BC & circumferentia DC, ipsa etiam dematur sectio BE: superest itaque spacium EBD comprehensum à rectis EB, BD & circumferentia ED. Ab eodem autem semicirculo auferantur sectores CAD, BAE qui quidem prædicto mistilineo BDC spacio, una cum sectione BE sunt æquales. Superest igitur sector EAD. Ergo sectori EAD æquale est spacium EBD comprehensum à rectis EB, BD & circumferentia ED. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO IX.

Cum ab eodem puncto circumferentiæ inscribuntur circulo tres lineæ rectæ, quarum media latus est tetragoni, secans bifariam angulum ab inscriptis extremis factum. Itaque descripta sunt duo triangularia spacia, quorum bases sunt circumferentiæ æquales, latus autem inscripti tetragoni crus utriusque commune. Dimidiam differentiam duorum illorum spaciolorum triangularium, figuræ tum mistilineæ, tum rectilineæ, adæquare.

Sub A centro, intervallo quocunque AB describatur circulus, in quo sumatur BC circumferentia tetragoni, & à puncto C sumantur utrinque circumferentiæ æquales CD, CE circumferentia tetragoni minores, & subtendantur BD, BE. Sunt itaque descripta duo spacia triangularia DBC, CBE, quorum bases DC, CE sunt circumferentiæ æquales. latus autem tetragoni BC crus est eis triangularibus mistilineis commune. Itaque oportet dimidiam differentiam duorum illorum spaciolorum triangularium, figuræ tum mistilineæ tum rectilineæ adæquare.

Sub centro B, intervallo BC describatur circulus, cujus circumferentiam abscindant BD, BE in F, G. Dico in primis differentiam dimidiam inter spacium DBC & spacium CBE, æquari triangulo mistilineo CGE, seu CDF. Descriptus enim circulus sub B centro, intervallo BC duplus fit ad circulum sub A centro, intervallo AB descriptum. Itaque sector FBG ad illum pertinet circulum, æqualis est sectori DAE adhuc pertinenti; qui quidem sector DAE æqualis ostensus est spacio mistilineo DBE. Quare si ab his æqualibus commune utrinque auferatur spacium mistilineum BDCG, relinquetur triangulum mistilineum CDF triangulo mistilineo CGE æquale. Est autem FBC sector dimidius totius sectoris FBG, id est spaci mistilinei DBE inæqua



inæqualiter secti à recta BC, & est DBC minus segmentum, CBE majus. Atque huic majori segmento cum auferatur triangulum mistilineum GCE, remanet dimidium totius spaci, sicut cum illi minori adjicitur triangulum CFD, triangulo GCE æquale. Cum autem secatur magnitudo quæpiam, dimidia differentia segmentorum, adjuncta dimidia magnitudini, facit majus segmentum, ablata minus. Dimidia igitur differentia inter spaci-um DBC & spaci-um CBE, est triangulum mistilineum GCE seu CFD. Quod primo loco fuit ostendendum.

Secundo cadat in BE perpendiculariter CH, & subtendatur CE. Dico retilineum ac retilineum triangulum CHE, æquari mistilineo GCE. Quoniam enim circulus FCG est duplus circuli DCE, ideo cum secabuntur similiter circuli illi: segmenta illius erunt segmentorum hujus dupla. Itaque totum segmentum CE, quod describitur in minore duorum illorum circulorum, æquale est dimidio simili segmento descripto in majore, nempe spacio HCG, cum dupla circumferentia CG similis sit circumferentiæ CE. Quantum igitur triangulo mixtilineo GCE detrahit segmentum CE, tantundem restituit dimidium simile segmentum HCG. atque adeo retilineum triangulum CHE, æquale fit mixtilineo GCE. Quod secundo loco fuit ostendendum.

Sic igitur dimidia differentia inter spaci-um DBC & spaci-um CBE, adæquata est tum figuræ mixtilineæ nempe DCF seu GCE, tum retilineæ HCE, ut erat faciendum.

C A P V T XIII

Angulus cornicularis.

COepit agitari quæstio à sagacibus quibusdam Geometris, an diverticulum quod facit circulus à linea recta vel circulari, quæ ipsum tangit, sit angulus nec-ne. Circulus enim censetur figura plana, infinitorum laterum & angulorum; linea autem recta rectam contingens quantulæcunque sit longitudinis, coincidit in eandem lineam rectam, nec angulum facit. Itaque cum proposuit Euclides inter lineam rectam quæ circum tangit & ipsam circumferentiam, non cadere alteram lineam rectam *εις τ̄ μεταξὺ τῶν πρὸς τῆς ὀρθῆς καὶ τῆς περιφερῆς*, & inquit *ἑτέρα ὀρθὴ ἀπαπέμψεται*, non etiam *γωνίαν περιεχωμένην ὑπὸ τῆς ὀρθῆς καὶ κύκλου περιφερῆς & τῆς ἑτέρας ὀρθῆς*. Sic Apollonius Pergæus cum idipsum quod in circulo Euclides inesse in con-fectione demonstravit, usus est voce *τόπος* non *γωνίας*, nec inde elicit Porisma quale in propositione Euclidis legitur de angulo semicirculi his ver-*bis: καὶ ἢ μὲν τ̄ ἡμικυκλίας γωνία ἀπάσης ὀρθῆς γωνίας ἀθροισμῶν μείζων ἐστὶ, ἢ ὅλοιπῆ ἐλάττω*. Ita ut non temere quis suspicetur ea esse adulterina, ne sibi non satis constet Euclides, & alioqui Geometrica multa corruant funda-
menta.

1. Anguli ex ipsa Euclidis partitione, recti sunt aut obliqui. Obliqui vero aut sunt acuti vel obtusi. Cum itaque angulus semicirculi non sit obtusus neque acutus, videtur esse rectus; is vero qui existimatur reliquus è recto *κερατοειδής* solet vocari, angulus imaginarius, *γωνία εἰκονικῆ*.

2. Angulos circumferentia definit. Nulla circumferentia definit di-verticulum *κερατοειδές*. Diverticulum igitur illud non est angulus.

3. Secto dissimiliter circulo, anguli sectionum dissimilium differunt per circumferentiam; quæ autem magnitudo metitur totam & ablatam, eadem metitur & reliquam. Propositis igitur sectionibus dissimilibus, metiatur magnitudo quæpiam angulum majoris, metietur & angulum minoris. Dif-ferentiam igitur majoris & minoris metietur, id est circumferentiam. Er-
go anguli sectionum circumferentiæ sunt, & cum iidem non sint majores neque minores dimidio circumferentiæ, sub qua & base comprehendun-
tur sectiones, ei dimidio censendi sunt æquales.

4 An circulus quænam figura plana est anomala? an non Aristoteli prima figura planarum est & perfectissima, ut sphaera solidarum. Regularis autem est in planis figuris, ut similitudo earum æqualitatem angulorum arguat & æqualitas similitudinem. Itaque in circulis inæqualibus, anguli similium sectionum videntur æquales. Si angulus semicirculi in majore circulo idem est qui in minore, angulus *κερατοειδής* angulo *κερατοειδῆ* non exhibetur minor. Cum itaque decrementum non suscipiat, magnitudo non est, neque enim datur magnitudo *ἐλαχίστη* aliter quam intellectu.

5 Anguli *κερατοειδῆς* siquidem is incrementum suscipit, duplus est angulus qui fit in contactu duorum æqualium circularum: cur ejusdem non dabitur triplus, quadruplus, aliterve multiplus?

6 Circulus circulum æqualem in lunari spacio potest secare ad angulum rectum: an igitur angulus exterior qui fit ex concavis circumferentiis deficiet à recto, per angulum contingentiarum ipsorum circularum?

In sphaera maximus circulus maximum circulum per polos ductum ad angulos rectos utrinque secat. Qualis autem est circulus in planis, talis est sphaera in solidis, inquit Aristoteles.

Obtinuit tamen Procli & aliorum interpretum sententia adferentium angulum *κερατοειδῆ* angulum esse, ipsumque minorem quovis acuto. Lineæ enim circulari à suo ortu inesse curvaturam. Itaque transiri per majus & minus & non transiri per æquale, cum immota base trianguli rectanguli circumducetur hypotenusa donec coincidat cum base.

CAPVT XIV.

Æqualitas lineæ rectæ & circumferentiæ, secundum Archimedem comprobata.

TRadit Eutocius à nemine unquam dubitarum fuisse *εἶναι πᾶσι τῇ φύσει ὁμοίαν ἴσην τῇ περιφέρειᾳ τῶ κύκλου*. Æqualitatem autem illam ita demonstravit Archimedes.

P R O P O S I T I O I.

Datis duabus inæqualibus lineis, una recta, altera circulari, invenire lineam rectam minorem majore datarum, & majorem minore.

Excessus enim datarum linearum rectæ & circularis, esto Z. Recta vero ipsa G. Aut igitur recta G major est circulari, aut minor. Sit primum major. Oportet igitur invenire lineam rectam, quæ sit minor quam G, sed major quam G minus Z.

Sumatur quæcunque longitudo major ipsa G, & sit H: & fiat ut H ad G, ita H minus Z ad A. Dico in primis longitudinem A esse minorem quam G. Quoniam enim ex hypothesi est, ut H ad G, ita H minus Z ad A: ideo subducendo erit ut H ad G, ita Z ad G minus A. Cum igitur A possit ex G auferri, est A minor quam G. Secundo dico A esse majorem quam G minus Z. Quoniam enim H est major quam G: ideo erit ut H ad G, ita Z ad minorem quam Z, veluti, ad F; & subducendo erit ut H ad G, ita H minus Z ad G minus F. Itaque G minus F æquabitur A. Est autem G minus F major quam G minus Z. Ab eadem enim G longitudine minor illic quam hic auferitur longitudo. Quare A est major quam G minus Z.

Propositis itaque duabus inæqualibus lineis; una recta, nempe G; altera circulari, eaque minore, nempe G minus Z: inventa est A linea recta; minor quam G: sed major quam G minus Z. Quod erat faciendum in prima *πίπτει*.

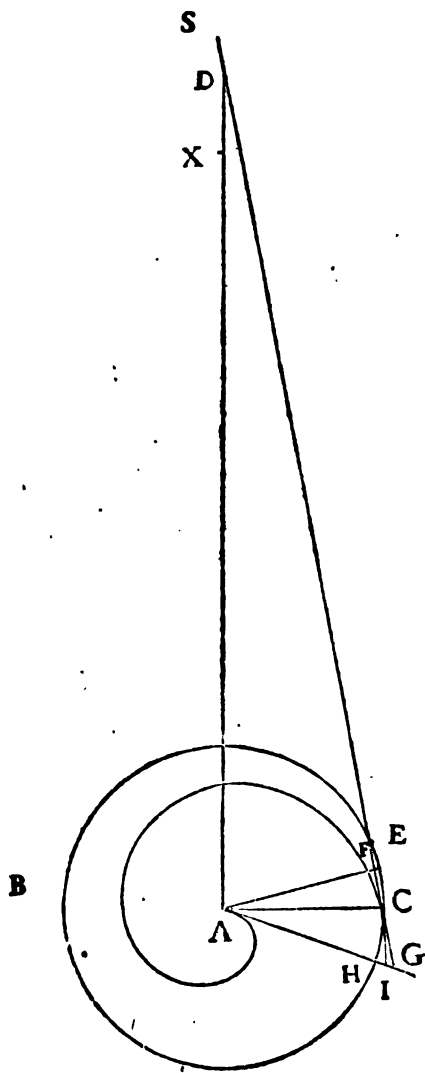
Sed esto G recta minor circulari. Oportet igitur invenire lineam rectam, quæ sit major quam G, sed minor quam G plus Z. Sumatur rursus quæcunque longitudo major

B b b

fit sub AO , OQ ad id quod fit sub AO , CL , sicut OQ id est CR ad CL . Quare est KO ad AM , sicut CR ad CL . Sed CR ad CL est, sicut CK ad CA . Quare est KO ad AM , sicut CK ad CA . Et convertendo est AM ad KO , sicut CA ad CK , & subducendo est CA minus AM ad CK minus KO vel OC ; seu aliter est MN ad OC , sicut AC ad CK , id est sicut DC ad DS . Et constat propositum.

PROPOSITIO IV.

Invenire lineam rectam, circumferentia dati circuli æqualem.



Sit datus circulus cujus A centrum, diameter BAC . Oportet facere quod propositum est. Describatur helix cujus principium A , principium vero conversionis AC . Cadat autem in AC perpendiculariter recta DA , quam alia recta tangens helicem ad C intercipiat in D . Dico DA toti circumferentia dati circuli BC esse æqualem.

Si enim non sit æqualis, erit igitur major aut minor. Primum si fieri possit esto DA major circumferentia dati circuli BC . Itaque ex propositione prima sumatur recta minor quidem ipsa DA ; sed major ipsa circumferentia circuli BC ; & sit illa XA . Helicem autem tangens recta CD , intercipiat circumferentiam in E . Et de centro acta AF secet inscriptam EC bifariam in F . Est igitur sicut CA ad AD , ita CF ad FA . Sed sicut CA ad XA , ita erit CF ad minorem quam AF , ut pote FZ . Itaque ex propositione secunda continuetur EC , & educatur AHG ita secans circumferentiam quidem in H ; continuatam vero EC in G ; ut HG ad CH , se habeat sicut CF ad FZ , hoc est sicut AC ad AX . Conversim igitur & permutatim erit AC seu AH ad HG , sicut AX ad rectam CH . Hoc autem est absurdum. Ipsa enim AG intercipiat helicem in I . Ex proprietate igitur helicis, est AH ad HI , sicut circumferentia tota circuli ad circumferentiam CH ; & consequenter cum tota circumferentia cedat

rectæ AX , erit AH ad HI , sicut AX ad majorem circumferentia CH ; & cum HG præstet ipsi HI (tangit enim helicem recta CG non etiam secat) multo magis erit AH ad HG , sicut AX ad majorem longitudinem circumferentia CH , nedum recta CH , quæ minor est quam curva CH . Non est igitur DA minor circumferentia circuli.

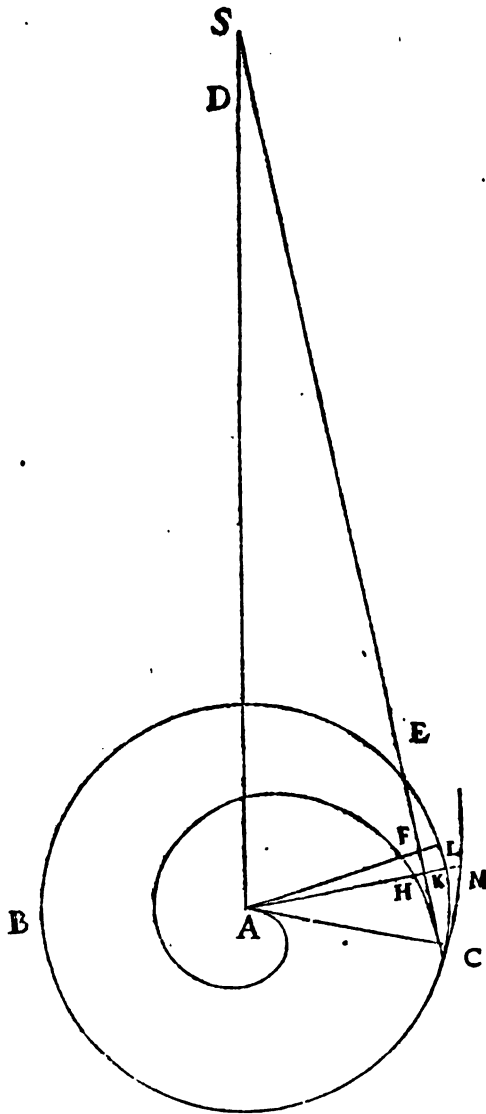
Sed si fieri possit, esto DA minor circumferentia dati circuli EBC . Itaque ex eadem propositione prima sumatur recta minor quidem circumferentia circuli EBC ; sed major ipsa AD , & sit AS . Erunt igitur AC ad AS , sicut CF ad majorem quam FA , ut pote FR . Itaque tangat quæpiam recta circulum ad C , & ex propositione tertia educatur $AKLM$;

ita

ita secans EC in K; circumferentiam in L; tangentem vero in M, ut sit KL ad MC, sicut CF ad FR, hoc est, sicut AC seu AL ad AS. Convertim igitur & permutatim erit AL ad KL, sicut AS ad MC. Hoc autem est absurdum. Ipsa enim ALM interceptat helicem in H. Ex proprietate igitur helicis est AL ad HL, sicut circumferentia tota ad circumferentiam LC, & per consequens, cum tota circumferentia prester ipsi AS; erit AL ad HL, sicut AS ad minorem circumferentiam LC. Et cum KL cedat ipsi HL (tangit enim helicem recta CK, non etiam secat.) Erit AL ad KL, sicut AS ad minorem circumferentiam LC, nedum recta MC, quæ ipsa LC circumferentia est major. Non est igitur DA minor circumferentia circuli. Itaque est eidem æqualis. Circumferentiæ igitur dati circuli EBC inventa est recta DA æqualis. Quod faciendum erat.

SCHOLIUM.

Sic dixerit aliquis angulo semicirculi æqualem esse rectum. Si enim non sit æqualis, aut erit major, aut minor. Sit primum major, & sumatur angulus rectilineus; minor quidem recto; sed major angulo semicirculi. Et statim deprehendet, id fieri non posse. esse enim adsumpto quoque rectilineo majorem angulum semicirculi, demonstrabit. Sit autem minor, & sumatur angulus rectilineus; major quidem recto; sed minor angulo semicirculi. Et statim quoque deprehendet, id fieri non posse. esse enim adsumpto quocunque obtuso minorem angulum semicirculi, demonstrabit. Itaque concludet tandem secundum propositum adversus Euclidem, Euclideorumve sententiam.



CAPITULUM XV.

Geometrica κύκλου μέτρησις, bene proxima vera.

Quæ sit analogia circumferentiæ circuli ad diametrum, adhuc nescitur. Neque enim inventio lineæ rectæ circulo æqualis, sive Archimæda, sive Nicomedæa, est *ἔπιχαρῶς*. Arguit itaque Archimedes analogiam circumferentiæ circuli proximam veræ, ex collatione polygonorum inscriptorum circulo cum similibus polygonis circumscriptis. Polygona inscripta minora sunt circulo, circumscripta majora. Area circuli media est inter aream polygoni inscripti & polygoni similis circumscripti. Diameter autem ducta in perimetrum circuli, facit aream ipsius quadruplam. Sic concludit Archimedes circumferentiam minorem esse tripla sesquise-

Bbb 3 prima

prima diametri, sed majorem tripla decupartiente septuagesimas primas diametri, id est, posita diametro partium septem, circumferentiam minorem esse partibus viginti duabus. Sed posita eadem diametro partium 71, circumferentiam majorem esse partibus 223. Sed nos egressi longe fines Archimedeos, etsi sua insequuti vestigia: posita diametro particularum 100,000, deprehendimus certo in Analyticis angularium sectionum; circumferentiam majorem esse $314,159 \frac{26,535}{100,000}$; sed minorem $314,159 \frac{26,532}{100,000}$. Itaque duo Theoremata inde eliciamus, & totidem Problemata, ad Mechanicem bene adcommoda, qualia hic subijcimus.

PROPOSITIO I.

Si secetur linea recta per extremam & mediam rationem: erit proxime ut minus segmentum ad totam, ita diameter circuli ad dextrantem circumferentiae.

Linea recta secetur *ἀκρον καὶ μέσον λόγον*, minus segmentum sit 100,000. Tota sit paulo major 261,803. Constituta autem diametro 100,000. Fit circumferentia tota 314,160. Uncia vero 26,180. Dextrans 261,800. Quare bene proxima veræ est analogia.

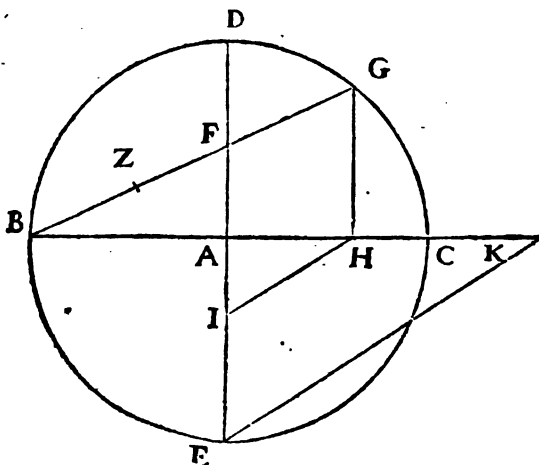
PROPOSITIO II.

Si secetur linea recta per extremam & mediam rationem: erit proxime ut tota continuata minore segmento ad totam duplam, ita quæ potest quadrato sesquialterum semidiametri ad latus quadrati circulo æqualis.

Linea recta secetur *ἀκρον καὶ μέσον λόγον*, sit 100,000. Minus segmentum sit paulo minus 38,197. Constituta autem semidiametro circuli 100,000, quæ potest quadrato sesquialterum semidiametri, paulo major est 122,474. & est ut 138,197 ad 200,000, ita 122,474 ad 177,245, cujus quadratum est 31,416,000,000 proxime. Tanta autem fere est area circuli semidiametrum habentis 100,000. Quare bene proxima veræ est analogia.

PROPOSITIO III.

Quadranti circumferentiae dati circuli invenire proxime lineam rectam æqualem.



Sit datus circulus sub A centro descriptus BDCE. Oportet quadranti circumferentiae dati circuli BDCE, invenire lineam rectam proxime æqualem.

Datus BDCE circulus secetur quadrifariam à duabus diametris BC, DE, sese perpendiculariter interfecantibus in A, ipsaque DA secetur bifariam in F, & per punctum F inscribatur BG, & in BC cadat perpendicularis GH. Abs BF autem auferatur ZF ipsi FA æqualis, unde fit BZ latus decagoni, cui ponatur in EA semidiametro æqualis EI: & fiat ut AI ad AE, ita AH ad AK, juncta videlicet HI,

& acta EK ipsi HI parallela. Dico rectam AK esse æqualem circumferentiae DGC.

Quoniam enim IE posita est æqualis ipsi BZ, ideo secatur AE per mediam & extremam rationem in I, & est AI minus segmentum, IE majus. Itaque ex propositione prima, sicut est AI ad AE, ita erit diameter ad dextrantem circumferentiae, ita semidiameter ad

ad quincuncem, & ita dimidia semidiameter ad duas uncias cum semisse, ac denique ita dimidia semidiameter aucta quinta parte ad tres uncias quadrantemve circumferentia. At vero AH est dimidia semidiameter aucta quinta parte, est enim ut BA ad AF, ita BG ad GC sive longitudine, sive potestate. Sed quadratum ex BG ad quadratum ex GC est, ut BH ad HC. Ergo quadratum ex BA ad quadratum ex AF est, ut BH ad HC. Et per syneresin est quadratum ex BF ad quadratum ex BA, ut BC ad BH. Qualium autem BA 10, talium FA 5, BF 125, BC 20. Et quoniam est ut 125 ad 100, ita 20 ad 16, talium etiam BH est 16, atque ideo AH 6. Est igitur AH æqualis dimidiæ BA auctæ quinta parte. Quare cum sit ut AI ad AE, ita AH ad AK: erit AK æqualis quadrantæ circumferentiæ circuli. Quadranti igitur circumferentiæ dati circuli, inventa est recta AK proxime æqualis. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO. IV.

Invenire quadratum circulo proxime æquale.

Sub A centro describatur circulus sectus quadrifariam à duabus diametris BC, DE, sese perpendiculariter intersectantibus in A, & in AD ponatur AF æqualis dimidiæ CE, & per F inscribatur BG. Secetur autem AC per extremam & mediam rationem in H, & sit AH minus segmentum, HC majus. Et fiat ut BH ad BF, ita BC ad BI, juncta videlicet FH, & acta CI ipsi HF parallela. Dico BI esse latus quadrati circulo BECD proxime æqualis.

Est enim BH ad BC, sicut tota continuata minore segmento ad totam duplam. Itaque ut BH ad BC, sic quæ potest quadrato sesquialterum semidiametri ad latus quadrati circulo æqualis proxime. Sed BF potest quadrato sesquialterum semidiametri. Posita est enim FA æqualis dimidiæ CE. Quoniam igitur est ut BH ad BC, ita BF ad BI: erit BI latus quadrati circulo BEC æqualis proxime. Describatur itaque ipsum quadratum BIKL.

Inventum est igitur BIKL quadratum, circulo BEC proxime æquale. Quod erat faciendum.

CAPVT XVI.

De altera methodo quadrandi circulum per angulum angulo, qui fit à tangente helice, & diametro circuli, propemodum æqualem.

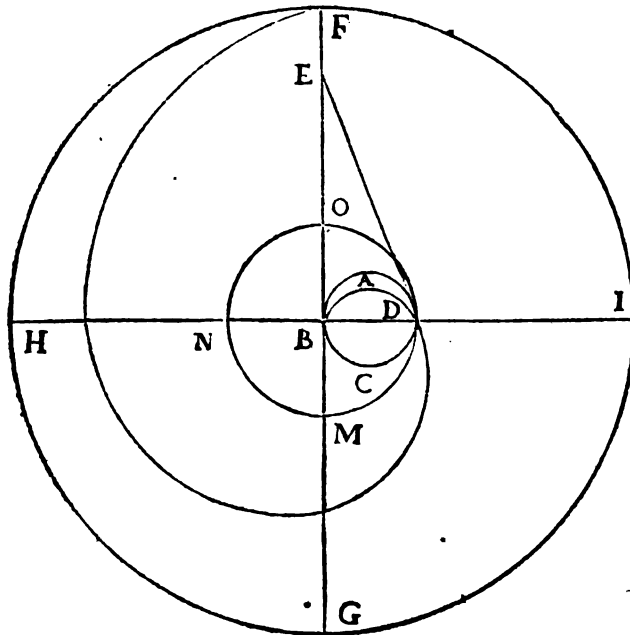
ET si non describantur volutæ, neque tangantur κατ' ἐπισημονικὸν λόγον, at tamen quanti sint anguli in volutarum contractu, quantæve rectæ, quæ iis angulis subtenduntur, ratiocinamur ἐπισημονικῶς, & μηχανικὴν juvat πηχικὴ, τεχνικὴν μηχανικὴν, ut hoc capite placet exemplificari, & quadrandi circulum tam proxime quam placuerit vero, methodum bene paratam, neque δυσμήχανον exhibere, qua haud scio an alia possit proponi generalior & artificiosior.

PRO-

PROPOSITIO I.

Si describatur helix, cujus principium sit in una extremitate diametri alicujus circuli; quadrans vero principii conversionis sit ipsa diameter; sese autem mutuo secent duæ lineæ rectæ. Una circumulum contingens in principio helicis. Altera contingens helicem in quadrante principii conversionis. Itaque duæ illæ lineæ rectæ una cum diametro circuli triangulum re-ctangulum describant, cujus basis sit ipsa diameter. Erit altitudo trianguli semi-perimetro dati circuli æqualis, ipsum vero triangulum circulo æquale.

Sit circulus $A B C D$, cujus diameter $B D$, & describatur helix, cujus principium B , quarta vero pars principii conversionis sit $B D$. Sese autem mutuo secent duæ lineæ rectæ in E . Una circumulum contingens in B , altera contingens helicem in D . Itaque duæ illæ lineæ rectæ $B E$, $D E$ una cum diametro $B D$ triangulum $E B D$ re-ctangulum constituent, cujus basis sit $B D$. Dico altitudinem $E B$ circumferentiæ $B A D$, id est semiperimetro dati circuli $A B C D$ esse æqualem, atque adeo ipsum triangulum $E B D$ dato circulo $A B C D$ esse æquale.



Centro enim B , intervallo $B F$ quadruplo ad $B D$, describatur circulus $F H G I$ quadrifectus à duabus diametris $H B D I$, $F E B G$. Itaque $B F$ sit principium revolutionis helicis, cujus continetur in prima revolutione descriptio. Sed & centro B intervallo $B D$ describatur circulus tertius $D M N O$.

Per ea igitur quæ demonstrata sunt ab Archimede XXI propositione *περὶ ἐλικῶν*, recta $B E$ quadranti totius circumferentiæ $D M N O$ est æqualis. Quadrans autem totius circumferentiæ circuli $D M N O$ est æqualis semiperimetro circuli $B A D$. Perimetri enim circulorum sunt, ut ipso-

rum diametri. Diameter vero circuli $D M N O$ est dupla ad diametrum circuli $A B C D$. Itaque $B E$ est æqualis semiperimetro circuli $A B C D$. Quod erat primo loco ostendendum.

Triangulum porro re-ctangulum cujus altitudo est quadrupla ipsius $B E$, immutata base $B D$, esset æquale circulo $D M N O$, ex propositione prima *περὶ μετρήσει τῶν κύκλων*. Triangulum igitur re-ctangulum $E B D$, erit æquale quadranti circuli $D M N O$. Sed quadranti circuli $D M N O$ æqualis est circulus $A B C D$. Circuli enim similes sunt iis, quæ à dimeti-entibus illorum describuntur, quadratis. Triangulum igitur re-ctangulum $E B D$ circulo $A B C D$ est æquale. Quod erat secundo loco ostendendum.

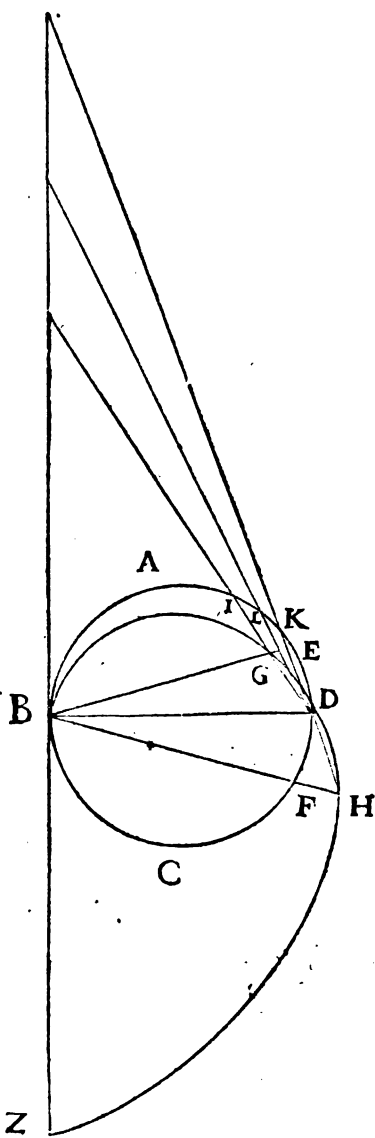
P R O-

PROPOSITIO II.

Si describatur helix cujus principium sit in una extremitate diametri alicujus circuli, quadrans vero principii conversionis sit ipsa diameter, incidant autem in helicem duæ rectæ quæ faciant angulos cum diametro æquales, & ab extremitate diametri ad punctum incidentiæ educantur duæ aliæ lineæ rectæ, à quibus qui fit angulus secetur bifariam à tertia quapiam recta. Tertia illa in ea anguli bipartitione helicem fere continget, tantoque propius cum contingente concurret, quo incidentium anguli cum diametro facti erunt acutiores.

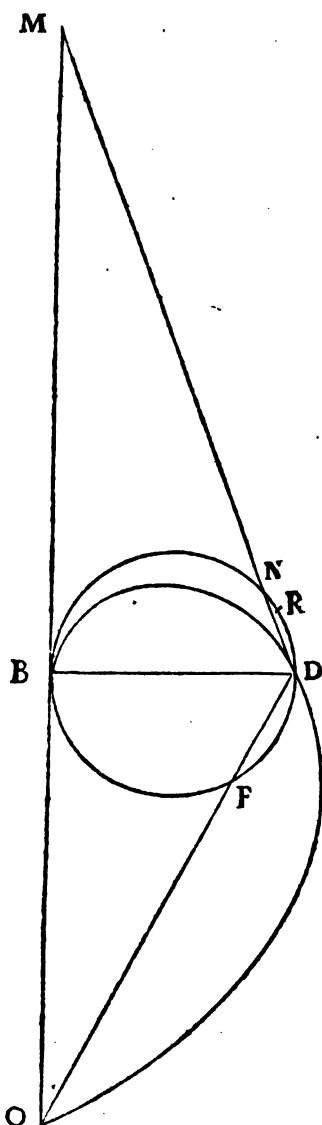
Sit circulus $ABCD$, cujus diameter BD , & describatur helix $BGHZ$, cujus principium conversionis intelligatur recta contingens circumferentiam ad B , quadrupla ad ipsam BD diametrum. Itaque fit BD quadrans principii conversionis. Sumantur autem DE , DF circumferentiæ æquales, & agantur BE , BF incidentes in helicem ad puncta G , H , & connectantur DG , HD secantes circumferentiam in I , K . Ipsaque circumferentia IK secetur bifariam in L , & jungatur DL . In helicem igitur incidentes DG , DF , faciunt cum diametro BD angulos æquales. Angulum autem abeductis DG , HD secat bifariam recta DL . Dico rectam DL helicem fere contingere in ipso D puncto,

Helicem enim vere contingat recta DM , intercipiens in M eam quæ circumferentiam ad B contingit. Est igitur BM semiperimetro circuli ABC æqualis. Qualium itaque DB est 200, 000, talium BM est 314, 159 proxime. Angulus igitur BDM fit partium $LVII. xxx'i. vi'$. Ipsa autem DM circumferentiam intercipiat in N . Erit circumferentia BN partium $cxv. ii. xii'$. Sed & helix contingentem BM intercipiat primum in O . Itaque BO fit semis principii conversionis, & jungatur DO secans circumferentiam in P . Quoniam BO dupla est BD , fit angulus BDO partium $LXIII. xx'v. LIIII'$. Itaque circumferentia PB partium est $cxv. L. XLVIII'$. Residua vero è tota perimetro $BNDP$ fit partium $ccxxxiii. viii. xii'$. Et si residua illa secetur bifariam in R , fit BR seu RP partium $cxvi. xxxiiii. vi'$. excedens BN duntaxat per partem $i. xxx'i. LIIII'$. etiamsi angulus ex incidente BO & diametro sit rectus. Itaque sit BO maxima incidentium in hypothesi duarum quæ cum diametro faciant angulos æquales. Duæ autem illæ incidentes quæ in exposita constructione sum-



C c c

ptæ



ptæ sunt BG, BH, faciant cum diametro angulos bene acutos. Sint sane DE, DF peripheriæ singulæ partium IX, ad peripheriam decagoni subquadruplæ. Est IX ad CXXX, ut 1 ad 20. Qualium itaque BD est 20, talium incidens BG est 19, BH vero 21. Et anguli DBG, DBH fiunt singuli partium IV cum semisse. In triangulo itaque GDB, cum data sit ratio crurum GB, BD, una cum angulo verticis DBG: dabitur angulus GDB. Æque in triangulo BHD, cum data sit ratio crurum BH, BD, una cum angulo verticis HBD: dabitur angulus BDH, qui cum angulo BDK duorum rectorum est. Cum autem refecabitur ab angulo KDB angulus GDB, remanebit angulus IDK, atque adeo dimidius angulus IDL, seu LDK. Instituatur igitur calculus. Fit angulus GDB partium LIV. XXXVII. XLV". angulus BDH partium CXIX. XXXIV. LI. KDI partium V. XLVII. XXIIV". periphæria BL, CXV. II. LIV". besse duntaxat scrupuli major circumferentia BR. DL igitur fere concurrat cum DR, & tanto propius concurrat quanto circumferentiæ DE, DF adsumentur breviores. Quo pertinet propositum.

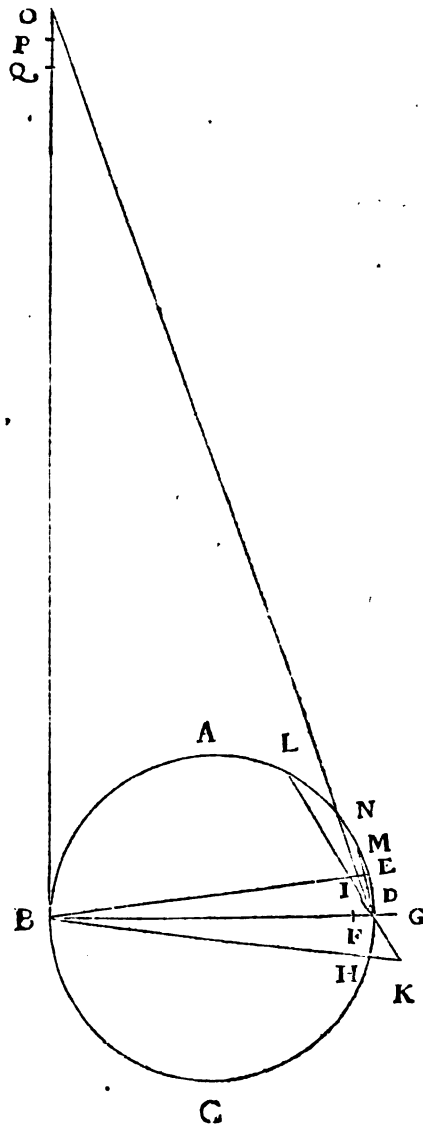
PROPOSITIO III.

Invenire quadratum dato circulo tam proxime quam placuerit, æquale.

Sit datus circulus ABCD. Oportet dato ABCD circulo invenire quadratum tam proxime quam placuerit, æquale. Sit dati circuli diameter BD, & abs semicirculo BD abscindatur circumferentia DE, datam habens ad semiperimetrum DEB rationem. Sit data ratio ut unum ad viginti, quanta erit si periphæria DE sumpta sit æqualis quadranti periphæriæ, quam absomit latus decagoni circulo inscripti. Abscindatur ab DB recta DF, æqualis vigesimæ parti ipsius DB. Eadem DB producat in G, posita DG æquali ipsi FD. Est igitur DB ad BF, sicut semiperimeter BED ad peripheriam BE, quam rationem obtinebit BD diameter ad rectam minorem subtensa BE. Abs BE igitur abscindatur BI ipsi BF æqualis. BH vero producat in K, ita ut BG, BK sint æquales. Et connectantur DI, KD, secantes semicircumferentiam BAD in punctis L, M, & secetur LM bifariam in N. Circulum autem tangat recta in B, quam acta DN intercipiat in O. Dico rectam BO esse semiperimetro BAD proxime æqualem, atque adeo triangulum BOD dato circulo ABCD propemodum æquale. Excedere enim circulum tam pauxilla differentia, ut ejus excessus vix habenda sit ratio.

Recta enim tangat helicem in D puncto, & intercipiat contingentem BO in P. Ex his igitur quæ superiore propositione demonstrata sunt, punctum P concurrat fere cum O pun-

O puncto. Erit autem O aliquanto elatius, sed ea differentia erit admodum exigua. Et si utraque DH, DE foret quadragesima pars, aut octogesima, aut pro arbitrio minutula semiperimetri, FD vero vel DG tantula semidiametri, tanto propius punctum P ad O punctum accedet. Sane si per puncta I DK describatur circulus, quem recta tangat in D puncto intercipient BO in Q, erit BQ minor ipsa BP nedum minor ipsa BO, ita ut BP inter BQ & BO consistat, ut numeris quoque potest demonstrari. Triangulum igitur ODB seu QDB, fiet triangulo PDB hoc est areæ circuli tam prope æquale quam placuerit. Triangulo autem rectilineo BDO æquale quadratum constituatur RSTV. Circulo igitur ABCD quadratum RSTV inventum est tam proxime quam placuit æquale. Quod erat faciendum.



CAPVT XVII.

Progressio Geometrica.

Progressionis Geometricæ doctrina uno fere absolvitur Theoremate, diductis videlicet ex eo quatuor *δεδομένοις*.

THEOREMA.

Si fuerint magnitudines continue proportionales: erit ut terminus rationis major ad terminum rationis minorem, ita differentia compositæ ex omnibus & minimæ ad differentiam compositæ ex omnibus & maximæ.

Sint magnitudines continue proportionales, quarum maxima sit D, minima X, & composita ex omnibus F, & sit ratio majoris ad minorem sicut D ad B. Dico esse ut D ad B, ita F minus X ad F minus D.

Δεδομένων I.

Itaque datis D, B, X, dabitur F. Enimvero $\frac{B \text{ quad.} - B \text{ in } X}{D - B}$ æquabitur F.

II.

Contra datis D, B, F, dabitur X. Enimvero $\frac{B \text{ in } F + D \text{ quad.} - D \text{ in } F}{B}$ æquabitur X.

III.

Et datis D, F, X, dabitur B. Enimvero $\frac{D \text{ in } F - D \text{ quad.}}{F - X}$ æquabitur B.

IV.

Et datis B, F, X, dabitur D. Enimvero D in F - D quad. æquabitur B in F - B in X.

Ut hæc in Analyticis abunde demonstrata, & exemplificata sunt.

At vero cum magnitudines sunt continue proportionales in infinitum, abibit X in nihilum. Et evanescere asserent Mechanici, cum minima quantitas sublit tantum intellectu.

Itaque erit secundum eos. Vt differentia terminorum rationis ad terminum rationis majorem, ita maxima ad compositam ex omnibus. Cum alioquin esset, Vt differentia terminorum rationis ad terminum rationis minorem, ita minima ad clementum. Et ut differentia terminorum rationis ad terminum rationis majorem, ita maxima ad compositam ex omnibus plus clemento.

Sint magnitudines proportionales in continua ratione subquadrupla eis ἀπείρων, & sit maxima omnium 3. Composita ex omnibus sit 4. Neque enim magnitudinibus illis in continua ratione subquadrupla existensibus quarum maxima est 3, tantula potest addi, quin composita sit maior 4. Eoque pertinet quadratio Parabolæ Archimedææ.

Sed vix adsentientur Platonici, cum ipsa omnis Geometria sit intellectu.

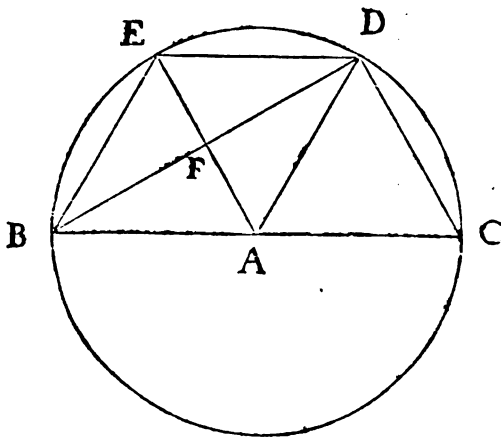
C A P V T XVIII.

Polygonorum circulo ordinate inscriptorum ad circulum ratio.

Quadravit parabolam Archimedes inscriptione continua triangulorum existentium ἐν λόγῳ ῥητῶ, Quoniam enim triangulo maximo parabolæ inscripto, superinscripsit triangula in continua ratione ad maximum illud constanter subquadrupla in infinitum: Ideo conclusit parabolam esse maximi illius trianguli sesquiterciam. At ita circulum quadrare nescivit Antiphon, quoniam circulo inscripta continue triangula existunt ἐν λόγῳ δέ ῥητῶ, & vago. An igitur circulus non poterit quadrari? Si enim figura composita ex triangulis in ratione subquadrupla ad datum maximum triangulum constitutis in infinitum, fit ad idem sesquitercia, infinitorum aliqua scientia est. Et figura quoque plana poterit componi ex triangulis circulo in infinitum continue inscriptis ἐν λόγῳ, licet δέ ῥητῶ, & vago. Et composita illa ad maximum triangulum inscriptum aliquam habebit rationem. Valebunt autem Euclidæi adferentes angulum majorem acuto & minorem obtuso non esse rectum. Circa hæc, ut liceat liberius Philosophari de incerta illa & inconstanti polygoni cujuscvis ordinate inscripti ad polygonum infinitorum laterum, seu, si placet, circulum, ita propono.

PROPOSITIO I.

Si eidem circulo inscribantur duo ordinata polygona, numerus autem laterum vel angulorum primi, sit subduplus ad numerum laterum vel angulorum secundi: erit polygonum primum ad secundum, sicut apotome lateris primi ad diametrum.



Apotomen lateris voco subtensam peripheriæ, quam relinquit è semicirculo ea, cui latus subtenditur.

In circulo igitur cujus A centrum, diameter BC, inscribatur polygonum quodcunque ordinatum, cujus latus sit BD. Secta vero circumferentia BD bifariam in E, subtendatur BE. Itaque inscribatur aliud polygonum ordinatum cujus latus sit BE. Numerus igitur laterum vel angulorum polygoni primi, erit subduplus ad numerum laterum vel angulorum secundi. Connecatur autem DC. Dico polygonum primum cujus latus BD ad polygonum secun-

secundum cujus latus BE vel ED esse, ut DC ad BC. Iungantur enim DA, ED. Constat igitur polygonum primum tot triangulis BAD, quot existunt latera vel anguli polygoni primi. Polygonum autem secundum constat totidem trapeziis BEDA. Polygonum igitur primum ad polygonum secundum se habet, ut triangulum BAD ad trapezium BEDA. Quod quidem trapezium BEDA dividitur in duo triangula BAD, BED, quorum basis communis est BD. Triangula autem quorum eadem est basis sunt ut altitudines. Agatur itaque semidiameter AE, secans BD in F. Quoniam igitur circumferentia BD secata est bifariam in E, acta AE secat BD ad rectos angulos. Itaque AF est altitudo trianguli BDA, & FE altitudo trianguli BED. Quare triangulum BAD ad triangulum BED est, ut AF ad EF, & componendo triangulum BAD ad triangula BAD, BED simul juncta, id est trapezium BEDA, sicut AF ad AE. Qua adeo in ratione erit etiam polygonum primum ad polygonum secundum. Sed AF ad AE seu AB est, ut DC ad BC. Est enim angulus BDC rectus sicut BFA. & ideo sunt parallelæ AF, DC. Est igitur polygonum primum, cujus latus BD, ad polygonum secundum, cujus latus BE vel ED, sicut DC ad BC. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO II.

Si eidem circulo inscribantur polygona ordinata in infinitum, & numerus laterum primi sit ad numerum laterum secundi subduplus, ad numerum vero laterum tertii subquadruplus, quarti suboctuplus, quinti subsexdecuplus, & ea deinceps continua ratione subdupla.

Erit polygonum primum ad tertium, sicut planum sub apotomis laterum polygoni primi & secundi ad quadratum à diametro.

Ad quartum vero, sicut solidum sub apotomis laterum primi secundi & tertii polygoni ad cubum à diametro.

Ad quintum, sicut plano-planum sub apotomis laterum primi secundi tertii & quarti ad quadrato-quadratum à diametro.

Ad sextum, sicut plano-solidum sub apotomis laterum primi secundi tertii quarti & quinti polygoni ad quadrato-cubum à diametro.

Ad septimum, sicut solido-solidum sub apotomis laterum primi secundi tertii quarti quinti & sexti polygoni ad cubo-cubum à diametro. Et eo in infinitum continuo progressu.

Sit enim apotome lateris polygoni primi B, secundi C, tertii D, quarti F, quinti G, sexti H. Et sit diameter circuli Z. Ex antecedente igitur propositione polygonum primum ad polygonum secundum erit, ut B ad Z. Itaque quod fit ex B in polygonum secundum, erit æquale ei quod fit ex Z in polygonum primum; polygonum vero secundum ad tertium erit, ut C ad Z. Et per consequens, quod fit sub polygono secundo & B, id est quod fit sub primo & Z ad id quod fit sub polygono tertio & B, sicut C ad Z. Quare quod fit sub polygono primo & Z quadrato, æquale est ei quod fit sub polygono tertio & plano B in C. Est igitur polygonum primum ad polygonum tertium, sicut planum B in C ad Z quadratum. Et quod fit sub tertio & plano B in C, æquale erit ei quod fit sub primo & Z quadrato. Rursus ex eadem antecedente propositione est, ut polygonum tertium ad polygonum quartum, sicut D ad Z. Et per consequens. Quod fit sub tertio & plano B in C, id est quod fit sub primo & Z quadrato ad id quod fit sub quarto & plano B in C, est sicut D ad Z. Quare quod fit sub primo & Z cubo, æquale erit ei quod fit sub quarto & solido B in C in D. Est igitur polygonum primum ad quartum, sicut B in C in D ad Z cubum. Eademque demonstrationis methodo erit ad quintum, sicut B in C in D in F ad Z quadrato-quadratum. Ad sextum, sicut B in C in D in F in G ad Z quadrato-cubum. Ad septimum, sicut B in C in D in F in G in H ad Z cubo-cubum. Et eo constanti in infinitum progressu.

COROLLARIVM.

Itaque quadratum circulo inscriptum erit ad circulum, sicut latus illius quadrati ad potestatem diametri altissimam adplicatam ad id quod fit continue sub apotomis laterum octogoni, hexdecagoni, polygoni triginta duorum laterum, sexaginta quatuor, centum viginti octo, ducentorum quinquaginta sex, & reliquorum omnium in ea ratione angulorum laterumve subdupla.

Sit enim quadratum circulo inscriptum polygonum primum, octogonum erit secundum, hexdecagonum tertium, polygonum triginta duorum laterum quartum, & eo continuo ordine. Itaque erit, ut quadratum circulo inscriptum ad polygonum extremum seu infinitorum laterum, sicut quod fit sub apotomis laterum terragoni, octogoni, hexdecagoni, & reliquorum omnium in ea ratione subdupla in infinitum, ad potestatem diametri altissimam. Et per adplicationem communem, sicut apotomes lateris quadrati ad potestatem diametri altissimam adplicatam ad id quod fit sub apotomis laterum octogoni, hexdecagoni, & reliquorum omnium in ea ratione subdupla in infinitum. Est autem apotome lateris quadrati circulo inscripti ipsi lateri æqualis, & polygonum infinitorum laterum circulus ipse.

Sit circuli diameter 2. Latus quadrati ei circulo inscripti fit $\sqrt{2}$, quadratum ipsum 2. Apotome lateris octogoni $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$. Apotome lateris hexdecagoni $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$. Apotome lateris polygoni triginta duorum laterum $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}}$. Apotome lateris polygoni sexaginta quatuor laterum $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}}}$. Et eo continuo progressu.

Sit autem diameter 1. Circulus 1 N. Erit $\frac{1}{2}$ ad 1 N, sicut $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ad unitatem adplicatam ad id quod fit ex $\sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}}$, in $\sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}}}$, in $\sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}}}}$, in $\sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}}}}}$.

Sit diameter X. Circulus A planum. Erit X quadratum $\frac{1}{2}$ ad A planum, sicut L. X quadrati $\frac{1}{2}$ ad X potestatem maximam adplicatam ei quod fit ex radice binomia X quadrati $\frac{1}{2}$, + radice X quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, in radicem binomiam X quadrati $\frac{1}{2}$, plus radice binomiaz X quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, + radice X quadrato-quadrato-quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, in radicem binomiaz X quadrati $\frac{1}{2}$, plus radice binomiaz X quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, + radice binomiaz X quadrato-quadrato-quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, + radice X quadrato-quadrato-quadrato-quadrato-quadrato-quadrato-quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, in radicem &c. in infinitum observata uniformi methodo.

CAPVT XIX. ●

Πρόλογος, seu ad usum Mathematici Canonis methodica.

AT vos, ô nobiles siderum observatores, missa facta matæotechnia ad veram Cyclometriam revoco, hoc est, ad legitimum Mathematici Canonis usum. Ut enim vulgo peccatur in ejus fabrica, sic etiam in usu. Itaque dum renovatur meus ad Canonem inspectionum liber, Analyticæ meæ methodi, qua soleo expedire me à triangulis planis ac sphaericis, ultro copiam facio ad excitandum vestra studia per aliquod laborum, quos sustinetis in abacis Astronomicis, sublevamen. Neque vero obruent vos multitudine præcepta. Tum enim negotium viginti & uno δεδομένοισ fere absolvo.

Δεδο-

Δεδομένων I.

TRIANGVLI PLANI RECTANGVLI

Datis angulis, dantur latera in partibus Canonis.

Enimvero,

*Ex canonica serie prima:**Perpendicularum fiet simile sinui anguli acuti. Basis, sinui reliqui è recto. Hypotenusa, sinui toto.*

Vel,

*Ex serie secunda:**Perpendicularum fiet simile pro sinui anguli acuti. Basis, sinui toto. Hypotenusa, transsinuosa anguli acuti.*

Vel denique,

*Ex serie tertia:**Perpendicularum fiet simile sinui toto. Basis, pro sinui anguli reliqui. Hypotenusa, transsinuosa ejusdem.*

Vel etiam,

*Mixtim ex Canonis serie trina:**Perpendicularum fiet simile differentia inter transsinuosam anguli acuti & sinum reliqui è recto. Basis, sinui acuti. Hypotenusa, pro sinui ejusdem.*

Vel,

Perpendicularum fiet simile differentia inter sinum anguli acuti & transsinuosam reliqui è recto. Basis, sinui reliqui è recto. Hypotenusa, pro sinui ejusdem.

Vel denique,

Perpendicularum fiet simile transsinuosa anguli acuti. Basis, transsinuosa reliqui è recto. Hypotenusa, aggregato pro sinui acuti & pro sinui reliqui è recto.

Δεδομένων II.

Trianguli plani rectanguli.

Data hypotenusa ac perpendicularo vel base, dantur anguli,

Enimvero erit,

Vt hypotenusa ad sinum totum, ita perpendicularum ad sinum anguli acuti. Et ita basis ad sinum reliqui è recto.

Aliter erit,

Vt basis ad sinum totum, ita hypotenusa ad transsinuosam anguli acuti.

Vel,

Vt perpendicularum ad sinum totum, ita hypotenusa ad transsinuosam anguli reliqui è recto.

III.

Trianguli plani rectanguli.

Datis perpendicularo & base, dantur anguli.

Enimvero erit,

Vt basis ad perpendicularum, ita sinus totus ad pro sinum anguli acuti.

Vel,

Vt perpendicularum ad basin, ita sinus totus ad pro sinum anguli reliqui è recto.

TRIANGVLI

IV.

TRIANGVLI CVIVSCVNQVE PLANI

Datis angulis, dantur latera in partibus Canonis.

Enimvero,

Latera sunt similia sinibus, quibus ea subtenduntur.

Aliter,

Latera trianguli sunt similia compositis ex prosinibus pertinentibus ad complementa semissium, quibus ea adjacent, angulorum.

Aliter,

Basis trianguli fit similis composita ex prosinibus semissium, qui ad eam existunt, angulorum. Crus vero unumquodque simile excessui, quo prosinus pertinet ad complementum dimidii anguli ad verticem, superat prosinum ipsius anguli ad basin, cui crus idem adjacet, dimidii.

Aliter,

Crura sunt similia transsinuosis pertinentibus ad complementa angulorum ad basin, quibus ea adjacent. Basis autem similis differentia vel adgregato prosinuum ad eadem pertinentium complementa; adgregato videlicet cum uterque angulorum ad basin proponitur acutus; differentia cum alter eorum obtusus.

V.

Trianguli cujuscunque plani

Datis lateribus, dantur anguli.

Enimvero erit,

Vt duplum rectangulum sub cruribus ad differentiam inter quadrata crurum simul juncta & quadratum basis, ita sinus totus ad sinum complementi anguli ad verticem.

Et si quidem quadratum basis cedat quadratis crurum simul junctis, erit angulus qui ad verticem existit acutus, si praestet, obtusus. Sed si aequale fuerit, rectus.

Lemmatia duo.

I.

Dato angulo, qui ad verticem existit, datur summa angulorum ad basin.

Ea enim aequalis est angulo exteriori ad verticem.

II.

Data summa angulorum ad basin, & differentia eorundem, dantur anguli ad basin singuli.

Enimvero dimidia differentia duarum magnitudinum adjecta dimidia summa earundem, efficit magnitudinem majorem, ablata minorem.

VI.

Trianguli cujuscunque plani

Datis cruribus ac verticis angulo, dantur anguli ad basin.

Enimvero erit,

Vt adgregatum crurum ad differentiam eorundem, ita prosinus dimidia summa angulorum ad basin ad prosinum dimidia differentia.

Aliter,

Aliter,

Datis cruribus & verticis angulo, dantur anguli ad basin.

Enimvero erit,

Vt crus primum ad crus secundum, ita transsinuosa complementi anguli verticis ad aliam rectam, cujus effecta analogæ & prosinus complementi anguli verticis adgregatum vel differentia, erit prosinus complementi anguli à crure primo subtensi.

Adgregatum videlicet, cum angulus qui ad verticem existit proponitur obtusus; differentia, cum acutus.

Ex hoc quidem casu, si prosinus complementi anguli verticis minor fuerit facta analogæ: angulus cui crus primum subtenditur erit acutus; & si major, obtusus; sed si æqualis, rectus.

VII.

Trianguli cujuscunque plani

Datis cruribus, & uno ex angulis ad basin, datur angulus alter ad basin.

Enimvero dato angulo crus quod subtendetur intelligitur primum, eritque Vt crus primum ad crus secundum, ita sinus anguli dati ad sinum anguli alterius ad basin quesiti.

Vel erit,

Vt crus secundum ad crus primum, ita transsinuosa complementi anguli dati ad transsinuosam complementi anguli quesiti.

Cum autem is qui datur angulus fuerit acutus, ac crus primum quod ei subtenditur cedat secundo: erit adfectio anguli de quo queritur anceps, si quidem crus secundum ad primum minorem habuerit rationem ea quam habet sinus totus ad sinum anguli dati. Itaque constituetur eo casu prohibitio sive acutus quem exhibet Canon, sive is, quem acutus idem relinquit à duobus rectis. Vter autem adsumendus sit non licebit definire per ea que proponuntur.

VIII.

TRIANGVLI SPHÆRICI RECTANGVLI

Dato latere, quod angulo recto opponitur, ac uno ex obliquis angulo, dantur latera reliqua, ac angulus reliquus.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus totus ad sinum lateris dati, ita sinus anguli dati ad sinum lateris angulo dato oppositi.*

Et,

2 *Vt sinus totus ad prosinum lateris dati, ita sinus complementi anguli dati ad prosinum lateris reliqui.*

Ac denique,

3 *Vt sinus totus ad sinum complementi lateris dati, ita prosinus anguli dati ad prosinum complementi anguli reliqui.*

Aliter erit,

1 *Vt sinus totus ad transsinuosam complementi lateris dati, ita transsinuosam complementi anguli dati ad transsinuosam complementi lateris angulo dato oppositi.*

D d d

E t

Et,

2 *Vt sinus totus ad prosinum complementi lateris dati, ita transsinuosa anguli dati ad prosinum complementi lateris reliqui.*

Ac denique,

3 *Vt sinus totus ad transsinuosam lateris dati, ita prosinus complementi anguli dati ad prosinum anguli reliqui.*

IX.

Trianguli sphaerici reſtanguli.

Datis duobus lateribus, è quibus unum angulo recto opponatur, datur latus reliquum, ac reliqui anguli.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus totus ad sinum complementi lateris angulo recto oppositi, ita transsinuosa alterius lateris dati ad sinum complementi lateris reliqui.*

Et,

2 *Vt sinus totus ad transsinuosam complementi lateris angulo recto oppositi, ita sinus alterius lateris dati ad sinum anguli cui latus illud alterum opponitur.*

Ac denique,

3 *Vt sinus totus ad prosinum complementi lateris angulo recto oppositi, ita prosinus alterius lateris dati ad sinum complementi anguli reliqui.*

ALITER

Erit,

1 *Vt sinus totus ad transsinuosam lateris angulo recto oppositi, ita sinus complementi alterius lateris dati ad transsinuosam lateris reliqui.*

Et,

2 *Vt sinus totus ad sinum lateris angulo recto oppositi, ita transsinuosa complementi alterius lateris dati ad transsinuosam complementi anguli cui latus illud alterum opponitur.*

Ac denique,

3 *Vt sinus totus ad prosinum lateris angulo recto oppositi, ita prosinus complementi alterius lateris dati ad transsinuosam anguli reliqui.*

X.

Trianguli sphaerici reſtanguli

Datis duobus lateribus, circa angulum rectum consistentibus, datur latus reliquum, ac anguli reliqui.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus totus ad sinum complementi lateris primi dati, ita sinus complementi lateris secundi dati ad sinum complementi lateris tertii.*

Et,

2 *Vt sinus totus ad prosinum complementi lateris primi dati, ita sinus lateris secundi dati ad prosinum complementi anguli cui datum latus primum opponitur.*

Ac denique,

3 *Vt sinus totus ad sinum lateris primi dati, ita prosinus complementi lateris secundi dati ad prosinum complementi anguli cui datum latus secundum opponitur.*

ALITER

Erit,

1 *Vt sinus totus ad transsinuosam lateris primi dati, ita transsinuosa lateris secundi dati ad transsinuosam lateris tertii.*

Et,

Et,

2 *Vt sinus totus ad prosinum lateris primi dati, ita transsinuosa complementi lateris secundi dati ad prosinum anguli cui latus primum opponitur.*

Ac denique,

3 *Vt sinus totus ad transsinuosam complementi lateris primi dati, ita prosinus lateris secundi dati ad prosinum anguli cui latus secundum opponitur.*

XI.

Trianguli sphaerici reſt anguli

Dato uno è lateribus, quæ circa reſtum angulum conſiſtunt, ac angulo cui latus idem opponitur, dantur reliqua latera, ac angulus reliquus.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus totus ad prosinum lateris dati, ita prosinus complementi anguli dati ad sinum lateris alterius circa reſtum angulum conſiſtentiſ.*

Et,

2 *Vt sinus totus ad sinum lateris dati, ita transsinuosa complementi anguli dati ad sinum lateris angulo reſto oppoſiti.*

Denique,

3 *Vt sinus totus ad transsinuosam lateris dati, ita sinus complementi anguli dati ad sinum anguli reliqui.*

A L I T E R.

Erit,

1 *Vt sinus totus ad prosinum complementi lateris dati, ita prosinus anguli dati ad transsinuosam complementi lateris alterius circa reſtum angulum conſiſtentiſ.*

Et,

2 *Vt sinus totus ad transsinuosam complementi lateris dati, ita sinus anguli dati ad transsinuosam complementi lateris angulo reſto oppoſiti.*

Denique,

3 *Vt sinus totus ad sinum complementi lateris dati, ita transsinuosa anguli dati ad transsinuosam complementi anguli reliqui.*

XII.

Trianguli sphaerici reſt anguli

Dato uno è lateribus, quæ circa angulum reſtum conſiſtunt, & angulo cui latus alterum circa eundem reſtum conſiſtens opponitur, dantur latera reliqua, ac angulus reliquus.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus totus ad prosinum complementi lateris dati, ita sinus complementi anguli dati ad prosinum complementi lateris angulo reſto oppoſiti.*

Et,

2 *Vt sinus totus ad sinum lateris dati, ita prosinus anguli dati ad prosinum lateris alterius circa reſtum conſiſtentiſ.*

Ac denique,

3 *Vt sinus totus ad sinum complementi lateris dati, ita sinus anguli dati ad sinum complementi anguli reliqui.*

A L I T E R.

Erit,

1 *Vt sinus totus ad prosinum lateris dati, ita transsinuosa anguli dati ad prosinum lateris angulo reſto oppoſiti.*

Ddd 2

Et,

Et,

2 *Vt sinus totus ad transsinuosam complementi lateris dati, ita prosinus complementi anguli dati ad prosinum complementi lateris alterius circa rectum consistentis.*

Ac denique,

3 *Vt sinus totus ad transsinuosam lateris dati, ita transsinuosa complementi anguli dati ad transsinuosam anguli reliqui.*

XIII.

Trianguli sphaerici rectanguli

Datis angulis, dantur latera.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus totus ad prosinum complementi anguli primi obliqui dati, ita prosinus complementi anguli secundi obliqui dati ad sinum complementi lateris angulo recto oppositi.*

Et,

2 *Vt sinus totus ad transsinuosam complementi anguli primi, ita sinus complementi anguli secundi ad sinum complementi lateris angulo secundo oppositi.*

Ac denique,

3 *Vt sinus totus ad sinum complementi anguli primi, ita transsinuosa complementi anguli secundi ad sinum complementi lateris angulo primo oppositi.*

ALITER.

Erit,

1 *Vt sinus totus ad prosinum anguli primi, ita prosinus anguli secundi ad transsinuosam lateris angulo recto oppositi.*

Et,

2 *Vt sinus totus ad sinum anguli primi, ita transsinuosa anguli secundi ad transsinuosam lateris angulo secundo oppositi.*

Ac denique,

3 *Vt sinus totus ad transsinuosam anguli primi, ita sinus anguli secundi ad transsinuosam lateris angulo primo oppositi.*

XIV.

Προηκίδιον.

Data duorum maximorum in sphaera circuloꝝ inclinatione, quorum unus secatur à tertio per alterius polos, arguitur quanta sit maxima differentia suarum à nodo longitudinum.

Et contra. Ex maxima differentia longitudinum à nodo, arguitur quanta sit circuloꝝ inclinatio.

Enimvero est,

Vt sinus totus plus sinu complementi inclinationis ad sinum totum minus sinu complementi inclinationis, ita sinus totus ad sinum differentia maxima.

Et,

Vt sinus totus plus sinu maxima differentia ad sinum totum minus sinu maxima differentia, ita sinus totus ad sinum complementi inclinationis.

Est autem limas velocitatis in nodo, Mediocritatis in puncto maxima differentia, Tarditatis in equidistantia à nodo.

TRIANG-

XV.

TRIANGVLI CVIVSLIBET SPHÆRICI

Datis tribus lateribus, dantur anguli.

*Enimvero latus quarendo angulo oppositum, esto primum. Duo igitur reſtangu-
gula ſigillatim adplicabuntur ad ſinum totum; unum quod ſit ſub ſinibus qui per-
tinent ad complementa laterum ſecundi & tertii; alterum ſub ſinibus ipſorummet
laterum ſecundi & tertii.*

Et erit,

*Vt exiens è ſecunda adplicatione latitudo ad aggregatum vel differentiam la-
titudinis ex prima adplicatione oriunda & ſinus complementi lateris primi, ita
ſinus totus ad ſinum complementi anguli quaſiti.*

*Sumetur autem aggregatum; cum latus illud primum fuerit minus quadrante
circuli; latera vero ſecundum & tertium fuerint adfectionis inter ſe diverſa. Vel
cum latus idem primum fuerit majus quadrante; reliqua vero adfectionis ejuſdem.*

*Ac Primo quidem expoſito caſu angulus qui quaeritur erit acutus; Secundo ve-
ro obtuſus.*

*Contra ſumetur differentia; cum latus primum fuerit minus quadrante; reliqua
vero ejuſdem adfectionis, qui Tertius eſt caſus. Vel cum latus idem fuerit majus
quadrante; reliqua vero diverſa adfectionis, qui ſit caſus ordine Quartus.*

*Ac Tertio quidem caſu; cum exiens è prima adplicatione latitudo erit minor ſinu
complementi lateris primi, erit angulus qui quaeritur acutus; & cum major, obtu-
ſus. Contra Quarto caſu; cum exiens è prima adplicatione latitudo fuerit minor
eo ſinu, erit angulus qui quaeritur obtuſus; & cum major acutus. Quod ſi nulla ſit
differentia, argumentum erit angulum qui quaeritur eſſe reſtatum.*

Quando vero latus illud primum erit quadrans circuli, fiet compendioſe

*Vt ſinus totus ad proſinum pertinentem ad complementum lateris ſecundi, ita
proſinus pertinens ad complementum tertii ad ſinum complementi anguli quaſiti.*

*Et cum latera ſecundum & tertium fuerint adfectionis ejuſdem, erit is obtuſus;
cum diverſa, acutus.*

At cum latera ſecundum & tertium proponuntur inter ſe equalia, erit

*Vt ſinus totus ad ſinum lateris ſecundi vel tertii, ita tranſſinuoſa pertinens ad
complementum dimidii lateris primi ad tranſſinuoſam pertinentem ad complemen-
tum dimidii anguli quaſiti.*

XVI. •

Trianguli cujuſlibet ſphærici

Datis tribus angulis, dantur latera.

*Enimvero angulus cui latus quarendum opponitur, primus è datis eſto. Duo igi-
tur reſtangu-
gula ſigillatim adplicabuntur ad ſinum totum; unum quod ſit ſub ſini-
bus qui pertinent ad complementa angulorum ſecundi & tertii; alterum ſub ſini-
bus qui pertinent ad angulos ipſos ſecundum & tertium.*

Et erit,

Vt exiens è ſecunda adplicatione latitudo ad aggregatum vel differentiam la-

Ddd 3. titu-

itudinis ex prima adplicatione oriunda & sinus complementi anguli primi, ita sinus totus ad sinum complementi lateris quaesiti.

Sumetur autem adgregatum; cum angulus ille primus fuerit obtusus; reliqui vero adfectionis inter se diversa. Vel cum angulus idem primus fuerit acutus; reliqui vero ejusdem adfectionis.

Ac Primo quidem casu latus quaesitum erit majus quadrante; Secundo minus.

Contra sumetur differentia; cum angulus ille primus fuerit obtusus; reliqui vero ejusdem adfectionis, qui Tertius erit casus. Vel cum angulus idem primus fuerit acutus; reliqui vero adfectionis diversa, qui fit casus ordine Quartus.

Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo ceder sinui complementi anguli primi, latus quaesitum erit majus quadrante; & cum praestabit, minus. Contra Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo ceder ei sinui, latus quaesitum erit minus quadrante; & cum praestabit, majus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit latus de quo queritur esse quadranti aequale.

Quando vero angulus ille primus fuerit rectus, fiet compendiose

Vt sinus totus ad prosinum complementi anguli secundi, ita prosinus complementi tertii ad sinum complementi lateris quaesiti.

Et cum anguli illi secundus & tertius fuerint adfectionis diversa, erit latus quaesitum majus quadrante; & cum ejusdem, minus.

At cum angulus secundus & tertius proponuntur aequales, erit

Vt sinus totus ad sinum anguli secundi vel tertii, ita transsinuosa dimidii anguli primi ad transsinuosam dimidii lateris quaesiti.

XVII.

Trianguli cujuslibet sphaerici

Datis lateribus duobus, & angulo quem ea comprehendunt, dantur anguli reliqui.

Enimvero latus querendo angulo oppositum, esto è datis primum. Duo igitur rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; unum quod fit sub sinu complementi anguli dati & prosinu complementi lateris dati secundi; alterum sub sinu ipsius anguli dati & transsinuosa complementi lateris dati secundi.

Et erit,

Et exiens è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriunda & prosinus complementi lateris primi, ita sinus totus ad prosinum complementi anguli quaesiti.

Sumetur autem adgregatum; cum latus illud primum fuerit minus quadrante; latus vero secundum & angulus datus fuerint adfectionis inter se diversa. Vel cum latus idem primum fuerit majus quadrante; latus vero secundum datum & angulus datus fuerint ejusdem adfectionis.

Ac Primo quidem casu angulus de quo queritur erit acutus; Secundo obtusus.

Contra sumetur differentia; cum latus illud primum fuerit minus quadrante; latus vero secundum & datus angulus fuerint ejusdem adfectionis, qui Tertius erit casus. Vel cum latus primum fuerit majus quadrante; latus vero secundum & datus angulus fuerint ejusdem adfectionis, qui fit casus ordine Quartus.

Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo fuerit minor prosinu complementi lateris primi, erit angulus qui queritur acutus; & cum major, obtusus.

Con-

Contra in Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo fuerit minor profinu complementi lateris primi, erit angulus qui quaritur obtusus; & cum major, acutus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit angulum qui quaritur esse rectum.

Quando vero latus primum quadrans erit circuli, fiet compendiofe

Vt sinus totus ad sinum complementi lateris secundi, ita profinus complementi anguli dati ad profinum complementi anguli quasiti.

Et cum latus illud secundum & angulus datus fuerint ejusdem adfectionis, angulus qui quaritur erit obtusus; & cum diversa, acutus.

At cum data latera primum & secundum proponuntur inter se aqualia, erit

Vt sinus totus ad transsinuosam lateris primi vel secundi, ita profinus complemento dimidii anguli dati congruus ad profinum anguli cui primum secundum-ue latus opponitur; obtusi, si majus quadrante; acuti, si minus.

XVIII.

Trianguli cujuslibet sphaerici

Datis duobus angulis, & latere quod adjacet, dantur latera reliqua.

Enimvero anguli cui latus quarendum opponitur, è datis primus esto. Duo igitur rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; unum quod fit sub sinu complementi lateris dati & profinu complementi dati anguli secundi; alterum sub sinu ipsius lateris dati & transsinuosa complementi ejusdem anguli secundi.

Et erit,

Vt exiens è prima adplicatione latitudo ad aggregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriunda & profinu complementi anguli primi, ita sinus totus ad profinum complementi lateris quasiti.

Sumetur autem aggregatum; cum angulus primus fuerit obtusus; alter vero datus angulus & datum latus fuerint adfectionis inter se diversa. Vel cum is angulus primus fuerit acutus; alter vero datus angulus & datum latus fuerint ejusdem adfectionis.

Ac Primo quidem exposito casu latus quasitum erit majus quadrante; Secundo minus.

Contra sumetur differentia; cum is angulus primus fuerit obtusus; alter vero datus angulus & datum latus fuerint ejusdem adfectionis; qui Tertius erit casus. Vel cum is angulus primus fuerit acutus; alter vero datus angulus & datum latus fuerint adfectionis diversa, qui casus fit ordine Quartus.

Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet profinui complementi anguli primi, latus quasitum erit majus quadrante; & cum praestabit, minus.

Contra Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet profinui complementi anguli primi, latus quasitum erit minus quadrante; & cum praestabit, majus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit latus de quo quaritur esse quadranti circuli aequale.

Quando vero angulus primus fuerit rectus, fiet compendiofe

Vt sinus totus ad sinum complementi anguli secundi, ita profinus complementi lateris dati ad profinum complementi lateris quasiti.

Et

*Et si angulus secundus & latus datum fuerint diversa adfectionis, erit latus
quasitum majus quadrante; & si ejusdem, minus.*

*At cum dati anguli primus & secundus proponentur aequales, erit
Ut sinus totus ad transsinuosam anguli primi vel secundi, ita prosinus dimidii
lateris dati ad prosinum lateris angulo primo vel secundo oppositi; si acuto, minoris
quadrante; & si obtuso, majoris.*

XIX.

Trianguli cujuslibet sphaerici

Datis lateribus duobus, & angulo quem ea comprehendunt, datur la-
tus reliquum.

*Enim vero duo rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; unum
quod fit sub prosinibus qui pertinent ad complementa datorum laterum; alterum sub
eorundem complementorum transsinuosis.*

Et erit,

*Ut exiens è secunda adplicatione latitudo ad aggregatum vel differentiam lati-
tudinis ex prima adplicatione oriunda & sinus complementi anguli dati, ita sinus
totus ad sinum complementi lateris quasiti.*

*Sumetur autem aggregatum; cum datus angulus fuerit acutus; data vero latera
ejusdem inter se adfectionis. Vel cum datus angulus fuerit obtusus; data vero late-
ra adfectionis diversa.*

*Ac Primo quidem exposito casu latus quasitum erit minus quadrante; Secundo
majus.*

*Contra sumetur differentia; cum datus angulus fuerit acutus; data vero latera
fuerint diversa adfectionis, qui Tertius erit casus. Vel cum datus angulus fuerit
obtusus; data vero latera adfectionis ejusdem, qui fit casus ordine Quartus.*

*Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedit sinui
complementi anguli dati, latus quasitum erit minus quadrante; & cum praestabit,
majus.*

*Contra Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedit sinui com-
plementi anguli dati, latus quasitum erit majus quadrante; & cum praestabit, mi-
nus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit latus de quo quaritur esse qua-
dranti circuli aequale.*

Quando vero datus angulus fuerit rectus, fit compendiose

*Ut sinus totus ad sinum complementi unius datorum laterum, ita sinus comple-
menti alterius ad sinum complementi lateris quasiti.*

*Et si data latera fuerint ejusdem adfectionis, latus quasitum erit minus qua-
drante; & si diversa, majus.*

At cum latera data proponentur aequalia, erit

*Ut sinus totus ad sinum lateris dati, ita sinus dimidii anguli dati ad sinum di-
midii lateris quasiti.*

XX.

Trianguli cujuslibet sphaerici

Datis angulis duobus, & latere quod iis adjacet, datur angulus reliquus.

Enim-

Enimvero duo rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; unum quod fit sub prosinibus qui pertinent ad complementa datorum angulorum; alteram sub eorundem complementorum transsinuosis.

Et erit,

Vt exiens è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriunda & sinus complementi lateris dati, ita sinus totus ad sinum complementi anguli quaesiti.

Sumetur autem adgregatum; cum latus datum fuerit majus quadrante; anguli vero dati ejusdem adfectionis. Vel cum datum latus fuerit minus quadrante; anguli vero dati adfectionis diversa.

Ac Primo quidem exposito casu angulus qui quaeritur erit obtusus; Secundo acutus.

Contra sumetur differentia; cum datum latus fuerit majus quadrante; dati vero anguli diversa adfectionis, qui Tertius erit casus. Vel cum latus datum fuerit minus quadrante; dati vero anguli adfectionis ejusdem, qui fit casus ordine Quartus.

Ac Tertio casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo erit minor sinu complementi lateris dati, erit quaesitus angulus obtusus; & cum major, acutus.

Contra in Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo minor erit sinu complementi lateris dati, angulus quaesitus erit acutus; & cum major, obtusus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit angulum de quo quaeritur esse rectum.

Quando vero latus datum fuerit quadranti circuli aequale, fiet compendiose Vt sinus totus ad sinum complementi unius datorum angulorum, ita sinus complementi alterius ad sinum complementi quaesiti.

Et si anguli dati fuerint ejusdem adfectionis, angulus quaesitus erit obtusus; & si diversa, acutus.

At cum anguli dati proponuntur aequales, erit

Vt sinus totus ad sinum anguli dati, ita sinus complemento dimidii lateris dati congruus ad sinum complemento dimidii anguli quaesiti congruum.

XXI

Trianguli cujuslibet sphaerici.

Datis duobus lateribus, & angulo cui unum ex illis lateribus opponitur, datur angulus cui alterum datorum laterum opponitur.

Vel,

Datis duobus angulis, & latere quod alteri datorum angulorum opponitur, datur latus reliquo oppositum.

Enimvero,

Sinus laterum sunt similes sinibus angulorum quibus latera opponuntur. Erit autem adfectio in prima hypothesis plerumque anceps.

Συμμετρων.

Quae per factionem sub sinibus peripheriarum & adplicationem ad sinum totum exurgunt, eadem opere additionis vel subtractionis praesto sunt.

Enimvero,

Cum dua periphèria angulum acutum componunt, est

Vt sinus totus ad sinum duplum prima, ita sinus secunda ad sinum complementi differentia, minus sinu complementi composita.

2 Et cum componunt obtusum, utraque vero componentium quadrante minor existit, est
 Vt sinus totus ad sinum duplum prima, ita sinus secunda ad sinum complementi differentia, plus sinus
 complementi composita.

3 Aut si prima componentium major est quadrante, secunda minor: est
 Vt sinus totus ad sinum duplum prima, ita sinus secunda ad sinum complementi composita, minus
 sinus complementi differentia.

A L I V D .

Generaliter inuertuntur & varie concipiuntur, ac etiam sexnumero compendiose
 absoluntur triangulorum tam planorum quam sphaericorum Analogia.

Enimvero,

In comparatione simplicis peripheria, est

1 Vt sinus peripheria ad sinum totum, ita sinus totus ad transsinuosam complementi.

Et,

1 Vt sinus complementi peripheria ad sinum totum, ita sinus totus ad transsinuosam peripheria.

Et,

3 Vt profinus peripheria ad sinum totum, ita sinus totus ad profinum complementi.

Et cum proponuntur dua peripheria.

4 Vt sinus peripheria prima ad sinum peripheria secunda, ita transsinuosa complementi secunda ad
 transsinuosam complementi prima.

Et,

5 Vt sinus complementi prima ad sinum complementi secunda, ita transsinuosa secunda ad trans-
 sinuosam prima.

Et,

6 Vt profinus peripheria prima ad profinum peripheria secunda, ita profinus complementi secunda
 ad profinum complementi prima.

Rursum est,

7 Vt rectangulum sub sinu peripheria prima & sinu complementi secunda ad rectangulum sub si-
 nu peripheria secunda & sinu complementi prima, ita profinus prima ad profinum secunda.

Et,

8 Vt rectangulum sub profinu peripheria prima & sinu secunda ad rectangulum sub profinu se-
 cunda & sinu prima, ita transsinuosa prima ad transsinuosam secunda.

Et,

9 Vt rectangulum sub sinu prima & transsinuosa eiusdem ad rectangulum sub sinu secunda &
 transsinuosa eiusdem, ita profinus prima ad profinum secunda.

Et,

10 Vt rectangulum sub sinibus duarum ad rectangulum sub sinibus complementorum earundem,
 ita profinus unius ad profinum complementi alterius.

Et,

11 Vt rectangulum sub sinibus duarum ad rectangulum sub profinibus earundem, ita sinus com-
 plementi unius ad transsinuosam alterius.

Et,

12 Vt rectangulum sub transsinuosa complementi prima & sinu secunda ad rectangulum sub profi-
 nu complementi prima & differentia inter totum & sinum complementi secunda, ita transsinuosa pri-
 ma ad profinum complementi dimidia secunda.

Et cum proponuntur tres peripheria, est

13 Vt rectangulum quod fit sub sinu toto & transsinuosa prima ad id quod fit sub transsinuosa
 secunda & transsinuosa tertia, ita quod fit sub sinu complementi secunda & sinu complementi tertia ad
 id quod fit sub sinu toto & sinu complementi prima.

Et,

14 Vt rectangulum quod fit sub sinu toto & transsinuosa prima ad id quod fit sub profinu secun-
 da & profinu tertia, ita quod fit sub profinu complementi secunda & profinu complementi tertia ad id
 quod fit sub sinu toto & sinu complementi prima.

Et,

15 Vt rectangulum quod fit sub sinu toto & transsinuosa prima ad id quod fit sub sinu secunda
 & trans-

& transinuoſa tertia, ita quod ſit ſub transinuoſa complementi ſecunda & ſinu complementi tertia ad id quod ſit ſub ſinu toto & ſinu complementi prima.

Et,

16 *Vt reſt angulum quod ſit ſub ſinu toto & proſinu prima ad id quod ſit ſub ſinu ſecunda & proſinu tertia, ita quod ſit ſub transinuoſa complementi ſecunda & proſinu complementi tertia ad id quod ſit ſub ſinu toto & proſinu complementi prima.*

D A T I S E X T I.

Παράγωγη I.

Peripherias intelligo tripleuro ſpharico conſtituendo idoneas. Itaque ne ſemicirculum excedunto.

Data peripheria compoſita è duabus peripheriis, quarum tranſſinuoſæ datam habeant rationem, dantur ſingulæ.

1 Enimvero ſi compoſita minor eſt circuli quadrante,

Erit,

Vt transinuoſa componentium prima ad transinuoſam ſecunda, ita transinuoſa complementi compoſita ad proſinum ſecunda, plus proſinu complementi compoſita.

2 Et ſi compoſita maior eſt quadrante circuli, utraque vero componentium minor quadrante,

Erit,

Vt transinuoſa prima ad transinuoſam ſecunda, ita transinuoſa complementi compoſita ad proſinum ſecunda minus proſinu complementi compoſita.

3 Et ſi denique componentium peripheriarum prima ſit minor quadrante, ſecunda maior,

Erit,

Vt transinuoſa prima ad transinuoſam ſecunda, ita transinuoſa complementi compoſita ad proſinum complementi compoſita minus proſinu ſecunda.

Et,

Vt transinuoſa ſecunda ad transinuoſam prima, ita transinuoſa complementi compoſita ad proſinum complementi compoſita plus proſinu ſecunda.

II.

Data differentia duarum peripheriarum, quarum tranſſinuoſæ datam habeant rationem, dantur ſingulæ.

1 Enimvero ſi differentia ſit maior circuli quadrante,

Erit,

Vt transinuoſa differentium prima ad transinuoſam ſecunda, ita transinuoſa complementi differentie ad proſinum complementi differentie plus proſinu ſecunda.

2 Et ſi differentia ſit minor quadrante, differentes autem peripheria diverſæ ſunt ſpeciei,

Erit,

Vt transinuoſa prima ad transinuoſam ſecunda, ita transinuoſa complementi differentie ad proſinum ſecunda minus proſinu complementi differentie.

3 Et ſi denique differentia ſit minor quadrante, utraque vero differentium vel minor quadrante, vel utraque maior. Prima autem intelligatur ea ad quam pertinet transinuoſa maior,

Erit,

Vt transinuoſa prima ad transinuoſam ſecunda, ita transinuoſa complementi differentie ad proſinum ſecunda minus proſinu complementi differentie.

Et,

Vt transinuoſa ſecunda ad transinuoſam prima, ita transinuoſa complementi differentie ad proſinum prima minus proſinu complementi differentie.

III.

A L I T E R.

Data ſumma vel differentia duarum peripheriarum, quarum tranſſinuoſæ datam habeant rationem, dantur ſingulæ.

1 Enimvero ſi utraque peripheria proponatur minor quadrante vel utraque maior.

Ecc 2

Erit.

Erit,

Vt adgregatum similium transsinuosarum ad differentiam earundem, ita profinus complementi dimidia summa peripheriarum ad profinum dimidia differentia, Et ita profinus complementi dimidia differentia ad profinum dimidia summa.

2 *Quod si una è peripheriis proponitur minor quadrante, altera major,*

Erit,

Vt adgregatum similium transsinuosarum ad differentiam earundem, ita profinus dimidia differentia peripheriarum ad profinum complementi dimidia summa, Et ita profinus dimidia summa ad profinum complementi dimidia differentia.

IV.

Data periphèria composita è duabus peripheriis, quarum sinus datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enim vero si composita minor est circuli quadrante,*

Erit,

Vt sinus componentium prima ad sinum secunda, ita transsinuosa complementi composita ad profinum complementi prima minus profinu complementi composita.

2 *Et si composita major est quadrante, utraque vero componentium minor quadrante,*

Erit,

Vt sinus prima ad sinum secunda, ita transsinuosa complementi composita ad profinum complementi composita plus profinu complementi prima.

3 *Et si denique componentium peripheriarum prima sit minor quadrante, secunda major,*

Erit,

Vt sinus prima ad sinum secunda, ita transsinuosa complementi composita ad profinum complementi composita minus profinu complementi prima.

Et,

Vt sinus secunda ad sinum prima, ita transsinuosa complementi composita ad profinum complementi composita plus profinu secunda.

V.

Data differentia duarum peripheriarum, quarum sinus datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enimvero si differentia sit major quadrante circuli,*

Erit,

Vt sinus componentium prima ad sinum secunda, ita transsinuosa complementi differentia ad profinum complementi prima minus profinu complementi differentia.

Cum autem prima sumetur major quadrante, secunda sumetur minor, & contra.

2 *Et si differentia sit minor quadrante circuli, differentes autem periphèria diverse sint speciei,*

Erit,

Vt sinus prima ad sinum secunda, ita transsinuosa complementi differentia ad profinum complementi differentia, plus profinu complementi prima.

Et cum prima sumetur major quadrante, altera sumetur minor, & contra.

3 *Et si denique differentia sit minor quadrante, utraque vero differentium vel quadrante minor vel utraque quadrante major, ac prima quidem intelligatur ea cui debetur sinus major, secunda cui minor,*

Erit,

Vt sinus prima ad sinum secunda, ita transsinuosa complementi differentia ad profinum complementi differentia minus profinu complementi prima.

Et,

Vt sinus secunda ad sinum prima, ita transsinuosa complementi differentia ad profinum complementi differentia plus profinu complementi prima.

Cum autem sumetur prima minor quadrante, sumetur quoque secunda minor quadrante. Et contra cum sumetur prima major quadrante, sumetur quoque secunda major quadrante. Itaque omni casu ἀμφοτέρων est Problema.

VI.

A L I T E R.

Data summa vel differentia duarum peripheriarum, quarum sinus datam habeant rationem, dantur singulares peripheriz.

1 Enimvero si utraque peripheria proponitur minor quadrante, vel utraque major,
Erit,

Vt adgregatum similium sinuum ad differentiam eorundem, ita prosinus dimidia summa peripheriarum ad prosinum dimidia differentia earundem, Vel ita prosinus complementi dimidia differentia peripheriarum ad prosinum complementi dimidia summa.

2 Quod si una è peripheriis proponatur minor quadrante, altera major,
Erit,

Vt adgregatum sinuum ad differentiam eorundem, ita prosinus dimidia differentia peripheriarum ad prosinum dimidia summa, Vel ita prosinus complementi dimidia summa ad prosinum complementi dimidia differentia.

D A T I S E P T I M I.

Παρομοιότης.

Data summa vel differentia duarum peripheriarum, quarum prosinus datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 Enimvero si utraque peripheria proponatur minor quadrante, vel utraque major,
Erit,

Vt adgregatum similium prosinuum ad differentiam eorundem, ita sinus summa peripheriarum ad sinum differentia, Vel ita transsinuosa complementi differentia ad transsinuosam complementi summa.

2 Quod si una è peripheriis proponatur minor quadrante, altera major,
Erit,

Vt adgregatum similium prosinuum ad differentiam eorundem, ita sinus differentia peripheriarum ad sinum adgregati, Vel ita transsinuosa complementi summa ad transsinuosam complementi differentia.

Τέλος Προχείρου.

ΕΙΣ ΠΡΟΧΕΙΡΟΝ ΣΧΟΛΙΑ.

I.

Canonis Mathematici Hypothesis.

EX angulis latera, vel ex lateribus angulos & mixtim in triangulis tam planis quam sphericis adsequi summa gloria Mathematici est. Sic enim cælum & terras & maria felici & admirando calculo mensurat. Itaque ad eum finem paratur Canon Mathematicus, quo exhibentur latera trianguli plani reſtanguli, æstimata in numeris serie trina in habitudine anguli acuti ad reſtum quacunque. Deinde docet ars obliquangulorum ad reſtangula, & sphericorum ad plana, reductionem.

Latera trianguli plani reſtanguli vocantur, Hypotenusa, Perpendicularum, Basis.

Hypotenusa dicitur latus subtensum angulo reſto, reliquis famosiori.

Perpendicularum unum è lateribus circa reſtum. Basis alterum.

E duobus angulis acutis trianguli plani reſtanguli, unus acuti nomen retinet, alter dicitur reliquus è reſto. Is autem angulus acutus intelligitur, cui latus perpendiculari voce designatum subtenditur, Reliquus è reſto, cui basis. Et vice versa, latus ei angulo qui acuti voce primus exauditur subtensum, Perpendicularum denominatur. Latus subtensum reliquo è reſto, Basis.

Angulus reſtus datur ex se & constituitur partium xc, qualium tota circumferentia circuli, quæ quatuor æstimatur reſtorum, adsumitur III C LX: unaquæque pars rursus subdividitur in LX scrupula.

Anguli acuti vel sui exterioris amplitudo est peripheria.

Differentia autem inter eam & amplitudinem anguli recti, dicitur complementum, seu residua.

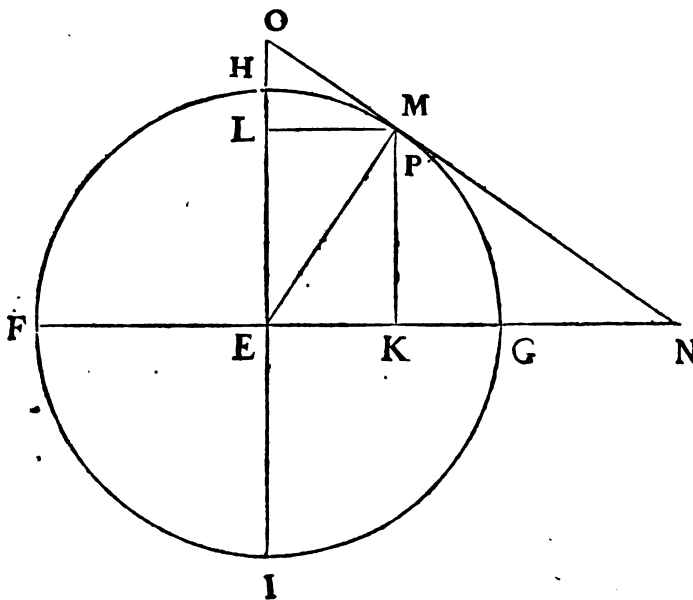
Semidiameter canonica circuli datur ex se, & constituitur particularum 100,000. Lateralia trianguli reliqua in unaquaque serie taxantur in iisdem, per quæcunque scrupula quadrantis circuli congruenter.

Itaque absolvitur totus Mathematicus Canon ter similibus planis triangulis reſtangu-
lis 2700, quot videlicet scrupulis constat dimidius angulus reſtus.

A quo ſystemate deinceps convertuntur triangula, qui enim angulus dicebatur is, quem acutus relinquebat è reſto, exinde nomen Acuti adſumit; alter ipſe nomen Reliqui è reſto. Atque ideo Baſis in Perpendicularum tranſit, & viceverſa Perpendicularum in Baſin, ut ſola opus ſit vocum permutatione.

Quæ ut oculis Geometricæ ſubſcijantur

Exponatur circulus cujus E centrum, quadrifeſtus à duabus diametris FEG, HEI, & in quadrante circuli HG ſumatur quæcunque peripheria GM, & cadant in ſemidiametros EG, EH perpendiculara MK, ML. Sed & tangat circulum ad M reſta MN, quam



continuatæ ſemidiametri EG, EH ſecent in N, O. Tria igitur in conſpicio ſunt triangula plana reſtangu-
la ſimilia, Primum EKM ſeu MLE, Secundum EMN, Tertium OME, latus unum EM, commune habentia, quod quidem primi ſit Hypotenufa, ſecundi Baſis, tertii Perpendicularum, quando videlicet angulus MEK, cujus amplitudinem peripheria GM deſinit, acuti nomine exauditur. Idemque latus commune EM conſtituitur ſemidiameter

circuli. Canon igitur Mathematicus adſumit latus EM particularum 100,000. ſecta-
que GH bifariam in P, promovet P punctum per quæcunque peripheriæ GH ſegmenta, id eſt ex inſtituta partitione, per ſexageſima quæcunque partium quadragenarum quinarum ſcrupula, quæ ſunt loca 2700. Et totidem exhibita terna ſimilia triangula reſtangu-
la.

Punctum M mobile conſiſtit in P, quoniam ab eo ſigno idem eſt progreſſus verſus H, qui reſſus verſus G. Itaque MH convertitur in quandam MG & vice verſa, ut invertenda quoque ſit ſola denominatio laterum vel angulorum.

Porro expoſitis tribus ſimilibus triangulis reſtangu-
lis EKM, EMN, OME, alia quoque in expoſito ſchemate cernuntur triangula tria ſimilia MKN, OLM, OEN. Vt evidens ſit ex ipſa conſtructione.

II.

Linearum reſtarum ad circumferentias relatarum notatio. Et de Canonibus Sinuum, Facundo, & Facundiſſimo ſeu Hypotenularum.

Linearum reſtarum ad circumferentias relatarum, duæ apud Geometras reperiuntur ſpecies; inſcriptæ & circumſcriptæ. Inſcriptæ pertinent ad circumferentias ab iis ſub-
tenſas,

tenſas, Circumſcriptas ad peripherias ab eductis è centro ad earum extrema interceptas. Sive autem inſcriptas ſive circumſcriptas, cadens ad angulos reſtos ſemidiameter biſariam ſecat, cum videlicet circumſcriptio fit ordinati polygони.

Itaque in adcommodatione trianguli plani ad circulum ſerie primâ, Perpendicularum fit ſemiſſis inſcripta duplo peripheriæ, ejus videlicet quæ anguli acuti vel ſui exterioris amplitudinem definit. Baſis ſemiſſis inſcriptæ duplo reliqui è reſto, ſeu complementi. Hypotenufa ſemidiameter.

In ſerie ſecunda, Perpendicularum fit ſemiſſis circumſcripta duplo peripheriæ. Baſis ſemidiameter. Hypotenufa educta è centro ad metas ſemiſſis circumſcriptæ duplo peripheriæ.

In ſerie tertia, Perpendicularum fit ſemidiameter. Baſis ſemiſſis circumſcriptæ duplo complementi. Hypotenufa educta è centro ad metas ſemiſſis circumſcriptæ duplo complementi.

Quoniam vero triangulum ipſum non omne deſcribitur intra vel circa circulum, ideo ne vocum catachreſis quempiam deludat, dicitur rudiuscule triangulum circulo adcommodari.

Cæterum latera unius ſerici à lateribus alterius, ſive proprie ſive per ſynecdochen diſtinguuntur, ex ipſa adcommodationis per inſcriptionem aut circumſcriptionem, varietate.

Arabes autem ſemiſſes inſcriptas duplo, numeris præſertim æſtimatas, vocaverunt allegorice *SINVS*, atque ideo ipſam ſemidiameterum, quæ maxima eſt ſemiſſium inſcriptarum, *SINVM TOTVM*. Et de iis ſua methodo Canones exaraverunt qui circumſeruntur, ſupputante præſertim Regiomontano bene juſte & accurate, in iis etiam particulis qualiſiam ſemidiameter adſumitur 10,000,000.

Ex Canonibus deinde Sinuum derivaverunt recentiores Canonem ſemiſſium circumſcriptarum, quem dixerunt *Fæcundum*; & Canonem eductarum è centro, quem dixerunt *Fæcundiſſimum* & *Beneficum*, Hypotenufis addictum. Atque adeo ſemiſſes circumſcriptas, numeris præſertim æſtimatas, vocaverunt *Fæcundos Sinus* numeroſve videlicet; quanquam nihil vetat *Fæcundi* nomen ſubſtantivè accipi. Hypotenufas autem *Beneficas*, vel etiam ſimpliciter *Hypotenufas*: quoniam Hypotenufa in prima ſerie *Sinus TOTIVS* nomen retinet. Itaque ne novitate verborum res adumbretur, & alloqui ſua artificibus eo nomine debita præripiatur gloria, præpoſita in Canone Mathematico *Canonicis numeris inſcriptio*, candide admonet primam ſeriem eſſe Canonem Sinum. In *Secunda* vero, partem Canonis *fæcundi*, partem Canonis *fæcundiſſimi*, contineri. In *tertia*, reliquam.

Sane præter inſcriptas & circumſcriptas, circulum etiam adſciunt aliæ lineæ rectæ, velut *Incidentes*, *Tangentes*, & *Secantes*. Verum illæ voces ſubſtantivæ ſunt, non peripheriarum relativæ. Ac ſecare quidem circulum linea recta tunc intelligitur, cum in duobus punctis ſecat. Itaque non loquuntur bene Geometricæ, qui eductas è centro ad metas circumſcriptarum vocant *ſecantes* improprie, cum *ſecantes*, & *tangentes* ad certos angulos vel peripherias referunt. Immo vero artem confundunt, cum his vocibus necesse habeat uſi Geometra abs relatione.

Quare ſi quibus arrideat Arabum metaphora, quæ quidem aut omnino retinenda videtur, aut omnino explodenda; ut ſemiſſes inſcriptas, Arabes vocant *Sinus*; ſic ſemiſſes circumſcriptas, vocentur *Proſinus Amſinuf-ve*; & eductæ è centro, *Tranſſinuoſæ*. Sin allegoria diſpliceat, Geometricæ ſane inſcriptarum & circumſcriptarum nomina retineantur. Et cum eductæ è centro ad metas circumſcriptarum, non habeant hætenus nomen *eorum*; neque elegans, vocentur ſane *Proſemidiameteri*, quaſi protenſæ ſemidiameteri, ſe habentes ad ſuas circumſcriptas, ſicut ſemidiameteri ad inſcriptas.

III.

Ad triangulorum planorum περὶ γωνίας.

Canonis uſum in triangulis planis reſtangularis, docet ipſa conſtructio. Quæ autem triangula plana proponuntur obliquangula, aut demum indeterminatæ ſpeciei, reſolvuntur in certa reſtangulara, educta ab anguloſum aliquo ad latus quod ei ſubtenditur perpendi-

pendicolarum; ea cautione, ut ex datis terminis salvi supersint ac illibati, qui sufficiant ad adsequendum rectangula.

IV.

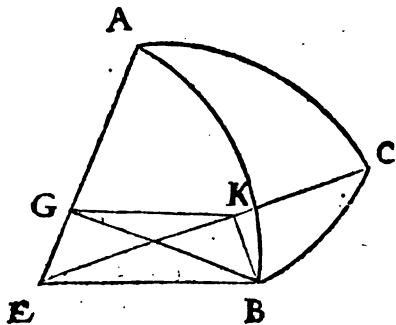
Ad τριπλοῦν σφαιρικῶν πραγμάτων.

- 1 **T**ripleurum sphaericum constituntur, tres maximi circuli in sphaera descripti.
- 2 Circuli appellatione jam non exauditur plana figura. Semicirculus, Quadrans circuli, Segmenta circulorum, sunt peripheriz *σπλαγχατόμυλαι*.
- 3 Anguli, quem bini quique maximi circuli, in mutua eorum sectione efficiunt, æstimantur in circumferentia maximi circuli, sub puncto sectionis tanquam polo descripti, quanta ab illis duobus maximis circulis intercipitur.
- 4 Sectores circulorum, quorum sunt segmenta latera tripleuri sphaerici, angulum solidum constituunt in centro sphaerae.
- 5 Itaque duo latera quomodo-cunque sumpta, sunt majora reliquo.
- 6 Tria autem latera simul juncta, sunt minora circulo.
- 7 Et majus latus majori angulo opponitur.
- 8 Si peripheria est semicirculus, sectores angulum non constituunt in centro sphaerae, verum coincidunt in eandem lineam rectam. Itaque quodlibet latus sphaerici trianguli, minus est semicirculo.
- 9 Productio autem uno latere, angulus exterior minor est duobus angulis reliquis, simul sumptis.
- 10 Si sub apicibus singulis propositi tripleuri sphaerici, describantur maximi circuli tripleurum ita descriptum, tripleuri primam propositi, lateribus & angulis est reciprocum.
- 11 In triangulis sphaericis quorum tres anguli, aut etiam anguli duo proponuntur recti, factioe res non indiget. Enimvero latera tripleuri sphaerici, amplitudinibus eorum quibus opponuntur angulorum, eo casu sunt æqualia. Et contra, angulorum amplitudines sunt lateribus, quæ ipsis opponuntur, æquales. Et si dati duo anguli fuerint recti, & data quæ ipsis opponuntur latera, non licebit tertium latus angulum-ve definire, per ea, quæ proponuntur.
- 12 Itaque circa ea triangula, quorum angulus unus est rectus, diriguntur artis præcepta. Et si quidem in iis rectangulis proponatur angulus aliquis obtusus, aliquod-ve latus majus quadrante, invertitur triangulum *κατ' ἀναπήρωσιν*. Et cum idem triangulum quatuor modis variari possit, ad quod cujuscunque sit modi pertineant eadem sinuosa lineæ rectæ, eligitur adsequenda ea species, quæ angulos, qui acuti sunt, exhibet, & latera quadrante minora. Ea enim adsequuta, de specie proposita licet iudicium facere & ratiocinari.

13 Sphaerica tripleura rectangula *πυκνῶς* ita reducuntur ad plana.

Sit triangulum sphaericum ABC , cujus angulus ad C rectus existat, qui vero ad A acutus. Et ex E centro sphaerae agantur semidiametri EA , EB , EC , & ad AE in plano AEB perpendicularis demittatur BG ; excitetur vero in plano AEC ipsa GK perpendicularis ad AE . Dico in primis angulum KGB , esse angulo sphaerico BAC æqualem.

Quoniam enim planorum AEC , AEB , sectio communis est EA , cui ducuntur *πρὸς*

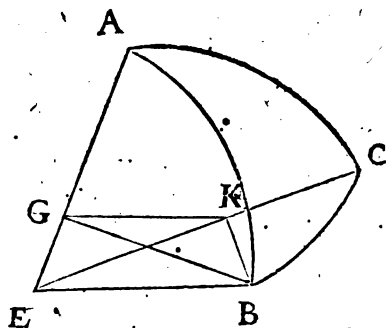


ὄρθως in plano quidem AEB recta BG ; & in plano AEC recta KG : ideo angulus acutus BGK est inclinatio planorum AEC , AEB . At inclinantur eadem plana AEC , AEB , circuli-ve, per angulum sphaericum BAC . Est igitur angulus KGB angulo sphaerico BAC æqualis. Quod primo loco fuit ostendendum.

Secundo dico angulos GKB , EKB esse rectos.

Quoniam enim recta linea AG , duabus rectis GK , GB sese mutuo secantibus in G signo, ad rectos

Etos angulos insistit: ideo plano GKB per ipsas ducto, ad angulos rectos erit. Per ipsam autem lineam AG transit planum AEC. Quare planum GKB, erit ad planum AEC rectum. Ad planum autem AEC, rectum est quoque planum BEC: circuli enim AC, CB sese mutuo normaliter secant ex hypothesi, quia angulus ACB proponitur rectus. Et horum planorum GKB, BEC, eidem plano AEC rectorum, communis sectio est recta KB. Itaque eidem plano AEC ad rectos angulos ipsa BK insistit, & ideo ad omnes rectas lineas quae ipsam contingunt & in subiecto sunt plano AEC quales GK, EB, rectos angulos efficit. Sunt igitur anguli GKB, EKB recti. Quod secundo loco fuit ostendendum.



14 Cum triangulum sphaericum proponitur obliquangulum aut incertae adhuc speciei sed ex datis adsequenda, in duo rectangula quemadmodum & planum resolvitur. Aut etiam ipsum obliquangulum sphaericum ad planum reducitur. Verum methodus illa videtur hac expeditior.

Resolvitur triangulum obliquangulum in duo rectangula, demissa ab aliquo angulorum ad latus quod ei opponitur peripheria orthogonia. Itaque circulus maximus, cujus peripheria illa est segmentum, educendus est per polos circuli, a quo absumitur latus angulo parodico oppositum.

Curandum autem est ea eductione, ut ex datis terminis salvi supersint ac illibati, qui sufficiant ad adsequendum rectangula.

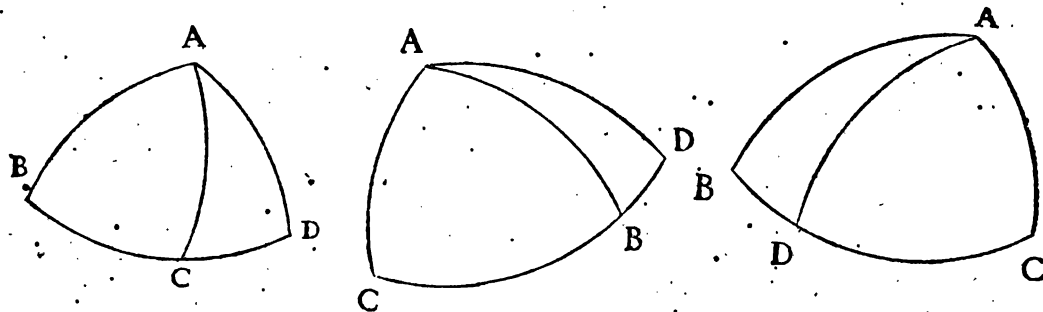
15 Si uterque angulorum ad basin trianguli sphaerici fuerint ejusdem affectionis, peripheria ab angulo verticis ad basin demissa, cadit intra triangulum; sed si diversae, extra.

16 Si crura trianguli sphaerici fuerint majora quadrante circuli; basis vero quadrans aut quadrante major: anguli omnes erunt obtusi.

17 Si trianguli sphaerici tres anguli fuerint acuti, latera quoque minora erunt quadrante circuli.

18 Sit triangulum sphaericum ABD, & in peripheriam BD cadat segmentum orthogonii AC.

Primum dico esse transsinuosam anguli BAC ad transsinuosam anguli DAC, sicut profinum peripheriae AB ad profinum peripheriae AD.



Secundo dico esse transsinuosam peripheriae CB ad transsinuosam peripheriae CD, sicut transsinuosam peripheriae AB ad transsinuosam peripheriae AD.

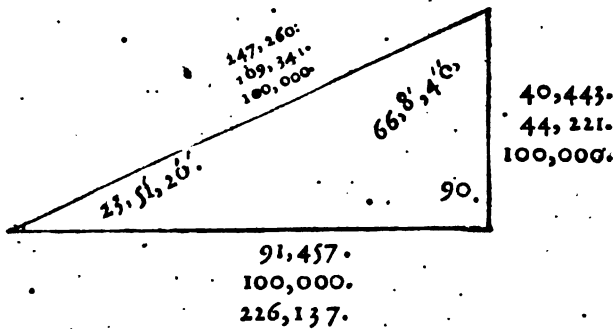
Tertio dico esse sinum CD ad sinum CB, sicut profinum anguli B ad profinum anguli D.

Denique & quarto dico esse sinum anguli BAC ad sinum anguli DAC, sicut transsinuosam anguli D ad transsinuosam anguli B.

V.

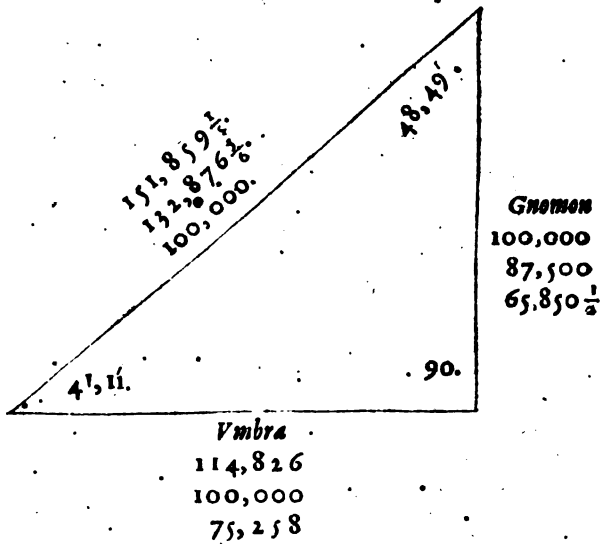
Triangulorum aliqua constitutiones, ad comprobandum exemplis. praecepta.

- 1 CANONICVM TRIANGVLVM PLANVM RECTANGVLVM, obliquitatis sphaera, quanta deprehensa est ab Hipparcho, Eratosthene, & Ptolemaeo.

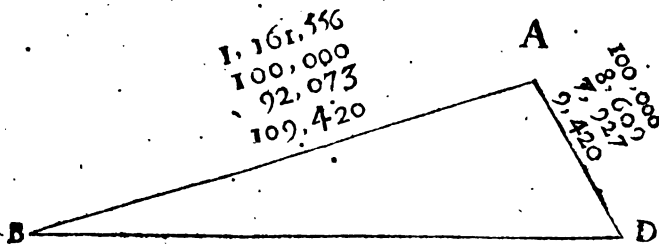


- 2 CANONICVM TRIANGVLVM PLANVM RECTANGVLVM, elevationis poli supra horizontem Parisiensem.

Parisiis, observante me die æquinoctii umbra meridiana, deprehensa est gnomonis sesquiseptima.



- 3 TRIANGVLI PLANI CATASCEVE, AD PROSTAPHÆRESES Luna plena vel nova.



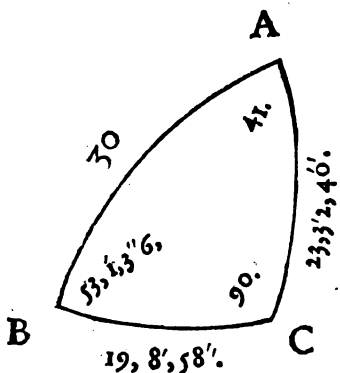
Anguli

Anguli.

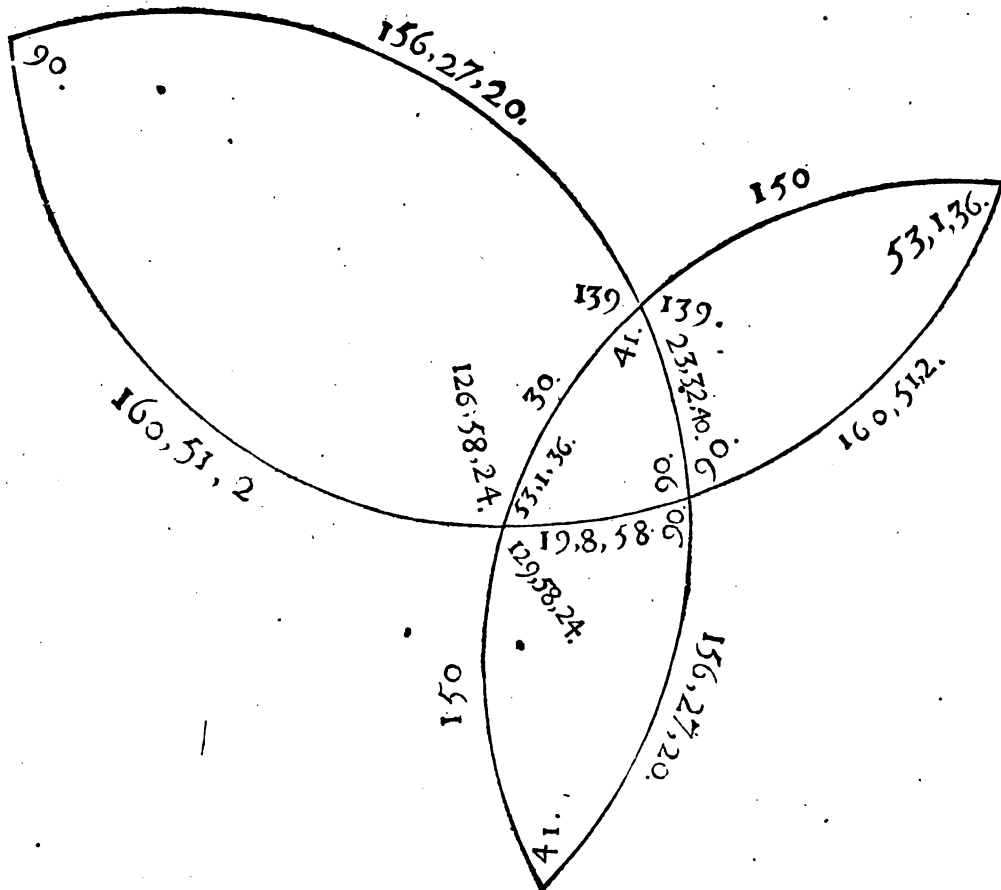
A Anomalia μίση à limite velocitatis.	B Prosthaphæresis.	D Anomalia φαινομένη à limite tarditatis.
---	-----------------------	---

Ratio AB ad AD constituitur, ut sinus totus ad sinum partium IV, LVÍ cum triente, quanta deprehenditur maxima prosthaphæresis ἐν συνοχαῖς καὶ πανσεληνοῖς ex observatis.

I. TRIPLEVRVM SPHERICVM RECTANGVLVM



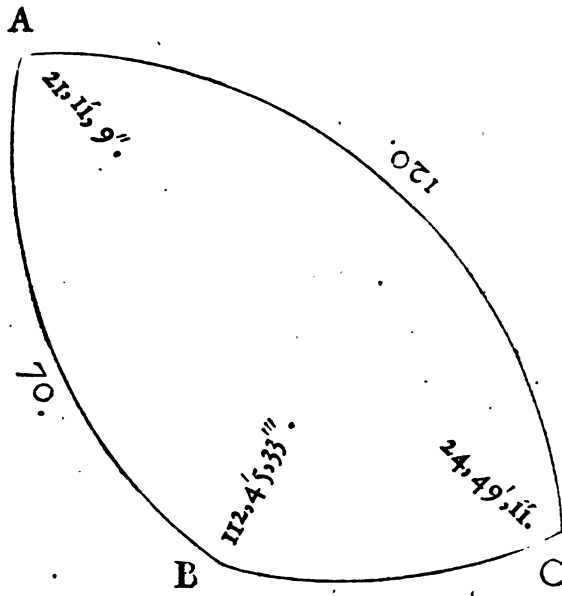
II. IDEM INVERSVM κατ' ἀναπαλήρωσιν.



Fff 2

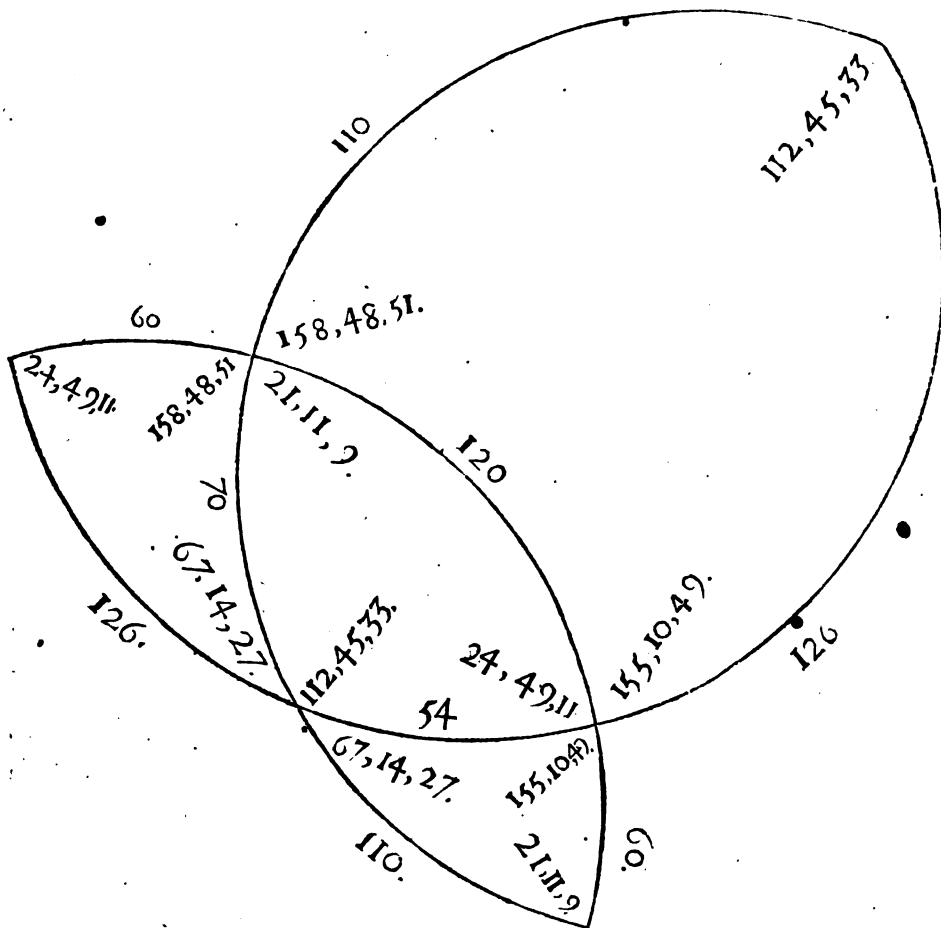
III. IDEM

I. TRIPLEVRVM SPHERICVM OBLIQVANGVLVM.



54.

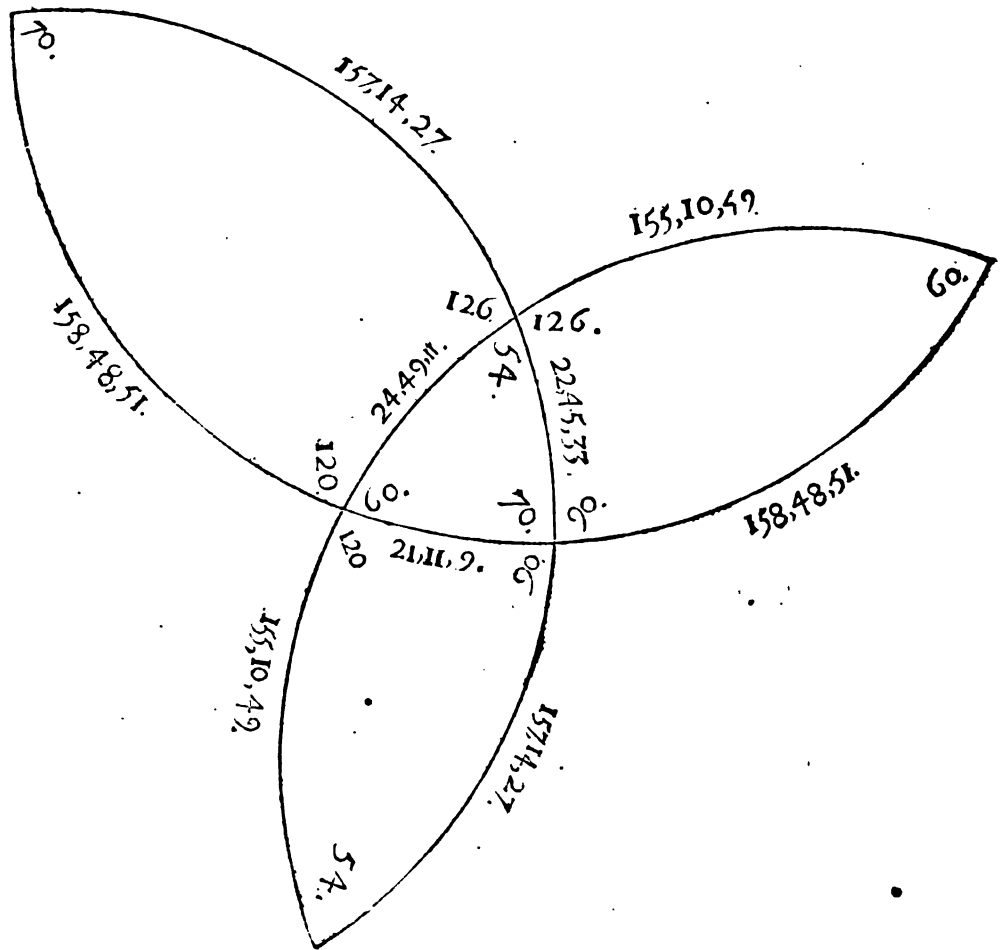
II. IDEM INVERSVM κατ' αίσθησιν.



fff 3

IV IDEM

III. IDEM INVERSYM PER ENALLAGEN *παραγωγικῆν.*

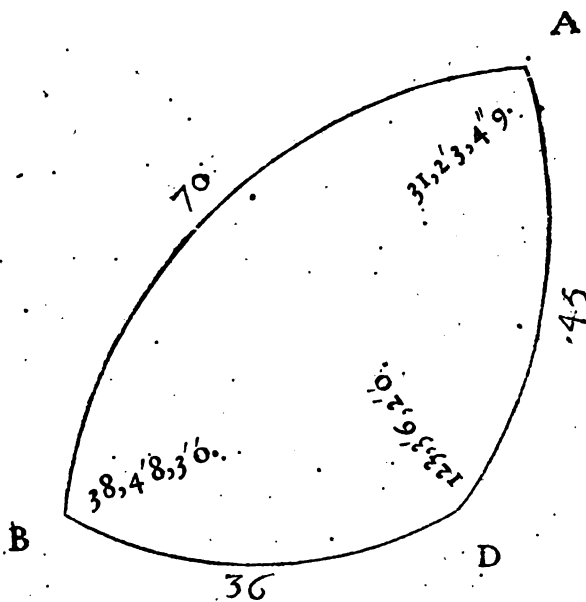


IV. NVMERI CANONICI.

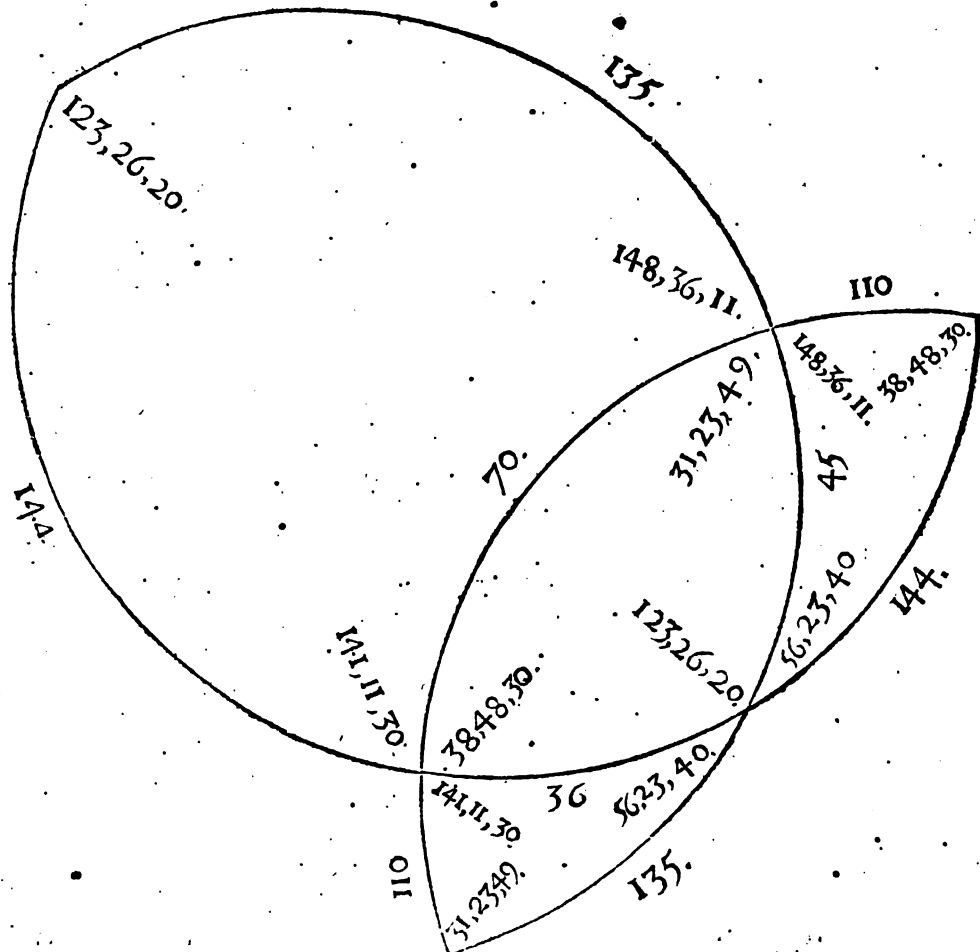
	P.	Sinus	Sinus comple- menti.	Profinus.	Tranffi- nuosa.	Profinus comple- menti.	Tranffi- nuosa comple- menti.	P.	
	XX.	34,202	93,969	36,397	106,418	274,748	292,379	LXX.	AB
A	XXI. XI. IX.	36,139	93,241	38,758	107,247	258,006	276,707	LXVIII. XLVIII. LI.	
B	XXII. XLV. XXXIII.	38,686	92,214	41,952	108,443	238,337	258,493	LXVII. XIV. XXVII.	
D	XXIV. XLIX. XI.	41,977	90,763	46,248	110,177	216,223	238,229	LIV. X. XLIX.	
	XXX.	50,000	86,602	57,735	115,470	173,205	200,000	LX.	AD
	XXXVI.	58,779	80,902	72,654	125,607	137,638	170,130	LIV.	BD
		Sinus cō- plementi.	Sinus	Profinus comple- menti.	Tranffi- nuosa comple- menti.	Profinus.	Tranffi- nuosa.		

VI. Ca-

I. ALIVD.

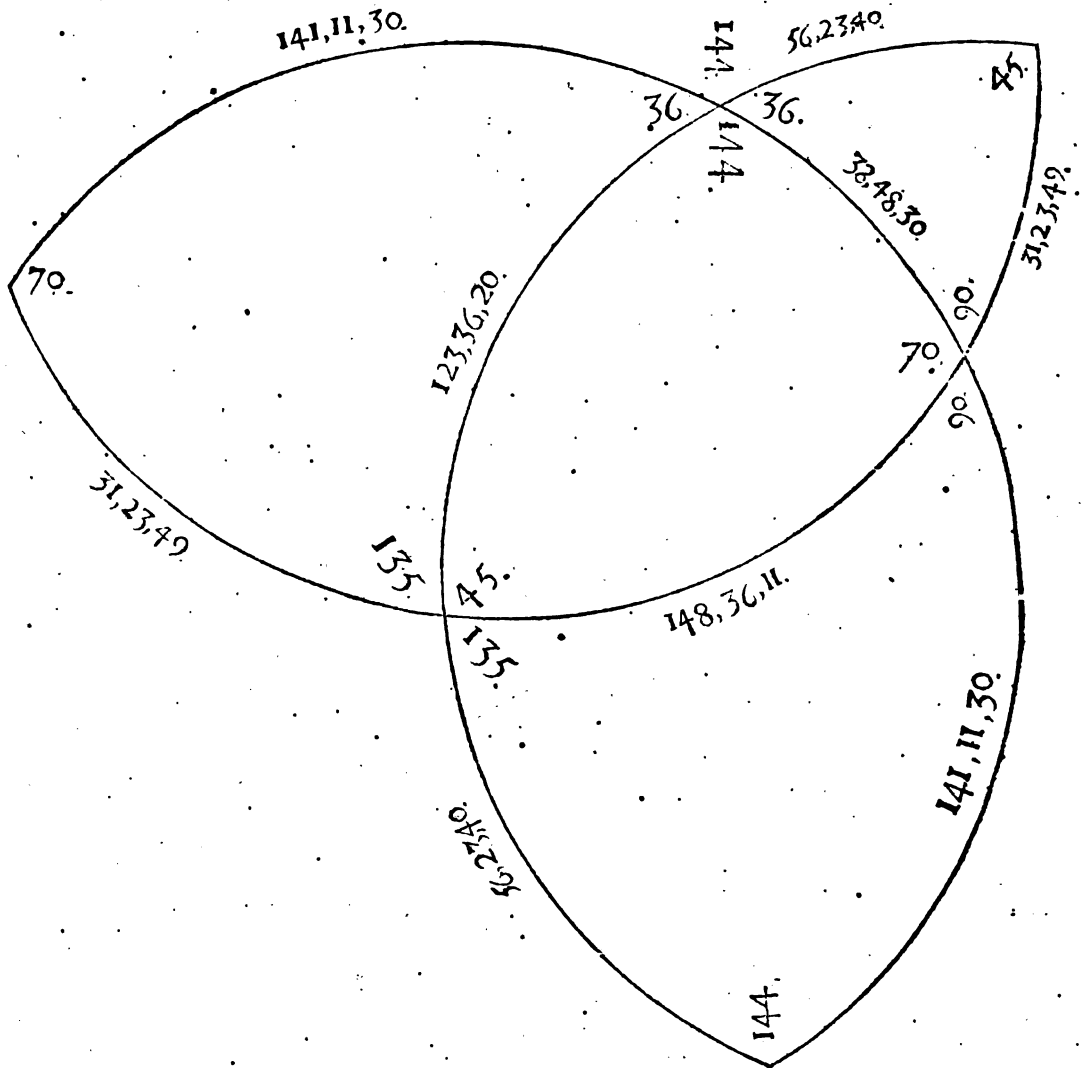


II. IDEM INVERSVM καὶ ἀναστροφήσιν.



III. IDEM.

III. IDEM INVERSVM PER ENALLAGEN *καταποσυστασις*.



IV. NVMERI CANONICI.

P.	"	Sinus	Sinus comple- menti.	Profinus.	Transfi- nuosa.	Profinus comple- menti.	Transfi- nuosa comple- menti.	P.	"
	XX.	34,202	93,969	36,397	106,418	274,748	292,379	LXX.	AB
A	XXXI. XXIII. XLIX.	52,097	85,358	61,032	117,153	163,848	191,953	LVIII. XXXV. XI.	
	XXXIII. XXXVI. XX.	55,347	83,287	66,454	120,067	150,480	180,678	LVI. XXIII. XL.	D
BD	XXXVI.	58,779	80,902	72,654	123,607	137,638	170,130	LIII.	
B	XXXVIII. XLVIII. XXX	62,672	77,923	80,400	128,333	124,330	159,554	LI. XI. XXX.	
AD	XLV.	70,711	70,710	100,000	141,421	100,000	141,421	XLV.	
		Sinus cõ- plementi.	Sinus	Profinus comple- menti.	Transfi- nuosa com- plementi.	Profinus.	Transfi- nuosa.		

VI.

Canonice analogie triangulorum sphericorum in notis.

Canonicas sphericorum triangulorum analogias recensco, ac ne earum mole obruantur studiosi potius quam iuventur, eas in notis ad paratiorem usum exhibeo. Notarum autem radiatione designantur laterum vel angulorum complementa.

I.

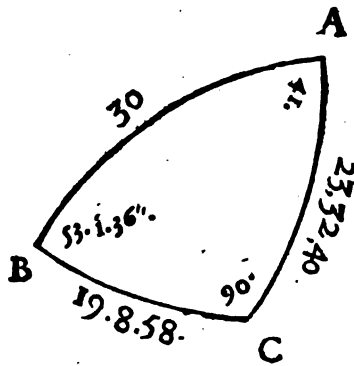
Canonice analogie trianguli rectanguli.

AD OPUS PER MULTIPLICATIONEM.

DECADIS PRIMÆ.										DECADIS II.				
PENTAS PRIMA.					PENTAS SECUNDA.					PENTAS PRIMA.				
Totus.	Sinus.	Sinus.	Sinus.		Totus.	Profin ^o .	Profin ^o .	Sinus.		Totus.	Sinus.	Trâfs ^a .	Trâfs ^a .	
I	C	AB	A	CB	VI	C	AC	B	CB	III	C	ÆE	AB	CB
II	C	AB	B	AC	VII	C	CB	Æ	AC	IV	C	A	B	AC
III	C	EB	ÆE	ÆB	VIII	C	B	Æ	ÆB	II	C	B	ÆE	ÆB
IV	C	ÆE	A	B	IX	C	ÆB	CB	B	V	C	EB	A	B
V	C	EB	B	Æ	X	C	ÆB	AC	Æ	I	C	AB	EB	Æ
HYPODECADIS PRIMÆ.										HYPODECADIS II.				
PENTAS PRIMA.					PENTAS SECUNDA.					PENTAS PRIMA.				
Totus.	Trâfs ^a .	Trâfs ^a .	Trâfs ^a .		Totus.	Profin ^o .	Profin ^o .	Trâfs ^a .		Totus.	Trâfs ^a .	Sinus.	Sinus.	
I	C	ÆB	Æ	EB	VI	C	ÆE	B	EB	III	C	AC	ÆB	EB
II	C	ÆB	B	ÆE	VII	C	EB	A	ÆE	IV	C	Æ	B	ÆE
III	C	CB	AC	AB	VIII	C	B	A	AB	II	C	B	AC	AB
IV	C	AC	Æ	B	IX	C	AB	EB	B	V	C	CB	Æ	B
V	C	CB	B	Æ	X	C	AB	ÆE	A	I	C	ÆB	CB	Æ

Ggg

DE



DECADIS II.				DECADIS TERTIA.										
PENTAS SECVNDA.				PENTAS PRIMA.				PENTAS SECVNDA.						
	Totus.	Sinus.	Profin ^o .	Profin ^o .		Totus.	Sinus.	Tráfs ^o .	Tráfs ^o .		Totus.	Sinus.	Profin ^o .	Profin ^o .
VII	C	AC	A	CB	v	C	B	A	CB	ix	C	B'	AB	CB
x	C	A	AB	AC	iii	C	E B'	AB	AC	vi	C	CB	B	AC
ix	C	B'	E B'	A B'	i	C	A	E B'	A B'	x	C	A	A E	A B'
vi	C	CB	A E	B'	ii	C	AB	A E	B	viii	C	A B'	A	B'
viii	C	A B'	B	A	iv	C	A E	B	A	vii	C	AC	E B'	A
HYPODECADIS II.				HYPODECADIS TERTIA.										
PENTAS SECVNDA.				PENTAS PRIMA.				PENTAS SECVNDA.						
	Totus.	Tráfs ^o .	Profin ^o .	Profin ^o .		Totus.	Tráfs ^o .	Sinus.	Sinus.		Totus.	Tráfs ^o .	Profin ^o .	Profin ^o .
VII	C	A E	A	E B'	v	C	B'	A	E B'	x	C	B	A B'	E B'
x	C	A	A B'	A E	iii	C	CB	A B'	A E	vi	C	E B'	B'	A E
ix	C	B	CB	AB	i	C	A	CB	AB	x	C	A	AC	AB
vi	C	E B'	AC	B	ii	C	A B'	AC	B'	viii	C	AB	A	B
viii	C	AB	B'	A	iv	C	AC	B'	A	vii	C	A E	CB	A

AD

AD OPUS PER DIVISIONEM.

	Trans. ^o .	Sinus.	Totus.	Sinus.		Profin. ^o .	Profin. ^o .	Totus.	Sinus.		Trans. ^o .	Trás. ^o .	Totus.	Trás. ^o .
I	AB	A	C	CB	VI	AE	B'	C	CB'	III	AE	AB'	C	EB'
II	AB	B	C	AC	VII	EB	A	C	AC	IV	A	B'	C	AE
III	AC	EB'	C	AB'	VIII	B	A	C	AB'	II	B	AC	C	AB
IV	AC	A	C	B'	IX	AB	CB	C	B'	V	EB'	A	C	B
V	CB	B	C	A	X	AB	AC	C	A	I	AB'	EB'	C	A

	Sinus.	Trás. ^o .	Totus.	Trás. ^o .		Profin. ^o .	Profin. ^o .	Totus.	Trás. ^o .		Sinus.	Sinus.	Totus.	Sinus.
I	AB	A	C	EB'	VI	AC	B	C	EB'	III	AE	AB'	C	EB'
II	AB	B'	C	AE	VII	CB	A	C	AE	IV	A	B'	C	AE
III	AE	CB	C	AB'	VIII	B'	A	C	AB	II	B	AC	C	AB
IV	AE	A	C	B	IX	AB'	EB'	C	B	V	EB'	A	C	B'
V	EB'	B'	C	A	X	AB'	AE	C	A	I	AB	CB	C	A

Aliter, AD OPUS PER DIVISIONEM.

	Trans. ^o .	Sinus.	Totus.	Sinus.		Profin. ^o .	Profin. ^o .	Totus.	Sinus.		Sinus.	Sinus.	Totus.	Trás. ^o .
I	A	AB	C	CB	VI	B	AC	C	CB	III	AB'	AE	C	CB
II	B'	AB	C	AC	VII	A	CB	C	AC	IV	B'	A	C	AC
III	CB	AE	C	AB'	VIII	A	B'	C	AB'	II	AC	B	C	AB'
IV	A	AE	C	B'	IX	EB'	AB'	C	B'	V	A	EB'	C	B'
V	B'	EB'	C	A	X	AE	AB'	C	A	I	CB	AB	C	A

	Sinus.	Trás. ^o .	Totus.	Trás. ^o .		Profin. ^o .	Profin. ^o .	Totus.	Trás. ^o .		Trans. ^o .	Trás. ^o .	Totus.	Sinus.
I	A	AB'	C	EB'	VI	B'	AE	C	EB'	III	AB	AC	C	EB'
II	B	AB'	C	AE	VII	A	EB'	C	AE	IV	B	A	C	AE
III	EB'	AC	C	AB	VIII	A	B	C	AB	II	AE	B'	C	AB
IV	A	AC	C	B	IX	CB	AB	C	B	V	A	CB	C	B
V	B	CB	C	A	X	AC	AB	C	A	I	EB'	AB'	C	A

AD OPUS PER DIVISIONEM.

	Trans ^o . Profin ^o .	Totus. Profin ^o .		Trans ^o . Trás ^o .	Totus. Trans ^o .		Trans ^o . Profin ^o .	Totus. Profin ^o .
VII	AC A	C eB'	V	B A	C CB	IX	B AB	C CB
X	A AB	C Ae	III	CB AB	C AC	VI	eB' B	C AC
IX	B CB	C AB	I	A eB'	C AB	X	A Ae	C AB
VI	CB AC	C B	II	AB Ae	C B	VIII	AB A	C B
VIII	AB B	C A	IV	AC B	C A	VII	Ae eB'	C A

	Sinus. Profinus.	Totus. Profin ^o .		Sinus. Sinus.	Totus. Sinus.		Sinus. Profin ^o .	Totus. Profin ^o .
VII	AC A	C eB'	V	B A	C eB'	IX	B AB	C eB'
X	A AB	C Ae	III	eB' AB	C Ae	VI	CB B	C Ae
IX	B CB	C AB	I	A CB	C AB	X	A AC	C AB
VI	CB AC	C B	II	AB Ae	C B	VIII	AB A	C B
VIII	AB B	C A	IV	Ae B	C A	VII	AC CB	C A

Aliter, AD OPUS PER DIVISIONEM.

	Profinus. Sinus.	Totus. Profin ^o .		Sinus. Sinus.	Totus. Trans ^o .		Profinus. Sinus.	Totus. Profin ^o .
VII	A AC	C CB	V	A B	C CB	IX	AB B	C CB
X	AB A	C AC	III	AB CB	C AC	VI	B eB'	C AC
IX	CB B	C AB	I	eB' A	C AB	X	Ae A	C AB
VI	AC CB	C B	II	Ae AB	C B	VIII	A AB	C B
VIII	B AB	C A	IV	B AC	C A	VII	eB' Ae	C A

	Profin ^o . Trás ^o .	Totus. Profin ^o .		Trás ^o . Trans ^o .	Totus. Sinus.		Profin ^o . Trás ^o .	Totus. Profin ^o .
VII	A Ae	C eB'	V	A B	C eB'	IX	AB B	C eB'
X	AB A	C Ae	III	AB CB	C Ae	VI	B eB'	C Ae
IX	eB' B	C AB	I	eB' A	C AB	X	Ae A	C AB
VI	Ae eB'	C B	II	Ae AB	C B	VIII	A AB	C B
VIII	B AB	C A	IV	B AC	C A	VII	eB' Ae	C A

II.

Canonica analogia sphaerici trianguli obliquanguli.

Vt ex lateribus, anguli.

	Sinus.	Sinum.	TOTVS. Sinus.	Sinum. Sinum.		TOTVS.	Sinus.
I	AD in AB		$\frac{C}{\sin C}$	C in BD AD in AB		C	A
II	AB in BD		$\frac{C}{\sin C}$	C in AB AB in BD		C	B
III	BD in AD		$\frac{C}{\sin C}$	C in AB BD in AD		C	D

Vt ex angulis latera.

IV	B in D	$\frac{C}{\sin C}$	C in A B in D	C	BD
V	D in A	$\frac{C}{\sin C}$	C in B D in A	C	AD
VI	A in B	$\frac{C}{\sin C}$	C in D A in B	C	AB

Vt ex cruribus & angulo verticis, anguli ad basin.

	Sinus. Transfinuosá.	TOTVS. Sinus.	Profinum. Profinum.		TOTVS.	Profinum.
I	A in AD	$\frac{C}{\sin C}$	C in AB A in AD	C	D	
II	A in AB	$\frac{C}{\sin C}$	C in AB A in AB	C	B	
III	B in AB	$\frac{C}{\sin C}$	C in BD B in AB	C	A	
IV	B in BD	$\frac{C}{\sin C}$	C in AB B in BD	C	D	
V	D in BD	$\frac{C}{\sin C}$	C in AD D in BD	C	B	
VI	D in AD	$\frac{C}{\sin C}$	C in BD D in AD	C	A	

Ggg 3

Vt

Vt ex angulis ad basin & base, crura.

	Sinus. Transfinuosá.	TOTVS. Sinus. Profinum. Profinaum.		TOTVS.	Profinus.
VII	B D in B	C in D +uc B D in B		C	AB
VIII	B D in D	C in B +uc B D in D		C	AD
IX	AD in D	C in A +uc AD in D		C	BD
X	AD in A	C in D +uc AD in A		C	AB
XI	AB in A	C in B +uc AB in A		C	AD
XII	AB in B	C in A +uc AB in B		C	BD

Vt ex cruribus & angulo verticis, basis.

	Transfin. Transfin.	TOTVS. Profinum. Sinum. Profinum.		TOTVS.	Sinus.
I	AB in AD	C in A +uc AB in AD		C	BD
II	BD in AB	C in B +uc BD in AB		C	AD
III	AD in BD	C in D +uc AD in BD		C	AB

Vt ex angulis ad basin & base, angulus verticis.

IV	D in B	C in BD +uc D in B		C	A
V	A in D	C in AD +uc A in D		C	B
VI	B in A	C in AB +uc B in A		C	D

Vt ex angulis ad basin & crure, crus alterum.

Vt ex cruribus & vno angulorum ad basin, angulus alter ad basin.

Sinus.	Sinus.	Sinus.	Sinus.	Sinus.	Sinus.
A	BD	B	AD	D	AB

CA-

CAPVT XX.

*Annus Gregorianus. Decem dies exemptiles. Sedes Æquinoctij
verni. Ἐπιπέσαι ἡμέραι.*

ANnum quo utimur, ad cursum Solis felicissimè direxisse mihi videtur Gregorius decimus tertius. Annum definiverat Julius Cæsar dierum 365 $\frac{1}{4}$; itaque edixerat, ut peracto quadriennii Ægyptiaci circuitu, qui dierum est quater 365, dies unus intercalaretur. quod quidem Bissextum vocarunt. Fastos correxit Gregorius, & constituit annum dierum 365 $\frac{97}{400}$. Itaque quoniam quadringenti anni Gregoriani à totidem Iulianis deficiunt triduo, vetuit Gregorius ne in quadringentorum annorum circuitu, alioqui juxta Cæsar's edictum peragendo, centesimus annus, ducentesimus, ac trecentesimus diem adscisceret intercalarem. Sanè Tropicus annus, quem ex anno Thebitij vel Copernici sidereo & Æquinoctiorum præcessione componit Reinholdus, dierum est 365 $\frac{242,144}{1000,000}$, aliter dierum 365, horarum 5, scrupulorum primorum 49, secundorum 16. At $\frac{97}{400}$ diei, sunt $\frac{2,425}{10,000}$ seu horæ 5, scrupula prima 49, secunda 12. Peritiorum igitur in arte calculo consentit adprimè calculus Gregorianus. Turbanda verò nimium non fuit solita Bissextorum œconomia, utpote si perimendum fuisset primo Tetracosimeteridis triente Bissextum primum, secundo secundum, ac tertio denique tertium. Itaque scrupulosæ magis quam utili psephophoriæ elegans ac expedita, & ad vulgi sensum per annorum centurias accommodata, insensibili errore anteposita est.

Die dominico post decimam quartam Lunam primi mensis, celebrandum esse Pascha, sanxerunt patres Niceni, circa annum Christi 326. Quo seculo vigesimus primus dies Martij sedes erat Æquinoctij verni. Primam autem Lunam vocabant primum diem ab antecedente synodo, seu Φάσιν, Neomeniamve Politicam. Itaque epochas Neomeniarum primi mensis ita concluderunt; ut limes citimæ, dies esset Martij octavus; remotissimæ, dies Aprilis quintus. Si itaque in octavum diem Martij cadebat Neomenia, primaue Luna seu Φάσις, die Dominico qui 21 diem Martij proximè sequebatur, Pascha celebrabant; & si cadebat in quintum Aprilis, Dominico qui proximè sequebatur decimum octavum Aprilis. Eodem servato in sitibus intermediis, præcepto. At nostro sæculo ante adhibitam correctionem non jam vigesimo primo die Martij, sed undecimo mensis ejusdem adparebat Sol vernus Æquinoctialis. Intervallo enim temporis elapsi à Nicenâ synodo ad initium Tetracosimeteridis Gregorianæ, defecerant anni Iuliani à Tropicis, per dies decem. Ne itaque Decreta de termino Paschali forent immutanda, ac ritus & ordo ordinandi solennia, cui jam adsueverat Romana Ecclesia, jussit Gregorius ab anno Christi 1582 eximi decem dies, ut Æquinoctium vernum in suam pristinam sedem, id est, vigesimum primum diem Martij plâ patrum Nicenorum memoriâ, restitueret. Quidam autem censuerunt id factum male, quoniam non ideo vigesimus primus dies Martij constans erit Æquinoctij Epocha. Itaque magis erat ut Æquinoctij medij sedes præfigeretur, non veri. Ego verò an, & quæ sit differentia medij Æquinoctij & veri, hætenus non didici. Nul-
lam

lam agnovere Aristarchus Samius, Hipparchus, Eratosthenes, ac Ptolemaeus. Probabili sanè conjectura à Phisicis motuum legibus ductâ, incrementum ac decrementum obliquitatis sphaeræ, & secundùm illud anomaliam anni Tropici, arguit Copernicus: At eam conjecturam pro veritate non accepero. Decreuit ajunt obliquitas Sphaeræ ab Hipparcho & Ptolemæo adnotata, decreuit annus Tropicus, quem iidem observarunt. Est. Ecquis donec incrementum perceperit de anomaliz periodo ratiocinabitur securè? Hactenus incrementum percepit nemo. Sed & quod deprehenditur decrementum tam exiguum est, ut *πρήσεως* fallaciae tam æquè causa phaenomeni adsignanda sit, quàm motui alicujus novæ jam inducendæ sphaeræ.

Annus Lunæ ad annum Solis dirigitur per *ἐπεκοπὴς ἡμέρας*. Etenim mensis Lunæ politicus, æstimatur dierum 30 & 29, serie alternâ. Itaque annus Lunaris, qui talium mensium constituitur duodecim, est dierum 354. Ergo *ἡμέραι ἕνδεκα* sunt *ἑπαγόμεναι* anno Lunæ, ut is Solari adæquetur. Quamquam enim ab Astronomis synodicus mensis Lunæ taxetur dierum 29 $\frac{110,193}{1,000,000}$ atque adeo annus Lunaris constet 354 $\frac{367,109}{1,000,000}$, æqualis videlicet seu medius, quandoquidem calculi adparentiarum molestiam non subit vulgaris computator, politicus tamen iste calculus in Astronomicum tandem recidit. Annis enim 19 Julianis debentur dies 6, 939 $\frac{1}{4}$, & annis 19 Tropicis seu Gregorianis dies 6, 939 $\frac{243}{400}$. Menses verò synodici 235 expleantur diebus 6, 939 $\frac{489,197}{1,000,000}$, id est 6, 939 $\frac{1}{4}$ *ἑστῆσε*. At inter $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{4}$ vel $\frac{243}{400}$ paucilla differentia est. Ergo errorem, qui ex Bissextilium annorum cum Ægyptiacis seu communibus commixtione irrepit, emendat tandem Enneadecaeteris, ac suâ quâque periodo eandem fere ætatem Lunæ restituit. *Ποσειδῶνα* igitur sit Luna ad constitutum anni diem an decima quarta, an junior, seniorve; cyclus Epactarum ex data radice arguit *ἐνπληρώσεως*, per totam Enneadecaeteridis sive Julianæ sive Gregorianæ periodum, ut pote

Sit anno Christi 1598. Dies Marti vigesimus primus decima quarta Luna, idem igitur status Æquinoctij dies erit anno 1599 vigesima quinta Luna. Anno 1600 sexta. Anno 1601 decima septima, & eo continuò donec singulares anni Enneadecaeteridis expleantur, per vndenarium numerum progressu, abjecto tricenario, cum ad eum ascenditur, numero, id est, mense politico pleno.

Addit tamen ætati Lunæ Enneadecaeteris Juliána $\frac{401,803}{1,000,000}$ diei unius, id est $\frac{2}{100}$ *ἑστῆσε*. Quo spaciolo suas Epochas Novilunia in antecedentia promovebunt. Contra adimit Enneadecaeteris Gregoriana $\frac{81,697}{1,000,000}$ diei unius, id est $\frac{2}{37}$ *ἑστῆσε*. Quo spaciolo suas Epochas Novilunia in consequentia promovebunt. Quamquam verò illa Lunæ *προέμπλοσις*, vel hæc *μετέμπλοσις*, in una vel altera Enneadecaeteride neglecta, errorem non inducit sensibilem, ejus tamen *ὑπερμάχης* habenda tandem aliqua ratio est. Annis enim 2812 Julianis, quæ sunt Enneadecaeterides 148, *προέμπλοσις* numerabitur dierum novem. Itaque post exactos annos 304 Julianos, erunt syzygiæ die uno citiores. Contra annis totidem 2812 Gregorianis, *μετέμπλοσις* numerabitur dierum duodecim, vel in annis 703, quæ sunt Enneadecaeterides 37, tridui. Itaque post exactos annos 228 Gregorianos, erunt syzygiæ die vno tardiores.

Non igitur abs re sublatus est de Calendario aureus, qui fallax est ad arguen-

arguendum Neomenias, nisi suo situ sæpe moveatur numerus, & accersitus in ejus locum Epactarum cyclus, quarum characteres tam constanter suas sedes retinent, quàm ipsi dierum quibus adscribuntur, numeri.

Omnis in iis ordinandis & adæquandis labor. Neque enim paucæ in Lilianum παραλίαν ψῆφον irreperunt mendæ. Sed de iis tollendis ad Ecclesiasticos referam commodiore loco, ac ipsis detegam periodum, quæ summo ipsorum adplausu mirum Solis & Lunæ consensum prodat *eis ieræ* *ἑπιμήνια*. Sed

*Eheu, quis unctum chrismate mystico
Necare regem, sacrilegâ manu,
Ausus cucullatus sodalis
In numerum colitur Deorum!*

*Pij haud vacillent, ECCE MALVS BONIS.
Tremant procaces, ECCE BONVS MALIS
Non compater nomen sodali
Omen at imposuit nefando.*

F I N I S



Hhh

FRAN-

FRANCISCI VIETÆ
MUNIMEN
ADVERSUS NOVA
CYCLOMETRICA,
Scu,
ΑΝΤΙΠΕΛΕΚΤΣ.



FRANCISCI VIETÆ
M V N I M E N
ADVERSUS NOVA CYCLOMETRICA,

Seu,

ΑΝΤΙΠΕΛΕΚΤΣ.

USERVNT illi operam infeliciter, qui suis, quas Securi-
clas vocant, figuris conati sunt circumulum triginta sex
segmentis hexagoni adæquare. Quid enim certi ex ma-
gnitudinibus plane incertis poterant resolvendo conse-
qui? Æqualia æqualibus addant vel subtrahant, per æqua-
lia dividant aut multiplicent, invertant; permutent, ac
denique per quoscunque proportionum gradus depri-
mant, vel attollant, hilum sua Zereti non proficient. sed in vicium, quod
Logici appellant *αἰτήμα τῶ αἰτήματ*, Diophantæ *αἰσότης*, incident, aut
demum falso seiplos deludent calculo, ut præsensissent, si qua lux eis ad-
fulsisset veræ analyticæ doctrinæ. Sunt autem imbelles, qui *μονοσόμυς* istas
bipennes reformidant, & jam ab iis sauciatum desierit Archimedes. Sed
vivit Archimedes. Neque enim eum offendunt *ψαδογραφήματα πῶτε τῶ
ἀληθῆς, ψαδοψηφοφορίαι*, Anapodixes, verba magnifica. Quo tamen un-
dique sint tutiores,

Nubigeros clypeos, intactaque cadibus arma,

sed *δυσπτελεκητ*, quibus primum sese muniant, profero; subministraturus *π-
λαμικὰ*, si forte hostium ferocior audacia est.

PROPOSITIO I.

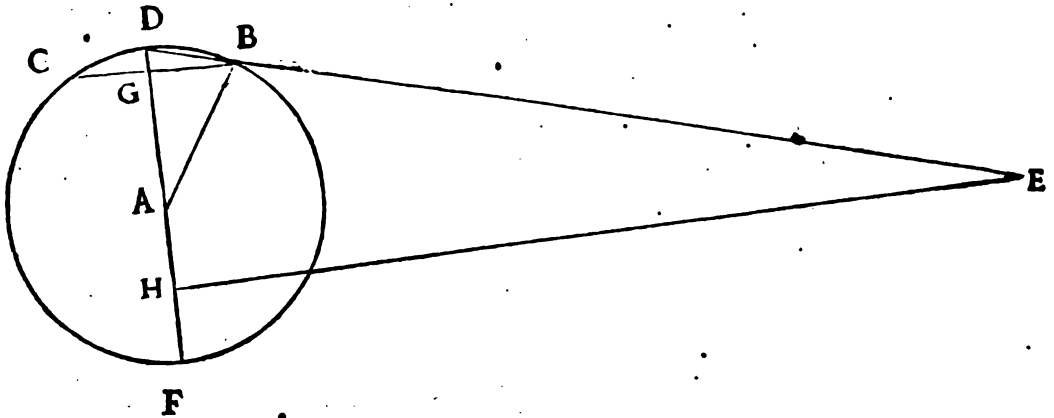
AMBITVS dodecagoni circulo inscripti, minorem habet rationem
ad diametrum, tripla sequioctava.

Centro A intervallo quocunque AB describatur circulus BCD, in quo sumatur BC
circumferentia hexagoni, quæ secetur bifariam in D, & subtendatur DB. Est igitur DB
latus dodecagoni, quo duodecuplato in E, erit DE æqualis ambitui dodecagoni cir-
culo BDC inscripti. Agatur autem diameter DF. Dico DE ad DF, rationem habere mi-
norem tripla sesquioctava.

Jungantur enim BC, BA, ipsamque BC diameter DF secet in G. Ergo bifariam
& ad angulos rectos secabit. Triangulo autem DBG construatur simile triangu-
lum DEH.

Quoniam recta BC subtenditur circumferentiæ hexagoni, ideo BA seu DA ipsi BC
est æqualis. Quare constituta AC seu BC partium octo, sit BG earundem quatuor.
Quadratum vero abs AG est 48, & ideo AG sit major $6\frac{1}{3}$. Ipsa autem DG minor
 $1\frac{2}{3}$. Et cum constituta sit DE duodecupla ipsius DB, erit quoque EH duodecupla
H h h 2 ipsius

ipſius BG, & DH duodecupla ipſius DG. Quare erit EH earundem partium 48. DH vero minor 13. Immo minor 12 $\frac{12}{13}$. Quadratum autem à latere 48, eſt 2304; abſe 13 ve-

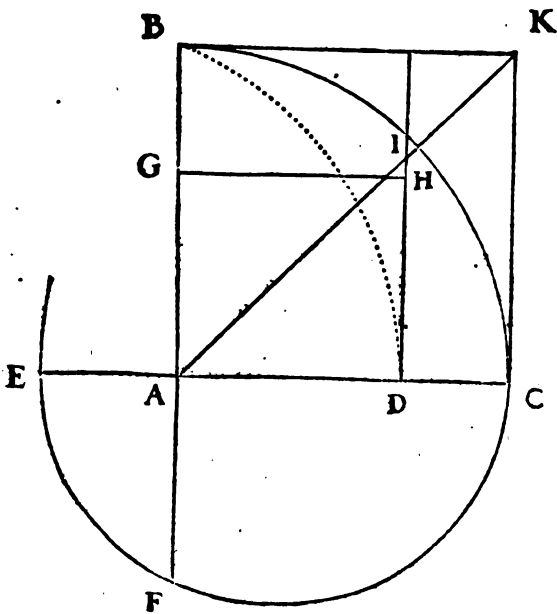


ro, 169. Quæ duo quadrata conficiunt 1473, non etiam 2500, quadratum à latere 50. Quare recta DE, cujus quadratum æquale eſt quadratis EH, DH, minor eſt 50. Ac vero ratio 30 ad 16, eſt tripla ſeſquioctava accurate. Ratio igitur DE ad DF, minor eſt tripla ſeſquioctava. Quod erat oſtendendum.

Omnino Arithmetica tam ſcientia eſt quam Geometria. Magnitudines rationales rationalibus numeris, irrationales irrationalibus commode deſignantur. Qui per numeros magnitudines metitur, ſi ſuo calculo aliam à deprehendis, quam re ipſa ſunt, non arti ſed artiſici culpa eſt.

Immo vero, ut Proclus, eſt ἀριθμητικὴ ἀκριβεστὴς γεωμετρία. Accurate ſuppūtantis conſtituta diametro partis unius, ambitus dodecagoni inſcripti ſit latus binomia $72 - \sqrt{3888}$, Qui contra pronūciaverit, errat vel in menſuris Geometra, vel in numeris Epilogiſta.

Ambitus autem circuli ad diametrum majorem eſſe tripla ſeſquioctava ſicuti minorem tripla ſeſquiſeptima non dubitavit hæcenus Mathematicorum ſchola. Id enim vere demonſtravit Archimedes. Non igitur è falſo Epilogiſmo inducendum fuit ἀνόπμημα ὀφθαλμοφανές. Lineam rectam eſſe circulari iſdem terminis contenta majorem, contrarium ſuſtente Archimede ἐν τῆς κοινῆς ἐνβολῆς, & ipſam etiam demonſtrante Eutocio, ac generaliter deſinente παρὰ τὴν τὰς πλεονεξίας ἐχούων χαμμῶν ἐλαχίστων εἶναι τὴν ἀγρίαν.



PROPOSITIO II.

Semidiametri circuli à quadrataria diviſæ pars à centro ad quadratariam, major eſt media proportionali inter ſemidiametrum & duas quintas ſemidiametri.

Sit quadrans circuli ABC, quadrataria BD, ſumatur AE æqualis duabus quintis ſemidiametri AB vel AC; media vero proportionalis inter AE, AC, ſit AF. Dico AD majorem eſſe quam AF.

Ex iis enim, quæ de quadrataria à Pappo demonſtrata ſunt, ſemidiameter AB ſeu AC, me-

A C, media est ptopportionalis inter circumferentiam BC & A D. Sit A B partium 7. Circumferentia BC, quæ quadrans est perimetri, erit minor 11. Nam diametro existente 14, perimeter minor est 44. Sit autem A B 35. Circumferentia BC minor erit 55. Quod vero fit sub A D, B C, æquale est quadrato ex A B. Quare erit A D major $22\frac{3}{7}$. Qualium autem A B, id est A C, valet 35, talium est A E 14; A F vero minor $22\frac{3}{7}$. Erit igitur A D major quam A F. Quod erat ostendendum.

Itaque si ex diametro A B abscindatur recta A G ipsi A F aequalis, & compleatur parallelogrammum G H D A, ipsum erit ἐπιπέπλευς, non quadratum. Et cum complebitur quadratum B C, ad hanc diagonia B K non transibit per H, sed per aliquod I punctum remotius à D puncto. Quod ad vitandum Pseudographema præstabat adnotasse.

PROPOSITIO III.

Quadratum ab ambitu circuli, minus est decuplo quadrati à diametro.

Sit enim diameter 7. Diametri quadratum erit 49. Ipfius vero decuplum 490. As ambitus circuli minor erit 22, & proinde quadratum ab ambitu minus 484.

Fuit autem hac Arabum in quadrando circulo jamdiu explosa sententia, Quadratum ab ambitu circuli esse decuplum quadrati à diametro. Neque vero ferendum est, qui adversus demonstrantem Archimedes ἀποδείκνυσις Anapodieta proposuerit.

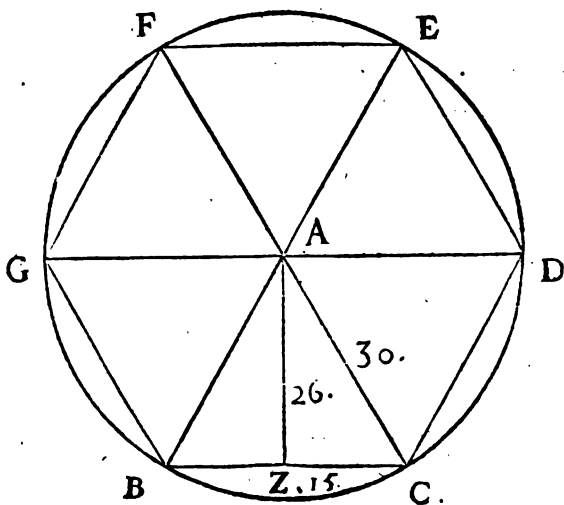
PROPOSITIO IV.

Circulus ad hexagonum ei inscriptum rationem habet majorem, quam sex ad quinque.

Circulo, cujus A centrum, inscribatur hexagonum B C D E F G. Dico circulum cujus A centrum ad hexagonum B C D E F G rationem habere majorem, quam sex ad quinque.

Iunctis enim A B, A C, B C, cadat in B C perpendicularis A Z.

Quoniam igitur in triangulo A B C crura A B, A C æqualia sunt, basis secta est bifariam in Z & sunt æquales B Z. Z C. Triangulum autem æquilaterum est A B C. Crura enim ambo sunt semidiametri. Sed & basis, cum sit latus hexagoni, semidiametro est æqualis. Constituta igitur semidiametro B A seu A C 30, fit B Z seu Z C 15, A Z vero fit minor 26, cujus quadratum est 676. Differentia vero quadratorum A B, B Z est duntaxat 675. Quod fit porro sub B Z, A Z rectangulum, triangulo B A C est æquale. Ducatur itaque 15 in 26, fiunt 390. Qualium igitur quadratum A B erit 900, talium triangulum A B C erit minus 390, vel (omnibus divisus per 30) existente quadrato A B 30, triangulum A B C erit minus 13. Iungantur A D, A E, A F, A G. Constat igitur hexagonum B C D E F G triangulis sex æqualibus ipsi B A C. Quare qualium quadratum A B erit 30, tallum hexagonum erit minus 78. Vel qualium quadratum A B erit quinque, tallum hexagonum erit minus partibus tredecim.



Hhh 3

At

At vero, est ut perimenter circuli ad diametrum, ita quod fit sub perimetro circuli & quadrante diametri ad id quod fit sub diametro & quadrante diametri. Sed id quod fit sub perimetro circuli & quadrante diametri, est æquale circulo. Quod autem fit sub diametro & quadrante diametri, ipsum est quadratum à semidiametro. Ergo est ut perimenter ad diametrum, ita circulus ad quadratum è semidiametro. Qualium autem diameter est 1, talium perimenter major est $3\frac{1}{7}$, & tanto manifestius major $3\frac{1}{8}$ seu $3\frac{1}{8}$. Qualium igitur quadratum semidiametri AB erit quinque, ut ante, talium circulus erit major $15\frac{1}{2}$. Hexagonum autem in iisdem partibus fuit minus 13. Quare circulus ad hexagonum ei inscriptum majorem habebit rationem quam $15\frac{1}{2}$ ad 13, id est, quam 125 ad 104; seu 6 ad $4\frac{1}{2}$; & tanto evidentius majorem, quam sex ad quinque. Quod erat ostendendum.

Non igitur καὶ τὸ πρῶτον circulum quadrans, qui cum hexagono & quinta parti hexagoni statuunt aequalem, cum fit major secundum limites ab Archimede ἐκ τῶν ἰδίων δειχθῶν præsinitos. Schola autem nostra Platonica sunt, & professores candidi. Quare ne principis Geometricis oblectamini. Et vero ut circulum truncant πελεκηταί, sic in damni accepti compensationem cauda sua hirundinum acusorem versus partem jam decurrentor.

PROPOSITIO V.

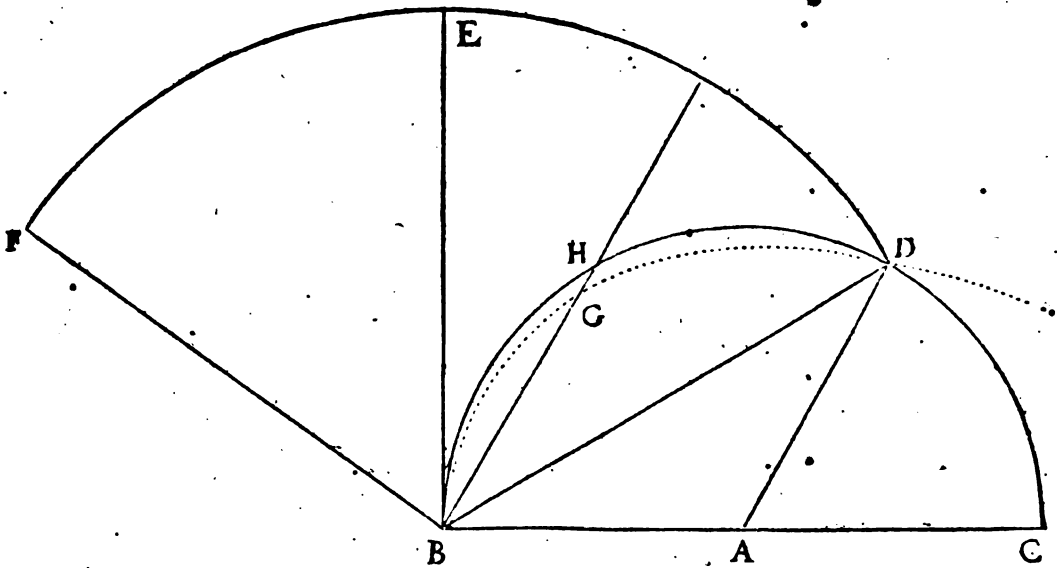
Triginta sex hexagoni segmenta majora sunt circulo.

Quoniam enim circulus ad hexagonum ei inscriptum majorem habet rationem, quam sex ad quinque, seu as ad dextrantem, ideo differentia inter circulum & hexagonum erit major sextante circuli. Sed differt circulus ab hexagono per sex segmenta hexagoni. Sex igitur segmenta hexagoni superant sextantem circuli, atque adeo triginta sex segmenta erunt asse circulove majora. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VI.

Omne segmentum circuli majus est sextante sectoris similis, similiterque descripti in eo circulo, cujus semidiameter basi segmenti propositi est æqualis.

In descripto sub A centro, circulo BDC, subtendatur quævis circumferentia BD; tangat autem circulum recta BE, & centro B intervallo BD describatur circulus alter DEF.



Circumferentia igitur ED similis erit semissi circumferentiæ BD. Itaque sumatur DF circumferentia ipsius DE dupla, & jungantur BF, AD. Similes igitur erunt sectores BAD, FBD. Dico segmentum circuli BDC contentum recta BD & circumferentia, cui ea subtenditur, esse majus sextante sectoris FBD.

Descri-

Describatur enim linea spiralis, cujus principium B, transitus per D, existente BD tanta parte principii conversionis BEZ, quanta pars est angulus EBD quatuor rectorum. Sectoris igitur EBD tertia pars est spatium contentum recta BD & spirali. Id enim post Archimedes Pappus demonstravit propositione xxii. libri IV. Mathematicarum collectionum. Sectoris vero FBD spatium idem erit pars consequenter sextupla. duplus enim constructus est sector FBD ad sectorem EBD. Neque vero spiralis concurret cum circulari. Id enim esset absurdum. Sed neque spiralis in progressu egredietur circumulum priusquam ad D punctum pervenerit. Secetur enim angulus EBD utcumque à recta BGH, intercipiente spiralem in G, circumferentiam in H. Recta igitur BD ad rectam BGERIT, ut angulus EBD ad angulum EBG; id est, ut circumferentia BD ad circumferentiam BH, ex conditionibus helicōn. At major est ratio circumferentiæ BD ad circumferentiam BH, quam subtensæ BD ad subtensam BH. Majores enim circumferentiæ ad minores majorem habent rationem, quam rectæ ad rectas, quæ iisdem circumferentiis subtenduntur. Quare recta BH rectam BG excedet. Idemque in quibuslibet rectis, angulum EBD secantibus, accidet. Itaque transibit spiralis sub circumferentia BD, & aliquod spatium inter se & circumferentiam relinquet. Quo quidem spacio segmentum circuli contentum recta BD & circumferentia, excedit spatium, quod ab eadem recta & spirali comprehenditur, & sextanti sectoris FBD ostensum est æquale. Segmentum igitur illud erit majus sextante sectoris FBD. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Atque hinc quoque manifestum est, triginta sex segmenta hexagoni esse circulo majora.

Quando enim eveniet BD esse segmentum hexagoni, sectores FBD, BAD erunt æquales, quoniam suorum circularum semidiametri BD, AD erunt æquales. Sex igitur segmenta hexagoni erunt sectore BAD majora, atque adeo triginta sex segmenta majora sex sectoribus, id est, toto circulo.

Potuit non minus generale Theorema, per parabolas, aut potius ea, quibus parabola quadrantur, Geometrica media demonstrandum ita proponi, Omne segmentum circuli majus est sesquitercio trianguli isoscelis ipsi segmento immota base inscripti. Secundum quod statim adparebit majorem esse rationem triginta sex segmentorum hexagoni ad circumulum, quam 48 ad 47. Immo etiam accuratius supputanti sola triginta quatuor segmenta, & spatium paulo majus esse segmenti, sed minus dodrante, deprehenduntur complere circumulum. Licet autem hyperochen segmenti supra trientem uncia circuli ita oculis exhibere.

PROPOSITIO VII.

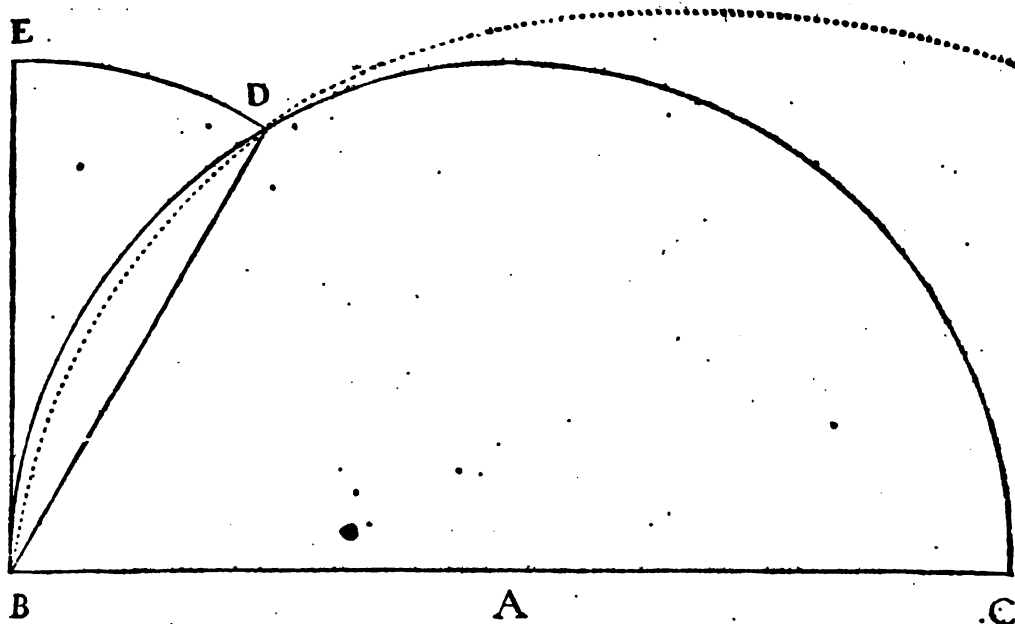
In dato circulo à segmento hexagoni trigesimam sextam partem ipsius circuli abscindere.

Sit datus circumulus, cujus A centrum, diameter BC, segmentum hexagoni BD. Oportet in dato circulo BDC à segmento hexagoni BD contento recta BD & circumferentia cui subtenditur, trigesimam sextam partem ipsius circuli BDC abscindere.

Tangat circumulum recta BE, & describatur linea spiralis, cujus principium B, transitus per D, existente BD tanta parte principii conversionis BEZ, quanta pars angulus EBD est quatuor rectorum, & centro B intervallo BD describatur circumulus DE. Sectoris igitur EBD tertia pars est spatium contentum recta BD & spirali. Est autem BD æqualis semidiametro BA. est enim BD latus hexagoni ex hypothesi, & angulus EBD est triens rectorum, cum sit BD circumferentia amplitudo besis rectorum. Sector igitur EBD est uncia circuli, & spatium consequenter spirale BD triens uncie, id est, trigesima sexta pars circuli. Transibit autem spiralis per segmentum, non etiam concurret cum circulari, vel circula-

rem

rem abscindet in progressu abs B antequam ad punctum D pervenerit, ut est demonstra-



tum. In dato igitur circulo BDC abscissa est à segmento hexagoni BD trigesima sexta pars ipsius circuli. Quod facere oportebat.

Atque hoc scuto tandem septemplici mollis & hebetis securiclae acies satis obtusa esto.

Quod si qui ipsius *πελαγωμαχίας* hypotyposin desiderent, in his ne vacent, brevibus paginis eam conspiciunto.

ANALYSIS CIRCULI

secundum *Πελαγός*.

I.

Circulus constat sex scalpris hexagoni.

II.

Scalprum hexagoni constat segmento hexagoni & triangulo hexagoni, seu majore.

III.

Triangulum hexagoni seu majus constat segmento hexagoni & securicla.

IV.

Securicla constat duobus segmentis hexagoni & complemento securicla.

V.

Complementum securicla constat segmento hexagoni & residuo segmenti.

VI.

Rursus complementum securicla constat triangulo minore & residuo trianguli minoris. Est autem triangulum minus quinta pars trianguli hexagoni, seu majoris.

LEM-

LEMMATA DVO VERA,

Primum.

Decem minora triangula æqualia sunt sex segmentis hexagoni & duobus complementis securiclae.

Quorum enim triangulum hexagoni constat segmento & securicla, securicla vero duobus segmentis & complemento: ideo duo triangula hexagoni constant sex segmentis & duobus complementis. Sed duo triangula hexagoni seu majora æqualia sunt decem minoribus. Ergo decem minora triangula æqualia erunt sex segmentis & duobus complementis. Quod erat ostendendum.

Secundum.

Quadraginta minora triangula æqualia sunt circulo & duobus complementis securiclae.

Quoniam enim circulus æquatur sex scalpris hexagoni, sex autem scalpra æqualia sunt sex triangulis hexagoni & sex segmentis, sex porro triangula hexagoni valeant triginta triangula minora: ideo circulus æquatur triginta triangulis minoribus & sex segmentis. Utrobique addantur duo complementa securiclae. Circulus igitur una cum duobus complementis securiclae æquabitur triginta triangulis minoribus & sex segmentis & duobus complementis. Sed sex segmenta & duo complementa valent decem minora triangula per antecedens Lemma: Ergo quadraginta minora triangula æquantur sex segmentis hexagoni & duobus complementis securiclae. Quod erat ostendendum.

ΨΕΤΔΑΠΙΟΝ.

Dico triangulum minus æquari suo residuo.

Ως Απὸδξίς.

Quoniam enim circulus cum duobus complementis securiclae (quæ quidem valent duo triangula minora, & duo residua minoris trianguli) æquantur triginta sex minoribus triangulis & insuper quatuor. Utrinque auferantur duo triangula minora. Illic cum auferentur de duobus complementis, relinquent duo residua trianguli. Hic cum auferentur de quatuor triangulis, relinquent duo triangula. Ergo duo residua æquantur duobus triangulis.

Elenchus ἀσυμμορίας.

Ab æqualibus totis non ab æqualium parte auferenda æqualia sunt, ut quæ relinquuntur maneat æqualia. Auferre ex æqualium parte est adsumere reliquum de toto reliquo esse æquale, ut hic circulum æquari triginta sex minoribus triangulis. Illud vero pernegatur, & est falsissimum. Sibi demonstranda concedere, est velle videri demonstrative errare.

AD ΨΕΤΔΑΠΙΟΝ ἌΛΙΟΥ, LEMMATA DVO VERA,

Primum.

Viginti quatuor quartæ trianguli hexagoni & sex segmenta sunt æqualia viginti quatuor segmentis & sex complementis securiclae.

Quoniam enim triangulum hexagoni constat tribus segmentis & complemento securiclae, circulus autem componatur ex sex triangulis & sex segmentis: ideo viginti quatuor segmenta cum sex complementis circulum adæquant. Et quia quatuor quartæ integrum componunt, æquabunt quoque circulum viginti quatuor quartæ trianguli hexagoni una cum sex segmentis. Quæ autem uni æquantur æqualia sunt inter se. Quare viginti quatuor quartæ trianguli hexagoni & sex segmenta æqualia sunt viginti quatuor segmentis & sex complementis securiclae. Quod erat ostendendum.

Secundum.

Si fuerint tres magnitudines inæquales, quatum media sumpta vicefies & quater, & addita minimæ sexies sumptæ, eandem magnitudinem componat quam minima sumpta vicefies & quater, & addita maximæ sexies sumptæ : differentia inter quadruplum mediæ & triplum minimæ erit maximæ æqualis.

Sit enim minima B, media D, maxima A. Ergo ex hypothefi B 6, plus D 24. æquabitur A 6 plus B 24. Utrinque auferatur B 24. Igitur D 24 minus B 18 æquabitur A 6. Et omnibus per sex divifis, D 4 minus B 3 æquabitur A. Quod ipsum est quod enunciat.

ΑΝΑΠΟΔΕΙΚΤΟΝ ΘΕΩΡΗΜΑ.

Sunt tres inæquales figuræ planæ & inter fe commensurabiles ; minima, segmentum hexagoni; media, quadrans trianguli hexagoni; maxima, complementum securiclae hexagoni.

Potuit inæqualitas, & inæqualitatis gradus demonstrari; at fymmetriam afymmetriamve nemo demonstraverit, quin triangulum hexagoni aliudve rectilineum circulo primum comparaverit. Ea vero comparatio adhuc nescitur, εἴγε ὀπίσθητός ἐστι, ἢ ἐν τῶν γένεσιν κείται.

ΨΕΤΔΟΠΟΡΙΣΜΑ.

Itaque qualium quadrans trianguli hexagoni erit partium quinque, talium segmentum esse quatuor necesse est.

Ὡς ἀπὸ δέξιος.

Sit enim segmentum hexagoni B, quadrans trianguli hexagoni D, complementum securiclae Z. Quoniam igitur tres sunt inæquales magnitudines, atque harum B minima, D media, Z maxima, & se habent inter se ut numerus ad numerum. Esto D partium quinque, talium B erit trium aut quatuor, & nihil præterea. Sit autem, sed si fieri possit, partium trium; ex primo igitur & secundo Lemmate erit Z undecim. Itaque complementum constabit duobus segmentis & dodrante segmenti. Sensus autem repugnat. Quare est B quatuor.

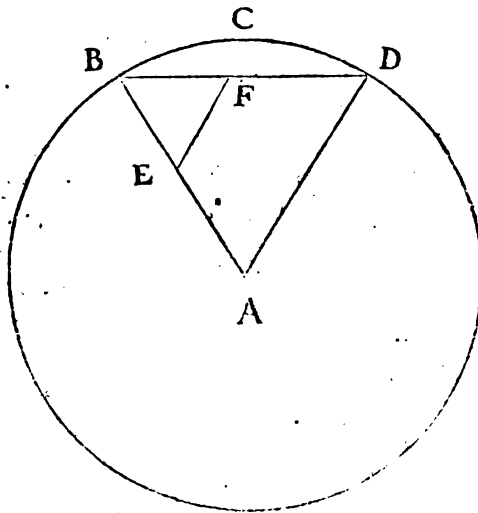
Elenchus ἀσυμλογίας.

Posita D magnitudine partium quinque, potest ostendi B major esse partibus tribus. An vero ideo B erit quatuor, concessio etiam eo, quod nescitur, habere se B ad D, ut numerum ad numerum? Omnino ea conclusio asyllogistica est. Quid enim si B statuat quatuor partium cum aliqua rationali fractione. An quatuor cum semisse se non habere ad quatuor, ut numerum ad numerum, hoc est, ut 9 ad 10, alius quam ἀλογιστικὸς ἢ ἀγνομητικὸς negaverit? Sanè posita D partium 11, fit B paulo major 9; Z vero paulo minor 17, secundum limites Archimedæos. Ex his autem duobus Ἰσδοδαρίους dimanarunt reliqua πελεκητῶν κατὰ τὸ ἐμβαδὸν τῷ κύκλῳ ἢ τὰς ἑπταεὶν ὀπιφανείας σφάλματα.

Πέρας τῆς Αντιπελέκειως.

SECUNDÆ ΠΕΛΕΚΥΟΜΑΧΙΑΣ
hypotyposis, ἐκ τῆς ἀεροθικιδίης.

IN circulo cujus A centrum sumatur circūferentia hexagoni BCD, & connectantur AB, AD, BD. Ex AB autem abscindatur recta, cujus quadratum ad quadratum AB se habeat, ut unum ad quinque. Sit illa BE, & per E agatur ipsi AD parallela, secans BD in F. Itaque triangulum BEF triangulo BAD fiat æquiangulum, & ejusdem subquintuplum.



LEMMA I. VERVM.

Triginta septem triangula BEF majora sunt circulo BCD.

In adnotatis enim ad Mathematicum Canonem ostensus est circulus ad quadratum semidiametri se habere proxime, ut 31, 415, 926, 536 ad 10, 000, 000, 000. Posito autem latere AB, id est, semidiametro, particularum 100, 000, trianguli ABD æquilateri altitudo est 86, 602 $\frac{14, 028}{100, 000}$.

Itaque.

Triangulum ABD fit	•	4, 330, 127, 019
Triangulum BEF.		866, 025, 404
Triginta septem triangula BEF,		32, 042, 939, 948
Excedentia circulum		31, 415, 926, 536
Per particulas		627, 013, 412

LEMMA II. VERVM.

Circulus BCD non est major triginta sex segmentis BCDF.

Quinimo circulus BCD longe minor est triginta sex segmentis BCDF. Sector enim BAD sexta pars est totius circuli

Itaque

Qualium circulus est	31, 415, 926, 536
Talium sector BAD est	5, 235, 987, 756
Auferatur triangulum ABD earundem	4, 330, 127, 019
Relinquitur segmentum hexagoni spaciumve mixtilineum BCDF.	905, 860, 737
Ter duodena autem talia segmenta sunt	32, 610, 986, 532
Excedentia circulum per particulas	1, 195, 059, 996

Ergo triginta septem triangula BEF sunt majora triginta sex segmentis BCDF.

Elenchus ἀσυνδοκίας.

In Grammaticis, dare navibus Austros, & dare naves Austris, sunt æque significantia. Sed in Geometricis, aliud est adsumpsisse circulum BCD non esse majorem triginta sex segmentis BCDF, aliud circulo BCD non esse majora triginta sex segmenta BCDF. Illa adsumptiuncula vera est, hæc falsa.

Cum igitur ita arguo

Triginta septem triangula majora sunt circulo.

Sed triginta sex segmenta non sunt majora circulo.

Ergo triginta septem triangula majora sunt triginta sex segmentis.

Syllogistice concludo, sed falso, quia falsum adsumo.

Pecco autem in leges Logicas cum in hanc formulam syllogismum in situo.

Circulus minor est triginta septem triangulis.

Circulus non est major triginta sex segmentis.

Ergo triginta septem triangula sunt majora triginta sex segmentis.

Est autem ὀφθαλμικὸν σφάλμα, non διανοητικόν. Cum enim initio vere proposuissent Cyclometræ circulum non esse majorem triginta sex segmentis hexagoni, legerunt ex postfacto non esse minorem, atque inde suum elicerunt falsum Corollarium.

F I N I S



FRAN-

FRANCISCI VIETÆ
RELATIO KALENDARII
VERE GREGORIANI,

Ad Ecclesiasticos Doctores.

Exhibita Pontifici Maximo

CLEMENTI VIII.

ANNO CHRISTI 1610 c. IVBILÆO.

Οὐκ ἀκρεβῶς χρονικαῖς δῶκαν Εφημερίσι.
 Ταῖς ἄρα καὶ ἀχλὺς πολλὴ καὶ σύγχυσις ἄφνω
 Ἐμπίπεν, ὡς μεσαῖς παύτην ἀμυγαλιῶν,
 Εἰ μὴ Γρηγόριον, μεγάλων Φάτων Ἀρχιερέων
 Καὶ Χριστοῦ ποιμένης μηλονομεύς ὑπάτων,
 Ἐλλογίμους ἀνδρας, καὶ τοῖσι μαθήμασι λαμπροῦς
 Ἰητροῦς πόσης δίδετο συγχύσεως,
 Σὺν τοῖς πολλὰ καμῶν ἱεραῖς Φρεσὶ, τῶν προπαύροισι
 Πάντ' ὄρθωσε χρόνων σφάλμασι δῆμιαι.
 Οὐδ' ἄρα πᾶσιν ὁμῶς θεῖον πόνον ἠδανε θυμῶν,
 Οὐδ' ἀπέτην τῆτον μῶμον ἐλεγχόμενον.
 Καὶ τις ἀκαιρα Φρονῶν, τὰχ' αἰδρήσει νόοιο
 Τήνγ' ὄρθωσιν ἔφη σὺκ ἀκρεβῆν πελέθην,
 Νῦν ἢ σαφῶς δείξει σόνγ' ἀκρεβέεσι λογισμοῖς
 Ουιέτης ἰδριμὺς καὶ φύσιν ἀλχίνοτον,
 Ὡς ἔδεν μωμητὸν Εφημερὶς Ἀρχιερεῶν
 Οὐδὲ ψαυδαλέον κάλλιπεν ἔσομένοισι.
 Νῦν οἱ παιδείης παλίστη χαρὶς ὡς ἄρ' ἀμούσων
 Ἰδμονι σὺν τέχνῃ σέεσεν ἀγνηορίην.
 Καὶ πάλι Γρηγορίαι ὄρθα πολλοῖς ἡρέμα κληνῆς
 Σθεννύμνον μελέτης αὐθις ἔλαρε κλέτον.

FRANCISCI VIETÆ
RELATIO KALENDARIJ VERE
GREGORIANI.

Ad Ecclesiasticos Doctores.



DE Gregoriana Fastorum correctione rogatus aliquando meam sententiam dicere, respondi & responsum meum ad finem libri octavi variorum de rebus Mathematicis responsorum capite vicesimo adposui. Totum autem illud caput, & ea quæ nunc tradere est animus, ad vos refero, summi Doctores, & ab ea quæ excellitis æquanimitate *ἰσπερίου* vestrum exposco, & si licet, expecto. Non vobis placent ampullæ verborum & nugæ, & egomet ab ampullatis & nugatoribus mihi obstrepi pertimesco. Itaque singularibus propositionibus, ac veluti apodicticis, rem ago. At vox etiamnum faucibus hæsisset, nisi in Regicidam exclamasset. Quæ enim impietas Mathematico diagrammate nequibat, fatidico anagrammate fuit ostendenda, si qui forte sint adhuc rerum ignari, qui tantum facinus non execrentur. Una rubrica propositiones includo, De fabrica & usu Kalendarii vulgaris. sic enim Kalendarium novum, quod Lillii nomine circumfertur, adpello. Altera, De Symbolis quibus illud non esse Gregorianum arguitur.

Tertia, De fabrica & usu Kalendarii vere Gregoriani.

RUBRICA I.

De fabrica & usu Kalendarii vulgaris.

PROPOSITIO I.

Kalendarium vulgare construere.

Kalendarium vulgaris fabrica his consistit præceptis.

- 1 Primus mensis Lunæ à septimo die Januarij initium ducitò.
- 2 Is constituitur cavus, secundus plenus, & eo deinceps alterno ordine.
- 3 Singulis & similibus mensium diebus, singuli & similes adponantur in cyclum characteres viginti novem. Luxetur autem tricesimus quisq; dies mensis constituti pleni.
- 4 Characteres sũnto

E	D	C	B	A	u	t	r	q		
	p	n	m	l	k	i	h	g	f	e
	d	c	b	a	P	N	M	H	G	F
- 5 Continuerur characterum ordo successive ad ultimum diem mensis Decembris, & inversum à septimo Januarij ad primum, luxato quoque die sexto.
- 6 Sed & dies luxati tricesimum suscipiant characterem ipsumque duplicem, Omalum & Anomalum. Omalus esto F, Anomalus Φ , & Omalus quidem societur ipsi E, Anomalus ipsi G.
- 7 Quin & Anomalus quidem u societur ipsi A, majusculo in ultimo die Decembris.
- 8 Characteres mensi Januario adpositi, & à tricesimo primo ejusdem mensis ad primum naturali numerorum ordine numerati, vocentur Epactæ. Itaque similitudo characterum, Epactarumve Neomenias anni arguat.
- 9 Ac Epacta quidem vicesima quinta, cum sit duplex F & Φ , Neomeniam *ὀμαλῶς* arguito cum erit aureus numerus xi vel minor, *ἀνομαλῶς* cum xii vel major.
- 10 Et anomalæ decimæ (ut pote u circumducto) locus esto eo speciali casu, quo aureus numerus erit xix.

CON-

CONSPECTUS KALENDARII VULGARIS.

	Januarius.	Februarius.	Martius.	Aprilis.	Majus.	Iunius.	Julius.	Augustus.	September.	October.	November.	December.
1	P *	32 N	60 P *	91 N	121 M	152 G	213 D	244 D	274 C	305 B	335 A	365 A
2	N	31 M	59 N	90 M	120 H	151 G	212 D	243 D	273 C	304 B	334 A	364 A
3	M	30 H	58 M	89 H	119 G	150 G	211 D	242 D	272 C	303 B	333 A	363 A
4	H	29 G	57 G	88 G	118 G	149 G	210 D	241 D	271 C	302 B	332 A	362 A
5	F	28 E	56 E	87 E	117 G	148 G	209 D	240 D	270 C	301 B	331 A	361 A
6	E	27 D	55 D	86 D	116 G	147 G	208 D	239 D	269 C	300 B	330 A	360 A
7	D	26 C	54 C	85 C	115 G	146 G	207 D	238 D	268 C	299 B	329 A	359 A
8	C	25 B	53 B	84 B	114 G	145 G	206 D	237 D	267 C	298 B	328 A	358 A
9	B	24 A	52 A	83 A	113 G	144 G	205 D	236 D	266 C	297 B	327 A	357 A
10	A	23 N	51 N	82 N	112 G	143 G	204 D	235 D	265 C	296 B	326 A	356 A
11	N	22 M	50 M	81 M	111 G	142 G	203 D	234 D	264 C	295 B	325 A	355 A
12	U	21 X	49 X	80 X	110 G	141 G	202 D	233 D	263 C	294 B	324 A	354 A
13	U	20 X	48 X	79 X	109 G	140 G	201 D	232 D	262 C	293 B	323 A	353 A
14	F	19 X	47 X	78 X	108 G	139 G	200 D	231 D	261 C	292 B	322 A	352 A
15	E	18 X	46 X	77 X	107 G	138 G	199 D	230 D	260 C	291 B	321 A	351 A
16	F	17 X	45 X	76 X	106 G	137 G	198 D	229 D	259 C	290 B	320 A	350 A
17	P	16 X	44 X	75 X	105 G	136 G	197 D	228 D	258 C	289 B	319 A	349 A
18	N	15 X	43 X	74 X	104 G	135 G	196 D	227 D	257 C	288 B	318 A	348 A
19	M	14 X	42 X	73 X	103 G	134 G	195 D	226 D	256 C	287 B	317 A	347 A
20	I	13 X	41 X	72 X	102 G	133 G	194 D	225 D	255 C	286 B	316 A	346 A
21	K	12 X	40 X	71 X	101 G	132 G	193 D	224 D	254 C	285 B	315 A	345 A
22	I	11 X	39 X	70 X	100 G	131 G	192 D	223 D	253 C	284 B	314 A	344 A
23	H	10 X	38 X	69 X	99 G	130 G	191 D	222 D	252 C	283 B	313 A	343 A
24	G	9 X	37 X	68 X	98 G	129 G	190 D	221 D	251 C	282 B	312 A	342 A
25	F	8 X	36 X	67 X	97 G	128 G	189 D	220 D	250 C	281 B	311 A	341 A
26	E	7 X	35 X	66 X	96 G	127 G	188 D	219 D	249 C	280 B	310 A	340 A
27	D	6 X	34 X	65 X	95 G	126 G	187 D	218 D	248 C	279 B	309 A	339 A
28	C	5 X	33 X	64 X	94 G	125 G	186 D	217 D	247 C	278 B	308 A	338 A
29	B	4 X	32 X	63 X	93 G	124 G	185 D	216 D	246 C	277 B	307 A	337 A
30	A	3 X	31 X	62 X	92 G	123 G	184 D	215 D	245 C	276 B	306 A	336 A
31	P *	2 X	30 X	61 X	91 G	122 G	183 D	214 D	244 C	275 B	305 A	335 A

RELATIO KALENDARII VERE GREGORIANI. 451

PROPOSITIO II.

Cyclum Neomeniarum anni vulgariter exhibere.

Cum Neomenias Neomeniis correspondentes in eodem anno similitudo characteris arguat, erit ideo cyclus Neomeniarum anni hujusmodi.

Cyclus vulgaris Neomeniarum anni.																Character Neomeniarum.	Character Neomeniarum.
Character Neomeniarum.	Numerus Neomeniarum.	Janu.	Febr.	Mart.	April.	Majus.	Junius.	Julius.	Augu.	Augu.	Sept.	Octo.	Nov.	Dec.			
XXIV	E	7	5	7	5	5	3	3	Aug. 1	31	29	29	27	27	e	f	
XXIII	D	8	6	8	6	6	4	4	2	Sept. 1	30	30	28	28	d	e	
XXII	C	9	7	9	7	7	5	5	3	2	Oct. 1	31	29	29	c	d	
XXI	B	10	8	10	8	8	6	6	4	3	2	Nov. 1	30	30	b	Rursum	
XX	A	11	9	11	9	9	7	7	5	4	3	2	Dec. 1	31	a	31	
XIX	u	12	10	12	10	10	8	8	6	5	4	3	2	31	P	cum	
														2	aureus	aureus	
XXVIII	t	13	11	13	11	11	9	9	7	6	5	4	3	3	nume-	nume-	
XXVII	f	14	12	14	12	12	10	10	8	7	6	5	4	3	M	rus est	
XXVI	r	15	13	15	13	13	11	11	9	8	7	6	5	4	H	19 &	
														3	fit ad	annu	
XV	q	16	14	16	14	14	12	12	10	9	8	7	6	5	G	19 fit	
XIV	p	17	15	17	15	15	13	13	11	10	9	8	7	6	F	ad an-	
XIII	n	18	16	18	16	16	14	14	12	11	10	9	8	7	E	num	
																seque-	
XII	m	19	17	19	17	17	15	15	13	12	11	10	9	8	D	tem.	
XI	l	20	18	20	18	18	16	16	14	13	12	11	10	9	C		
X	k	21	19	21	19	19	17	17	15	14	13	12	11	10	B	E	
															C	D	
IX	i	22	20	22	20	20	18	18	16	15	14	13	12	11	A		
VIII	h	23	21	23	21	21	19	19	17	16	15	14	13	12	u	B	
VII	g	24	22	24	22	22	20	20	18	17	16	15	14	13	t	A	
															u	u	
VI	f	25	23	25	23	23	21	21	19	18	17	16	15	14	f		
V	e	26	24	26	24	24	22	22	20	19	18	17	16	15	r	c	
IV	d	27	25	27	25	25	23	23	21	20	19	18	17	16	q	f	
																s	
III	c	28	26	28	26	26	24	24	22	21	20	19	18	17	p		
II	b	29	27	29	27	27	25	25	23	22	21	20	19	18	n	q	
I	a	30	28	30	28	28	26	26	24	23	22	21	20	19	m	p	
																n	
XXIX	P	Jan. 1	31	Mart. 1	31	29	27	27	25	24	23	22	21	20	l		
XXVIII	N	2	Febr. 1	2	Apr. 1	30	28	28	26	25	24	23	22	21	k	m	
XXVII	M	3	3	3	Apr. 1	31	29	29	27	26	25	24	23	22	i	l	
					Maj. 1	31	29	29	27	26	25	24	23	22		k	
XXVI	H	4	3	4	3	2	Jan. 1	30	30	28	27	26	25	24	h		
XXV	G	5	4	5	4	3	2	Jul. 1	31	29	28	27	26	25	g	i	
XXIV	F	6	6	6	4	4	2	2	30	29	28	27	26	25	f	h	
																g	

Cum F est character Neomeniarum anni sumuntur alternationes mensium ex E vel G. Ex E cum aureus numerus anni est x i vel minor. Ex G cum aureus numerus anni est x i i vel major.

PROPOSITIO III.

Cyclum Epactarum ad aurei numeri normam vulgariter dirigere.

Cyclus Epactarum ad aurei numeri normam directus is est, qui per undenarii numeri incrementum progreditur abjecto tricenario, cum ad eum ascenditur numero. Itaque is est ejusmodi.

K k k

P

P *	I C c XI XXII III	P F f XIV XXV VI Φ 25	I M i XVII XXVIII IX	A XX
	a m D I XII XXIII	d q G IV XV XXVI	g t N VII XVIII XXIX	k X
	B b n XXI II XIII	E e r XXIV V XVI	H h u XXVII VIII XIX	P *

PROPOSITIO IV.

Cyclum Neomeniarum Paschalium ad aurei numeri normam vulgariter directum exhibere.

Exponatur cyclus Epactarum ad aurei numeri normam directus & expendantur dies mensis Paschalis quos sibi vendicant Epactæ & adnotentur. Cyclus igitur Neomeniarum Paschalium ad aurei numeri normam directus erit, qualis sequitur.

P 31 Martij	L C c 20 9 21 Martij Martij Martij	p F f 17 25 Martij Martij	I M i 14 2 22 Martij Aprilis Martij	A II Martij
	a m D 20 19 8 Martij Martij Martij	d q G 27 16 4 Martij Martij Aprilis	g t n 24 13 1 Martij Martij Aprilis	k 21 Martij
	B b n 10 29 18 Martij Martij Martij	E e r 5 26 16 Aprilis Martij Martij	H h u 3 23 12 Aprilis Martij Martij	P 31 Martij.

Luxatur autem F, & transit in E. Cum aureus numerus est XI vel minor. In G cum XII vel major.

Conspectus Neomeniarum Paschalium in Enneadecaeteride, secundum Kalendarium vulgare.

1	11	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	
23	12	P *	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4
24	13	N XXIX	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4
25	14	M XXVIII	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5
26	15	H XXVII	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8
27	16	G XXVI	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9
28	17	F XXV	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10
29	18	E XXIV	6	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14	2	22	11
30	19	D XXIII	7	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12
31	20	C XXII	8	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13
1	21	B XXI	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14
2	22	A XX	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15
3	23	U XIX	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16
4	24	T XVIII	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17
5	25	F XVII	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18
6	26	E XVI	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14	2	22	11	30	19
8	27	Q XV	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20
9	28	P XIV	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21
10	29	N XIII	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14	2	22
11	30	M XII	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23
12	31	L XI	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24
13	1	K X	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25
14	2	I IX	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26
15	3	H VIII	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27
16	4	G VII	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28
17	5	F VI	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29
18	5	E V	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14	2	22	11	30
19	8	D IV	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31
20	9	C III	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1
21	10	B II	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14	2
22	11	A I	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3

Transit

Transit in E cum aureus numerus est xi vel minor. In G cum aureus numerus est xii vel major.

PROPOSITIO V.

Proemptioſin Lunæ in annorum Iulianorum centuriis expendere.

Proemptioſis Lunæ dicitur cum anticipant ſuas primum ſtatæ Epochas Neomeniæ, Metemptioſis cum eas tranſgrediuntur. Cyclo autem decemnovali anticipant Neomeniæ per $\frac{3}{8}\frac{8}{4}$ unius diei. Itaque cyclis decemnovalibus 625, id eſt, annis 11875 Julianis, anticipatio eſt dierum 38. Eſt autem ut 11875 ad 38, ita 1000 ad 32. Quare expectato ſimilis aurei numeri ad ſimilem aureum numerum reditu, annis 10000 Julianis anticipatio eſt dierum 32. ſeu annis 2500 dierum 8. vel annis 312 $\frac{1}{2}$ diei unius. Et vero cycloſ decemnovalis dierum eſt 6939 $\frac{3}{4}$. Non igitur diebus 6939 $\frac{3}{4}$ reſtituuntur menſes Lunæ 235, ut deprehendat Meton, ſed 6939 $\frac{17}{2}\frac{2}{0}$. Itaque diebus 17, 349, 223; abſolvuntur menſes 587, 500. Qui calculus Hipparchi calculo conſentit probe. Obſervaverat enim Hipparchus, referente Ptolemæo, annis Ægyptiis 345, diebus 82, hora una menſes abſolvi 4, 267, id eſt, diebus 3, 199, 369 menſes 102, 808.

PROPOSITIO VI.

Dies quos exemerit Gregoriana correctio ad ſuccedentia ſecula numerare.

Annorum centuriis ab Era Chriſti abjice 15 centurias, & quotus in reſiduo erit quaternarius centuriarum numerus tot ſume ternos dies, & ſi diſiſione inſtituta ſuperſunt centuriæ duæ, ſume unum, & ſi tres, ſume duos, ſumptos collige adſcito denario, & ſummam habebis dierum quos exemerit Gregoriana correctio.

PROPOSITIO VII.

Metemptioſin Lunæ in annorum Gregorianorum centuriis expendere.

A ſumma dierum quos exemerit Gregoriana correctio auferantur dies proemptioſeos, reſidui igitur erunt dies metemptioſeos Lunæ.

PROPOSITIO VIII.

Aurei numeri radicem conſtituere.

Anno ab Era Chriſti Dionyſiana primo fuit aureus numerus 2.

PROPOSITIO IX.

Aureum anni propoſiti numerum invenire.

A dato anno ab Era Chriſti abjice circulationes annorum 19, qui ſupererit numerus auçtus unitate erit aureus numerus anni propoſiti, ſi in conſequentia inſtituatur numeratio. At ſi in antecedentia, qui ſupererit numerus demptus ex 21 relinquet aureum numerum.

PROPOSITIO X.

Epactarum radices vulgariter præfigere.

Periodus annorum 25,000 Iulianorum, qua antevertunt ſuas Epochas Neomeniæ diebus octo, initium ſeptingentis annis ante Chriſtum ſumito, deſitura anno Chriſti 1800. Character Neomeniæ Epactæve anno Chriſti 500 eſto P, ſeu 0 ſub aureo numero

Kkk 2

mero III. Itaque anno 800 præfigitor a seu 1, anno 1100 b seu 2, 1400 c seu 3, 1800 d seu 4, sub eodem videlicet numero III nequedum inita anni correctione. Quoniam vero cum abs caractere c seu 3 dementur decem characteres, mutuato characterum cyclo, supererit D seu 23, ideo post ablatos ad anni correctionem dies decem, anno Christi 1500 & deinceps ad annum 1700, character Neomeniæ Epactæ radicalis esto D seu 23 sub aureo numero III.

PROPOSITIO XI.

Dies proemptoseos Lunæ ad succedentia secula supputare.

A proposito annorum ab Era Christi numero abjice 1800 & diem unum serva, quotus in residuo erit 2500, tot sume dies octonos; & quoties deinceps ea divisione instituta in residuo erit 300, tot sume dies singulos, sumptos cum eo quem adservasti in unam summam conjice, & voca dies proemptoseos seu anticipationis Lunæ. Si non potes abjicere 1800 nullam numera proemptosin.

PROPOSITIO XII.

Dies metemptoseos Lunæ ad succedentia secula supputare.

Ad datas annorum ab Era Christi centurias dies numera quos exemit Gregoriana correctio, abjecto denario. Et à summa dierum aufer dies proemptoseos. Residui erunt dies metemptoseos Lunæ.

PROPOSITIO XIII.

Epactas ad succedentia secula vulgariter adæquare.

Ad datas annorum Gregorianorum centurias numera dies metemptoseos Lunæ, & summam abjectis circulationibus dierum 30 aufer ab Epacta 23, ut prodeat Epacta vera seculi propositi, subjacens aureo numero III.

COROLLARIUM.

ITAQUE, Clavius in Apologeticis,

„ Quoniam in quolibet spacio annorum 10,000 mutatio fit tredecim literarum, ita ut in tricesimo spacio fiat mutatio omnium 30 literarum, efficitur ut „ transactis 30 spaciis 10,000 annorum, hoc est, elapsis annis 300,000 reverterantur omnino eadem litera qua prius eodemque ordine. Quare tabula æquationis Epactarum continetur cyclo 300,000 quod non paucis incredibile prorsus „ videri possit.

Annis 10,000 Iulianis adimit Gregoriana correctio dies 75, à quibus dum proemptosis aufertur dierum 32, relinquitur metemptosis dierum 43, quibus expectatis, eo annorum intervallo ad suas sedes restituuntur Neomeniæ.

Abs 43 abjecta circulatione, supererunt 13. Sit radix Epactæ 23 seu D, aufer 13 à 23, supererunt decem seu Epacta k. Fit igitur tredecim characterum mutatio. At annis 300,000 metemptosis erit dierum 1290, & abjectis circulationibus dierum 30, nihil supererit. Quare eo intervallo relinquetur ipsa Epacta 23 seu D.

Secundum quæ hic proferuntur

Ad

Ad æquationes Epactarum abaci.

Anni à Christo.	Dies metempsofos Lunæ.	Anni à Christo.	Dies metempsofos Lunæ.	Anni à Christo.	Dies metempsofos Lunæ.	Anni à Christo.	Dies metempsofos Lunæ.	Annorum centuriarum denar.	Adde
1600	0	4100	11	6600	22	9100	33	10000	43
1700	1	4200	11	6700	23	9200	33	20000	86
1800	1	4300	12	6800	22	9300	33	30000	129
1900	2	4400	12	6900	23	9400	34	40000	172
2000	2	4500	13	7000	24	9500	35	50000	215
2100	2	4600	13	7100	24	9600	34	60000	258
2200	3	4700	14	7200	24	9700	35	70000	301
2300	4	4800	14	7300	25	9800	36	80000	344
2400	3	4900	14	7400	25	9900	36	90000	387
2500	4	5000	15	7500	26	10000	36	100000	430
2600	5	5100	16	7600	26	10100	37	Annorum centuriarum millenar. Adde, 100000 430 200000 860 300000 1290 &c.	
2700	5	5200	15	7700	26	10200	37		
2800	5	5300	16	7800	27	10300	38		
2900	6	5400	17	7900	28	10400	38		
3000	6	5500	17	8000	27	10500	38		
3100	7	5600	17	8100	28	10600	39		
3200	7	5700	18	8200	29	10700	40		
3300	7	5800	18	8300	29	10800	39		
3400	8	5900	19	8400	29	10900	40		
3500	9	6000	19	8500	30	11000	41		
3600	8	6100	19	8600	30	11100	41		
3700	9	6200	20	8700	31	11200	41		
3800	9	6300	21	8800	31	11300	42		
3900	10	6400	20	8900	31	11400	42		
4000	10	6500	21	9000	32	11500	43		
4100	11	6600	22	9100	33	11600	43		

Quæritur Epacta seculo 4, 900. Metempsofis Luna datur ex abaco dierum 14, qui ablatis ex 23, relinquunt 9 seu j Epactam seculi propositi sub aureo numero III.

Quæritur Epacta seculo 109, 500. Annis 100, 000 debetur metempsofis dierum 430, & annis 9, 500 metempsofis dierum 35, summa 465 id est 15, abjectis circulationibus triginta dierum. Quare abjectis 15 abs 23, erit seculo 109, 500 Epacta 8 seu h sub aureo numero III.

Quærat Epacta seculo ab Era Christi 218, 000. Et annis quidem 200, 000 debetur metempsofis dierum 860, annis vero 10, 000 dierum 43, annis denique 8000 dierum 27. Summa 930. abjectis circulationibus 30 dierum, nihil superest. Quare Epacta relinquetur 23 sub aureo numero III.

RUBRICA II.

De Symbolis quibus vulgare Kalendarium non esse Gregorianum arguitur.

PROPOSITIO I.

SI fuerit annus Bissexti, qui menses Lunæ à sexto Februarij vel ulteriore ad diem usque intercalationis incipient, constituentur illi in exposito vulgari Kalendario dierum unius & triginta.

Kkk 3

Nam

Nam sextus dies Februarij habet Epactam C, qualem etiam Martij nonus. Esto itaque sextus Februarij primus dies mensis Lunæ, & Martij nonus primus dies mensis sequentis. Ergo mensis à sexto Februarij incipiens, erit in anno communi dierum xxx. Quare cum adjicietur Bissextus, mensis ille Lunaris erit dierum unius & 30. Idem licet arguere de septimo Februarij die & consequentibus ad diem usque intercalationis.

Κελεῖν I.

At menses Politici dierum sunt 30 vel 29, ac præsertim 30 & 29 alternis. Cùm autem statuuntur dierum 28 vel 31, sunt prodigiosi & ἀτακτοί.

Quare hæc esto ad expositum vulgare Kalendarium nota prima.

PROPOSITIO II.

Est Neomenia anni aliqua, quâ datâ non dabitur in exposito Kalendario Neomenia Paschalis.

Aureus numerus anni esto 19, & detur ultimus Decembris Neomenia. Quæro Neomeniam Paschalem. Ultimus dies Decembris duplicem mihi exhibet characterem, omalium A, & anomalum u circumductum. Omalium arguit Neomeniam Paschalem die xii Martij. Anomalus die xii. Cur vero hunc potius quam illum elegero, non docent artis præcepta.

Κελεῖν II.

In arte bene institutâ ἀντιστροφῶν eadem est lex & δύναμις καὶ ἰσότης. Πάσχι καὶ ποιῆται ἐναντία παρ' ἀλλήλων, ut loquitur Aristoteles. Itaque datâ Neomeniâ Paschali, danda est ex similitudine characteris Neomenia non Paschalis, & contra. Nihil igitur nisi ἀτεχνίαν prodit & ἀταξίαν duplex uni diei adscriptus character.

Quare hæc esto ad expositum Kalendarium nota secunda.

PROPOSITIO III.

Sunt Neomeniæ Paschales aliquæ, quibus datis non ideo dabuntur Neomeniæ anni reliquæ.

Sit data Neomenia Paschalis Aprilis quartus, aureus autem numerus xii, vel major. Quæro Neomenias anni reliquas. Quartus Aprilis duplicem mihi exhibet characterem, nempe G regularem, & ϕ adventitium. G regularis arguet Neomeniam tertio Maji, adventitius quarto. Cur vero hunc potius quam illum elegero, non docent artis præcepta.

Rursus, sit data Neomenia Paschalis Aprilis quintus, aureus autem numerus xi vel minor. Quæro Neomenias anni reliquas. Quintus Aprilis duplicem mihi exhibet characterem, nempe E & F. Arguit E Neomeniam Maji quinto, F quarto. Cur vero E potius quam F elegero, non docent artis præcepta.

Κελεῖν III.

At quæ ἀμφιβολία quod-ve ἐναντιοφανές, is dies est Neomenia & non Neomenia.

Quare hæc esto ad expositum Kalendarium tertia nota.

PROPOSITIO IV.

Directo per expositam methodum ad aurei numeri normam Neomeniarum Paschalium cyclo, æquali ac uniformi non incedunt illæ progressu.

Sit

Sit aureus anni numerus 1. Neomenia vero Paschalis, vicesimus quartus Martij. Cum igitur aureus numerus erit VIIII, cadet in quintum Aprilis Paschalis Neomenia, & cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo.

Esto rursus aureus anni numerus 1. Neomenia vero Paschalis, vicesimus secundus Martij. Cum igitur aureus numerus erit VIIII, cadet in quartum Aprilis Neomenia, ex eodem cyclo.

Eodem igitur annorum intervallo, ut pote 608 Iulianorum, quæ pertinebat Neomenia ad aureum numerum 1, promovebitur in antecedentia duobus diebus. Quæ vero ad aureum numerum VIIII, promovebitur iniqua dispensatione die duntaxat uno.

Aliud. Sit aureus anni numerus 1. Neomenia vero Paschalis, decimus Martij. Cum igitur aureus anni numerus erit XV, cadet in quartum Aprilis Paschalis Neomenia, ex cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo.

Esto rursus aureus anni numerus 1. Neomenia vero Paschalis, octavus Martij. Cum igitur aureus anni numerus erit XV, cadet in tertium Aprilis Paschalis Neomenia, ex eodem Cyclo.

Eodem igitur annorum intervallo, utpote 608 Iulianorum, quæ pertinebat Neomenia ad aureum numerum 1, promovebitur in antecedentia duobus diebus. Quæ vero ad aureum numerum VIIII, promovebitur iniqua dispensatione die duntaxat uno.

Κελεύθρον IV.

Dies parodicos Neomeniarum Paschalium διχοπηεῖν, id verò est earum statum ac œconomiam subvertere. At diffindendus erat aliquis dies ad justam mensium Politicorum dierum 30 & 29 alternationem. Ita res est, sed diffindatur ergo qui re ipsa diffindi debuit, nec incommoda fictio veritati præpollat. Is est exotericus sumendus proximè extrà limites Paschales, quem in excessum defectumve suppleant limitanei. Parodicorum non est supplere, cum inter eos non sit aliquod interstitium, in quod ipsi prorumpant.

Quare hac esto ad expositum Kalendarium quarta nota.

PROPOSITIO V.

Cùm aureus numerus anni fuerit IX, X, XI, Epactam vicesimam quintam devolvi, sive ὀμαλῶς in vicesimam quartam, sive ἀνομαλῶς in vicesimam sextam, leges cycli decemnovalis admittunt.

Lex cycli decemnovalis est, ne idem Epactæ character in eodem cyclo decemnovali concurrat. Periodo enim annorum decem & novem Iulianorum non pauciorum Neomenias ad suas sedes redire primus deprehendisse perhibetur Atheniensis Meton, cujus ideo cyclum nullo non digno elogio aureum dixere antecessores. Et vero si in cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo, numerentur in consequentia XII characteres à characterè F inclusive, incidetur in characterem G. Subjaceat ergo Epacta F aureo numero 1, consequens subjacebit Epacta G aureo numero XII. Ratio itaque suadet ut in characterem E non G devolvatur character F sub aureo numero 1, atque adeo sub aureis numeris 1, II, III, IV, V, VI, VII, VIII. Sed cùm aureus numerus ad quem spectat F, erit IX vel major, devolutionem ad E non cogit ea exposita ratio cycli decemnovalis. Equè, si in cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo numerentur in antecedentia XII characteres à characterè F inclusive, incidetur in characterem E. Subjaceat ergo Epacta F aureo numero XII, consequenter subjacebit Epacta E aureo numero 1. Ratio itaque suadet ut in characterem G non etiam E fiat devolutio Epactæ F sub aureo numero XII, atque adeo sub aureis numeris XIII, XIV, XV, XVI, XVII, XVIII, XIX. Sed cùm aureus numerus ad quem spectat F erit XI vel minor, devolutionem ad G non cogit ea exposita ratio cycli decemnovalis. Itaque sub aureis numeris existentibus inter XII & VIII, (ut sunt IX, X, XI) liberæ characteris F ad G vel E devolutioni non obstat exposita lex cycli decemnovalis. Quod erat ostendendum.

Κελεύθ-

κελευθὸν V.

Quod igitur F devolvi jubetur in E, cùm aureus numerus est $\chi\iota, x$ vel $\iota\chi$, alia debuit obtendi ratio quam lex cycli decemnovalis. Elenchus hic est *αιαιολογίας*, non causæ pro causa. Inclinat sanè mensis verus versus plenum aliquanto magis quàm versus cavum. Est enim mensis verus dierum 29 horarum 12 cum dodrante fere. Itaque excessus pleni supra verum ad defectum cavi à vero est fere, ut $11\frac{1}{2}$ ad $12\frac{1}{2}$. Sed ea ratio vix major est, ratione novem ad decem. Ergo periodi novem & decem annorum ita potiùs erat ineunda distributio, ut decem primis annis cycli transiret F in E, reliquis novem in G, ut aliqua servaretur analogia atque partitionis causa.

Quare hac esto ad expositum Kalendarium nota quinta.

PROPOSITIO VI.

Aut in exposito Kalendario perperam Epactæ ordinatæ sunt, aut dissident inter se, atque adeo semetipsas destruunt Neomeniarum Paschaliū Epochæ.

Primùm enim non dissideant, atque adeo semetipsas non destruant Neomeniarum Paschaliū Epochæ. Dico Epactas in exposito Kalendario perperam ordinari. Quoniam enim in exposito Kalendario bene constitutæ sunt Neomeniæ Paschales, & ideo sub aureo numero 111 vicesimus octavus Martij seculo 1500 ante correctionem fuit Neomenia. Post correctionem verò eodem seculo octavus Martij Neomenia. Eundem igitur characterem possidere debuit sextus Aprilis, quem octavus Martij. Nam sextus Aprilis post correctionem is ipse est, qui numerabatur vicesimus octavus ante correctionem & erat Neomenia. Ille dies est 97 anni à Ianuario inchoati, hic dies 87; fuerunt autem ablati dies decem. Itaque ea ablatione dies 87 incidet in diem 97. Sed sextus Aprilis characterem C possidet, octavus vero Martij characterem D. Malè igitur Epactæ ordinatæ sunt, cum utriusque debuit esse idem character: quandoquidem uterque erat eodem anno Neomenia.

Contra sint bene ordinatæ Epactæ, atque adeo character C bene assignatus Aprilis septimo, D vero Martij octavo, C nono. Dico Neomeniarum Paschaliū Epochas inter se non constare. Quoniam enim anno 1500 ante correctionem Neomenia Paschalis constituta est ad 28 Martij, qui adhibita correctione incidit in sextum Aprilis, cujus character est C, quem etiam possidet nonus Martij. Ego nonus Martij anno 1500 post correctionem erat Neomenia. Sed constituta est Neomenia ad octavum Martij. Dissident igitur inter se atque adeo semetipsas destruunt Neomeniarum Paschaliū Epochæ. Quod erat ostendendum.

κελευθὸν VI.

Quare hac esto ad expositum Kalendarium nota sexta.

PROPOSITIO VII.

Quamquam Epactas adæquandi ratio ab interventu vel omissione Bissexti pendeat & æstimetur, in exposito tamen Kalendario Neomeniæ Ianuarij & Februarij, quæ Bissexti sedem antecedunt, eo symptomate ante paroxysmum adficiuntur.

Seculo 1900 numerabitur Epacta $\chi\iota$, quæ alioqui retineretur seculo 2000, si annus 2000 careret Bissextio. Sed quia is annus adsciscit intercalarem, cujus sedes est post sextum Kalendas Martij, Epacta una die retrocedet & ipsa erit $\chi\iota$; non tantum ad symbolum Neomeniarum, quæ Bissextum Kalendas Martij subsequuntur; sed etiam Neomeniarum Ianuarij & Februarij: quoniam auctoribus vulgaris Kalendarij placuit annum

annum à Ianuario auspiciari, & toto anni ita auspiciati curriculo, eodem charactere Neomenias designare. Et seculo 1800 numerabitur Epacta XXI, quæ alioquin decederet uno die, si annus 1800 diem adscisceret intercalarem. Sed quia ex Gregorij constitutione eo anno Bissextum ad Kalendas Martij omittitur, ideo retinetur Epacta XXI; tam ad succedentes luxato loco; quam antecedentes ejusdem anni Neomenias. Idem in centuriis quibuscumque licebit deinceps exemplificari.

Κελεύθῳ VII.

Quæ verò microcosmia hæc, Physici, me à casu ante casum adfici.

Quare hæc esto ad expositum vulgare Kalendarium septima nota.

PROPOSITIO VIII.

Exposita Epactas adæquandi methodus duabus nititur hypothësis; quarum alterâ statuitur Luna *συνωδική*, alterâ *διχότομη* uno eodemque momento.

Una hypothësi, annis $312 \frac{1}{2}$ Iulianis antevertunt suas Epochas Neomeniæ, die uno. Altera, restituntur ad easdem Epochas, annis 300,000 Gregorianis. Si prima Hypothësis vera est, ut sanè ab eâ non longè recedunt Astronomi, complentur menses Lunæ Synodici 235, annis decemnovem Iulianis, minus $\frac{2}{623}$ unius diei. Itaque mensis dierum est $29 \frac{5306}{10000}$ proximè, & menses 43; absument dies 1270, minus aliquot dierum scrupulis. Sed menses 44 absument dies 1299, & aliquot insuper dierum scrupula. A die igitur, quo nova statuetur Luna, numerentur in antecedentia dies 1290, & Luna tunc erit novem & decem dierum proximè, vel numerentur dies 1290 in consequentia, eaque erit dierum fere 20. atque adeo hic vel illic *διχότομη*.

Eadem stante hypothësi, annis 300,000 Iulianis antevertent suas Epochas Neomeniæ, diebus 960. Deficiunt autem anni 300,000 Gregoriani à totidem Iulianis, diebus 2250, à quibus cum auferentur 960, relinquuntur dies 1290. Vincit igitur proemptosin metemptosis, diebus 1290. Et ideo exactis annis tantum Gregorianis 300,000 & præterea diebus 1290, erit per eam hypothësin nova Luna. Sed exactis tantum annis Gregorianis 300,000, erit *διχότομη*, utpote dierum novem. At secunda hypothësis eâ periodo statuit novam. Repugnantes igitur sunt inter se hypothëses illæ, cum eodem momento hæc statuit Lunam *συνωδική*, illa *διχότομη*. Quod erat ostendendum.

Κελεύθῳ VIII.

Magnarum periodorum falsitas veritas-ve, nisi post exacta multa secula, potest argui. Nam magis Hebræos convincam falsi, cum mensem constituunt dierum 29, horarum 12, scrupulorum 44, secundorum 3, tertiorum 20, quàm Hipparchum, Ptolemæum & Copernicum, qui mensem adsumunt, novem scrupulis tertiis Hebræico, minorem. At in hypothësum repugnantia ecquis falsitatem non concludet?

Quare hæc esto ad expositum Kalendarium octava nota.

Sanè in annis Gregorianis 300,001 ferè fit absoluta apocastasis. Sit igitur seculo 1600, sub aureo numero 111, octavus Martij Neomenia, exactis inde annis 300,001, erit octavus Martij, sub aureo numero 111, Neomenia, & sub aureo numero 111, vicesimus octavus Martij Neomenia. At circa Aprilis quintum vel Martij octavum, Luna erit *διχότομη*.

PROPOSITIO IX.

Medias Solis & Lunæ Syzygias, ex abacis Astronomicis, per annorum Gregorianorum centurias, ad urbis Romæ meridianum, supputare.

Proponuntur duo abaci unus radicum, alter prostaphizeseon. Ut sciatur eligenda radix, datum in centuriis annorum ab Erâ Christi numerum, divide per 4 centurias, &

si divisione instituta nihil superest, sume radicem anni 1600. Si remanet centuria una, sume radicem anni 1700, si duæ, radicem 1800, si denique tres, radicem anni 1900. Electa radice, tu Eræ datæ & adsumptæ expende intervallum. Et in abaco secundo quære tempus et debitum intervallo, abjecto si opus est mense Synodico, & tandem aufer tempus illud è congrua radice, mutuato contra si opus est mense Synodico, ne extra limites evageris Paschales. Notatur autem & aureus numerus anni radice, & quot unitates ei addendas postulat intervallum à radice.

Mensis Synodicus dierum est 29, hor. 12, scrup. 44.
Abacus primus.

Symbolum radice.	Anni à Christo Gregoriani.	Radices Syzygiarum Paschaliarum.			Aureus numerus
		Dies Martij.	Horæ.	Scrupula.	
*	1600	14	20	31	v
1	1700	20	4	45	x
2	1800	25	12	58	xv
3	1900	30	21	12	i

Abacus secundus.

Tempus ablativum congruæ radice.

Anni Gregoriani.	Dies. Horæ. Scrupula.			Unitates additivæ aureo numero.
400	9	3	50	I
800	18	7	40	II
1200	27	11	30	III
1600	7	2	36	IV
2000	16	6	25	V
2400	25	10	15	VI
2800	5	1	22	VII
3200	14	5	12	VIII
3600	23	9	2	IX
4000	3	0	7	X
6000	19	6	32	XV
8000	6	0	14	I
10,000	22	6	39	VI
20,000	15	0	34	XII
30,000	7	18	29	XVIII
40,000	0	12	25	V
50,000	22	19	4	XI
60,000	5	12	59	XVII
70,000	8	6	54	IV
80,000	1	0	59	X
90,000	23	7	19	XVI
100,000	19	1	24	III
200,000	2	14	4	VI
300,000	18	15	28	IX

Exemplum I.

Quæro mediam Syzygiam anno 109,500. Cum centurias 1095 divido per 4, supersunt centuria 3. Quare eligo radicem anni 1900. Ea est dies Martij 30, hora 21, scr. 12. Proemptio-
fis annorum 100,000 numeratur dierum, horarum, & horariorum scrupulorum 16, 1, 24. Annorum vero 4000 adnotatur 3, 0, 7. Annorum denique 3, 600 est 23, 9, 2. Summa 42, 10, 33, & abjecto mense Synodico fit 12, 21, 49. Quos cum aufero abs 30, 21, 12, relinquitur dies Martij 17, 23, 23. In quem mensem incidit media syzygia Paschalis & erit aureus anni numerus IV.

Exemplum II.

Quæro mediam syzygiam anni 218,000. Eligenda erit radix anni 1600, quæ est 14, 20, 31, & operatione instituta incidet media syzygia in idem Martij 20, 14, 54, & erit aureus anni numerus XIV.

PRO-

PROPOSITIO X.

Si durent secula, *νεμλιώας ἐν πανσελλωοῖς* collocabit tandem vulgaris computator.

Adversus Patrum decreta, frustratâ eâ, quam de suis Sosigenibus conceperat Gregorius, expectatione.

Quæro à vulgari computatore Neomeniam Paschalem anno ab Erâ Christi 109,500. Is igitur numerabit Epactam 8 sub aureo numero 111. Et ideo vicesimum tertium Martij fore Neomeniam eo seculo, sub aureo numero 111 pronunciabit: atque adeo sub aureo numero 14, qui ad annum propositum pertinet, Neomeniam Paschalem incidere in duodecimum Martij; quanquam media syzygia contingat secundum Astronomos media nocte, quam sequitur decimus octavus. Sed illud est Neomenias *ἐν διχοπηλαις* tantum non etiam *πανσελλωοῖς* collocare.

Quæro igitur ab eodem Neomeniam Paschalem seculo ab Era Christi 218,000. Is igitur numerabit Epactam 23. Et ideo octavum Martij Neomeniam, sub aureo numero 111 pronunciabit, atque adeo sub aureo numero 14, qui ad annum propositum pertinet, Neomeniam Paschalem incidere in quintum Aprilis. At concedet Hipparchus, concedent Hebræi, & alii veri computistæ metemptosin promotionem-ve esse dierum 930 proximè. Itaque post intervallum annorum Gregorianorum 218,000 & dierum præterea 930 fieri apocatastasin Lunæ, sed ipso intervallo 218,000 annorum Gregorianorum, eam contingere id vero pernegabunt. Neque enim numerus dierum 930 mensium restitutioni est idoneus. Eo intervallo complentur menses 31 & præterea dimidius mensis. Erit igitur seculo 218,000 quintus Aprilis plenilunium, & ita se habere abaci Astronomici comprobabunt. Anno enim 218,000 syzygia media Romæ erit die Martij 20, hora secunda pomeridiana, scrupulis 54. Quare Neomenia Paschalis quæ senior est ipsa media syzygia accidet die vicesimo primo vel vicesimo secundo, die vero quinto Martij erit decima quarta. Ergo Neomeniam in *πανσελήνω* collocavit vulgaris computator. Quod erat ostendendum.

Κελεύθὸν IX.

Ecquis verò novilunã in pleniluniis collocare, illud propriè ex diametro errare non adpellet? Ecquis vestrum, Doctores me vel eo nomine *ξημαλιζοντα, & γνώμω εἰς βυλλῶν εἰσφέροντα* in confesso vestro non ferat?

Quare hac esto ad expositum Kalendarium nona, & correctione omnino indigens (etiamsi tolerarentur reliquæ) nota.

Κελεύθὸν generale.

Quare Kalendarium vulgare non est Gregorianum, immo neque censendum est Lilianum, quanquam Lilij nomine vulgò circumfertur.

Sic enim Pontifex.

„ Allatus est nobis liber à dilecto filio Antonio Lilio artium ac medicina do-
 „ ctore, quem quondam Aloisius ejus Germanus frater conscripserat, in quo per
 „ novum quendam Epactarum cyclam ab eo excogitatum, & ad certam ipsius au-
 „ rei numeri normam directum, atque ad quamcunque anni Solaris magnitudi-
 „ nem accommodatum, omnia que in Kalendario collapsa sunt, constanti ratione,
 „ & seculis omnibus duratura, sic restitui posse ostendit, ut Kalendarium ipsum
 „ nulli unquam mutationi in posterum expositum esse videatur. Novam hanc
 „ restituendi Kalendarii rationem exiguo volumine comprehensam ad Christia-
 „ nos Principes, celebrioresque universitates paucos ante annos misimus, ut res,

LII 2

„ quæ

„ qua omnium communis est, communi etiam omnium consilio perficeretur. Illi
 „ cum, qua maxime optabamus, concordēs respondissent, eorum nos omnium con-
 „ sensione adducti, viros ad Kalendarij emendationem adhibuimus in almâ ur-
 „ be harum rerum peritissimos, quos longè ante ex primariis Christiani orbis
 „ nationibus delegeramus. Ii cum multum temporis, & diligentia ad eam lucu-
 „ brationem adhibuissent, & cyclos tam veterum, quam recentiorum undique
 „ conquisitos, ac diligentissimè perpensos inter se contulissent, suo & doctorum ho-
 „ minum qui de ea re scripserunt, iudicio hunc praeceteris elegerunt Epactarum
 „ cyclum, cui nonnulla etiam adjecerunt, quae ex accurata circumspectione visa
 „ sunt ad Kalendarij perfectionem maxime pertinere.

At Liliū exclamantem subaudio

Πολλῶν ἰατρῶν εἰσὸς μὲ ἀπώλεσεν.

Planè, cum fucatum Kalendarium pro vero adripimus, ipsimet sumus in causa, cur ab omnibus gentibus, quæ Romano solebant uti, idem summo omnium voto restitutum felicissimis Gregorij XIII auspiciis non recipiatur. Quare excitandus est Liliū genius, & quæ sui correctores perperam correxere, ea supplenda, & suo nitore, quandoquidem hæc nobis otia facis, augustissime Galliarum & Navarræ Rex Henrice, restituenda.

Neque verò sequar eorum vestigia, qui jam ante me eam curam suscepisse videri volunt. Infelicibus enim censoribus infeliciores chirurgos sese prodiderunt, non censenda censuere, non probanda probavere. Itaque quæ à nobis adnotata sunt de Kalendarij vulgaris ἀπειρία, καὶ ἀπειρία, καὶ ψευδοψηφοφορία, eadem omnino eandem adversus νοῦν, quæ tanquam castigata proposuerunt, Kalendaria vim obtinent, immò etiam majorem. Ego à Gregorii mente quantum ex suo diplomate eam colligere potero, non discedam, ea ipsa quæ à suis Sosigenibus expectarat, præstaturus, volente Deo.

RUBRICA III.

De fabricâ, & usu Kalendarij verè Gregoriani.

Primâ parte Rubricæ proponitur simplex fabrica, & usus ratio.
 Alterâ expenditur Kalendarij dignitas & præstantia.

PROPOSITIO I.

Kalendarium Gregorianum construere.

- 1 Primus mensis Lunæ ab octavo die Martij technicum initium ducito.
- 2 Is constituitur plenus, secundus cavus, & eo deinceps alterno ordine.
- 3 Singulis & similibus mensium diebus singuli & similes adponantur in cyclum characteres viginti novem. Luxetur autem tricesimus quisque dies mensis constituti pleni.
- 4 Characteres sunt, si placet,

N	M	H	G	F	E	D	C	B	A
u	t	f	r	q	p	n	m	l	k
i	h	g	f	e	d	c	b	a	

5 Con-

- 5 Continetur characterum ordo ad anni technici finem, id est Martij septimum. Itaque ad undecim dies *ἡπατομήνης* repetantur è cyclo literæ undecim majusculæ, atque adeo per totum Kalendarium characterum similitudo Neomenias anni, uti muruo sibi correspondent, arguat.
- 6 Tricesimus dies mensis cujuscunque constituti pleni esto Neomenia nulla. Itaque characterem *ἐξώπερον* suscipito, qualis *γγ* Æolicum digamma.
- 7 Character *ἐξώπερον*, in quem alioqui caderet Neomenia, devolvitur in N vel a. In N quidem, cum aureus numerus erit x vel minor; in a verò, cum aureus numerus erit xi vel major.
- 8 Characteres, si placet, numero designentur, ac vocentur Epactæ. Technicæ quidem, cum a numerabitur prima, b secunda, c tertia, ac eo deinceps ordine.
- 9 Kalendarium ita constructum perpetuo Epitheto perpetuum dicitur.

464 KALENDARIVM GREGORIANVM PERPETUUM.

	Januarius.	Februarius.	Martius.	Aprilis.	Majus.	Iunius.	Iulius.	Augustus.	September.	October.	November.	December.
1	300 F	331 E	319 F	25 e	V 15 e	286 c	111 c	111 a	178 N	208 N	239 H	269 H
2	301 E	332 D	320 E	26 d	V 16 d	187 b	111 b	111 b	179 M	209 M	240 G	270 G
3	302 D	333 C	321 D	27 c	V 17 c	188 a	111 a	111 a	180 M	210 M	241 F	271 F
4	303 C	334 B	322 C	28 b	V 18 b	189 77	111 77	111 77	181 C	211 C	242 E	272 E
5	304 B	335 A	323 B	29 a	V 19 a	190 N	111 N	111 N	182 F	212 F	243 D	273 D
6	305 A	336 77	324 A	30 77	V 20 77	191 M	111 M	111 M	183 E	213 E	244 C	274 C
7	306 77	337 77	325 77	31 77	V 21 77	192 M	111 77	111 77	184 D	214 D	245 B	275 B
8	307 77	338 77	326 77	77	V 22 77	193 H	111 77	111 77	185 C	215 C	246 A	276 A
9	308 f	339 f	327 f	77	V 23 77	194 G	111 77	111 77	186 B	216 B	247 77	277 77
10	309 e	340 q	328 q	77	V 24 77	195 F	111 77	111 77	187 A	217 A	248 77	278 77
11	310 q	341 p	329 p	77	V 25 77	196 E	111 77	111 77	188 77	218 77	249 77	279 77
12	311 p	342 n	330 n	77	V 26 77	197 C	111 77	111 77	189 77	219 77	250 77	280 77
13	312 n	343 m	331 m	77	V 27 77	198 B	111 77	111 77	190 f	220 f	251 q	281 q
14	313 m	344 l	332 l	77	V 28 77	199 A	111 77	111 77	191 e	221 e	252 p	282 p
15	314 l	345 k	333 k	77	V 29 77	200 77	111 77	111 77	192 q	222 q	253 77	283 77
16	315 k	346 i	334 i	77	V 30 77	201 77	111 77	111 77	193 p	223 p	254 m	284 m
17	316 i	347 h	335 h	77	V 31 77	202 f	111 77	111 77	194 n	224 n	255 l	285 l
18	317 h	348 g	336 g	77	V 77	203 f	111 77	111 77	195 m	225 m	256 k	286 k
19	318 g	349 f	337 f	77	V 77	204 q	111 77	111 77	196 l	226 l	257 77	287 77
20	319 f	350 e	338 e	77	V 77	205 p	111 77	111 77	197 k	227 k	258 h	288 h
21	320 e	351 d	339 d	77	V 77	206 n	111 77	111 77	198 i	228 i	259 g	289 g
22	321 d	352 c	340 c	77	V 77	207 m	111 77	111 77	199 h	229 h	260 f	290 f
23	322 c	353 b	341 b	77	V 77	208 l	111 77	111 77	200 g	230 g	261 e	291 e
24	323 b	354 a	342 a	77	V 77	209 k	111 77	111 77	201 f	231 f	262 d	292 d
25	324 a	355 77	343 77	77	V 77	210 i	111 77	111 77	202 e	232 e	263 c	293 c
26	325 77	356 77	344 77	77	V 77	211 h	111 77	111 77	203 d	233 d	264 a	294 a
27	326 77	357 77	345 77	77	V 77	212 g	111 77	111 77	204 c	234 c	265 a	295 a
28	327 M	358 G	346 G	77	V 77	213 f	111 77	111 77	205 b	235 b	266 77	296 77
29	328 H			77	V 77	214 e	111 77	111 77	206 a	236 a	267 N	297 M
30	329 G			77	V 77	215 d	111 77	111 77	207 77	237 N	268 M	298 H
31	330 F			77	V 77	216 b	111 77	111 77		238 M	269 77	299 G

Ad Bibliopegum.

Sequentes tres circuli ex chartâ resecentur, circulisque paginæ 455 & 459 (quæ quidem numeris 465 & 469 insigniri debuissent) ut & pag. 467. imponantur, ita ut illis affixis circum eorum centra rotari queant.

Figura pertinens ad pag. 459, seu numero 469 indigitandam.

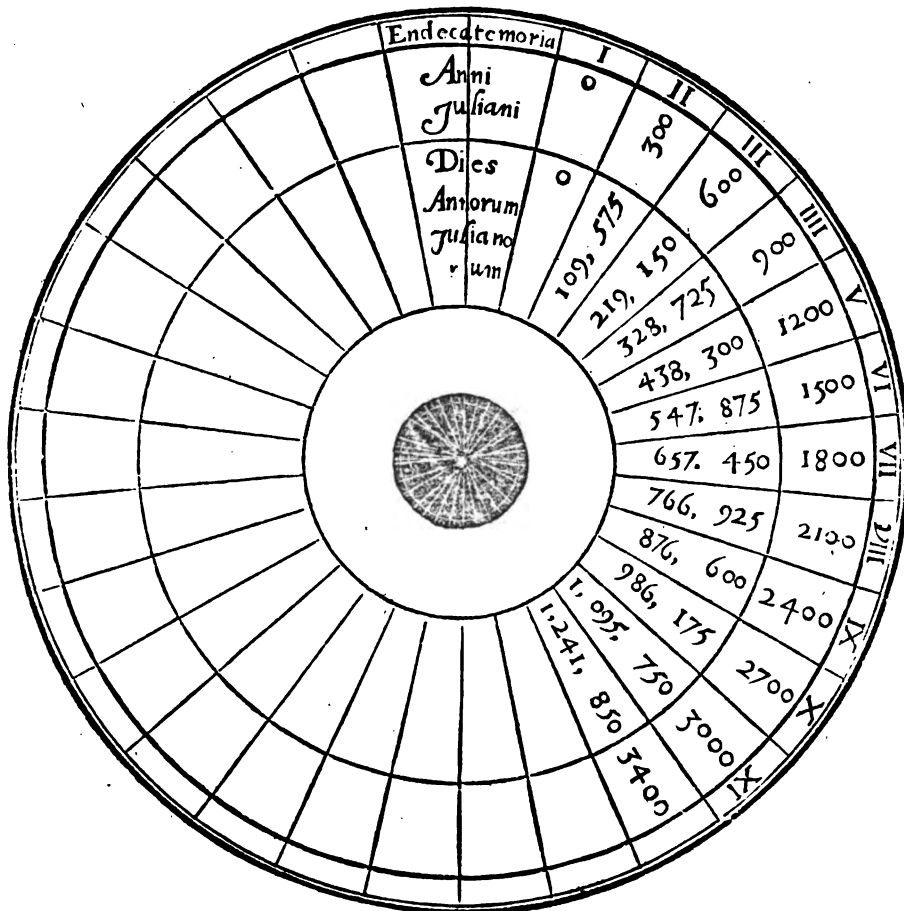


Figura pertinens ad pag. 455, seu quæ numero 465 insigniri debuisset.

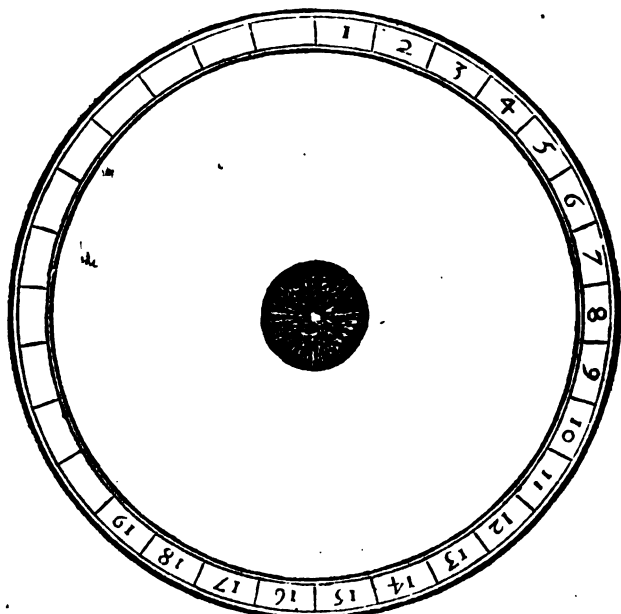
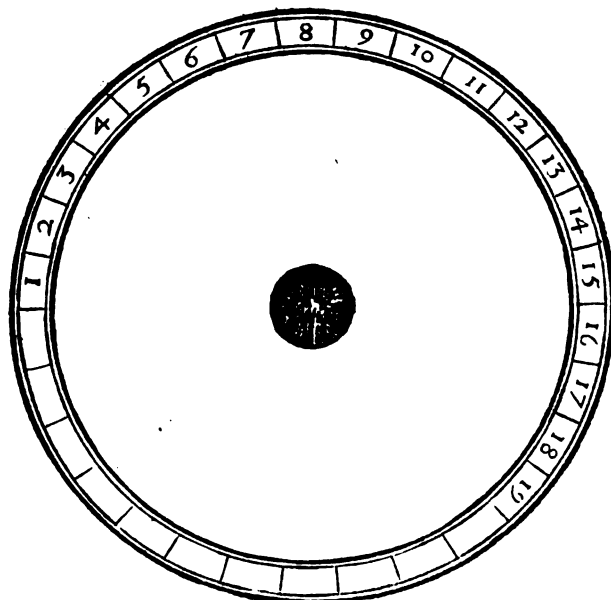


Figura pertinens ad pag. 467.



PROPOSITIO II.

Periodos Lunæ constituere.

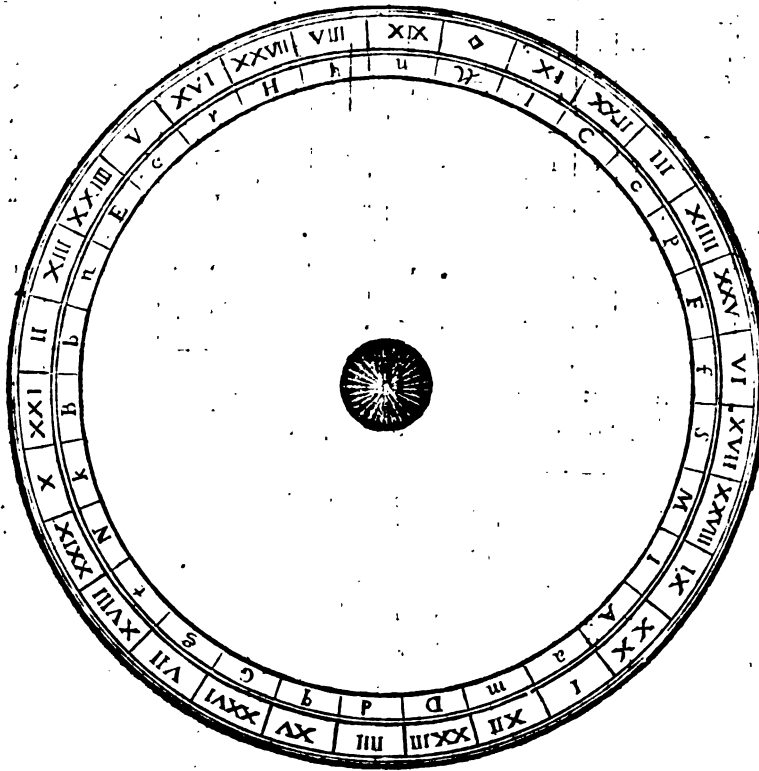
Prima periodus Lunæ annorum 19 Iulianorum esto. Magna annorum Iulianorum centuriis 34 concluditor.

PROPOSITIO III.

Cyclum Epactarum ad primæ periodi normam dirigere.

Cyclus Epactarum ad primæ Lunatis periodi normam directus esto hujusmodi.

Οργανώσις.



Immoto Epactarum cyclo movetur cyclus aurei numeri.

Πινακ.

Ordo ac successio characterum in Enneadeceteride ad metatheses quascunque.

Anni singulares Enneadeceteridis.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX
N XXIX M XXVIII H XXVII	k i h	B A u	b a u	n m l	E D C	e d c	r q p	H G F	h g f	u t f	u t f	u t f	l k i	C B A	c b a	p n m	F E D	f e d	f t q
G XXVI F XXV E XXIV	g f e	t f t	N M H	k i h	B A u	b a u	n m l	E D C	e d c	r q p	H G F	h g f	u t f	u t f	l k i	C B A	c b a	p n m	p n m
D XXIII C XXII B XXI	d c b	q p n	G F E	g f e	t f r	N M H	k i h	B A u	b a u	n m l	E D C	e d c	t q p	H G F	h g f	u t f	u t f	u t f	l k i
A XX u XIX t XVIII	a u t	m l k	D C B	d c b	q p n	G F E	g f e	t f r	N M H	k i h	B A u	b a u	n m l	E D C	e d c	r q p	H G F	h g f	h g f
r XVII q XVI p XV	M H G	i h g	A u t	a u t	m l k	D C B	d c b	q p n	G F E	g f e	t f r	N M H	k i h	B A u	b a u	n m l	E D C	e d c	e d c
p XIV n XIII m XII	F E D	f e d	f r q	M H G	i h g	A u t	a u t	m l k	D C B	d c b	q p n	G F E	g f e	t f r	N M H	k i h	B A u	b a u	b a u
k XI i X i IX	C B A	c b a	p n m	F E D	f e d	f r q	M H G	i h g	A u t	a u t	m l k	D C B	d c b	q p n	G F E	g f e	t f r	t f r	N M H
h VIII g VII f VI	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f
e V d IV c III	r q p	H G F	h g f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	D C B
b II a I	n m l	E D C	e d c	r q p	H G F	h g f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	u t f	A u t

Characteres Neomeniarum.

Vales, ut data anni unius Epacta, dentur Epacta periodi reliqua. Sit aureus numerus 1, Epacta 6. Ergo cum aureus numerus erit 11, dabitur Epacta 6. cum 111, p. & eo consequenter ordine.

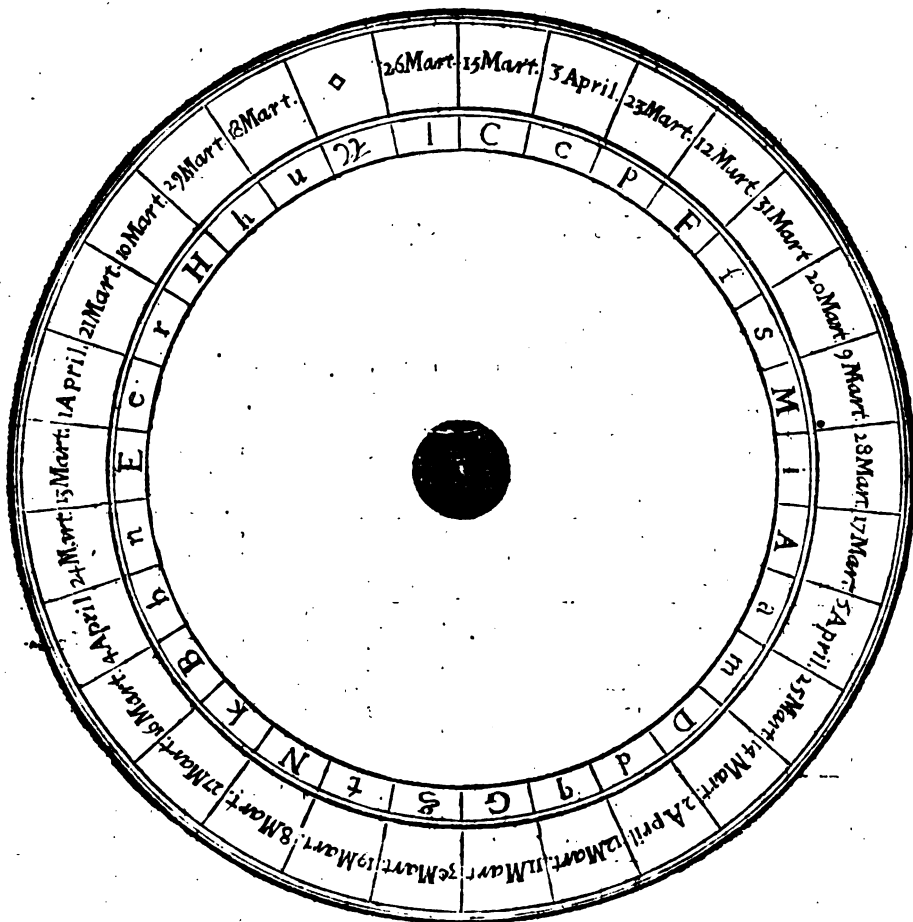
PROPOSITIO IV.

Cyclum Neomeniarum Paschalium ad aurei numeri normam dirigere.

Citima Neomenia esto Martij octavus, remotissima Aprilis quintus. Cyclus igitur Epactarum ad aurei numeri normam directus, cum ad Neomenias Paschales aptabitur, erit huiusmodi.

Οργανο-

Ὀρθρινός.



Immoto Epactarum cyclo movetur cyclus aurei numeri.

Πινάκιος.

Conspectus Neomeniarum Paschalium in Enneadecateride uniformi incedentium progressu.

Aureus numerus.	i	ii	iii	iv	v	vi	vii	viii	ix	x	xi	xii	xiii	xiv	xv	xvi	xvii	xviii	xix
23	11	111	iv	v	vi	vii	viii	ix	x	xi	xii	xiii	xiv	xv	xvi	xvii	xviii	xix	
24	13	f	vi	vii	viii	ix	x	xi	xii	xiii	xiv	xv	xvi	xvii	xviii	xix			
25	14	e	v	vi	vii	viii	ix	x	xi	xii	xiii	xiv	xv	xvi	xvii	xviii	xix		
26	15	d	iv	v	vi	vii	viii	ix	x	xi	xii	xiii	xiv	xv	xvi	xvii	xviii	xix	
27	16	c	iii	iv	v	vi	vii	viii	ix	x	xi	xii	xiii	xiv	xv	xvi	xvii	xviii	xix
28	17	b	ii	iii	iv	v	vi	vii	viii	ix	x	xi	xii	xiii	xiv	xv	xvi	xvii	xviii
29	18	a	i	ii	iii	iv	v	vi	vii	viii	ix	x	xi	xii	xiii	xiv	xv	xvi	xvii
30	19	yy	*	8	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	6	25	14	2	22
31	20	N	xxix	8†	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	7	26	15	3	23
1	21	M	xxviii	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24
2	22	H	xxvii	10	29	18	6	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25
3	23	G	xxvi	11	30	19	7	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	6	26
4	24	F	xxv	12	31	20	8	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	7	27
5	25	E	xxiv	13	1	21	9	29	18	6	26	15	3	23	12	31	20	8	28
6	26	D	xxiii	14	2	22	10	30	19	7	27	16	4	24	13	1	21	9	29
7	27	C	xxii	15	3	23	11	31	20	8	28	17	5	25	14	2	22	10	30
8	28	B	xxi	16	4	24	12	1	21	9	29	18	6	26	15	3	23	11	31
9	29	A	xx	17	5	25	13	2	22	10	30	19	7	27	16	4	24	12	1
10	30	u	xix	18	6	26	14	3	23	11	31	20	8	28	17	5	25	13	2
11	31	c	xviii	19	7	27	15	4	24	12	1	21	9	29	18	6	26	14	3
12	1	f	xvii	20	8	28	16	5	25	14	2	22	10	30	19	7	27	15	4
13	2	e	xvi	21	9	29	17	6	26	15	3	23	11	31	20	8	28	16	5
14	3	d	xv	22	10	30	18	7	27	16	4	24	12	1	21	9	29	17	6
15	4	c	xiv	23	11	31	19	8	28	17	5	25	14	2	22	10	30	18	7
16	5	b	xiii	24	12	1	20	9	29	18	6	26	15	3	23	11	31	19	8
17	6	a	xii	25	13	2	21	10	30	19	7	27	16	4	24	12	1	20	9
18	7	yy	xi	26	14	3	22	11	31	20	8	28	17	5	25	14	2	21	10
19	8	N	x	27	15	4	23	12	1	21	9	29	18	6	26	15	3	22	11
20	9	M	ix	28	16	5	24	13	2	22	10	30	19	7	27	16	4	23	12
21	10	H	viii	29	17	6	25	14	3	23	11	31	20	8	28	17	5	24	13
22	11	G	vii	30	18	7	26	15	4	24	12	1	21	9	29	18	6	25	14
1	11	f	vi	31	19	8	27	16	5	25	14	2	22	10	30	19	7	26	15

RELATIO KALENDARI

Minio autem, ut ante, distincti sunt dies Aprilis à diebus Martis, ne vox Martij & Aprilis saepe repetita obrueret inspectorem potius quam deleteret.

PROPOSITIO V.

Cyclum Neomeniarum anni exhibere.

Cum similitudo characterum similes mensium Lunæ dies in Calendario arguat, cyclus Neomeniarum anni ita se habebit.

		Cyclus vulgaris Neomeniarum anni.														Chara-cter an-ni equis-aeus numerus est unitate ma-ior.	Chara-cter an-ni equis-aeus numerus est unitate minor.
Nome-nus Cha-racteris.	Chara-cter Neome-nia anni.	Mart.	April.	Maj.	Iunij.	Iulij.	Augu.	Sept.	Octo.	Octo.	Nové.	Decé.	Ian.	Febr.			
XXIX	N	8	7	6	5	4	3	1	1	30	29	28	27	25	k	l	
XXVIII	M	9	8	7	6	5	4	2	2	31	30	29	28	26	i	k	
XXVII	H	10	9	8	7	6	5	3	3	Nov. 1	Dec. 1	30	29	27	h	i	
XXVI	G	11	10	9	8	7	6	4	4	2	2	31	30	28	g	h	
XXV	F	12	11	10	9	8	7	5	5	3	3	Ian. 1	31	28	f	g	
XXIV	E	13	12	11	10	9	8	6	6	4	4	2	Febr. 1	2	e	f	
XXIII	D	14	13	12	11	10	9	7	7	5	5	3	2	3	d	e	
XXII	C	15	14	13	12	11	10	8	8	6	6	4	3	4	c	d	
XXI	B	16	15	14	13	12	11	9	9	7	7	5	4	5	b	c	
XX	A	17	16	15	14	13	12	10	10	8	8	6	5	6	a	b	
XIX	u	18	17	16	15	14	13	11	11	9	9	7	6	7	yy	a	
XVIII	t	19	18	17	16	15	14	12	12	10	10	8	7	7	N	yy	
XVII	f	20	19	18	17	16	15	13	13	11	11	9	8		M	N	
XVI	r	21	20	19	18	17	16	14	14	12	12	10	9		H	M	
XV	q	22	21	20	19	18	17	15	15	13	13	11	10		G	H	
XIV	P	23	22	21	20	19	18	16	16	14	14	12	11		F	G	
XIII	n	24	23	22	21	20	19	17	17	15	15	13	12		E	F	
XII	m	25	24	23	22	21	20	18	18	16	16	14	13		D	E	
XI	l	26	25	24	23	22	21	19	19	17	17	15	14		C	D	
X	k	27	26	25	24	23	22	20	20	18	18	16	15		B	C	
IX	i	28	27	26	25	24	23	21	21	19	19	17	16		A	B	
VIII	h	29	28	27	26	25	24	22	22	20	20	18	17		u	A	
VII	g	30	29	28	27	26	25	23	23	21	21	19	18		t	u	
VI	f	31	30	29	28	27	26	24	24	22	22	20	19		f	t	
V	e	Apr. 1	Maj. 1	30	29	28	27	25	25	23	23	21	20		r	f	
IV	d	2	1	31	30	29	28	26	26	24	24	22	21		q	r	
III	c	3	3	Iun. 1	Iul. 1	30	29	27	27	25	25	23	22		p	q	
II	b	4	4	2	2	31	30	28	28	26	26	24	23		n	p	
I	a	5	5	3	3	Aug. 1	31	29	29	27	27	25	24		m	n	
0	yy	6	4	4	2	2	30	28	28	26	26	24	23		l	m	

Sit octavus Martij, Neomenia. Erit eodem anno 7 Aprilis, Neomenia. 6 Maji. 5 Iunij, & eo continuo, quem eadem profelis indicat, ordine, & inversim.

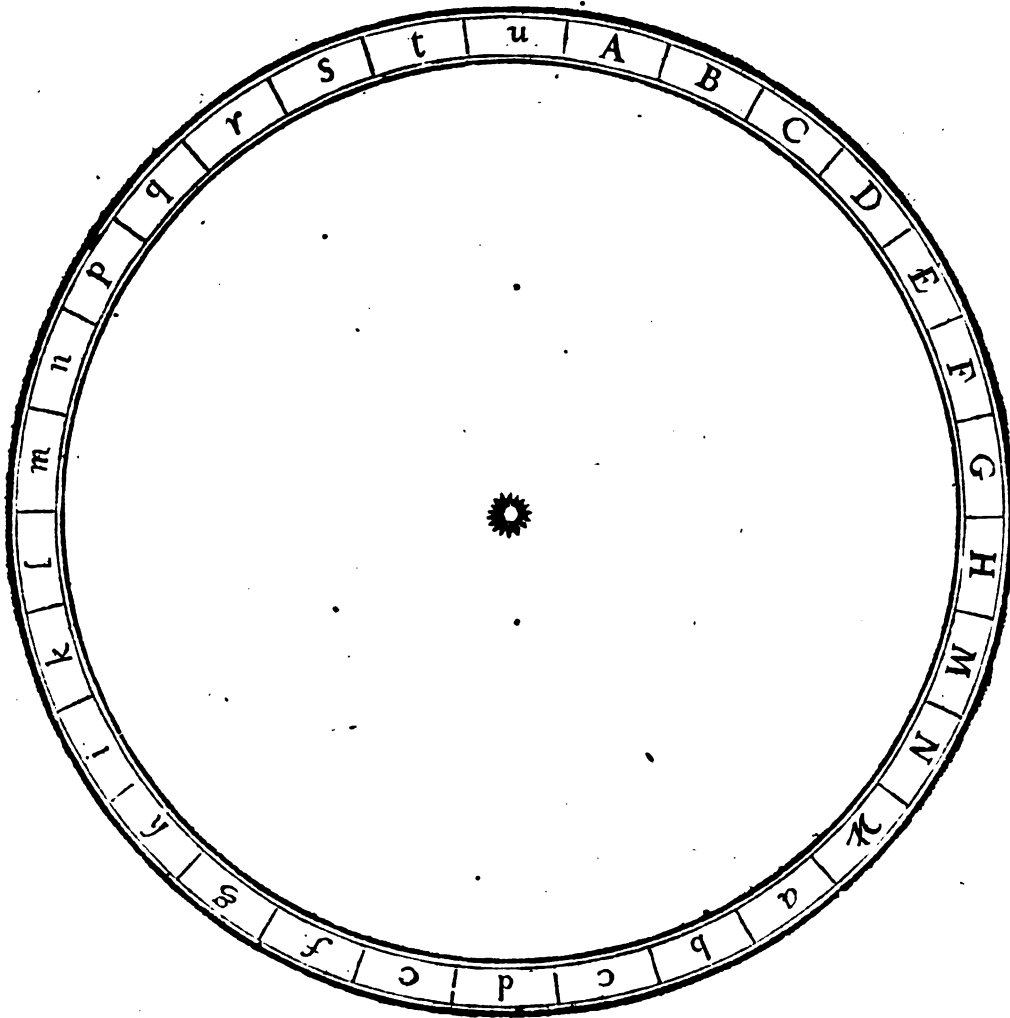
PROPOSITIO VI.

Cyclum Epactarum ad magnæ Lunaris periodi normam dirigere.

Magna Lunæ periodus restituit Neomenias aureo numero unitate diminuto. Nam cum ab annis 3400 abjiciuntur cycli decemnovalis, supersunt anni 16. Aureo autem alicui numero 16 unitates addere, ipsum est unitate minuere. Quare præficiatur periodo, quæ agitur, numerus aureus 1. Antecedenti igitur præficiatur aureus numerus 2. Succedenti præficiatur 19. Ergo magna Lunari periodo absumuntur characteres Epactarum undecim sub constante aureo radice numero. Ac proinde ternis annorum centuriis, quarum singulæ constant diebus 36, 525, absumuntur consentaneè κατ' ἑπιτακτικὸν ὀλογερῆ character unus, ac tandem quatuor centuriis postremis. Itaque cyclus Epactarum ad magnæ Lunaris periodi normam directus, cum ea definita sit annorum Iuliano-rum 3400, id est, dierum 1, 241, 850, se habebit hujusmodi.

Opza-

Οργανικός.



Πιναντικός.

CHARACTERES EPACTARUM

Ende- cate- moris.	Anni Ju- liani.	Dies annorum julianorum.	m n p	q r s	t u A	B C D	E F G	H M N	γ γ α	β	γ	δ	ε	ζ	η	θ	ι	κ	λ
I	0	0	m n p	q r s	t u A	B C D	E F G	H M N	γ γ α	β	γ	δ	ε	ζ	η <td>θ</td> <td>ι <td>κ</td> <td>λ</td> </td>	θ	ι <td>κ</td> <td>λ</td>	κ	λ
II	300	109, 575	u p q	r s t	n A B	C D E	F G H	M N γ γ	a b c	d e f	g h i	k l m	n	p q r	s t u	A B C	D E F	G H M	N γ γ
III	600	219, 150	p q r	s t u	A B C	D E F	G H M	N γ γ α	β	γ	δ	ε	ζ	η <td>θ</td> <td>ι <td>κ</td> <td>λ</td> <td>μ</td> </td>	θ	ι <td>κ</td> <td>λ</td> <td>μ</td>	κ	λ	μ
IV	900	328, 725	q r s	t u A	B C D	E F G	H M N	γ γ α	β	γ	δ	ε	ζ	η <td>θ</td> <td>ι <td>κ</td> <td>λ</td> <td>μ</td> </td>	θ	ι <td>κ</td> <td>λ</td> <td>μ</td>	κ	λ	μ
V	1:00	438, 300	r s t	u A B	C D E	F G H	M N γ γ	a b c	d e f	g h i	k l m	n p q	r	s t u	A B C	D E F	G H M	N γ γ α	β
VI	1500	547, 875	s t u	A B C	D E F	G H M	N γ γ α	β	γ	δ	ε	ζ	η <td>θ</td> <td>ι <td>κ</td> <td>λ</td> <td>μ</td> <td>ν</td> </td>	θ	ι <td>κ</td> <td>λ</td> <td>μ</td> <td>ν</td>	κ	λ	μ	ν
VII	1800	657, 450	t u A	B C D	E F G	H M N	γ γ α	β	γ	δ	ε	ζ	η <td>θ</td> <td>ι <td>κ</td> <td>λ</td> <td>μ</td> <td>ν</td> </td>	θ	ι <td>κ</td> <td>λ</td> <td>μ</td> <td>ν</td>	κ	λ	μ	ν
VIII	2100	766, 925	u A B	C D E	F G H	M N γ γ	a b c	d e f	g h i	k l m	n p q	r s t	u	A B C	D E F	G H M	N γ γ α	β	γ
IX	2400	876, 600	A B C	D E F	G H M	N γ γ α	β	γ	δ	ε	ζ	η <td>θ</td> <td>ι <td>κ</td> <td>λ</td> <td>μ</td> <td>ν</td> <td>ξ</td> </td>	θ	ι <td>κ</td> <td>λ</td> <td>μ</td> <td>ν</td> <td>ξ</td>	κ	λ	μ	ν	ξ
X	2700	986, 175	B C D	E F G	H M N	γ γ α	β	γ	δ	ε	ζ	η <td>θ</td> <td>ι <td>κ</td> <td>λ</td> <td>μ</td> <td>ν</td> <td>ξ</td> </td>	θ	ι <td>κ</td> <td>λ</td> <td>μ</td> <td>ν</td> <td>ξ</td>	κ	λ	μ	ν	ξ
XI	3000	1,095, 750	C D E	F G H	M N γ γ	a b c	d e f	g h i	k l m	n p q	r s t	u A	B	C	D	E	F	G	H
	3400	1,241, 850																	

Valer. ut datâ Epacta ad parodum aliquam magnæ periodi, dentur Epactæ ad paro-
dos ejusdem periodi reliquas, sub immutabili aureo radice numero.

M m m 2

Distin-

Distinguntur autem parodi per periodi Endecatēmorīa, constituta videlicet annorum 300 singula; excepto postremo embolimzo, cui tribuuntur anni quadringenti reliqui.

PROPOSITIO VII.

Radicem Æquinoctii verni Julianam constituere.

Anno 0 ab Erâ Christi dies vicissimus tertius Martij Iulianus Æquinoctij verni sedes esto.

PROPOSITIO VIII.

Invenire dies exemptiles seculi Juliani propositi.

Dies exemptiles sunt ij, quibus propositæ annorum Iulianorum centuriæ totidem Gregorianas ab eodem initas principio, excedunt. Sunt enim rejiculi ex Gregorianâ constitutione, ἀποβλητοὶ καὶ ἐξαίρεσιμοί. Et verò directio Gregoriana anno ante Christum vel post Christum 100 Iuliano, & deinceps anno 200 & anno 300 Bissextum omittit, anno verò 400 retinet. Adsumatur igitur Era Christi, & oporteat facere quod propositum est.

Quotus erit in propositis annorum ante vel post Christum centuriis quaternarius centuriarum numerus, tot sume ternos dies, & quot divisione institutâ supererunt centuriæ, tot sume dies singulos, sumptos collige, & conflabis summam dierum exemptilium seculi propositi.

Propositus annus consistat in primo Endecatēmorio magna periodi, & sit Epacta m sub aureo numero 1. In Endecatēmorio succedente erit n, in tertio p, & eo continuo ordine sub aureo radicis numero 1.

Sic annis ab Erâ Christi Iulianis 48,700 dies exemptiles numerantur 366. Periodo verò annorum 194,800 dies 1,461 seu anni quatuor Iuliani.

Et annis 109,500 dies numerantur exemptiles 822, seu anni duo communes Ægyptiive & dies 92.

Et annis 218,000 dies numerantur exemptiles 1,635, seu anni quatuor Iuliani & dies 174.

Annis denique 163,580,000 dies exemptiles inveniuntur 1,241,850, seu anni Iuliani 3,400.

PROPOSITIO IX.

In Kalendario Juliano Epochas Æquinoctii verni ad Juliana quæcunque secula, subnotare.

Inveni dies exemptiles propositi ab Erâ Christi Juliani seculi, quos à 23 Martij numerata exclusivè in consequentia dierum Kalendarij, si de antecedentibus seculis, vel in antecedentia si de consequentibus quæritur, & is, in quem desinet numeratio, sedes erit Æquinoctii verni Iuliani quæsitæ.

Secundum quæ hic proferuntur

VERE GREGORIANI. 461
 IN KALENDARIO JULIANO ADNOTATÆ
 zd aliquot annorum Julianorum Centurias Æquinoctii verni Epochæ.

Anni Iuliani ante Christum.	Dies mēsis.	Dies anni technici. Iulianij.	Anni Iuliani post Christum.	Anni Iuliani ante Christum.	Dies mensis.	Dies anni technici.	Anni Iuliani post Christum.
		30 329					
		31 330	6,700 6,800		Martij. 17 10		700 800
		Februarij.					
		1 331	6,600		18 11		600
		2 332	6,500		19 12		500
		3 333	6,300 6,400		20 13		300 400
		4 334	6,200		21 14		200
		5 335	6,100		22 15		100
		6 336	5,900 6,000	0 100	23 16		0
		7 337	5,800	200	24 17		
		8 338	5,700	300	25 18		
		9 339	5,500 5,600	400 500	26 19		
		10 340	5,400	600	27 20		
		11 341	5,300	700	28 21		
		12 342	5,100 5,200	800 900	29 22		
		13 343	5,000	1,000	30 23		
		14 344	4,900	1,100	31 24		
		15 345	4,700 4,800	1,200 1,300	Aprilis. 1 25		
		16 346	4,600	1,400	2 26		
		17 347	4,500	1,500	3 27		
		18 348	4,300 4,400	1,600 1,700	4 28		
		19 349	4,200	1,800	5 29		
		20 350	4,100	1,900	6 30		
		21 351	3,900 4,000	2,000 2,100	7 31		
		22 352	3,800	2,200	8 32		
		23 353	3,700	2,300	9 33		
		24 354	3,500 3,600	2,400 2,500	10 34		
		25 355	3,400	2,600	11 35		
		26 356	3,300	2,700	12 36		
		27 357	3,100 3,200	2,800 2,900	13 37		
		28 358	3,000	3,000	14 38		
		Martij. 1 359	2,900	3,100	15 39		
		2 360	2,700 2,800	3,200 3,300	16 40		
		3 361	2,600	3,400	17 41		
		4 362	2,500	3,500	18 42		
		5 363	2,300 2,400	3,600 3,700	19 43		
		6 364	2,200	3,800	20 44		
		7 365	2,100	3,900	21 45		
		8 1	1,900 2,000	4,000 4,100	22 46		
		9 2	1,800	4,200	23 47		
		10 3	1,700	4,300	24 48		
		11 4	1,500 1,600	4,400 4,500	25 49		
		12 5	1,400	4,600	26 50		
		13 6	1,300	4,700	27 51		
		14 7	1,100 1,200	4,800 4,900	28 52		
		15 8	1,000	5,000	29 53		
		16 9	900	5,100	30 54		
				5,200 5,300	Maij. 1 55		
				&c.			

In intervallo autem annorum Iulianorum 194,800 circumducetur quater Kalendarium. Et erit circumductionis is schematismus.

KALENDARIUM JULIANUM.

			Dies Februarij.		
			24	129,300	
			Sedes Bissexti.	129,100 129,200	
Dies Martij.					
20	300 400	49,000	97,700	126,300 126,400	
21	200	48,900	97,500 97,600	126,200	
22	100	48,700 48,800	97,400	126,100	
23	0	48,600	97,300	125,900 126,000	194,700 194,800
24	48,500	97,100 97,200	125,800	194,600	
25	48,300 48,400	97,000	125,700	194,500	
26	48,200	96,900	125,500 126,000	194,300 694,400	
27	48,100	96,700 96,800	125,400	194,200	

Quæro Epocham Æquinoctij verni Iulianam seculo 109,500. Dies numerantur exemptiles 92 supra annos duos communes, quos dies dum numero à die 16 anni technici, id est 23 Martij, incido in diem 289, id est 21 Decembris, sedem ideo Æquinoctij verni eo seculo apud Iulianos.

Quæro de seculo 218,000. Dies numerantur exemptiles 174 supra annos 4 Iulianos, quos dum numero à die 16 anni technici, incido in diem 207, Epocham ideo Æquinoctij verni Iulianam.

PROPOSITIO X.

In quem diem Gregorianum cadat dies Iulianus, vel contra explorare.

Parentur duo Kalendaria rotatilia & homocentra. Vnum, in quo intelligatur moveri Æquinoctium, & ideo Iulianum. Alterum, in quo retineri ad 21 Martij, & ideo Gregorianum. Et in Iuliano adnotetur Epocha Æquinoctij verni, quæ temporis proposito congruit. Quando igitur illa committetur cum die 21 Martij Gregoriano, accidet eà commissurâ, ut dies in utroque Calendario iidem, sed aliter à Julianis aliter à Gregorianis numerati, mutuo sibi respondeant reliqui. Aptentur itaque Kalendaria huiusmodi. Et omnino Problemati satisfier.

PROPOSITIO XI.

Cyclum Epactarum in Calendario Iuliano ordinare.

Ex eâ, quæ exposita est, Kalendariorum epharmoge suum quisque dies Iulianus à Gregoriano cyclo characterem numerumve Epactæ, prout è regione occurret, suscipito.

PROPOSITIO XII.

Radice Neomeniæ Julianam constitutere.

Anno 0 ab Erâ Christi Neomenia ad 25 diem Martij Iulianum consistito.

PROPOSITIO XIII.

Magnæ Lunaris periodi initium præfigere.

Annus 0 ab Erâ Christi esto annus 0 magnæ Lunaris periodi.

PROPOSITIO XIV.

Unicuique magnæ periodo Lunæ aureum numerum constantem præficere.

Magna quæque Lunæ periodus, aureum numerum anni à quo incipit, retineto. Itaque aureus numerus 1 magnæ post Christum primæ periodo præficitor, quoniam ea incipit

cipit anno 0 ab Erâ Christi, id est, anno ante Christum primo 1. Et succedenti secundâ præfixitor aureus numerus 19, quoniam incipiet anno Christi 3, 400. Tertiz 18, & eo continuo unitatis decremento. Contra prima ante Christum periodus, quæ incipit anno ante Christum 3, 400, aureum numerum 1 adserito:

Tertia, quæ incipit anno, ut Hebræi vocant Tohu 6, 800, aureum numerum 3.

COROLLARIUM.

Itaque post absolutas periodos magnas Lunæ denas novenas, annorum videlicet Julianorum 64, 600, redibit idem aureus numerus.

PROPOSITIO XV.

Julianas Neomeniarum constantes Epochas unicuique Endecatemonio magnæ Lunaris periodi, sub aureo anni 1, à quo ea initium ducit, numero, assignare.

Primi Endecatemonij Neomenia ex jam constituta radice ad 25 Martij alligator. expleto Endecatemonio, die uno recediro. Itaque Neomenia secundi Endecatemonij ad diem 24 reponitor. Tertij ad 23, & eo continuo ad postremum Endecatemonium regressu, ex jam constituto Epactarum ad magnæ periodi normam dirigendo cyclo.

Secundum quæ

CON-

CONSTANTES NEOMENIARVM IULIANARVM
*Epochæ ad quæcunque seculâ præterita vel futura
 se habebunt, ut in Tabellâ.*

Anni ante Christum Iulian.				Anni post Christum Iulian.																					
Sub auroj numero III.	Sub auroj numero. II.	Endeca- ternoctâ.	Dies Martii.	Dies an- ni tech- nid	Sub auroj numero. I.	Sub auroj numero. XIX.	XVIII.	XVII.	XVI.	XV.	XIV.	XIII.	XII.	XL.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	V.	IV.	III.	II.	I.	
	3400	I	25	18	0	3400	6800	10,200	13,600	17,000	20,400	23,800	27,200	30,600	34,000	37,400	40,800	44,200	47,600	51,000	54,400	57,800	61,200	64,600	
	3100	II	24	17	300	3700	7100	10,400	13,800	17,200	20,600	24,000	27,400	30,800	34,200	37,600	41,000	44,400	47,800	51,200	54,600	58,000	61,400	64,800	68,200
	2800	III	23	16	600	4000	7400	10,800	14,200	17,600	21,000	24,400	27,800	31,200	34,600	38,000	41,400	44,800	48,200	51,600	55,000	58,400	61,800	65,200	68,600
	2100	IV	22	15	900	4300	7700	11,100	14,500	17,900	21,300	24,700	28,100	31,500	34,900	38,300	41,700	45,100	48,500	51,900	55,300	58,700	62,100	65,500	68,900
5100	2100	V	21	14	1200	4600	8000	11,400	14,800	18,200	21,600	25,000	28,400	31,800	35,200	38,600	42,000	45,400	48,800	52,200	55,600	59,000	62,400	65,800	69,200
	1900	VI	20	13	1500	4900	8300	11,700	15,100	18,500	21,900	25,300	28,700	32,100	35,500	38,900	42,300	45,700	49,100	52,500	55,900	59,300	62,700	66,100	69,500
1000	1600	VII	19	12	1800	5200	8600	12,000	15,400	18,800	22,200	25,600	29,000	32,400	35,800	39,200	42,600	46,000	49,400	52,800	56,200	59,600	63,000	66,400	69,800
4700	1300	VIII	18	11	2100	5500	8900	12,300	15,700	19,100	22,500	25,900	29,300	32,700	36,100	39,500	42,900	46,300	49,700	53,100	56,500	59,900	63,300	66,700	70,100
4400	1000	IX	17	10	2400	5800	9200	12,600	16,000	19,400	22,800	26,200	29,600	33,000	36,400	39,800	43,200	46,600	50,000	53,400	56,800	60,200	63,600	67,000	70,400
4100	700	X	16	9	2700	6100	9500	12,900	16,300	19,700	23,100	26,500	29,900	33,300	36,700	40,100	43,500	46,900	50,300	53,700	57,100	60,500	63,900	67,300	70,700
3800	400	XI	15	8	3000	6400	9800	13,200	16,600	20,000	23,400	26,800	30,200	33,600	37,000	40,400	43,800	47,200	50,600	54,000	57,400	60,800	64,200	67,600	71,000
3400	0				3400	6800	10,200	13,600	17,000	20,400	23,800	27,200	30,600	34,000	37,400	40,800	44,200	47,600	51,000	54,400	57,800	61,200	64,600	68,000	71,400

Ad circumducendum magnas periodos
Lunæ denas novenas,
abacus.

84,600	I
129,200	II
193,800	III
258,400	IV
323,000	V
387,600	VI
502,200	VII
516,800	VIII
581,400	IX
646,000	X

Quæritur Epochæ Iulianæ periodicæ Neomenia seculo ante Christum 1200. Datur ab anno 1300 ad annum 100 Martij 18 ex tabella, sub aureo numero ij.

Quæro de seculo 1600 post Christum. Datur 20 Martij ab anno 1500 ad 1800 ex tabella, sub aureo numero j.

Quæro de seculo 109,500. Circumducta magna periodo dena novena, supererit annus 44,900. Quo seculo Epochæ Neomenia Iulianæ datur Martij 23, sub aureo numero vij.

Quæro de seculo 218,000. Circumductis tribus periodis denis novenis, supererit annus à Christo 24,200. Quo seculo Epochæ Neomenia Iulianæ datur 24 Martij ex tabella, sub aureo numero xij.

Quæro denique de seculo 145,576,800. Circumductis 2563 magnis periodis, supererit annus à Christo 7,000. Quo seculo Epochæ Neomenia Iulianæ datur 24 Martij ex tabella, sub aureo numero xvij.

PROPOSITIO XVI.

Ad datum tempus, manente anni Iulianæ ordinatione, Epactam invenire, atque adeo Neomeniam Paschalem, & Neomenias anni reliquas.

Ad datum tempus inveni Epocham Julianam tum Æquinoctii verni tum periodicæ Neomeniæ. Quibus in Calendario Juliano adnotatis ordinentur Epactæ. Quem igitur characterem nanciscetur Epochæ periodicæ Neomeniæ, is erit Epacta quæsita sub aureo anni, à quo initium ducit periodus, numero.

Sanè cum Epocham citimæ Neomeniæ Epochas periodicæ antevertet, in anni antecedentis characteres fiet eruptio. Itaque diminuendus erit eo casu aureus numerus unitate.

Cyclorum porro ad ordinandum Epactas, rotatilium peripheriæ vix divisionem recipiunt in dies tercentum sexaginta quinque, nisi admodum figura sit immensa. Sed quod organum angustia chartæ denegat, commode supplet Epilogismus.

FORMULA EPILOGISMI.

Adnotatur autem ad præclariorem conspectum non ipsa Æquinoctij verni Juliana Epochæ, sed Epochæ citimæ Neomeniæ, dies-ve primus anni solennium, diem Æquinoctij verni diebus tredecim perpetuò antevertens.

<i>Anno ante Christum Juliano</i>	<i>Qualis cycli anni Epochæ Juliana citimæ Neomenia dies est</i>	<i>Talis, Epochæ Juliana periodica Neomenia dies est</i>	<i>Itaque distantia periodica à citima dierum est</i>	<i>At in rella Epactarū ordinatione, citima Neomenia caput est anni solennium seu dies anni technici.</i>	<i>Ergo cadet periodica Neomenia in diem anni technici. Cujus ideo character dabit Epactam, & est</i>
		Sub aureo numero 111.	in antecedentia.		Sub aureo numero 11.
4,400	36	10	26	I	340 q
4,300	35	10	25		341 p
4,200	34	10	24		342 n
4,100	33	9	24		342 n
4,000	33	9	24		342 n
3,900	32	9	23		343 m
3,800	31	8	23		343 m
3,700	30	8	22		344 l
3,600	30	8	22		344 j
3,500	29	8	21		345 k
		Sub aureo numero 11.			Sub aureo numero 1.
3,400	28	18	10		356 M
3,300	27	18	9		357 H
3,200	27	18	9		357 H
3,100	26	17	9		357 H
3,000	25	17	8		358 G
2,900	24	17	8		359 F
2,800	24	16	8		358 G
2,700	23	16	7		359 F
2,600	22	16	6		360 E
2,500	21	15	6		360 E
2,400	21	15	6		360 E
2,300	20	15	5		361 D
2,200	19	14	5		361 D
2,100	18	14	4		362 C
2,000	18	14	4		362 C
1,900	17	13	4		362 C
1,800	16	13	3		363 B
1,700	15	13	2		364 A
1,600	15	12	3		364 B
1,500	14	12	2		464 A
1,400	13	12	1		365 u
1,300	12	11	1		365 u
1,200	12	11	1		366 u
1,100	11	11		in consequentia.	Sub aureo numero 11.
1,000	10	10	0	0	1 N
900	9	10	1		1 N
					2 M
800	9	10	1		2 M
700	8	9	1		2 M
600	7	9	2		3 H
500	6	9	3		4 G
400	6	8	2		3 H
300	5	8	3		4 G
200	4	8	4		5 F
100	3	8	5		6 E

Anno

Anno post Christum Iuliano.		Sub aureo nume- ro j.			Sub aureo numero i.
0	3	18	15		16 p
100	2	18	16		17 n
200	1	18	17		18 m
300	365	17	17		18 m
400	365	17	17		18 m
500	364	17	18		19 l
600	363	16	18		19 l
700	362	16	19		20 k
800	362	16	19		20 k
900	361	15	19		20 k
1,000	360	15	20		21 i
1,100	359	15	21		22 h
1,200	359	14	20		21 i
1,300	358	14	21		22 h
1,400	357	14	22		23 g
1,500	356	13	22		23 g
1,600	356	13	22		23 g
1,700	355	13	23		24 f
1,800	354	12	23		25 f
1,900	353	12	24		25 e
2,000	353	12	24		25 e
2,100	352	11	24		25 e
2,200	351	11	25		26 d
2,300	350	11	26		27 c
2,400	350	10	25		26 d
2,500	349	10	26		27 c
2,600	348	10	27		28 b
2,700	347	9	27		28 b
2,800	347	9	27		28 b
2,900	346	9	28		29 a
3,000	345	8	28		29 a
3,100	344	8	29		30 γγ
3,200	344	8	29		30 γγ
3,300	343	8	30		31 N
		Sub aureo numero XIX.			Sub aureo nume- ro XIX.
3,400	342	18	41		42 t
3,500	341	18	42		43 f
3,600	341	18	42		43 f
3,700	340	17	42		43 f
3,800	339	17	43		44 r
3,900	338	17	44		45 q
4,000	338	16	43		44 r
4,100	337	16	44		45 q
4,200	336	16	45		46 p
4,300	335	15	45		46 p
4,400	335	15	45		46 p
4,500	334	15	46		47 n
4,600	333	14	46		47 n
4,700	332	14	47		48 m
4,800	332	14	47		48 m
4,900	331	13	49		48 m
5,000	330	13	48		49 l
5,100	329	13	49		50 k
5,200	329	12	48		49 l
5,300	328	12	49		50 k
5,400	327	12	50		51 i
5,500	326	11	50		51 i
5,600	326	11	50		51 i
5,700	325	11	51		52 h
5,800	324	10	51		52 h
5,900	323	10	52		53 g
6,000	323	10	52		53 g
6,100	322	9	52		53 g
6,200	321	9	53		54 f
6,300	320	9	54		55 e
6,400	320	8	53		54 f
6,500	319	8	54		55 e
6,600	318	8	55		56 d
6,700	317	8	56		57 c
6,800	317				
&c.					

Quæro Epactam seculi Iuliani 109,500. Dies anni technici 276 fuit Epocha Iuliana citima Neomenia. Epocha vero excurrentis periodica dies 16, sub aureo numero VII. Hac igitur ab illa distat in consequentia diebus 105. Quare dies 106 in Calendario dabit Epactam, & est n, sub ipso aureo numero VII.

Quæro Epactam seculi 218,000. Dies anni technici 194 fuit Epocha Iuliana citima Neomenia. Epocha vero excurrentis periodica 17, sub aureo numero XIII. Hac ab illa distat in consequentia diebus 188. Quare dies 189 in Calendario Gregoriano dabit Epactam, & est r, sub ipso aureo numero XIII.

Data autem Epacta, dabitur Paschalis Neomenia ex situ Epacta in mense anni technici primo, atque adeo Neomeniæ anni reliquæ, ex characterum similitudine.

Pascha primum celebrarunt patres nostri anno à conditu mundi secundum Hebræos 2448. Itaque secundum eosdem is erat annus ante Christum 1312. Quæro diem Iulianum Paschalis Neomenia.

Quoniam eo seculo dies duodecimus anni technici fuit Epocha citima Neomenia apud Iulianos, in notetur in Calendario Iuliano, & committatur cum die citima Gregorianorum, id est, anni technici primo. Dies igitur undecimus, qui eodem seculo existit Epocha Neomenia Iuliana sub aureo numero 11, in eodem Calendario Iuliano adnotatus concurret cum die 365 Gregorianorum, cuius character est v. Quare sub aureo numero 1 Epacta erit u, non etiam sub aureo numero 11, quoniam Epocham citima Epocha periodica excurrentis Neomenia antevertit. Characterem autem u possidet in primo Epactarum Gregorianarum Cyclo dies Martij 18, cui ἐν ἐφάρμοϋν respondebit apud Iulianos 29. Ergo vicefimus nonus secundum Iulianos fuit Paschalis Neomenia, sub aureo numero 1. Immo etiam secundum Hebræos, qui quidem anno Iuliano ad suas Tekuphas, Gregoriano ad sua Moladob proxime utuntur.

PROPOSITIO XVII.

Ad datum tempus Gregorianum Epactam invenire; atque adeo Neomeniam Paschalem, & Neomenias anni reliquas.

Ad datum tempus Gregorianum inveni Epactam ac si proponeretur tempus Iulianum. Vix inter annorum Iulianas ac Gregorianas centurias, ea erit discrepantia, ut Epactam immutet.

At si durent secula, itaque dies exemptiles metam anni transcendant, quot anni numerabuntur exemptiles, tot unitatibus diminuendus erit aureus numerus, cui subest apud Iulianos Epacta. Enimvero proponantur anni à Christo Iuliani 48,700. Dies exemptiles ad anni metam adscendunt. Itaque qui Iulianis erit aureus numerus 1, is erit Gregorianis 2.

An autem & quatenus alioqui dies vel anni exemptiles Epactam immutent, dignoscetur ex Epactarum cyclo ad magnæ Lunaris periodi normam directo, & temporis adsumpti Iuliani, & propositi Gregoriani collatione. Cum enim in Epactarum cyclo, ut is ad magnæ periodi normam dirigatur, aptabitur ad tempus adsumptum Epacta inventa, quæ tempori vero occurrerit, ea erit de qua quæritur.

Ne vero transcendant dies exeresimi magnam periodum Lunæ, quoniam anni Gregoriani 165,580,000 deficiunt à totidem Iulianis per annos Iulianos 3,400. Est autem numerus 165,580,000 multiplex 3,400. Itaque intervallo annorum Gregorianorum 165,580,000 redeunt ad statas Epochas Neomeniæ, à daucto unitatibus sexdecim, vel quod idem est, diminuto tribus unitatibus aureo numero, circumducatur sane ea longissima periodus, retentis unitatibus tribus pro quaque circumductione ablativis aureo numero. Sic igitur in infinitum invenietur Epacta ad propositum pertinens Gregorianum seculum. Quod faciendum erat.

Proponantur longa secula. Itaque queratur Epacta anni à Christo Gregoriani 109,500. Et seculo Iuliano 109,500 jam inventa est Epacta n, sub aureo numero VII. Differunt autem ea secula annis quidem duobus. Sed ea differentia tanti non est, ut Epactam immutet. Neque enim ante annos tercentum, immutatur character in Epactarum cyclo, ad magna periodi normam directo. At aureum numerum immutat. Qui enim à Iulianis numerabitur annus à Christo 109,500, is erit 109,502 secundum Gregorianos. Ergo seculo 109,500 Gregoriano Epacta quidem erit n, sed sub aureo numero IX.

Sub

Sub aureo autem numero IV, qui ad annum 109,500 pertinet, erit Epacta τ, ex cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo, atque adeo 19 Martij Paschalis Neomenia.

Quaratur rursus Epacta anni Gregoriani 218,000. Et seculo 218,000 Iuliano jam inventa est Epacta τ, sub aureo numero XIII. Differunt autem secula annis quidem quatuor. Sed ea differentia quoque tanti non est, ut Epactam immutes. At aureus numerus immutat. Qui enim à Iulianis numerabitur annus à Christo 218,000, is erit 218,004 secundum Gregorianos. Ergo seculo 218,000 Gregoriano Epacta quidem erit τ, sed sub aureo numero XVII. Sub aureo autem numero XIV, qui ad annum 218,000 pertinet, Epacta erit q, atque adeo 22 Martij Paschalis Neomenia.

Proponantur sanè longiora secula, ut pote, Quaratur Epacta anni Gregoriani 19,480,000. Seculum illud esto Iulianum. Ergo circumductis magnis Luna periodis denis novenis 301, supererunt anni 35,400. Erat itaque 21 Martij Epochæ Neomenia Iuliana, sub aureo numero x. Dies autem exemptiles colliguntur 146,098, seu anni Gregoriani 400 & insuper dies unus. Quare 22 Martij, cujus character q, erit Epochæ Gregoriana, sub aureo numero xi. Qui enim numerabitur à Iulianis annus 19,480,000, is erit Gregorianis 19,480,400. Itaque addenda sunt 400 unitates aureo numero Iuliano x, id est unitas una, post circumductos cyclos decemnovales. At queritur Epacta seculi Gregoriani 19,480,000 non etiam seculi 19,480,400. Mittatur ergo Epacta q in cyclum magnæ periodis, sub Endecatemerio quinto, ad quod videlicet pertinet annus 35,400, id est, subducta decies magna periodo, annus 1400 incidet annus 35,000, id est, post eandem subductionem, annus 1000 in τ characterem Endecatemerij quarti. Erat igitur τ emendata Epacta, sub aureo numero xi, seculo Gregoriano 19,480,000. At sub aureo numero IV, qui ad propositum annum 19,480,000 pertinet, erit Epacta N, atque adeo octavus Martij Paschalis Neomenia.

PARS ALTERA RUBRICÆ,

seu

De Kalendarii verè Gregoriani dignitate & præstantiâ.

PROPOSITIO XVIII.

IN Kalendario Gregoriano limites Neomeniarum Paschalium ritè sunt constituti.

Fixus est Æquinoctij dies ad vicesimum primum diem Martij, & deinceps figendus decernitur novâ instituendâ intercalatione, si fortè succedentia secula adsumptam anni Solaris magnitudinem à justâ desciscere comprobent. Quare citima Neomenia Paschalis semper hærebit octavo Martij, remotissima Aprilis quinto. Sunt hi limites à patribus Nicænis præstituti, quos egredi nefas est. Salva enim oportet & illibata manere eorum decreta.

PROPOSITIO XIX.

In Kalendario Gregoriano constitutum est anni Lunaris principium, quale solemnium ratio, ac mensis Paschalis dignitas exposcit.

Non temerè immutanda sunt, quæ semper certam interpretationem habuerunt. Præcepit Hebræis Deus, ut mensem primum vocarent eum, cujus decima quarta dies Æquinoctium vernum proximè consequeretur, & eâ phase Domini celebrarent. Pascha illi *σκῆνες* etiamnum eâ die inducunt. At nos Pascha *ἀπὸ θενικῆν* non in ipsâ quidem decima quarta, sed die dominica proxime sequente celebramus. Ergo mensibus Cæsares nomina imponant. Anni caput pro arbitrio constituent. At *ἱερομῦναι* politiam desiderant cælestem. Itaque primus mensis anni solemnnes Neomeniarum Paschalium paradus, contineto, atque adeo citima Paschalis Neomenia primus dies ejusdem esto. Euseb., *Αὐτὴ πῖνον καὶ ἡμῖν κατὰ τὴν τῆ Θεοῦ ἀγίαν Ἐκκλησίαν ἀρχὴ ἕτους ἐστὶ πάντοτε. Καθ' ὃν, καὶ τὸ ἀγίον Πάσχα διείσθητες εἰς κυριακὴν ἐμπύπλον τὴν ἰδ τῆς σελλίως τὸν δὲ τῆ μῆνι ὅτι ἐχέ, ἰδαίως αἰδ' Ἀποστολικῆς ἐπιτελεῖται κατὰ φυσικῶν, καὶ θεοπροβῆδοτον μέθοδον.*

PROPOSITIO XX.

In Calendario Gregoriano data Neomenia Paschali, reliquæ anni Neomeniæ arguuntur certò, & contra.

Sit data Neomenia Paschalis octavus Martij, oportet Neomenias reliquas anni certo arguere. Quoniam singulis & similibus mensium diebus, singuli & similes adpositi sunt characteres viginti novem, octavus autem Martij caractere N insignitur, quem etiam adsciscunt dies septimus Aprilis, sextus Maji, quintus Junij, sextus Julij, tertius Augusti, primus Septembris, primus Octobris, tricesimus Octobris, vicessimus nonus Novembris, vicessimus octavus Decembris, vicessimus septimus Januarij, ac denique vicessimus quintus Februarij. Ideo duodecim illi dies erunt eo anno à citima Paschali Neomenia *πρηνικῶς* incepto Neomeniæ. At generaliter in reliquis quibuscunque Paschalibus Neomeniis accidet, ut similitudo characteris, mensium Lunarium initia quæque, invicem sibi correspondentia, arguat.

Contra ex lege *αὐτὸς ποφῶν*. Quemadmodum data Neomenia Paschali, dantur ex similitudine characteris Neomeniæ anni reliquæ, sic data Paschali, dabitur nec non Paschalis eo ipso symbolo.

Quid igitur, si proponatur tricesimus dies mensis alicujus constituti pleni Neomenia. Et quoniam tricesimus dies mensis primi non est Paschalis Neomenia (limites enim egreditur Paschales) ideo neque ei correspondentes in Calendario tecnico constitutæ sunt Neomeniæ, atque adeo tricesimus quisque dies constituti pleni habitus est *ὑπεράριθμος*, *ἀνάριθμος*, *ἀμφοικρεμής*, *ἀνάστρ*, Neomeniaque nulla, ut undique reciproca essent & conformia artis bene institutæ præcepta.

Quod si quis contendat petulantiùs, id absurdius esse, quàm uti duplici caractere vel discolori, adsumat sanè characterem tricesimum, Omalum P, Anomalum Π. Ac omalum quidem societ ipsi N. Anomalum ipsi a, ut ad alternationes mensium locus sit ipsi N, cum aureus numerus erit X vel minor; ipsi verò a, cum XI vel major.

PROPOSITIO XXI.

In Calendario Gregoriano libera relinquitur Epactarum per numeros ordinatos nomenclatura.

Cùm è characteribus Neomeniarum, is qui collocatur diei Aprilis quinto, numeratur primus, quarto secundus, & eo deinceps ordine, Epactæ vocentur technicæ. Et cum is qui collocatur tricesimo Martij numeratur primus, qui vicessimo nono secundus & eo deinceps ordine, vocentur vulgares. Et cum is qui diei Æquinoctij seu vicessimo primo Martij numeratur primus, & qui vicessimo secundus, & qui vicessimo secundo vicessimus nonus, & eo deinceps in antecedentia & consequentia ordine, vocentur Paschales.

„ *Ἐ πρηνικῶν ἡμέραι*, inquit Budaus, *intercalati dies appellantur. Lingua vernacula Epactam appellat rationem vulgarem, qua colligitur cursus Lunaris ab imperitiis, quam Isidorus libro vi Etymologiarum docent. Sunt autem undeni dies in singulos annos adnumerandi usque ad tricesimum, quos Epactas adpellant.*

Isidorus libro vi Etymologicwn.

„ *Epactas Græci vocant, Latini adjectiones annuas Lunares, qua per undenarium numerum usque ad tricenarium in se resolvuntur, quas ideo Ægyptii adjiciunt, ut Lunaris dimensio ratione Solis adequetur. Luna enim juxta cursum suum viginti novem semis dies lucere dignoscitur. Et fiunt in annum Lunarem dies 354. Remanent ad cursum Solis dies undecim, quos Ægyptii adjiciunt, unde & adjectiones vocantur. Absque his non invenies Lunam quota sit in quolibet anno & mense & die. Ista Epacta semper undecim Kalendis reperiuntur in eadem Luna, qua fuerit eo die. Continentur autem circulo decemnovali. Sed cum ad 29 Epactas pertinent, qui est circulus decemnovalis, jam sequenti anno addes super 29 undecim, ut decem annumeres deductis triginta. Sed inde reverteris, ut decem pronuncies.*

Refert vir fide dignus habere se *ψῖφον Παγαλιῶν* in antiquissimis membranis Græcè scri-

scriptum, in quo anni caput est September; itaque Epactæ technicæ quoram Lunæ ad illud initium arguunt.

Nicopolitani & Alexandrini suos habebant Augustaes Sacerdotes indices anni, seu, ut Theodoretus loquitur, τῶ ἐνιαυτῷ ἀρχοντας. Maximus Monachus, ἡ ποσῆα τῆς Σελλῶης, inquit, ἐν τῇ τριακάτῃ Μαρτίου μηνὸς τῶς τῶ ἐλα κένε ἐτὸς κατῆσας τῆς Σελλῶης Ἐπακτῶς ἀποδείκνυσι. Notat ille vulgares, & eas Lilius adposuit.

De Paschalibus vulgaris est, versiculus.

Qua tenet undenas Aprileis Luna Kalendas, Epactæ numerum monstrat per quemlibet annum.

	Character Neo- menicæ.	Epacta τεχνικῆ.	Vulgaris.	Paschalis.
Dies Martij.				
8	N	29	23	14
9	M	28	22	13
10	H	27	21	12
11	G	26	20	11
12	F	25	19	10
13	E	24	18	9
14	D	23	17	8
15	C	22	16	7
16	B	21	15	6
17	A	20	14	5
18	u	19	13	4
19	t	18	12	3
20	f	17	11	2
21	r	16	10	1
22	q	15	9	0
23	p	14	8	29
24	n	13	7	28
25	m	12	6	27
26	l	11	5	26
27	k	10	4	25
28	i	9	3	24
29	h	8	2	23
30	g	7	1	22
31	f	6	0	21
Dies Aprilis.				
1	e	5	29	20
2	d	4	28	19
3	c	3	27	18
4	b	2	26	17
5	a	1	25	16
6	γγ	0	24	15

Aufer à technicis unitates sex, habes vulgares. Adde vulgaribus sex, habes technicas. Technicis aufer vel adde 15, habes quoram Lunæ ad diem Æquinoctii, Epactæve Paschales.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

Prima Lunæ periodus bene proxima est veræ.

Prima Lunæ periodus est decem & novem annorum, quibus utimur; sive Iulianorum sive Gregorianorum. Eâ restituuntur ad easdem ferè Epochas Neomeniæ, post absolutos menses 235. Mahezor Hebræi, Græci Enneadecaterida, Romani cyclum decemnovalem appellant, & numerum à radice periodi, aureum. Eam in annis Iulianis primus invenisse perhibetur Meton. At Iuliana ferior aliquando periodo vera est. Contra Gregoriana citior. Media inter utramque veræ bene proxima. Menses enim 235 complentur ex observatis diebus $6,939 \frac{25,993}{43,013}$, seu $6,939 \frac{27,168}{40,000}$. At anni 19 Iuliani valent dies 6,939 $\frac{300}{400}$. Gregoriani $6,939 \frac{243}{400}$.

PROPOSITIO XXIII.

Vt anni Iuliani, Gregoriani-ve novem & decem, ad totidem annos communes; ita 235 menses Lunæ Synodici, quales medio motu ab Astronomis solent taxari proximè, ad 235 menses Politicos, quorum 228 pleni & cavi alternè, è septem verò reliquis sex sunt pleni, & unus cavi.

Nam 235 menses Lunæ Synodici, quales medio motu ab Astronomis solent taxari, complentur proximè annis 19, sive Iulianis, sive Gregorianis. Menses autem Politici 228 cavi & pleni, alternis constant diebus 6,726, sex pleni diebus 180, cavi unus diebus 29, summa dierum 6,935, qui debentur annis communibus decem & novem.

PROPOSITIO XXIV.

Propositis in cyclum characteribus triginta, undenarium quemque sumere, & ea serie ipsos ordinare.

Proponantur in cyclum characteres triginta, & sunt,

a	b	c	d	e	f	g	h	i	k
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
l	m	n	p	q	r	s	t	u	A
XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX
B	C	D	E	F	G	H	M	N	P
XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX	XXX

Oportet undenarium quemque sumere, & eâ serie eos ordinare. Numerentur naturali ordine ac progressu, & ab eorum aliquo constituatur cyclus, qui per undenarium numerum progrediatur, abjecto tricenario; cum ad eum ascenditur, numero. Erunt igitur in eo quoque cyclo gnomones triginta. Suum vero unusquisque characterem recipiat, videlicet.

l	C	c	p	q	f	s	M	i	A
XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX
a	m	D	d	q	G	g	t	N	k
I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X
B	b	n	E	e	r	H	h	u	P
XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	XXX

Ergo factum erit quod oportebat.

PRO-

PROPOSITIO XXV.

In Calendario Gregoriano, ita ordinatus est cursus Lunæ, ut circulationibus Kalendarij decem & novem compleat Luna menses Politicos 235, qui Astronomicis bene consentiunt.

Exponantur enim è Calendario Gregoriano triginta characteres, quos adsciscunt triginta dies, cujuslibet mensis constituti pleni. Iidem ordine retrogrado numerati ordinentur undeni, itaque characterem l character C diebus undecim antevertat, & ea continua serie. Adsumatur autem quilibet ipsorum, utpote l, in quo Luna consistat nova, & à puncto l cyclum anni ita percurrat Luna, ut desinat sua circuitio in characterem C, & à characterem C in characterem c, qui ordo continuabitur decies octies, cyclo vero decimo nono redibit Luna ad ipsum characterem l, ex proposito Epactarum cyclo, ad aurei numeri normam directo. Dico igitur ea sua circulatione absumi annos Lunares decem & novem, & præterea menses Politicos plenos sex & unum cavum. Quoniam menses Politici pleni dierum sunt 30, & cavi dierum 29; annus autem Lunaris sex plenis & sex cavis $\pi\epsilon\rho\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$: & ideo diebus 354. Cyclus porro anni communis est dierum 365, quot constat Kalendarium. Statuatur N dies anni primus, M secundus, ac denique $\gamma\gamma$ tricesimus. Cum igitur abs l Luna pervenerit ad C per ipsum N, absumuntur dies 354. Nam ab l ad finem anni numerantur dies 346, quibus adduntur dies octo. Quare is esto annus Lunaris primus. A puncto C ad punctum c absumuntur dies 384. Nam à puncto C ad finem anni numerantur dies 357, quibus adduntur 27. Quare is esto annus Lunaris secundus & præterea mensis plenus, ac denique ea numeratio continuetur.

N	1	l	C	c	p	F	f	f	M	i	A	
M	2	19	8	27	16	5	24	13	2	21	10	
H	3	346'	357'	338'	349'	360'	341'	352'	363'	344'	355'	
G	4	354	384	354	354	384	354	354	384	354	384	
F	5	Primus annus Lunæ.	Secundus plus mense pleno primo.	Tertius plus annus.	Quartus.	Quintus plus mense pleno secundo.	Sextus plus annus.	Septimus plus mense pleno tercio.	Octavus plus mense pleno quarto.	Nonus plus mense pleno quinto.	Decimus plus mense pleno sexto.	
E	6											
D	7											
C	8											
B	9	A	a	m	D	d	q	G	g	r	N	l
A	10	10	29	18	7	26	15	4	23	12	1	19
u	11	355'	336'	347'	358'	339'	350'	361'	342'	353'	364'	
t	12											
f	13	384	354	354	384	354	354	384	354	354	383	
r	14	Decimus plus mense pleno quarto.	Vndecimus.	Duodecimus.	Decimus tertius plus mense pleno quinto.	Decimus quartus.	Decimus quintus.	Decimus sextus plus mense pleno sexto.	Decimus septimus.	Decimus octavus.	Decimus nonus plus mense pleno sexto.	
q	15											
p	16											
m	17											
n	18											
l	19											
k	20											
i	21											
h	22											
g	23											
f	24											
e	25											
d	26											
c	27											
b	28											
a	29											
$\gamma\gamma$	30											

Tandem igitur redibit Luna ad punctum l, post absolutos annos & menses expositos. Decem autem & novem anni Lunares, Politico calculo, constant mensibus 228 plenis & cavis alternè, quibus cum adduntur sex menses pleni & unus cavus, summa mensium fit 235, qui totidem Astronomicis, in annorum 19 Iulianorum Gregorianorumve intervallo, bene consentiunt. Neque verò aliter evenisset, si ab alio quam l puncto, instituta fuisset numeratio. In Calendario igitur Gregoriano, ita ordinatus est cursus Lunæ, ut circulationibus Kalendarij decem & novem Luna compleat menses Politicos 235, qui totidem Astronomicis bene consentiunt. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXVI.

In Calendario Gregoriano Neomeniæ Paschales æquali incedunt ac uniformi progressu.

Cum dies mensis Lunæ, qui primus ordinatur in Calendario Gregoriano, sint dies Neomeniarum Paschalium parodici, excepto trigésimo, qui quidem exoticus est ac pensilis, directi sunt illi viginti novem ad aurei numeri normam in tabella, una cum exotico seu pensili cujus character assignatur $\gamma\gamma$. Itaque sit data Neomenia octavus Martij, sub aureo numero 1. Et oporteat reliquas Neomenias sub reliquis aureis numeris invenire. Quoniam igitur ad octavum Martij pertinet character N, cui succedit in cyclo directo character k, proponitur autem aureus numerus anni 1: ergo sub aureo numero 11 erit k Neomenia, id est, 27 Martij. Et sub aureo numero 111, B Neomenia, id est, 16 Martij, & eo continuo, donec periodus Metonica cyclusve decemnovalis compleatur, ordine. Sextus autem Aprilis in ea numeratione esset Neomenia, sub aureo numero xii. At is est exoticus ac pensilis. Eum itaque supplet in excessum defectumve parodici limitanei extremique, intra quos ipse consistit medius in Calendario, Octavus videlicet Martij, & Quintus Aprilis, ille deficiens, hic excedens. Ac Octavus quidem Martij præstat illud officium omnino, cum cadit character exoterici sub aureo numero x, vel minore; Quintus verò Aprilis, cum cadit sub aureo xii, vel majore. Nam si caderet character exoterici sub aureo numero x, vel minore, & ipsum suppleret Aprilis quintus. Quoniam dum $\gamma\gamma$ constituitur primus, in cyclo, ad decemnovalem directo, fit a duodecimus; & dum $\gamma\gamma$ septimus, fit a decimus nonus: ideo concurrerent duo a in cyclo eodem decemnovali. Et contra, si caderet exoterici sub aureo numero xii, vel majore, & ipsum suppleret Martij octavus. Quoniam dum $\gamma\gamma$ constituitur duodecimus in cyclo, ad decemnovalem directo, fit N primus. Et cum $\gamma\gamma$ decimus nonus, fit N septimus: ideo concurrerent duo N. Qui concursus sive hic, sive illic esset absurdus. Neque enim ante transactam Enneadecaeterida restituuntur Neomeniæ ad eosdem dies. Sed & quoniam mensis Lunæ proximior vero, major est diebus 29, & horæ semisse, per quadrantem horæ, itaque magis renovatur Luna quam vergat in senium, quæ in diem exotericum incidit. Ideo non solum supplet exoterici officium octavus Martij sub aureo numero vii, immo etiam sub aureo numero x, & deinceps minore. Quintus verò Aprilis sub aureo numero xi & majore, ut servetur analogia x ad ix, in qua ferè est excessus mensis veri super Politicum cavum ad defectum ejusdem veri à pleno. Illo igitur limitaneorum supplemento, congrua sub aureo numero xii in proposita hypothesi exhibetur Neomenia quintus Aprilis, cum notâ excessus. Quod si data sit Neomenia Martij 16, unde sextus Aprilis foret Neomenia, sub aureo numero x, exhibebitur octavus Martij cum nota deficientiæ, utraque $\mu\alpha\theta\eta$ parodici Neomeniis, nullam inde vim stationemve, patientibus. Quod observandum erat.

PROPOSITIO XXVII.

In Calendario Gregoriano, cum fuerit aureus anni numerus 19, cadat autem Neomenia in diem anni 336 vel 337, ei succedens Neomenia non erit prodigiosa, neque ideo ad eam dijudicandam, machina superinducetur.

Patet undique Kalendarij $\gamma\eta\sigma\iota\varsigma$ $\delta\iota\tau\epsilon\lambda\iota\alpha$, ubi in vulgaribus reliquis redarguitur $\alpha\tau\tau\alpha\zeta\iota\alpha$. Exponatur Kalendarium vulgare cum Epactarum cyclo, ducto anni à Kalendis sive Martij sive Ianuarij initio, & sit aureus numerus anni 19, Epactaque xix. Si igitur ducatur initium anni à Kalendis Martij, erit 29 Ianuarij Neomenia, nulla autem erit Epacta 19, in Februario mense, non accedente bissexto. Non accedat bissextum. Ergo sequentem Neomeniam arguet, anni sequentis Epacta 1. Epactam verò 1 non offendet computator, ante diem Martij penultimum, quem ideo statuet Neomeniam. A penultimo autem Ianuarij ad penultimum Martij numerantur dies 59. Prodigiosum sanè ad mens-

sem

sem unum intervallum, atque ideo prodigiosa, quæ proximè penultimum Ianuarij subsequitur, Neomenia.

Et si ducatur initium à Kalendis Ianuarij, erit secundus Decembris Neomenia. Nulla autem erit alia Epacta XIX in toto mense Decembri, nisi societur quædam discolor cum Epacta XX ad Decembris finem, ut ei locus sit, eo speciali casu. Sed illud est machinam superinducere. Et si prima ad primum anni diem pertinens Epacta, non numeraretur XXX sed XXIX, in idem incideretur atopema, cum numeraretur Epacta XVIII.

At in Calendario Gregoriano, similis error non potest argui. Sit enim rursus aureus numerus anni 19, & character Neomeniæ u, seu Epacta XIX, sequens igitur Neomenia incidet *ὀμαλῶς* in Martij septimum. Sit autem character Neomeniæ t, seu Epacta XVIII. Ergo sequentis anni character ad Neomenias erit γγ, seu Epacta nulla. Itaque quoniam aureus numerus illius anni erit 1, devolvetur γγ in characterem N. Atque ideo octavus Martij constans erit & regularis Neomenia, nullà superinducta machina. Quod observandum erat.

Sanè cum fuerit anni numerus aureus x, vel minor, Epacta verò u seu XIX, quoniam anno sequente communi Epacta erit γγ seu nulla & ideo devolvenda in N, censebitur eo casu tam anni dies ultimus antecedentis quam primus succedentis particeps ejusdem Neomeniæ, ut ab octavo die Martij solita instituatür Plenilunii Paschalis numeratio. Alioquin assignandus fuerat character a diei septimo Martij. & ab ipso subeunda Epactarum mutatio, non etiam primà Paschali Neomeniâ. Sed cum antecedens annus adscisceret Bissextum, incideretur in vitium mensis prodigiosi. A sexto enim Februarij ad Martij octavum, numerantur in anno communi dies xxx, in Bissextili xxxi. At in hypothesi Gregorianâ dies iste *ὑπερβαίων* tum in finem antecedentis anni, tum initium succedentis diffunditur.

Itaque, quanquam is casus sit *ἐκ ἀδελφῶν*, neuter tamen mensium illorum potest dici *ἀπλῶς* dierum unius & triginta.

• PROPOSITIO XXVIII.

In Calendario Gregoriano, menses Lunæ, quorum dies Februarij erunt initia, Politicorum plenorum limites non egredientur, accedente Bissextio.

Sit enim vicesimus septimus Ianuarij anno communi Neomenia, sequens erit ad 25 Februarij. Itaque is mensis erit Politicus cavus. Accedat autem Bissextum,

, Bissextum sextæ Martis tenuere Kalendæ.

Itaque accedente Bissextio, mensis Politicus erit plenus, idemque accidet, in quemcunque diem à vicesimo septimo Ianuarij ad ipsum diem Bissexti, cadat Neomenia.

Sanè à vulgari calculo non recedere, & à vero quàm minimùm aberrare suavissimum est. Itaque à Kalendis Ianuarij vellem posse duci initium anni, quoniam ita fert computus vulgi. Sed dum eo scopo intendo, deludor versus limites Paschales. Obstat omnino dignitas & ordo solennium. *Vt Numa nec lanum nec avistas præterit umbras*, sic *ἄρχαῖς* antiquos Ecclesiæ ritus & factos *παλαιῶν* Canones ne prætereunto. Fasti Pompiliani, Fastis Gregorianis prorsus cedunt.

Dies sextus ante Kalendas Martij possidet Epactam u, seu primam, quintus Epactam N, seu XIX. Qui itaque intercalatur medius, is consentaneo ordine characterem *ὕπερβαλον* sibi vendicabit Æolicum Digamma, id est, Epactam nullam, ut nullus anni dies *ἐμβολιμῶ* obvntu de sua Epactali possessione deturbetur. Omnino in bene instituta Kalendarij ordinatione, indicem citimæ Neomeniæ Epactam oportet esse XIX, remotissimæ 1, & quam possidet dies Æquinoctij verni XVI. Ac denique Epactam diei, post quem fit intercalatio Iuliana, 1 ut Epacta *δισεντάκτης*, quo verbo Græci juris auctorum Glossarij Bissextum interpretantur, sit nulla. Itaque quibus perplacuerit initium cycli, sive decemnovalis sive Epactarum, duci à Kalendis Ianuarij, iis retinendum est Æquinoctium pridie Idus Martij, & sedes *δισεντάκτης* ad XII Kalendas Januarij præfigenda. Atque adeo non decem dies, sed tres duntaxat eximendi.

At cur recepto jam à tot seculis Calendario Romano vis fieti Novus annus, Pascha, *Μεγαλεισιμος ἑβδομας* Paschalis. Familiam reliquarum Neomenia ducat, à qua pendunt & legem accipiunt reliquæ.

PROPOSITIO XXIX.

In Calendario Gregoriano, mensis, quem Hebræi Nisan dixere, semper existit plenus.

A Sole & Luna, & cæteris Planetis, & ut adnotat Dio, ab earum septem stellarum harmonia *Ἀστρονομῶν*, non à Diis gentium, imposita sunt diebus septimanæ nomina. Quoniam tamen ipsi Planetæ à Diis gentium, vel Dii gentium ab ipsis planetis denominabantur, idè maluit uti Hebræorum phrasi Ecclesia ad designandum dies septimanæ, quàm Ethnicæ *εἰδωλαμανίας* non oblivisci. Cur verò etiamnum superstitiosâ, quæ Gentes indidere mensibus anni, nomina retinemus?

Annum Lunarem Politicum, diebus 354 constantem, distribuere Hebræi in menses duodecim, quorum sequitur ordo & nomenclatura.

I	Nisan	VII	Tisri	Est etiam decimus tertius mensis Veadar, qui septies in cyclo decemnovali intercalatur.
II	Iiar	VIII	Marhesuan	Epaeta anni in mense Neomeniarum Paschaliū parodico primum diem mensis Nisan arguit. Prima igitur Epaeta seu a sit Epaeta anni.
III	Sivan	IX	Kisleu	Et incidere primum diem mensis Nisan in quintum Aprilis ea statim arguet: Primum vero diem mensis Iiar in quintum Maji; fiet itaque mensis
IV	Tamus	X	Tebeth	
V	Ab	XI	Schebat	
VI	Elul	XII	Adar.	

Nisan dierum 30. Equè, N, Epaeta xxix seu postrema, sit Epaeta anni, & incidere primum diem mensis Nisan in octavum Martij, ea statim arguet; primum verò diem mensis Iiar in Aprilis septimum. Rursus itaque fit mensis Nisan dierum 30. Quod in reliquis quoque Epaetis intermediis continget. At in Calendario vulgari, idem mensis Nisan semper evenit cavus. Dixit autem Dominus ad Moysen & Aaron, in terrâ Ægypti, *Mensis iste vobis principium mensium primum erit in mensibus anni.* Primum verò mensem constitui plenum, non apud Hebræos tantum, sed alios quosconque computatores fuit hætenus in more positum, à quo, ut nos populariter gereremus, non erat recedendum. *Ἐδὲ πρὸς τὸν λαόν, & ἄρχεις.*

PROPOSITIO XXX.

In Calendario Gregoriano, annus, receptum vulgò & usitatum intercalandi morem, sancta piorum meditatione, retinet.

Receptus vulgò & usitatus intercalandi mos est, ut ad finem anni rejiciatur intercalatio.

Sic Ægyptij, quorum annus est dierum 365, reiiciunt quinque dies intercalares, post absolutos menses duodenos, qui singuli constituuntur tricenum dierum.

Sic Romani reiiciunt diem Bissexti ad Terminalia.

Quoniam itaque annum, quo utimur, non ad cursum Solis tantum, sed etiam Lunæ dirigi, Gregorio placuit; Solis autem ratio intercalationem diei unius exigit, Luna dierum undecim; meritò anni Politici tam Solis, quam Lunæ, commune adsumptum est ad octavum Martij inirium, & sive diei intercalandi Solis causâ, sive Lunarium undecim, rejecta est sedes in anni illius *πρῶτος* incepti finem. Fuit ea Nicænorum patrum, ac Gregorij felicitas & prudentia, in constituendo & retinendo ad diem 21 Martij Æquinoctio verno, & præfigendis limitibus primæ Neomeniæ Paschalis ad octavum diem Martij; etsi à Computistis hætenus non animadversa, nec adnotata. De eâ enim moniti tenuissent initium bonum, id est avitum, & Gregorianum.

Ego illud tanti facio, ut etiam si à sexto ante Kalendas Martij amovissent diem intercalarem, & ad sextum Kalendas Ianuarij reposuissent anni correctores; satis *ὀπίσθεντες καὶ ἀπλῶς* ad vulgi caprum constitissent in Calendario omnia, conquereret tamen apud vos Doctores tanquam de adumbrato, quod maxime obnunciandum erat, insigni mysterio aut non adsequuta Patrum & Gregorij mente. Summam enim rationem post juis auctores dixerò, quæ pro religiosis Paschaliū solennibus facit.

Magna dies est Nativitas Christi; itaq; à Kalendis Ianuariis annum vulgò auspicamur. Quod

Quod etiam regiâ constitutione Caroli noni sancitum est, anno 1564. At idem de rejectione Bissextri in Decembrem nihil cavit. Ianuarius est prima anni, ac mensis primus ordine. Sed mensis Neomeniarum Paschaliû manêto (quia præcepit Moses) primus dignitate. Annum Hebræi à Tifri incipiunt, id est, à Neomenia ante Equinoctium autumnû, quoniam creatum fuisse mundum eo tempore prædicant, quanquam ex Moy- sis edicto primus ac præcipuus sit Nisân, ad Pascha & reliqua festa legalia. Februarius mensis,

*Qui sequitur Ianum, veteris fuit ultimus anni,
Tu quoque sacrorum, Termine, finis eras.*

PROPOSITIO XXXI.

Magna periodus Lunæ, synodicis mensibus feliciter & accuratè restituit. Vocetur itaque Gregoriana.

Aperi vobis Lunæ periodum novam, summi Doctores, & eò magis novam, quoniam de eà, Clavi, non meministi in Apologeticis tuis. Eam Gregorianam fas mihi sit appellare, quoniam dum ex Gregorij mente Kalendarium emendare studeo, ea mihi occurrit. Quam si non adgnoverit Lilius, interfuisse in suâ restitutione adseram minùs peritiz, sed plus divinitatis; ac diviniorem Gregorium, qui divino adflatus numine eam restitutionem amplectendam esse, & mox Altronomicis stabiliendam apodixibus præsenferit. Est enim illa gloriosius initz correctionis fundamentum.

Annis novem & decem Julianis restituuntur ad suas sedes Neomeniz proximè. Quæ fuit periodus Metonis.

Annis 3400 Julianis restituuntur Neomeniz ad suas sedes accuratè. Quæ est periodus Gregoriana.

Complentur autem dies 1,241,850.

Menses synodici 42,053.

Enneadecaeterides 179, minùs anno Juliano uno.

Itaque mensis est dierum $29 \frac{22,213}{42,053}$.

Aliter, secundum Hebræos dierum 29, horarum 12, belakin 793. Secundum Hipparchum, & Ptolemæum dierum 29, scrupulorum primorum 31, secundorum 50, tertiorum 8.

Aliter dierum 29, horarum 12, scrupulorum primorum 44, secundorum 3, tertiorum 11.

Et secundum eos, qui jamdudum istam per execontadas calculandi rationem è scholis ablegandam censuerunt, dierum $29 \frac{530,592,248}{1000,000,000}$. Sic autem periodus Gregoriana Metonicæ in calculo Politico conciliatur. Anticipat periodus Gregoriana Metonicas 179, aureo numero uno: utpote seculo Christi 500, sub aureo numero 111, tricesimus primus Martij erat Neomenia. Ergo seculo annorum Julianorum 3900, erit quoque tricesimus primus Martij Neomenia, sed sub aureo numero 11. At sub aureo numero 111, erit anticipatio characterum undecim, & ideo à caractere f deveniet Neomenia ad characterem s, qui in cyclo ad decemnovallem directo ipsi f proxime succedit.

Ut verò abjiciantur menses intervallo dierum dato, & sciatur accessus recessusve Neomeniz à datâ Epochâ, non infeliciter abacus Politicus is construetur.

Ooo ;

Dies

R E L A T I O K A L E N D A R I I

Dies.	Menfes.
1,241,850	42,053
946,544	32,053
651,238	22,053
355,932	12,053
60,626	2,053
31,095	1,053
1,565	53
1,269	43
974	33
679	23
383	13
88	3
59	2
29	1

At annis Gregorianis 165,580,000 complebuntur menfes synodici 2,047,939,047. Est enim ut $365 \frac{100}{400}$ ad $365 \frac{97}{400}$, ita 146,100 ad 146,097, & ita 48,700 ad 48,699: Ducantur autem 48,699 in dies $365 \frac{100}{400}$, efficias summam dierum, quibus constant anni Juliani 48,699. Sed hæc summa dierum illi æquatur, ob expositam analogiam. Anni igitur Gregoriani 48,700 valebunt 48,699 Iulianos. Ducantur ergo 3,400 in 48,699, efficias annos Iulianos, quibus debentur menfes 42,053, multiplices per 48,699. Ducantur quoque 3,400 in 48,700, efficias annos Gregorianos ejusdem valoris, cujus effecti Iuliani. Itaque debentur quoque illis Iulianis menfes 42,053, multiplices per 48,699. Sunt autem 2,047,939,047. Et constat propositum. ¶ Annis verò 9,129 Tropicis, debentur fere menfes 112,910; & annis 1,000,000, menfes 12,368,277. ¶ Sed & quoniam diebus 1,241,850, absolvuntur menfes synodici 42,053; Politici verò menfes pleni absolvuntur duntaxat 41,395, qui videlicet ducti in 30, efficiunt dies 1,241,850. ideo dies veri ad dies Epactales, quorum circuitus est characterum triginta, se habebunt ut 41,395 ad 42,053. Et ita faciendum erit, si quando dies mensium verorum ad dies plenorum Politicorum velimus revocare.

Sanè, eadem annorum 3,400 periodo, restitui obliquitatem Solis, & bis Æquinoctia, statuerunt Copernicani. Itaque siue ster, siue accedat recedatve Æquinoctium, mirus hic apparet consensus Solis & Lunæ *eis itaq; Impulvra*. Hinc etiam salva omnino per annorum centurias rejecti Bissexti ommissio, & per eas instituta Epactarum adæquatio.

P R O P O S I T I O X X X I I .

Ad datum tempus, manente anni Juliani forma, ex data media Solis & Lunæ syzygia aliqua, extra limites constitutos Paschales, invenire scrupuloso calculo mediam syzygiam, quæ in eodem anno tecnico intra limites consistat.

Dies.	Horz.	Scrupula.	Numerus mensium.
29	12	44	I
59	1	28	II
88	14	22	III
118	2	56	IV
147	15	40	V
177	4	24	VI
206	17	8	VII
236	5	52	VIII
265	18	36	IX
295	7	21	X
324	20	5	XI
354	8	49	XII
383	21	33	XIII

Oporteat facere quod propositum est. Paretur mensium Lunarium abacus, ex jam exposita taxatione, & esto

Et expendatur intervallum, à data Epocha syzygiæ non Paschalis ad diem citimæ Paschalis, idcirco adnotandum. Itaque ab eo intervallo tot menfes periodicos aufer, quot auferri posse abacus indicabit. Desinet igitur numeratio in diem mensis constituti primi seu Paschalis. *Vt ecce,*

Quæro mediam syzygiam intra limites constitutos Paschales ipso anno Era Dionysiacæ Christi in meridiano Roma.

Et

Et verò adnotat Reinholdus in suis Canonibus Prutenicis initio annorum Christi ætatem Lunæ fuisse 17, horar. 5, scrup. $37\frac{1}{2}$, in Meridiano Regij-montis Borussia. Est autem eo occidentalior Meridianus Roma, per hora fere dodrantem. Itaque dies Ianuarij 13, horâ sextâ à mediâ nocte scrupulis 29, fuit mediâ syzygia Roma. Ea epocha incidit in diem 312 anni technici, cui dierum numero accedunt proxime in abaco dies, quos decem menses synodici absumunt. Itaque decem menses synodicos demo abs 312, 6, 29. Et supersunt dies 16, hora 23, scrup. 8. Et sextus decimus dies anni technici est vicefimus tertius Martij. Ergo anno ab Era Christi 0 in ipsa fere mediâ nocte, quam sequebatur Martij vicefimus quartus, fuit Roma mediâ Solis & Luna Paschalis syzygia. Est autem intra limites constitutos Paschales.

PROPOSITIO XXXIII.

Proemptofin Lunæ, in dato annorum intervallo, ad succedentia secula supputare.

Epaeta, proemptofis, anticipatiove syzygiarum, incrementum ætatis Lunæ, sunt synonyma. Et verò ut periodus annorum Iulianorum 3,400 ad menses 42,053, ita periodus una annorum 19, æqualium quoque Iulianorum, ad menses 235 & insuper $\frac{7}{3400}$ unius mensis. Ergo periodis viginti, talium annorum 19, id est, annis Iulianis 380, absolvuntur menses 4700. & proemptofis erit pars $\frac{7}{170}$ unius mensis, id est, dies unus, horæ 5, & scrupula 11.

Quo pertinet sequens abacus.

Anni Iuliani	Anticipatio syzygiarum.		
	Dies	Hor.	Scrup.
380	1	5	11
760	2	10	22
1,140	3	15	33
1,520	4	20	44
1,900	6	1	55
2,280	7	7	6
3,660	8	12	17
3,040	9	17	28
3,420	10	22	39

Idem abacus arguit proemptofin in annis viginti, esse dierum 10 22 39. circumductâ videlicet magnâ periodo 3,400. Quare per vicenos annos progrediens, incrementi ætatis Lunæ tabella, ita prorsus se habebit.

Anni Iuliani victi.	Anticipatio syzygiarum.		
	Dies.	Horæ.	Scrup.
0	0	0	0
20	10	22	39
40	21	21	18
60	3	7	13
80	14	5	32
100	25	4	31
120	6	14	25
140	17	13	4
160	28	11	43
180	9	20	39
200	20	20	27
220	2	6	12
240	13	4	51
260	24	3	30
280	5	13	25
300	16	12	4
320	27	10	42
340	8	29	37
360	19	19	16
380	1	5	11

At qualium dierum 29 $\frac{22,212}{42,053}$ seu aliter 29 $\frac{530,102,348}{1000,000,000}$ est mensis unus, talium menses duodecim sunt dierum 354 $\frac{367,108,176}{1000,000,000}$. Itaque in anno communi proemptofis est dierum 10 & præterea $\frac{612,891,204}{1000,000,000}$. Id est, dierum 10, horarum 15, scrupulorum 11, 22". In annis denique quaternis Iulianis, dies 14, horæ 0, scrup. 1. In annis igitur Julianis quaternis & deinceps singulis, accedent ætati Lunæ dies, quos indicabit sequens tabella.

Anni

RELATIO KALENDARII

Anni Iuliani quaterni.		Anticipatio syzygiarum		
		Dies.	Horæ.	Scrup.
0		0	0	0
4		14	0	I
8		28	0	2
12		11	11	20
16		25	11	22
20		10	22	39
Anni communes singuli.		Anticipatio syzygiarum.		
		Dies.	Horæ.	Scrup.
0		0	0	0
1		10	15	11
2		21	6	23
3		2	8	50
Annus Biferti	4	14	0	I

Cum autem Iuliani magnam constitutam periodum annorum 3400 excedent, circumducetur ea semel vel pluries, ut exigit propositum intervallum. Quo pertinet abacus, qui sequitur.

Ad circumductiones magnarum periodorum Lunæ, abacus.

3,400	I	37,400	XI
6,800	II	40,800	XII
10,200	III	44,200	XIII
13,600	IV	47,600	XIV
17,000	V	51,000	XV
20,400	VI	54,400	XVI
23,800	VII	57,800	XVII
27,200	VIII	61,200	XVIII
30,600	IX	64,600	XIX
34,000	X		

Quæritur incrementum ætatis Luna, intervallo annorum Iulianorum 300,000. Abjektivis magnis periodis 88, supererunt anni 800. Annorum 760 intervallo congruit præemptio dierum.

	2	10	22.
Annorum vero 40 dierum	21	21	18.
Intervallo igitur annorum 800			

id est, 300 000, accedent ætati

Luna.	Dies.	Horæ.	Scrup.
	24	7	40

PROPOSITIO XXXIV.

Anni Iuliani manente forma, medias Solis & Lunæ syzygias, quæ consistunt intra limites constitutos Paschales, ad succedentia quæque secula vel præterita, supputare.

Id verò jam non erit negotiosum ex inventâ Epochâ ad annum 0 ab Erâ Christi, & adnotatâ ad quæcunque secula præemptio. Itaque per vicenos quosque decemnovales cyclos magnæ periodi, vel per singulos centenos licet syzygias ordinare, & ad secula præterita & futura aptare. Ut in Tabellâ.

Ante

Ante Christum.	Ante Christum. Aureus numerus II.	Post Christum. Aureus numerus I.	Epochæ syzygiarum, in mense constituto Paschali, per singulos vicenos cyclos decemnovalis Iulianos.			Post Christum. Aureus numerus XIX.
			Dies Martij.	Horz.	Scrup.	
	3400	0	23	23	8	3400
&c.	3020	380	22	17	56	3780
	2640	780	21	12	45	4160
	2260	1140	20	7	34	4540
5180	1880	1520	19	2	23	4920
4900	1500	1900	17	21	12	5300
4820	1200	2280	16	16	1	5780
4140	740	2660	15	10	50	6060
3760	360	3040	14	5	39	6440
3180	20	3420	13	0	28	6820

At centum annis Iulianis in consequentia, proëmpiosis fit dierum 25, horarum 4, scrupulorum 30,51' proximè : atque adeo metemptosis in eodem, dierum 4, horarum 8, scrup. 13,12". Itaque sic se habebunt Epochæ syzygiarum in mense constituto Paschali, per centesimos annos Iulianos quoscunque.

	Anni ante Christum.	Anni à Christo Iuliani.	Anni à Christo Iuliani.	Syzygiæ mediz in urbe Roma.			Aureus numerus anni.
				Dies,	Horz,	Scrup.	
	3400	0	3400	Martij 23	23	8	I
	3300	100	3500	28	7	21	VI
	3200	200	3600	Aprilis 1	15	34	XI
	3100	300	3700	Martij 7	11	3	XVI
	3000	400	3800	11	19	17	II
	2900	500	3900	16	3	31	VII
	2800	600	4000	20	11	44	XII
	2700	700	4100	24	19	58	XVII
	2600	800	4200	29	4	11	III
	2500	900	4300	Aprilis 2	12	25	VIII
	2400	1000	4400	Martij 8	7	54	XIII
	2300	1100	4500	12	16	8	XVIII
	2200	1200	4600	17	0	21	IV
&c.	2100	1300	4700	21	8	35	IX
	2000	1400	4800	25	16	48	XIV
5300	1900	1500	4900	30	1	2	XIX
5200	1800	1600	5000	Aprilis 3	9	15	V
5100	1700	1700	5100	Martij 9	4	45	X
5000	1600	1800	5200	13	12	58	XV
4900	1500	1900	5300	17	21	12	I
4800	1400	2000	5400	22	5	26	VI
4700	1300	2100	5500	25	13	39	XI
4600	1200	2200	5600	30	21	53	XVI
4500	1100	2300	5700	Aprilis 4	6	6	II
4400	1000	2400	5800	Martij 10	1	36	VII
4300	900	2500	5900	14	9	49	XII
4200	800	2600	6000	18	18	3	XVII
4100	700	2700	6100	23	2	16	III
4000	600	2800	6200	27	10	30	VIII
3900	500	2900	6300	31	18	34	XIII
3800	400	3000	6400	Aprilis 5	2	57	XVIII
3700	300	3100	6500	Martij 10	22	16	IV
3600	200	3200	6600	15	6	40	IX
3500	100	3300	6700	19	14	53	XIV
3400	0	3400	6800	23	23	8	XIX

Si proposita annorum ab Erâ Christi centuria in consequentia succedentia-ve excedat tricesimam quartam, circumducetur.

PROPOSITIO XXXV.

Proëmpioses Lunæ, in dato annorum Gregorianorum intervallo, supputare.

Ppp

Maxima

Maxima apocastaficos Lunæ periodus, adnotata est annorum Gregorianorum 165,580,000.

Deficit ea ab annis totidem Julianis, per magnam unam Lunæ periodum, annorum Julianorum 3,400.

Quæque periodus annorum Gregorianorum 4,870,000 deficit per annos 100 Julianos.

Quæque periodus annorum 194,800 per annos quatuor Julianos.

Quæque tetracoseteris per dies tres.

Quæque centuria tetracoseteridos præter ultimam per diem unum.

Ex hypothesi Correctionis Grægorianæ. Oporteat autem facere quod propositum est. Sumantur præemptos Lunæ, ac si intervallum esset annorum Julianorum. Deinde expendantur dies & anni exemptiles ex Gregoriana correctione. Et pro eorum numero emendentur præemptos Julianæ, ablatione τῶν Πρὸεμπτῶν.

Præemptos igitur sic adsequeris Gregorianas.

Formula Epilogismi.

Profaphæres aurei numeri.	Anni Gregoriani.	Præemptos annis totidem Julianis congrua.			Dies exemptiles.	Præemptos diebus exemptilibus congrua.			Præemptos emendata.		
		Dies.	Horæ.	Scrup.		Dies.	Horæ.	Scrup.	Dies.	Horæ.	Scrup.
	Per centesimos annos tetracoseteridis.										
V	100	25	4	31	1	1			24	4	31
X	200	20	20	17	2	2			18	20	17
XV	300	16	0	4	3	3			13	12	4
I	400	12	3	50	3	3			9	3	50
	Per singulas tetracoseteridas.										
I	400	12	3	50	3	3			9	3	50
II	800	24	7	40	6	6			18	7	40
III	1200	6	22	46	9	9			27	11	30
IV	1600	19	2	36	12	12			7	2	36
V	2000	1	17	42	15	15			16	6	26
VI	2400	13	21	31	18	18			25	10	15
VII	2800	26	1	21	21	21			5	1	21
VIII	3200	8	16	27	24	24			14	5	11
IX	3600	20	20	17	27	27			23	9	1
X	4000	3	11	23	30	0	11	16	3	0	7
	Per tetracoseteridas denas.										
X	4,000	3	11	23	30	0	11	16	3	0	7
I	8,000	6	22	46	60	0	22	32	6	0	14
XI	12,000	10	10	9	90	1	9	48	9	0	21
II	16,000	13	21	31	120	1	21	4	12	0	27
XII	20,000	17	8	54	150	2	8	20	15	0	34
III	24,000	20	20	17	180	2	19	36	18	0	41
XIII	28,000	24	7	40	210	3	6	59	21	0	48
IV	32,000	27	19	3	240	3	18	8	24	0	55
XIV	36,000	1	17	42	270	4	5	24	27	1	2
V	40,000	5	5	4	300	4	16	39	0	12	25
XV	44,000	8	16	27	330	5	3	15	3	12	32
VI	48,000	12	3	50	360	5	15	11	6	12	39
	Per periodos copulæ anni Gregoriani & Juliani singulas excrefcentes.										
VIII	48,800	6	22	46	366	11	15	11	24	20	19
XVI	97,600	13	21	31	732	23	6	22	20	3	53
V	146,400	20	20	17	1098	5	8	50	15	11	27
XIII	195,200	27	19	3	1464	17	0	1	10	19	2

Pro-

Prostaphate- ses aurei nu- meri.	Anni Gregoriani.	Proemptiois annis soci- dem Iulianis congrua.			Anni exem- ptiles Iuliani	Proemptiois annis Iulianis exemptilibus congrua.			Proemptiois emen- data.		
		Dies.	Horz.	Scrup.		Dies.	Horz.	Scrup.	Dies.	Horz.	Scrup.
	Per periodos copulz an- ni Iuliani & Gregoriani quaternas.										
XII	194,800	15	15	13	4	14	0	1	1	15	12
V	389,600	1	17	42	8	28	0	3	3	6	23
XVII	584,400	17	8	54	12	12	11	24	4	21	34
X	779,200	3	11	23	16	26	11	22	6	12	45
III	974,000	19	2	36	20	10	22	39	8	3	57
	Per periodos copulz vicenas.										
III	974,000	19	2	36	20	10	22	39	8	3	57
VI	1,948,000	8	16	27	40	21	21	18	16	7	53
IX	2,922,000	27	19	3	60	3	7	13	24	11	50
XII	3,896,000	17	8	54	80	14	5	52	3	3	22
XV	4,870,000	6	22	46	100	25	4	31	11	6	59
XVIII	5,844,000	26	1	21	120	6	14	25	19	10	56
II	6,818,000	15	15	13	140	17	13	14	25	14	43
V	7,792,000	5	5	4	160	28	11	43	6	6	5
VIII	8,766,000	24	7	40	180	9	21	39	14	10	1
XI	9,740,000	13	21	31	200	20	20	27	22	13	58
XIV	10,714,000	3	11	23	220	2	6	12	1	5	11
XVII	11,688,000	22	13	49	240	13	4	51	9	8	58
I	12,662,000	12	3	50	260	24	3	30	17	13	4
IV	13,636,000	1	17	42	280	5	13	25	25	17	1
VII	14,610,000	20	20	17	300	16	12	4	4	8	13
X	15,584,000	10	10	9	320	27	10	42	12	12	11
XIII	16,558,000	0	0	0	340	8	20	37	20	16	7
XVI	17,532,000	19	2	36	360	19	19	16	28	20	4
XIX	18,506,000	8	16	29	380	1	5	11	7	11	16
	Per periodos copulz ter- centenas octogenas.										
XIX	18,506,000	8	16	27	380	1	5	11	7	11	16
XIX	37,012,000	17	8	54	760	2	10	22	15	22	32
XIX	55,518,000	26	1	21	1140	3	15	33	2	9	48
XIX	74,224,000	5	5	4	1520	4	20	44	0	8	20
XIX	92,530,000	13	21	31	1900	6	1	55	7	19	36
XIX	111,036,000	22	13	59	2280	7	7	6	15	6	53
XIX.	129,542,000	1	17	42	7660	8	12	17	22	18	9
XIX	148,048,000	10	10	9	3040	9	17	28	0	16	41
XIX	166,554,000	19	2	36	3420	10	22	39	8	3	57
XVI	165,580,000	0	0	0	3400	0	0	0	0	0	0

PROPOSITIO XXXVI.

Medias Solis & Lunæ syzygias Paschales Gregorianas, ad succedentia quæque secula vel præterita, supputare.

Quanta fides Canonibus Prutenicis adhibenda sit, viderint syderum observatores: Sed si omni autoritate niterentur ac præjudicio, deicerent de suâ sede Æquinoctium veterum Kalendarij Gregoriani Poliorcetzæ, atque adeo ipsum Kalendarium funditus eveterent. Neque enim debuerant eximi dies decem, ut Epochæ Æquinoctij verni ad diem 21 Martij retineretur, secundum Prutenicos Epilogistas. Enimverò ad Eram Christi distabat medius Sol à medio Æquinoctio *eis ἐπιμύρα*, per partes $278 \frac{271}{1000}$, & *eis ἀπομύρα* per partes $81 \frac{623}{1000}$, quibus debentur dies $82 \frac{14}{1000}$. Ur enim partes circuli ad dies anni Gregoriani, id est, ut 360 ad 365 $\frac{27}{1000}$, ita 10,000,000 ad 10,145,625. Ergo anno ab Erâ Christi primo medius Sol medium tenebat Æquinoctium Romæ, die 24 Martij, horâ septimâ postmeridiana. Et cum anni 400 Tropici seu Gregoriani deficiant à totidem Iulianis, triduo: anno igitur 401 Iuliano, die Martij 21, horâ septimâ postmeridianâ, medius Sol medium tenebat Æquinoctium. Anno verò 400, die Martij 21, horâ unâ postmeridianâ.

Ante 1100 Tropici Gregoriani deficiunt à totidem Iulianis, per dies novem. Quare ut retineretur medium Æquinoctium, seculo Christi 1600, ad diem 21 Martij, erant eximendi duntaxat dies novem. Ideo autem seculo Christi 1600, retinendum erat Æquinoctium vernum ad diem 21 Martij, quoniam anno 1654 anomaliam Æquinoctiorum consistit in limite tarditatis, sicut annis 63 ante Christum. Restitui enim anomaliam annis 1717 Ægyptiis statuerunt Copernicani, & medium Æquinoctium tardius citiusve veto posse contingere, per diem unum & diei quintantem. Trepidare enim Eclipticam hinc inde per scrupula $71 \frac{2}{3}$. Medium itaque Æquinoctium aliquando in vicissimum diem, aliquando in vicissimum secundum prolabetur. Quos inter limites media consistens. Epochæ, dies erit vicissimus primus. Sed & apprensus Sol à medio Sole potest differre per biduum & horas decem. Sit enim Ecliptica ad Æquatorem maximè obliqua & apogæon Solis adpartens in Cancro. Medius Sol adparentem Solem antecedit, per biduum & horas decem. Contrâ, cum apogæon Solis adparentem erit in Capricorno. Ergo poterit apparere Sol in vero Æquinoctio, die 24 Martij, & die 18, inter quas rursus Epochas media erit dies Martij 21. At ablatione 10 dierum, non fit dies 21 Martij media Epochæ, sed dies 22. Sed cur aliter definientes Gregorij Sosigenas increpavero. Non desunt enim, qui Copernici chronologiam improbant, non desunt qui observent. An restituendus sit ille dies, succedentia secula comprobabunt. Sed corrente seculo, sive sciens sive errans eum exemerit Lilius, adficiat ultrò Lillianâ, sive prudentiâ, sive felicitate.

Anno igitur ducentesimo ab Erâ Christi exeunte, incipit Gregoriana correctio.

Trecentesimo ablati sunt dies unus, & erat annus Tetracoseteridis tertius.

Quadragesimo retentum fuit Bissextum.

Ita placuit salvas fieri à patribus, uti Paschales acceptas Neomenias.

Fictiones civiles legis Corneliæ, vel jura postliminij, in res factas ita induci, fortè subsannabunt irritiores. Sed quod noleat pietati, concedant sanè calculi commoditati. Ergo emendatæ ita se habebunt Paschaliûm syzygiarum, ad multa secula præterita & futura, Epochæ.

Anni Grégoriani ante Christum.	Epochæ Syzygiam Paschaliæ Gregorianæ.	Aureus numerus.	Anni Gregoriani post Christum.	Epochæ Syzygiam Paschaliæ Gregorianæ.	Aureus numerus.
1600	Martij 29 1 42	XVI	3600	Martij 28 2 50	X
1500	Aprilis 3 9 56	II	3700	Aprilis 2 11 4	XV
1400	Martij 10 5 26	VII	3800	Martij 9 6 33	I
1300	14 13 39	XII	3900	14 14 47	VI
1200	19 21 53	XVII	4000	18 23 0	XI
1100	25 6 6	III	4100	24 7 14	XVI
1000	30 14 20	VIII	4200	29 15 27	II
900	Aprilis 4 22 33	XIII	4300	Aprilis 3 23 41	VII
800	Martij 10 18 3	XVIII	4400	Martij 9 19 10	XII
700	16 2 16	IV	4500	15 3 24	XVII
600	21 10 30	IX	4600	20 11 37	III
500	26 18 14	XIV	4700	25 19 51	VIII
400	31 2 57	XIX	4800	30 4 4	XIII
300	Aprilis 5 11 10	V	4900	Aprilis 4 12 18	XVIII
200	Martij 12 6 40	X	5000	Martij 11 7 47	IV
100	17 14 53	XV	5100	16 16 1	IX
Post Christum.					
0	21 23 8	I	5200	21 0 14	XIV
100	27 7 21	VI	5300	26 8 28	XIX
200	Aprilis 1 15 34	XI	5400	Martij 31 16 41	V
300	Martij 8 11 4	XVI	5500	Martij 7 21 11	X
400	12 19 17	II	5600	Martij 11 20 25	XV
500	18 3 31	VII	5700	17 4 38	I
600	23 11 44	XII	5800	22 12 52	VI
700	28 19 58	XVII	5900	27 11 5	XI
800	Aprilis 2 4 11	III	6000	Aprilis 1 5 19	XVI
900	Martij 8 23 41	VIII	6100	Martij 8 0 48	II
1000	14 7 54	XIII	6200	13 9 2	VII
1100	19 16 8	XVIII	6300	18 17 15	XII
1200	24 0 21	IV	6400	23 1 29	XVII
1300	29 8 35	IX	6500	28 0 42	III
1400	Aprilis 3 16 48	XIV	6600	Aprilis 2 17 56	VIII
1500	Martij 10 12 18	XIX	6700	Martij 9 13 25	XIII
1600	14 20 31	V	6800	13 21 39	XVIII
1700	20 4 45	X	6900	19 5 52	IV
1800	25 12 58	XV	7000	24 13 6	IX
1900	30 21 12	I	7100	29 22 19	XIV
2000	Aprilis 4 5 26	VI	7200	Aprilis 3 6 33	XIX
2100	Martij 11 0 36	XI	7300	Martij 10 1 42	V
2200	16 9 9	XVI	7400	15 10 16	X
2300	21 17 22	II	7500	20 18 29	XV
2400	26 1 36	VII	7600	25 2 43	I
2500	31 9 49	XII	7700	30 10 56	VI
2600	Aprilis 5 18 3	XVII	7800	Aprilis 4 18 9	XI
2700	Martij 12 13 32	III	7900	Martij 11 14 38	XVI
2800	16 21 46	VIII	8000	15 22 54	II
2900	22 5 19	XIII	8100	21 6 27	VII
3000	27 14 13	XVIII	8200	26 15 21	XII
3100	Aprilis 1 22 26	IV	8300	31 23 34	XVII
3200	Martij 7 17 56	IX	8400	Aprilis 5 7 48	III
3300	13 2 9	XIV	8500	Martij 12 3 17	VIII
3400	18 10 23	XIX	8600	17 11 31	XIII
3500	23 18 37	V	8700	22 19 45	XVIII
3600	28 2 50	X	8800	27 3 58	IV

A centuriâ Biffextili ad centuriam non Biffextilem progressus Neomeniarum, est dierum 5, horarum 8, scrup. 13, secundorum 12.

A primâ non Biffextili ad secundum non Biffextilem, idem progressus.

A secundâ rursus ad tertiam, idem.

At à tertiâ non Biffextili ad quartam Biffextilem progressus, est dierum 4, horarum 8, scrup. 13, secundorum 12. Progressus autem aurei numeri per singulas centurias, est unitatum quinque.

Quâ arte potest Epocharum subiecta tabella protendi ad quot libuerit secula. Quod si qua centuria proponatur à Christo, cuius non data sit Epocha (ante Christum enim ad primum usque Pascha protensæ sunt Epochæ) expendetur in centuriis pariter paribus intervallum ab Erâ cognitæ Epochæ, & secundum illud sumetur præemptosis congrua

grua, & ejus subductione vel metemproseos additione emendabitur radix. Datâ videlicet proëmpptosi datur metemprosis. Est enim differentia inter proëmpptosin & mensuram synodicum, qui dierum est 29, horarum 12, scrup. 44.

Quæro mediam syzygiam Paschalem, anno 109,500. Intervallo annorum 10,800 debetur proëmpptosis dierum 22, 1, 39', seu metemprosis dierum 7, 11, 5'. Differentia Era proposita & illius intervalli est 1500, cuius anni media syzygia in Epocharum tabellâ constituta est ad Martij diem 10, 12, 18'. Quare dies Martij 17, 23, 23 erit media Paschalis syzygia. anno 109,500, ut ante.

Quæro rursus mediam syzygiam Paschalem, anno Christi 218,000. Intervallo annorum 214,800 debetur proëmpptosis dierum 16, 15, 46', seu metemprosis dierum 12, 20, 58'. Differentia Era proposita & illius intervalli est 3200, cuius anni à Christo media syzygia constituta est ad diem Martij 7, 17, 56. Quare dies Martij 20, 14, 54 erit media syzygia, anno 218,000, ut ante.

Quæro denique mediam syzygiam, anno Christi 165,580,200. Intervallo annorum 165,580,200 nulla debetur proëmpptosis. Differentia illius intervalli & Era proposita est 200, cuius anni à Christo constituta est media syzygia ad diem Aprilis 1, 15, 34. Anno igitur 165,580,200 die primo Aprilis hora ferè 4 postmeridiana continget Roma media Paschalis syzygia. Erit autem aurem anni numerus V 111.

PROPOSITIO XXXVII.

Annus Gregorianus anno sydereo est bene commensurabilis.

Annus sydereus ex sententiâ Thebites & Copernici bene præfinitur dierum $365 \frac{27}{800}$. Itaque ut anni 1200 Gregoriani deficiunt à totidem Iulianis diebus novem: sic totidem syderei superant totidem Iulianos diebus octo.

Defectus Gregorianorum à Iulianis est sesquioctavus ad excessum sydereorum supra Iulianos.

Ut 438,308 ad 438,297, ita anni Gregoriani seu tropici ad sydereos.

Porro anno 500 ante Christum, proximè caput fixarum punctum erat Æquinoctij verni. Unde per totum Kalendarium Iulianum licet Epochas ingressus Solis in caput fixarum ad quascunque annorum Iulianorum centurias adnotare, ut in tabellâ.

Adnotataz in Kalendario Iuliano ingressus Solis in caput fixarum, Epochæ.

		Dies Februarij.					Anni post Christum.	
4800	4700	25	600	500	25			
	4600	26		400	26			
4500	4400	27	300	200	27			
	4300	28		100	28			
		Dies Martij.						
4200	4100	1	Anni ante Christum.		29	0	100	
	4000	2		30	200			
3900	3800	3		31	300	Aprilis.	400	
	3700	4		1	500			
3600	3500	5		2	600		700	
	3400	6		3	800			
3300	3200	7		4	900		1000	
	3100	8		5	1100			
3000	2900	9		6	1200		1300	
	2800	10		7	1400			
2700	2600	11		8	1500		1600	
	2500	12		9	1700			
2400	2300	13		10	1800		1900	
	2200	14		11	2000			
2100	2000	15		12	2100		2200	
	1900	16		13	2300			
1800	1700	17		14	2400		2500	
	1600	18		15	2600			
1500	1400	19		16	2700		2800	
	1300	20		17	2900			
1200	1100	21	18	3000		3100		
	1000	22	19	3200				
900	800	23	20	3300		&c.		
	700	24						

Quæris quo die Iulianorum anni ante Christum 3400, Sol cum capite fixarum congregiebatur? Inspice tabelam, & deprehendes eum diem fuisse apud Iulianos eo seculo Martij sextum.

Quæris de seculo post Christum 1600? Argues ingredi Solem in caput fixarum Aprilis octavo, id est, Gregorianis decimo octavo.

Ergo seculo 1600 ingressus ille serior erit ingressus Solis in verni Æquinoctij punctum, diebus 28.

PRO.

PROPOSITIO XXXVIII.

Radix Neomeniæ Juliana, bene constituta est ad xxv Martij, anno o ab Erâ Christi.

Insigne tempus, à quo magna periodus Gregoriana initium ducat, est Era Christi. Pascha enim nostrum immolatus est Christus. Ad Eram autem Christi adnotata est in Meridiano urbis Romæ media syzygia in ipsa media nocte, quam sequebatur dies Martij vicesimus quartus. A media nocte diem auspicamur Christiani. Itaque media syzygia Paschalis eo seculo diei Julianorum vicesimo quarto videtur adscribenda, sub aureo numero 1, qui ad annum o Christi pertinet, unitate deinceps augenda per singulas ternas centurias magnæ periodi. Quanquam enim ea radix posset fortassis ad aliquas intermedias parodos magnæ periodi, sub alio aureo numero, magis congruere, tamen præstantia Eræ allectus *ἀρεσκείαν* illam felicitati calculi non anteposüero. At Neomeniam primam-ve Lunam à mediâ synodo sejungo, & eâ posteriorem per diei integri spacium statuo. Quartam enim decimam numeramus à constituto die Neomeniæ inclusivè. Et citimam Neomeniam Paschalem octavo Martij, remotissimam Aprilis quinto, ideo collocasse videntur Patres Nicæni: quoniam dies Æquinoctij ad vicesimum primum Martij adfixus, medius est inter extremas Paschales syzygias, id est, septimum Martij & Aprilis quintum.

Sed & Hebræi transferunt suas Neomenias in diem sequentem, si quando mediâ synodus post horam cadat Meridianam. Quâvis autem sedulitate ad plures Kalendarium aureum numerum, Epactarum-ve cyclum ad arguendas in cyclo decemnovali Neomenias, non efficias, ut tuo Politico calculo mediis syzygiis omnino consentiant. Quin aliquando per diei dodrantem vel etiam diem integrum dissentient. Esto igitur vicesimus quartus Martij (quandoquidem ad ejus diei motum, adnotata est bene accuratè in Meridiano Romæ mediâ synodus, anno ante Christum primo) Politicæ Neomeniæ Epocha. Ut aureus radicalis numerus est 1 seculo Christi, sic deinceps erit xix seculo 3400, & xviii seculo 6800, & xvii seculo 10200. Et eo continuo progressu. Igitur ex Epactarum cyclo ad aurei numeri normam directo, sub aureo numero, qui quartum à radicali locum inclusivè obtinebit, erit vicesimus primus Martij Paschalis Neomenia. Atque adeo tertius Aprilis quarta decima Paschalis. Esto autem quartus Aprilis dies Domini. Quarto igitur Aprilis celebrabitur Pascha. At accurato calculo mediâ syzygia cadit in 21 Martij horâ 14, & die duntaxat Aprilis quinto horâ 8 antemeridianâ erit plenilunium medium. Ergo ante plenilunium medium in ipsa quartâ decimâ Lunâ cum Judæis Pascha celebrabitur. Id autem abhorrent Christiani. Non est igitur præfigenda eadem mediæ synodi & Neomeniæ Politicæ Epocha. Ergo ab Erâ Christi magna periodus Gregoriana initium ducito, & ad illud Epacta m seu xii, quam possidet Martij vicesimus quintus, radix Neomeniarum Paschalium, atque adeo Epactarum esto.

PROPOSITIO XXXIX.

Adæquandi Epactas, ex Gregoriana Lunæ magnæ periodó, methodus, expedita & usui Politico bene idonea est.

Cyclis enim omnino innittitur Epilogismus Gregorianus, & rotatili statim obvius fit tabellâ.

Sanè secundum magnam, quam proposui, Lunæ periodum, mensis dierum est $29 \frac{530,192,348}{100,000,000}$. Quod si periodo annorum 2500 Julianorum anticipent menses, diebus octo, ut statuere vulgares computatores, ergo *αἰαλόγως* annis 19 Julianis anticipatio est $\frac{152}{2300}$ unius diei. Itaque menses 235 complentur diebus $6939 \frac{6802}{10000}$, atque adeo mensis dierum est $29 \frac{530,192,340,438}{100,000,000,000}$. Ultra igitur hypothesis magis eligenda sit, non licet in tam exigua inter eas differentia certò definire. Sed si, vulgari adsumpto firmamento, Epactæ Gregorianæ expeditius adæquentur, vulgare adsumitor; sin minùs, ipsum quod proposui vulgari. Quà de re ut judicent computistæ, sequentia hæc ex rubricâ primâ repetito, & ad Kalendarium verè Gregorianum apto præcepta.

P R O.

PROBLEMATIÖN.

Manente vulgariũ computatorũ firmamento, quo annorum 2500 Iulianorum periodo anticipant Neomenia, diebus octo, ad constitutam ab ipsis radicem, Epactas adæquare.

I.

Seculo 1500 post correctionem & deinceps seculo 1600, Neomenia Paschalis Gregoriana constituitur ad 8 Martij, sub aureo numero III. Itaque Epacta esto N seu XXIIX.

II.

Periodus annorum 2500, à seculo ante Christum 700 initium ducito, seculo post Christum 1800 renovator.

III.

Itaque à proposito annorum Christi in centuriis numero abjice 1500, & quotus in residuo erit 400, tot sume ternos dies; & si divisione institutã supersunt centuriæ duæ, sume diem unum, & si tres, sume duos. Sumptos collige & voca dies additivos.

IV.

Deinde à proposito annorum ab Erã Christi in centuriis numero, abjice 1800, & diem unum serva. & quotus in residuo erit 2500, tot sume dies octonos; & quotus deinceps divisione institutã in residuo erit 300, tot sume dies singulos. Sumptos collige cum eo quem adservasti & voca dies ablativos. Si non potes abjicere 1800, nullum numeram diem ablativum.

V.

Denique excessum dierum additivorum supra dies ablativos sume, & eum numeram ab octavo Martij exclusivè; & is in quem desinet numeratio, dabit Epactam, sub aureo numero III.

VI.

Ad Corollarium propositionis XII, sub Rubricã I, subjectus est abacus, qui primã statim inspectione dat illum excessum.

VII.

Si secula durent, itaque excessus ad periodos dierum annuas Julianas ascendit, eæ circumducuntur divisione per quadrimas, seu dierum 1461, primùm, deinde per annuas communes, seu dierum 365, institutã. Radix autem aurei numeri, quæ constituta est III, tot unitatibus, quot erunt periodi annuæ, crementum suscipito.

VIII.

Quot autem erunt periodi annorum 2500, tot octonis diebus; & quot deinceps annorum 300, tot diebus singulis excessus minuitur.

Anni à Christo.	Dies accessionis.	Dies recessionis.	Excessus.	Quotus dies anni technici.	Character diei & est Epacta sub aureo numero IIII.
1500	0	0	0	1	N
1600	0	0	0	1	N
1700	1	0	1	2	M
1800	2	1	1	2	M
1900	3	1	2	3	H
2000	3	1	2	3	H
2100	4	2	2	3	H
2200	5	2	3	4	G
2300	6	2	4	5	F
2400	6	3	5	4	G
2500	7	3	4	5	F
2600	8	3	5	6	E
2700	9	4	5	6	E
2800	9	4	5	6	E
2900	10	4	6	7	D
3000	11	5	6	7	D
3100	12	5	7	7	C
3200	12	5	7	8	C
3300	13	6	7	8	C
3400	14	6	8	9	B
3500	15	6	9	10	A
3600	15	7	8	9	B
3700	16	7	9	10	A
3800	17	7	10	11	U
3900	18	8	10	11	U
4000	18	8	10	11	U
4100	19	8	11	12	T
4200	20	8	11	13	S
4300	21	9	12	13	S
4400	21	9	12	13	S
4500	22	9	13	14	R
4600	23	10	13	14	R
4700	24	10	14	15	Q
4800	24	10	14	15	Q
4900	25	11	14	15	Q

Ad circumducendum annuas periodos, abaci.

Dies.	Periodi annuz.	Vnitates adjiciendz aureo numero.	Dies.	Periodi annuz.	Vnitates addendz aureo numero.	Dies.	Periodi annuz.	Dies minuendi ab excessu.	Vnitates addendz aureo numero.
365	1	I	14 610	40	II	109 575	300	1	XV
730	2	II	29 210	80	IV	219 150	600	2	XI
1095	3	III	43 830	120	VI	328 725	900	3	VII
1461	4	IV	58 440	160	VIII	439 300	1200	4	III
			73 050	200	X	547 875	1500	5	XVIII
			87 660	240	XII	657 450	1800	6	XIV
1461	4	IV	102 270	280	XIV	767 025	2100	7	X
2922	8	VIII	116 880	320	XVI	913 125	2400	8	VI
4383	12	XII	131 490	360	XVIII				
5848	16	XVI	146 100	400	I				
7305	20	I							
8766	24	V							
10 277	28	IX							
11 688	32	XIII							
13 149	36	XVII							
14 610	40	II							

Quero Epactam Gregorianam, seculo Christi futuro 109,500.

Annus 109,500 colligitur ex abaco excessus esse dierum 465, circumduco 365, supersunt dies 100. Ergo 101 dies anni technici dabit Epactam, sub aureo numero 14. Itaque erit illa t, & consequenter Neomenia Paschalis dies 19 Martij.

Quero rursus Epactam Gregorianam, seculo Christi futuro 218,000. Annis 218,000 colligitur ex abaco excessus dierum 930, circumduco bis 365, supersunt dies 200. Ergo 201 dies anni technici dabit Epactam, sub aureo numero 4. Itaque erit illa f, & consequenter Neomenia Paschalis dies 31 Martij, sub aureo numero 4, & sub aureo numero XIV ad propositum annum pertinente, dies 22 Martij.

Quero denique Epactam Gregorianam, seculo Christi futuro 165,580,200. Annis 165,580,200

Q99

colli-

colligitur ex abaco excessus dierum 711,982. Annis enim 165,579,000 debetur excessus dierum 711,951. Annis verò 10,200 dies 37. Abjicio 1,949 annuas periodos, supersunt dies 116, correcti verò 110, ob centurias 19, quæ adimunt dies sex. Erga dies 111 anni technici dabit Epactam, sub aureo numero XIV. Cum enim ex annis 1,949 circumduco cyclos decemnovales, supersunt XI, addituri aureo numero radicali 111. Erit igitur, sub aureo numero XIV, Epacta h, & consequenter Neomenia Paschalis Martij 29. Sed, sub aureo numero VIII, ad propositum annum pertinente, dies Aprilis quartus.

PROPOSITIO XL.

Decima quinta Paschalis Gregoriana, medio plenilunio Astronomico bene proximè succedit, aut demum illud non antevertet.

Quintâ decimâ Lunâ, à die possidente Epactam, in mense constituto Paschali, numeratâ inclusivè, Pascha celebramus Christiani, si dies is est dominicus, sin minùs die proximo Dominico. Curandum fuit itaque, ne, quam constituimus quintam decimam; cum quartâ decimâ Judaica, concurreret. Ea de causa, adsumpta est ad radicem dies primus, à mediâ syzygiâ; neque consilium falleret eventus, ut exemplis licet comprobare.

Primum esto. Seculo 109,500, adnotata est Politico calculo Gregoriana Epacta g seu VII, sub aureo numero 111. Itaque 30 Martij erit prima Luna, & consequenter sub aureo numero IV, ad propositum annum pertinente Martij 19. Atque adeo secundus Aprilis quinta decima.

Eo ipso anno 109,500, adnotata est Astronomico calculo media syzygia, die Martij hora & scrupulos 17, 2'3, 23". cui tempori cum addidero dimidium mensem synodicum, seu dies 14, horas 18, 22', incido in diem medij plenilunij, videlicet primi Aprilis horam 17, 45', id est, in diem secundum ferè,

Alterum. Seculo 218,000, adnotata est Politico calculo Gregoriana Epacta f seu VI, sub aureo numero V. Itaque 31 Martij erit prima Luna, & consequenter sub aureo numero XIV, ad propositum annum pertinente 22 Martij. Atque adeo quintus Aprilis decima quinta.

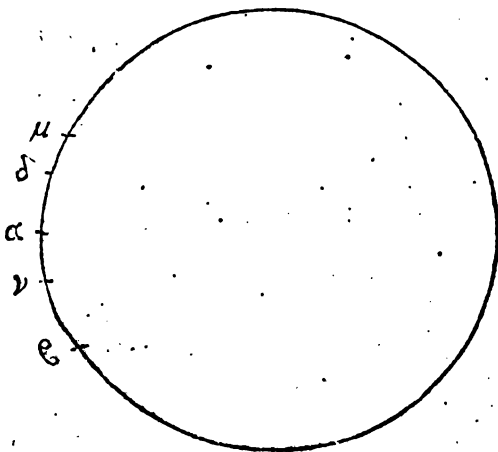
Eo ipso anno 218,000, adnotata est Astronomico calculo media syzygia, die Martij 20, hora 14, 54', cui tempori cum addidero dimidium mensem synodicum, incido in diem plenilunij medij, videlicet quarti Aprilis hor. 8, 37'. cui diei proximè succedit quintus.

Tertium. Seculo 105,580,200, adnotata est Politico calculo Gregoriana Epacta s seu XVII, sub aureo numero 1. Ideo 20 Martij erit prima Luna, & consequenter sub aureo numero VIII, ad propositum annum pertinente 2 Aprilis Neomenia. Atque adeo 16 Aprilis decima quinta.

Eo ipso anno, adnotata est Astronomico calculo media syzygia, die Aprilis 1, hora 15, 34', cui tempori cum addidero dimidium mensem synodicum, incido in diem medij plenilunij, videlicet 16 Aprilis hor. 9, scr. 50 antemeridiana.

PROPOSITIO XLI.

Maneat anni Juliani forma, quæratum autem Neomenia Paschalis, vix abs Epacta Gregoriana eam inveniet vulgaris computator.



Esto enim cyclos anni $\alpha \epsilon \gamma \delta$ communis, & ideo dierum 365, & à quocunque α puncto sumatur ejus initium. Itaque primus mensis Lunæ finiat in ϵ , duodecimus in δ , peripheria verò $\delta \alpha$ sit undecim dietum intercalarium anno Lunæ, ut is Solari adæquetur. Proponatur autem aliquod tempus, non immutatâ anni Juliani formâ, ad quod oporteat invenire Neomeniam Paschalem.

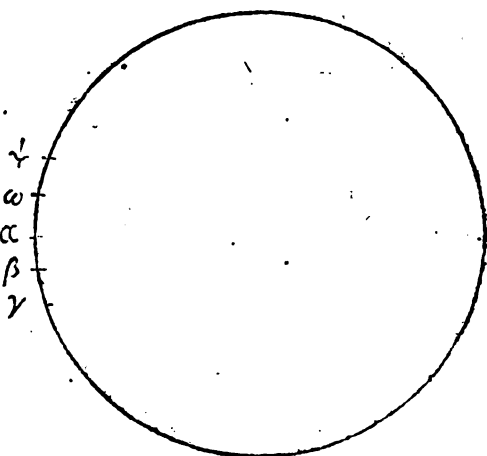
Quoniam anni mensem primum peripheria $\alpha \epsilon$ constanter designat, in eo consistet anni Epacta, quam per singulas centurias invenire deinceps non erit operosum, fixâ semel radice, propter

pter animadversam absolutam apocastasin Lunæ in annis Julianis 3,400. Designari verò eam Epactam in mense, in quo dies Æquinoctij verni versabitur fete medius, erit abso-
 num : cum annis quorum periodis Luna sese alligat, vagetur Æquinoctium. Sit igitur
 Epacta in peripheria $\alpha\epsilon$ ad quodcunque ϵ punctum, diemve. Dies igitur Neomeniæ Pas-
 schalis erit is, qui mense, intra quem dies Æquinoctij verni consistit ferè medius, chara-
 cterem eundem suscipiet quàm dies ϵ . At proponatur tempus hujusmodi, ut dies Æ-
 quinoctij verni consistat intra mensem $\mu\delta\alpha\nu$, constitutâ peripheriâ $\alpha\nu$ æquali ipsi $\delta\alpha$, &
 ideo dierum 11; peripheriâ verò $\delta\mu$ dierum 8. Quoniam $\delta\alpha$ continet dies intercalares,
 ideo characteres eisdem suscipiet, quos & peripheria $\alpha\nu$. Itaque mensis $\mu\delta\alpha\nu$ chara-
 cterum erit tantum 29. Et eapropter poterit accidere, ut character, quem suscipit dies ϵ ,
 in mense $\mu\delta\alpha\nu$, non inveniatur. Et si inveniatur, poterit accidere, ut non inveniatur in
 peripheriâ $\delta\mu$, sed in $\delta\nu$. Quod si in $\delta\nu$, erit anceps, cum eisdem suscipiat characteres
 peripheria $\delta\alpha$, quos $\alpha\nu$. Itaque erit in ambiguo, qui dies statuendus erit Neomenia, an
 is quem character ϵ in peripheriâ $\alpha\delta$ arguet, an is quem idem character arguet in periphe-
 riâ $\delta\alpha$. Quare manente anni Juliani formâ, anxius erit & minus Politicus ad Neome-
 nias arguendum Paschales, nisi Gregorianæ Epactæ auxilio, calculus. Cum itaque ad
 eam recurrendum sit, recta autem præstent obliquis; valeant anni Juliani. Et Gregoria-
 nos deinceps quæque gentes amplectimini.

Προλεπτικόν.

*At verò objecerit quispiam. Cycli Neomeniarum Gregorianarum interdum
 stationes patitur & repedationes, quibus leges mediorum motuum repugnant.*

Sit enim cyclus Enneadecaeteridis
 $\alpha\beta\gamma\psi\omega$, & à puncto α motus quidem
 in consequentia sit versus $\beta\gamma$, in ante-
 cedentia verò versus $\omega\psi$, & intelligatur
 α Neomenia. Ut igitur in cyclis
 decemnovalibus Julianis semper anti-
 cipabunt Neomeniæ suam Epocham
 α , occupaturæ aliquando puncta ω , ψ ,
 & eo uniformi eis $\omega\epsilon\theta\eta\eta\sigma\mu\delta\mu\alpha$ deinceps
 incessuræ progressu. Sic quoniam
 isti cyclis decemnovalibus Gregorianis
 Neomeniæ contrâ à suâ α Epochâ an-
 ticipantur, promotæ in puncta β , γ ,
 è se videbatur ut ea promotio esset u-
 niformis, neque punctum β pateretur
 $\sigma\mu\epsilon\lambda\gamma\mu\delta\omega\nu$ ac repedationem versus α ,
 quod tamen contingit interdum, ob
 repositam bissexti ad centesimos annos omissionem. Quæ ideo Politia, cum eâ Astrono-
 micæ leges violentur, vel non fuit retinenda, aut si salvanda erat, alia methodus Epilo-
 gismi Lunaris excogitanda. Sanè annis 2,900 Gregorianis absolvuntur menses 35,858 mi-
 nus $\frac{1}{810}$ mensis unius. Itaq; si apocastasis statueretur annorum 2,900 Gregorianorum,
 & post tales viginti septem periodos exactas auferretur tricesima pars mensis unius, id
 est, unus character, calculus ille Politicus non longè descisceret à vero. Et posset cyclus
 Neomeniarum statui constanter $\epsilon\sigma\sigma\lambda\psi\mu\delta\mu\alpha$, facta characterum 12, quorum fiet muta-
 tio à periodo in periodum, in 29 partes congrua distributione. Periodus enim una au-
 reo numero antecedentis addet unitates 12. Cum autem duo aurei numeri duodecim
 unitatibus differunt, tot quoque characteribus different characteres, qui iisdem addi-
 cuntur. Quo pertinent sequentia Problemata.



PROBLEMATI O N I.

Tabellam Neomeniarum Paschalium $\epsilon\sigma\sigma\lambda\psi\mu\delta\mu\alpha$ condere.

Fiat, ut 29 ad 12, ita excessus centuriarum anni supra 15 ad dies additivos octavo
 Martij, ut prodeant Epochæ Neomeniarum $\epsilon\sigma\sigma\lambda\psi\mu\delta\mu\alpha$, à centuria 15 ad centuriam
 44, ab Erâ Christi. Si fragmentum majus est $\frac{14}{29}$, sume pro eodem unum integrum.

Q q q 2

Tabel

Tabella Neomeniarum Paschalium (ἡμερολόγιον).

Anni à Christo Gregoriani.	Dies Martij.
1500	8
1600	8
1700	9
1800	9
1900	10
2000	10
2100	10
2200	11
2300	11
2400	11
2500	12
2600	13
2700	13
2800	13
2900	14
3000	14
3100	15
3200	15
3300	15
3400	16
3500	16
3600	17
3700	17
3800	18
3900	18
4000	18
4100	19
4200	19
4300	20
4400	20

PROBLEMATIÒ II.

Ad datas annorum ab Erâ Christi centurias, dies Neomeniarum Paschalium adæquare.

A proposito annorum ab Erâ Christi in centuriis numero, abjice primum centurias 15, deinde abjice circulationes centuriarum 78,300, & totidem unitates serva. Abjice post circulationes centuriarum 29, & sume in tabella Epocham congruentem, cui servatas unitates adde.

Ad abjiciendum circulationes annorum 783, abacus.

78	300	1
156	600	2
224	900	3
292	1200	4
360	1500	5
428	1800	6
496	2100	7
564	2400	8
632	2700	9
700	3000	10
768	3300	11
836	3600	12
904	3900	13
972	4200	14
1040	4500	15
1108	4800	16
1176	5100	17
1244	5400	18
1312	5700	19
1380	6000	20
1448	6300	21
1516	6600	22
1584	6900	23
1652	7200	24
1720	7500	25
1788	7800	26
1856	8100	27

PROBLEMATIÒ III.

Aureum numerum, cui subjacet Paschalis Neomenia adæquata, invenire.

A proposito annorum ab Erâ Christi in centuriis numero, abjice primum 1500, deinde à residuo abjice circulationes annorum 78,300, & totidem unitates serva. Abjice post circulationes annorum 2900, & totidem unitates duodenas cum iis quas adservasti, adde aureo numero 111, ut prodeat is cui Neomenia Paschalis subjacet adæquata.

Quæro Neomeniam Paschalem, seculo ab Erâ Christi 218,000, differentia inter 218,000 & 1,500, est 216,500, hinc abjicio duas periodos annorum 78,300, & 20 periodos annorum 2900, supersunt anni 3400, quibus congruit ad Epocham æquabilem Neomeniæ dies Martij 16. Sed ob duas periodos annorum 2900, adjiciendi sunt dies duo. Quare Epocha Neomeniæ æquata erit Martij decimus octavus. Sic autem æquabitur aureus numerus. Majores duæ periodi addunt aureo numero 111 duas unitates, & viginti minores periodi addent 240. Aureus igitur numerus erit 245. Id est, abjectis XIX annorum circulationibus, erit aureus numerus XVII. Paschalis igitur Neomenia, sub aureo numero XVII, incidet eo anno in Martij decimum octavum. Sed sub aureo numero XIV, ad propositum annum pertinente in 21 Mensis ejusdem.

Sed

Sed tanti non fuit apud me ea, in quam digressus sum, prolepsis: ut ideo à primùm tradito, bene familiari & undique sibi consensienti & justo calculo, discederem. Directus est annus communis ad cursum Solis, & fuit uniformis progressus. Directus est cursus Solis ad cursum Luna, & fuit uniformis progressus. Sed non novum est, in concursu duorum equalium motuum eos sese mutuo collidere, & contra niti.

EPILOGUS.

Ergo Kalendario verè Gregoriano cedant Hebræorum, Syrorum, Arabum, Persarum & omnia omnium gentium Kalendaria. Dum ea dirigunt ad cursum Solis computatores, deluduntur in cursu Lunæ, & contra. At sive Solem sive Lunam politix Gregorianæ submisisse videtur Creator Cæli & Terræ. Expendite vos, & miramini quibus suspecta est Romani Pontificis ἀρχιερατικὴ προεδρία. Non vestri abaci, ô Astronomi, vel cum ipsis ad quarta, quinta, sextave scrupula leptolegematis exactiores. Politicos menses polit Μετρονικα Enneadecaeteris, Enneadecaeterides Μετονικας perficit Gregoriana Trichiliatetracositeteris. Et dum annum Julianum tropica periodus emendat, ut messium feriæ æstati, & vindemiarum autumnò competant, non ideo interruptæ nos fallunt apocatastafes Lunæ ad stata solemnum tempora. Suggestit accessum recessus, & accessus recessum, & æquatio æquationem à semetipsa repetit, miro volubili nexu, nec ante desinenda, quam desierit mundus, circuitione.

Vobis autem ne desim, ô Computitæ vulgares, idem Kalendarium verè Gregorianum excudendum curavi, eo ipso, cui jam estis adsuæfacti, stylo.

Κλήμης μέγιστος Ἀρχιερεῖς.

Καὶ κλέϠ ἡ Φήμη εἰ μείον ἔνθε Σεβάσω
 Ἰαλίς, ὅτθ' ἱεράς ἦνεσ' Εφημερίδας
 Καὶ ταύτας τὸ πλεόν κυρώσασθε. τῶν Ἰερῶν
 Καίπερ ἀκυρώσας σφάλματ' ὀπισθοφανῆ.
 Καὶ σὺ, νομεὺς ἱερέ, Χερίσθ' ἴσον κλέϠ ἔξῃς
 Κυρώσας χρονικὴν Γρηγορείου βίβλον.
 Ἦν γ' ἀμαθῶν ὄχλ᠙ διεύρατο. νῦν δ' ἀκίραια.
 Μικρὸν ἀλλαζαμένη δείξατο ἠδὲ σελίς.

FINIS.

Qqq 3

KA.

KALENDARIVM
GREGORIANVM
PERPETUUM.



GREGORIVS EPISCOPVS, SERVVS
SERVORUM DEI, AD PERPETUAM
REI MEMORIAM.

INTER gravissimas pastoralis officij nostri curas, ea pō-
strema non est, ut quæ à sacro Tridentino Concilio Se-
di Apostolicæ reservata sunt, illa ad finem optatum, Deo
adiutore, perducantur. Sanè ejusdem Concilij Patres,
cum ad reliquam cogitationem, Breviarij quoque curam
adjungerent, tempore tamen exclusi rem totam ex ipsius
Concilij decreto ad auctoritatem & judicium Romani
Pontificis retulerunt. Duo autem Breviario præcipuè contineantur, quo-
rum unum preces, laudesque divinas festis, profestisque diebus persolven-
das complectitur, alterum pertinet ad annuos Paschæ, festorumque ex
eo pendentium recursus, Solis & Lunæ motu metiendos. Atque illud qui-
dem felicitatis recordationis. Pius V. prædecessor noster absolvendum cura-
vit, atque edidit: hoc vero, quod nimirum exigit legitimam Kalendarij re-
stitutionem, jamdiu à Romanis Pontificibus prædecessoribus nostris, &
sæpius tentatum est, verum absolvi, & ad exitum perducere ad hoc usque
tempus non potuit, quòd rationes emendandi Kalendarij, quæ à cæle-
stium motuum peritis proponebantur, propter magnas, & ferè inextrica-
biles difficultates, quas hujusmodi emendatio semper habuit, neque per-
ennes erant, neque antiquos Ecclesiasticos ritus incolumes (quod in pri-
mis hac in re curandum erat) servabant. Dum itaque nos quoque credita
nobis, licet indignis à Deo dispensatione freti, in hac cogitatione curaque
versaremur, allatus est nobis liber à dilecto filio Antonio Lilio artium &
medicinæ doctore, quem quondam Aloysius ejus germanus frater conscrip-
serat, in quo per novum quendam Epactarum cyclum ab eo excogita-
tum, & ad certam ipsius aurei numeri normam directum, atque ad quam-
cunque anni Solaris magnitudinem accommodatum, omnia quæ in Ka-
lendario collapsa sunt, constanti ratione, & sæculis omnibus duratura, sic
restitui posse ostendit, ut Kalendarium ipsum nulli unquam mutationi in
posterum expositum esse videatur. Novam hanc restituendi Kalendarij
rationem exiguo volumine comprehensam ad Christianos Principes, ce-
lebrioresque universitates paucos ante annos misimus, ut res, quæ om-
nium communis est, communi etiam omnium consilio perficeretur. Illi
cum, quæ maximè optabamus, concordēs respondissent, eorum nos om-
nium consensione adducti, viros ad Kalendarij emendationem adhibui-
mus in alma urbe harum rerum peritissimos, quos longè ante ex primariis
Christiani orbis nationibus delegeramus. Ii cum multum temporis, & di-
ligentiæ ad eam lucubrationem adhibuissent, & cyclos tam veterum, quàm
recentiorum undique conquisitos, ac diligentissimè perpensos inter se
contu-

contulissent, suo & doctorum hominum qui de ea re scripserunt iudicio, hunc præ cæteris elegerunt Epactarum cyclum, cui nonnulla etiam adjecterunt, quæ ex accurata circumspectione visa sunt ad Kalendarij perfectionem maximè pertinere.

Considerantes igitur nos, ad rectam Paschalis festi celebrationem juxta sanctorum Patrum, ac veterum Romanorum Pontificum, præsertim Pij & Victoris primorum, nec non magni illius œcumenici Concilij Nicæni, & aliorum sanctiones, tria necessariò conjungenda, & statuenda esse, primum certam Verni æquinoctij sedem, deinde rectam positionem xiv. Lunæ primi mensis, quæ vel in ipsum æquinoctij diem incidit, vel ei proximè succedit, postremò primum quemque diem Dominicum, qui eandem xiv. Lunam sequitur: curavimus non solum æquinoctium Venum in pristinam sedem, à qua jam à Concilio Nicæno decem circiter diebus recessit, restituendum, & xiv. Paschalem suo in loco, à quo quatuor, & eo amplius dies hoc tempore distat, reponendam, sed viam quoque tradendam & rationem, qua cavetur, ut in posterum æquinoctium, & xiv. Luna à propriis sedibus nunquam dimoveantur. Quò igitur Venum æquinoctium, quod à Patribus Concilij Nicæni ad xii. Kalend. Aprilis fuit constitutum, ad eandem sedem restituatur; Præcipimus & mandamus, ut de mense Octobri anni 1582. decem dies inclusivè à tertia Nonarum usque ad pridie Idus eximantur, & dies, qui festum S. Francisci iv. Nonas celebrari solitum sequitur, dicatur Idus Octobris, atq; in eo celebretur festum Sanctorum Dionysij, Rustici, & Eleutherij martyrum, cum commemoratione sancti Marci Papæ & confessoris, & Sanctorum Sergij, Bacchi, Marcelli & Apuleii martyrum. Septimodecimo verò Kalend. Novembris, qui dies proximè sequitur, celebretur festum S. Callisti Papæ & martyris. Deinde xvi. Kalend. Novemb. fiat officium & Missa de Dominica xviii. post Pentecosten, mutatâ litterâ Dominicali G in C. Quintodecimo denique Kalend. Novemb. dies festus agatur sancti Lucae Evangelistæ, à quo reliqui deinceps agantur festi dies, prout sunt in Kalendario descripti.

Ne verò ex hac nostrâ decem dierum subtractione alicui, quod ad annuas vel mēstruas præstationes pertinet, præjudicium fiat, partes Judicum erunt in controversiis, quæ super hoc exortæ fuerint, dictæ subtractionis rationem habere, addendo alios x. dies in fine cujuslibet præstationis.

Deinde ne in posterum à xii. Kalend. April. æquinoctium recedat, statuimus Bissextum quarto quoque anno (uti mos est) continuari debere, præterquam in centesimis annis: qui quamvis Bissextiles antea semper fuerint, qualem etiam esse volumus annum 1600. post eum tamen, qui deinceps consequentur centesimi, non omnes Bissextiles sint, sed in quadringentis quibusque annis primi quique tres centesimi sine Bissexto transigantur, quartus verò quisque centesimus Bissextilis sit, ita ut annus 1700. 1800. 1900. Bissextiles non sint. Anno verò 2000. more consueto dies Bissextus intercaletur, Febuario dies 29. continente: idemque ordo intermittendi, intercalandique Bissextum diem in quadringentis quibusque annis perpetuò conservetur.

Quò item xiv. Paschalis rectè inveniatur, itemque dies Lunæ juxta antiquum Ecclesiæ morem ex Martyrologio singulis diebus ediscendi fidei populo verè proponantur, statuimus, ut amoto aureo numero de Kalendario.

lendario, in ejus locum substituatur cyclus Epactarum, qui ad certam (uti diximus) aurei numeri normam directus efficit, ut Novilunium, & XIV. Paschalis vera loca semper retineant. Idque manifestè apparet ex nostri explicatione Kalendarij, in quo descriptæ sunt etiam tabulæ Paschales secundum priscum Ecclesiæ ritum, quo certius & facilius sacrosanctum Pascha inveniri possit.

Postremò quoniam partim ob decem dies de mense Octobri anni 1582. (qui correctionis annus rectè dici debet) exemptos, partim ob ternos etiam dies quolibet quadringentorum annorum spatio minimè intercalandos, interrumpatur necesse est cyclus literarum Dominicalium 28. annorum ad hanc usque diem usitatus in Ecclesia Romana, Volumus in ejus locum substitui eundem cyclum 28. annorum ab eodem Lilio, tum ad dictam intercalandi Bissexti in centesimis annis rationem, tum ad quamcunque anni Solaris magnitudinem accommodatum, ex quo litera Dominicalis beneficio cycli Solaris æquè facilè, ac priùs, ut in proprio canone explicatur, reperiri potest in perpetuum.

Nos igitur ut quod proprium Pont. Max. esse solet, exequamur, Kalendarium immensâ Dei erga Ecclesiam suam benignitate jam correctum atque absolutum hoc nostro decreto probamus, & Romæ unâ cum Martyrologio imprimi, impressumque divulgari jussimus. Ut verò utrumque ubique terrarum incorruptum, ac mendis & erroribus purgatum servetur, omnibus in nostro & sanctæ Romanæ Ecclesiæ dominio mediatè vel immediatè subjecto commorantibus impressoribus sub amissionis librorum, ac centum ducatorum auri Cameræ Apostolicæ ipso facto applicandorum: aliis verò in quacunque orbis parte consistentibus sub excommunicationis latæ sententiæ, ac aliis arbitrij nostri pœnis, ne sine nostrâ licentiâ Kalendarium, aut Martyrologium simul vel separatim imprimere, vel proponere, aut recipere ullo modo audeant vel præsumant, prohibemus.

Tollimus autem, & abolemus omnino vetus Kalendarium, volumusque, ut omnes Patriarchæ, Primate, Archiepiscopi, Episcopi, Abbates, & cæteri Ecclesiarum præsides, novum Kalendarium (ad quod etiam accommodata est ratio Martyrologij (pro divinis officiis recitandis, & festis celebrandis in suas quisque Ecclesias, Monasteria, Conventus, ordines, militias, & diœceses introducant, & eo solo utantur tam ipsi, quàm cæteri omnes Presbyteri, & clerici sæculares, & regulares utriusque sexus, necnon milites, & omnes Christi fideles: cujus usus incipiet post decem illos dies ex mense Octobri anni 1582. exemptos. Iis verò, qui adeò longinquas incolunt regiones, ut ante præscriptum à nobis tempus harum literarum notitiam habere non possint; liceat, eodem tamen Octobri mense insequentis anni 1583, vel alterius, cum primùm scilicet ad eos hæ nostræ literæ pervenerint, modò à nobis paulo ante tradito ejusmodi mutationem facere, ut copiosius in nostro Kalend. anni correctionis explicabitur.

Pro data autem nobis à Domino auctoritate hortamur, & rogamus charissimum in Christo filium nostrum Rodolphum Romanorum Regem Illustrem in Imperatorem electum, cæterosque Reges, Principes, ac Respublicas, iisdemque mandamus, ut quo studio illi à nobis contenderunt, ut hoc tam præclarum opus perficeremus; eodem, immò etiam majore, ad conservandam in celebrandis festivitatibus inter Christianas nationes concordiam, nostrum hoc Kalendarium & ipsi suscipiant, & à cunctis sibi

subjectis populis religiose suscipiendum, inviolateque observandum current.

Verum quia difficile foret presentes literas ad universa Christiani orbis loca deferri, illas ad Basilicæ Principis Apostolorum, & Cancellariæ Apostolicæ valvas, & in acie Campi Floræ publicari & affigi, & earundem literarum exemplis, etiam impressis, & voluminibus Kalendarij, & Martyrologij insertis & præpositis, sive manu tabellionis publici subscriptis, necnon sigillo personæ in dignitate Ecclesiastica constitutæ obsignatis, eandem prorsus indubitam fidem ubique gentium & locorum haberi præcipimus, quæ originalibus literis exhibitis omnino haberetur. Nulli ergo omnino hominum liceat hanc paginam nostrorum præceptorum, mandatorum, statutorum, voluntatis, probationis, prohibitionis, sublationis, abolitionis, hortationis & rogationis infringere, vel ei ausu temerario contraire. Si quis autem hoc attentare præsumpserit, indignationem omnipotentis Dei, ac beatorum Petri & Pauli Apostolorum ejus se noverit incursum.

Datum Tusculi Anno Incarnationis Dominicæ M. D. LXXXII. Sexto Kalend. Martij. Pontificatus nostri Anno Decimo.

Cæ. Glorierius.

A. de Alexiis.

Anno à Nativitate Domini nostri Jesu Christi millesimo quingentesimo octuagesimo secundo Indictione decima, Die verò Iovis prima mensis Martij, Pontificatus verò Sanctissimi in Christo patris, & D. N. Gregorij divinâ providentiâ Papæ XIII. anno ejus decimo: Retroscriptæ literæ Apostolicæ publicatæ, & affixæ fuerunt in Valvis Principis Apostolorum de Urbe, & Cancellariæ Apostolicæ, ac in acie Campi Floræ, ut moris est, per me Scipionem de Octavianis Apostolicum Cur.

Franciscus Baron Magister Cursorum.

CANO-



CANONES
IN KALENDARIVM
GREGORIANVM
PERPETUUM.

CANON I.
DE CYCLO DECENNOVENNALI AU-
REI NUMERI.



Cyclus decennovennalis aurei numeri est revolutio numeri 19. annorum ab 1. usque ad 19. quâ revolutione peractâ, iterum ad unitatem reditur. Verbi gratiâ. Anno 1577. Numerus cycli decennovennalis, qui dicitur aureus, est 1. Anno sequenti 1578. est 2. & ita deinceps in sequentibus annis, uno semper amplius, usque ad 19. qui aureus numerus cadet in annum 1595. post quem iterum ad unitatem redeundum est, ita ut anno 1596. aureus numerus sit rursus 1. & anno 1597. sit 2. &c. Continet autem hic cyclus aurei numeri annos 19. quia post 19. annos Solares elapsos revertuntur Novilunia ad eisdem dies mensium, licet non omnino præcisè, sed aliquâ diei particulâ citius, ut à computistis, & in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani ostenditur. Hoc cyclo decennovennali aurei numeri per dies Kalendarij distributo, Ecclesia Romana ad hanc usque diem usa est, tum ad conjunctiones Solis ac Lunæ inquirendas, tum verò maxime ad inveniendum diem festum Paschæ, & ad indaganda alia festa mobilia: propterea quòd veteres putabant Novilunia, transacto spatio 19. annorum Solarium, ad eundem prorsus diem, eandemque horam redire: quod verum non est, cum Novilunia, paulò citius quàm spatium 19. annorum Solarium compleatur, ad eandemque sedem redeant, ut dictum est: Hinc factum est, ut Novilunia hoc tempore plus quàm quatuor dies distent ab aureo numero in veteri Kalendario Romano, & secundum illius normam Pascha sæpenumero post $x + 1$. Lunam, contra Majorum instituta, celebraretur: adeò ut cyclus hic aurei numeri inutilis omnino jam sit inventus ad Novilunia, festaque mobilia indicanda, idemque magis ac magis in dies fururus sit inutilis; tum propter decem dies ex mense Octobri anni 1582. auferendos; tum etiam propter tres Bissextos omittendos, quibusque quadringentis annis, nisi in 30. ordines redigatur, hoc est, nisi 30. Kalendaria construantur, ut ex illis seligatur semper illud, quod certo cuidam tempore congruit: quæ res quantas perturbationes, quantosque sumptus personis præsertim Ecclesiasticis esset allatura, nemo non videt. Hoc incommodum ut vitetur, substitutus est in locum aurei numeri in Kalendario, cyclus Epactarum constans ex 30. numeris Epactalibus: qui quidem nihil aliud est, quàm cyclus decennovennalis aurei numeri æquatus, ita ut sit instar aurei numeri in 30. Kalendaria, de quibus dictum est, distributi, ut in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani declaratur. Aureo numero utemur in posterum, non quidem ad Novilunia & festa mobilia inquirenda, ut ad hanc usque diem factum est ab Ecclesiâ, sed solùm ad investigandam Epactam cujuscumque anni, ex quâ & Novilunia, festa mobilia, deinde reperiantur, ut in sequenti canone docebimus: ita ut etiam nunc necessarium omnino sit aureum numerum quovis anno indagare, licet is de Kalendario sit submotus, locumque amplius non habeat ad Novilunia festaque mobilia invenienda.

Igitur ut aureus numerus quolibet anno proposito inveniatur, composita est sequens

Rrr 2

tabella

tabella aureorum numerorum, cujus usus incipit ab anno correctionis 1582. inclusivè, duratque in perpetuum.

Ex ea enim aureus numerus cujuslibet anni post annum 1582. reperietur hoc modo.

Tabella cycli aurei numeri initium sumens ab anno correctionis 1582.

VI. VII. VIII. IX. X. XI. XII. XIII. XIV. XV. XVI. XVII. XVIII. XIX. I. II. III. IV. V.

Anno 1582. tribuatur primus numerus tabellæ, qui est vi. secundus autem, qui est vii. sequenti anno 1583. & ita deinceps in infinitum, donec ad annum, cujus aureus numerus quaeris, perveniatur, redeundo ad principium tabellæ, quotiescunque eam percurreris. Nam numerus, in quem annus propositus cadit, dabit aureum numerum quaesitum.

Sed quoniam valde laboriosum est, ac molestum tot annos in dictâ tabellâ enumerare, eamque toties repetere, donec ad annum, cujus aureus numerus quaeritur perveniatur, præsertim verò si annus propositus procul ab anno 1582. absit, construximus hanc aliam tabulam, ex qua sine magno labore aureus numerus cujuscunque anni tam ante, quàm post annum 1582. invenietur, hac arte.

Quæratyr annus propositus in tabulâ, sub annis Domini: qui si descriptus in ea fuerit, aureus numerus ad dextram ipsius collocatus, additâ priùs unitate, ut in vertice tabulæ præcipitur, erit is, qui quaeritur. Si verò annus propositus, in tabula non continetur, accipiatur annus in tabulâ contentus proximè minor, unâ cum aureo numero respondente, deinde sumantur in eadem tabula anni qui supersunt, unâ cum aureo numero respondente, qui priori aureo numero invento addatur, rejicianturque à composito numero 19. si rejici possunt. Et tandem unitas adjiciatur. Componetur enim hac ratione aureus numerus propositi anni. Quòd si neque anni, qui superfuerunt, in tabulâ reperiantur, accipiendus erit rursus annus proximè minor, unâ cum ejus aureo numero, qui priori aureo numero invento adjiciendus est, & à composito numero rejicienda 19. si rejici possunt. Idemque faciendum erit cum reliquis annis, qui supersunt, donec omnes in tabula inveneris: & tandem ultimo aureo numero ex aureis numeris in tabula repertis confecto (rejctis prius 19. si rejici possunt, ut dictum est) addenda unitas. Conficietur enim hoc modo aureus numerus anni propositi. Quòd si post additionem unitatis numerus

Tabula ad aureum numerum cujuslibet anni inveniendum.

Anni Domini	Aureus numerus Adde	Anni Domini	Aureus numerus Adde
1	1	300	15
2	2	400	1
3	3	500	6
4	4	600	11
5	5	700	16
6	6	800	2
7	7	900	7
8	8	1000	12
9	9	2000	5
10	10	3000	17
20	1	4000	10
30	11	5000	3
40	2	6000	15
50	12	7000	8
60	3	8000	1
70	13	9000	13
80	4	10000	6
90	14	20000	12
100	5	30000	18
200	10	40000	5

rus

rus compositus fuerit 19. ita ut detractis 19. nihil remaneat, erit aureus numerus 19.

Exemplis res fiet illustrior. Sit inveniendus aureus numerus anni 700. Quoniam hic annus in tabula reperitur, eique respondet aureus numerus 16. si huic aureo numero adjiciatur 1. erit anno 700. aureus numerus 17. Rursus inveniendus proponatur aureus numerus anni 1583. Quoniam hic annus in tabula non existit, sumendus est annus 1000. in tabula proximè minor, ejusque aureus numerus 12. Deinde accipiendi in tabula anni residui 583. qui quoniam in ea non continentur, capiendus iterum est annus 500. in tabula proximè minor, ejusque aureus numerus 6. quo ad priorem aureum numerum 12. inventum adjecto, conficietur numerus 18. Post hæc anni 83. qui supersunt, sumendi sunt in tabula, sed quoniam non reperiuntur, accipiendus est annus 80. in tabula proxime minor, ejusque aureus numerus 4. quo apposito ad aureum numerum 18. prius compositum, efficietur numerus 22. à quo si detrahantur 19. remanebunt 3. Postremò, remanentes anni 3. sumendi sunt in tabula, & aureus numerus 3. illis respondens: quo adjecto ad aureum numerum 3. proximè relictum, componetur numerus 6. cui tandem si addatur 1. ut in vertice tabulæ præcipitur, erit anno 1583. aureus numerus 7. Sit denique quærendus aureus numerus anni 1595. Accipio primum aureum numerum 12. respondentem anno 1000. eumque addo aureo numero 6. qui anno 500. respondet, conficioque numerum 18. Deinde aureum numerum 14. respondentem anno 90. addo illi aureo numero 18. invento, procreoque numerum 32. à quo detractis 19. remanet numerus 13. cui adjungo aureum numerum 5. respondentem anno 5. efficioque numerum 18. Huic tandem si addam 1. habebò 19. pro aureo numero anni 1595.

Additur autem semper ultimo numero unitas, quia Christus anno secundo hujus cycli aurei numeri natus est, fuitque anno Domini primo aureus numerus 2. & anno secundo aureus numerus 3. &c.

Compositio quoque hujus tabulæ perfacilis est. Primis enim 10. annis respondent primè decem aurei numeri. Deinde quia à 10. anno progreditur tabula per annos decimos, respondetque anno 10. aureus numerus 10. ita ut singulis 10. annis aureus numerus 10. unitatibus augeatur, duplicandus erit aureus numerus 10. respondens 10. anno, & à producto numero 20. rejicienda 19. ut habeatur aureus numerus 1. respondens anno 20. Cui aureo numero 1. iterum adjiciendus est aureus numerus 10. decimi anni ut componatur aureus numerus 11 pro anno 30. atque hoc modo pro sequentibus decimis annis usque ad 100. addendus semper est aureus numerus 10. præcedenti aureo numero, & rejicienda 9. si rejici possunt, ut habeatur sequens aureus numerus. Post hæc, quia in tabulâ post annum 100. fit progressio per annos centesimos, respondetque anno 100. aureus numerus 5. duplicandus erit aureus numerus 5. ut componatur aureus numerus 10. pro anno 200. quandoquidem singulis annis 100. aureus numerus augeatur 5. unitatibus. Aureo numero verò 10. iterum addendus erit aureus numerus 5. centesimi anni, ut gignatur aureus numerus 15. pro anno 300. atque ita pro sequentibus annis centesimis usque ad 1000. addendus semper est aureus numerus 5. præcedenti aureo numero, & rejicienda 19. quando possunt rejici, ut exurgat sequens aureus numerus. Hac arte tabulam extendere poteris ad quotcunque annos, si observes, per quos annos tabula progrediatur, & qui aureus numerus respondeat illi anno, à quo progressio incipit. Ita vides ab anno 1000. usque ad annum 10000. præcedenti aureo numero semper adjectum esse aureum numerum 2. & abjecta esse 19. quando rejici potuerunt: quia progressio annorum incipit tunc ab anno 1000. proceditque per annos millesimos usque ad annum 10000. & præterea anno 1000. respondet aureus numerus 12. &c.

Porro sine hac tabulâ facillimo quoque negotio per præcepta Arithmetices aureus numerus cujuslibet anni reperietur hoc modo. Anno Domini proposito addatur 1. & numerus compositus per 19. dividatur, Numerus enim, qui ex divisione relinquitur, (nulla habita ratione quotientis numeri: hic enim solum ostendit, quot revolutiones aurei numeri à Christo usque ad annum propositum peractæ sint) erit aureus numerus anni propositi. Et si ex divisione nihil remanet, erit aureus numerus 19. Ut si quærat aureus numerus anni 1584. addo 1. & compositum numerum 1585. divido per 19. invenioque ex divisione relinqui 8. Erit ergo anno 1584. aureus numerus 8. Rursus si an-

no 1595. quærendus sit aureus numerus, additâ unitate, sit numerus 1596. quæ divisio per 19. nihil superest. Erit igitur tunc aureus numerus 19. Item si anno 1600. addatur 1. fiet numerus 1601. quo divisio per 19. relinquatur 5. pro aureo numero anni 1600. Atque ita de cæteris.

CANON II.

DE EPACTIS ET NOVILUNIIS.

EPaçta nihil aliud est, quàm numerus dierum, quibus annus Solaris communis dierum 365. annum communem Lunarem dierum 354. superat: ita ut Epacta primi anni sit 11. cum hoc numero annus Solaris communis Lunarem annum communem excedat, atque adeo sequenti anno Novilunia contingant 11. diebus priùs, quàm anno primo. Ex quo fit, Epactam secundi anni esse 22, cum eo anno rursus annus Solaris Lunarem annum superet 11. diebus, qui additi ad 11. dies primi anni efficiunt 22. ac proinde, finito hoc anno, Novilunia contingere 22. diebus priùs quàm primo anno: Epactam autem tertij anni esse 3. quia si rursus 11. dies ad 22. adjiciantur, efficietur numerus 33. à quo si rejiciantur 30. dies, qui unam Lunationem Embolismalem constituunt, relinquentur 3. atque ita deinceps. Progrediuntur enim Epactæ omnes per continuum augmentum 11. dierum, abjectis tamen 30. quando rejici possunt. Solùm quando perventum erit ad ultimam Epactam aureo numero 19. respondentem, quæ est 29. adduntur 12. ut abjectis 30. ex composito numero 41. habeatur rursus Epacta 11. ut in principio. Quod ideo fit, ut ultima Lunatio Embolismica, currente aureo numero 19. sit tantum 29. dierum. Si enim 30. dies containeret, ut aliæ sex Lunationes Embolismicæ, non redirent Novilunia post 19. annos Solares ad eisdem dies, sed versus calcem mensium prolaberentur, contingerentque uno die tardiùs, quàm ante 19. annos. De quâ re plura invenies in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani. Sunt autem 19. Epactæ, quot & aurei numeri, respondebantque ipsis aureis numeris ante Kalendarij correctionem eo modo, quo in hac tabellâ dispositæ sunt.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris, ante Kalendarij correctionem.

<i>Aurei numeri</i>	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
<i>Epactæ.</i>	XI.	XXII.	III.	XIV.	XXV.	VI.	XVII.	XXVIII
	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
	17.	18.	19.	IX.	XX.	I.	XII.	XXIII.
	IV.	XV.	XXVI.	VII.	XVIII.	XXIX.		

Quia verò cyclus decennovennalis aurei numeri imperfectus est, cum Novilunia post 19. annos Solares non præcise ad eadem loca redeant, ut dictum est, imperfectus etiam erit hic cyclus 19. Epactarum. Quamobrem cum ita emendavimus, ut in posteriori loco aurei numeri, & dictarum 19. Epactarum utamur 30. numeris Epactalibus ab 1. usque ad 30. ordine progredientibus, quamvis ultima Epacta, sive quæ ordine est trigesima, notata numero non sit, sed signo hoc * propterea quod nulla Epacta esse possit 30. Variis autem temporibus ex his 30. Epactis respondent decem & novem aureis numeris variæ decem & novem Epactæ, prout Solaris anni, ac Lunarum æquatio exposcit: quæ quidem decem & novem Epactæ progrediuntur, ut olim per eundem numerum 11. addunturque semper 12. illi Epactæ, quæ respondet aureo numero 19. ut habeatur sequens Epacta respondens aureo numero 1. ob rationem paulò ante dictam. Id quod sequentes tres tabellæ perspicuum faciunt: quarum prima continet aureos numeros, & Epactas inter se respondentibus ab anno correctionis 1582. post deductionem x. dierum, usque ad annum 700. exclusivè, quo anno secunda tabella assumenda est, & tertia anno 900. atque ita deinceps alia atque alia, ut infra docebimus. Quæ quidem omnia uberius in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani explicantur. Quàmvis autem vulgares Epactæ mutantur à die primo Martij, re ipsa tamen mutandæ sunt, unâ cum aureo numero, in cujus locum hæ nostræ Epactæ succedunt, à die octavo, quo contingit

tingit citimum Novilunium Paschale anni, post undecim dies à sede Bissexti, intercalares anno Lunæ, ut is anno Solis adæquetur.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris ab Idibus Octobris anni correctionis 1582. detractis primis x. diebus, usque ad annum 1700. exclusivè.

Aurei numeri	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	1.	2.	3.	4.	5.
Epactæ.	11.	xiii.	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.	viii.	xix.	*	xi.	xxii.	iii.	xiv.	xxv.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris ab anno 1700. inclusive usque ad annum 1900. exclusivè.

Aurei numeri	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Epactæ.	xv.	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xx.	i.	xii.	xxiii.	iv.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris ab anno 1900. inclusive usque ad annum 2200. exclusivè.

Aurei numeri	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.
Epactæ.	v.	xvi.	xxiv.	viii.	xix.	*	xi.	xxii.	iii.	xiv.	xxv.	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xx.	xii.	xxiii.	

Quælibet autem tabella ab eo aureo numero initium sumit, qui illo anno currit à quo usus tabellæ incipit: & licet in his tabellis diversæ semper Epactæ aureis numeris respondeant, aliquando tamen contingeret, ut eisdem aureis numeris eadem Epactæ respondeant, quæ olim ante correctionem Calendarij.

Itaque si Epacta quocunque anno proposito invenienda sit, quærendus est aureus numerus illius anni in superiori ordine illius tabellæ quæ illi tempori, in quo propositus annus continetur, congruit. Mox enim sub aureo numero in inferiori ordine tabellæ reperitur Epacta anni propositi vel certe hoc signum * Ubi ergo Epacta illa in Calendario inventa fuerit, eo die Novilunium fiet. Invenietur autem aureus numerus vel ex antecedente canone, vel ex tabella Epactarum proposito tempori congruente, tribuendo primum aureum numerum illius tabellæ illi anno, à quo usus tabellæ incipit, & secundum aureum numerum sequenti anno, &c. Eodem modo reperietur Epacta sine aureo numero, si prima Epacta tabellæ tribuatur illi anno, à quo ejus usus incipit, & secunda Epacta sequenti anno, &c. Ubi autem signum * inventum fuerit, sumetur Epacta proximè sequens vel proximè antecedens secundum aurei numeri currentis conditionem.

Exemplum. Anno correctionis 1582. aureus numerus est 6. nempe primus primæ tabellæ, cujus usus incipit ab Idibus Octobris anni correctionis 1582. detractis prius x. diebus. Erit ergo tunc Epacta 11. quæ sub aureo numero 6. collocatur fietque Novilunium die 27. Octobr. & 26. Novembr. & 25. Decemb. Item anno 1583. jam correcto: aureus numerus est 7. cui in eadem tabellâ supposita est Epacta xiiii. quæ toto anno in Calendario Novilunia indicabit, ut in Martij die 24. Aprilij 13. &c. deinceps die Januarij 13. Februarij 12. Rursus anno 1710. aureus numerus est 1. sub quo in ordine Epactarum secundæ tabellæ, quæ anno proposito congruit, collocatur Epacta vi. quæ in Calendario toto anno Novilunia demonstrabit: nimirum in Martio die 31. In Aprilij die 29. &c. ac denique in Januario die 20. Febuario 19. Postremò, anno 1905 aureus numerus est 6. sub quo in ordine Epactarum tertie tabellæ, quæ proposito anno congruit, reperitur signum * itaque sumetur Epacta sequens xxix. Ubicunque ergo anno 1905, in Calendario Epacta xxix. reperitur, ibi Novilunium fit: ut in Martio die 8. in Aprilij die 7. in Majo die 6. &c. Quotiescunque enim signum * respondet aureo numero 10. vel minori, adsumenda est in Calendario Epacta 1. Quando verò idem signum * respondet aureo numero 11. vel majori, adsumenda est Epacta xxix. Quod ideo fit, ut anni Lunares perfectius Solaribus annis respondeant: & Lunationes ita sibi mutuo succedant, ut alternatim sex contineant dies 30. & sex aliæ dies tantum 29. complectantur. Id quod abundè in libro novæ rationis restituendi Calendarij Romani explicatum est.

Quòd

Quòd si quando Epactæ per dies Kalendarij distributæ indicent Novilunia paulò seriùs, quàm res postulet, mirandum non est, cum maturo consilio ita sint dispositæ. Cum enim nullus cyclus Lunaris ad unguem calculo Astronomico respondere possit, sed modò citiùs, modò tardiùs Novilunia indicet, data est diligenter opera in distribuendo cyclo hoc 30. Epactarum in Kalendario, ut potiùs Novilunia seriùs aliquando per Epactas demonstrantur quàm ut aliquando sedes suas antevertant, ne cum Quartadecimanis hæreticis sacrosanctum Pascha, vel in xiv. Luna, vel ante celebretur: adeo ut propter celebrationem Paschæ major sit habita ratio xiv. Lunæ, vel Plenilunij, quàm Novilunij. Neque magni refert si aliquando, quod rarò tamen accidit, propter hanc Novilunij postpositionem, contingat Pascha celebrari post diem xxi. Lunæ. Minus enim hoc peccatum est, quàm si ante diem xiv. Lunæ celebretur, vel in ultimo mense, quod esset absurdissimum. Sed de his plura in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani, ubi etiam hypotheses, quæ in hac correctione Kalendarij assumptæ sunt, in medium afferentur.

Verùm, ut videas unde præcedentes tres tabellæ sint depromptæ, & quâ arte aliæ construi possint, addita est sequens tabella cycli Epactarum perpetua, unâ cum tabulâ æquationis cycli Epactarum, ex quâ cujusque anni Epacta reperietur in perpetuum. Rationem constructionis tam tabellæ cycli Epactarum perpetuæ, quàm tabulæ æquationis cycli Epactarum, quoniam paucis explicari non potest, desumunturque literæ alphabeti ex tabulâ cycli Epactarum expansa, consultò in librum novæ rationis restituendi Kalendarij Romani, ubi tabula illa expansa continetur, rejicimus.

Tabella cycli Epactarum perpetua.

γγ	L	C	c	P	F	f	s	M	i	A	a	m	D		
*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII		
d	q	G	g	t	N	K	B	b	n	E	e	r	H	h	u
IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX

Tabula æquationis cycli Epactarum perpetui.

Anni Domini.	Anni Domini.
N 1582.	B 3300.
N 1600. Biss.	C 3400.
M 1700.	B 3500.
M 1800.	B 3600. Biss.
H 1900.	B 3700.
H 2000. Biss.	A 3800.
	u 3900.
H 2100.	A 4000. Biss.
G 2200.	u 4100.
F 2300.	t 4200.
G 2400. Biss.	t 4300.
	t 4400. Biss.
F 2500.	s 4500.
E 2600.	s 4600.
E 2700.	r 4700.
E 2800. Biss.	r 4800. Biss.
	t 4900.
D 2900.	
D 3000.	
C 3100.	
C 3200. Biss.	

Utriusque autem usus hic est. Quærat in tabulâ æquationis annus propositus, vel si is in tabulâ non invenitur, annus proximè minor: noteturque literâ alphabeti live majusculâ, sive minusculâ, ad sinistram ipsius collocata, & aureus numerus investigetur anno proposito congruens. Deinde in tabellâ cycli Epactarum perpetuâ similis litera notetur, & cellulæ, quæ ab illa litera inclusivè tertia est versus sinistram, aureus numerus 1. tribuatur, & sequenti cellulæ ad dexteram subsequens aureus numerus 2. & ita deinceps, donec ad aureum numerum propositi anni perveniatur, redetundo ad principium tabellæ, si eam totam percurreris, computatâ quoque literâ γγ sub quâ signum * collocatur pro unâ cellulâ. His enim ritè peractis, illicò in cellulâ, in quam aureus numerus propositi anni cadit, Epacta illius anni

reperietur. Diligenter tamen observandum est, ut quando aureus numerus anni propositi fuerit 10 vel minor, cecideritque in cellulam literæ γγ ubi est hoc signum * sumatur Epacta xxix. Quando verò aureus numerus anni propositi fuerit 11. vel major, sumatur Epacta 1.

Exem-

Exemplis planum id faciemus. Anno 1582. post correctionem respondet in tabulâ æquationis litera N. majusc. , estque aureus tunc numerus 6. Si igitur in tabellâ cycli Epactarum perpetua tribuas cellulæ literæ g minusc. quæ tertia est à cellulâ literæ N. majusc. aureum numerum 1. & sequenti cellulæ ad dextram aureum numerum 2. & ita deinceps, cadet aureus numerus 6. anni propositi 1582. in cellulam Epactæ 11. quæ in Kalendario ab Idibus Octob. illius anni Novilunia monstrabit. Rursus anno 1583. jam emendato aureus numerus est 7. eique in tabulâ æquationis respondet litera eadem N, majusc. Quoniam enim hic annus in tabulâ non reperitur, sumendus est proximè minor, nempe 1582. cui litera N, majusc. respondet. Tribuendo ergo in tabellâ Epactarum aureum numerum 1. cellulæ literæ g, minusc. quæ tertia est à cellulâ literæ N, majusc. & aureum numerum 2. sequenti cellulæ ad dextram, & sic deinceps, cadet aureus numerus 7. propositi anni in cellulam Epactæ XIII. quæ eo anno Novilunia ostendet. Item anno 1710. respondet litera M, majusc. in tabulâ æquationis, estque rursus aureus numerus 1. Quare si aureum numerum 1. illius anni tribuas primæ cellulæ literæ f, minusc. in tabellâ Epactarum, quæ tertia est à literâ M, majusc. reperies VI. pro Epactâ illius anni. Rursus anno 1912. respondet in tabulâ æquationis litera H, majusc. & est aureus numerus 13. Quapropter si tribuatur in tabellâ Epactarum perpetua cellulæ literæ e, minusc. quæ tertia est à literâ H, majusc. aureus numerus 1. & sequenti cellulæ ad dextram aureus numerus 2. & ita deinceps, redeundo ad principium tabellæ, cadet aureus numerus 13. propositi anni in secundam cellulam. Quare Epacta tunc erit xvii. Adhuc anno 2000. respondet in tabulâ æquationis litera H, majusc. estque aureus numerus 6. Tribuendo ergo aureum numerum 1. cellulæ literæ e, minusc. in tabellâ Epactarum, quæ tertia est à cellulâ literæ H, majusc. & aureum numerum 2. sequenti cellulæ ad dextram &c. cadet aureus numerus 6. propositi anni in cellulam literæ yy, sub quâ ponitur signum * Quia verò aureus numerus 6. minor est quàm 11. accipienda est Epacta xxix. pro anno 2000. Postremò, anno 1609. in tabellâ æquationis respondet litera N, majusc. estque aureus numerus 14. Quamobrem si in tabellâ Epactarum cellulæ literæ g, quæ tertia est à cellulâ literæ N, majusc. detur aureus numerus 1. & sequenti cellulæ ad dextram aureus numerus 2. &c. redeundo ad principium tabellæ, occurreret aureus numerus 14. propositi anni eidem cellulæ literæ yy, sub qua signum * ponitur. Et quoniam aureus numerus 14. major est, quàm 10. accipienda est Epacta i. pro anno 1609. Atque hoc modo Epactam cujuscumque anni invenies in perpetuum.

Ex his facillè quivis tabellam componere poterit si velit, similem tribus superioribus, in qua nimirum Epactæ contineantur certis quibusdam annis inservientes. Ut quoniam usus tertie tabellæ extenditur usque ad annum 2200. exclusivè, si quis aliam tabellam optet, cujus usus incipiat anno 2200. quærenda erit, ut jam docuimus, Epacta anni 2200. Si namque ordine disponantur omnes 19. aurei numeri, initio facto ab aureo numero anni 2200. & sub aureo numero dicti anni collocetur Epacta ejusdem anni inventa: deinde reliquæ Epactæ ordine sub aliis aureis numeris collocentur, quæ per continuam additionem numeri 11. ad præcedentem Epactam constituantur, ita tamen, ut Epactæ sub aureo numero 19. positæ, si hic aureus numerus in tabella ultimus non fuerit, addantur 12. non autem 11. ut supra diximus, composita erit tabella Epactarum, cujus usus incipiet ab anno 2200. inclusivè, terminabiturque anno 2299. quandoquidem anno 2300. in tabula æquationis alia litera responderet, nempe F, ita ut tunc sit alia tabula extruenda. Verbi gratia: dicto anno 2200. respondet in tabula æquationis litera G, majusc. estque aureus numerus 16. Si igitur tribuamus aureum numerum 1. cellulæ literæ d, minusc. in tabella perpetua Epactarum, quæ tertia est à cellulâ literæ G, & sequenti cellulæ ad dextram aureum numerum 2. &c. incidet aureus numerus 16. dicti anni 2200. in cellulam literæ u, sub qua reperitur Epacta XIX. illius anni. Quocirca tabella Epactarum respondentium aureis numeris, initio sumpto ab aureo numero 16. & ab Epacta XIX. illius anni sic stabit.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris ab anno 2200. inclusive usque ad
annum 2300. exclusive.

Aurei numeri	16.	17.	18.	19.	4.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
Epactæ.	XIX.	XI.	XIII.	IV.	XV.	XXVI.	VII.	XVIII.	XXIX.	X.	XXI.	II.	XIII.	XXIV.	V.	XVI.	XXVII.	VIII.	

Sed eadem hæ Epactæ faciliùs ex tabella cycli Epactarum perpetuâ extrahi possunt. Cum enim aureus numerus 1. tribuatur cellulæ literæ G, majusc. & aureus numerus 2. sequenti cellulæ ad dextram, ubi est litera g. & aureus numerus 3. sequenti cellulæ ad dextram, ubi est litera t, aureus numerus verò 4. sequenti adhuc cellulæ ad dextram, in qua descripta est litera N, majusc. &c. ut dictum est, scribendæ erunt Epactæ sub aureis numeris hujus tabellæ temporariæ, quemadmodum in tabella illa cycli Epactarum perpetua aureis numeris respondent, ut in exemplo factum esse vides. Hinc faciliè apparet, qua ratione superiores tres tabellæ Epactarum temporariæ sint compositæ. Generalior porrò via inventiendæ Epactæ cujuscumque anni ex rotâ mobili desumitur, cujus constructionem quoniam in lib. novæ rationis restituendi Kalendarij Romani tradita est, deditâ operâ hic omittimus:

CANON III.

DE CYCLO SOLARI, SIVE LITERARUM DOMINICALIUM 28. ANNORUM.

Cycclus Solaris, seu literarum Dominicalium, est revolutio numeri 28. annorum ab 1. usque ad 28. quâ revolutione peractâ, iterum ad unitatem reditur, initiumque sumit quilibet annus hujus cycli à Januario. Procreatur autem cyclus hic Solaris 28. annorum ex multiplicatione 7. per 4. propterea quod propter septem dies hebdomadæ, septem sunt literæ Dominicales, & quovis quarto anno unus dies intercalatur, ita ut tunc ordo ille septem literarum interrumpatur, recipianturque duæ literæ Dominicales. Hoc cyclo litera Dominicalis cujusque anni investigatur in perpetuum, ut ad finem sequentis canonis docebimus.

Ut igitur quolibet anno proposito numerus cycli Solaris reperiatur, composita est sequens tabella, cujus usus incipit ab anno correctionis 1582. duratque in perpetuum. Ex qua numerus cycli Solaris quocumque anno currens post annum 1582. investigabitur hoc modo.

23. 24. 25. 26. 27. 28. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22.

Anno 1582. tribuatur primus numerus tabellæ, qui est 23. secundus autem, qui est 24. sequenti anno 1583. & ita deinceps in infinitum, donec ad annum, cujus numerum cycli Solaris quæris, perveniatur, redeundo ad principium tabellæ, quotiescunquè eam percurreris. Nam cellula, in quam cadit annus propositus, numerum cycli Solaris quæsitum indicabit.

Sed quoniam valde laboriosum est ac molestum, tot annos in dicta tabella enumerare, eamque toties repetere, donec ad annum propositum perveniatur, præsertim verò si annus propositus procul ab anno 1582. absit, construximus hanc aliam tabulam, ex qua sine magno labore, cycli Solaris numerus quolibet anno tam ante, quam post annum 1582. inveniatur hac ratione.

Quæraturs annus propositus in tabulâ sub annis Domini, qui si descriptus in eâ fuerit, numerus ad dextram ipsius collocatus (additis prius 9. ut in vertice tabulæ præcipitur: & rejectis 28. post hanc additionem si rejici possunt) erit numerus cycli Solaris, qui quæritur. Si verò annus propositus, in tabulâ non continetur, accipiatur annus in tabulâ contentus proximè minor, unâ cum numero cycli Solaris respondente. Deinde sumantur in eadem tabulâ anni qui supersunt, unâ cum numero cycli Solaris respondente, qui priori numero cycli Solaris invento addatur, rejicianturq; à composito numero 28.

si re-

si rejici possunt. Et tandem addantur 9. Numerus enim compositus, rejectis prius 28. si possunt rejici, erit numerus cycli Solaris quæsitus. Quod si neque anni, qui superfuerunt, in tabulâ reperiantur, accipiendus erit rursus annus proximè minor, unâ cum numero cycli Solaris respondente : qui priori numero cycli Solaris invento adjiciendus est, & à

Tabula ad numerum cycli Solaris cujuslibet anni inveniendum.

| Anni Domini | Cyclus Solaris Adde | Anni Domini | Cyclus Solaris Adde |
|-------------|---------------------|-------------|---------------------|
| | 9 | | 9 |
| 1 | 1 | 300 | 20 |
| 2 | 2 | 400 | 8 |
| 3 | 3 | 500 | 24 |
| 4 | 4 | 600 | 12 |
| 5 | 5 | 700 | 0 |
| 6 | 6 | 800 | 16 |
| 7 | 7 | 900 | 4 |
| 8 | 8 | 1000 | 20 |
| 9 | 9 | 2000 | 12 |
| 10 | 10 | 3000 | 4 |
| 20 | 20 | 4000 | 24 |
| 30 | 2 | 5000 | 16 |
| 40 | 12 | 6000 | 8 |
| 50 | 22 | 7000 | 0 |
| 60 | 4 | 8000 | 20 |
| 70 | 14 | 9000 | 12 |
| 80 | 24 | 10000 | 8 |
| 90 | 6 | 20000 | 4 |
| 100 | 16 | 30000 | 12 |
| 200 | 4 | 40000 | 16 |

composito numero rejicienda 28. si rejici possunt. Idemque faciendum erit cum reliquis annis qui superfunt, donec omnes in tabulâ inveneris : & tandem ultimo numero cycli Solaris ex numeris cycli Solaris in tabulâ repertis confecto, addenda 9. & à summa, quæ conflabitur, rejicienda 28. si rejici possunt. Conficietur enim hoc modo numerus cycli Solaris anni propositi. Quod si post additionem 9. numerus compositus fuerit 28. ita ut post deductionem 28. nihil remaneat, erit numerus cycli Solaris 28.

Exemplis rem illustrabimus. Inveniendus sit numerus cycli Solaris anno 1000. Quoniam hic annus in tabulâ reperitur, eique responder numerus 20. si addantur 9. fiet numerus 29. à quo si rejiciantur 28. remanebit 1.

pro numero cycli Solaris anno 1000. Rursus inquirendus proponatur numerus cycli Solaris anno 1582. Quoniam hic annus in tabulâ non invenitur, sumendus est annus 1000. in tabulâ proximè minor, ejusque numerus cycli Solaris 20. Deinde accipiendi in tabulâ anni residui 582. qui quoniam in eâ non continentur, sumendus iterum est annus 500. in tabulâ proximè minor, ejusque numerus cycli Solaris 24. quo ad priorem numerum cycli Solaris 20. inventum adjecto, conficietur numerus 44. à quo si detrahantur 28. remanebunt 16. Post hæc anni 82. qui superfunt, accipiendi in tabulâ: sed quia non reperiantur, sumendus est annus 80. in tabulâ proximè minor, ejusque numerus cycli Solaris 24. quo adjecto ad numerum cycli Solaris 16. prius compositum, efficietur numerus 40. à quo si subtrahantur 28. relinquentur 12. Tandem accipiendi sunt reliqui anni 2. in tabulâ, & numerus cycli Solaris 2. illis respondens: quo appposito ad numerum cycli Solaris 12. proximè relictum, componetur numerus 14. Ad quem postremò si addantur 9. ut in vertice tabulæ jubetur, fiet numerus cycli Solaris 23. anni 1582. Denique, investigandus sit numerus cycli Solaris anno 7075. Accipio primùm numerum cycli Solaris 0. è regione anni 7000. eumque addo numero cycli Solaris 14. è regione anni 70. reperto, efficioque numerum 14. Deinde huic numero 14. adjungo numerum cycli Solaris 5. anno 5. respondentem & procreo numerum 19. Cui tandem appono 6. efficioque numerum cycli Solaris 28. pro anno 7075.

Adduntur autem semper 9. ultimo numero, quia Christus anno decimo hujus cycli Solaris natus est, fuitque anno Domini primo numerus cycli Solaris 10. & anno secundo numerus cycli Solaris 11. &c.

Compositio quoque hujus tabulæ non differt à constructione tabulæ pro aureo numero inveniendi, nisi quod hic rejicienda sunt 28. non autem 19. ut ibi. Quocirca facile eam extendere poteris ad quotcunque annos volueris.

Cæterum sine hac tabulâ facili admodum negotio per præcepta Arithmetices numerus cycli Solaris quolibet anno proposito inuenietur hoc modo. Anno Domini proposito addantur 9. & compositus numerus per 28. dividatur. Numerus enim, qui ex divisione relinquitur, (nulla habita ratione quotientis numeri: hic enim solum indicat quot revolutiones cycli Solaris à Christo usque ad annum propositum peractæ sint) erit numerus cycli Solaris anni propositi. Et si ex divisione nihil remanet, erit numerus cycli Solaris 28. Ut si quæzatur numerus cycli Solaris anno 1582. Addo 9. & compositum numerum 1591. divido per 28. invenioque ex divisione relinqui 23. Anno ergo 1582. numerus cycli Solaris erit 23. Rursus si desideretur numerus cycli Solaris anno 1587. Addo 9. & facio 1596. quem numerum partior per 28. reperioque nihil superesse. Anno igitur 1587. numerus cycli Solaris erit 28. Et sic de cæteris.

CANON IV.

DE LITERA DOMINICALI.

Quoniam tum propter decem dies ablatos ex mense Octobri anni 1582. tum etiam propter tres Bissextos quibusque quadringentis annis omittendos, ut in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani, & in Bullâ correctionis anni à Gregorio XIII. Pont. Max. sancitum est, cyclus literarum Dominicalium quibusque 28. annis in seipsum rediens, & ad hanc usque diem ab Ecclesia Romana usitatus interrumpatur necesse est, proponimus sequentem tabellam literarum Dominicalium omnibus annis post Idus Octobris anni correctionis 1582. (detractis prius x. diebus) usul futurum usque ad annum 1700. exclusivè.

Tabella literarum Dominicalium ab Idibus Octobris anni correctionis 1582. (detractis prius x. diebus) usque ad annum 1700. exclusivè.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|-----|---|-------|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|---|---|
| cb | A | fed | c | A g f | e | cbA | g | edc | b | gfe | d | bAg | f | d |
| | g | | b | | d | | f | | A | | c | | e | |

Ulus hujus tabellæ hic est. Anno correctionis 1582. post Idus Octobris (detractis prius x. diebus) tribuatur litera c, primæ cellulæ: & sequenti anno 1583. litera b, secundæ: & anno 1584. dentur literæ A, g, tertix cellulæ, & sic deinceps aliis annis ordine alix cellulæ tribuantur, donec ad annum propositum perventum sit, redeundo ad principium tabellæ, quotiescunque eam percurreris. Nam cellula in quam annus propositus cadit, summodo minor sit, quàm annus 1700. dabit literam Dominicalem propositi anni. Quæ si unjca occurrerit, annus erit communis, si verò duplex, Bissextilis: & tunc superior litera Dominicam diem ostendet in Kalendario à principio anni usque ad festum S. Mathiæ Apostoli, inferior autem ab hoc festo usque in finem anni. Exempli gratia. Sit invenienda litera Dominicalis anno 1587. Numera ab anno 1582. quem tribue primæ literæ c, usque ad annum 1587. tribuendo singulis cellulis singulos annos (computando geminas literas quascunque, superiorem & inferiorem, pro una cellula) cadetque annus 1587. in literam d, quæ sextum locum in tabella occupat. Est ergo toto eo anno litera Dominicalis d, annusque communis est, cum litera simplex occurrat. Rursus sit investiganda litera Dominicalis anno 1616. Numera ab anno 1582. ut dictum est, usq; ad annum 1616. redeundo ad principium tabellæ, postquam eam percurreris, perveniesque ad duas hæc literas c, b, septimo loco positas. Est ergo annus ille Bissextilis, cum duplex litera occurrat, superiorque litera c, Dominicam diem indicabit à principio anni illius usque ad festum S. Mathiæ, inferior autem b, in reliqua parte anni.

Verùm ut in annis, qui parum ab anno 1700. distant, facilius reddatur numeratio, &

nc

ne sæpius ad principium tabellæ cogaris redire, componenda erit tabella quædam annorum hac arte. Ad annum 1582. à quo usus tabellæ literarum Dominicalium incipit, addantur 28. & iterum 28. ad numerum compositum, & sic deinceps, ita tamen, ut ultimus annus minor sit anno 1700. ad quem usus tabellæ literarum Dominicalium non pervenit.

Itaque si annus, cujus litera Dominicalis queritur, in hac tabella annorum continetur, erit prima litera tabellæ literarum Dominicalium Dominicalis eo anno. Si verò non continetur, sumendus est in tabella annorum annus proximè minor, & ab eo numerandum in supradicta tabella literarum Dominicalium, initio facto à prima cellula, usque ad annum propositum. Pervenietur enim hac numeratione ad literam Dominicalem, ita ut nunquam ad principium tabellæ redeundum sit. Ut si annus propositus sit 1638. qui in hac tabella reperitur, erit eo anno litera Dominicalis c, quæ prima est in tabellâ literarum Dominicalium. Si autem annus propositus sit 1647. qui in hac tabella non continetur, numerandum erit in tabellâ literarum Dominicalium ab anno 1638. proximè minori usque ad datum annum 1647. tribuendo nimirum annum 1638. primæ cellulæ, & sequentem annum 1639. secundæ cellulæ, &c. Cader enim hoc modo annus propositus 1647. in decimam cellulam literæ f, quæ tertia est post Bissextum, & Dominicalis eo anno.

Finiri autem anno 1699. in cujus fine usus superioris tabellæ literarum Dominicalium terminatur, assumenda est sequens tabella literarum Dominicalium, cujus usus ab anno 1700. incipit, estq; perpetua, si adjuncta tabula æquationis adhibeatur, hoc modo.

Tabella literarum Dominicalium ab anno 1700 inclusive perpetua, si quibusque 400. annis tres Bissexti omittantur.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|----|---|-----|-----|---|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I | | II | | III | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| d | b | A | g | f | dcb | A | fed | c | A | g | f | e | c | b | A | g | e | d | c | b | g | f | e |
| c | | | | e | | g | | b | | | | d | | f | | | | | | A | | | |

Inventurus literam Dominicalem cujuslibet anni, qui non minor sit anno 1700. vide in tabulâ æquationis, qui numerus ex antiquis Romanorum notis ad sinistram anni propositi, vel (si is in tabula descriptus non est) anni proximè minoris reperitur, eumque in tabella literarum Dominicalium perpetua nota. Si enim cellulæ hujus numeri antiqui Romani tribuas annum in tabulâ æquationis acceptum, sequentem verò annum sequenti cellulæ, & ita deinceps, donec ad annum propositum perveneris redeundo ad principium tabellæ si opus fuerit, incidet in cellulam literæ Dominicalis, quam quæris. Quæ si fuerit simplex, annus propositus communis erit, si verò duplex, Bissextilis: exceptis annis illis centesimis, in quibus dies intercalaris omititur, quales sunt omnes illi & soli, qui in æquationis tabula expressi sunt. In his enim quoniam communes sunt, ex duabus literis inventis inferior duntaxat assumenda est, relicta superiore, quia

Tabula æquationis supradicta tabella literarum Dominicalium ab anno 1700. perpetua.

| | An. Domini. | | An. Domini. | | An. Domini. |
|-----|-------------|-----|-------------|-----|-------------|
| I | 1700 | I | 2900 | I | 4100 |
| II | 1800 | II | 3000 | II | 4200 |
| III | 1900 | III | 3100 | III | 4300 |
| I | 2100 | I | 3300 | I | 4500 |
| II | 2200 | II | 3400 | II | 4600 |
| III | 2300 | III | 3500 | III | 4700 |
| I | 2500 | I | 3700 | I | 4900 |
| II | 2600 | II | 3800 | II | 5000 |
| III | 2700 | III | 3900 | III | 5100 |

hæc in anno præcedenti usum habuit. In aliis centesimis Bissextilibus, cujusmodi sunt omnes illi, qui in tabula æquationis notati non sunt, utraque litera inventa est accipienda, quemadmodum in aliis annis Bissextilibus.

Exemplum. Anno 1710. respondet in tabulâ æquationis hic numerus antiquus I. quia cum dictus annus in tabula non contineatur, accipiendus est annus 1700. proximè minor, cui responderet numerus I. Igitur si ab anno 1700. in tabula invento fiat numeratio in tabella literarum Dominicalium perpetua per cellulas: usque ad annum propositum 1710. initio factò à prima cellula, supra quam nimirum ponitur idem numerus antiquus I. qui in æquationis tabula repertus est, reperietur litera Dominicalis e, secunda post Bissextum, eritque annus 1710. communis, & secundus post Bissextum. Rursus anno 1912. respondet in tabula æquationis numerus antiquus III. Numerando igitur ab anno 1900. in tabula reperto, in tabula literarum Dominicalium per cellulas, initio sumpto à nona cellula, supra quam nimirum positus est antiquus numerus III. usque ad annum 1912. inveniemus duas literas Dominicales g, f, eritque annus ille Bissextilis: Præterea anno 1800. in tabula æquationis responderet antiquus numerus II. cui in tabella literarum Dominicalium respondent duæ literæ f, e, quarum inferior e, solùm illi anno deserviet, quoniam annus est communis, & superior litera f fuit Dominicalis anno præcedente 1799. Postremò, anno 3600. responderet in tabula æquationis numerus antiquus III. prope annum 3500. proximè minorem. Si igitur ab anno 3500. in tabella literarum Dominicalium numerentur cellulæ, sumpto initio à nona cellula hujus numeri III. invenientur duæ hæc literæ b, A, quarum utraque accipienda est, quia annus ille centesimus Bissextilis est, cum in tabula æquationis non contineatur.

Hic autem utendum erit quoque artificio supra descripto, ut numeratio facilior reddatur. Nempe construenda erit tabella annorum, quæ per continuam additionem 28.

ad annum in tabula æquationis inventum, progrediatur. Ut in proximo exemplo ad annum 3500. deinde ad compositum numerum 3528. &c. ita tamen, ut ultimus numerus compositus minor sit quàm 3700. Hoc enim anno alius numerus antiquus accipiendus erit in tabella literarum Dominicalium, ut ex tabula æquationis constat. Hac tabella annorum composita, statim sciemus à quo anno inchoanda sit numeratio in tabella literarum Dominicalium. Hac ratione, ut in proximo exemplo persistamus, sub numero antiquo III. numerationem auspicabimur ab anno 3584. qui proximè minor est in tabella annorum quàm propositus annus 3600. qui cadet in cellulam duarum literarum b, A, ut priùs.

Facillima porrò est constructio tabulæ æquationis. Progreditur enim per omnes annos centesimos, qui Bissextiles non sunt, omittis centesimis Bissextilibus, quia in illis ordo literarum Dominicalium interrumpitur, in his verò non. Itaque post ternos quosque centesimos unus annus centesimus relinquitur in tabula, cum ille sit Bissextilis. Deinde, ut vides numeri antiqui I. II. III. ordine repetuntur.

Ex his non difficile erit cuilibet ex nostra tabella perpetua decerpere tabellam particularem suo tempore deservientem. Si enim tabella 28. literarum Dominicalium componatur, principio sumpto à cellula illius numeri antiqui, qui in tabula æquationis cuilibet anno centesimo responderet, confecta erit tabella deserviens ab eo anno centesimo usque ad annum centesimum qui in tabula æquationis sequitur exclusivè: ita tamen, ut ex primis duabus literis anno illi centesimo, à quo usus tabellæ incipit, respondentibus, inferior assumatur, relicta superiori, Hac arte constructa est sequens tabella, cujus usus incipit ab anno 1800. duratque usque ad finem anni 1899. hac lege, ut anno 1800. litera Dominicalis sit e, inferior primarum duarum f, e. Sequenti deinde anno 1801. litera Dominicalis sit d, &c.

Tabella literarum Dominicalium ab anno 1800. usque ad annum 1900. exclusive.

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|-----|---|-----|---|------|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|
| f | dcb | A | fed | c | A.gf | e | cbA | g | edc | b | gfe | d | bAg |
| e | | g | | b | | d | | f | | A | | c | |

Ex-

Expedite quoque eandem literam Dominicalem cujusque anni perpetuò invenimus tam ante correctionis annum quam post, ex antiquo cyclo Solari, seu literarum Dominicalium 28. annorum, quo ad hanc usque diem Ecclesia usa est. Hic autem, unà cum tabula æquationis, quæ per omnes annos centésimos progreditur, ita ut quartus quisque centésimus sit Bissextilis, & tunc idem numerus antiquus reperatur, ita se habet.

Cyclos Solaris, seu literarum Dominicalium antiquus 28. annorum perpetuus.

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|----|-------|----|------|----|-------|---|-------|-----|-------|
| V | | VII | | II | | IV | | VI | | I | | III | |
| g | edc | b | gfe | d | b A g | f | dc b | A | f e d | c | A g f | e | c b A |
| f | | A | | c | | e | | g | | b | | d | |

Tabula æquationis Cycli Solaris antiqui.

| | An. Domini. |
|---------------------|-------------|
| V | I |
| v | 1582 |
| Deductis x. diebus. | |
| I | 1582 |
| I | 1600 Biss. |
| II | 1700 |
| III | 1800 |
| IV | 1900 |
| IV | 2000 Biss. |
| V | 2100 |
| VI | 2200 |
| VII | 2300 |
| VII | 2400 Biss. |
| I | 2500 |
| II | 2600 |
| III | 2700 |
| III | 2800 Biss. |
| IV | 2900 |
| V | 3000 |
| VI | 3100 |
| VI | 3200 Biss. |
| VII | 3300 |
| I | 3400 |
| II | 3500 |
| II | 3600 Biss. |
| III | 3700 |
| IV | 3800 |
| V | 3900 |
| V | 4000 Biss. |
| VII | 4100 |
| VII | 4200 |
| I | 4300 |
| I | 4400 Biss. |
| II | 4500 |
| III | 4600 |
| IV | 4700 |
| IV | 4800 Biss. |
| V | 4900 |
| VI | 5000 |
| VII | 5100 |
| VII | 5200 Biss. |
| I | 5300 |

Inventurus ergo literam Dominicalem quocunque anno dato, vide in tabulâ æquationis, qui numerus antiquus ad sinistram anni propositi, vel (si is in tabulâ non est descriptus) anni proximè minoris reperitur, eumque in cyclo Solari nota. Ab hoc enim inclusive si numeres tot cellulas literarum Dominicalium, dextrorsum procedendo, & iterum si opus fuerit, à principio cycli incipiendo, quot unitates in numero cycli Solaris currente (quem ex canone 3. invenies) continentur, incidet in cellulam literæ Dominicalis, quam quæris. Quæ si fuerit simplex, annus propositus communis erit; si verò duplex, Bissextilis, exceptis illis annis centesimis, in quibus intercalaris dies omittitur, cujusmodi sunt omnes illi, ac soli, quibus in tabulâ æquationis syllaba [Biss.] apposita non est. In his enim, quoniam communes sunt, inferior litera ex duabus inventis assumenda est, relicta superiori, quoniam hæc in præcedenti anno fuit Dominicalis. In centesimis aliis Bissextilibus, quales sunt omnes illi, quibus syllaba [Biss.] adjuncta est, utraque litera est accipienda, quemadmodum in aliis annis Bissextilibus.

Exemplum. Anno 1699. respondet in tabulâ æquationis numerus antiquus I. propè numerum 1600. proximè minorem. Cùm ergo anno 1699, numerus cycli Solaris sit 28. numerandæ erunt 28. cellulæ literarum Dominicalium, initio factò ab eâ supra quam numerus hic I. positus est, usque ad d, quæ erit litera Dominicalis eo anno, tertia post Bissextum. Rursus anno 1700. respondet in æquationis tabulâ numerus antiquus II. estque numerus cycli Solaris 1. In prima ergo cellula literarum Dominicalium sub numero antiquo II. ex duabus literis d. c. inferior erit litera Dominicalis illius anni: quia communis est, & superior litera d fuit Dominicalis in præcedenti anno 1699. ut in proximo exemplo patuit. Postremò, anno 2000 respondet in tabula æquationis numerus antiquus IV. numerus autem cycli Solaris tunc est 21. Quart si numerentur 21. cellulæ literarum Dominicalium, initio factò à cellula hujus numeri antiqui IV. invenientur duæ hæc literæ b, A, quæ ambæ Dominicales erunt eo anno, cùm Bissextilis sit. Porro

via hæc multò facilior est in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani per tabulam septem cyclorum literarum Dominicalium expansam, ubi etiam commodissima ratio traditur beneficio rotæ mobilis.

CANON V.

DE INDICTIOE.

Indictio est revolutio 15. annorum ab 1. usque ad 15. qua revolutione peracta, iterum reditur ad unitatem, initiumque sumit quilibet annus hujus cycli à Januario in bullis Pontificiis. Et quoniam Indictionis frequens usus est in Diplomatum & scripturis publicis, facile annum Indictionis currentem quolibet anno proposito inveniemus ex sequenti tabella, cujus usus perpetuus est, initium tamen sumit ab anno correctionis 1582.

Tabella Indictionis ab anno correctionis 1582.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 10. | 11. | 12. | 13. | 14. | 15. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|

Nam si anno 1582. tribuas primum numerum, qui est 10. & sequenti anno 1583. secundum numerum, qui est 11. & sic deinceps usque ad annum propositum, redeundo ad principium tabellæ, quotiescunque eam percurreris, cadet annus propositus in Indictionem, quæ queritur.

Quoniam verò molestum est ac laboriosum, tot annos in dicta tabella percensere, redeundo sæpius ad ejus principium, quousque anni propositi Indictio reperitur, præfertim si annus propositus longè ab anno 1582. absit, confecimus hanc aliam tabulam, ex qua sine magno labore Indictio cujusvis anni tam ante annum 1582. quam post, invenietur hoc modo.

Tabula ad Indictionem cujuslibet anni inveniendam.

| Anni Domini | Indictio Adde | Anni Domini | Indictio Adde |
|-------------|---------------|-------------|---------------|
| | 3 | | 3 |
| 1 | 1 | 80 | 5 |
| 2 | 2 | 90 | 0 |
| 3 | 3 | 100 | 10 |
| 4 | 4 | 200 | 5 |
| 5 | 5 | 300 | 0 |
| 6 | 6 | 400 | 10 |
| 7 | 7 | 500 | 5 |
| 8 | 8 | 600 | 0 |
| 9 | 9 | 700 | 10 |
| 10 | 10 | 800 | 5 |
| 20 | 5 | 900 | 0 |
| 30 | 0 | 1000 | 10 |
| 40 | 10 | 2000 | 5 |
| 50 | 5 | 3000 | 0 |
| 60 | 0 | 4000 | 10 |
| 70 | 10 | 5000 | 5 |

Quære annum propositum in adscriptâ tabulâ, vel proximè minorem, & in tabulâ non reperitur: deinde residuos annos, unâ cum Indictionibus ad dextram annorum collocabis. Si enim has omnes Indictiones in unam summam collegeris eo ordine, ut in canone tam aurei numeri, quam cycli Solaris docuimus, & tandem addideris 3. rejectis tamen semper 15. quoties possunt rejici, habebis Indictionem anni propositi. Quod si ultima summa post additionem 3. fuerit 15. ita ut abjectis 15. nihil relinquatur, erit Indictio 15. Id quod uno aut altero exemplo faciemus perspicuum. Anno 2000. respondet in tabulâ Indictio 5. cui si addatur 3. fiet Indictio 8. anni 2000. Item, ut anno 1582. reperietur Indictio, acci-

piendus est annus 1000. proximè minor, unâ cum Indictione 10. Deinde ex reliquis annis 582. annus 500. proximè minor, unâ cum Indictione 5. quâ ad priorem 10. adjectâ, efficietur numerus 15. à quo si abjiciantur 15. nihil superest. Post hæc ex residuis annis 82. sumendus est in tabulâ annus 80. proximè minor, una cum Indictione 5. quæ addita Indictio-

diſtioni 0. quæ proximè relicta fuerat, faciet numerum 5. cui ſi adjungatur Indiſtio 2. reſpondens reſiduis 2. annis, fiet numerus 7. Huic tandem ſi addantur 3. componetur Indiſtio 10. pro anno 1582. Poſtremò, Indiſtio anni 3040. ita inveniatur. Indiſtio 0. reſpondens anno 3000, proximè minori addatur Indiſtioni 10. quæ reſiduis annis 40. reſpondet, habebiturque numerus 10. Cui ſi addantur 3. fiet Indiſtio 13. anni 3040.

Adduntur autem ſemper 3. ultimo numero, quia Chriſtus natus eſt anno quarto cycli Indiſtionis, fuitque anno Domini primo Indiſtio 4. & anno ſecundo Indiſtio 5. &c.

Compoſitio quoque hujus tabulæ eadem eſt, quæ tabulæ ad aureum numerum, & numerum cycli Solaris inveniendum: niſi quod hîc rejicienda ſunt ſemper 15. ſi fieri poteſt, non autem 19. vel 28. ut ibi.

Verùm abſque hac tabulâ perfacilis quoque eſt inventio Indiſtionis cujuſlibet anni per præcepta Arithmeticos hoc pacto. Anno Domini propoſito addantur 3. & compoſitus numerus per 15. dividatur. Numerus enim ex diſiſione relictuſ (nulla habita ratione quotientis numeri, cum hic ſolùm demonſtret, quot revolutiones cycli Indiſtionis à Chriſto uſque ad annum datum tranſierint) erit Indiſtio quæſita. Ut anno 1582. addo 3. fiuntque 1585. quæ partior per 15. remanentque ex diſiſione 10. pro Indiſtione anni 1582. Item anno 1587. addo 3. efficiturque numerus 1590. quem divido per 15. nihilque ſuperreſt. Eſt ergo tunc Indiſtio 15.

C A N O N V I.

D E F E S T I S M O B I L I B U S .

Quoniam ex decreto ſacri Concilij Nicæni Paſcha, ex quo reliqua feſta mobilia pendunt, celebrari debet die Dominico, qui proximè ſuccedit xiv. Lunæ primi menſis, (is verò apud Hebræos vocatur primus menſis, cujus xiv. Luna vel cadit in diem Verni æquinoctij, quod die xx. menſis Martij contingit, vel propiùs ipſum ſequitur) efficitur, ut ſi Epacta cujuſvis anni inveniatur ex canone 2. & ab eâ in Kalendario notata inter diem octavum Martij incluſivè & quintum Aprilis incluſivè (hujus enim Epacta xiv. Luna cadit vel in diem æquinoctij Verni, id eſt, in diem xx. Martij, vel eum propiùs ſequitur) numerentur incluſivè deorſum verſus dies quatuordecim, proximis dies Dominicis diem hunc xiv. ſequens (ne cum Judæis conveniamus, ſi fortè dies xiv. Luna caderet in diem Dominicum) ſit dies Paſchæ.

Exemplum. Anno 1583 jam emendato Epacta eſt xiii. & litera Dominicalis b. Quæro igitur hanc Epactam xiii. in Kalendario inter octavum diem Martij, & quintum Aprilis incluſivè, invenioque eam è regione diei 24. Martij, à quâ incluſivè deorſum verſus numero xiv. dies, ut habeam xiv. Lunam, quam video cadere in diem 6. Aprilis, poſt quem diem prima litera Dominicalis b reperitur è regione diei 10. ejuſdem Aprilis. Paſcha ergo anno 1583. celebrandum erit die 10. Aprilis. Rurſus anno 1585. Epacta eſt v. & litera Dominicalis f. Et quoniam invenio Epactam v. inter diem 8. Martij & 5. Aprilis incluſivè poſitam eſſe è regione diei 1. Aprilis, à quo incluſivè ſi deorſum verſus numerem 14. dies, invenio xiv. Lunam die 14. Aprilis, quæ eſt Dominica, cum è regione illius ſit litera Dominicalis f. Ne igitur cum Judæis conveniamus, qui Paſcha celebrant die xiv. Lunæ, ſumenda eſt litera Dominicalis f, quæ ſequitur xiv. Lunam, nempe ea quæ è regione diei 21. Aprilis collocatur: atque adeo Paſcha eo anno celebrandum erit die 21. Aprilis. Item anno 1592. Epacta eſt xiii. & duplex litera Dominicalis e, d, cum annus ille ſit Biſſexilis. Si igitur ab Epacta xiii. quæ è regione diei 15. Martij ponitur inter diem 8. Martij & 5. Aprilis incluſivè, numerentur incluſivè dies 14. cadet xiv. Luna in diem 28. Martij. Et quia tunc currit poſterior litera Dominicalis, nempe d, quæ poſt diem 28. Martij, id eſt, poſt xiv. Lunam collocata eſt è regione diei 29. Martij, celebrabitur eo anno Paſcha die 29. Martij.

Invento autem die Paſchæ, facilè alia feſta mobilia inveniuntur. Si enim ante diem Paſchæ numerentur ſex Dominicæ in Kalendario, habebitur prima Dominica Quadrageſimæ, & proximè præcedens feria quarta erit prima dies Quadrageſimæ, hoc eſt, dies Cinerum: quam proximè præcedit Dominica Quinquageſimæ, & ante hanc celebrabitur Dominica Sexageſimæ, quam Dominica Septuageſimæ præcedit. Si verò poſt Dominicam Paſchæ in Kalendario numerentur quinque Dominicæ, ſequentur quintam

Dominicam statim Rogationes, & proximè sequens feria quinta erit Ascensio Domini. Septima autem Dominica post Pascha erit dies Pentecostes, cui statim succedit Dominica Trinitatis, & feria quinta proxima celebrabitur festum Corporis Domini. Hac ratione anno 1592. cum Pascha celebretur die 29. Martij, celebrabitur prima Dominica Quadragesimæ die 16. Februarij, currente tunc litera Dominicali e. Dies autem Cinerum erit 12. Februarij, & Dominica Septuagesimæ cadet in diem 26. Ianuarij. Rogationes autem erunt die 4. Maji, & Ascensio Domini die 7. Maji, Dominica verò Pentecostes die 17. Maii, & festum Trinitatis die 24. Maji, Festum denique Corporis Domini die 28. Maji celebrabitur. Numerus verò Dominicarum inter Pentecosten & Adventum hac ratione invenitur. Supputentur ante Nativitatem Domini quatuor Dominicæ. Quarta enim Dominica ante Domini Nativitatem est prima Dominica Adventus. Quapropter si numerentur omnes Dominicæ post Pentecosten usque ad primam Dominicam Adventus Domini exclusivè, habebitur numerus Dominicarum inter Pentecosten & Adventum Domini: quem tamen numerum brevius docebimus investigare paulò infra.

Cæterum ut facilius omnia festa mobilia inventiantur, compositæ sunt duæ sequentes tabulæ Paschales, una antiqua, & nova altera. Ex antiquâ, ita festa mobilia reperientur. In latere sinistro tabulæ accipiat Epacta currens, & in lineâ literarum Dominicalium sumatur litera Dominicalis currens, infra tamen Epactam currentem, ita ut si litera Dominicalis currens reperiatur è regione Epactæ currentis, assumenda sit eadem litera Dominicalis proximè inferior: nam è regione hujus literæ Dominicalis omnia festa mobilia continentur. Ut in eisdem exemplis: Anno 1583. Epacta est xiiii. & litera Dominicalis b. Si igitur in tabulâ antiquâ sumatur litera Dominicalis b, quæ primo infra Epactam xiiii. occurrit, reperietur è regione hujus literæ Dominica Septuagesimæ die 6. Februarij, dies Cinerum 23. Februarij, dies Paschæ 10. Aprilis, Ascensio Domini 19. Maji, dies Pentecostes 29. Maji, & festum Corporis Domini 9. Junij. Dominicæ autem inter Pentecosten & Adventum tunc erunt 25. & Adventus celebrabitur die 27. Novembris, & sic de cæteris. Item anno 1585. Epacta est v. & litera Dominicalis f, quæ in tabula reperitur è regione Epactæ v. Quare sumenda est alia litera f, quæ proximè infra Epactam invenitur, è regione cujus invenies Septuagesimam die 17. Februarij, diem Cinerum 6. Martij, & Pascha die 21. Aprilis, &c.

Notandum autem est, quòd quemadmodum in anno communi, cadente litera Dominicali è regione Epactæ in tabula antiqua, sumitur eadem litera proxima infra Epactam, ut diximus: ita quoque in anno Bissextili, si alterutra duarum literarum Dominicalium tunc currentium è regione Epactæ reperiatur, assumendæ sunt aliæ duæ similes literæ proximè inferiores, ut festa mobilia inventiantur.

Ex tabulâ verò Paschali novâ ita eadem festa mobilia reperientur. In cellulâ literæ Dominicalis currentis queratur Epacta currens. Nam è directo omnia festa mobilia deprehendentur. Ut anno 1585. in cellulâ literæ Dominicalis f, tunc currentis, è regione Epactæ vi. quæ eodem anno currit, habetur Septuagesima die 17. Februarij, dies Cinerum 6. Martij, & Pascha die 21. Aprilis, &c.

Sed sive antiquâ, sive novâ tabulâ Paschali utamur; inveniendæ sunt omnia festa mobilia in annis Bissextilibus per literam Dominicalem posteriorem, quæ nimirum currit post festum S. Mathiæ Apostoli, ne scilicet ambigamus, utra duarum literarum pro hoc, aut illo festo indagando accipiendæ sit: ita tamen, ut Septuagesimæ, & diei Cinerum inventæ in Januario, aut Februario addatur unus dies. Quòd ideo fit quia ante diem S. Mathiæ currit prior litera Dominicalis, quæ in Calendario priorem semper sequitur. Post festum autem S. Mathiæ in Februario licet posterior litera currat, additur tamen tunc dies intercalaris, ita ut dies 24. Februarij dicatur 25. & dies 25. dicatur 26. &c. Quòd si dies Cinerum cadat in Martium, nihil addendum est, quia tunc & litera posterior currit, & dies mensis propriis numeris respondent, cum dies intercalaris Februario sit additus. Exempli gratiâ, Anno 2096. Bissextili, Epacta erit xi. & literæ Dominicales A, g. Si igitur per posteriorem literam, quæ est g, festa mobilia investigentur, reperietur Septuagesima die 11. Feb. & dies Cinerum 28. Feb. Si autem addatur unus dies, cadet Septuagesima in diem 12. Feb. quæ est Dominica, & dies Cinerum in diem 29. Feb. quæ est feria quarta. Pascha autem, & reliqua festa in eos dies cadent, qui in tabulâ expressi sunt.

Item

Item anno 4088. Biffextili, Epacta erit r. & literæ Dominicales d, c. Si igitur per literam c, quæ posterior est, inquirantur festa mobilia, invenietur Septuagesima die 21. Februarij: & si addatur unus dies, cadet in diem 22. Februarij, quæ est Dominica. Dies autem Cinerum cadet in diem 10. Martij: quare nihil additur, &c.

Adventus Domini celebratur semper die Dominico, qui propinquior est festo S. Andree Apostoli, nempe à die 27. Novembris inclusivè, usque ad diem 3. Decembris inclusivè: ita ut litera Dominicalis currens quæ reperitur in Calendario à die 27. Novembris inclusivè, usque ad diem 3. Decembris inclusivè, indicet Dominicam Adventus. Ut verbi gratiâ, si litera Dominicalis est g, Dominica Adventus cadet in diem secundum Decembris, quia ibi est litera g in Calendario, &c.

Numerus quoque Dominicarum inter Pentecosten & Adventum Domini ita brevissime investigabitur. Vide quot Dominicæ sint post Pascha usque ad festum S. Georgij inclusivè, quod cadit in diem 23. Aprilis. Nam tot Dominicæ addendæ sunt ad 24. ut habeatur numerus Dominicarum inter Pentecosten & Adventum Domini. Ut, quoniam quando Pascha celebratur die 26. Martij, sequuntur quatuor Dominicæ usque ad festum S. Georgij inclusivè, quod etiam tunc cadit in diem Dominicum, erunt 28. Dominicæ inter Pentecosten & Adventum Domini. Item quia quando Pascha cadit in diem 3. Aprilis, sequuntur duæ Dominicæ usque ad festum S. Georgij inclusivè, erunt 26. Dominicæ inter Pentecosten & Adventum Domini. Quòd si nulla Dominica sequatur diem Paschæ usque ad dictum festum inclusivè, vel ipse dies Paschæ cadat in illud festum, erunt 24. Dominicæ: si denique Pascha celebretur post idem festum, erunt tantum 23. Dominicæ inter Pentecosten & Adventum Domini.

Ex his omnibus facile intelligi potest, quâ ratione utraq; tabula Paschalis composita sit.

Ad finem tandem tabularum Paschalium apposita est tabula temporaria multorum annorum, è regione quorum omnia festa mobilia dicto citius inveniuntur: quæ quidem tabula ex tabulis Paschalibus excerpta est, ex quibus infinitæ aliæ erui possunt pro quibuscunque annis.

Tabula Paschalis antiqua reformata.

| Cyclus Epactarum. | Literæ Dominicales. | Domin. Septuagesimæ. | Dies Cinerum. | Dies Paschæ. | Dies Ascensionis. | Dies Pentecostes. | Corpus Christi. | Dominica post Pent. | Prima Dominica Adv. |
|-------------------|---------------------|----------------------|---------------|--------------|-------------------|-------------------|-----------------|---------------------|---------------------|
| XXIX | | Janu. | Feb. | Mart. | April. | Maii | Maii | | |
| XXVIII | d | 18 | 4 | 22 | 30 | 10 | 21 | 28 | 29. Nov. |
| XXVII | e | 19 | 5 | 23 | 1. Maii. | 11 | 22 | 28 | 30 |
| XXVI | f | 20 | 6 | 24 | 2 | 12 | 23 | 28 | 1. Dec. |
| XXV | g | 21 | 7 | 25 | 3 | 13 | 24 | 28 | 2 |
| XXIV | A | 22 | 8 | 26 | 4 | 14 | 25 | 28 | 3 |
| XXIII | b | 23 | 9 | 27 | 5 | 15 | 26 | 27 | 17. Nov. |
| XXII | c | 24 | 10 | 28 | 6 | 16 | 27 | 27 | 28 |
| XXI | d | 25 | 11 | 29 | 7 | 17 | 28 | 27 | 29 |
| XX | e | 26 | 12 | 30 | 8 | 18 | 29 | 27 | 30 |
| XIX | f | 27 | 13 | 31 | 9 | 19 | 30 | 27 | 1. Dec. |
| XXVIII | g | 28 | 14 | 1. April. | 10 | 20 | 31 | 27 | 2 |
| XVII | A | 29 | 15 | 2 | 11 | 21 | 1. Iunil. | 27 | 3 |
| XVI | b | 30 | 16 | 3 | 12 | 22 | 2 | 26 | 17. Nov. |
| XV | c | 31 | 17 | 4 | 13 | 23 | 3 | 26 | 28 |
| XIV | d | 1. Feb. | 18 | 5 | 14 | 24 | 4 | 26 | 29 |
| XIII | e | 2 | 19 | 6 | 15 | 25 | 5 | 26 | 30 |
| XII | f | 3 | 20 | 7 | 16 | 26 | 6 | 26 | 1. Dec. |
| XI | g | 4 | 21 | 8 | 17 | 27 | 7 | 26 | 2 |
| X | A | 5 | 22 | 9 | 18 | 28 | 8 | 26 | 3 |
| IX | b | 6 | 23 | 10 | 19 | 29 | 9 | 25 | 27 |
| VIII | c | 7 | 24 | 11 | 20 | 30 | 10 | 25 | 28 |
| VII | d | 8 | 25 | 12 | 21 | 31 | 11 | 25 | 29 |
| VI | e | 9 | 26 | 13 | 22 | 1. Iunii. | 12 | 25 | 30 |
| V | f | 10 | 27 | 14 | 23 | 2 | 13 | 25 | 1. Dec. |
| IV | g | 11 | 28 | 15 | 24 | 3 | 14 | 25 | 2 |
| III | A | 12 | 1. Mart. | 16 | 25 | 4 | 15 | 25 | 3 |
| II | b | 13 | 2 | 17 | 26 | 5 | 16 | 24 | 17. Nov. |
| I | c | 14 | 3 | 18 | 27 | 6 | 17 | 24 | 18 |
| | d | 15 | 4 | 19 | 28 | 7 | 18 | 24 | 19 |
| | e | 16 | 5 | 20 | 29 | 8 | 19 | 24 | 30 |
| | f | 17 | 6 | 21 | 30 | 9 | 20 | 24 | 1. Dec. |
| | g | 18 | 7 | 22 | 31 | 10 | 21 | 24 | 2 |
| | A | 19 | 8 | 23 | 1. Iunii. | 11 | 22 | 24 | 3 |
| | b | 20 | 9 | 24 | 2 | 12 | 23 | 23 | 17. Nov. |
| | c | 21 | 10 | 25 | 3 | 13 | 24 | 23 | 28 |

TABULA PASCHALIS NOVA REFORMATA.

| Litteræ Domini-
calæ. | Cyclos Paschærum. | Seruatæcliam. | Dies Cincturum. | Pascha. | Ascensio. | Resurrectio. | Corpus
Christi. | Domini-
inter-
Advent. | Prima Domi-
nica Advent. | |
|--------------------------|--|---|---|---|--|--|---|---|---|--|
| D | 29. 27. 26. 25. 24. 23. 22.
21. 20. 19. 18. 17. 16. 15.
14. 13. 12. 11. 10. 9. 8.
7. 6. 5. 4. 3. 2. 1. | 18. Jan.
15. Jan.
1. Feb.
8. Feb.
15. Feb. | 4. Feb.
11. Feb.
18. Feb.
25. Mar.
4. Mar. | 21. Mart.
29. Mart.
5. April.
13. April.
19. April. | 30. April.
7. Maii
14. Maii
21. Maii
28. Maii | 10. Maii
17. Maii
24. Maii
31. Maii
7. Junii | 21. Maii
28. Junii
4. Junii
11. Junii
18. Junii | 28. Junii
27. Junii
26. Junii
25. Junii
24. Junii | 19. Nov.
19. Nov.
19. Nov.
19. Nov.
19. Nov. | |
| E | 29. 28. 27.
26. 25. 24. 23. 22. 21. 20.
19. 18. 17. 16. 15. 14. 13.
12. 11. 10. 9. 8. 7. 6.
5. 4. 3. 2. 1. | 19. Jan.
26. Jan.
2. Feb.
9. Feb.
16. Feb. | 6. Feb.
13. Feb.
20. Feb.
27. Mar.
6. Mar. | 14. Mart.
21. Mart.
28. Mart.
5. April.
12. April. | 24. Mart.
31. Mart.
7. April.
14. April.
21. April. | 2. Maii
9. Maii
16. Maii
23. Maii
30. Maii | 11. Maii
18. Maii
25. Maii
1. Junii
8. Junii | 21. Maii
28. Junii
4. Junii
11. Junii
18. Junii | 28. Junii
27. Junii
26. Junii
25. Junii
24. Junii | 1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb. |
| F | 29. 28. 27. 26.
25. 24. 23. 22. 21. 20. 19.
18. 17. 16. 15. 14. 13. 12.
11. 10. 9. 8. 7. 6. 5.
4. 3. 2. 1. | 21. Jan.
28. Jan.
4. Feb.
11. Feb.
18. Feb. | 7. Feb.
14. Feb.
21. Feb.
28. Mar.
7. Mar. | 14. Mart.
21. Mart.
28. Mart.
5. April.
12. April. | 21. Mart.
28. Mart.
5. April.
12. April.
19. April. | 3. Maii
10. Maii
17. Maii
24. Maii
31. Maii | 13. Maii
20. Maii
27. Maii
3. Junii
10. Junii | 24. Maii
31. Junii
7. Junii
14. Junii
21. Junii | 28. Junii
27. Junii
26. Junii
25. Junii
24. Junii | 1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb. |
| G | 29. 28. 27. 26. 25.
24. 23. 22. 21. 20. 19. 18.
17. 16. 15. 14. 13. 12. 11.
10. 9. 8. 7. 6. 5. 4.
3. 2. 1. | 23. Jan.
30. Jan.
6. Feb.
13. Feb.
20. Feb. | 22. Feb.
29. Feb.
6. Mar.
13. Mar.
20. Mar. | 8. Mart.
15. Mart.
22. Mart.
29. Mart.
6. April. | 26. Mart.
3. April.
10. April.
17. April.
24. April. | 4. Maii
11. Maii
18. Maii
25. Maii
1. Junii | 14. Maii
21. Junii
28. Junii
4. Julii
11. Julii | 25. Junii
2. Julii
9. Julii
16. Julii
23. Julii | 27. Junii
26. Junii
25. Junii
24. Junii
23. Junii | 1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb. |
| A | 29. 28. 27. 26. 25.
24. 23. 22. 21. 20. 19. 18.
17. 16. 15. 14. 13. 12. 11.
10. 9. 8. 7. 6. 5. 4.
3. 2. 1. | 29. Jan.
26. Jan.
2. Feb.
9. Feb.
16. Feb. | 23. Feb.
30. Feb.
6. Mar.
13. Mar.
20. Mar. | 9. Mart.
16. Mart.
23. Mart.
30. Mart.
6. April. | 27. Mart.
3. April.
10. April.
17. April.
24. April. | 5. Maii
12. Maii
19. Maii
26. Maii
1. Junii | 15. Maii
22. Junii
29. Junii
5. Julii
12. Julii | 26. Junii
3. Julii
10. Julii
17. Julii
24. Julii | 27. Junii
26. Junii
25. Junii
24. Junii
23. Junii | 1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb. |
| B | 29. 28. 27. 26. 25.
24. 23. 22. 21. 20. 19. 18.
17. 16. 15. 14. 13. 12. 11.
10. 9. 8. 7. 6. 5. 4.
3. 2. 1. | 29. Jan.
26. Jan.
2. Feb.
9. Feb.
16. Feb. | 23. Feb.
30. Feb.
6. Mar.
13. Mar.
20. Mar. | 9. Mart.
16. Mart.
23. Mart.
30. Mart.
6. April. | 27. Mart.
3. April.
10. April.
17. April.
24. April. | 5. Maii
12. Maii
19. Maii
26. Maii
1. Junii | 15. Maii
22. Junii
29. Junii
5. Julii
12. Julii | 26. Junii
3. Julii
10. Julii
17. Julii
24. Julii | 27. Junii
26. Junii
25. Junii
24. Junii
23. Junii | 1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb. |
| C | 29. 28. 27. 26. 25.
24. 23. 22. 21. 20. 19. 18.
17. 16. 15. 14. 13. 12. 11.
10. 9. 8. 7. 6. 5. 4.
3. 2. 1. | 29. Jan.
26. Jan.
2. Feb.
9. Feb.
16. Feb. | 23. Feb.
30. Feb.
6. Mar.
13. Mar.
20. Mar. | 9. Mart.
16. Mart.
23. Mart.
30. Mart.
6. April. | 27. Mart.
3. April.
10. April.
17. April.
24. April. | 5. Maii
12. Maii
19. Maii
26. Maii
1. Junii | 15. Maii
22. Junii
29. Junii
5. Julii
12. Julii | 26. Junii
3. Julii
10. Julii
17. Julii
24. Julii | 27. Junii
26. Junii
25. Junii
24. Junii
23. Junii | 1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb.
1. Decemb. |

TABEL.

TABELLA TEMPORARIA FESTORUM MOBILIIUM.

| Anni Domini. | Littere Domini- caler. | Aureus numerus. | Epactæ. | Septuagesima. | Dies Cinerum. | Passcha. | Ascensio. | Penteco- ftes. | Corpus Christi. | Domini- cæ post Pent. | Prima Do- minica Ad- vent. |
|--------------|------------------------|-----------------|---------|---------------|---------------|------------|------------|----------------|-----------------|-----------------------|----------------------------|
| 1582 | c | 6 | II | Feb. 6. | Feb. 23. | 10. April. | 19. Maii. | 29. Maii. | 9. Iunii. | 23 | 28. Nov. |
| 1583 | b | 7 | XIII | Ian. 29. | Feb. 15. | 7. April. | 10. Maii. | 20. Maii. | 31. Maii. | 25 | 27. Nov. |
| 1584 | A g. | 8 | XIV | Feb. 17. | 6. Mart. | 21. April. | 30. Maii. | 9. Iunii. | 20. Iunii. | 27 | 2. Dec. |
| 1585 | f | 9 | V | Feb. 2. | 19. Feb. | 6. April. | 15. Maii. | 25. Maii. | 5. Iunii. | 24 | 1. Dec. |
| 1586 | e | 10 | XVI | Ian. 25. | 11. Feb. | 29. Mart. | 7. Maii. | 17. Maii. | 28. Maii. | 26 | 30. Nov. |
| 1587 | d | 11 | XXVII | Feb. 14. | 3. Mart. | 17. April. | 16. Maii. | 5. Iunii. | 16. Iunii. | 27 | 29. Nov. |
| 1588 | c b | 12 | VIII | Ian. 29. | 15. Feb. | 7. April. | 17. Maii. | 27. Maii. | 6. Iunii. | 24 | 27. Nov. |
| 1589 | A | 13 | XIX | Feb. 17. | 6. Mart. | 21. April. | 31. Maii. | 10. Iunii. | 21. Iunii. | 27 | 3. Dec. |
| 1590 | g | 14 | I | Feb. 2. | 19. Feb. | 6. April. | 11. Maii. | 21. Iunii. | 31. Iunii. | 24 | 2. Dec. |
| 1591 | e f | 15 | XI | Ian. 10. | 27. Feb. | 14. April. | 23. Maii. | 2. Iunii. | 13. Iunii. | 25 | 1. Dec. |
| 1592 | e d | 16 | XXII | Feb. 26. | 11. Feb. | 29. Mart. | 7. Maii. | 17. Maii. | 28. Iunii. | 27 | 29. Nov. |
| 1593 | c | 17 | III | Feb. 14. | 3. Mart. | 18. April. | 27. Maii. | 6. Iunii. | 17. Iunii. | 24 | 28. Nov. |
| 1594 | b | 18 | XIV | Feb. 6. | 15. Feb. | 10. April. | 19. Maii. | 19. Maii. | 9. Iunii. | 25 | 27. Nov. |
| 1595 | A | 19 | XXV | Ian. 21. | 8. Feb. | 16. Mart. | 4. Maii. | 14. Maii. | 15. Maii. | 23 | 3. Dec. |
| 1596 | g f | 1 | VII | Feb. 11. | 18. Feb. | 14. April. | 23. Maii. | 2. Iunii. | 13. Iunii. | 25 | 1. Dec. |
| 1597 | e | 2 | XVIII | Feb. 2. | 19. Feb. | 6. April. | 15. Maii. | 15. Maii. | 5. Iunii. | 26 | 30. Nov. |
| 1598 | d | 3 | XXIX | Ian. 18. | 4. Feb. | 21. Mart. | 10. April. | 10. Maii. | 21. Maii. | 28 | 29. Nov. |
| 1599 | c | 4 | X | Feb. 7. | 12. Feb. | 11. April. | 20. Maii. | 0. Maii. | 10. Iunii. | 25 | 28. Nov. |
| 1600 | b A | 5 | XXI | Ian. 30. | 16. Feb. | 2. April. | 11. Maii. | 11. Maii. | 1. Iunii. | 27 | 3. Dec. |
| 1601 | g | 6 | II | Feb. 18. | 7. Feb. | 12. April. | 31. Maii. | 0. Iunii. | 11. Iunii. | 24 | 2. Dec. |
| 1602 | f | 7 | XIII | Feb. 3. | 20. Feb. | 7. April. | 16. Maii. | 16. Maii. | 6. Iunii. | 26 | 1. Dec. |
| 1603 | e | 8 | XXIV | Ian. 26. | 12. Feb. | 30. Mart. | 8. Maii. | 18. Maii. | 19. Maii. | 17 | 30. Nov. |
| 1604 | d c | 9 | V | Feb. 15. | 3. Mart. | 18. April. | 27. Maii. | 5. Iunii. | 17. Iunii. | 24 | 18. Nov. |
| 1605 | b | 10 | XVI | Feb. 6. | 19. Feb. | 10. April. | 19. Maii. | 19. Maii. | 9. Iunii. | 25 | 17. Nov. |
| 1606 | A | 11 | XXVII | Ian. 22. | 8. Feb. | 26. Mart. | 4. Maii. | 14. Maii. | 15. Maii. | 28 | 3. Dec. |
| 1607 | g | 12 | VIII | Feb. 11. | 18. Feb. | 15. April. | 24. Maii. | 3. Iunii. | 14. Iunii. | 25 | 2. Dec. |
| 1608 | f e | 13 | XIX | Feb. 3. | 10. Feb. | 6. April. | 15. Maii. | 25. Maii. | 5. Iunii. | 26 | 30. Nov. |
| 1609 | d | 14 | I | Feb. 15. | 4. Mart. | 19. April. | 18. Maii. | 7. Iunii. | 18. Iunii. | 14 | 29. Nov. |
| 1610 | c | 15 | XI | Feb. 7. | 16. Feb. | 11. April. | 20. Maii. | 10. Iunii. | 21. Iunii. | 25 | 28. Nov. |
| 1611 | b | 16 | XXII | Ian. 30. | 16. Feb. | 3. April. | 12. Maii. | 22. Maii. | 2. Iunii. | 26 | 17. Nov. |
| 1612 | A g | 17 | III | Feb. 19. | 7. Mart. | 22. April. | 31. Maii. | 10. Iunii. | 21. Iunii. | 24 | 2. Dec. |
| 1613 | f | 18 | XIV | Feb. 3. | 10. Feb. | 7. April. | 16. Maii. | 16. Maii. | 6. Iunii. | 26 | 1. Dec. |
| 1614 | e | 19 | XXV | Ian. 26. | 12. Feb. | 30. Mart. | 8. Maii. | 18. Maii. | 19. Iunii. | 27 | 30. Nov. |

| Cyclus E-
pactarum. | Literæ
Domini-
cales. | | Dies
mensis. | JANUARIUS. |
|------------------------|-----------------------------|-------|-----------------|--|
| xxv | A | Kal. | 1 | Circumcisio Domini. duplex. |
| xxiv | b | iv | 2 | O& S. Steph. dup. cum comm.
O& S. Joan. & S. S. Innoc. |
| xxiii | c | iii | 3 | O& S. Joannis. dup. cum comm.
O& SS. Innoc. |
| xxii | d | Prid. | 4 | O& SS. Innocentium. dupl. |
| xxi | e | Non. | 5 | Vigilia. |
| xx | f | viii | 6 | Epiphaniæ Domini. dup. |
| xix | g | vii | 7 | De octava Epiphaniæ. |
| xviii | A | vi | 8 | De octava. |
| xvii | b | v | 9 | De octava. |
| xvi | c | iv | 10 | De octava. |
| xv | d | iii | 11 | De octava. & comm. S. Hyginij
Papæ & martyris. |
| xiv | e | Prid. | 12 | De octava. |
| xiii | f | Idjb. | 13 | O& Epiphaniæ. dupl. |
| xii | g | xix | 14 | Hilarij Episc. & conf. semid. cum
com. S. Felicis presb. & mar. |
| xi | A | xviii | 15 | Pauli primi Eremitæ. semid.
cum com. S. Mauri Abbatis. |
| x | b | xvii | 16 | Marcelli Papæ, & mart. semid. |
| ix | c | xvi | 17 | Antonij Abbatis. dupl. |
| viii | d | xv | 18 | Cath. S. Petri Romæ. dupl.
& com. S. Priscæ virg. & mar. |
| vii | e | xiv | 19 | Marii, Marthæ, Audifacis,
& Abachum mart. |
| vi | f | xiii | 20 | Fabiani & Sebast. mart dup. |
| v | g | xii | 21 | Agnetis virg. & mart. dup. |
| iv | A | xi | 22 | Vincentij & Anast. mar. semid. |
| iii | b | x | 23 | Emerentianæ virg. & mart. |
| ii | c | ix | 24 | Timothei episcopi & mart. |
| i | d | viii | 25 | Conversio S. Pauli Apost. dup. |
| * | e | vii | 26 | Polycarpi episcopi, & mar. |
| xxix | f | vi | 27 | Joânis Chrysof. epif. & cōf. dup. |
| xxviii | g | v | 28 | Agnetis secundò. |
| xxvii | A | iv | 29 | |
| xxvi | b | iii | 30 | |
| xxv | c | Prid. | 31 | |

Cyclus

| Cyclus E-
paſſatum. | Literæ
Domini-
cales. | | Dies
menſis. | FEBRUARIUS. |
|------------------------|-----------------------------|-------|-----------------|--|
| XXIV | d | Kal. | 1 | Ignatij epiſcopi & mart. ſemid. |
| XXIII | e | iv | 2 | Purificatio B. Mariæ. duplex. |
| XXII | f | iii | 3 | Blasii epiſcopi & mart. |
| XXI | g | Prid. | 4 | |
| XX | A | Non. | 5 | Agathæ virg. & mart. ſemid. |
| XIX | b | viii | 6 | Dorotheæ virg. & mart. |
| XVIII | c | vii | 7 | |
| XVII | d | vi | 8 | |
| XVI | e | v | 9 | Apolloniæ virg. & mart. |
| XV | f | iv | 10 | |
| XIV | g | iii | 11 | |
| XIII | A | Prid. | 12 | |
| XII | b | Idib. | 13 | |
| XI | c | xvi | 14 | Valentini preſb. & mart. |
| X | d | xv | 15 | Fauſtini & Iovitæ mart. |
| IX | e | xiv | 16 | |
| VIII | f | xiii | 17 | |
| VII | g | xii | 18 | Simeonis epiſcopi & mart. |
| VI | A | xi | 19 | |
| V | b | x | 20 | |
| IV | c | ix | 21 | |
| III | d | viii | 22 | Cath. S. Petri Antioch. dup.
Vigilia. |
| II | e | vii | 23 | |
| I | f | vi | 24 | Mathiæ Apoſt. dup. |
| XXIX | g | v | 25 | |
| XXVIII | A | iv | 26 | |
| XXVII | b | iii | 27 | |
| XXVI | c | Prid. | 28 | |

In anno Biſſextili Februarius eſt dierum 29. & feſtum S. Mathiæ celebratur 25. Februarij, & bis dicitur, ſexto Kalendas, id eſt, die 14. & die 25. & litera Dominicalis, quæ aſſumpta fuit in menſe Ianuario, mutatur in præcedentem: Vt ſi in Ianuario litera Dominicalis fuit A, mutetur in præcedentem, quæ eſt g, & cæ.

Cyclus

| Cyclus Epactarum. | Litere Dominicales. | | Dies mensis. | MARTIVS. |
|-------------------------|---------------------|-------|--------------|---|
| XXV | d | Kal. | 1 | |
| XXIV | e | VI | 2 | |
| XXIII | f | V | 3 | |
| XXII | g | IV | 4 | |
| XXI | A | III | 5 | |
| XX | b | Prid. | 6 | |
| XIX | c | Non. | 7 | S. Thomæ de Aquino confess.
dupl. & com. S. S. Perpetuæ
& Felicitatis martyr. |
| Initium Cycli
Epact. | | | | |
| XXIX | d | VIII | 8 | |
| XXVIII | e | VII | 9 | Quadragesima mart. semid. |
| XXVII | f | VI | 10 | |
| XXVI | g | V | 11 | |
| XXV | A | IV | 12 | Gregorij Papæ & confess. & Ec-
clesiæ Doctoris duplex. |
| XXIV | b | III | 13 | |
| XXIII | c | Prid. | 14 | |
| XXII | d | Idib. | 15 | |
| XXI | e | XVII | 16 | |
| XX | f | XVI | 17 | |
| XIX | g | XV | 18 | |
| XVIII | A | XIV | 19 | |
| XVII | b | XIII | 20 | Joseph. confess. duplex. |
| XVI | c | XII | 21 | |
| XV | d | XI | 22 | Benedicti Abbatis. duplex. |
| XIV | e | X | 23 | |
| XIII | f | IX | 24 | |
| XII | g | VIII | 25 | Annunciatio B. Mariæ duplex. |
| XI | A | VII | 26 | |
| X | b | VI | 27 | |
| IX | c | V | 28 | |
| VIII | d | IV | 29 | |
| VII | e | III | 30 | |
| VI | f | Prid. | 31 | |

Cyclus

| Cyclus Epactarum. | Literæ Domini-cales. | | Dies mensis. | APRILIS. |
|-------------------|----------------------|-------|--------------|--|
| v | g | Kal. | 1 | |
| iv | A | iv | 2 | |
| iii | b | iii | 3 | |
| ii | c | Prid. | 4 | |
| i | d | Non. | 5 | |
| * | e | viii | 6 | |
| xxix | f | vii | 7 | |
| xxviii | g | vi | 8 | |
| xxvii | A | v | 9 | |
| xxvi | b | iv | 10 | |
| xxv | c | iii | 11 | Leonis Papæ & conf. duplex. |
| xxiv | d | Prid. | 12 | |
| xxiii | e | Idib. | 13 | |
| xxii | f | xviii | 14 | Tiburtij, Valentiani, & Maxim. martyrum. |
| xxi | g | xvii | 15 | |
| xx | A | xvi | 16 | |
| xix | b | xv | 17 | Aniceti Papæ & mart. |
| xviii | c | xiv | 18 | |
| xvii | d | xiii | 19 | |
| xvi | e | xii | 20 | |
| xv | f | xi | 21 | |
| xiv | g | x | 22 | Soteris & Caij Pontificum, & martyrum. semid. |
| xiii | A | ix | 23 | Georgij martyris. semidup. |
| xii | b | viii | 24 | |
| xi | c | vii | 25 | Marci Euangelistæ. dup. |
| x | d | vi | 26 | Cleti, & Marcellini Pont. & martyrum. semidup. |
| ix | e | v | 27 | |
| viii | f | iv | 28 | Vitalis martyris. |
| vii | g | iii | 29 | |
| vi | A | Prid. | 30 | |

VVV

Cyclus

| Cyclus Epactarum. | Literæ Dominicales. | | Dies mensis. | MAIUS. |
|-------------------|---------------------|-------|--------------|--|
| v | b | Kal. | 1 | Philippi & Jacobi Apostol. duplex. |
| iv | c | vi | 2 | Athanasij episcopi & conf. dup. |
| iii | d | v | 3 | Inventio S. Crucis. duplex. & cōm. SS. Alexandri, Eventij, & Theoduli, marr. ac Iuvenalis episcopi & conf. |
| ii | e | iv | 4 | Monicæ viduz. |
| i | f | iii | 5 | |
| xxix | g | Prid. | 6 | Joannis ante portā Latinam. dup. |
| xxviii | A | Non. | 7 | |
| xxvii | b | viii | 8 | Apparitio S. Michaelis. duplex. |
| xxvi | c | vii | 9 | Gregorij Theologi episcopi & confes. duplex. |
| xxv | d | vi | 10 | Gordiani & Epimachi marr. |
| xxiv | e | v | 11 | |
| xxiii | f | iv | 12 | Nerei Archillei, & Pancratij martyrum. |
| xxii | g | iii | 13 | |
| xxi | A | Prid. | 14 | Bonifacij martyris. |
| xx | b | Idib. | 15 | |
| xix | c | xvii | 16 | |
| xviii | d | xvi | 17 | |
| xvii | e | xv | 18 | |
| xvi | f | xiv | 19 | Potentianæ virginis. |
| xv | g | xiii | 20 | |
| xiv | A | xii | 21 | |
| xiii | b | xi | 22 | |
| xii | c | x | 23 | |
| xi | d | ix | 24 | |
| x | e | viii | 25 | Urbani Papæ & martyris. |
| ix | f | vii | 26 | Eleutherij Papæ & martyris. |
| viii | g | vi | 27 | Joannis Papæ & martyris. |
| vii | A | v | 28 | |
| vi | b | iv | 29 | |
| v | c | iii | 30 | Felicis Papæ & martyris. |
| iv | d | Prid. | 31 | Petronellæ virginis. |

Cyclus

| Cyclus E-
pactarum. | Literæ
Domini-
cales. | | Dies
mensis. | JUNIUS. |
|------------------------|-----------------------------|-------|-----------------|---|
| III | e | Kal. | 1 | |
| II | f | IV | 2 | Marcellini, Petri, & Erasmi mar-
tyrum. |
| I | g | III | 3 | |
| * | A | Prid. | 4 | |
| XXIX | b | Non. | 5 | |
| XXVIII | c | VIII | 6 | |
| XXVII | d | VII | 7 | |
| XXVI | e | VI | 8 | |
| XXV | f | V | 9 | Primi & Feliciani martyrum. |
| XXIV | g | IV | 10 | |
| XXIII | A | III | 11 | Barnabæ Apostoli. duplex. |
| XXII | b | Prid. | 12 | Basilidis, Cyrini, Naboris, & Na-
zarij martyrum. |
| XXI | c | Idib. | 13 | |
| XX | d | XVIII | 14 | Basilij magni epif. & cōf. duplex. |
| XIX | e | XVII | 15 | Viti, Mōdesti, & Crescētiz mart. |
| XVIII | f | XVI | 16 | |
| XVII | g | XV | 17 | |
| XVI | A | XIV | 18 | Marci & Marcelliani mart. |
| XV | b | XIII | 19 | Gervasij & Protasij mart. |
| XIV | c | XII | 20 | Silverij Papæ & martyris. |
| XIII | d | XI | 21 | |
| XII | e | X | 22 | Paulini episcopi & confes. |
| XI | f | IX | 23 | Vigilia. |
| X | g | VIII | 24 | Nativitas S. Joan, Baptistæ. dup. |
| IX | A | VII | 25 | De octa. Nativ. S. Joan. Baptistæ. |
| VIII | b | VI | 26 | Joannis & Pauli mart. semidup.
cū com. octa. Nativit. S. Joan. |
| VII | c | V | 27 | De oct. Nativit. S. Joan. |
| VI | d | IV | 28 | Leonis Papæ & confes. semid. &
comm. octav. & vigiliæ. |
| V | e | III | 29 | Petri & Pauli Apost. dupl. |
| IV | f | Prid. | 30 | Cōmem. S. Pauli Apostoli. dup.
& comm. oct. S. Joan. |

| Cyclus Epactarum. | Literæ Dominicales. | | Dies mensis. | JULIUS. |
|-------------------|---------------------|-------|--------------|---|
| III | G | Kal. | 1 | Oct. Joan. Baptistæ. dup. & comme. Octav. Apostolorum. |
| II | A | VI | 2 | Visitatio B. Mariæ. dup. cum comme. Octav. Apostolorum. |
| I | b | V | 3 | De octava Apostolorum. |
| XXIX | c | IV | 4 | De octava. |
| XXVIII | d | III | 5 | De octava. |
| XXVII | e | Prid. | 6 | Oct. Apost. Petri & Pauli. dupl. |
| XXVI | f | Non. | 7 | |
| XXV | g | VIII | 8 | |
| XXIV | A | VII | 9 | |
| XXIII | b | VI | 10 | Septem fratrum mar. & SS. Rufinæ ac Secundæ mart. semid. |
| XXII | c | V | 11 | Pij Papæ & mart. |
| XXI | d | IV | 12 | Naboris & Felicis mart. |
| XX | e | III | 13 | Anacleti Papæ & mart. semid. |
| XIX | f | Prid. | 14 | Bonaventuræ episc. & conf. semid. |
| XVIII | g | Idib. | 15 | |
| XVII | A | XVII | 16 | |
| XVI | b | XVI | 17 | Alexii confess. |
| XV | c | XV | 18 | Symphorosæ cum septē filiis mart. |
| XIV | d | XIV | 19 | |
| XIII | e | XIII | 20 | Margaritæ virginis & martyris. |
| XII | f | XII | 21 | Prædix virginis. |
| XI | g | XI | 22 | Mariæ Magdalenz. duplex. |
| X | A | X | 23 | Apollinaris episc. & mart. semid. |
| IX | b | IX | 24 | Virg. & cō. S. Christinz. virg. & m. |
| VIII | c | VIII | 25 | Iacobi Apost. dup. & cō. S. Christophori mart. in Laud. tantum. |
| VII | d | VII | 26 | |
| VI | e | VI | 27 | Pantaleonis mart. |
| V | f | V | 28 | Nazarij, Celsi, & Vict. Papæ mart. & Innocētij Papæ & conf. semid. |
| IV | g | IV | 29 | Marthæ virg. semid. & com. SS. Felicis Papæ, Simplicij, Faustini, & Beatricis mart. |
| III | A | III | 30 | Abdon, & Sennen. mart. |
| II | b | Prid. | 31 | |

Cyclus

| Cyclus E-
pactarum. | Literæ
Domini-
cales. | | Dies
mensis. | AUGUSTUS. |
|------------------------|-----------------------------|-------|-----------------|---|
| I | c | Kal. | 1 | Petri ad Vincula. dup. & com.
SS. Machabæorum mart. |
| * | d | IV | 2 | Stephani Papæ & martyris. |
| XXIX | e | III | 3 | Inventio S. Steph. proto. semid. |
| XXVIII | f | Prid. | 4 | Dominici confessoris duplex. |
| XXVII | g | Non. | 5 | Dedic. S. Mar. ad Nives. dup. |
| XXVI | A | VIII | 6 | Transfig. Dñi. dupl. & com. SS.
Xisti Papæ. Felicis, & Agap. mart. |
| XXV | b | VII | 7 | Donati episcopi & mart. |
| XXIV | c | VI | 8 | Cyr. Largi, & Smarag. mart. semid. |
| XXIII | d | V | 9 | Vigilia & comm. S. Romani mart. |
| XXII | e | IV | 10 | Laurentij mart. duplex. |
| XXI | f | III | 11 | De octa. S. Laur. cum comm. SS.
Tiburtij, & Susannæ mart. |
| XX | g | Prid. | 12 | De oct. & comm. S. Claræ virg. |
| XIX | A | Idib. | 13 | De octa. & com. SS. Hippolyti &
Cassiani mart. |
| XVIII | b | XIX | 14 | De oct. cum com. Vigilia, & S.
Eusebij confess. |
| XVII | c | XVIII | 15 | Assumptio B. Mariæ virg. dup. |
| XVI | d | XVII | 16 | De oct. Assump. B. Mar. cū com.
oct S. Laurent. |
| XV | e | XVI | 17 | Oct. S. Laur. dup. & cō. oct. Assū. |
| XIV | f | XV | 18 | De oct. & comm. S. Agapeti mar. |
| XIII | g | XIV | 19 | De octava. |
| XII | A | XIII | 20 | Bernar. abb. dup. cū cō. oct. Assū. |
| XI | b | XII | 21 | De octava. |
| X | c | XI | 22 | Oct. Assump. B. Mar. du. cū com.
SS. Timot. Hipp. & Symph. mar. |
| IX | d | X | 23 | Vigilia. |
| VIII | e | IX | 24 | Barth. Ap. du. Ro. celebr. die 25. |
| VII | f | VIII | 25 | Ludovici Regis Franciæ confes. |
| VI | g | VII | 26 | Zepherini Papæ & mart. |
| V | A | VI | 27 | Aug. epif. conf. & Eccl. doct. dup.
& com. S. Hemetis mar. |
| IV | b | V | 28 | |
| III | c | IV | 29 | Decol. S. Joan. Bap. dup. & com.
S. Sabinæ mart. |
| II | d | III | 30 | Felicis & Adaucti mart. |
| I | e | Prid. | 31 | V v v 3 Cyclus |

| Cyclus E-
pactarum. | Literæ
Domini-
cales. | | Dies
mensis. | SEPTEMBER. |
|------------------------|-----------------------------|-------|-----------------|--|
| xxix | f | Kal. | 1 | Ægidij Abb. & com. SS. marty-
rum xii. fratrum. |
| xxviii | g | iv | 2 | |
| xxvii | A | iii | 3 | |
| xxvi | b | Prid. | 4 | |
| xxv | c | Non. | 5 | |
| xxiv | d | viii | 6 | |
| xxiii | e | vii | 7 | |
| xxii | f | vi | 8 | Nativit. B. Mariæ. dup. & comm.
S. Adriani marr. in Laudibus
marr. |
| xxi | g | v | 9 | De oct. S. Mar. & com. S. Georg:
marr. |
| xx | A | iv | 10 | De octava. |
| xix | b | iii | 11 | De oct. & commem. SS. Proti,
& Hyacinthi marr. |
| xviii | c | Prid. | 12 | De octava. |
| xvii | d | Idib. | 13 | De octava. |
| xvi | e | xviii | 14 | Exaltatio S. Crucis. duplex cum
comm. octavæ Nati. S. Mariæ |
| xv | f | xvii | 15 | Oct. Nativit. B. Mariæ. dup. cum.
comm. S. Nicomedis marr. |
| xiv | g | xvi | 16 | Cornelij & Cypria. Pont. & mar:
semid. cum com. SS. Euphe-
miæ, Lucie, & Gemini. marr. |
| xiii | A | xv | 17 | |
| xii | b | xiv | 18 | |
| xi | c | xiii | 19 | |
| x | d | xii | 20 | Vig. & cō. S. Eustachij, & soc. mar. |
| ix | e | xi | 21 | Matthæi Apostoli. duplex. |
| viii | f | x | 22 | Mauritij & sociorum marr. |
| vii | g | ix | 23 | Lini Papæ & marr. semidup. cum
comm. S. Theclæ virg. & mar. |
| vi | A | viii | 24 | |
| v | b | vii | 25 | |
| iv | c | vi | 26 | Cypriani, & Justinæ marr. |
| iii | d | v | 27 | Cosmæ & Damiani marr. semid. |
| ii | e | iv | 28 | |
| i | f | iii | 29 | Dedic. S. Michaelis Archæg. dup.
Hieronymi presb. conf. & Eccle-
siæ Doctoris. dup. |
| * | g | Prid. | 30 | |

Cyclus

| Cyclus Epactarum. | Literæ Dominicales. | | Dies mensis. | OCTOBER. |
|-------------------|---------------------|-------|--------------|---|
| XXIX | A | Kal. | 1 | Remigij episc. & confess. |
| XXVIII | b | VI | 2 | |
| XXVII | c | V | 3 | |
| XXVI | d | IV | 4 | Francisci confes. duplex. |
| XXV | e | III | 5 | |
| XXIV | f | Prid. | 6 | |
| XXIII | g | Nony | 7 | Marci Papæ & confes. cum com. SS. Sergij, Bacchi, Marcelli, & Apuleij martyrum. |
| XXII | A | VIII | 8 | |
| XXI | b | VII | 9 | Dionysij, Rustici, & Eleutherij mart. semid. |
| XX | c | VI | 10 | |
| XIX | d | V | 11 | |
| XVIII | e | IV | 12 | |
| XVII | f | III | 13 | |
| XVI | g | Prid. | 14 | Callisti Papæ & mart. semid. |
| XV | A | Idib. | 15 | |
| XIV | b | XVII | 16 | |
| XIII | c | XVI | 17 | |
| XII | d | XV | 18 | Lucæ Euangelistæ. duplex. |
| XI | e | XIV | 19 | |
| X | f | XIII | 20 | |
| IX | g | XII | 21 | Hilarionis Abbatis. & com. SS. Ursula & soc. virg. & mart. |
| VIII | A | XI | 22 | |
| VII | b | X | 23 | |
| VI | c | IX | 24 | |
| V | d | VIII | 25 | Chrysanthi & Dariz mart. |
| IV | e | VII | 26 | Evaristi Papæ & mart. |
| III | f | VI | 27 | Vigilia. |
| II | g | V | 28 | Simonis & Judæ Apostolorum. duplex. |
| I | A | IV | 29 | |
| XXIX | b | III | 30 | |
| XXVIII | c | Prid. | 31 | Vigilia. |

Cyclus

| Cyclus Epactarum. | Literæ Dominicales. | | Dies mensis. | NOVEMBER. |
|-------------------|---------------------|-------|--------------|---|
| xxvii | d | Kal. | 1 | Festum omnium Sanctorū. dup. |
| xxvi | e | iv | 2 | Comm. omnium defunctorum. dup. & de Oct. omniū Sanctorū. |
| xxv | f | iii | 3 | De octava. |
| xxiv | g | Prid. | 4 | De octava. cum comm. SS. Vitalis & Agricolaē mart. |
| xxiii | A | Non. | 5 | De octava. |
| xxii | b | viii | 6 | De octava. |
| xxi | c | vii | 7 | De octava. |
| xx | d | vi | 8 | Octava omn. SS. duplex & com. SS. quatuor Coron. mar. |
| xix | e | v | 9 | Dedicat. Basilicæ Salvatoris dup. cū com. S. Theod. mart. |
| xviii | f | iv | 10 | Tryphonis, Respicij, & Nymphæ mart. |
| xvii | g | iii | 11 | Martini epif. & conf. dup. & com. S. Mennæ mart. |
| xvi | A | Prid. | 12 | Martini Papæ & mart. semid. |
| xv | b | Idib. | 13 | |
| xiv | c | xviii | 14 | |
| xiii | d | xvii | 15 | |
| xii | e | xvi | 16 | |
| xi | f | xv | 17 | Greg. Thaumaturgi epif. & conf. |
| x | g | xiv | 18 | Dedic. Basilic. Petri & Pauli dup. |
| ix | A | xiii | 19 | Pontiani Papæ & mart. |
| viii | b | xii | 20 | |
| vii | c | xi | 21 | |
| vi | d | x | 22 | Cæcilie virginis & mart. semid. |
| v | e | ix | 23 | Clementis Papæ & mar. semid. cum comm. S. Felicitatis mart. |
| iv | f | viii | 24 | Chrylogoni mart. |
| iii | g | vii | 25 | Catherinæ virginis & mart. dup. |
| ii | A | vi | 26 | Petri Alexandrini epif. & mart. |
| i | b | v | 27 | |
| * | c | iv | 28 | |
| xxix | d | iii | 29 | Vigilia & com. S. Saturnini mar. |
| xxviii | e | Prid. | 30 | Andree Apostoli duplex. |

Cyclus

| Cyclus E-
paſtarum. | Literæ
Domini-
cales. | | Dies
menſis. | DECEMBER. |
|------------------------|-----------------------------|-------|-----------------|--|
| XXVII | f | Kal. | I | |
| XXVI | g | IV | 2 | Bibianæ virg. & mart. comm. |
| XXV | A | III | 3 | |
| XXIV | b | Prid. | 4 | Barbaræ virg. & mart. comm. |
| XXIII | c | Non. | 5 | Sabbæ Abbatis. comm. |
| XXII | d | VIII | 6 | Nicolai Episc. & confes. semid. |
| XXI | e | VII | 7 | Ambrosij Episcopi & confes. &
Ecclesiæ Doct. dupl. |
| XX | f | VI | 8 | Conceptio B. Mariæ dup. |
| XIX | g | V | 9 | |
| XVIII | A | IV | 10 | Melchiadis Papæ & mart. comm. |
| XVII | b | III | 11 | Damasi Papæ & conf. semid. |
| XVI | c | Prid. | 12 | |
| XV | d | Idib. | 13 | Luciæ vir. & mart. duplex. |
| XIV | e | XIX | 14 | |
| XIII | f | XVIII | 15 | |
| XII | g | XVII | 16 | |
| XI | A | XVI | 17 | |
| X | b | XV | 18 | |
| IX | c | XIV | 19 | |
| VIII | d | XIII | 20 | Vigilia. |
| VII | e | XII | 21 | Thomæ Apostoli. dup. |
| VI | f | XI | 22 | |
| V | g | X | 23 | |
| IV | A | IX | 24 | Vigilia. |
| III | b | VIII | 25 | Nativitas Domini Nostri Iesu
Christi. dup. |
| II | c | VII | 26 | Stephani protomart. dup.
& comm. Octavæ Nativir. |
| I | d | VI | 27 | Joannis Apostoli & Euang. dup.
& comm. Octav. |
| XXIX | e | V | 28 | SS. Innocentium Martyrum.
dup. & comm. Octav. |
| XXVIII | f | IV | 29 | Thomæ Catur. Episcopi & mar.
semid. & comm. Octav. |
| XXVII | g | III | 30 | De Dominica infra Oct. Nat. vel
de oct. cum com. aliarum oct. |
| XXVI | A | Prid. | 31 | Silv. Pap. & Cof. dup. & co. Oct. |

FINIS

X x x

FRAN-

FRANCISCI VIETÆ

Adversus

CHRISTOPHORVM CLAVIVM.

Expostulatio.

Εἰς Κλάειον.

Πάντας μὲν τελέως ᾤνησε σὺν ἴδμονι τέχνη
Ουιέτης χρονικῶν δαΐξας ὁδὸς τελετῶν.
Καὶ νῦν καὶ μῆτιν καλὰ σώζων Ἀρχιερεῖ
Τῆ πάνυ, ἐν σκολιῷ πράγματι Διθυπορῶν.
Εὐθὺν ὀφλομένην χάριν αὐτῷ πᾶς τις ἐνέμε.
Αὐτὰρ ἐνὸς Κλαείῳ ὁ Φθόνος εἶλε Φρένας,
Ὅς γε κακηγορέην μάλα μῖν, καὶ ἀκρετὰ Φλύζην
Ἠλασεν, ἀλλοτριῆς εἰς κλέος Διτοχίης,
Καὶ σὺν ἐπεσσολίησι βέλη μὴ καίερα βάλλειν
Εἰς σκόπον, εἴ γε τυχεῖν, εἶχεν ἀπφρακάως.
Οὐ Φθόνος εἶλε μόνος, σὺν γὰρ πολὺς ἔσπετο τύφος,
Ἀγνοίας περσχεῶν ἀχλὺν ἀπφρεσίῳ,
Σὺν τῷ ὄχλῳ ἀμαθῆς ᾤξασθαι αἰετώλια εἰζών,
Πολλὰ γὰρ ὑπὲρ δύναμιν ῥεῖα τελεῖν πίσω.
Καὶ πάλι θρησκείης φθείρε νέα, ἠδὲ παλαιὰ
Δόγματα, καὶ γνώμας ὀρθοτόμων κανόνων.
Ἀλλ' ἀρχὴν τρέπε νῦν ποτε πρὸς νήφοντα λογισμὸν.
Οὐ Φθόνος, εἰ τύφος πρὸς κλέος ἀνδρας ἄξει.



FRANCISCI VIETÆ

Adversus

CHRISTOPHORVM CLAVIVM.

Explicatio.



CCVS AVI jamdudum Christophorum Clavium de corrupto Calendario Romano. Quàm enim divinum & augustum est Gregorianum de anni restitutione diploma, tam profana & infelix est Gregoriani diplomatis Clavianæ executio, defensioque. Soligene usus erat Gregorius Aloysio Lilio, cujus fato prærepti adversaria, cum non intelligeret Clavius, depravavit miserè, & in contemptæ religionis crimen incidere maluit, quocunque periculo subversurus omnia, quàm rerum imperitus videri. De ipsius in Mathematicis rebus & Theologicis peritiâ, vel imperitiâ nihil ad me attinet pronunciare. Pronunciabo, neque perperam, si necesse habuero. Sed, qualiscumque sit Mathematicus, falsam periodum Lunarem induxit ad Epactarum æquationem, synodos in panselenis aliquando collocaturus, & panselenos in synodis. Quod, si quo modo est, errare est abs parcemia τὸ ἀγίαν τῆς ὁδοῦ, cum panseleni mediæ mediis synodis opponantur ex diametro ἔψαδανύμως. Et, qualiscumque sit Theologus, profanum anni ad solennia principium adsumpsit, ex quo sequuta est absurda Epactarum ordinatio, & iniqua & prodigiola mensium partitio, Neomenia Paschali ab aliis legem accipiente, αἰὼν προλαμῶν ἱερῶν, cum vera Theologia, à verbo Dei & beatis Patribus accepta, non etiam, ut Adiaphoristæ censent, Hebræa & superstitiosa eo ipsomet adsertore doceat mensium primum esse Nisan dignitate, & ab eo renovanda anni solennia, ac idipsum Ethnicæ religionis cultores in suis peragendis sacrorum ritibus suboluisse, non sine magno veræ religionis nostræ mysterio, quod nefas fuit contempsisse. Ergo falsæ periodo Lunari Clavianæ, veram ac verè Lilianam, ac Gregorianam opposui, & profano anni adsumpto principio, principium à patribus Nicenis ex lege Dei præfinitum, ex quo sequuta est consentanea Epactarum ordinatio, ac recta & æqua mensium partitio, Neomeniâ Paschali cyclum inchoante, & ab eâ reliquis anni Neomeniis legem, ut decebat secundum divina patrum decreta, accipientibus, prolato eâ de re libello, & auctoritate regiâ summo Pontifici exhibito, sub titulo Relationis Calendarij verè Gregoriani ad Ecclesiasticos Doctores, quorum judicio & censuræ meumque scriptum submisi. Non autem erat æquum indictâ causâ reum condemnari. Itaque libelli mei copia facta Clavio jam à biennio est. Quæ igitur tandem Clavij partes erant, æqui judices? Summe errorem ultrò agno-

agnoscere & confiteri, in causa præsertim publicâ, in quâ de mysteriis nostræ Religionis agitur, & Reipublicæ Christianæ concordiâ, & divinâ supremi Pontificis auctoritate? Id quidem ab homine Theologo è societate Jesu, *ὡς ἱερῶ τῶν τέχνην καὶ ἑστῆν*, sperandum maximè videbatur. Sed, quocumque res evadat, vix eò adducimur, ut condemnemus nostra, probeamus autem aliena. Rapimur omnes *Φιλαυλία*, quantamcumque simulemus sanctitatem, & quâ possumus arte, veritati vim facimus, ne vinci ullo modo videamur. Etiam sapientibus cupido gloriæ novissima exiit. *τὸ καθόξιν ὡς τελευτῶν χιτῶνα ἡ ψυχὴ πέφυκεν ἀπολίθωσθαι*. At pertinuisse ad Clavium in eo, in quo constitutus est, reatu recriminatione uti, id verò nemo jure dixerit. Ait enim lex, ait Canon, *Neganda est accusatis licentia criminandi, priusquam se crimine, quo premuntur, exuerint, secundum scita veterum juris auctoritatis*. Sed neque potuit is doctor in re propriâ licentiam sibi tribuere sententiæ. Vetat enim Rubrica, *Ne quis in sua causa judicet, vel ius sibi dicat*. Nulla tamen divini & humani juris habitâ ratione Clavius calumniatur, ut meo nomini & famæ apud summum Pontificem detrahat pro eâ, qua apud eum valet, gratiâ. Pluribus autem, quas ad plures conscribit, literis, significat se meum libellum planè refutasse in libro novæ restitutionis Kalendarij, aliquando, si Deo placuerit, in lucem emitendo. Quæ ista contumelia est, Clavi, quæ insolens & vana jactantia! An ideò si conatus es, ut pro tuo jure potes, meum libellum refutare, tu refutasti? Prodeat conatus ille tuus, & ego, volente Deo, eum infringam cras atque hodie. Non is est ordo judiciorum & processus. Te falsum Mathematicum, si quidem Mathematicus es, demonstravi, & falsum Theologum, si quidem Theologus. Itaque quando te reum peragere consilium est, dicenda tibi causa est juxta formam Constitutionum, non loquendum ex plastro. Et si *τεκμηρίοις* meis te convinci neges, paralogismata mearum demonstrationum coram iudicibus, in quos consensum est, detegenda & indicanda, priusquam eorum iudicio absolvaris. Ante verò absolutionem nullius sunt momenti *ἀνικατηγορίαι*, & *ἀλαζονείαι* tuæ. Et quæ te de libro novæ restitutionis Kalendarij nova sollicitudo tenet, cum sit is jam à me editus, qui vel à die diplomatis locum, ut par erat, & vim obtinet? Tua, quam meditaris, editio intempestiva est, & aspernanda deinceps, ut falsa & plagiararia. Falsitatem vel repetita dies arguet. Plagium meus liber, mea, inquam, relatio Kalendarij verè Gregoriani firmamentis Theologicis, Politicis, & Astronomicis undique muniti. *Δις ἡ τεῖς ὁ καλῶ*. Sed cum alienum jus præripere tibi sit animus & consilium, non tuum est, Clavi, *αὐθις δεξιζήτως εἰρημῶρα μυθολογῶσθαι*. Odium autem Pontificium, quod, ut in me concites, mala arte eniteris, cave sis ne in te potiùs sentias exacerbari. *Οἱ αὐτῶ κακὰ τῶ χυρ, ἀλλῶ κακὰ τῶ χων, Ἡδε κακὴ βελή τῶ βελῶσιν κακίση*. Quid enim si Protestantes veram anni rationem, quam syncerè ex Gregorij mente retuli, amplectantur, eamque à se, non à summo Pontifice agnoscant, cui tam obstinatè falsam tuam & profanam, & præterea absurdam & prodigiosam tribuis, itaque auctoritatem defugiat, imò verò te falsum procuratorem & defensorem is aliquando redarguat? Annum correxerat Julius Cæsar, idemque magnus Pontifex. Cum autem Julianam anni ordinationem sacerdotes exequerentur malè, errorem sustulit Augustus Cæsar, idemque magnus Pontifex. Quo nomine non minor ei, quam Julio decessori, gloria tributa est. Magna ma-

gni Gregorij circa anni restitutionem gloria. Sed non minor magni Clementis, cum te malè feriarum computatorem, tuasque falsas periodos & hypotheses in constituendo anni principio legi divinæ repugnantès rejecerit, & legitimam diplomatis Gregoriani executionem brevi Apostolico edixerit. Et si, ne id obtingat, os Pontifici ad tempus præfens oblinas, rebus serenis tenebras obducens, *ἡ βαδίζων, ὡς ὄν, εἰς ἀχρεατεργημάτων*, at te unum exlegem, ut ad tuas calumnias redeam, nemo feret. Tu, nisi monitus resipiscas, crimina, quorum reus es, necesse habes diluere, & interea Constitutionibus civilibus parere. Sed vos obtestor, Venerandi Patres & Antistites è societate Jesu, Vestra in vestrum collegam auctoritate de eo inquirete, causaque cognita, *ἡ χαμόθην, ἡ πρὸ βήμας*, omnino pertinaciæ suæ & livori obstitite, ne cum suis falsis, & infelicibus Apologeticis de Apostolica sede quàm malè meritis, is solus in causa sit in vestri collegij contumeliam & opprobrium, cur ab omnibus gentibus, quæ Romano Calendario solebant uti, idem felicissimis Gregorij decimi tertij auspiciis restitutum non recipiatur. Sit sanè *κενόδοξος ἐν πῖς ἀδιαφόρεως*. Sed esto *ὀρθόδοξος ἐν πῖς ἱεραῖς καὶ ὁσίαις*. Dissidium in anni ratione quantas turbas ciet, & molestias in rerum commerciis per celebriores nundinas, & nobiliora quæque Emporia! At fovet præterea dissensionem animorum in controversis, quæ ad religionem spectant, capitibus. Dematur autem fucus omnis, & cedit nudæ veritatis vi fastus & livor, Epactarum æquationi & ordinationi falsæ & profanæ & præterea absurdæ & prodigiosæ substituatur justa, pia, & ab omnibus absurditatibus & prodigiis libera, ac denique, ut ex verbis diplomatis, & sincera eorundem interpretatione constat, verè Liliana ac Gregoriana, Nullus adparebit in orbe Astronomus, nullus in verba peritorum in arte jurans, qui admirandam Gregorianam anni restitutionem non admirabitur, & si forte à sanctâ Romanâ Ecclesiâ deviùs, eidem statim sese insinuare non studeat *ἀμφασίη κραδίω ἀμφιχυθῆις μεγάλη*. Hoc ipsum est, quod omnes pij habent in votis, Venerandi Patres, & Antistites. Tanto Reipublicæ Christianæ bono qui obfuerint ope, consilio, dolo malo, sacri & intestabiles sunt, & à felici piorum confessu extorres arceantur.

F I N I S.

FRAN-



FRANCISCI à SCHOOTEN

N O T Æ

I N I S A G O G E N.



*A*nte omnia, Benigne Lector, te monitum velim, Scholium primum D. de Beau-
grand in *Isagogen* à me consulto prætermisum fuisse, cum ad propositum Vietæ ar-
gumentum non modò nihil facere, verùm etiam in præstantem aded Virum ini-
quam esse videretur. Quod enim Veterum *Analysin* quorundam Theorematum
ac *Problematum* exemplis representare conatur, id quidem hujus loci non est.
Quod verò eandem universalem asserit, & Vietæ præferendam censet, quia illa
nullis terminis coërcetur sicut *Logistica speciosa*, quam ait usum tantum habe-
re, ubi de quantitasum aqualitate seu proportione inquiritur, hoc ego minùs ex
vero, nec appositè dici puto: quandoquidem id omne, quod sub contemplationem *Matheseos* cadit, quan-
tatis nomine semper gaudet, illudque demum per aequalitatem aut proportionem elucescit. Ita ut
hoc ipso nomine Vietæ *Analysos* habenda sit quàm maximè universalis, atque alteri vaga præferenda:
cum ea non tam ars dicenda sit, quæ certis præceptis & legibus continetur, quàm naturalis quadam
ingenij industria aut facultas, usu & exercitatione confirmata.

Deinde notandum, *Scholia* in 10 & 11 *Symbolum paululàm* à me mutata esse; quæ supersunt au-
tem, ultimo excepto, subjeci ut sunt; & à textu Vietæ vel inde dignoscuntur, quòd alio charactere sunt
expressa.

Quod autem spectat ad ultimum *Scholium* in posteriora verba ejusdem *Isagogen*, illud ipsum non
minùs quàm primum omittendum duxi: cum mentem Vietæ prorsus pervertat, quæ est, beneficio *Ana-*
lyseos speciosa NULLVM NON PROBLEMA SOLVERE. Hoc verò frustra polliceri
Vietam suã *Analysi* inquit *Scholias*tes. Et quidem in rei demonstrationem asserit *Problema* 4^{um}
Scholij primi, in quod nihil prorsus posse artem Vietæ asseverat, ponens id ipsum cum *Getaldo* inter
Problemata, quæ ille sub *Algebra* non cadere existimavit, & propterea more Veterum resolvit. Ve-
rùm enim verò licet *Getaldo*, (viro alioquin de rebus *Mathematicis* optimè merito) non constiterit mo-
dus hoc *Problema* Vietæ viâ resolvendi, non ideo tamen censendum est in hoc nihil prorsus posse *Ana-*
lysin speciosam; quemadmodum etiam nec in omnia alia similia *Problemata*, in quibus inter data
unicus duntaxat angulus reperitur. Aliter enim se rem habere ostendit vir doctissimus *Petrus Herigoni-*
nius in *Cursu suo Mathematico* Cap. 12. *Algebra*, quest. 12: siquidem istic loci id per facile arte Vietæ
dissolvit. Vbi etiam rectè declarat, majores difficultates *Algebra*, non in angulis, sed in inventione
æquationum, quæ in *scalarium* serie minùs ascendunt, consistere. Quod etiam brevi, *Deo favente*, in
Apollonij locis plani à me restituti, plura exempla edocebunt.

Addit porò *Scholias*tes idem intelligendum esse de *Theorematibus*, in quibus anguli inter se compa-
rantur. Quale vult esse *Theorema* 4^{um}, uspotè cujus nec veritas nec demonstratio ullatenus *Analysi*
speciosâ Vietæ investigari possit. Ejus verò contrarium *Herigonius* quoque Prop^o 35. *Capitii* 5^{ti} sua
Algebra demonstrat, illudque leve negotium esse ostendit. Ita ut dicta *Pròblemata*, ad quæ velut ad
lapidem *Lydium*, *Scholias*tes artem *Analyticam* Vietæ explorare suscepit, facillimè quidem per ean-
dem resolvit atque componi queant.

Ceterum quid illa tandem possit, resolvereque recuset, suis ad hoc *Paradigmati* subnexis exponere
conatur: unde demum concludit *speciosam* istam *Analysin*, triplicem *Zeteticas*, *Poristicas*, & *Exegeticas*
formam indutam, *speciosum* quoque solummodò sibi vindicare *Problema* OMNE IN QVO DE
QUANTITATVM ÆQUALITATE VEL PROPORZIONE INQUIRI-
TUR, PROBLEMA VTCVNQVE SOLVERE. In quo si tollas vocem utcunque,
quam nescio quâ ratione motus apposueris, non video quid universalius *Problema* exquiras: cum uni-
versa

versa *Mathesis* non nisi doctrina quantitatis sit dicenda: adeo ut omne id, quicquid ibidem solvendum proponitur (ut supra dictum fuit) non nisi in quantitatum aequalitate vel proportione aliqua explicanda, consistat. Quod etiam summi ingenij Vir Renatus des Cartes, in dissertatione de methodo re-
 Et regenda rationis, scribit se circa Mathematicas Scientias in genere animadvertisse, nimirum, etiamsi illa circa diversa objecta versentur, in hoc tamen convenire omnes, quod nihil aliud examinent quam relationes sive proportiones quasdam, qua in iis reperiuntur.

IN NOTAS PRIORES.

Quae hic majoris illustrationis ergo interferenda existimavit Vir doctissimus P. Marinus Mercen-
 nus, sunt quae sequuntur.

Pag. 17. Sit latus unum A, alterum B. Dico A quad., + A in B 2, + B quad., æquari
 A + B quadrato. Ex opere multiplicationis A + B per A + B.

Ibidem. Sit latus unum A, alterum B. Dico A cubum, + A quadr. in B 3, + A in B
 quad. 3, + B cubo, æquari A + B cubo. Ex opere multiplicationis A quad., + A in B 2,
 + B quad., per A + B.

Rursus circa finem. Sit latus unum A, alterum B. Dico A quadr.-quadr., + A cubo in
 B 4, + A quadr. in B quadr. 6. + A in B cubum 4, + B quadr.-quadr., æquari A + B
 quad.-quadrato. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quad. in B 3, + A in B quad. 3,
 + B cubo, per A + B.

Pag. 18. Sit latus unum A, alterum B. Dico A quadrato-cubum, + A quad.-quadrato
 in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quadr.
 quadratum 5, + B quadrato-cubo, æquari A + B quadrato-cubo. Ex opere multipli-
 cationis A quadrato-quadrati, + A cubo in B 4, + A quad. in B quadratum 6, + A in
 B cubum 4, + B quad.-quadrato, per A + B.

Ibidem. Sit latus unum A, alterum B. Dico A cubo-cubum, + A quad.-cubo in B 6,
 + A quadr.-quad. in B quadr. 15, + A cubo in B cubum 20, + A quadr. in B quadr.-
 quad. 15, + A in B quad.cubum 6, + B cubo-cubo, æquari A + B cubo-cubo. Ex ope-
 re multiplicationis A quad.-cubi, + A quad.-quad. in B 5, + A cubo in B quad. 10, +
 A quad. in B cubum 10, + A in B quad.-quad. 5, + B quad.-cubo, per A + B.

Pag. 19. Et proportionalia sex plano-solida,

A quadrato-cubus.

A quadrato-quadratum in B.

A cubus in B quadratum.

A quadratum in B cubum.

A in B quadrato-quadratum.

B quadrato-cubus.

Et proportionalia denique continuè septem solido-solida;

A cubo-cubus.

A quadrato-cubus in B.

A quadrato-quadratum in B quadratum.

A cubus in B cubum.

A quadratum in B quadrato-quadratum.

A in B quadrato-cubum.

B cubo-cubus.

Et sic deinceps.

Pag. 24. Sit latus unum A, alterum B, coefficientens sublateralis longitudo D. Dico A
 quad., + A in B 2, + B quad., + D in A, + D in B, æquari A + B quadrato, + D in
 A + B. Ex opere multiplicationis A + B per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eadem binomiâ radice componantur duo quadrata, unum purum, alterum ad-
 firmatè adfectum: singularia plana, quæ compositio adfecta addit compositioni pu-
 ræ, sunt

Planum à latere primo in coefficientem longitudinem.

Planum à latere secundo in eandem ipsam coefficientem longitudinem. Ex col-
 latione utriusque suppositionis.

Pag. 25.

Pag. 25. initio generos cubi adfecti adfirmatè sub quadrato.
Paulo autem post. Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens subquadratica longitudo D.
 Dico A cubum, + A quadr. in B 3, + A in B quad. 3, + B cubo, + A quad. in D, +
 A in B in D 2, + B quad. in D, æquari A + B cubo, + D in A + B quadratum. Ex ope-
 re multiplicationis A quad., + A in B 2, + B quad., per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eadem binomiâ radice componantur duo cubi, unus purus, alter adfirmatè ad-
 fectus, sub ipsius radice quadrato & adscitâ coëfficien- te longitudine: singularia solida,
 quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Solidum à quadrato lateris primi in coëfficien- tem longitudinem.

Solidum à latere secundo in duplum planum, quod fit à latere primo in coëfficien-
 tem longitudinem.

Solidum à quadrato lateris secundi in coëfficien- tem longitudinem. Ex collatione
 utriusque suppositionis.

Deinde generos quadrato-quadrati adfecti adfirmatè sub latere.

Denique. Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens sublateralè solidum D. Dico A
 quad.-quad., + A cubo in B 4, + A quad. in B quad. 6. + A in B cubum 4, + B quad.-
 quad., + A in D solid., + B in D solidum, æquari A + B quadr.-quadr., + D solid. in
 A + B. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadr. in B 3, + A in B quadr. 3, + B
 cubo, + D solido, per A + B.

Pag. 26. post Theorema. generos plano-plani adfecti cubo adfirmatè.

Ibidem. Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens longitudo D. Dico A quad.-quad.,
 + A cubo in B 4, + A quad. in B quadr. 6, + A in B cubum 4, + B quad.-quad., + A
 cubo in D, + A quad. in B in D 3, + A in B quad. in D 3, + B cubo in D, æquari A + B
 quad.-quad., + D in A + B cubum. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadr. in
 B 3, + A in B quad. 3, + B cubo, per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eadem binomiâ radice componantur duo quadrato-quadrata, unum purè, alte-
 rum adfectum adjunctione plano-plani sub ipsius radice cubo & adscitâ coëfficien- te
 longitudine. Singularia plano-plana quæ compositio adfecta addit compositioni pu-
 ræ, sunt

Plano-planum à lateris primi cubo in coëfficien- tem longitudinem.

Plano-planum à quadrato lateris primi in triplum planum, quod fit ex latere se-
 cundo in coëfficien- tem longitudinem.

Plano-planum à latere primo in triplum solidum, quod fit ex quadrato lateris se-
 cundi in coëfficien- tem longitudinem.

Plano-planum à cubo lateris secundi in coëfficien- tem longitudinem. Ex collatio-
 ne utriusque suppositionis.

Purum.

- A quadrato-quadratum.
- A cubus in B 4.
- A quadratum in B quadratum 6.
- A in B cubum 4.
- B quadrato-quadratum.

Adfectum.

- A quadrato-quadratum.
- A cubus in B 4.
- A quadratum in B quadratum 6.
- A in B cubum 4.
- B quadrato-quadratum.
- I A cubus in D.
- II A quadratum in B in D 3.
- III A in B quadratum in D 3.
- IV B cubus in D.

Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadr. in B 3, + A in B quadr. 3, + B cubo,
 per A + B + D.

*Apposuius denique in eundem finem pag. 40 & 41, duas figuras è regione sibi respondentes. Quæ
 autem*
 Y y

autem praterea in Notas priores commentus est Scholiaſtes I. de Beaugrand, ipſa characteris, quo expreſſa ſunt, differentiâ, facile dignoſcentur.

IN LIBROS ZETETICORVM.

Qua in libriſ Zeteticorum, tanquam commiſſa aut omiſſa deprehendimus, atque ad Autoris mentem immutanda viſa nobis ſunt, ea benignus Lector ſic accipiat.

Pag. 43. lin. 27. ubi habebatur ita D ad $A = B$ poſuimus: ita $D = B$ ad A . Sicut etiam paulo inferius lin. 33. pro ita D ad $E = B$ ſcripſimus: ita $D = B$ ad E : ſiquidem ſic melius cum Canone conſentiant. Addidimus porro perſpicuitatis cauſa in Canone hac duo verba Lateri deficienti. Notandum praterea, ne hoc opus in nimiam molem excreſceret, ſed paucioribus paginis comprehenderetur, nos hunc numerum $\frac{R \text{ in } B}{S = R}$ ita denotaſſe: $\frac{S \text{ in } B = R \text{ in } D}{S = R}$, quemadmodum videre licet pag. 44. lin. 2.

Sic etiam pag. 64. L. V. $\sqrt{+D \text{ quad.}}$ hoc pacto notauiſſimus: $\sqrt{B \text{ quad.} + D \text{ quad.}}$. Ut & pag. 74. lin. penult. in locum $\frac{B \text{ in } C - D \text{ cubo bis}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$ ſubſtituiſſimus: $\frac{B \text{ in } B \text{ cubum} - D \text{ cubo}^2}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$. Quod ſimiliter plurimis aliis locis factum quoque fuit.

Pag. 44. lin. 30. hac verba addidimus à latere excedente.

Pag. 45. lin. 20. pro Itaque reſtituto defectu vel amputato exceſſu, ſit latus juſtum majoris perſpicuitatis ergo ſcribi curaviſſimus: Itaque reſtituto defectu lateri deficienti, vel amputato exceſſu à latere excedente, ſit latus juſtum. Lineâ auſem ſequenti loco E 100 ſcribatur E 150, ponendo nempe S eſſe 5. caeteris inuariatis. Quod ſi autem cum Autore ponamus S valere 3, tunc quidem A fiet 30, non 20; at verò E 90, non etiam 100.

Pag. 46. lin. 14. pro Datum igitur latus ita ſecare eſt, ut præſinitæ uncix unius ſegmenti ad præſinitas uncias alterius, æquent ſummam præſcriptam poſuimus: Datum igitur latus ita ſecatur, ut præſinitæ uncix unius ſegmenti cum præſinitis uncias alterius, æquent ſummam præſcriptam. Sciendum porro eſt duos Canones ejuſdem Zetetici paulò aliter à me propoſitos fuiſſe quàm ab Autore, nempe in permutatâ proportione, ſiquidem ſic analogiſmis, ex quibus deprompti ſunt, melius conveniunt.

Pag. 48. lin. 17. pro hiſ verbis ut ea minor ſit D ſubſtituiſſimus: ut ea major ſit D .

Pag. 52. lin. 17. pro faciet differentiam quadratorum ductam in ſe hac legenda voluiſſimus: faciet quadratum differentie quadratorum.

Pag. 56. lin. 9. prior editio hac habet: Differentie quadratum $\sqrt{C. \frac{100}{3}}$, aliter $\sqrt{C. \frac{1000}{3}}$. Atque aded ipſa differentia $\sqrt{CC \frac{100}{3}}$; latus itaque minus eſt $\sqrt{C \frac{100}{3}} - \sqrt{CC \frac{100}{192}}$, latus majus $\sqrt{C \frac{100}{3}} + \sqrt{CC \frac{100}{192}}$. pro quibus ſcribenda exiſtimaviſſimus: Differentie quadratum $\sqrt{C. \frac{100}{3}}$, aliter $\sqrt{C \frac{1000}{3}}$. Atque aded ipſa differentia $\sqrt{QC \frac{100}{3}}$; latus itaque minus eſt $\sqrt{C \frac{100}{3}} - \sqrt{QC. \frac{100}{192}}$, latus majus $\sqrt{C. \frac{100}{3}} + \sqrt{QC. \frac{100}{192}}$. Ibidem verò lin. 25. in locum: Ut quadratum differentie laterum, ſubrogetur: Ut quadratum ſimile differentie laterum. Videtur autem in priori impreſſione vox dimidie pro ſimile irrepſiſſe. Linea porro 28 prior editio Rectang. ——— ut 1 ad 2: erit ut S ad R , ita 10 ad 8. legendum autem cenſuiſſimus: Rectang. ——— ut 2 ad 1: erit ut $S + R$ ad R , ita 20 ad 8.

Pag. 59. lin. 28. Unde extremæ ſunt $\sqrt{25}$. ego ſic ſcribendum duxi: Unde extremæ ſunt 1 & 4.

Pag. 61. lin. 39. Dato autem rectangulo ſub lateribus & differentiâ, dantur latera, legendum putavi: Dato autem rectangulo ſub lateribus & adgregato laterum, dantur latera. Inferius verò lineâ ultimâ pro Cubus adgregati extremarum, ponendum cenſui: Cubus adgregati mediarum.

Pag. 63. lin. 30. prior impreſſio: Quibus etiam quadratis æquabantur latera circa reatum, ego autem legendum volui: Quibus etiam quadratis æquabantur quadrata laterum circa reatum.

Pag. 67. lin. 18. prior impreſſio: ſi quidem latitudine ſit major, ego legendum putavi: ſi quidem latitudine ſit minor. Et paulò poſt lin. 23. Unde ſit D differentia ponendum duxi: Unde cum ſit D differentia. Subinde verò, initio Theorematis, adjeci hac verba: In triangulo reatungulo.

Pag. 68. lin. 22. prior impreſſio: Differentie autem lateris circa reatum reliqui ab hypotenula, legendum autem cenſui: Quadratum autem differentie lateris circa reatum reliqui ab hypotenula. Ibidem lin. 27. pro & orietur $\frac{1}{8}$ poſui: & orietur — $\frac{1}{8}$ perpendicularum. Rurſus

sus lin. 44. pro idemque minus scripsi: idemque majus. Linea autem sequenti in locum vel majus adgregato substitui: vel minus adgregato.

Pag. 69. lin. 28. pro idemque majus differentiâ B plani & D plani posuimus: idemque majus differentiâ \sqrt{B} plani & \sqrt{D} plani.

Pag. 72. lin. 41. pro relinquit B quadratum scripsimus: componit B quadratum.

Pag. 73. Perpendiculo tertij trianguli ordinis prioris apponatur hic numerus B in D q. 3. + B cubo 4. sicut etiam perpendiculo tertij trianguli posterioris numerus hic B q. in D 3. + D cubo 4.

Pag. 75. lin. 13. vetus impressio Secundi D in $\sqrt{\frac{B \text{ cubum bit.}}{D \text{ cubo}}}$ ego autem legendum duxi: secundi $\frac{D \text{ in } B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$. Ibidem lin. 26. pro Secundi $\frac{D \text{ quad. in } A}{B \text{ quad.}}$ posui: Secundi $\frac{D \text{ quad. in } A}{B \text{ quad.}} - B$.

Pag. 77. lin. 25. hæc inseri voluimus: Adgregatum primi & tertij est 97, quadratum videlicet à 10, multatum 3.

Pag. 78. lin. 9. addidimus: quod est quadruplum rectangulum sub lateribus. Ibid. lin. 35. addidimus quoque: adjunctum 192.

Pag. 80. lin. 21. vetus impressio adjectis 1089 facit 6989, ego autem posui: adjectis 1989 facit 6889.

Pag. 81. lin. 5. vetus impressio Contra quoniam A quad. — G plano, est majus quàm B in A + G plano, delendum censui: + G plano. Ibid. lin. 10. pro Ergo S in E 2 — E quad., minus erit quàm G planum ego posui: Ergo S in E 2 — E quad., majus erit quàm G planum. Et in locum Unde adsumetur F minor quàm S + $\sqrt{S \text{ quad.} + G \text{ plano}}$, scribendum duxi: Unde adsumetur F minor quàm S + $\sqrt{S \text{ quad.} - G \text{ plano}}$. & deinceps pro Contra R in E 2 — E quad., majus erit quàm G planum substitui: Contra R in E 2 — E quad., minus erit quàm G planum. Et rursus pro Unde adsumetur F major quàm R + $\sqrt{R \text{ quad.} + G \text{ plano}}$, legendum censui: Unde adsumetur F major quàm R + $\sqrt{R \text{ quad.} - G \text{ plano}}$.

Ibidem linea 13. pro major verò $\sqrt{\frac{5}{4} + \frac{3}{2}}$ posui: major verò $\sqrt{\frac{265}{4} + \frac{3}{2}}$. Linea verò 14 post At 12 est minor quàm $\sqrt{76 + 4}$, omittenda duxi hæc verba: nam valor quadrati à 12 est $\sqrt{64 + 4}$. Deinceps autem in locum Et 11 est major quàm $\sqrt{\frac{282}{8} + \frac{3}{2}}$ subrogavi: Et 11 est major quàm $\sqrt{\frac{262}{4} + \frac{3}{2}}$. Rursus pro Sumatur ergo S 12. R 11. eligenda erit F minor quàm 12 + $\sqrt{84}$, sed major quàm 11 + $\sqrt{61}$. sic posui: Sumatur ergo S 13. R 10. eligenda erit F minor quàm 13 + $\sqrt{109}$, sed major quàm 10 + $\sqrt{40}$. Ac denique pro At 21 est minor quàm 12 + $\sqrt{84}$, nam valor quadrati 21, est 12 + $\sqrt{81}$. Et 19 est major quàm 11 + 161, nam valor quadrati à 19 est 11 + $\sqrt{64}$. ita scripsi: At 23 est minor quàm 13 + $\sqrt{109}$. Et 17 est major quàm 10 + $\sqrt{40}$. De his aliisque penes Lectorem judicium esto.

IN TRACTATVS DE ÆQVATIONVM RECOGNITIONE ET EMENDATIONE.

Preter ea qua hic adnotavit Andersonus, animadvertimus porro hæc qua sequuntur.

Pag. 101. lin. 33. pro Capite posuimus: Theoremate.

Pag. 102. lin. 32. pro $\frac{Z \text{ plano-plano}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$ scripsimus: $\frac{Z \text{ plano-plano-plano}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$.

Pag. 104. lin. 36. pro S. quad. — B quad. legendum duximus: B. quad. — S quad.

Pag. 108. lin. 16. & 17. hæc verba inseruimus: A potestatem + B coëfficiente in A gradum, æquari B coëfficienti in E gradum — E potestate, & per Antithesin. A paginâ porro 108 usque ad pag. 127. nos in locum Propositionis ubique Theorema substituisimus, ut cæteris consentiant.

Pag. 109. lin. 23. pro duabus posuimus: quatuor.

Pag. 123. lin. 8 & 9. hæc inserenda duxi: & quum postremo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe G quadratum. Ibid. lin. 13. pro adscito verò secundo 4 ego ponendum censui: adscito verò postremo, facit 4. Rursus ibidem lin. 35 & 36. in locum ex tribus primis subrogavi: ex tribus postremis; lineâ verò 37. pro ex tribus postremis posui: ex tribus primis. Denique lin. ultim. pro & fit A minus latus & majus legendum volui: & fit A minus latus, & E majus.

Pag. 125. lin. 42. & 43. pro quadrato posuimus: quadrato-cubo. Ibidem verò lineâ antepenultimâ similiter pro quadrato legendum voluimus: quadrato-cubo.

Pag. 131. lin. 10. pro Z plano statui: Z solido.

Pag. 132. lineâ primâ in locum 30 Q supposui: 30 N.

Pag. 133. lin. 30. *hac verba interposuimus*: qualis quæ adficietur adfirmatè. *Ibid. lin. 37. pro* — D plano *scripsimus*: + D plano.

Pag. 136. lin. 9. *in locum* — B in E quadr. + A cubo *substituimus*: & E cubus + B in E quad. *Ibidem linea penultima, addidimus hac verba*: Oportet rursus anastrophen facere.

Pag. 138. lin. 26 *pro* $\sqrt[4]{24} - 4$ *posuimus*: $\sqrt[4]{24} + 4$.

Pag. 139. lin. 7. *pro* $\frac{D \text{ folido in } A}{D}$ *legendum duximus*: $\frac{B \text{ folido in } A}{D}$. *Ibidem lin. 9. addita est vox*: ducantur. *Linea autem 28. pro* Omnia per D cubum in H plano-planum *scripsimus*: Omnia per D cubum in H plano-planum-planum ducantur.

Pag. 144. *linea, qua precedit antepenultimam, pro* + G quadr. in A quad. 2. *posui*: + G plano in A quad. 2.

Pag. 145. lin. 25. *pro* + B plano *ponendum censui*: — G plano.

Pag. 146. lin. 17. *pro* + D quad. $\frac{1}{2}$. *legendum duxi*: — D quad. $\frac{1}{2}$. *Sic etiam lin. 24. ubi in locum* — D quad. *posui*: — D quad. $\frac{1}{2}$.

Pag. 147. lin. 6. *pro* G planum 2 in A *posuimus*: G planum 2 in A quad. *Ibid. lin. 9. pro* — G plano 4. *scripsimus*: — G plano. *Item lin. 25. in locum* + Z plano-planum *substituimus*: + Z plano-planum 4.

Pag. 148. lin. 9. *pro* + 64 N *legendum existimavimus*: + 6400 N; *linea autem 22. pro* E quadrati-cubus *legendum esse*: E plani-cubus; *At verò linea 26. pro* + 144 Q *scribendum esse*: + 114 Q.

Pag. 150. lin. 5. *pro* planum *scripsi*: quadratum; *linea autem sequenti pro* quadrato *posui*: plano. *Ibid. lin. 17. in locum* plani sub radice solidâ, negati de quadrato *substitui*: quadrati inversè negati, radicem habentis solidam.

Pag. 151. *linea antepenultima pro* $\frac{-B \text{ plano in } Z \text{ in } E}{D}$ *posuimus*: + $\frac{B \text{ plano in } Z \text{ in } E}{D}$.

Pag. 152. lin. 29. *pro* — 3 N *scripsimus*: + 3 N. *Ibidem linea, qua precedit antepenultimam. pro* fit 1 N 2. *scripsimus*: fit 1 N $\sqrt[4]{2}$. *A pagina porro 152 usque ad pag. 160. ubique pro voce* Propositionis *posuimus*: Theorema, *quia eas sicut ceteras interpretandas duximus, tum quod ipse pari quoque nomine cum illis gaudere viderentur.*

Pag. 153. lin. 22. *pro* B in A *legendum putavi*: $\frac{B + D}{D}$ in $\frac{A}{D}$. *Ibid. lin. 31. pro* D in A *scribendum censui*: $\frac{D - B}{D}$ in $\frac{A}{D}$.

Pag. 154. lin. 14. & pag. 155. lin. 2. *pro* B plano *posui*: D plano.

Pag. 155. lin. 39. *pro* æquetur *scripsi*: æquabitur, *sicuti etiam pluribus aliis locis factum fuit; linea verò sequenti pro* — X cubo in $\sqrt[4]{X}$ quad. 3. *posui*: — X cubo 2 in $\sqrt[4]{X}$ quad. 3. *Addidimus præterea ibidem duas regulas sequentes*: Quoniam enim X quad. in A quad. 2 — A quad.-quad., æquatur X quad.-quad. 4 — X cubo 2 in $\sqrt[4]{X}$ quadr. 3: ergo per antithesin, & ad X cubi 2 communem adplicationem.

Pag. 156. lin. 2. & 3. *pro* Quadrato-cubicam *posuimus*: Quadrato-cubica-cubicam.

Pag. 161. lin. 3 & 4. *in Appendice pro* & præterea segmentum BF: metietur, & ducantur subtensæ BD, DM, MF *legendum duximus*: & præterea segmentum BG segmentum BF ter metietur, ducantur autem subtensæ BD, DM, MF. *Ibid. lin. 13. pro* 7^{mo} *posuimus*: 5^{to}.

IN TRACTATVM DE NVMEROSA POTESTATVM PYRRARVM ATQVE AFFECTARVM RESOLVTIONE.

Qua in hoc tractatu, præter Getaldum, cujus opera in lucem prodit, animadvertimus, atque immutanda censuimus, hæc serè sunt.

Pag. 165. lin. 39 *pro* secundi *scripsimus*: latere secundo.

Pag. 167. lin. 16. *pro* plus solido sub triplo latere primo & quadrato secundi *inveniendi posuimus*: plus solido sub triplo quadrato primi & latere secundo *inveniendi*. *Ibid. lin. 27. pro* sub quadrato lateris primi & secundo *legendum duximus*: sub quadrato lateris secundi & primo. *Vi & lin. 29. pro* solidum verò sub &c *scribendum putavimus*: solidum verò triplum sub &c. *Rursus linea sequenti pro* solidum denique sub &c. *scripsimus*: solidum denique triplum sub &c.

Pag. 172. lin. 7. *pro* à quadrato-quadrato primi in decuquintuplum quadratum secundi *posuimus*: à quadrato-quadrato secundi in decuquintuplum quadratum primi.

Pag. 174. lin. 3. *post ratione, nos sequentia verba missa fecimus*: Sed quemadmodum hæc reductio-

ductiones fiant, docebitur oportuniùs, speciali eâ de re, sive ad Arithmetica sive ad Geometrica, concepto tractatu. *Videtur enim Autor iù innuere tractatum de Emendatione Equationum, qui post ipsius mortem Anderfoni opera prodiit, ac idem existat atque ille, qui in hoc opere tractatum hunc proximè antecedit.*

Pag. 187. lin. 15. *pro lateris secundi posuimus: lateris primi.*

Pag. 190. lin. 13 & 19. *addidimus verbum: puri.*

Pag. 200. lin. 35. *pro majus posuimus: minus.*

Pag. 201. lin. 35. *pro Coëfficiens in duplum lateris primi legendum duximus: Planum expletionis à coëfficiente in duplum lateris primi.*

Pag. 210. lin. *ante penult. pro Quadrato-quadrato posuimus: quadrato-cubo.*

Pag. 218. lin. 14. *pro 57 N scripsimus: 57 Q. Ibidem lin. 19. pro 5, 400 legimus: 540. Linea denique penult. pro minor statuimus: major.*

Pag. 220. *linea qua præcedit antepenultimam hac verba addidimus: ablatu è solido 27, 755; tum antepenultima hoc verbum: tribus.*

Pag. 223. lin. *ante penult. inseruimus verbum: Secunda; linea autem penultima pro majus posuimus: minus.*

Pag. 227. lin. *ante pen. in locum dividatur substituiamus: ducatur.*

Pag. 228. *à linea 39 usque ad finem in priori editione hac habebantur: per ea quæ de isomeriâ in tractatum de Recognitione Equationum rejecta sunt.*

Quid verò si N est explicabilis sub notâ asymmetriæ, Quæratu autem sub eâ specie exhiberi? & id per artem non denegabitur. Sed eam doctrinam meritò antecedit, sicut & Resolutionem Binomiarum potestatum, doctrina de Recognitione. Adde quod sua etiam asymmetris numeris congruit Logistice, idèd fusiùs, & convenientiore tradenda loco. Itaque hic esto

Explicitu de Numerosa Potestatum Resolutione Tractatu.

IN EFFECTIIONVM GEOMETRICARVM CANONICAM RECENSIONEM.

Pag. 230. lin. 12. *hac verba addidimus: Illud enim est, Datis lateribus invenire planum, sive exhibere quadratum ipsi plano æquale.*

Pag. 233. lin. 12. *pro reſtanguulo sub extremis posuimus: mediæ quadrato.*

Pag. 236. lin. 28. *pro Quæ in serie datur prima scripsimus: media. Ibid. lin. 39. pro singulas reliquas B C legendum duximus: singularum reliquarum B C.*

IN SUPPLEMENTVM GEOMETRIÆ.

Pag. 243. lin. 8. *post ea verba: ita GA ad BC, habebantur hac in priori editione: Ipsi autem GA addatur GH, auferatur autem AI, qua quidem velut supervacua à nobis omiſſa sunt. Ibid. lin. 13. hac inseruimus: inter partes interiores; sicut etiam: erunt continuè proportionales.*

Pag. 245. lin. 27. *hac verba, excedit duos rectos angulus BAC ita immutavimus: excedunt duo recti angulum BAC.*

Pag. 247. lin. 11. *pro secunda posuimus: prima. Ibid. lin. 41. in locum adgregato subrogavimus: quadrato è tertiâ ad.*

Pag. 248. *linea prima, pro secundæ & tertiæ posuimus: è tribus; quemadmodum etiam lin. 3. pro: secundæ & primæ. Ibid. lin. 47. pro EAC, & tamen minor sit recto necesse est. Igitur uterque angulus legendum duximus: BAC vel BCA, & minor sit recto necesse est. Igitur uterque angulorum.*

Pag. 249. lin. 32. *pro quadratum ex BH scripsimus: quadrati ex AB. Ibid. lin. 39. pro sic bes statuimus sic triens.*

Pag. 250. lin. 4. *pro secundi posuimus: primi. Ibid. lin. 9. post anguli BAC hac inseruimus: & major sit recto necesse est. Eadem linea, pro Ideo est exterior ipsorum qui sunt ad basin angulorum, & consequenter major recto scripsimus: Ideo est quilibet ipsorum BAC, BCA qui sunt ad basin angulorum consequenter major triente recti. Ibid. lin. 35 in locum qui sunt ad basin videlicet DCE vel DEC supposuimus: quem anguli ad basin*

DCE vel DEC relinquunt è duobus rectis. Denique linea 49. pro quadratum ex BH legendum censuimus: quadrati ex AB.

Pag. 252. linea 50. pro IA in AB bis posuimus: IA in AB. Scholium denique quod ibidem subjunximus, vir clarissimus D. Diodati Parisius huc misit; quod ait sibi ex Italia ab autore missum fuisse, qui ut nomen suum exprimi minus curaveris, neque nos pro merita laude illum celebrare possumus.

A Pag. 254. hac verba propositionis 21 illustranda duximus.

Ideo est ut DB ad AB, ita quod fit sub DA, AB ad quadratum ex DC. Nam cum ex hypothesis (ut dictum est) BD fit ad DA, ut quadratum ex AB ad quadratum ex DC: ^a erit quoque per divisionem rationis contrariam DB ad BA, ut quadratum ex AB ad id quod fit sub DA, AB bis, plus quadrato ex AD. Vt autem DB ad BA, ^b ita est assumpta communi altitudine BA, id quod fit sub DB, BA ad quadratum ex BA. Erit itaque ut id quod fit sub DB, BA ad quadratum ex BA, ita quadratum ex AB ad id quod fit bis sub DA, AB, plus eo quod ex AD quadrato. ^c Et ut una antecedentium ad unam consequentium, ita omnes antecedentes ad omnes consequentes igitur ut id quod fit sub DB, BA ad quadratum ex BA sive ^b ut DB ad BA, ita id quod fit sub DB, BA plus quadrato ex AB, hoc est, ^d id quod sub DA, AB continetur ad quadratum ex BA unà cum eo, quod bis sub DA, AB continetur, plus quadrato ex AD, sive ad ^c quadratum ex DC.

^a Vide Clavium ad 17. Quinti Elem.
^b Sexti Elem.
^c 12 Quinti Elem.

^d 3 Secundi Elem.
^e 4 Secundi Elem.

B

Et consequenter est DF ad AB seu DE, licet DA ad DC. Quoniam enim est ut DF ad DC, sicut id quod fit sub DA, AB ad quadratum ex DC: ^b erit quoque assumpta communi altitudine DC, ut id quod fit sub DF, DC ad quadratum ex DC, ita id quod fit sub DA, AB ad quadratum ex DC. ^e Aequale igitur hinc est id quod fit sub DF, DC ei quod fit sub DA, AB; & consequenter DF ad AB seu DE, sicut DA ad DC.

^f 9 Quinti Elem.

Pag. 256. lin. 27. pro plus Z quadrato 2 in A posuimus: minus Z quadrato 2 in A. Ibid. lin. 31. pro tripla base illius trianguli & crure scripsimus: base illius trianguli & triente cruris.

IN PSEUDO-MESOLABVM

ET

ADIUNCTA CAPITVLA.

Pag. 263. lin. 26. pro ad subtensam duplo anguli dupli legendum censui: ad subtensam duplo complementi anguli sectionis.

Pag. 271. lin. 30. pro differentia extremarum posui: differentia mediarum; linea autem sequenti hac verba habebantur: Et ita fiet, qua supervacanea iudicavi, ac idcirco omisi.

Pag. 272. lin. 5. pro Quare fit GH \surd 13 scripsi: Quare fit dupla GH \surd 13. Ibid. lin. 26. hac verba inter BE, EC inserui.

Pag. 278. lin. penult. addidi hac verba: vel æqualis.

Pag. 279. lin. 10. pro Eadem IE major est FK posui: minor est.

Pag. 282. lin. 30. hac duo verba unde ipsa inserui.

Pag. 283. lin. prima addidi: Quod fieri non potest, cum ea &c. usque ad Caput XII.

IN THEOREMATA ΚΑΘΟΛΙΚΩΤΕΡΑ ΑΔ ΑΝΓΥΛΑΡΕΣ ΣΕΚΤΙΟΝΕΣ,

Pag. 289. lin. 27. omisum erat verbum: cubo, quod itaque ibidem inseruimus. Addidimus præterea eadem pagina tres regulas, qua ultimam præcedunt: Item ut Zqc. &c.

Pag. 293. lin. 12. pro hisce verbis in punctis Υ , α , β , γ , δ , ϵ , & ad angulos rectos posuimus: in punctis Υ , β , δ & ad angulos rectos, tum & ipsas GN, HM, IL in punctis α , γ , ϵ . Ibidem linea antepenultima & penultima hac inseruimus differentiam ipsarum AC, CD.

Pag. 294. linea prima ante verba: Eodem modo hac deleuimus: differentiam ipsarum AC, CD. Quod erat demonstrandum.

Pag. 302. lin. 5. pro æquale quintæ parti posuimus: duplæ quintæ parti. Ibidem lin. 8. pro æquale erit circumferentiæ posuimus: æquale erit bis circumferentiæ. Paulò autem post linea 10 pro integræ circulationi posuimus tantum: Circulationi.

Pag. 303. lin. 20. pro quinto posuimus: sexto.

IN

I N R E S P O N S V M

A D

A D R I A N I R O M A N I P R O B L E M A.

P Ag. 317. lin. 2. *interferuimus verbum: rectangula. Ibidem linea 14 & 15. pro minus tertia quindecies, plus prima posuimus: plus tertia quindecies, minus prima. Eadem porro linea pro plus secunda vicies scripsimus: plus secunda sexies. Linea denique 42. pro minus tertia vicies posuimus: minus tertia sedecies.*

Pag. 318. lin. 28. *post bases addidimus ac perpendiculara. Ibidem linea 40. pro minus tertia vicies posuimus: minus tertia sedecies. Denuò initio linea 42. post secunda adjunximus: novies.*

Pag. 323. lin. 38. *addidimus verbum: toto.*

I N A P O L L O N I V M G A L L V M.

Hic ferè nihil occurrit advertendum, nisi quod pag. 337. lin. 21. *pro intus posuerim: extra; pagina autem sequenti, linea qua pracedit antepenultimam, in locum Ludovici legendum arbitror Ludolphi nimirum à Collen, qui Adri. Romano admodum familiaris fuit, atque harum artium vinculo intimè conjunctus. Sicuti etiam ex ipsius auctoris verbis conicere licet, quandoquidem eum subtilem admodum & peritum Logistam appellat, quem & sibi amicissimum cupit.*

In appendicula autem prima, seu pag. 340. lin. 5. pro majus statuimus: non minus.

Pag. 341. lin. 24. *pro ambæ videlicet semidiametri scripsimus: utraque videlicet semidiameter. Ibidem linea antepenultima pro erit igitur trianguli A G C altitudo data C F æqualis posuimus: erit igitur ipsa trianguli A G C altitudo ac datæ C F æqualis.*

In appendicula vero secunda, seu pag. lin. 37. pro segmenti à normalibus ex signis B, C demissis intercepti ponendum censuimus: segmentorum à normalibus ex signis B, C, D demissis interceptorum.

I N O C T A V V M L I B R V M V A R I O R V M D E R E B V S
M A T H E M A T I C I S R E S P O N S O R V M.

P Ag. 357. lin. 40. *pro segmentum igitur XZ posuimus: segmentum igitur B X C Z quater.*

Pag. 363. lin. 49. *omissa erat vox: angulum, quam præterea supplevimus.*

Pag. 364. lin. 27. *in locum verborum: Et quoniam angulus BZM duplus est anguli B A M, subrogavimus hac: Et quoniam anguli B Z M duplus est angulus B A M.*

Pag. 365. lin. 15. *pro secabit balin in Y posuimus: secabit AX in Y,*

Pag. 367. lin. 2. *pro est æqualis scripsimus: est igitur ipsi æqualis.*

Pag. 368. *in fine linea 41 addidimus verbum: duplam.*

Pag. 369. lin. 9. *hæc verba & maxime interferuimus. Ibid. lin. 22. loco primam scripsimus: secundam.*

Pag. 370. lin. 35. *pro ad minima posuimus: ad maximam.*

Pag. 371. lin. 31. *in locum: & maxima, substituiimus: & composita ex omnibus.*

Pag. 378. *in linea qua pracedit antepenultimam post Angularium Sectionum adjecimus: Zetertico Theorematis quarti.*

Pag. 380. lin. 2. *hæc interferuimus: angulum verò ad A trientem recti. Ibid. lin. 22. pro ipsi M N posuimus: compositæ ex L K, K F. Rursus linea 38. post sectionum addidimus: Zetertico Theorematis quarti. Ac denique linea 46. pro Itaque cum M N id est Q X scripsimus: Itaque cum Q X.*

Pag. 381. lin. 3. *pro & tripla A C posuimus: & A C; linea vero sequenti pro ad duplum ex A C scripsimus: ad duplum ex A C quadratum.*

Pag. 384. lin. 3. *interferuimus vocem bifariam.*

Pag. 385. *linea antepenultima hæc habebantur: Spacio igitur illi D B E tantundem detrahie triangulum mistilineum G C E, quantum addit C F D, & sunt æqualia illa triangula mistilinea G C E, C F D. Est autem F B C sector dimidius totius sectoris F B G id est spacij mixtilinei D B E. in quibus cum videatur tautologia latere, ea sic immutavimus: Quare si ab his æqualibus commune utrinque auferatur spacium mistilineum B D C G, relinquetur triangulum mistilineum C D F triangulo mistilineo G C E æquale.*

Pag.

- Pag. 386. lin. 11. *supplevimus verbum: dupla, quod deerat in priori editione.*
 Pag. 387. lin. 16. *pro ductos posuimus: rectos. Ibid. lin. 39. interserimus vocem: inæqualibus.*
 Pag. 389. lin. 2. *pro Neque enim tam proxima recta ipsi CI designabitur X posuimus: Neque enim X tam proxima ipsi CI designabitur.*
 Pag. 391. lin. 47. *pro inscriptis posuimus: circumscriptis.*
 Pag. 393. lin. 36. *post æqualis dimidiæ CE, hac verba ut supervacanea prætermisimus: Itaque quadratum ex FA est dimidium quadrati ex BA.*
 Pag. 396. lin. 5. *pro subduplæ scripsimus: subquadruplæ. Ibid. lin. 39. pro æqualis peripheriæ, quam absunit latus enneagoni circulo inscripti, dimidiæ posuimus: æqualis quadranti peripheriæ, quam absunit latus decagoni circulo inscripti. Rursus linea 43. in locum: semidiameter, substituiimus: diameter.*
 Pag. 397. lin. 35. *in locum: ita composita ex omnibus, surrogavimus: ita differentia composita ex omnibus & minimæ.*
 Pag. 401. *linea antepenultima & ultima, pro ad sinum ponendum censui: ad profinum.*
 Pag. 404. lin. 39. *pro ita sinus complementi lateris scripsi: ita sinus lateris. Ibid. lin. 43. pro ad profinum anguli legendum duxi ad profinum complementi anguli.*
 Pag. 410. lin. 8. & pag. 411. lin. 31. *Hac verba supplevimus: Trianguli cujuscumque spherici.*
 Pag. 433. lin. 6. *pro ut peracto quadriennij Ægyptiaci, qui dierum est 365, circuitu, dies unus intercalaretur scripsimus: ut peracto quadriennij Ægyptiaci circuitu, qui dierum est quater 365, dies unus intercalaretur.*

IN MVNIMEN ADVERSVS NOVA CYCLOMETRICA,
 S E V
 ANTIHELEKTΣ.

- Pag. 440. lin. 22. *interserimus vocem: circulo ve.*
 Pag. 441. lin. 24. *pro diametri scripsimus: semidiametri. Ibid. lin. antepenult. pro basis posuimus: basis.*
 Pag. 444. *circa finem, hac verba habebantur: Constructio quadrilateri quod sit in circulo & Mechanica ratio inscribendi æquilatera Polygona quæcunque opportuniore emendabitur loco post propositam Pseudo-mesolabi ut Pseudo-mesolabi fabricam, qua tanquam supervacanea omisimus.*
 Atque hac quidem serè sunt, qua inter imprimendum annotare nobis contigit, quorumque Lectorem advertere opera pretium duximus: quem rogo ut studium hoc nostrum qualecunque æquibonig; consulat.

Errata quædam animadverta.

- Pag. 3. lin. 47. *Plano lege plano-planò.*
 Pag. 4. sub 14. *Quæst. 2 | 9. Zetetic. 4. omissa est lin. 44. 7. Quæst. 5 | 10. Zetetic. 4.*
 Pag. 13. lin. antepenult. *in finitum lege infinitum.*
 Pag. 14. 15, 16. *corrigitur superinscriptio.*
 Pag. 14. lin. antepenult. *proportionalis lege proportionalia.*
 Pag. 23. *qua inter lineas 12 & 41 continentur, ut & pag. 38. inter lineas 12 & 23. & inter lin. 36 & 46, tum inter lin. 49 & lin. 10. pagina sequentis, sicuti etiam ibidem inter lin. 24 & lin. 28. ac denique pag. 40. inter lin. 38 & lin. 47, alio charactere exprimenda fuissent, quandoquidem eorum sunt, qua I. de Beaugrand adjunxit.*
 Pag. 27. *omissum est signum negationis —, ante A in B quad. 3.*
 Pag. 45. lin. 22. *E 100 lege E 150.*
 Pag. 55. lin. 3. *Et omnibus per 3 divisio lege Et omnibus per B 3 divisio.*
 Pag. 70. lin. 9. *adjectum lege adjecto.*
 Pag. 75. lin. 13.
$$\frac{D \text{ in } B \text{ cubum } 2}{B \text{ cubo}} - \frac{D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}} \text{ lege } \frac{D \text{ in } B \text{ cubum } 2 + D \text{ cubo}}{B \text{ cubo}} - \frac{D \text{ cubo}}{D \text{ cubo}}$$

 Pag. 81. lin. 3. $D \frac{2}{1} \text{ lege } D \frac{1}{2}$
 Pag. 108. lin. penult. *Geometrica lege Geometria.*
 Pag. 111. lin. 3. *Cap. XV. lege Cap. XVIII.*
 Pag. 338. *circa finem Ludovici lege Ludolphi.*
 Pag. 341. lin. 24. *uterque lege utraque.*
 Pag. 388. lin. 35. *FF lege FE.*
 Pag. 431. *in Canonici analogiæ trianguli spherici obliquanguli, ubi ex cruribus & angulo verticis invenitur angulus ad basin, error commissus est in Symbolis angulorum A, B, D, & peripheriarum B D, A D, A B qui quidem non ut complementa, sed ut anguli ipsi & ipsa peripheria notanda sunt: quocirca negligatur ibidem eandem notarum radiatio.*

F I N I S.



