GEOMETRIA PRACTICA EVCLIDIS

PROBLEMATA CONTINENS.

AVTHORE

A. R. P. IOSEPHO ZARAGOZA,
ê Societate IESV. Propositionum Fidei Censore, olim in Collegijs Balearico, Barcinonense, & Valentino Scholasticæ Theologiæ, modo in Matritensi Acadæmia Imperialis Collegij Matheseos Professore Regio.

AD ILLVSTRISSIMOS DOMINOS Valentinæ Vrbis Iuratos PP.

MATRITI.

Apud Bernandum à Villa-Diego. Anno Domini M.DC.LXXII.

Cum Superiorum Licentia.

PRACTICA [illegible]

[illegible]

AVTHORE

[illegible] Societate IESV [illegible]

[illegible]

[illegible] Theolog[illegible] in Matrit[illegible]

Academia [illegible] Collegij

Matheseos Professore

Regio.

AD ILLVSTRISSIMOS DOMINOS [illegible]

MATRITI.

Apud Bernardum à Villa-Diego. Anno Domini M.DC.LXXII.

Cum Superiorum Licentia.

ILLVSTRISSIMIS DD.

NOBILLISSIMÆ VRBIS VALENTINÆ IVRATIS PATRIBVS

D. Nicandro Asſio, & Boil Generoſo Domino oppidi de Belfull, Primario Militum. D. Ignatio Perez Calvillo Civium Primario. D. D. Ioanni de Cardona Nobilium Secundo. D. Ioanni Torà. D. Ioſepho Eſcolà, D. Evariſto Barberà Civibus, Patriæ Patribus meritiſsimis. D. Gabrieli de Liñan Rationum Vrbis Præfecto. D. Ceferino Arboreda Vrbis Legato civibus, omnibus de Patria præclarê meritis, &c.

ILLVSTRISSIMI DOMINI.

GEOMETRIA Practica publici iuris facienda, vt orbi literario ſe dignior ſiſtat veſtræ Dominationis, & conſpectum, & patrocinium amat vnicê: illum vt novo induatur ſplendore, hoc vero ne mutuatos radios peregrinis vaporibus circum-ſepta fatali deliquio patiatur oppreſſos. Æquè ſpontanea, ac lætabunda ſe florentiſſimæ vrbi, literarum emporio, Nobilitatis centro, Illuſtrium virorum fœcundæ matri, benigno in terris cœlo, priori inquam Romæ, Valentiæ modo, ſaeranda currit. Sponte, ſcilicêt, quia ibi nata, & enutrita adolevit: & iam virilis, ætate ſaltem, patrios exquirit lares, ſperans ſe benignè excipiendam fore adultam, quibus recens nata forte non diſplicuit; Valentiæ educatus Philoſophiæ incubui, & Magni Platonis conſilium ſectatus, ibi ſimul prima Geometriæ ſtipendia merui vbi Matheſeos prima tyrocinia poſui. Quantum literarij mei labores nobilitati Valentinæ debeant explicare vix potero, licêt Iſocraticum myrothecium totum effundam: & cum gratitudinem meam maiori obſequio nequeam profiteri, hoc qualecumque munus in gratitudinis ſpecimen VV. DD. ſponte conſecratum volui; nulla enim illuſtrior demonſtratio grati animi occurrit, qua floreutiſsimæ Reipublicæ me devinctum profitear, quàm veneratione

ſin-

ſingulorum in capite, filiorum in Patre. Cum ergo Reipublicæ Valentini Patres ſint VV. DD. conſtituti, non tam forte fortuita, quàm Dei beneficio, & providentia ſingulari: vobis vltro Geometricum hoc opus conſecro, vt qui tanti corporis vaſtitatem, capitis inſtar, altiſsima providentia regitis, omnibus meum erga Valentinos animum teſtatum eſſe patiamini. Accedit hiſce non contemnenda ratio, proportio nempê operis cum veſtro munere. Tota enim hæc Geometria Practica eſt, quæ operoſæ ſpeculationis colligit fructus, & quidem iucundiſsimos: inquo occulatiſsimam, & ſingularem veſtram Providentiam advmbratam eſſe nullus ſanæ mentis in dubium vertet. Hæc enim tota practica eſt Prudens, ſcilicêt, diſpoſitio mediorum in finem, vel vt aptius loquar executio eorum, quæ ſedula meditatione in finem deſtinatum viſa ſunt conducere. Tollite praxim, quid profundior, vel ſubtilior ſpeculatio proderit? Altitudo illa, & profunditas ſumma Divinæ Sapientiæ vno, ac ſimplici intuitu comprehendit omnia; nihilominus Divinam tollerent

Pro-

Prouidentiam, qui praxim denegaret Deo, qui conducibilium executionem tantæ menti absonam, aut vellet, aut crederet. Quam propê VV. DD. tanto exemplari accesserint (provt, scilicêt, hominibus datum est Deum æmulari.) frequentissima Vrbs, populusque Valentinus ferê innumerus testis occulatus est, quantum forte posteri vix credent, si facta ære insculpta videant. Prætereo reliqua, vnam tamen omittere nequeo pluviosam hyemem, immanes inquam imbres diluvij æmulos, qui vrbi iacturam, civibus malum vltimum minitari videbantur, ni Deus serenitatis indicem VV. DD. populo naufrago Iridem constituisset. Placidus alioquin, lenis, & amænissimus Turia, nescio quo fato insanijt, ac implacabili furia correptus, qua parte olim tantæ Vrbi dominæ blandiebatur, corruptis alvei muris, atque repagulis ferê adamantinis fractis constitutos iam diù à Valentina magnificentia limites transcendit, & fræno impatiens, iam effrænis debacchatus est; qui dum per irriguos à se spatiatur campos, æque agros induit luto, ac terrotore populum. Qua diligentia huic imminenti malo occurrerit singularis VV. DD. Providentia, testantur omnes, quotquot beneficium vestrum grato animo excepêre mirati; scilicêt, vos ut Argos speculatione, & executione Briaræos; centoculos inquam, atque centimanos, omnia prævidisse media; simul & providisse, ut imminentia mala non priùs timere posset populi multitudo, quam aversa videret. Non interrupta nubium dissolutio externam ubiq; præclusisset annonam; nisi vestra infatigabilis solicitudo rei frumentariæ, cæterorumq; que victui parabilium magnam, & super affluentem copiam advectare iugi commertio statuisset. Eadem cura fractos animo sibi metipsis restituit; labantes stitit, ac aliter perituros misere egenos, larga manu, eleemosyna pingui mature, ac provide distributa pavit, & sibi commissos filios Patriæ servavit incolumes. Alia quam plura sciens omitto digniori Panegyristæ modestia vestra correptus, ne scilicêt, dum facta sincere refero, genas vestras purpuram Tyriâ nobiliorem induere videar.

Pa-

Patriæ Patres auditis, quia PP. officio functi Civium omnium causam amore verè paterno egistis. Hæc ardens cura VV. DD. toti Posteritati Illustres, imò & immortales efficiet; vtinam vestigia tanta premant æmulatione posteri; & discant praxim hanc nobilissimam consequendæ immortalitatis; scilicêt, exemplo vestro adimere saluti propriæ, quod tribuant alienæ; perit enim fax dum lucet; VV. autem DD. dum Patriæ zelo ardent, pereundo & lucent, & perennant simul. D. O. M. obsecro, vt VV. DD. sospites, & incolumes servet in Patriæ bonum, & Valentinæ Vrbis decus immortale.

Illustrissimi Domini.

VV. DD. humillimus, & obsequentiss. in Xpo. servus,

Iosephus Zaragoçà.

GEOMETRIA PRACTICA. EVCLIDIS PROBLEMATA CONTINENS.

GEOMETRIA PRACTICA est scientia practica de quantitate continua: omnes huius propositiones Problemata sunt, quæ modum aliquid operandi præscribunt, vel edocent. Cum plures viderim vna praxi cõtentos altiorem, & senticosam Geometriæ speculationem, vt immane monstrum horrere, operæ prætium duxi hanc partem seorsum tradere, vt qui praxi delectantur, problemata omnia hic in vnum collecta executioni mandare facillime possint, procœmialibus ſcilicêt prius rite intellectis, quæ parti etiam huic præponere debentne, terminorum ſaltem cognitione deſtitui videantur.

Practicæ ſtudioſum hic monitum velim, ne conſtructiones demonſtrationibus ediſcendis inſudet, ſed ijs valere iuſis, quas theorematum inſcius nunquam percipiet, vna conſtructione peracta, & altê memoriæ inſculpta ad aliam lentê feſtinet.

Claritatis gratia tractatum iſtum ad octo problemata, vel aptiùs ad 8. problematum ſpecies contractum damus.

Problematum ſpecies.

Prob. 1. *De rectis angularibus, & parallelis.*
Prob. 2. *De diviſione, & proportione rectarum.*
Prob. 3. *De triangulis, & parallelogrammis.*
Prob. 4. *De circulo.*
Prob. 5. *De figuris inſcriptis, & circumpſcriptis.*
Prob. 6. *De proportione, ſumma, diferentia, & transformatione figurarum.*
Prob. 7. *De ſuperficiebus, & ſolidis.*
Prob. 8. *De Problematis nondum ſolutis.*

PRO-

PROBLEMA I.

De rectis angularibus, & parallelis.

1 *PEr punctum datum in recta alteram ducere, quæ datæ rectæ æqulais sit, vel angulum dato angulo æqualem efficiat.*

2 *Rectam ex angulo ducere, quæ illum bifariam dividat.*

3 *Invenire anguli dati valorem, vel angulum quorumlibet graduum efficere.*

4 *Rectam ducere alteri rectæ datæ parallelam, vel per datum punctum, vel data utriusque distantia.*

5 *Per punctum extra rectam datum aliam rectam ducere, quæ cum prima efficiat angulum dato angulo æqualem.*

6 *Per punctum datum in recta, vel extra ipsam, ducere aliam rectam illi perpendicularem: & rectam bifariam dividere.*

7 *Instrumentum pro angulis rectis parare.*

Videatur de angulis *probl*.4.*pr*.2.& 6.

PRAXIS 1.

Sit data recta AB. & punctum A. in ipsa, desideratur recta AC. æqualis alteri datæ DE. *Constructio*. Ducatur quævis AC. & sumpta circino distantia DE. transferatur ex A. in C. eritque AC. æqualis datæ DE. *Demonstr.* quoniam AC. & DE. eidem circini aperturæ æquales sunt, etiam interse æquales erunt ex (3. P.)

Data iterum recta AB. & in ea punctum A. quæritur recta AC. ut angulus CAB. sit æqualis angulo dato FDE.

Constr. posito circino in D. fiat qualibet apertura arcus FE. & eodem intervallo posita cuspide circini in A. fiat arcus BC. sumatur postea circino distantia FE. & transferatur in arcum BC. nempè ex B. in C. & per puncta A. & C. ducatur recta CA. Dico angulum CAB. esse æqualem angulo FDE.

Demonstr. Quoniam arcus CB. FE. sunt æquales: ergo cum sint æquales angulorum mensuræ, erunt anguli CAB. & FDE. æquales ex (10. P.

PRAXIS 2.

Esto datus angulus BAC. quæritur recta AD. quæ efficiat angulos BAD. CAD. æquales.

Constr. posita circini cuspide in A. fiat quolibet intervallo arcus BC. & eadem circini

cini apertura ex B. & C. fiant duo arcus ſe interſecantes in D. & per A. & D. ducatur recta DA. & erunt anguli BAD. & DAC. æquales, nempê BAC. erit biſariam diviſus.

Demonſtr. Ductis BD. CD. erunt duo triangula ABD. ACD. & latus AB. æquale AC. & BD. æquale CD. ex *conſtr.* & AD. latus commune: ergo reliqùa omnia erunt æqualia (4. l. 1.) ſcilicêt angulus BAD. æqualis CAD. &c.

PRAXIS 3.

Ad determinandum valorem angulorum, præparandus eſt ſemicirculus ex lamina argentea, cuprea, cornea, vel cartacea in 180. *gr.* diviſus, vt COB. ſit ergò angulus datus BAD. poſito ſemicirculi centro in angulari puncto A. & ſemidiametro ſupra rectam AB. ſi recta AD. ſecat 60. *gr.* erit angulus DAB. 60. *graduum.* Quod ſi recta AF. ſecat 120. *gr.* ex B. in F. erit angulus FAB. 120. *gr.* &c. Ad efformandum verò angulum BAD. 60. *graduum* poſito ſemicirculo, vt antea in puncto A. numerabis ex B. in D. 60. *gr.* & ductà AD. erit angulus DAB. 60. *graduum.*

duum. Instrumentum est sanê Practicis præcipuê militaribus vtilissimum.

PRAXIS 4.

Data sit recta AB. & punctum C. extra ipsam, per quod ducenda est CE. quæ datæ AB. sit parallela.

Constr. Ex dato puncto C. ducatur quælibet recta CB. secans vt cumque datam AB. in B. ex quo fiat quivis arcus AH. & posito circino in C. fiat eodem intervallo oppositus arcus DE. & assumpta circino distantia AH. transferatur in arcum DE. ex D. in E. Tandem per puncta C. & E. ducatur recta CE. quæ parallela erit datæ AB.

Demonstr. Quoniam arcus AH. DE. sunt ex constr. æquales, etiam anguli ABC. ECB. erunt æquales (10. P.) ergo quia sunt alterni æquales, erunt rectæ AB. CE. parallelæ.

Data iterum recta AB. quæritur recta GF. ipsi AB. parallela, vt distantia vtriusque æqualis sit datæ rectæ XZ.

Constr. Sumatur circino distantia XZ. & posita cuspide in quovis puncto A. rectæ AB. describatur arcus G. & ex alio puncto B.

fiat

fiat arcus F. eodem intervallo: applica deinde regulam, quæ tangant arcus, & ducta GF. erit parallela datæ AB. Quò magis assumpta puncta A. & B. distabunt, eò constructio erit exactior.

Demonst. Cum distantiæ AG. BF. æquales sint ipsi XZ. etiam interse sunt æquales (3. P.) ergo AB. & GF. sunt parallelæ æquidistantes, & earum distantia est data XZ.

PRAXIS 5.

Data recta BA. & extra ipsam puncto D. quæritur recta DA. faciens angulum DAB. æqualem dato G.

Constr. In recta BA. sumatur quodvis punctum C. ibique fiat angulus BCE. dato G. æqualis ex (*p*. 1.) deinde per datum punctum D. ducantur recta DA. parallela huic EC. (ex *p*. 4.) eritque angulus DAB. æqualis dato G.

D*emonstr.* Cum EC. & DA. sint parallelæ ex *constr.* recta BA. ingrediens in ipsas efficit angulos C. & A. æquales (13. P.) ergo cum C. factus sit æqualis G. etiam A. erit æqualis ipsi angulo G. (ex 3. P.)

Pra-

PRAXIS 6.

In recta AB. datum est punctum C. per quod ducenda sit CE. ipsi BA. perpendicularis.

Constr. Posita circini cuspide in C. sumantur hinc inde æqualia intervalla CB. CA. Deinde quovis intervallo maiori, fiant ex B. & A. duo arcus se intersecantes in E. atque ducta EC. perpendicularis erit datæ BA. in puncto C.

Demonstr. Ductis BE. AE. fiunt duo triãgula BCE. ACE. quorum latera CB. BA. tum BE. AE. sunt æqualia ex *constr.* & latus CE. commune: ergo reliqua omnia sunt æqualia (ex 4. l. 1.) nempê anguli BCE. ECA. æquales sunt, & recti, ac proinde EC. perpendidularis (ex 11. P.)

Data sit recta BA. & extra ipsam punctum D. quæritur DCG. ipsi BA. perpendicularis.

Constr. Ponatur circinus in D. & quovis intervallo fiat arcus BGA. secans rectam BA. in duobus punctis B. & A. ex quibus quolibet intervallo fiant duo arcus se intersecantes in G. si ergo ducatur DG. erit per-

perpendicularis datæ BA.

Demonstr. Ductis BD. & DA. recta DG. bisecat angulum BDA. (ex p. 4.) ergo cum triangulum BDA. sit Isoceles, recta DG. quæ bisecat angulum, basi BA. erit perpendicularis (ex 5. l. 1.

Data recta BA. bifariam sit dividenda.

Constr. Sumatur quodvis intervallum maius dimidia rectà, & posito circino in extremo B. fiant supra, & infra duo arcus E. & G. deinde eàdem distantià fiant ex alio extremo A. duo alij arcus, qui secent priores in E. & G. ducta verò EG. bifariam dividet rectam AB.

Demonstr. Ductis BE. EA. est triangulum BEA. isoceles: ergo cum EC. bifariam dividat angulum BEA. (ex p. 2.) bifariam etiam dividet basim BA. (ex 5. l. 1.)

Data sit BA. & punctum B. in eius extremo, quæritur BF. ipsi BA. perpendicularis.

Constr. Posito circino in B. extendatur altera cuspis ad quodlibet punctum D. extra rectam BA. & ex puncto D. eodem intervallo describatur circulus FBA. & ex puncto A. vbi circulus secat rectam ducatur ADF. secans

cans circulum in E. & iuncta FB. erit perpendicularis ipsi BA.

Demonstr. Cum recta ADF. sit diameter circuli erit arcus FBA. semicirculus: ergo angulus FBA. in semicirculo erit rectus (31. l. 3.) ergo FB. perpendicularis ipsi BA.

Data sit BA. & punctum F. extra ipsam correspondens illius extremo; ducenda est FB. quæ perpendicularis sit datæ AB.

Constr. Ex puncto F. ducatur quælibet recta FA. secans datam BA. divisa FA. bifariam in D. fiat ex D. circulus ABF. secans rectã AB. in B. iuncta ergo FB. erit ipsi BA. perpendicularis.

Demonstr. Cum ADF. sit diameter est FBA. semicirculus: ergo angulus FBA. in semicirculo est rectus, & FB. perpendicularis datæ BA. (31. l. 3.)

PRAXIS 7.

Instrumentum pro angulis rectis commodius est norma ex lamina argentea cuprea, vel ex qualibet alia materia solida interius, & exterius habens angulum rectum, ut ABC. Si enim applicetur latus AB. datæ lineæ rectæ, latus normæ CB. efficiet cum data recta angugulum rectum, & ducta linea CB. erit ipsi AB. perpendicularis. Idem omnino est de angulo interiori qui praxi vtilissimum est.

PROBLEMA II.

De divisione, & proportione rectarum.

1 *Datam rectam in quaslibet partes æquales dividere.*

2 *Regula pro æquali divisione.*

3 *Dividere rectam in partes similes, in quas altera data divisa est.*

4 *Datæ rectæ aliam addere, vt data media sit inter additam, & compositam ex vtraque.*

Tum datam rectam media, & extrema ratione dividere.

Consect. *Data media, & differentia extremarum tres continuè proportionales distinguere.*

5 *Datis duabus rectis mediam inter ipsas proportionalem invenire.*

6 *Datis duabus rectis tertiam ipsis proportionalem invenire.*

7 *Datis tribus rectis quartam proportionalem invenire.*

PRAXIS I.

Data recta AB. dividenda est in quinque, vel plures partes æquales.

Constr. Fiat AC. infinita perpendicularis ipsi AB. (1. *p.*6.) & similiter BD. in altero extremo. Sumantur præterea in AC. quæcũque quinque partes æquales, & easdem in BD. ductis ergo parallelis CDOH. &c. iungatur CB. & erit OZ. quinta pars rectæ AB. qua dividetur hæc quintifariam.

Demonstr. Cum OZ. & AB. sint parallelæ, vt CO. est quinta pars rectæ CA. ita OZ. erit quinta pars rectæ AB. (2. l. 6.) similiter quælibet recta ducta CB. erit quintifariam divisa, nempê CZ. erit quinta pars rectæ CB. &c.

PRAXIS 2.

Regula pro qualibet divisione æquali.

Constr. Sumatur regula ex aurichalco, ebore, vel buxo quæ dividatur in 100. vel 1000. partes æquales arte praxis antecedentis, qualem repræsentat AB. Iam si ex recta MN. assumendæ fuerint 60. partes ex 100. in quas consideratur divisa. ducatur CD. æqualis regulæ AB. & ex puncto C. describatur

ar-

arcus DE. & fiat recta DE. æqualis datæ MN. & iungatur CE. Sumantur præterea ex regula AB.60. partes, & posito circino in C. describatur eo intervallo arcus FG. & ducta recta FG. continebit 60. partes ipsius MN.

Demonstr. Cum FG. DE. sint parallelæ, sicut CF. continet 60. partes rectæ CD. vel AB. ita FG. continebit 60. partes rectæ DE. quæ est MN. (2.l.6.) Hæc regula pantometræ, vel circini proportionis munere fungi potest.

PRAXIS 3.

Data linea AB. dividenda sit, in partes similes, quibus CD. est divisa in F. G.

Constr. Ducatur CE. æqualis datæ AB. efficiens quemlibet angulum ECD. coniungatur ED. cui fiant parallelæ GO. & FH. (1.*p*. 4.) eritque CE. vel AB. divisa in H. & O. vt CD. in F. & G.

Demonstr. Cum sint parallelæ ED. OG. HF. est recta CE. quæ est AB. divisa, vt CD. nempè in partes similes (2.l.6.)

PRAXIS 4.

Datæ rectæ AC. vel DG. addenda sit alia GB.

GB. vt composita DB. diuisa maneat media, & extrema ratione: scilicèt vt sint continuæ BG. GD. DB.

Constr. Ducatur AB. ipsi AC. æqualis, & perpendicularis ipsi AC. atque diuisa AC. bifariam in F. (1. *p.* 6.) describatur circulus AGCD. radio EA. deinde ex puncto B. per centrum E. ducatur BED. atque erunt tres continuæ BG. GD. DB. vel erit BD. mediâ, & extremâ ratione diuisa.

Demonstr. Cum AB. sit perpendicularis diametro AC. & BA. tangens (7. l. 3.) ergo est medio loco proportionalis inter secantem BD. & exterius segmentum BG. (6. l. 6.) ergo cum AB. sit æqualis AC. vel DG. ex *constr.* erit DG. media inter BG. & BD. nempe vt BG. ad GD. ita GD. ad BD.

Data recta AB. diuidenda sit proportionaliter, vel media, & extrema ratione in F.

Constr. Ducatur AC. perpendicularis, & æqualis AB. & descripto circulo ducatur BED. vt antea: tandem radio BG. fiat arcus GF. eritque AB. proportionaliter diuisa in F.

Demonstr. Est AF. diferentia inter BF. quæ

est

est BG. & BA. tum BG. est diferentia inter DG. & DB. ergo cum sint tres continuæ BG. BA. BD. (6. l. 6.) erunt diferentiæ in eadem ratione: nempe AF. ad BG. vt BG. ad BA. (4. l. 5.) ergo cum BG. quæ est BF. media sit inter AF. & BA. est AB. proportionaliter divisa in F.

Consect. Ex tribus proportionalibus data media AB. & diferentia extremarum AC. inveniẽdæ sunt extremæ BG. BD.

Constr. Diferentia AC. fiat perpendicularis termino A. mediæ AB. & divisa AC. bifariam in E, radio EA, describatur circulus: tandem per E, ex alio termino mediæ B, ducatur BED, erunt tres continuæ BG. BA, BD. & diferentia extremarum est DG, vel AC.

Demonstr. Quia BA, & tangens (7. l. 3.) media erit inter secantem BD, & exterius segmentum BG, (6. l. 6.) ergo sunt continuæ BG, BA. BD.

PRAXIS 5.

Invenire mediam proportionalem inter datas extremas AB. EF.

Constr. Continuetur AB. vt BC. æqualis ſit ipſi EF. & compoſitâ AC. bifariam diviſâ in O. radio OA. deſcribatur ſemicirculus ADC. & erecta perpendicularis BD. erit media inter AB. & BC. vel EF.

Demonſtr. Cum DB. ſit diametro AC. perpendicularis, media eſt inter diametri ſegmenta AB. BC. (6.l.6.)

Aliter mediam invenire. Datæ ſint AC. & EF, ſupra maiorem AC. fiat ſemicirculus, & ſumatur CB. æqualis EF. ductâ BD. perpendiculari, ſi iungatur CD. erit media inter AC. & CB. vel EF.

Demonſtr. Ducatur AD. & angulus ADC. in ſemicirculo erit rectus (3.l.3.) ergo cum BD. ſit perpendiculum ex angulo recto, erit latus CD, medium inter baſim AC, & ſegmentum conterminum CB, (3.l.6.)

PRAXIS 6.

Ex tribus proportionalibus data minori, & media invenire maiorem.

Conſtr. Sit minor BC. & media BA. ex centro B. fiat arcus CF. & AO. erigatur ipſi BA. perpendicularis, & quovis intervallo AO. ex O. deſcribatur circulus ſecans arcum

CF.

CF. in F. Ducta BE, per B, & F. erit tertia proportionalis quæsita.

Data maiori BD. & media BA. invenire minorem. Ex B. fiat arcus DE. & ex quolibet puncto O. rectæ AO. describatur circulus secans arcum DE. in E. & ducta BE. erit BF. tertia proportionalis minor.

Demonstratio vtriusque. Quia BA. perpendicularis est radio OA. tangit circulum (7. l. 3.) ergo tangens BA. media est interfecantem BE. & exterius segmentum BF. (*6.l.6.*)

Alia constructio vtriusque. Data media HM. cū minore HG. vel cum maiori HN. efficiat quemlibet angulum H. ducta MG. si data est minor HG. ducatur MN. faciens angulum HMN. æqualem MGN. & MN. secat tertiā quæsitam HN. Si autem data sit maior HN. ducatur MG. faciens angulum HMG. æqualem opposito N. & secabit tertiam quæsitam HG.

Demonstr. Cum enim recta MG. efficiat angulum HMG. opposito N. æqualem, est latus HM. medium inter basim HN. & segmentum conterminum HG. (3. l. 6.)

PRAXIS 7.

Datis tribus rectis BC. BA. BE. quartam proportionalem invenire BD.

Constr. Coniungantur tres datæ in communi puncto B. quolibet angulo: ductà CE. fiat ipsi parallela AD. & erit BD. quarta quæsita.

Demonstr. Cum AD. sit basi CE. parallela, secat proportionaliter latera, vt BC. ad BA. ita BE. ad BD. (2. l. 6.) vel invertendo, vt BA. ad BC. ita BD. ad BE. &c.

PROBLEMA III.

De triangulis, & parallelogrammis.

1 *Triangulum æquilaterum facere ex recta.*

2 *Triangulum Isosceles ex duabus rectis formare.*

3 *Triangulum Isosceles efficere, vt quivis angulorum supra basim, sit duplus anguli verticalis; vel etiam tertia illius pars.*

4 *Triangulum rectangulum ex 2. rectis efficere.*

5 *Triangulum scalenum ex 3. rectis aptis efficere.*

6 Pa-

6 *Parallelogrammum ex datis lateribus, & angulo efformare.*

7 *Supra rectam efficere rectilineum dato simile.*

PRAXIS 1.

Supra datam AB. faciendum est triangulum æquilaterum ABC.

Constr. Sumptà circino distantia AB. fiant ex A. & B. duo arcus se intersecantes in C. ductis CA. CB. erit ACB. æquilaterum.

Demonstr. BC. est radius æqualis BA. & AC. radius æqualis eidem AB. ergo etiam BC. AC. inter se æquales erunt (3. P.)

PRAXIS 2.

Triangulum Isosceles efficere, ex dato latere AB. & basi DE.

Constr. Ex termino A. lateris describatur arcus BC. radio AB. & sumptà circino distantia ED. transferatur ex B. in C. ductisque BC. AC. erit Triangulum ABC. Isosceles.

Demonstr. Quoniam AB. AC. radij sunt æquales: & GC. æqualis DE. ergo, &c.

PRAXIS 3.

Triangulum Iſoſceles FBD. efficere, vt quivis angulus ſupra baſim FD. duplus ſit anguli verticalis B.

Conſtr. Si data ſit recta BD. vel libère ſumpta, addatur ipſi recta DC. vt ſint continuæ CD. DB. BC. (2. *p.* 4.) ſumpta diſtantia BD. fiant ex B. & C. duo arcus ſe interſecantes in F. & ducantur BF. FD. eritque triangulum BFD. quæſitum.

Triangulum Iſoſceles efficere BFC. vt anguli ſupra baſim CB. ſint tertia pars verticalis anguli F.

Conſtr. Sumpta libere BD. addatur CD. vt antea, & cum diſtantia BD. fiant arcus ſe interſecantes in F. Triangulum CFB. erit quæſitum.

Demonſtr. vtriuſque. Quoniam in Triangulo BFC. recta FD. ſecat BD. mediam inter BC. CD. erit angulus DFC. æqualis oppoſito B. (3. l. 6.) & quia B. & C. æquales ſunt in Iſoſcele BFC. (5. l. 1.) erit etiam DFC. æqualis huic C. ergo quoniam externus FDB. æqualis eſt internis oppoſitis C. & DFC.

DEC. æqualibus (3. l. 1.) erit FDB. duplus ipsius C. vel B. ipsi C. æqualis: ergo cum in Isoscele BFD. æquales sint anguli BFD. BDF. (5. l. 1.) erit quilibet duplus anguli B. ergo si huic BFD. addatur DFC. æqualis B. vel C. erit totus BFC. triplus anguli B. & etiam anguli C. qui est ipsi B. æqualis.

PRAXIS 4.

Triangulum rectangulum efficere datis lateribus AC. DE.

Constr. Fiat CB. perpendicularis extremo rectæ AC. & æqualis datæ DE. iunctà AB. erit ACB. rectangulum.

Triangulum rectangulum efficere data basi AB. & uno latere DB.

Constr. Dividatur basis AB. in O. bifariã, & descripto semicirculo ACB. transferatur distantia DE. ex B. in C. ductis AC. CB. erit ACB. rectangulum.

Demonstr. Quia angulus ACB. in semicirculo est rectus (3, l. 3.

PRAXIS 5.

Triangulum Scalenum ex tribus rectis aptis efficere, nempe AB. C. D.

Constr.

Constr. Vt tres rectæ aptæ sint, duæ quælibet maiores esse debent reliquâ. Supra maiorem AB. sumatur AE. æqualis C. & fiat ex A. arcus EG. Deinde sumatur BF. æqualis D. fiatque ex B. arcus FG. priorem intersecans in G. & ductis AG. GB. erit AGB. triãgulum quæsitum.

Demonstr. Quoniam AB. est ipsa data, & AG. æqualis AE. vel C. tum BG. æqualis BF. vel D. ergo, &c.

PRAXIS 6.

Supra datam rectam quadratum efficere.

Constr. Sit data GH. eius extremo erigatur HM. ipsi æqualis, & perpendicularis. (1. p. 6.) deinde sumpta distantia GH. fiant duo arcus ex G. & M. se intersecantes in O. si ducantur GO. OM. erit OH. quadratum.

Demonstr. Quoniam omnia latera æqualia sunt ipsi GH. & anguli recti.

Ex data recta rhombum efficere.

Constr. Si data sit recta CH. fiat angulus H. obliquus, vel æqualis dato, vel ad libitũ. In reliquo eadem est constructio.

Rectangulum oblongum ex datis BA. BC. efficere.

Constr.

Constr. Fiat BC. perpendicularis extremo datæ AB. & æqualis alteri datæ BC. & assumpta distantia BA. fiat ex C. arcus F. & intervallo BC. fiat ex A. alius arcus secans priorem in F. si iungantur AF. FC. erit AC. rectangulum quæsitum.

Demonstr. Quoniam opposita latera AB. FC. æqualia sunt, tum BC. AF. & anguli recti ex constructione.

Rhomboidem efficere in dato angulo.

Constr. Fiat angulus ABC. æqualis dato, & sumantur BA. BE. datis æquales. Deinde ex E. cum distantia AB. fiat arcus D. & ex A. cum distantia BE. fiat alius arcus priorem secans in D. iunctisque DE. DA. erit DB. Rhomboides, &c.

PRAXIS 7.

Dato triangulo ABE. aliud simile efficere supra rectam æqualem datæ XZ.

Constr. Sumatur AC. æqualis datæ XZ. & ducatur CD. parallela BE. (1. *p.* 4.) erit ergo triangulum ACD. simile dato ABE.

Dato Trapezio ABEF. simile petitur. Sumatur AC. æqualis datæ XZ. & facta CD. ipsi BE. parallela ducatur diagonium AE. quo-

quo vsque secet rectam CD. atque ex D. fiat DH. parallela lateri EF. secans latus AF. continuatum si opus fuerit, in H. erit ergo ACDH. figura similis ABEF. Idemque est de parallelogrammis, &c.

Dato Polygono ABEFO. simile efficere. Sumatur AG. æqualis datæ XZ. & ductis diagonijs AED. AFH. fiat CD. parallela lateri BE. atque ex D. fiat DH. lateri EF. parallela: & HG. ipsi FO. & erit ACDHG. simile ABEFO. &c. eadem est in alijs polygonis consturctio.

Demonstr. omnium: Cum rectæ sint ex constructione parallelæ, omnia triangula sunt similia, & latera proportionalia (2.1.6.) ergo, & figuræ sunt similes (4.1.6.)

PROBLEMA IV.

De circulo.

1 *Circulum describere per duo, vel tria puncta. Invenire centrum, & valorem alicuius arcus, illumque bifariam dividere.*

2 *Supra datam rectam describere arcum qui datum angulum capiat, atque illum secare ex dato circulo.*

Con-

Consect. *Describere angulum dato æqualem supra datā rectam, qui datam aliam rectam, vel curvam tangat.*

3 *Arcum alteri similem secare ex circulo.*

4 *Ex dato puncto circuli dati tangentem ducere, vel circulum qui datam rectam tangat.*

5 *Ex dato puncto circulum describere, qui alium datum interius, vel exterius tangat.*

6 *Supra rectam finitam arcum describere, qui tangat aliam infinitam.*

Consect. *Supra datam rectam angulum maximum efficere, qui aliam infinitam tangat.*

7 *Ex dato puncto rectam ducere intra circulum, quæ alteri sit æqualis.*

PRAXIS.

Per data duo puncta M. S. circulum describere.

Constr. Ex punctis M. S. fiant duo arcus qualibet distantia, quæ pro radio datur, vel eligitur, se intersecantes in O. eritque centrum vnde circulus per MS. describi potest.

Per data tria puncta A. B. C. circulum describere.

Constr. Quolibet intervallo describantur ex A. & B. duo arcus se intersecantes in E. & alij duo in Q. deinde ex B. & C. fiant alij secantes se invicem in D. & F. ductis igitur rectis DFO. EQO. earum inter sectio O. erit circuli centrum, vbi posita altera circini cuspide, & altera extensa in A. vel B. vel C. describetur circulus ABCR.

Demonstr. Quoniam EO. DO. perpendiculares sunt chordis AB. BC. easque bifariam dividunt ex (1. *p*. 6.) transibunt EO. DO. per centrum circuli (2. l. 3.) ergo erit centrum in communi sectione O.

Dati arcus ABC. centrum invenire.

Constr. Sumantur tria quælibet puncta A. B, C. in arcu, & inveniatur eorum centrum O, vt antea ex quo perficietur circulus.

D*atum arcum AB. bifariam dividere.*

Constr. Ducatur recta AB. & dividatur bifariam recta EQO. (1. *p*. 6.) quæ transibit per centrum, & bifariam dividet arcum AB. (2. l. 3.)

Dati arcus MS. invenire valorem. Inveniatur primo eius centrum O. & quoniam arcus MS. mensura est anguli MOS. (10. P.) inveniatur valor anguli MOS. (1. *p*. 3.) qui erit etiam valor arcus MS.

PRAXIS 2.

Supra datam rectam BA. arcum describere qui angulum capiat dato CDE, æqualem.

Constr. Ex puncto anguli D. quivis arcus describatur CEF. atque assumpto arcu EF. æquali GE. iungantur CF. FD. & in punctis B. A. fiant anguli GBA. GAB. æquales angulo C. vel F. (1. p. 1.) deinde ex rectarum concursu G. radio GA. describatur circulus BNA. Dico in quolibet puncto N. arcus BNA. efformari angulū BNA. dato CDE. æqualem.

Demonstr. Quoniam angulus BNA. in circumferentia dimidium est anguli AGB. in centro, vel CDF. (3. l. 3.) ergo cum CDE. etiam sit dimidium CDF. erunt BNA. & CDE. æquales.

Ex dato circulo arcum secare, qui angulum capiat dato CDE. æqualem.

Constr. Sumatur in dato circulo BNA. quodlibet punctum N. & ducta quavis recta NB. fiat angulus BNA. æqualis dato CDE. Dico arcum ANB. esse quæsitum.

Demonstr. Quoniam in quolibet puncto

arcus B N A. quivis angulus terminatus in A. & B. æqualis erit ipsi B N A. (3.l.3.) ergo etiã ipsi C D E.

Consect. describere angulum B N A. æqualem dato C D E. supra datam rectam B A. & tangat datam rectam N M, vel curvam N P.

Constr. Supra B A. fiat arcus A N B. qui capiat angulum æqualem dato C D E. ut antea, qui arcus secabit rectam N M. in punctis N, M. vel curvam N P. in N. & P. ductis N B. N A. erit angulus B N A. dato C D E. æqualis, & terminatur in rectam, vel curvam. Idemque omnino erit de punctis M. P. Si autem arcus neque tangat, neque secet rectam N M. vel curvam N P. impossibilis erit casus.

Demonstr. Ex ipsa constructione patet.

PRAXIS 3.

Ex circulo HGF. secare arcum GF. dato alteri AB. similem.

Constr. Cognitis centris C. & O. (4. p. 1.) ducantur O A. O B. & quævis C G. deinde sumpta distantia O A. fiat ex C. circulus D E. & mensura A B. transferatur ex D. in E. Si ergo ducatur C E F. erit arcus G F. similis D E. vel A B. quoniam sunt mensura ejusdem anguli C. (10. P.)

PRA-

PRAXIS 4.

Per datum in circumferentia punctum B. circuli tangentem ducere BA. Ex B. ducatur radius BC. per centrum, cui fiat perpendicularis BA. (1. *p*. 6.) eritque tangens (7. l. 3.)

Ex dato puncto A. extra circulum ipsius tangentem ducere AB.

Constr. Ducatur ex A. per centrum C. recta AC. qua divisa bifariam in D. fiat ex D. semicirculus CBA. datum secans in B. Si ducatur AB. erit tangens.

Demonstr. Ducta BC. est angulus in semicirculo CBA. rectus (3. l. 3.) ergo AB. extremo radio perpendicularis, tangens est (7. l. 3.)

Per datum in recta punctum B. circulum ducere qui eam tangat.

Constr. Fiat in puncto B. recta BG. perpendicularis ipsi AB. (1. *p*. 6.) & assumpta BC. pro radio, vel dato, vel libere electo fiat circulus BFG. qui tanget datam BA. in B.

Demonstr. Quoniam recta AB. perpendicularis est extremo radio BC. erit tangens. (7. l. 3.)

Ex

Ex dato centro C, circulum deſcribere qui tangat datam rectam AB.

Conſtr. Ex C. ducatur CB. perpendicularis datæ BA. (1. *p.6.*) & radio CB. deſcribatur circulus GFB. qui tanget rectam BA. Quoniam hæc eſt extremo radio BC. perpendicularis.

PRAXIS 5.

Ex dato centro A. extra circulum HOM. alium deſcribere qui priorem tangat.

Conſtr. Ex A. per centrum C. ducatur AC. ſecans circulum in O. deinde radio AO. deſcribatur circulus OGD. & ſecabit MOH. in O.

Ex dato puncto B. intra circulum alium ducere qui priorem tangat.

Conſtr. Ex B. per centrum dati circuli C. ducatur BCO. & radio BO. fiat circulus OLS. qui priorem tanget.

Per datum in circumferentia punctum O. circulum ducere, qui datum tangat.

Conſtr. Per centrum C. ducatur COD. & ex quolibet puncto A. radio AO. deſcribatur circulus DGO. vel ex puncto B. circulus OLS. &c.

De-

Demonstr. Quoniam rectæ ductæ transeunt per vtriusque centrum etiam transeūt per contactum (6.l.3.)

PRAXIS 6.

Supra rectam finitam AB. arcum describere qui tangat aliam infinitam, & concurrentem DC.

Constr. Continuetur AB. quousque concurrat cum DC. & inveniatur DC. media inter DB. DA. (2.*p*.5.) & per tria cognita puncta A. B. C. describatur circulus ABC. (4.*p*.1.) qui tanget CD. in C.

Demonstr. Quoniam DC. media est inter secantem DA. & exterius segmentum DB. erit DC. tangens (6.l.6.)

Supra datam rectam FE. circulum describere qui tangat aliam parallelam DC.

Dividatur FE. bifariam perpendiculo GC. (1.*p*.6.) quod secet DC. in C. & per tria pūcta F. E. C. circulus describatur (4.*p*.1.) qui tanget rectam CD.

Demonstr. Quoniam DC. FE. sunt parallelæ erit GC. commune perpendiculum (13. P.) ergo cum DC. perpendicularis sit extremo radio CO. erit tangens (7.l.3.)

Con-

Consect. Suprà datam rectam AB. vel EF. angulum maximum efficere qui tangat aliam infinitam concurrentem, vel parallelam.

Constr. Describatur circulus tanges datam DC. per duas operationes antecedentes, & angulus BCA. erit maximus supra rectam BA. tum FCE. erit maximus supra FE.

Demonstr. Si enim circulus minor foret non tangeret rectam CD. Si autem foret maior, illam secaret, & arcus AFB. vel FAE. minor esset : ergo etiam angulus BCA. vel FCE. (5.l.6.)

PRAXIS 7.

Ex dato puncto A. intra, vel extra circulum ducere rectam ABC. vt BC. æqualis sit datæ XZ.

Constr. Sumatur in circumferentia circuli dati DBC. quodlibet punctum D. & distantia XZ. tranferatur ex D. in E. Deinde ex centro O, describatur circulus GHR, qui tangat DE, (4.*p*.4.) Tandem ex puncto A, ducatur ABC, quæ tangat circulum GHR, in H, (4.*p*.4.) eritque BC, æqualis ED, vel XZ.

De-

Demonstr. Quoniam distantiæ a centro O.G. O.H. æquales sunt, erit B C. æqualis E D. vel X Z. (2. l. 3.)

PROBLEMA V.

De figuris inscriptis, & circumscriptis.

1 *Triangulo circulum circumscribere, & circulo triangulum inscribere.*

2 *Inscribere circulum triangulo, & triangulum circulo circumscribere.*

3 *Hexagonum inscribere, & triangulum regulare circulo, & reliquas figuras duplo numero laterum constantes.*

4 *Inscribere quadratum circulo, & octagonum.*

5 *Pentagonum circulo inscribere, & quindecagonum, &c.*

6 *Prædictas omnes figuras regulares circulo circunscribere, & è converso: vel circulum ipsis inscribere.*

7 *Dividere circulum in 360. grad.*

PRAXIS 1.

Triangulo ABC. circulum circunscribere.

Constr. Per tria puncta angularia A. B. C. describatur circulus (4.*p*.1.) & erit factum.

Dato circulo G D E. triangulum inscribere simile dato ABC.

Constr. Triangulo ABC. circunscribatur circulus, vt antea, & in circumferentia dati circuli GDE. sumatur quodvis punctum G. & fiant arcus GD. DE. similes arcubus AB. BC. (4.*p*.3.) & ductis GD. DE. EG. erit triangulum DEG. inscriptum simile dato BCA.

Demonstr. Cum arcus GD. similis sit AB. & DE. similis BC. tum EG. similis CA. sunt anguli D. & A. æquales: tum E. & B. Similiter G. & C. (3.l.3.) ergo triangulum GDE æquiangulum, proportionale, & simile est dato ABC. (2.l.6.)

PRAXIS 2.

Triangulo ABC. circulum inscribere.

Constr. Anguli C. & B. dividantur bifariam rectis CO. BO. se in O. intersecantibus (1.*p*.2.) ex O. ducatur OF. perpendicularis lateri BC. (1.*p*.6.) & radio OF. circulus inscribatur qui tanget omnia trianguli latera.

De-

Demonstr. Sumatur BG. æqualis BF. & CE. reliquæ CF. Quoniam in triangulis SO. FCO. sunt latera CE. CF. æqualia, tum CO. commune, & anguli comprehensi ECO. FCO. æquales, reliqua omnia erunt æqualia (4.l.1.) Scilicêt OE. & OF. tum angulus E. rectus, vt F. similiter in triangulis BOF. BOG. perpendicularis est AB. & æqualis ipsi OF. ergo circulus radio OF. descriptus transit per puncta G.E.F. & quoniam ibi anguli sunt recti, tanget omnia latera (7.l.3.) ergo erit triangulo inscriptus (17.P.)

Dato circulo PMN. triangulum circunscribere simile dato ABC.

Constr. Triangulo dato ABC. circulus inscribatur EFG. vt antea, & in dato circulo PMN. sumatur quodvis punctum P. & fiant arcus PM. PN. similes arcubus GE. GF. (4.*p*.3.) & ex centro H. ducantur radij HP. HM. HN. quibus fiant perpēdiculares MZS. NZR. PRS. & erit triangulum SRZ. circūscriptum simile dato ABC.

Demonstr. Cum latera SZ. ZR. RS. sint radijs perpendicularia, tangunt circulum (7 l.3.) deinde in quadrilatero MHNZ. quatuor anguli equivalent quatuor rectis. sicut, & in quadrilatero EOFC. (3. l. 1.) ergo quoniam M. H. N. facti sunt æquales ipsis E. O. F. remanebit Z. æqualis C. (3. l. 1.) similiter ostẽdetur R. æqualis B. & S. æqualis A. ergo triãgulum RSZ. equiangulum, & simile est ipsi BAC.

PRAXIS 3.

Hexagonum regulare circulo inscribere.

Constr. Assumpta radij distantia CA. trãsferantur ex quolibet puncto A. in B. D. E. F. G. vt distantiæ AB. BD. &c. sint radio æquales, & ductis rectis AB. BD. &c. erit Hexagonum circumscriptum.

Demonstr. Ducantur radij CA. CB. &c. Quoniam triangulum ABC. est æquilaterum omnes anguli sunt æquales (5. l. 1.) ergo angulus ACB. est 60. *gr.* vel tertia pars semicirculi, hoc est sexta totius circuli pars: ergo arcus AB. ipsius mensura erit etiam sexta pars circuli, idemque ostendetur de arcu BD. &c. & omnes anguli in circumferentia AB. &c. sunt æquales 120. *gr.*

Triangulum æquilaterum circulo inscribere.

Constr.

Constr. Radij distantia CB. transferatur ex quovis puncto B. in D. E. F. &c. vt antea, & ad alterna puncta ducantur BE. EG. GB. eritque triangulum BEG. æquilaterum circumscriptum.

Demonstr. Cum arcus BE. EG. GB. sint æquales, etiam chordæ, vel latera trianguli (3. l. 3.) ergo triangulum æquilaterum est.

Figuras 12. Laterum, 24. vel 48. &c. inscribere.

Si omnes arcus dividantur bifariam, vt AB. in H. (4. *p.* 1.) erit AH. duodecima circuli pars, & ductis rectis ex A. in H. ex H. in B. &c. erit dodecagonum inscriptum. Si iterum arcus AH. bifariam dividatur habebitur figura viginti quatuor laterum, & ita infinite.

PRAXIS 4.

Quadratum circulo inscribere.

Constr. Ducatur quælibet diameter CD. cui ex centro E. fiat perpendicularis EAB. iunctis igitur AD. DB. BC. CA. inscriptum erit quadratum.

Demonstr. Quoniam quatuor anguli in E. sunt

ſunt recti, æquales ſunt arcus CA. AD. DB. BC. (11. P.) ergo ſubtenſæ AD. DB. BC. CA. æquales ſunt (2. l. 3.) & quatuor anguli A. D. B. C. in ſemicirculis erunt recti (3. l. 3.)

Octagonum circulo inſcribere, & figuras 16. 32. &c. Laterum.

Conſtr. Fiat quadratum CADB. in circulo, vt in præcedenti, & dividantur bifariam arcus in F. G. &c. (4. *p.* 1.) Coniunctis AF. FD. &c. erit octagonum inſcriptum. Quod ſi huius arcus iterum bifariam dividantur habebitur figura 16. laterum, & ita infinitê.

PRAXIS 5.

Pentagonum regulare circulo inſcribere.

Conſtr. Ducatur quævis diameter BDE. & fiat triangulum Iſoſceles BDF. vt anguli D. & F. ſuprà baſim DF. dupli ſint anguli DBF. (3. p. 3.) continuato latere DF. in G. transferatur diſtantia BG. ex G. in H. inde in O. & L. ductiſque rectis LB. BG. &c. erit pentagonum regulare inſcriptum.

Demonſtr. Quoniam in triangulo DBF. tres

tres anguli æquales ſunt duobus rectis (3. l. 1.) & BDF. FDB. æquales ſunt in iſoſcele, & quilibet duplus anguli DBF. erit iſte quinta pars duorum rectorum: ergo BDF. continebit duas quintas ſemicirculi partes: ergo ipſius menſura nempê arcus BG. erit quinta pars circuli quæ continet 72.*gr*.

Decagonum circulo inſcribere.

Conſtr. Inſcribatur pentagonum, vt antea & dividatur arcus HO. bifariam in E. eritque HE. vel OE. decima circuli pars, qua deceis ſumpta, & ductis rectis inſcriptum erit decagonum.

Figura 20. Laterum inſcribetur.

Si iterum arcus bifariam dividantur.

Quindecagonum regulare, & figuram 30. Laterum circulo inſcribere, &c.

Conſtr. Inſcribatur pentagonum BLOHG. & ex B. ſumantur BX. & XZ. ſexta pars circuli ſcilicêt diſtantia radij BD. 60.*gra*. (5.*p*. 3.) ergo cum BL. ſit 72. & BX. 60. erit, XL. 12.*gr*. nempê trigeſsima pars huius 360. vel totius circuli.

Deinde cum BXZ. ſit 120. *gr*. & BLO. 144. erit ZO. 24. *gr*. nempê decimaquinta ta circuli pars.

Tandem si XL. transferatur ex L. in P. erit BL. 72. *gr*. LP. 12. ergo BLP. 84. qui numerus si auferatur a quadrante BN. 90. *gr*. remanebit PN. 6. *gr*. arcus scilicèt figuræ 60. laterum, &c.

PRAXIS 6.

Dato circulo omnes figuras regulares circumscribere.

Constr. Inscribatur prius figura similis circumscribendæ, iuxta praxim 3. 4. & 5. *ex. gr*. quadratum ADCB. & ductis radijs EA. EB. &c. fiant ipsis perpendiculares ALF. BFG. &c. eritque figura similis LFGH. circumscripta.

Datæ figuræ regulari circulum circumscribere.

Constr. Dividantur latera figuræ datæ ADCB. bifariam in O. Z. &c. ductis perpendicularibus OE. ZE. ex earum intersectione E. ducatur ad angulum quemvis recta ED. quo radio circumscribatur circulus DABC.

Datæ figuræ circulum inscribere.

Constr. Dividantur bifariam latera datæ figuræ regularis LFGH. in A. & D. &c. ductis

& is perpendicularibus AE. DE. (1. *p.* 6.) & radio EA. inſcribatur circulus ABCD.

Demonſtr. Omnium. Patet ex ipſa constructione.

PRAXIS 7.

Circulum dividere in 360 *gr.*

Supra rectã AB. deſcribatur ſemicirculus AoB. & eàdem circini aperturà ſumatur A*d*. & B6. nempè 60 *gr*. atque ex punctis *d*. & 6. eodem intervallo deſcribantur duo arcus ſe interſecantes in D. & ducta DC. erit perpendicularis diametro AB. & arcus A*o*. erit quadrans. Iterum eodem intervallo ex punctis A. *o*. fiant duo alij arcus ſe interſecantes in *n*. & ducta C*n*. bifariam dividet quadrantem A*o*. erit ergo A*h*. 45. *gr*. & ſimiliter *ho*. deinde ex puncto *o*. transferatur radij diſtantia *or*. *o*3. & totus ſemicirculus diviſus erit in ſex partes æquales, quarum vnaquæque continebit 30. *gr*. & ſi quælibet trifariam ſecetur per attentationem erit quadrans B*o*. diviſus in novem æquales partes, & quævis erit 10. *gr*. Inſuper quia *ho*. eſt 45. & *do*. 30. erit *dh*. 15. *gra*. ſumpta ergo hæc diſtantia transferatur ex B. inter 1. & 2. & habebitur arcus quinque graduum, quo intervallo totus quadrans *Bo.* dividi potest in 18. partes quælibet 5. *gr.* Inveniatur præterea arcus *pentagoni* (5. *p.* 5.) & sit A*b*.72.*gr*.& remanebit *bo*.18.*gr*. & cum *do*. sit 30. erit *db*.12. ergo si *bo*. secetur bifariam in *c*. erit *co*.9.*gr*. deinde cum *db*.& *rb*. sint 15. si auferantur *dx*.& *rz*. æquales ipsi *db*. nempè 12.*gr*. remanebunt *bx*.& *bz*.3.*gr*.& *zx*. erit 6.& auferendo *co*.9. ex arcu *o*8. qui est 10. *gr*. remanebit 1.*gr*. qui si auferatur ex 5. remanebunt 4.*gr*. Tandem auferendo *bo*. nempe 18. *gr*. ex *o*7. qui est arcus. 20.*gr*. remanebunt. 2. *gr*. ergo cum iam habeantur 1. 2. 3. 4. & 5. *grad*. perficietur diviso quadrantis *Bo*. in 90. *gr*.& totius semicirculi in 180.*gr*.

Semicirculus rectè divisus in lamina subtili, & perpolita ex argento, aurichalco, vel alia solida materia valde conducit ad efformandos angulos, & eorum valorem determinandum.

PROBLEMA VI.

De proportione, summa, differentia, & transformatione figurarum.

I. *Figuras similes in quacunque proportione* *augere, vel minuere, vel descriptarum proportionem invenire.*

2. *Summam, vel differentiam quarumlibet figurarum similium invenire.*

3. *Describere annulum æqualem cuilibet, vel quibuslibet figuris eiusdem speciei: & è converso.*

4. *Transformare triangulum, vel parallelogrammum in aliud dissimile data basi, & angulo.*

5. *Triangulum in parallelogrammum convertere, & è converso.*

6. *Quamlibet figuram in parallelogrammum convertere.*

7. *Quamlibet figuram convertere in aliam data huius specie: & figurarum dissimilium proportionem invenire.*

PRAXIS 1.

Supra rectam AB. sit figura quævis ABF desideratur alia similis, ut prima ad secundam sit in data ratione, quam habet recta G. ad rectam H.

Constr. Inter G. & H. inveniatur media proportionalis, quæ sit M. (2. p. 5.) inveniatur deinde quarta proportionalis BC. nempe fiat, vt G. ad M, ita BA. ad BC. (2. *p.* 7.) Tandem supra BC. describatur figura CBE. similis datæ ABF. (3. *p.* 7.) & erit CBE. quæsita.

Demonstr. Figura ABF. ad similem CBE. est in duplicata ratione laterum homologorum, scilicet in duplicata ratione AB. ad CB. (4. l. 6.) nempè in duplicata ratione G. ad M. quæ est ipsa ratio AB. ad BC. ex constru*c*: sed etiam ratio G. ad H. est etiam duplicata rationis G. ad M. cum sint tres continuæ G. M. H. (21. P.) Ergo ratio figuræ ABF. ad similem CBE. est, vt ratio G. ad H. (1. l. 5.)

Data figura CBE. augenda sit in ratione H. ad G.

Constr. Inveniatur media M. (2. *p.* 5.) & fiat, vt H. ad M. ita BC. ad BA. (2. *p.* 7.) descripta figura BAF. similis datæ BCE. erit quæsita.

Demonstr. Eadem est quæ in præcedenti.

Datæ sint figuræ similes ABF. & CBE. quæritur earum ratio.

Constr. Cognitis lateribus homologis AB. CB. inveniatur tertia proportionalis DB. (2. *p.* 6.) & ratio figuræ ABF. ad figuram CBE.

CBE. erit vt ratio rectæ AB. ad rectam DB.

Demonstr. Figura ABF. ad similem CBE. est in duplicata ratione laterum *hom.* AB. & CB. (4. l. 6.) sed etiam ratio AB. ad DB. est duplicata rationis AB. ad CB. cum sint continuæ AB. CB. DB. ex *constr.* (21. P.) ergo figura ABF. ad CBE. est vt recta AB. ad DB. (1. l. 5.)

PRAXIS 2.

Datæ sint quælibet figuræ similes supra rectas a. c. m. n. siue circuli, siue triangula, vel Polygona sint, quæritur earum omnium summa.

Constr. Describatur triangulum rectangulum BAC. vt latera circa angulum rectum CA. AB. æqualia sint datis lateribus homologis *a.* & *c.* (1. *p.* 4.) & figura supra rectam BC. erit summa figurarum supra CA. & AB. vel supra *a.* & *c.* quia latus BC. opponitur angulo recto (4. l. 6.) ducatur præterea CD. ipsi BC. perpendicularis (1. *p.* 6.) & fiat CD. æqualis lateri dato alterius figuræ *m.* & ducta BD. erit figura supra ipsam æqualis figuris DC. & CB. quia BD. opponitur angulo recto BCD. (4. l. 6.) ergo figura supra BD. erit summa ma figurarum *a. c. m* tandem si D E. fiat perpendicularis ipsi B D, & æqualis dato lateri *n.* erit figura supra B E. æqualis figuris B D. D E. quia opponitur angulo recto B D E. ergo erit figura B E. summa figurarum *a. c. m. n.* & ita in infinitum.

Demonstr. Est in constructione imbibita.

Datis quibuslibet figuris similibus supra latera homologa BC. & a, earum differentiam invenire.

Constr. Supra maiorem rectam B C. fiat semicirculus B A C. & fiat C A. æqualis dato minori lateri *a* si verò ducatur AB. similis figura supra ipsam erit differentia figurarum supra B C. & C A. vel supra BC. & *a*.

Demonstr. Cum angulus B A C. in semicirculo rectus sit (3. l. 3.) erit figura supra B C. quæ opponitur angulo recto æqualis duabus supra C A. & AB. (4. l. 6.) ergo figura B C. superat figuram C A. totà figurà B A. vnde hæc est differentia inter illas.

Si datæ sint plures figuræ supra a. c. & r. invenire differentiam inter priorum summam, & vltimam r.

Constr.

Constr. Inveniatur primo summa figurarum *a*, & *c*, vt antea, & sit figura supra rectam BC. Si hæc fuerit minor quam *r*. sumatur BD. æqualis ipsi *r*. & supra BD. fiat triangulum BCD. rectangulum, vt BC. æqualis sit inventæ summæ BC. (3.*p*.4.) & figura supra reliquum latus CD. erit differentia inter figuram *r*, & summam figurarum *a*, & *c*, &c.

PRAXIS 3.

Dato minori circulo GZX. *&* *maiori* AFE. *quæritur intermedius punctis signatus* a. r. n. *vt annulus, vel spatium inter maiorem, & medium circulum comprehensum æqualis sit dato circulo minori* GZX.

Constr. Inveniatur differentia inter circulos datos OA.OG. (6.*p*.2.) nempe circulus radio O*a*. descriptus, & factum erit.

Demonstr. Quoniam circulus OA. æqualis est duobus circulis OG. O*a*. *ex constr*. erit circulus GZX. differentia inter circulos AFE, *arn*. (6.*p*,2.) sed etiam annulus inter duos circulos AFE. *arn*. est differentia inter ipsos, excessus nempe maioris supra minorem: ergo go prædictus annulus æqualis est dato circulo GZX, (3. P.)

Dato minori circulo GZX. *& medio* a r n, *quæritur maior AFE. vt annulus inter maiorem, & medium æqualis sit minori circulo* GZX.

Constr. Inveniatur summa circulorum OG. O*a*. (*6.p.2.*) nempe circulus AFE, radio OA. descriptus, & annulus inter circulos AFE. *a r n.* erit æqualis minori circulo GZX.

Demonstr. Eadem est præcedentis.

Dato annulo inter circulos AFE. a r n. *quæritur circulus* GZX. *annulo æqualis.*

Constr. Inveniatur differentia inter circulos OA. O*a*. (*6.p.2.*) nempe circulus GZX, radio OG. descriptus, qui erit æqualis dato annulo.

Demonstr. Eadem omnino est.

Quod de annulo circulari dicitur intelligendum etiam est de annulo, vel quasi annulo Polygono inter. Hexagona AFE. *a r n.* qui etiam æqualis erit minori Hexagono GZX, Idemque omnino est de quibuslibet alijs figuris regularibus, quæ circulo inscribi possunt.

PRA-

ex O, ducatur OSQ, parallela basi MN. Deinde supra MN, describatur arcus MSN. Qui capax sit anguli æqualis dato L, (4.*p*.2.) qui arcus secabit parallelam SQ, in S, si ducantur SM, SN, erit triãgulum MSN, æquale dato MPR; si autem circulus non secat Rectam SQ, impossibilis erit casus.

Demonstr. Triangulum MON, æquale est triangulo MRP, vt antea (1.l.6.) sed MON, æquale est ipsi MSN, nempè supra eandem basim MN, & inter parallelas MN, SQ, (8.l.1.) Ergo MNS, etiam erit æquale ipsi MPR, deinde habet angulũ MSN, æqualem dato L, (3.l.3.) oppositum basi datæ MN, vt petebatur, &c.

Datum parallelogrammum MX, transformandum sit in parallelogrammum MQ.

Constr. & demonstr. Eadem est, quoniam parallelogramma sunt triangulorum dupla (8.l.1.) sed in secũdo casu angulus MSN, æqualis dato L, & basi oppositus; est, quem facit diameter NS, cum latere SM, sed praxis est eadem.

PRAXIS 5.

Datum triangulum ABE, transformandum

sit

sit in parallelogrammum AG, supra datam basim AC, & cum angulo CAF.

Constr. Fiat triangulum ACD, supra basim AC, æquale dato AEB (*6. p. 4.*) prætereà diuidatur AD, bifariam in F, & per F, ducatur FG, parallela basi AC, & per C, ducatur CG, ipsi AFD, parallela, & erit parallelogrammum AG, æquale dato triangulo ABE.

Demonstr. Quoniam AF, est dimidium rectæ AD, erit parallelogrammũ AG, æquale triangulo DAC, (8. l. 1.) ergo etiam æquale erit triangulo BEA, vt petebatur.

Datum parallelogrammum AG, transformandum sit in triangulum ABE, supra datam basim AB, in dato angulo BAE.

Constr. Cõtinuetur AF, in D, vt sint æquales AF, FD, & ducatur DC, fiat prætereà triangulum AEB, supra basim AB, & in dato Angulo EAB, æquale triãgulo ADC (*6. p. 4.*) & erit AEB, æquale parallelogrammo AG.

Demonstr. Quia triangulum AEB, æquale est ipsi ADC, *ex constr.* & etiam ADC, est æquale parallelogrammo AG, cum habeat duplam altitudinem, & eandem basim (8. l. 1.) etiam triangulum AEB, eriæquale parallelogrammo AG, (3.P.)

PRAXIS 6.

Datum rectilineum ABCDE, transformandum sit in parallelogrammum GS, data basi GH, & angulo H.

Constr. Diuidatur rectilineum datum ex quovis angulo A, in triangula AED, ADC, ACB, & supra datam basim GH, fiat parallelogrammum GN, æquale triãgulo AED, deinde supra MN, fiat parallelogrammum MQ, æquale triangulo ADC, & supra PQ, fiat PS, æquale ACB, (ex 6.p.4.) & erit GS, æquale rectilineo dato.

Demonstr. Quoniam singula parallelogramma, quæ componunt parallelogrammum GS, singulis triangulis, quæ componunt rectilineum ABCDE, æqualia sunt, etiam parallelogrammum GS, erit dato rectilineo æquale.

PRAXIS 7.

Datum rectilineum Z, transformandum est in aliud simile alteri dato X.

Constr. Sumatur quævis recta FG, & in quolibet angulo G, fiat supra ipsam parallelogrammum GB, æquale rectilineo Z, deinde supra BD, fiat parallelogrammum BE, æquale rectilineo X, (ex 6. *p*. 6.) Cognitis iam ED, & DC, tum basi *mn*, inveniatur quarta proportionalis *nr*, vt ED, ad DC, ita *nm*, ad *nr* (ex 2. *p*. 7.) Tandem inter *nr*, *nm*, inveniatur media proportionalis *ns*, vt sint continuæ *nr*, *ns*, *nm* (ex 2. *p*. 5.) & supra *ns*, fiat rectilineum *x*, simile dato rectilineo X, (ex 3. *p*. 7.) eritque illud æquale dato Z, vt petebatur.

Demonstr. Cum Z, æquale sit FD, & X, ipsi BE, ex *constr.* erit X, ad Z, vt BE, ad FD: sed BE, ad FD, est vt basis ED, ad DC, cum sint inter parallelas (1. l. 6.) Ergo X, ad Z, est vt ED, ad DC, (11. l. 5.) scilicet, vt *nm*, ad *nr*, ex *constr.* sed rectilineum X, ad sibi simile *x*, est in duplicata ratione *nm*, ad *ns* (4. l. 6.) hoc est vt *nm*, ad *nr*, cum sint continuæ *nm*, *ns*. *nr*, ex *constr.* ergo rectilineum X, ad Z, est vt ipsum X, ad *x*, (11. l. 5.) ergo *x*, æquale est ipsi Z, (2. l. 5.) & simile X, &c.

Datum rectilineum Z, transformandum sit in Quadratum.

Constr. Sumatur quælibet recta FC, & in angulo recto C, fiat rectangulũ FD, æquale

ipsi

ipsi Z,(6.*p*.6.) Inueniatur deinde inter FC, CD, media proportionalis *b*, (2.*p*.5.) & quadratum supra *b*, de scriptum (ex 3.*p*.6.) erit æquale rectilineo Z.

Demonstr. Cũ recta *b*, media sit inter FC, CD, erit ipsius Quadratum æquale rectangulo FD, (1.l.6.) sed FD, est æquale Z, *ex constr.* ergo quadratum *b*, erit æquale ipsi Z,(3.P.)

Datis rectilineis X, & Z, invenienda est eorum ratio.

Constr. Supra quamlibet FC, fiat rectangulum, vel parallelogrammum FD, æquale Z, & supra BD, fiat parallelogrammum BE, æquale ipsi X, (6.*p*.6.) & erit rectilineum Z, ad X, vt recta CD, ad DE.

Demostr. Est enim Z, æquale FD, & X, æquale BE, ex *constr.* sed FD, ad BE, est vt basis CD, ad DE, cum habeant æqualem altitudinem (1.l.6) ergo Z, ad X, est vt CD, ad DE, (2.l.5.)

PRO-

PROBLEMA VII.

De superficiebus, & solidis.

1 *Invenire superficiem parallelogrammi, vel trianguli.*

2 *Invenire planas superficies rectilineas omnium figurarum, & corporum.*

3 *Invenire solidorum altitudinem.*

4 *Invenire soliditatem parallelepipedorũ, & prismatum.*

5 *Invenire soliditatem Pyramidum, & corporum regularium.*

6 *Describere solidum alteri dato simile supra latus datum: & invenire rationem solidorum similium.*

7 *Transformare Pyramidem, parallelepipedum, vel Prisma in aliud data basi rectilinea, vel altitudine.*

Explicatio superficiei.

Superficies mensuratur spatijs quadratis illius rectæ, quæ sumitur vt mensura laterũ figuræ. *Ex gr.* Si latus trianguli æquilateri fuerit decem pedũ, superficies mensurabitur pedibus quadratis, vel quadratis, quæ latus habeant vnius pedis: idēque est de qualibet, alia mensura, in quam figuræ latera considerantur divisa.

Ex-

Explicatio soliditatis.

Corporum soliditas mensuratur cubis illius rectæ, quæ laterum corporis mensura est. *Ex gr.* si latera solidi mensurantur pedibus, soliditas etiam pedibus cubicis mensurabitur, vel cubis, qui pedem habeant pro latere: idémque est de qualibet alia mensura.

PRAXIS 1.

Productum ex basi, & altitudine est superficies parallelogrammi.

Exemplum 1. Si parallelogrammum EB, sit rectangulum, & basis AB, fuerit 3. *ped.* & latus, vel altitudo AE, fuerit 5. *ped.* multiplicabitur 3. per 5. & productum erit 15. *pedes quadrati*, & est tota superficies rectanguli EB: vt apparet in rectangulo Z, qui 15. quadratis constat.

Exemp. 2. Si parallelogrammum AD, non sit rectangulum, ducatur AE, lateri opposito perpendicularis, continuato si opus fuerit: si ergo basis AB, constet 3. *pedibus*, & perpendiculum AE, 5. *pedibus* ducatur basis in altitudinem, scilicet, 3. in 5. & prodibunt 15. *pedes quadrati*, nempe superficies parallelogrammi AD.

De-

Demonstr. Si ducatur BF, etiam perpendicularis opposito lateri CD, erit rectangulum BE, æquale rhomboidi AD. Cum habeat eandem basim, & inter easdem parallelas sit (8.l.1.)

Productum ex basi in dimidiam altitudinem, vel productum altitudinis in dimidiam basim est trianguli superficies.

Exemp. 1. Si triangulum PRO, rectangulum sit, erit PR, perpendicularis, & trianguli altitudo: Sit ergo PR, 4.*ped.* & basis RO, 9.*ped.* ducendo 9. in 2. scilicêt, in dimidiam altitudinem, erit productum 18. *ped.* nempê trianguli superficies. Similiter ducendo altitudinem 4.*ped.* in dimidiam basim $4\frac{1}{2}$ *ped.* erit etiam productum 18.*ped.quad.*

Exemp. 2. In triangulo HLP, cadit perpendiculum PR, intra triangulum, & sit 4.*ped.* ipsius dimidium erit 2. Si ergo basis HL, fuerit 5.*ped.* ducendo 5. in 2. erit productum 10. *ped.quad.* nempê arêa, vel superficies trianguli.

Exemp. 3. In triãgulo LOP, cadit perpendiculũ PR, extra triangulũ supra basim OL, continuatam: sit ergo basis OL, 6.*ped.* & perpendiculum PR, 4. *ped.* ipsius dimidium est 2. ducendo 6. in 2. erit superficies trianguli LOP, 12. *ped. quadrati.*

PRAXIS 2.

Invenire superficiem rectilinei.

Quodlibet rectilineum ABCDEF, resolvatur in triangula: si ergo inveniatur superficies vniuscuiusque trianguli (*ex* 7. *p.* 1.) omnium summa erit totius rectilinei superficies.

Invenire superficies solidorum.

Si solida planis superficiebus terminentur, cuiuslibet plani superficies inveniatur, vt in præcedenti, & omnium summa erit totius corporis superficies.

Invenire superficiem figuræ regularis quorumlibet laterum.

Ex centro figuræ, quod est centrum circuli circunscripti, demittatur perpendiculum ad quodlibet latus: si ergo dimidium perpendiculi ducatur in perimetrum figuræ, vel in omnium laterum summam, productum erit figuræ regularis superficies. Tum si ducatur integrum perpendiculum in dimidium perimetri eadem superficies prodibit.

In-

Invenire circuli superficiem.

Consideratur circulus vt Polygonum infinitorum laterum, & radius, vel semidiameter vt ipsorum perpendiculum. Vnde si radius ducatur in semiperimetrum, vel in dimidium peripheriæ, productum erit superficies, vel area totius circuli. Modus autem inveniendi circumferentiam ex cognito radio explicabitur (8. *p*. 4.) Aliam regulam tradidi in Arithmetica *lib*. 4. *cap*. 9. ad inveniendas superficies ex lateribus, & latera ex superficiebus: tum etiam ad figuras regulares transformandas.

PRAXIS 3.

Invenire solidorum altitudinem.

In Parallelepipedis, prismatibus, & pyramidibus, quæ habent vnum laterũ BC, basi perpendiculare, latus ipsum est eorum altitudo.

Si omnia latera inclinata sint, vt in piramide BAXE. Ex vertice E, demittatur perpendiculum EZ, supra planum basis, continuatum si opus fuerit, & ipsum erit solidi altitudo.

Si perpendiculum cadat intra solidum, vt in Pyramide *acrb*. Vertici *b*, accomodabitur regula plana, vel linea recta *hg*, quæ sit parallela basi ipsius solidi, & ex quolibet pũcto *g*, demittetur perpendiculum *go*, quod erit solidi alti tudo.

PRAXIS 4.

Invenire soliditatem parallele pipedi, & prismatis.

Si basis superficies ducatur in altitudinem parallelepipedi, vel prismatis, productũ erit illius soliditas. *Ex gr.* Sit parallele pipedum rectangulum DC, & ipsius basis rectangulum AC, cuius latera sint AB, 4. *ped.* & BC, 3. *ped.* duc igitur 4. in 3. & erit superficies AC, 12. *ped. quadr.* (7. *p.* 1.) Si tandem hæc superficies ducatur in altitudinẽ AD, 10. *ped.* erit productum 120. *ped. cubici,* nempê soliditas totius parallelepipedi DC.

Idem est in Prismate *ex gr.* Z. Si pentagoni basis inventa sit 20. *ped. quad.* (7. *p.* 2.) & altitudo sit 10. *ped.* ducatur 20. in 10. nempê, basis in altitudinẽ, & productũ erit 200. *ped. cubici*, scilicêt, tota soliditas prismatis: si enim prismata, & parallelepipeda habeant æqualem basim, & altitudinem, æqualia sunt (5. l. 11.)

PRA-

PRAXIS 5.

Invenire Pyramidum soliditatem, & etiam corporum regularium. Superficies ipsius basis ducatur in tertiam altitudinis partem, & productum erit pyramidis soliditas *ex gr.* Sit pyramis ABCD, & superficies basis triangularis ABC, 20. *ped. quad.* inventa ex 7. *p.* 1. Præterea perpendiculũ DO, ex vertice sit 9. *ped.* & tertia ipsius pars erit 3. *ped.* ducendo igitur 20. in 3. productum erit 60. *ped. cub.* soliditas ipsius pyramidis. Idemque est in omnibus licêt basis quadrilatera, vel pentagona sit. *Si Pyramis fuerit trunca*, vt HLFQIP, & diminuta est parte superiori PQIR, applica duas regulas lateribus HP, FQ, vt inveniatur vertex R, & habebis duas pyramides HFLR, & PQIR, quarum altitudinem supra plana HFL, PQI, ex vertice R, investigabis (7. *p.* 3.) Præterea inveni superficies basium HFL, PQI (7. *p.* 2) quibus cognitis inveniatur prius soliditas totius HFLR, deinde soliditas fragmenti PQIR, vt antea: si tandem hanc ex illa demas, remanebit soliditas pyramidis truncæ HFLPQI.

Invenire soliditatem corporum regularium.

Hoc

Hoc satis explicatum fuit in nostra Arithmetica *lib.4.cap.9.* Qua propter ne actum agere videar hic omittendum censui.

PRAXIS 6.

Describere solidū EF, simile alteri dato RH, supra latus datum ED.

Primo supra latus ED, fiat basis DC, similis datæ BA, (3.*p*.7.) deinde supra latus EC, fiat planum EC, dato AO, simile & iterum supra ED, planum DG, simile ipsi BO, &c. Si ergo omnia plana similia facta sint, & similiter disposita, erunt solida EF, & RH, similia, quoniam omnes anguli solidi erunt æquales, & latera proportionalia (23.P.)

Invenire rationem solidorum similium, nempè solidi RH. ad EF.

Constr. Cognitis lateribus homologis RB, & ED, inveniatur tertia proportionalis M, vt sint continuæ RB, ED, M, (2.*p*.6.) quibus cognitis inveniatur quarta proportionalis N, (2.*p*.7.) vt sint cōtinuæ RB, ED, M, N, ratio ergo RB, ad N, erit ratio solidi RH, ad solidum EF.

Demonst. Cum ratio solidi RH, ad EF, triplicata sit rationis laterum homologorum

rum RB, ad ED, (6. l. 11.) & etiam ratio lateris RB, ad N, triplicata sit rationis RB, ad ED, cũ sint quatuor cõtinuæ RB, ED, M, N, (21. P.) erit ratio solidi RH, ad EF, eadem ac ratio lateris RB, ad N, (1. l. 5.)

PRAXIS 7.

Datam pyramidem ABCD, transformare in aliam supra datam basim EFGHI.

Cõstr. Inveniatur ratio inter bases EFGHI, & ABC, (6. *p.* 7.) quæ sit ratio invẽta *b*, ad *d*, sumatur præterea recta *a*, æqualis altitudini pyramidis ABCD: & cognitis *b*, *d*, *a*, inveniatur quarta proportionalis *c*, (2. *p.* 7.) quæ sumatur pro altitudine pyramidis EFGHIO, & ista æqualis erit datæ pyramidi ABCD.

Demonstr. Quoniam *b*, ad *d*, est vt basis EH, ad ABC, & etiam vt B, ad D, ita altitudo *a*, ad altitudinem *c*, erunt bases, & altitudines reciprocè proportionales: ergo pyramides æquales sunt (5. l. 11.)

Datam Pyramidem ABCD, transformare in prisma supra datam basim EFGHI.

Constr. Inveniatur vt antea quarta proportionalis *c*, & sumatur eius tertia pars

pro

pro altitudine prismatis, quia pyramis est tertia pars prismatis æqualis altitudinis.

Datum prisma in pyramidem transformare.

Constr. Inveniatur similiter quarta proportionalis *c*, & sumatur huius triplum pro pyramidis altitudine, quoniam prisma æqualis altitudinis est pyramidis triplũ, (5.l.11.).

Datam pyramidem ABCD, in aliam transformare, data eius altitudine, c.

Constr. Fiat vt data altitudo *c*, ad altitudinem pyramydis *a*, ita basis ABC, ad quamlibet basim EFGHI. Quælibet ergo pyramis supra basim istam cum altitudine data *c*, æqualis erit datæ pyramidi ABCD, habebunt enim bases, & altitudines reciprocas: ergo erunt æquales (5.l.11.)

Eadem est *constr.* Si prisma in prisma, vel in parallelepipedum, aut è converso fuerit transformandum. Si autem prisma, vel parallelepipedum in pyramidem sit convertendum fiet vt triplum altitudinis datæ ad altitudinem prismatis, vel parallelepipedi, ita basis istorum ad pyramidis basim. E converso quando pyramis in prisma, vel parallelepi-

pe-

pedum, est transformanda data istorum altitudine, fiet vt tertia pars altitudinis istorum ad altitudinem pyramidis, ita basis istius ad illorum basim. Bases vero cuiuslibet speciei in quacumque ratione ad aliam datam invenientur (ex 6. p. 7.)

PROBLEMA VIII.

De Problematibus nondum solutis.

1 *De trisectione arcus, & anguli.*

2 *De inscriptione heptagoni, &c.*

3 *De duabus medijs proportionalibus.*

4 *De circuli quadratura.*

Monitum.

Problemata nondum soluta voco illa, quæ sine controversia geometricè demonstrata non sunt. Quapropter circuli quadratura ad hanc pertinet clasem; non tamen ideò negatam volo gloriam, quam meretur R. P. Gregorius à Sancto Vincentio Societatis Iesu (Geometra insignis, & meo quidem iudicio maximis Apollonio, & Archimede solo tẽpore inferior) quoyſque ipsius quadratura absque controversia ab omnibus sit admissa.

DE TRISECTIONE.
Arcus, & Anguli.

Angulus rectus facillimè trifariam dividitur, quia angulus trianguli æquilateri est tertia pars duorum rectorum (5.l.1.) nempè 60. *gr*. ergo ipsius dimidium, scilicèt, 30.*gr*. erit tertia pars quadrantis, vel anguli recti. Methodus vniuersalis pro omnibus angulis, & arcubus hucusque inventa non est.

Illustrissimus Caramuel in sua Mathesi nova, quæ superiori anno 1670. prodijt in lucem, ait hac demostratione caruisse Ptolomæū, & reliquos antiquorum, quā *pag*. 330. *num*. 270. hac arte proponit.

Sit Angulus FCB, vel arcus FB, ipsius mensura trisecandus. Iuncta FB, ducatur ex centro recta CIG, tali arte, vt FI, æqualis sit chordæ FG, & erit arcus FG, tertia pars totius FB.

Demonstr. Quoniā triangula FCG, FGI, Isoscelia sunt, & habēt angulū G, cōmunem erūt æquales anguli FCG, GFI, (3.l.1.) ergo cum FCG, sit in centro & GFB, in circumferentia erit arcus FG, dimidium arcus GB, (3.l.3.) scilicèt, tertia pars totius FB. Quod erat demonstrandum.

Geo-

Geometræ omnes haberent Caramueli gratiam immortalem si demõstrasset artem, qua recta GIG, ducenda sit vt præscribitur: dum enim hoc demonstratum non est, etiam problema insolutum manet. Antiqui sanè medijs non caruere ad resolutionem. Pappus Alexandrinus *lib.4.prop.* 32. hoc proponit. Sit datus angulus MLN. Ex quolibet puncto M, demittatur perpendiculum MN, deinde ex angulari puncto L, ducatur LOP, tali arte vt OP, dupla sit ipsius LM, & angulus NLP, erit tertia pars totius NLM. Demonstratio apud ipsum videri potest, quam licet pro angulo acuto limitatam adducat, extẽdere licet etiam ad obtusos.

Franciscus Vieta nobilis Geometra Gallus in supplemento *Geom.pr.* 9. hoc aliud medium proponit. Sit datus angulus HIK, vel ipsius mensura arcus HK, trifariam secandus. Continuata diametro KZA, ducatur recta HEA, vt EA, æqualis sit radio IK, eritque arcus ZE, tertia pars ipsius HK. Demonstratio videatur apud ipsum.

Addamus & nos aliud medium. Sit datus angulus VST, vel arcus TXV, trifariam diuidendus. Ducatur diameter TSR, & ex pũcto V, recta VZY, vt ZY, & ZS, æquales sint & erit arcus RY, tertia pars ipsius TXV. *Demonstr.* Ducatur YSX. Quoniam triangulum ZYS, est Isosceles, æquales sunt anguli ZYS, & ZSY, (5. l. 1.) sed Angulus ZSY, æqualis est verticali TSX, (1. li. 1.) ergo angulus in centro TSX, æqualis est angulo in circunferentia XYV, ergo arcus TX, vel YR, dimidium est arcus XV, (3. l. 3.) scilicet, tertia pars totius TXV. Omnes istæ demonstrationes non sunt, cum medium assumptum eandem imbibat difficultatem, & ars ducendi rectam præscriptam, neque tradita, neque demonstrata sit.

Antonius Sanctinius Professor Romanus, anno 1648. publici iuris fecit librũ inscriptum *Inclinationum Appendix*, vbi varias tradit huius problematis solutiones, paralogismis tamen refertas, quos demonstratos habeo in speciali tractatu, in quo etiam locum habebit pro meritò alia trisectio, quam in hac regia Matritensi Curia, non nemo pollicitus est. Omittere hic nequeo Sanctinij errores demonstratos iam esse à nobili Geomemetra Petro Paulo Caravagio, quem tamen nondum videre licuit.

Concludamus igitur hucusque trisectionem Geometricè demonstratam non esse: vnde arcus, vel angulus datus tantum poterit æqualiter diuidi in 2. 4. 8. 16. partes æquales, &c. scilicêt, per continuam anguli bisectionem (ex 1. *p*. 2.)

DE HEPTAGONO.

Nullæ aliæ figuræ circulo inscribi possunt Geometricè præter expositas *probl*. 5. & quæ per continuam arcuum bisectionem ex ipsis oriuntur. Figuræ autē 7. laterum 9. 11. 13. 17. 19. &c. Geometricè inscribi possent, si ars inveniatur ad efformandum triangulum Isosceles, vt quivis angulorum supra basim triplus sit, quadruplus, &c. anguli verticalis; quemadmodum triangulum Isosceles anguli dupli pentagono inscribendo inservit, (5. *p*. 5.) ita triangulum anguli tripli inserviret *Heptagono*, & quadrupli *Enneagono*, vel *Nonagono*. Antonius Sanctinius praxim vniuersalem affert erroneam, sed adhibita cautione modo explicanda, erit veritate adeò proxima, vt error sit insensibilis, & operatio facillima.

Pra-

Praxis pro figuris regularibus.

Ex centro H, describatur quivis circulus ABB, & sumpto in circumferentia quolibet puncto A, ducatur AHB, diameter. Sumantur præterea ex A, tot partes æquales quot futura sunt figuræ latera, & sint *exemp. gr.* 7. ita vt vltimum punctum 7. proximum sit diametri puncto B, vltra, vel citra, præterea ducta AE, bifariam dividetur in O, & radio OA, describetur novus circulus ADEF. Insuper fiat OC, perpendicularis diametro AOE, & ex puncto C, ducetur per secundam diuisionem recta C 2. quæ determinabit punctum D, in novo circulo, & erit arcus AD, septima pars totius circuli ADEF. Tandem si ducatur DE, secans priorem circulum in 4. erit arcus A 4. septima pars prioris circuli ABC. scilicêt, proxima. Quo punctũ E, proximius fuerit B, erit operatio securior: idemque omnino est in figuris 9. laterum 11. 13. &c.

DE DVABVS MEDIIS.

Antiqui & recentiores nullum non mouerunt lapidem ad inveniendas duas medias proportionales inter datas extremas. Plura me-

nor donec recta RH, transeat per E, eruntque RF, LH, æquales (4. l. 3.)

Demonstr. Rectangulum KHG, est æquale rectangulo FHL (6. l. 6.) hoc est rectangulo LRF, vel KRP, ergo sunt latera reciproca, vt HK, ad KR, ita RP, ad HG, (1. l. 6.) sed etiam FP, ad PR, est vt HK, ad KR, ex parallelis FP, HK, (2. l. 6.) ergo etiam FP, ad PR, erit vt RP, ad HG, (1. l. 5.) & erunt tres continuæ FP, PR, HG, deinde proportionales sunt FP, ad PR, vt HK, ad KR, vel vt HG, ad GF, ex parallelismo (2. l. 6.) ergo erunt quatuor continuæ vt FP, ad PR, ita PR, ad HG, & ita HG, ad GF, ergo RP, & HG, mediæ sunt inter FP, & FG, quæ sunt ipsæ datæ E, & D, &c. Certum etiam est duas medias inventas fore, si hoc resolveretur problema. *Dato quovis angulo RPF, & puncto quolibet H, intra, vel extra illum, ducere rectam HR, vt inter segmentum FR, cuilibet datæ rectæ æquale sit.* Demonstratum hoc est à Francisco Vieta in supplemento *prop.* 5. Etiam hoc dato erit data anguli trisectio, vt in Pappi Alexandrini constructione vidimus.

Ex

Ex duabus medijs pendet constructio solidorum similium inqualibet data ratione. *Exem.gr*. Si recta D, latus fuerit cubi, Prismatis, &c. & quæritur simile solidum quod duplum, vel triplum sit, &c. Si sumatur E, dupla, vel tripla ipsius D, nempê, vt E. ad D. sit indata ratione, & inveniantur duæ mediæ B, & C, inter E. & D. solidum suprà C. ad solidum suprà D, simile, rationem habebit, quàm E. ad D. Quoniam solidum ad aliud simile rationem habet triplicatam laterum homologorum (6. l. 11.) & etiam quia sunt quatuor continuæ E. B. C. D. ratio E. ad D. triplicata est rationis C. ad D. (21. P.) ergo solidum C. ad solidum D, eandem rationem habebit, quàm recta E, ad rectam D. (1. l. 5.)

Præter augmentum, & diminutionem solidorum similium pendent aduabus medijs problemata innumera, vt hoc vno soluto Geometria ditior foret, & eius termini fere sine termino extensi, vt de Geometria benemeritus immortalem gloriam consecuturus sit, qui tantum problema hactenus desideratum geometricê solvat.

DE QVADRATVRA.

Quod in quadratura petitur est efficere quadratum cuius arëa, capacitas, aut superficies æqualis sit spatio à linea circulari comprehenso. Alium problemata est: *Invenire rationem diametri circularis ad circumferentiam.*

Hæc duo problemata adeò sunt connexa, vt altero invento etiam aliud solutum maneat: nullum tamen ex natura sua exigit, vt aliud prius inventum sit: admissa enim hac mutua connexione vtriusque resolutio impossibilis esset, quemadmodum possibile non est vtramque esse mutuo priorem. Circuli igitur quadratura inveniri potest, quin ratio diametri ad circumferentiam medium sit ad illius resolutionem, quemadmodum Hypocrates Chius lunulam quadravit, & ê converso.

Demonstratum fuit ab Archimede circulum esse æqualem triãgulo cui us basis æqualis sit peripheriæ, & altitudo æqualis sit radio ipsius circuli, & colligitur ex (*7. p. 2.*) Quælibet enim figura regularis inscripta circulo A.B.C.D. resolvitur in tot triangula æqualia, & similia, quot sunt figuræ la tera: cum ergo trian-

triangula omnia æquale habeant perpendiculum GO, erit tota figura æqualis triangulo, quod basim habet æqualem omnibus lateribus simul sumptis AB. BC. CD. &c. Et altitudinem æqualem perpendiculo GO. (1. l. 6.) Considerato igitur circulo, vt polygono infinitorum laterum, eius perpendiculum erit ipsemet radius, & totus circulus æqualis etiã triangulo, quod basim habeat æqualem perimetro, vel circumferentiæ circulari, & altitudinem ipsi radio, vel perpendiculo.

Vndê cognita ratione diametri, vel radij ad circumferentiam, cum radius notus sit, invenire licebit rectam circulari perimetro æqualem (2. *p*. 7.) si ergo hac basi fieret quodvis triangulum habens altitudinem radio æqualem, illud sane foret toti circulo æquale, quod facile postmodum in quadratum converteretur (6. *p*. 7.)

Archimedis proportio.

Diameter ad cirrumferentiam rationem habet proximam illi, quam 7. ad 22. circumferentia tamen iusto maior evadit. Data igitur diametro invenietur circumferentia per regulam auream, sive proportionis. *Exem. gr.*

Circuli diameter ſit 35. *ped.* inſtituetur aurea regula ſic: vt 7. ad 22. ita 35. *ped.* ad 110. *ped.* vel ſi 7. dant 22. quid 35? Et inveniũtur 110. Si autem circumferentia data ſit 110. *ped.* ad diametrum inveniendam, erit proportio, vt 22. ad 7. ita 110. *ped.* ad 35. *ped.* nempê ad diametrum.

Adriani Metij proportio.

Diameter ad circumferentiam eſt, vt 113. ad 355. & circumferentia ad diametrum, vt 355, ad 113 proportio iſta exactior eſt omnibus, quotquot in parvis numeris inventæ ſunt: circumferentia enim licêt iuſto ſit maior, non tamen excedit veram in 3. partibus ex 10000. in quas tota diameter conſideratur diviſa.

Proportio Ludovici a Ceulem.

Diameter. 100.000.000.000.000.000.000.
Circũfer. 314.159.265.358.979.323.847.

Hæc proportio eſt adeò veritati proxima, vt ſi vltima litera 7. diminuatur vnitate, &

& fiat 6. erit iam circumferentia iusto minor, Vsus istarum proportionum idem est omnino, qui in Archimedea proportione iam expositus fuit.

CONSECTARIA.

1 Superficies circuli est productum ex radio ducto in circumferentiæ dimidium: vt si diameter est 14. radius erit 7. circumferentia verò ex Archimede 44. eius dimidium 22. Si ergo ducatur radius 7. in 22. prodeunt 154. *ped. Quad.* nempê circuli area, vel superficies.

2 Cylindri recti superficies convexa est productum ex latere in circumferentiam circuli, qui est basis Cylindri, cui si addantur superioris, & inferioris circuli superficies, summa erit tota superficies cylindri. *Exem. gr.* Si diameter circularis basis fuerit 14. eius peripheria erit 44. quæ ducta in altitudinem 10. *ped.* erit superficies convexa 440. *ped. quad.* Deinde cum superficies circuli sit 154. vtraque superficies circularis erit 308. *ped. quad.*

quad. si ergo colligātur 440. & 308. erit summa 748. *ped. quad.* scilicêt tota superficies cylindri.

3 Convexa superficies Coni est productum ex latere ducto in dimidium circumferentiæ basis circularis; cui si addatur superficies circuli summa erit totius Coni superficies.

4 Sphæræ superficies est productum ex diametro ducta in circumferentiam circuli maximi, qui scilicêt habet eandem sphæræ diametrum. Vel superficies sphærica est quadruplum superficiei circuli maximi.

5 Sphæræ soliditas est productum ex radio ducto in tertiam superficiei sphæricæ partem.

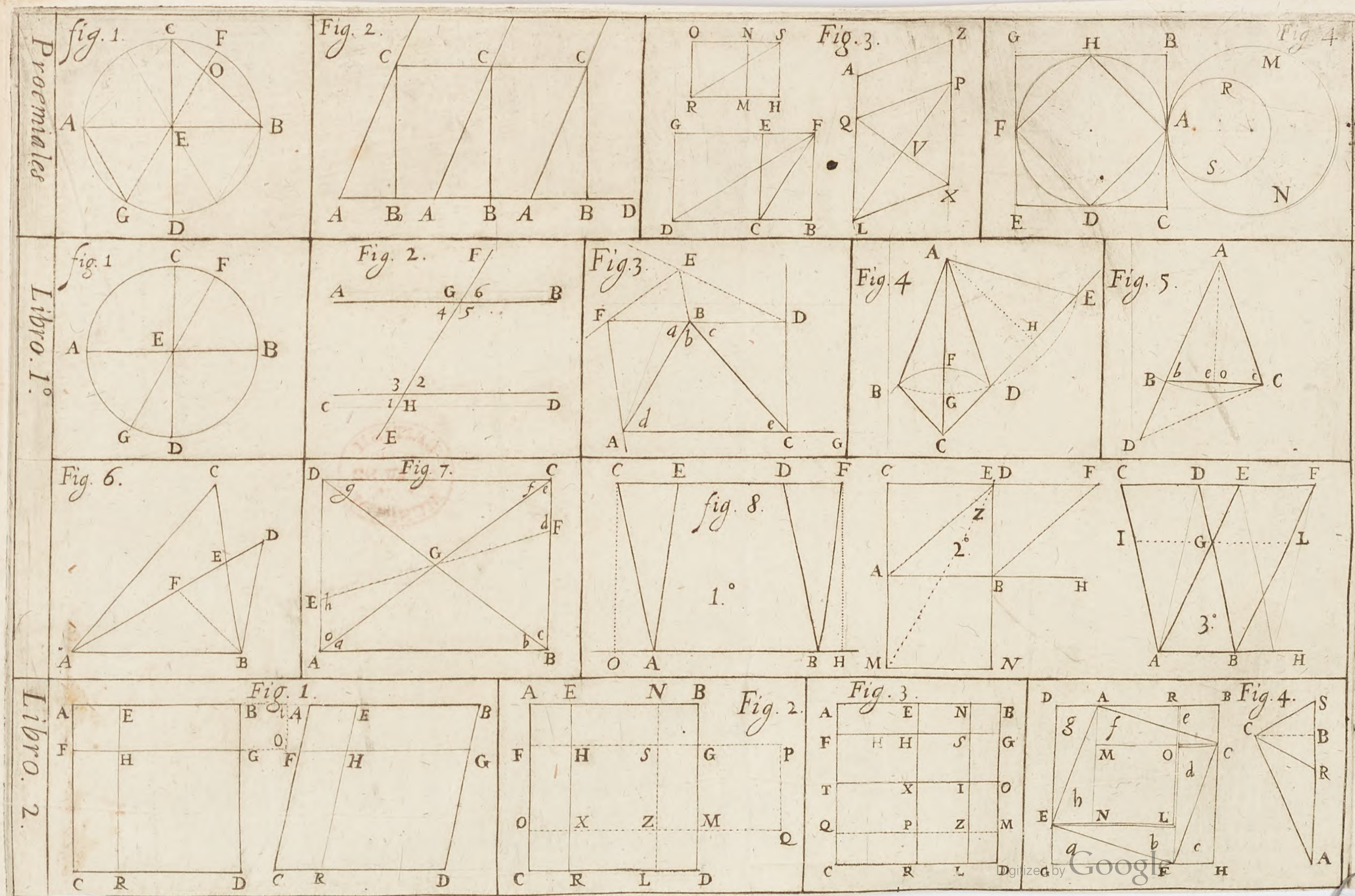
6 Cylindri soliditas est productum ex altitudine in superficiem circularis basis.

7 Coni soliditas est productum ex altitudine ducta in tertiam partem superficiei basis circularis. Vel productum ex superficie circularis basis ducta in tertiam altitudinis partem. Omnia hæc consectaria ab Archimede sunt demonstrata, & soluta geometrice forent inventurà circuli quadraturà: ad pra-

praxim verò satis est invenire circumferentiam ex Archimedis, vel Metij proportione, & qui exactiorem desiderat calculum, vti poterit proportione Ludovici à Ceulen supra adducta.

GEOMETRICÆ PRACTICÆ.

FINIS.


Proemiales
fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4
Libro. 1.°
fig. 1
Fig. 2.
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
fig. 8.
1.°
2.°
3.°
Libro. 2.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.

Libro. 3.

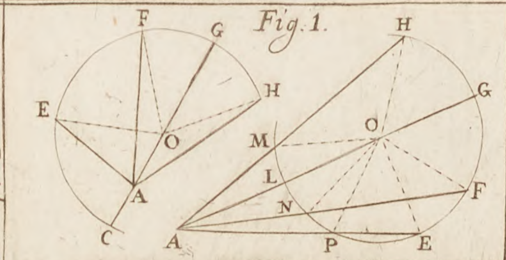


Fig. 1.

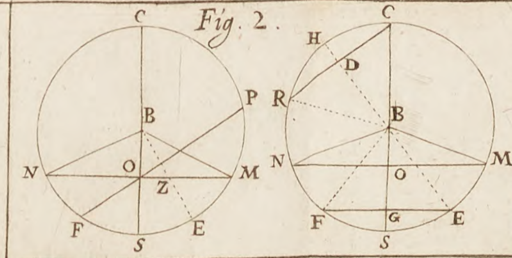


Fig. 2.

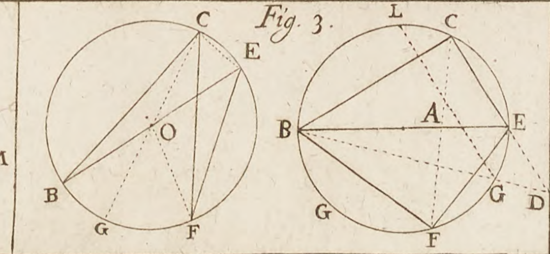


Fig. 3.

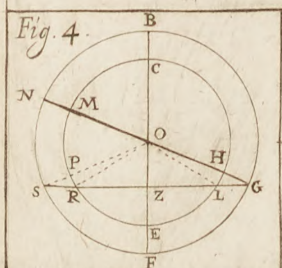


Fig. 4.

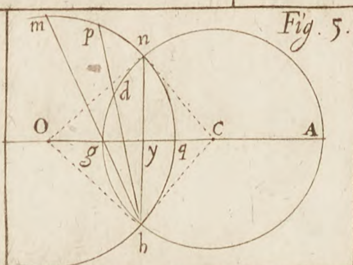


Fig. 5.

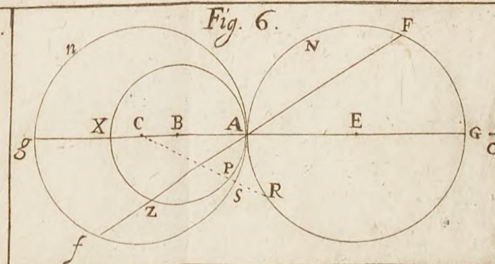


Fig. 6.

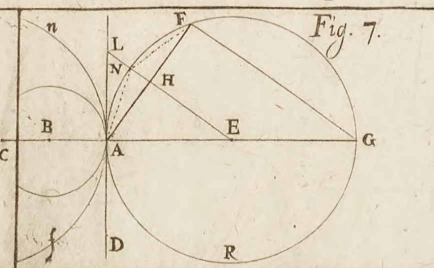


Fig. 7.

Libro. 6.

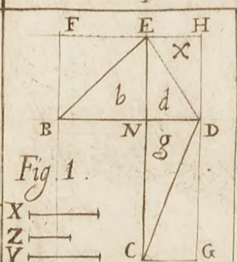


Fig. 1.

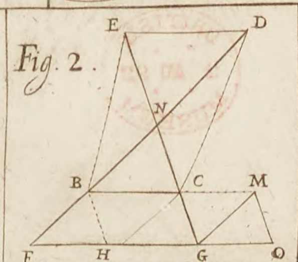


Fig. 2.

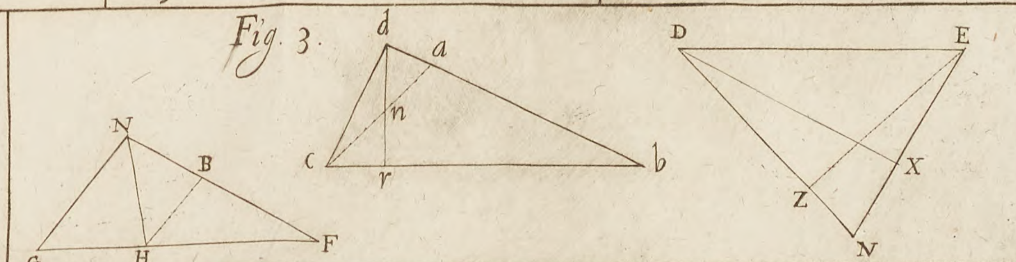


Fig. 3.

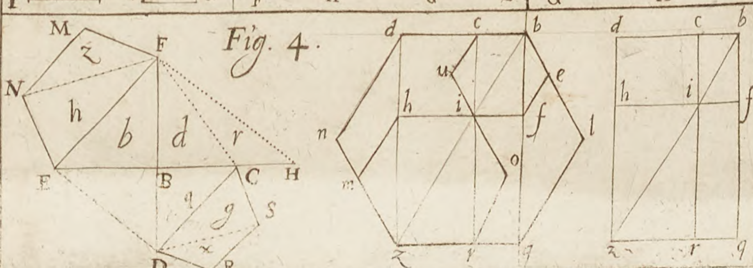


Fig. 4.

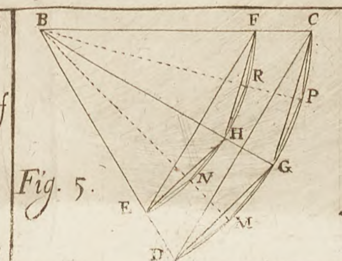


Fig. 5.

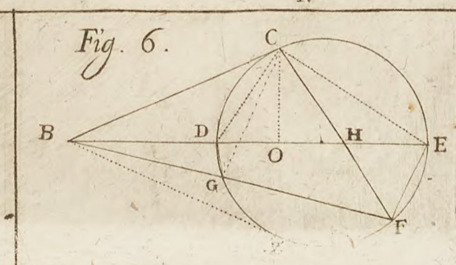
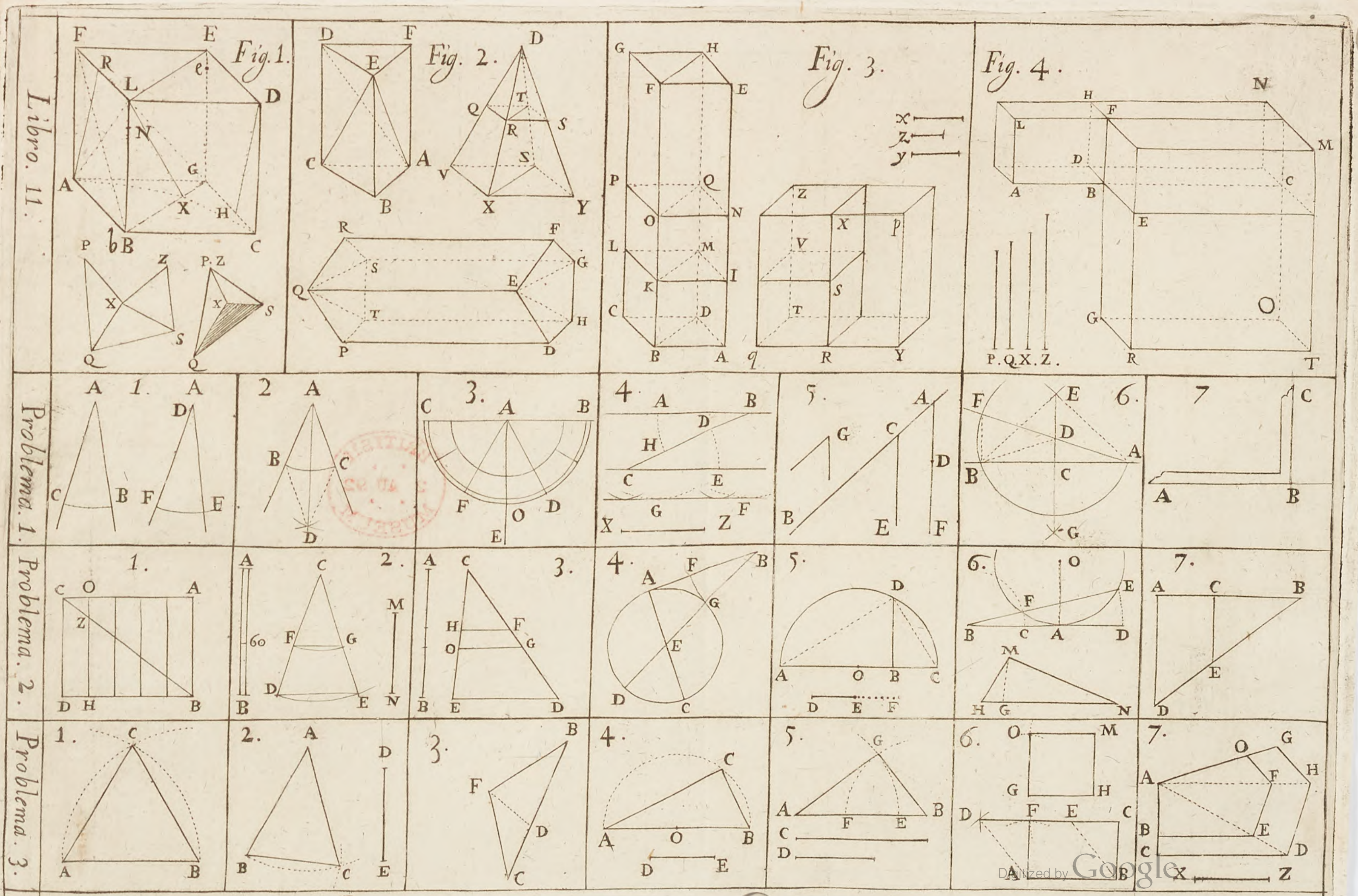
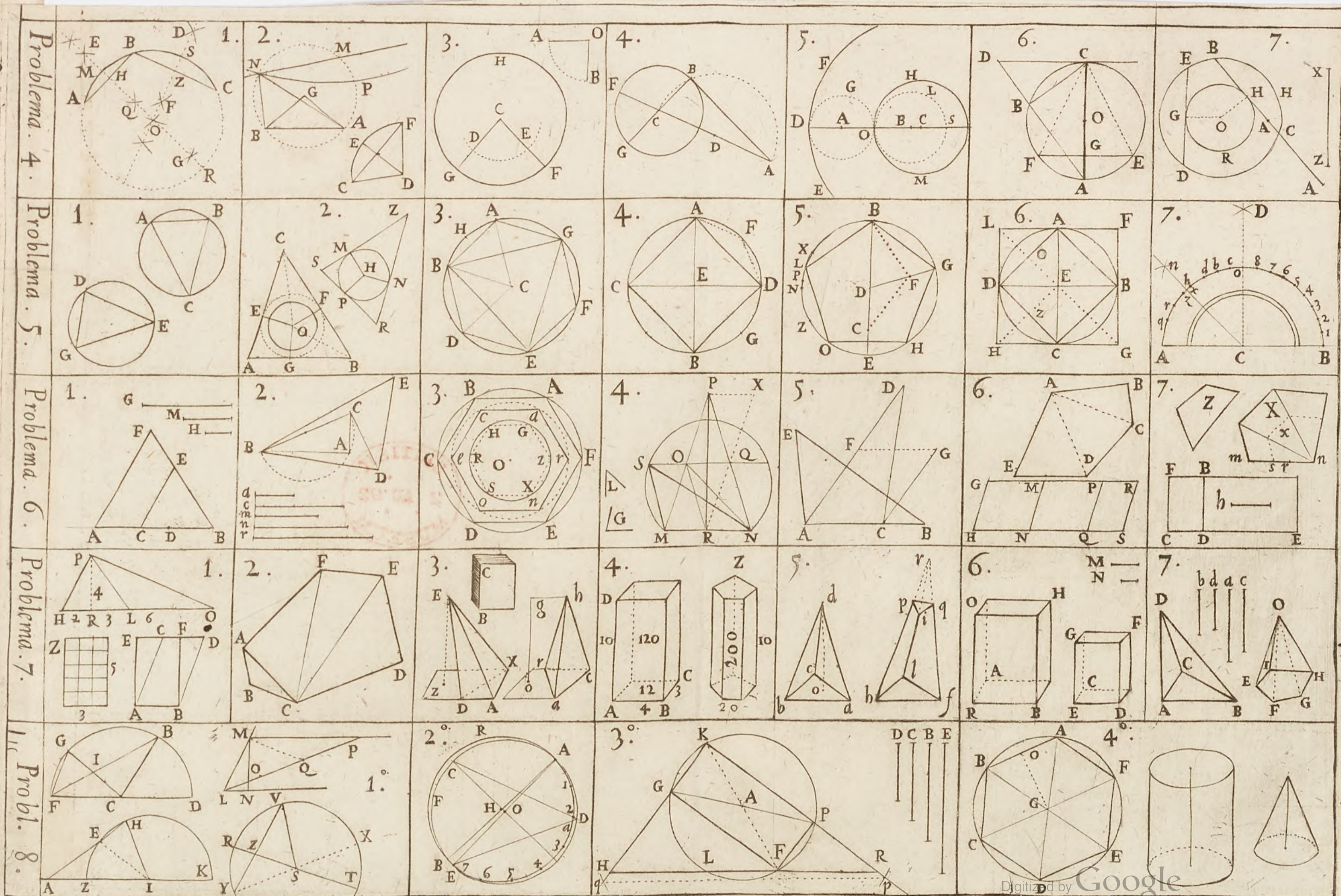
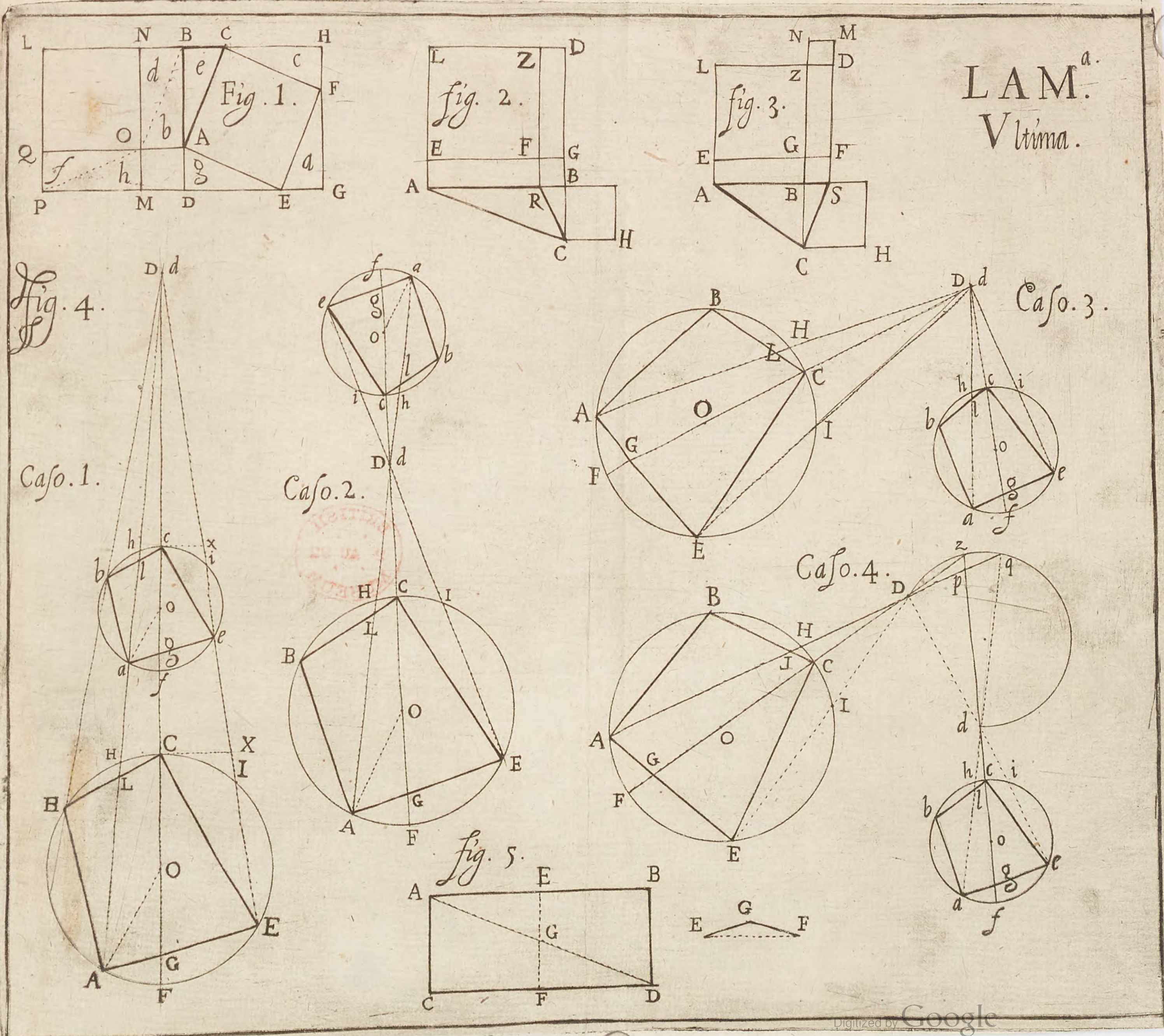


Fig. 6.


Libro. 11.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Problema. 1.
Problema. 2.
Problema. 3.


Problema 4.
Problema 5.
Problema 6.
Problema 7.
Probl. 8.


LAM.ª Vltima.
Fig. 1.
fig. 2.
fig. 3.
Fig. 4.
Caso. 1.
Caso. 2.
Caso. 3.
Caso. 4.
fig. 5.

Torre, fueron embarcados quatro Religiosos de la Compa-
ñia para assistir al Exercito, y dos dellos salieron en tierra y a-
compañaron al Maesse de Campo Luis Barballo Bezerra, que
con mil y quinientos Portugueses, dende los baxios de san Ro-
que iva a socorrer la Baìa, marchando por la tierra adẽtro mas
de 100. leguas padeciendo muchas incomodidades, y trabajos,
por la aspereza, y fragosidad del camino, resistẽcia del enemigo,
y falta de bastimentos, de q̃ murieron algunos, a los quales los
Padres assistieron como suelen, y a los viuos fueron de grande
aliuio, y consuelo, assi en el camino, como en varias batallas q̃
dicho Maesse de Cãpo trauò cõ el enemigo, cõ poca perdida de
su gente, y mucha del Olandes, talando, y señoreando grande
parte de la Campaña, a donde su larga experiencia: y conocido
valor, prometen auentajados sucessos.

Todo lo referido en este memorial consta de cartas, y cer-
tificaciones juradas, de vn Obispo, de tres Capitanes Generales,
4. Maesses de Cãpo, muchos Capitanes de Infanteria, y otros
oficiales

ron cautiuos los rebeldes murieron a fuerça de los malos trata mientos que les dieron, irritados quiza de la libertad de su Predicacion Euangelica, y fidelidad que ellos valdo nauan por seruidumbre fatal a la Catolica Corona de V.M.

La Comunidad sola se arroja oy a los Reales pies de V. Magestad, luzida cō la purpura de tanta sangre derramada, hace rojada en las prisiones, y cadenas de tantos hijoscautiuos, arruinada en sus Colegios, que a solò tanto, ella misma con la caridad para con los soldados, como los sacos, y quemas del enemigo, pero muy contenta, pudiendo dezir en tanta perdida, que le queda la esperança sola en la magnanimidad, y piedad Catolica de V.M. cuya Real persona guarde el Cielo muchos años como la Christiandad ha menester, y estos sus minimos Capellanes en nuestras oraciones, y sacrificios todoslos dias suplicamos, y pedimos.

oficiales mayores, las quales todas se presentaron en el Conse-
jo de Portugal, y la principal sea la satisfacion misma de vn Cō-
sejo, cuyos Ministros dende aqui, y de Portugal han acudido
mas a las necessidades de aquellas fronteras con sus desveladas
juntas, y prouidas disposiciones, de lo que podian desear sus
proprios moradores.

Las certificaciones agenas, señor, son las passadas, esta mi-
nima Compañia, empero, y en su nombre la Prouincia del Bra-
sil, dichosa por la fertilidad de trabajos, solo certifica a V. M.
que el empacho la cubre el rostro, porque el poder le queda tā
atras de los deseos de seruir, q̄ casi es tan grande como el cono-
cimiento de las obligaciones en q̄ V. M. la tiene, como oprimi-
da en la impossibilidad misma de igualarlas con sus seruicios.
La liberalidad de V. M. tan pūdonorosa en el premiar, que qual
ò qual seruicio de otros Religiosos en esta guerra no ha podido
passar sin honrarle con mercedes casi iguales a la grandeza de
sus Reales manos, puede ya darse por satisfecha con los parti-
culares de nuestra Religion, pues tiene premiados abundante-